

银行信贷分层策略的建立与研究

摘要

为提高银行风险管理与信贷配置效率，本文是针对中小微企业 2017—2020 年间相关数据进行风险评估，运用主成分分析法、聚类分析法、模糊层次分析法建立了常见的两个风险评估体系，对企业风险进行定性及定量的分析。并通过比较，评判出较为有效的风险评估体系。在银行信贷分配问题上，通过经济学相关基础理论的研究，改进 RAROC 定价模型建立出了一套新的银行分配额度标准。考虑有无银行本身评估影响，以及模型本身偏差，运用已有的 K-score 模型进行比较分析。

在对于庞杂的数据的处理清洗上，我们去掉整体数据中的异常值与重复值，利用字段间的模糊匹配对企业的主经营业务进行划分，剔除作废发票并进行重票分析，利用数据填充与历史数据预测未来企业销售情况等指标。

对于问题一中银行放贷风险评分体系中的建立上，我们通过数据延生出 12 个评分指标，标准化处理后，利用主成分分析提取权重最大的四个因子式，依据相关特征值求得评分函数，对中小微企业进行风险评估，利用所得分数进行等级划分，缩小数据变量范围，便于对数据的观察和分析。并比对聚类分析所得结果，评价两种模型的优劣。最后利用改进的 RAROC 模型和非线性规划进行在风险等级最低情况下，银行获利最高的份额赔给及贷款年利率的指定。

对于问题二中缺少企业信誉评估数据以及存在规定固定放贷额的条件，我们对问题一中所建模型进行优化，运用 AHP 层次分析法进行评估调整了各项指标占比，加重对于重票率的分析与使用力度，重新建立了银行分配的标准额度，目标规划、模拟预测数据以及线性回归进行确切求值。

对于问题三的思考，我们决定以股票指标用于衡量不同类别企业的经济水平，探究新冠疫情以及政策对于企业经营水平的影响程度并进行量化分析，建立多元线性回归模型，以及股票的 CAPM 模型列出指数增长方程，增加对于超额收益以及干扰项的考虑完善银行放贷政策。

关键词：中小微企业 风险评估 银行信贷 信贷配置 主成分分析
AHP k-score 模型 RAROC 定价模型

1 问题重述

1.1 问题的背景

随着我国经济的高速发展,中小企业已然成为我国国民经济的重要组成部分,其对国民经济发展与社会稳定具有巩固稳健作用,尤其是在促进经济平稳增长、优化产业结构、增加就业、维护社会稳定等方面,中小企业更发挥着举足轻重的作用。

由于中小企业运转存在极大不稳定性,使得银行对其信贷风险预估难度系数大幅增加,加之我国中小企业的资信评估体系尚不完善,对中小企业资信的评估缺乏系统性和科学性,中小企业资信评估未能在实际经营、融资等活动中真正发挥作用,反而使其发展存在阻碍。

让中小企业获得更多的资金支持,既是促进中小企业迅速成长的有效途径,也是我国应对国际金融危机引发的复杂经济形势、保障经济平稳较快增长的客观要求。优化中小企业自身素质,并建立一套完备的资信评估体系,以及信贷分配模型对经济和社会的发展有着至关重要的作用。

1.2 问题的相关信息

根据题目提供的相关信息可知如下数据:

附件 1 123 家有信贷记录企业的相关数据

附件 2 302 家无信贷记录企业的相关数据

附件 3 银行贷款年利率与客户流失率关系的 2019 年统计数据

1.3 需解决的问题

问题一: 对附件 1 中 123 家企业的信贷风险进行量化分析,给出该银行在年度信贷总额固定时对这些企业的信贷策略。

问题二: 在问题 1 的基础上,对附件 2 中 302 家企业的信贷风险进行量化分析,并给出该银行在年度信贷总额为 1 亿元时对这些企业的信贷策略。

问题三: 企业的生产经营和经济效益可能会受到一些突发因素影响,而且突发因素往往对不同行业、不同类别的企业会有不同的影响。综合考虑附件 2 中各企业的信贷风险和可能的突发因素(例如:新冠病毒疫情)对各企业的影响,给出该银行在年度信贷总额为 1 亿元时的信贷调整策略。

2 模型假设与符号说明

2.1 模型假设

- 1) 假设银行及企业在短时间内不会发生意外
- 2) 假设银行定息配置额度不会中途发生变更
- 3) 假设在除设定条件下,社会环境稳定且经济态势不发生大幅变化。

2.2 符号说明

| 序号 | 符号 | 符号说明 |
|----|------------|------------|
| 1 | n | 有 n 家企业 |
| 2 | m | 金额 |
| 3 | t_i, t_o | 进项, 销项税额 |
| 4 | S_i, S_o | 进项, 销项价税合计 |

| | | |
|---|---|---------|
| 5 | r | 年利率 |
| 6 | p | 有 p 个指标 |

表格 1 符号说明

3 数据预处理

3.1 数据的分析——删除、填充与量化

数据预处理阶段：观察总体数据，筛除重复项并对数据缺失值进行临近填充。由于数据中存在大量字符串，为方便数据处理，对数据进行量化，具体处理为，用百分制分数替代信用等级‘ABCD’；‘是否违约’用布尔值替代。违约记为 1，未违约记为 0；同样将‘发票状态’处理为 0-1 变量，并在进行有效数据处理时筛除作废发票。

通过对附件一、附件二、附件三进行数据观察，附件一、二（信贷记录企业相关数据）中，均存在由同一公司，针对不同订单开具发票，而发票号码却相同的现象，根据国家税务局的标准，发票号码的标识作为一种信息防伪手段，同一公司同一笔订单只可能出现一种发票号码。由此判断不同订单的相同发票号码为一种错误信息且可能存在造假风险，于是对其进行删除，

同时对重复发票号码数做了计数统计，记其为 n_i 并作为一种信贷评分标准。

为方便进行预测分析，对时间进行了年月日的拆分，同时统计了对应的季度信息。为了确保数据完整性，在比对各个数据时发现附件三中缺少 D 类客户的数据，于是对其客户流失率进行了补充。联系题目信息及衍生数据，初步认定 D 类客户的还款能力与经营能力于四个等级中最差，将其调高利率后的客户流失率定为 100%。

3.2 数据衍生

结合经济领域与金融学相关知识，对原始数据进行衍生，定义部分衍生参数。

| 序号 | 符号 | 符号名称 |
|----|---|----------|
| 1 | $x_1 = \sum S_{ij}$ | 流动资产 |
| 2 | $x_2 = S_o - S_i$ | 利润总额 |
| 3 | $x_3 = x_2 / S_o$ | 销售利润率 |
| 4 | $x_4 = [(x_{3-18} - x_{3-17}) / x_{3-17} + (x_{3-19} - x_{3-18}) / x_{3-18}] / 2$ | 利润、负债增长率 |
| 5 | $x_5 = x_1 / -x_2$ | 流动比率 |
| 6 | $x_6 = t_o - t_i$ | 应纳税额 |
| 7 | $x_7 = t_o / \sum t$ | 纳税贡献率 |
| 8 | x_8 | 预测结果 |
| 9 | $x_9 = \text{总季度数量实际} - \text{活跃季度数量}$ | 活跃度 |
| 10 | $x_{10} = n_i$ | 号码重复个数 |
| 11 | x_{11} | 是否违约 |
| 12 | x_{12} | 信誉评级 |

