多目标优化的ZDT基准问题详细介绍（最全概括）

街灯下的哥斯拉 2021-01-17 13:38:59 2399 收藏 27 版权

分类专栏： 论文陪读

ZDT

简介

ZDT问题集根据下面过程构建：

$$\min f_1(x)$$

$$\min f_2(x) = g(x)\, h(f_1(x), g(x))$$

其中都