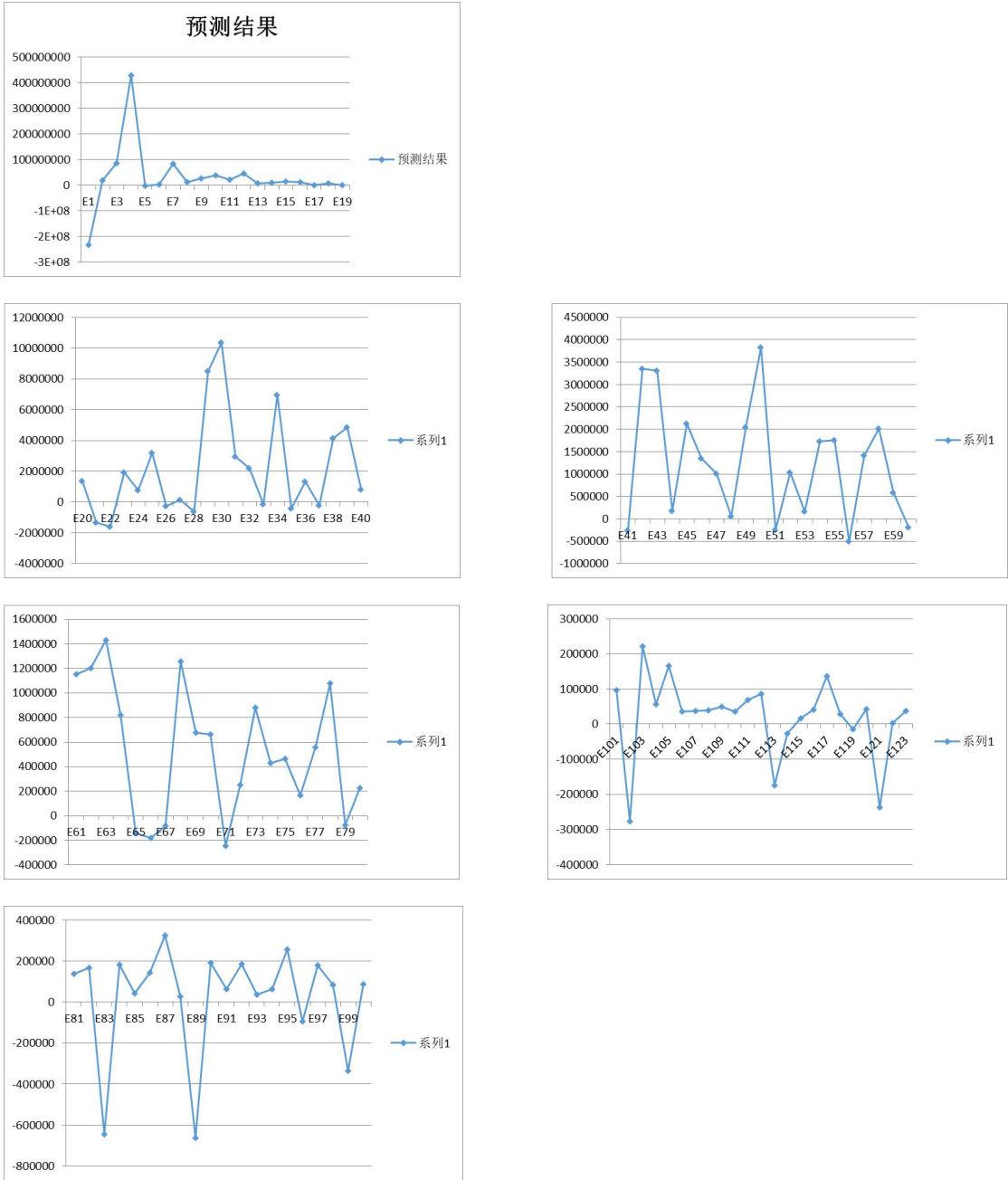
表格 2 符号定义

3.3 数据标准化

通过数据观察发现数据结构复杂，各指标数值差异较大。为方便对其研究，先对指标进行无量纲化，标准化处理。

4 问题一的模型建立与求解

4.1 分季度线性回归预测



图表 1 为各企业未来一个季度的盈利预测

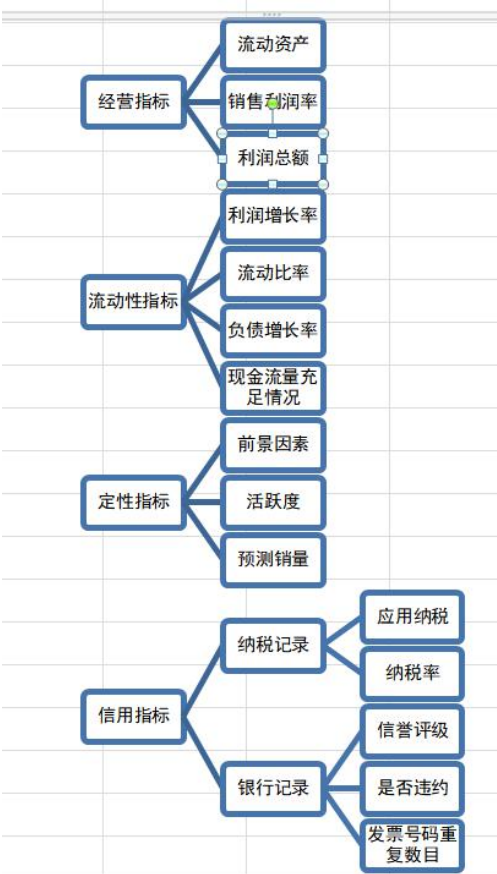
为判断各企业的前景因素，考虑通过对 2017-2019 年十三个季度的营业利润

进行预测分析，并将未来一个季度的预测盈利值作为前景好坏的评判依据。考虑到样本属于金融信贷数据，且样本长度较小仅有十三个季度数据，故采用线性回归模型预测下一季度盈利额。得到预测结果及变化曲线如下图所示。

4.2 模型建立

1) 主成分分析

本文将信贷风险评估问题分为三层，其中直接影响信贷风险评估的四个大类为：经营指标、流动性指标、定性指标、信用指标四项；对于经营指标，考虑流动资产、销售利润率与流动总额；评定流动性指标的四项标准为：利润增长率、流动比率、负债增长率、现金流量充足情况。对于定性指标，考虑其前景因素、活跃度、预测销量；用纳税记录与银行记录来评定信用指标，其中纳税记录包含应用纳税与纳税率，银行记录则考虑信誉等级、是否违约、发票号码重复数目。



图表 2 金融指标体系

基于数据分析，为准确的进行信贷分析，我们先进行了信贷系统的建立，考虑衍生影响信贷评分标准较多，本文采用主成分分析先进行主成分的提取。

给出 n 家企业 p 个指标的数据构成矩阵 $y_{ij} = \frac{x_{ij} - \bar{x}_j}{s_j}, i = 1 \cdots n, j = 1 \cdots p$

$$X = \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1p} \\ x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2p} \\ \cdots & & & \cdots \\ x_{n1} & x_{n2} & \cdots & x_{np} \end{pmatrix}$$

为使得各项评价指标具有可比性，先对数据进行标准化处理，如下所示的公式：

$$\text{其中，} \bar{x}_j = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_{ij} \text{ 为第 } j \text{ 个指标的样本均值，} s_j^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_{ij} - \bar{x}_j)^2 \text{ 为第 } j \text{ 个}$$

指标的样本均值样本方差。

得到标准化数据矩阵记为：

$$Y = \begin{pmatrix} y_{11} & y_{12} & \cdots & y_{1p} \\ y_{21} & y_{22} & \cdots & y_{2p} \\ \cdots & & & \cdots \\ y_{n1} & y_{n2} & \cdots & y_{np} \end{pmatrix}$$

通过矩阵得到相关系数矩阵的特征值 $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \cdots \geq \lambda_p$ ，其中 $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \cdots \geq \lambda_p$ ，

进一步考虑各主成分的贡献率为 $\omega_i = \frac{\lambda_i}{\sum_{i=1}^p \lambda_i}$ ，选取主成分个数使之 70%~85%以上

为原则，选取 r 个主成分进行进一步研究。

2) Q 型聚类分析

根据给出的 r 类主成分作为变量对 n 个地区进行聚类分析。首先对每个变量的数据分别进行标准化处理，样本间相似性采用欧氏距离都联合，类间距的计算选用类平均法。当处理自变量数目众多时，会出现数据粘连。

3) 银行放贷策略组合模型

| 符号 | 符号名称 | 文字说明 |
|-------|-----------|---|
| RAROC | 风险调整资本收益率 | 用于推算银行所预期的最低贷款利率 |
| EAD | 风险敞口 | 政府的标准测算，名义贷款额，EAD 为账面金额乘以信用转换因子，信用转换因子按不同的产品分别为 0%，20%，50%，75%，100% |
| EC | 经济资本 | EC=EAD*K，本式中 K 为资本要求 |
| EL | 预期损失 | EL=PD*EAD*LGD |
| PD | 客户违约率 | 每一组别中违约企业数目占比 |

| | | |
|----------|----------|--------------------------------------|
| LGD | 违约损失率 | 根据交易性质而定是否有抵押品及其类型来确定违约损失率的大小(暂时不考虑) |
| K | | |
| T | 贷款时长 | 假定为一年 |
| C | 经营成本 | 包括资金成本和运营成本 |
| R | 贷款利率(%) | 假定所求贷款利率为年利率 |
| Y | 贷款金额(万元) | |
| σ | 其余收费 | 可看作干扰项 |

表格 3 符号说明

A0 基于RAROC的定价模型

RAROC模型是基于商业理论，以弥补成本、降低贷款风险为前提、以客户盈利能力为参数的贷款定价模型我们将用123家中小型企业数据探寻该模型与实际情况结合的可行性。并探究银行的贷款分配情况。

已知风险调整后资本收益率(RAROC)的计算公式为：

$$\begin{aligned}
 \text{RAROC} &= \text{风险调整后收入/经济资本} \\
 &= \text{净收益} - \text{预期损失/经济资本} \\
 &= \text{贷款利息收入} + \text{贷款相关收费} - \text{资金成本} - \text{运营成本} - \text{预期损失/经济资本}
 \end{aligned}$$

$$\text{解得贷款利率为 } R = \frac{\text{RAROC} \times EC + C + EL - \sigma}{L \times T}$$

说明：在RAROC已给定的情况下，发现由于 $EC > 0$ ，利率R与RAROC成正相关，但使用RAROC方法的实现需要确立RAROC的基准值，当RAROC最低时，计算所得的R也为最低，我们利用此公式讨论当风险成本较低时利率R的取值情况，找到银行利益较大时的R（年贷款利率）、Y（贷款额度）的取值。

A1 基于非线性规划和RAROC定价模型的改进的银行放贷策略模型

• 构建银行收益函数： $\max Z = R \cdot Y + f(R)$

$$\begin{cases}
 4 \leq R \leq 15 \\
 10 \leq Y \leq 100 \\
 x_1 = \frac{\text{RAROC} \times EC + C + EL - \delta}{Y \cdot T} \\
 EC = EAD \times K = Y \cdot K \\
 EL = EAD \times PD \times LGD = Y \cdot PD \\
 K = \left[LGD \times N \left[(1-R)^{-0.5} \times G(PD) + (R/(1-R))^{0.5} \times G(0.999) \right] - PD \times LGD \right] \times (1-1.5 \times b)^{-1} \times [1 + (M-2.5) \times b]
 \end{cases}$$

• 构建顾客损失函数 $f(R)$:

由附件三可知当银行提高利率时，三个信誉等级的信贷客户都存在不同程度的流失，当给定一个确切的贷款年利率时，每一个等级的流失程度可以表示为：

$$-[A_redu(R) \cdot A_part(i) + B_redu(R) \cdot B_part(i) + C_redu(R) \cdot C_part(i)] \cdot Y \cdot R$$

（其中 $A_redu(R)$ 表示贷款率确定时的信誉评级为 A 类的客户损失率， $A_part(i)$ 表示在第 i 等级客户中信誉为 A 类的客户数量，i 指代不同等级的客户群体）

4.3 计算结果

• 主成分分析最终得到的结果：

| | | 成分得分系数矩阵 | | | |
|-----------|-----|----------|--------|-------|-------|
| | | 成分 | | | |
| | | 1 | 2 | 3 | 4 |
| 信誉评级_flag | x12 | -.024 | .384 | -.261 | -.031 |
| 利润总额 | x2 | .310 | .008 | -.038 | -.014 |
| 纳税贡献率 | x7 | .310 | -.007 | -.037 | -.021 |
| 流动资产 | x1 | -.172 | .163 | -.040 | .008 |
| 流动率 | x5 | -.001 | .004 | -.188 | .046 |
| 销售利润率 | x3 | .037 | .150 | .056 | .840 |
| 发票重复数目 | x10 | -.002 | -.185 | .479 | .213 |
| 违约 | x11 | .026 | .412 | .204 | .165 |
| 活跃度 | x9 | -.047 | -.368 | -.225 | .379 |
| 利润增长率 | x4 | .004 | .031 | .693 | -.142 |
| 预测结果 | x8 | .294 | .009 | -.034 | -.017 |
| 特征值 | | 3.196 | 1.861 | 1.095 | 1.057 |
| 贡献率 | | 29.052 | 16.917 | 9.952 | 9.612 |

表格 4 主成分分析成分系数矩阵

通过公式：

$$(Q_1, Q_2, Q_3, Q_4) = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{18} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{28} \\ \dots & & & \\ a_{41} & a_{42} & \dots & a_{48} \end{pmatrix} \bullet \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_8 \end{pmatrix}$$

取出四个主成分构成分别为：

$$Q_1 = -0.024x_{12} + 0.310x_2 + 0.310x_7 - 0.172x_1 - 0.001x_5 + 0.037x_3 - 0.002x_{10} + 0.026x_{11} - 0.047x_9 - 0.004x_4 - 0.294x_8$$

$$Q_2 = -0.384x_{12} + 0.008x_2 - 0.007x_7 + 0.163x_1 + 0.004x_5 + 0.150x_3 - 0.185x_{10} + 0.412x_{11} - 0.368x_9 + 0.031x_4 + 0.009x_8$$

$$Q_3 = -0.261x_{12} - 0.038x_2 - 0.037x_7 - 0.040x_1 - 0.188x_5 + 0.056x_3 + 0.479x_{10} + 0.204x_{11} - 0.225x_9 + 0.693x_4 - 0.034x_8$$

$$Q_4 = -0.031x_{12} - 0.014x_2 - 0.021x_7 + 0.008x_1 + 0.046x_5 + 0.840x_3 + 0.213x_{10} + 0.165x_{11} + 0.379x_9 - 0.142x_4 - 0.017x_8$$

• 对各项主成分进行定性分析

在第一主成分中，利润总额、纳税贡献率、等指标，其权重均在 0.3 以上，可视为经营指标；在第二主成分中，信誉评级、违约等指标，其权重均在 0.3 以上，可视为信用指标；在第三主成分中，发票重复数量、利润增长数量所占比重大，各指标权重均在 0.3 以上，可视为能力指标；在第四主成分中，销售利润率、活跃度等指标权重较大，可视为流动性指标。利用定性分析，可以直观地评估各企业的风险情况。

对这四个主成分的贡献率进行归一化处理，处理后的数据如下表：

主成分占比

| 经营指标 Q1 | 信用指标 Q2 | 能力指标 Q3 | 流动性指标 Q4 |
|---------|---------|---------|----------|
| 0.443 | 0.258 | 0.152 | 0.147 |

• 定量分析得到评分系统：

$$z = 0.443Q_1 + 0.258Q_2 + 0.152Q_3 + 0.147Q_4$$

根据主成分分析得到的评分系统进行评分，最后数据标准化为 z^* ，得到最终评分

最后，根据所得数据进行模糊分析，标准化数据进行分级处理

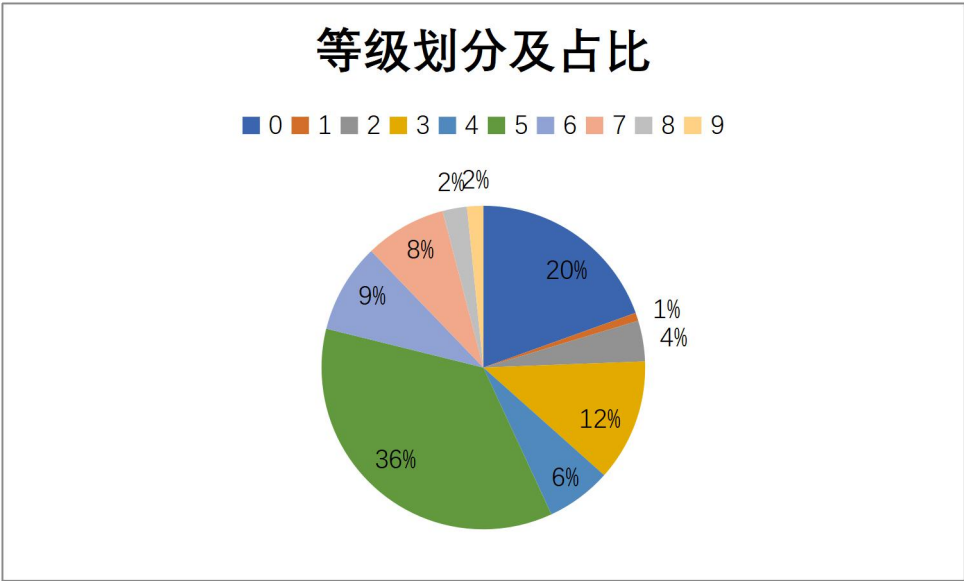
根据专家评定给出如下分级标准：

| 分级 | 分级标准 |
|----|--------------------------|
| 0 | 信誉等级为 D 的企业 |
| 1 | $z^* < 10$ |
| 2 | $10.7 \leq z^* < 10.9$ |
| 3 | $10.9 \leq z^* < 11$ |
| 4 | $11 \leq z^* < 11.02$ |
| 5 | $11.02 \leq z^* < 11.05$ |
| 6 | $11.05 \leq z^* < 11.1$ |

| | |
|---|------------------------|
| 7 | $11.1 \leq z^* < 11.5$ |
| 8 | $11.5 \leq z^* < 12$ |
| 9 | $11.5 \leq z^* < 12$ |

表格 5 123 家企业分级情况

- 根据各等级企业人数占比绘制圆饼图，便于观察分类情况



图表 3

• Q 型聚类分析结果

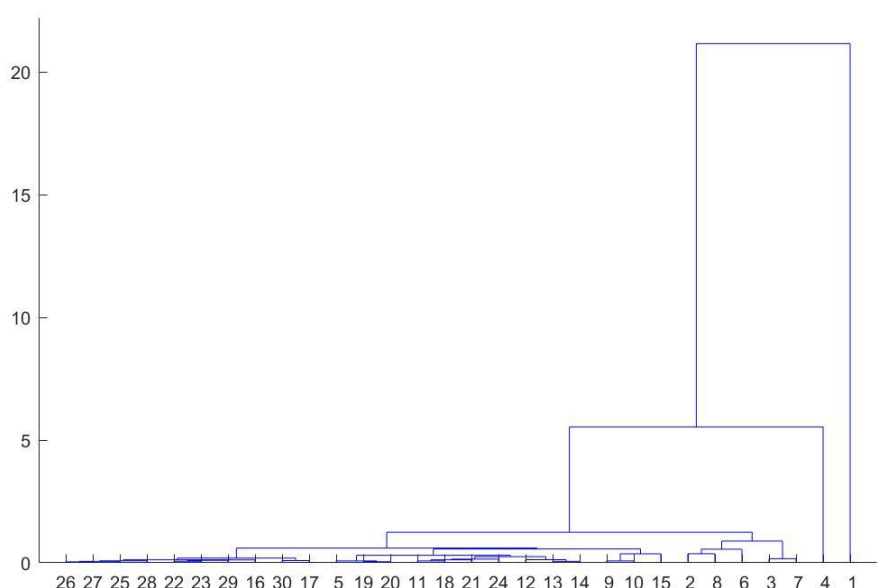
利用主成分分析所得的 4 大成分对 123 家企业进行聚类分析。
 考虑聚类分析结果的有效性，进行 4-20 的跨度分类分析法，避免单个类别聚类数量过多或过少的情况。
 最终选定分类个数 n=8 的结果,划分成 8 类的结果如下：

| 类别 | 企业名称(E) | | | | | | | | | | | |
|-------|------------------------------------|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| 第 1 类 | 6 | | | | | | | | | | | |
| 第 2 类 | 2 8 | | | | | | | | | | | |
| 第 3 类 | 5 11 12 13 14 17 18 19 20 21 23 24 | | | | | | | | | | | |
| 第 4 类 | 9 10 15 16 | | | | | | | | | | | |
| 第 5 类 | 22 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 | | | | | | | | | | | |
| | 35 36 37 38 39 40 41 42 43 44 45 | | | | | | | | | | | |
| | 46 47 48 49 50 51 52 53 54 55 56 | | | | | | | | | | | |
| | 57 58 59 60 61 62 63 64 65 66 67 | | | | | | | | | | | |
| | 68 69 70 71 72 73 74 75 76 77 78 | | | | | | | | | | | |

| | | | | | | | | | | | |
|-------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| | 79 | 80 | 81 | 82 | 83 | 84 | 85 | 86 | 87 | 88 | 89 |
| | 90 | 91 | 92 | 93 | 94 | 95 | 96 | 97 | 98 | 99 | 100 |
| | 101 | 102 | 103 | 104 | 105 | 106 | 107 | 108 | 109 | 110 | 111 |
| | 112 | 113 | 114 | 115 | 116 | 117 | 118 | 119 | 120 | 121 | 122 |
| | 123 | | | | | | | | | | |
| 第 6 类 | 3 | 7 | | | | | | | | | |
| 第 7 类 | 4 | | | | | | | | | | |
| 第 8 类 | 1 | | | | | | | | | | |

表格 6 聚类分析分层图

• 聚类示意图如下：



图表 4 聚类图

通过结果看出，最优聚类情况仍不适合实际数据研究，数据粘合度较高，比较主成分分析中类别化分析，数据粘合度适当，选择抛弃聚类分析法，选用主成分分析进行数据评分与模糊分类模型建立。

• 放贷策略计算结果：

通过计算机穷举以及非线性拟合发现在 $R = 4.65\%$ 、 $Y = 60$ 万元较为适合等级为 1-4 的客户企业选择，评分越高的企业较适合高利率的大额贷款数目。且发现 Y 越接近于 100 万元，银行的收益率以及企业的满意度越高。可以预期，当银行放款额度较小时，选择评分等级较高，综合能力较强的企业放贷，风险较低且收益较高；放款额度较大时，可以选择较为均衡的发放次序，鼓励新型企业发展，使得平均收益效率提高。

4.4 模型拓展

- 针对离散数据的模型拓展
- 符号说明：

| 符号 | 名称 |
|----|----|
|----|----|

| | |
|----------------------------------|------------|
| A_1, A_2, \dots, A_n | 客户分类 |
| x_1, x_2, \dots, x_n | 贷款比例 |
| $P_i = (1 - S_i(t))t$ | A_i 的收益率 |
| $L_i = \text{违约率}$ | 不良贷款率 |
| $K_i = S_i(t) \times t$ | 损失率 |
| $P = \sum_{i=1}^n x_i \cdot P_i$ | 收益率 |

表格 7 符号说明

- 考虑银行收益率最大且风险波动最小建立如下模型：

得到：

$$\begin{aligned} \max & E(P_i) \\ \min & \sigma^2 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} E(P_i) = P_i(1 - L) + K_i L_i \\ \sigma_i^2 = (P_i - EP_i)^2(1 - L_i) + (K_i - E_i)^2 L_i \\ EP = \sum_{i=1}^n x_i E(P_i) \\ \sigma^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_i x_j \text{cov}(x_i, x_j) \\ x_2 + \dots + x_n = 1 \end{cases}$$

商业银行全部信贷资产在大客户和 中小企业客户间风险最低的比例配置，不但取决于各自的预期收益率、不良贷款率和贷款损失率，更取决于两者对应的比例关系。在期望最大，方差最小的条件下求得最优解。

5. 问题二的模型建立与求解

5.1 问题分析及模型建立

• 风险评分体系建立

基于对第一问的讨论分析，发现主成分分析对风险评估的实用性，继续运用主成分分析法建立。这里沿用问题一的主成分分析模型,进行风险评估。

除变量个数减少无其他影响，提取出三个主成分 Q_1, Q_2, Q_3 ,得出如下结果：

成分得分系数矩阵

| | 成分 | | |
|----------------|------|-------|-------|
| | 1 | 2 | 3 |
| Zscore(利润总和)x2 | .340 | .240 | .000 |
| Zscore(流动资产)x1 | .278 | -.419 | -.007 |

| | | | |
|-------------------|---------|--------|--------|
| Zscore(纳税贡献率)x7 | .268 | .135 | .007 |
| Zscore(销售利润率)x3 | .052 | .070 | .394 |
| Zscore(流动比率)x5 | -.004 | -.087 | .915 |
| Zscore(总重复发票数)x10 | -.132 | .621 | .084 |
| Zscore(预测值)x8 | .327 | .234 | -.017 |
| 特征值 | 2.554 | 1.420 | 1.001 |
| 贡献率 | .36.487 | 20.288 | 14.297 |

表格 8 成分得分矩阵

$$Q_1 = 0.340x_2 + 0.278x_1 + 0.268x_7 + 0.052x_3 - 0.004x_5 - 0.132x_{10} + 0.327x_8$$

$$Q_2 = 0.240x_2 - 0.419x_1 + 0.135x_7 + 0.070x_3 - 0.087x_5 - 0.621x_{10} + 0.234x_8$$

$$Q_3 = 0.000x_2 - 0.007x_1 + 0.007x_7 + 0.394x_3 + 0.915x_5 + 0.084x_{10} - 0.017x_8$$

| | | |
|---------|---------|----------|
| 经营指标 Q1 | 信用指标 Q2 | 流动性指标 Q3 |
| 0.513 | 0.286 | 0.201 |

表格 9 主成分占比

得到评分系统：

$$z = 0.513Q_1 + 0.286Q_2 + 0.201Q_3$$

进一步对企业进行评分。

• 资金分配——基于 AHP 和目标规划的资金分配模型

1.1 基于 AHP 的不同等级企业的年贷款率的评测

通过考证不同评测等级的企业分布的领域情况，以及通过查阅去除相同票号给定该企业的信誉水平等多隐私进行专家评测。我们运用层次分析法构建模型，在建立模型的过程采用九级标度法，将对产品质量的各影响因素量化，最终计算出各方案层对目标层的权重从而分析得到结论。

1.2 基于目标规划的在固有市场金额下的分配研究

通过将多目标规划划为单一目标模型，以银行配给金额始终小于企业单位总需要量等条件为前提，利用 AHP 估测的不同等级的贷款年利率求解最大的利息情况以及在此条件下的最佳分配方式。

5.2 模型的求解：

5.2.1 AHP（层次分析法）模型的求解：

• 符号说明:

| 符号 | 名称 |
|------------------|---------|
| ω | 权重 |
| λ_{\max} | 最大特征值 |
| CI | 一致性指标 |
| RI | 随机一致性指标 |
| CR | 一致性比例 |

表格 10 符号说明

构造判断矩阵贷款年利率—客户等级：将准则层中的客户等级两两比较，得到成对比较矩阵。

| | | | | | | | | | |
|-----------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 贷款年 利率 | 等级 1 | 等级 2 | 等级 3 | 等级 4 | 等级 5 | 等级 6 | 等级 7 | 等级 8 | 等级 9 |
| 等级 1 | 1 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 | 5 | 7 | 7 |
| 等级 2 | 1/2 | 1 | 2 | 2 | 3 | 4 | 5 | 7 | 7 |
| 等级 3 | 1/3 | 1/2 | 1 | 2 | 2 | 3 | 4 | 5 | 7 |
| 等级 4 | 1/3 | 1/2 | 1/2 | 1 | 2 | 2 | 3 | 5 | 5 |
| 等级 5 | 1/4 | 1/3 | 1/2 | 1/2 | 1 | 2 | 2 | 4 | 5 |
| 等级 6 | 1/4 | 1/4 | 1/3 | 1/2 | 1/2 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| 等级 7 | 1/5 | 1/5 | 1/4 | 1/3 | 1/2 | 1/2 | 1 | 2 | 3 |
| 等级 8 | 1/7 | 1/7 | 1/5 | 1/5 | 1/4 | 1/3 | 1/2 | 1 | 3 |
| 等级 9 | 1/7 | 1/7 | 1/7 | 1/5 | 1/5 | 1/4 | 1/3 | 1/3 | 1 |

表格 11 判断矩阵

求解特征值，易解得特征值 $\lambda_{\max} = 9.3748$ ，且权重向量位：

$\omega_1 = (0.2839, 0.2092, 0.1501, 0.1140, 0.0848, 0.0636, 0.0441, 0.0298, 0.0206)^T$ ，由公式

$CI = \frac{\lambda_{\max} - n}{n - 1}$ （n 为矩阵维度）于是根据 $CR = \frac{CI}{RI}$ 计算得到 $CR = 0.0321 < 0.1$ 通过了一致性检验。

| n | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|----|---|---|------|------|------|------|------|------|------|------|
| RI | 0 | 0 | 0.58 | 0.90 | 1.12 | 1.24 | 1.32 | 1.41 | 1.45 | 1.49 |

表格 12 n 与 RI 的关系

• 得到如下关系：

| | 特征值法 | 几何平均法 | 算术平均法 |
|------|-------------|-------------|-------------|
| 等级 9 | 0.283871613 | 0.278972103 | 0.279972003 |
| 等级 8 | 0.209179082 | 0.211678832 | 0.206679332 |
| 等级 7 | 0.150084992 | 0.150884912 | 0.149785021 |
| 等级 6 | 0.113988601 | 0.115388461 | 0.114688531 |
| 等级 5 | 0.084791521 | 0.085391461 | 0.085991401 |
| 等级 4 | 0.063593641 | 0.063993601 | 0.065293471 |
| 等级 3 | 0.04409559 | 0.04479552 | 0.04539546 |
| 等级 2 | 0.02979702 | 0.02909709 | 0.03109689 |
| 等级 1 | 0.02059794 | 0.01979802 | 0.02109789 |

表格 13 归一化后的权值

根据归一化化后的权值以及主成分分析的 Q2 信用指标，可构建一元线性回归方程得到贷款年利率的等级划分。

| 分级 | 分级标准 |
|----|-----------------------|
| 0 | 信誉等级为 D 的企业 |
| 1 | $z^* < 0.1$ |
| 2 | $0.1 \leq z^* < 0.15$ |
| 3 | $0.15 \leq z^* < 0.2$ |
| 4 | $0.2 \leq z^* < 0.25$ |
| 5 | $0.25 \leq z^* < 0.3$ |
| 6 | $0.3 \leq z^* < 0.4$ |
| 7 | $0.4 \leq z^* < 0.5$ |
| 8 | $0.5 \leq z^* < 0.6$ |
| 9 | $z^* \geq 0.6$ |

表格 14 分级标准

5.2.2 目标规划资金分配模型的求解：

利用目标规划模型进行确定评级企业的贷款金额配置

• 符号说明：

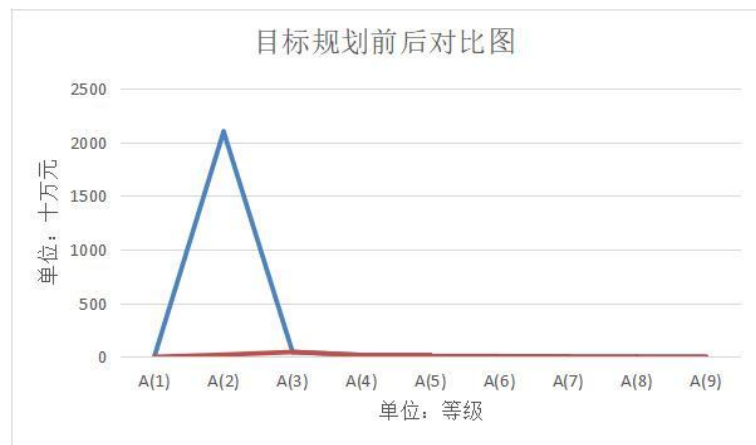
| 符号 | 符号名称 |
|----------|-------------------------|
| a_j | 第 j 个评级的最大分配贷款额 |
| b_i | 第 i 所银行的贷款配额 |
| c_{ij} | 第 i 所银行中评级 j 所对应的利息 |
| x_{ij} | 银行 i 配给评级 j 的贷款额 |

表格 15 符号说明

• 模型构建求解：

$$\max \sum_{i=1}^1 \sum_{j=1}^9 x_{ij}$$

$$s.t \begin{cases} \sum_{j=1}^9 x_{ij} = b_i, i = 1 \\ \sum_{i=1}^1 x_{ij} \leq a_j \end{cases}$$



图表 4

目标规划模型能有效地得出所需的最优解，作为最基础、核心的模型在规划问题中有着不可取代的地位。本题我们通过 AHP 评测分别赋予 9 个等级 0.4、0.6、0.8、0.9、0.1、0.11、0.12、0.13、0.15 的贷款利率，得到结果：在 1 亿限额下，赋予 9 个等级的企业贷款额度为：0、20、46、17、7、5、2、1、2（十万元）。经过企业的从业面筛查，我们发现主营工业的营业大部分位于低位等级，物流运输业信誉较为良好，医疗行业与 20 年之前发展没有太大起伏。

5.3 参考 k-score 模型的应用与主成分分析风险评估模型可靠性检验

由于本体研究对象为中小微企业，默认企业类型均为非上市公司，因此引用 Altman 针对非上市公司给出了修正的破产模型

$$Z = 1.0X_3 + 6.56X_1 + 3.26X_2 + 0.72X_4$$

$$X_1 = \text{净营资本} / \text{总资产} = (\text{流动资产} - \text{流动负债}) / \text{总资产}$$

$$X_2 = \text{留存收益} / \text{总资产}$$

其中,

$$X_3 = \text{息税前收益} / \text{总资产} = (\text{利润总额} + \text{财务费用}) / \text{总资产}$$

$$X_4 = \text{优先股和普通股市值} / \text{总负债} = (\text{股票市值} * \text{股票总数}) / \text{总负债}$$

$$\text{判断准则:} \begin{cases} Z < 1.81, \text{破产区;} \\ 1.81 \leq Z < 2.67, \text{灰色区;} \\ 2.67 < Z, \text{安全区;} \end{cases}$$

6. 问题三的模型建立与求解

6.1 数据预处理

由题意可得第三题是第二题的续写,考虑数据衍生,先对数据进行字段提取,考再虑用模糊匹配的方法,对企业类型进行分类,考虑数据的有限性。在此次模型中将数据分成了 5 类分别为:

| 代号 | 名称 | 说明 |
|----|-------|------------------|
| 1 | 生活类 | 含文化与娱乐传播业、食品业 |
| 2 | 城建类 | 建筑业、制造业、房地产、交通运输 |
| 3 | 医疗类 | |
| 4 | 电子类 | 电子商务与远程办公 |
| 5 | 个体经营类 | |

表格 16 企业形式

6.2 考虑突发因素对各行业的影响

对于外在因素对行业的影响的考虑,行业的股票指数在一定程度上反映了整个行业在大经济环境下的业绩表现。构造 CAPM 的虚拟变量模型实行检验

考虑影响因素由如下:

A0 疫情因素

今年国民经济受新冠疫情因素影响出现了较为明显的波动,但对类似餐饮业的负面影响而言,新冠疫情对医疗保健行业起着正向影响的作用。考虑新冠肺炎对各行业的影响,及

A1 自然环境因素

考虑洪涝因素等影响,各行业具有经济波动,例如今年的大型洪涝灾害严重的遏制了我国农业的发展,给我国国民生产总值造成了重创。

A2 政府及法律因素

政府的政策调整,既可能抑制行业的发展,也可能促进行业的扩张,以“一带一路”的政策为例,度量政府决策对各行业发展的影响。

6.3 符号说明及 CAPM 模型建立

· 符号说明

| 符号 | 符号名称 |
|-----------------|--|
| P_{it} | 第 i 只股票第 t 日收盘价格 |
| P_{Mt} | 第 t 日深圳成指收盘价格 |
| r_{Et} | 医疗股指的日收益 |
| r_{Mt} | 市场指数日收益 |
| D_i | 虚拟变量(有 SARS 影响时为 1, 其他时为 0) |
| α | 待估系数, 截距项 |
| β | 待估系数, 即为 CAPM 中的 “ β ” 系数(用以衡量个股(板块)的系统风险) |
| γ | 待估系数, SARS 对医疗业的影响系数 |
| ε_t | 扰动项 |
| r_f | 无风险利率 |
| r_M | 市场指数收益 |

表格 17 符号说明

计算过程考虑新增股和个股的权重调整, 具体表达式为:

$$P_{Et} = \frac{\sum_i P_{it}}{\sum_i 1} \quad r_{Et} = \ln \frac{P_{Et}}{P_{Et-1}} \quad r_{Mt} = \ln \frac{P_{Mt}}{P_{Mt-1}}$$

模型建立如下

$$r_E - r_f (r_E - r_f)_t = \alpha + \beta (r_M - r_f)_t + \gamma D_t + \varepsilon_t$$

$$D_t = \begin{cases} 0, & t \text{ 处于新冠爆发前5个月} \\ 1, & t \text{ 处于新冠期间} \end{cases}$$

于网易财经网站先后收集了多只医药股 2020 疫情期间的数据, 包括: 中国医药、上海医药、南京医药、英特集团、华海药业、圣济堂等。取其每日股指均值, 做带有虚拟变量的多元线性回归分析, 结果如下表:

| 待估系数 | 所得值 |
|----------|--------|
| α | 0.0038 |
| β | 0.3843 |
| γ | 7.2307 |

分析: 在方程中 D_t 为虚拟变量, 则 γ 可作为分析的重点, 有结果可以看

出 γ 显著异于0,这说明新冠疫情对医药行业的发展影响深远。我们同样对旅游领域的数据进行分析,发现新冠疫情对旅游行业持有较大负向影响。由于医疗企业的信誉度长久以来趋于平稳,处于较高位置,可以预期银行对于企业进行贷款评估时,会更加侧重向医疗领域的企业放款。

7. 参考文献

- [1]王立霞,李昊.我国中小企业资信评估体系的构建及其实证检验[J].吉林化工学院学报,2019,36(06):86-92.
- [2]崔和瑞,黄洁.商业银行信贷风险模糊综合评价研究[J].经济研究导刊,2011(07):73-76.
- [3]司守奎,孙兆亮.《数学建模算法与应用》第二版
- [4]桑朝阳,孙红芹.基于风险与收益匹配原则的商业银行中小企业客户信贷资产配置模型研究[J].金融发展研究,2011(06):63-65.
- [5]邹宇庭,郑晓练,缪旭晖,谭忠.SARS传播的数学原理及预测与控制[J].工程数学学报,2003,20(07):29-34.

8. 附录

1. %%代码多元回归分析

```
clc,clear
load stock.mat
yiyao = flipud(yiyao);
dapan = flipud(dapan);
re = [];
rm=[];
for i =1:83
    a =log(yiyao(i+1)/yiyao(i));
    b=log(dapan(i+1)/dapan(i));
    re = [re;a];
    rm = [rm;b];
end
aba = aba(1:83,:);
y=re
x1=rm
x2=aba
X=[ones(size(y)),x1,x2];
[b,bint,r,rint,stats]=regress(y,X)
```

2. %%AHP

```
clear;clc
disp('请输入判断矩阵 A: ');
A = input('判断矩阵 A=')
A = [1 2 3 3 4 4 5 7 7;
    1/2 1 2 2 3 4 5 7 7 ;
    1/3 1/2 1 2 2 3 4 5 7;
    1/3 1/2 1/2 1 2 2 3 5 5;
    1/4 1/3 1/2 1/2 1 2 2 4 5;
    1/4 1/4 1/3 1/2 1/2 1 2 3 4;
    1/5 1/5 1/4 1/3 1/2 1/2 1 2 3;
    1/7 1/7 1/5 1/5 1/4 1/3 1/2 1 3;
    1/7 1/7 1/7 1/5 1/5 1/4 1/3 1/3 1]
```

%方法一：算术平均分求解权重

```
sum_A1 = sum(A)
[n,n] = size(A)
SUM_A1 = repmat(sum_A1,n,1)
clc;A
SUM_A1
ST_A = A./SUM_A1
sum(ST_A,2)
disp('算术平均法求权重的结果为: ');
```

```

disp(sum(ST_A,2)/n)
%几何平均法求权重
clc;A
product_A1 = prod(A,2)
product_A = product_A1.^(1/n)
disp('几何平均法求权重的结果为: ');
disp(product_A./sum(product_A))
%特征值法求权重
clc;A
[V,D] = eig(A)
eig_A = max(max(D))
D == eig_A
[r,c] = find(D == eig_A ,1)
V(:,c)
disp('特征值法求权重的结果为: ');
disp(V(:,c)./sum(V(:,c)))
%计算一致性比例 CR
clc;A
CI = (eig_A - n)/(n - 1)
RI = [0 0 0.52 0.89 1.12 1.26 1.36 1.41 1.46 1.49 1.52 1.54 1.56 1.58
1.59]
CR = CI/RI(n)
if CR < 0.10
    disp('因为 CR<0.10, 所以该判断矩阵 A 的一致性可以接受! ');
else
    disp('注意: CR>=0.10, 因此该判断矩阵 A 需要进行修改! ');
end
3.%%附表 2 销量预测代码
clc,clear
load fubiao2xiao.mat
jidu_size = length(jidu);
res = [];
zanshi = [];
t = jidu(1);
sum = money(1);
n = name(1);
for i = 2: jidu_size
    if name(i) == n
        if jidu(i) == t
            sum = sum + money(i);
        else
            zanshi = [zanshi sum];
            t = jidu(i);
            sum = money(i);
        end
    end
end

```

```

        end
    else
        zanshi = [zanshi sum];
        zanshi = [zanshi, zeros(1,13-length(zanshi))];
        res = [res; zanshi];
        zanshi = [];
        n = name(i);
        t = jidu(i);
        sum = money(i);
    end
end
end
zanshi = [zanshi sum];
zanshi = [zanshi, zeros(1,13-length(zanshi))];
res = [res; zanshi];

4.%%主成分分析
clc,clear
load zhuchengfen_sum.mat
Chongpiao = 0 - Chongpiao;
Weiyue = 0 - Weiyue;
first1 = [Liudongzichan ALLprofit Sellprofitrate ProfitandDebt
Liudongrate Alltax Taxrate Predict Positiverate Chongpiao credit
Weiyue];
first = first1(10:123,:);
stard_data = zscore(first);

relevent_data = corrcoef(first);
[major_xishu,value,contribute_rate] = pcacov(relevent_data);
add_contribute = cumsum(contribute_rate);
a_data = size(major_xishu,1);
f_data = repmat(sign(sum(major_xishu)),a_data,1);
major_xishu2 = major_xishu.*f_data;
num = 4;
score_data = stard_data * contribute_rate(: 1:num);
finalscore = score_data * contribute_rate(1:num)/100;

5.%%聚类分析代码\
clc,clear
load data1.mat
data1 = zscore(data1);
yy = pdist(data1);
j1 = linkage(yy,'average');
draw = dendrogram(j1);
set(draw,'Color','k','LineWidth',1.3)
for k = 5:20

```

```

fprintf('划分成%d类的结果如下:\n',k)
T = cluster(jl,'maxclust',k);
for i = 1:k
    ffm = find(T == i);
    ffm = reshape(ffm,1,length(ffm));
    fprintf('第%d类的有%s\n',i,int2str(ffm));
end
if k == 20
    break
end
End
6.%%利润进项
clc,clear
load jinsell.mat
all_s = length(year);
time = year(1);
n = name(1);
sum = money(1);
res = [];
zanshi = [];
for i = 2: all_s
    if name(i) == n
        if year(i) == time
            sum = sum + money(i);
        else
            zanshi = [zanshi sum];
            time = year(i);
            sum = money(i);
        end
    else
        zanshi = [zanshi sum];
        zanshi = [zanshi, zeros(1,4-length(zanshi))];
        res = [res; zanshi];
        zanshi = [];
        n = name(i);
        time = year(i);
        sum = money(i);
    end
end
zanshi = [zanshi sum];
zanshi = [zanshi,zeros(1,4-length(zanshi))];
res = [res;zanshi];

res_profit_jin = res(:,1:3);

```

7. %%枚举代码 C++

```
#include <iostream>
#include <stdio.h>
#include <string>
using namespace std;
long double F[30][100]= {0.0}; //F = RY = 0.01*Y+C[i]+PD[i]*Y; 用于存储结果
double PD[9]={0,0,0,0.125,0.023,0,0.1,0,0};
double
C[9]={241389.7,7144.0,2146.3,670.25,217.1,735.02,190.65,999.77,
4750.2};
long double
Ar[28]={0.094574126,0.135727183,0.224603354,0.302038102,0.3473
15668,0.413471177,0.447890973,0.497634453,0.511096612,0.5733930
87,0.609492115,0.652944774,

0.667541843,0.694779921,0.708302023,0.731275401,0.775091405,0.
798227368,0.790527266,0.815196986,0.814421029,0.854811097,0.87
0317343,0.871428085,0.885925945,
0.874434682,0.902725909,0.922060687};
long double
Br[28]={0.066799583,0.13505206,0.20658008,0.276812293,0.302883
401,0.370215852,0.406296668,0.458295295,0.508718692,0.54440883
7,0.548493958,

0.588765696,0.625764576,0.635605146,0.673527424,0.696925431,0.
705315993,0.742936326,0.776400729,0.762022595,0.791503697,0.81
4998933,

0.822297861,0.835301602,0.845747745,0.842070844,0.868159536,0.
885864919};
long double
Cr[28]={0.068725306,0.122099029,0.181252146,0.263302863,0.2901
89098,0.34971559,0.390771683,0.45723807,0.492660433,0.51366023
9,0.530248706,

0.587762408,0.590097045,0.642993656,0.658839416,0.696870573,0.
719103552,0.711101237,0.750627656,0.776816043,0.784480512,0.79
5566274,0.820051434,0.832288422,

0.844089875,0.836974326,0.872558957,0.895164739};
int Apeople[9] = {1,2,4,8,2,0,6,2,2};
int Bpeople[9]= {0,3,5,17,3,0,3,1,6};
int Cpeople[9] = {0,0,6,19,6,2,1,0,0};
```



```

double s = 0.0425;
int n=0;
int maxlen = 0;
double Rmax = 0.0425;

int main()
{
    double cc = C[0]/100;
        // Z = 0.01*Y+C[i]+PD[i]*Y-Y*
    double Y;
    for(int i=0;i<28;i++,s=s+0.004)
    {
        for(int j=10;j<=100;j=j+1)
        {
            Y = j;
            F[i][j]=
0.01*Y+cc+PD[0]*Y-Y*s*(Ar[i]*Apeople[0]+Br[i]*Bpeople[0]+Cr[i]
*Cpeople[0])+s*Y;
        }

    }
    long double M = F[0][10];
    int Y_fit = 10;
    int len;
    for(int i=0;i<28;i++)
    {

        for(int j=10;j<=100;j =j+1)
        {
            n++;
            cout<<F[i][j]<<endl;
            if(M<F[i][j])
            {
                M = F[i][j];
                len = i;
                Rmax = 0.0425+0.004*i;
                Y_fit = j;
            }
        }
    }
    cout<<len<<"\n";
    cout<<Rmax<<endl;
}

```

```

printf("银行获利最大且风险损失最小的年利率为: %lf\n",Rmax);
printf("银行允许放贷的额度为: %d\n",Y_fit);

return 0;
}

```

8. Lingo 目标规划

```

models:
sets:
bank/1/:b;
customer/1..9/:a;
routes(bank,customer):c,x;
endsets
data:
b = 100;
a = 12 2100 46 17 7 5 2 1 2;
c = 0.04 0.06 0.08 0.09 0.10 0.11 0.12 0.13 0.15
enddata
max = @sum(routes:c*x);
@for(bank(i):@sum(customer(j):x(i,j)) = b(i));
@for(customer(j):@sum (bank(i):x(i,j))<a(j));
end

```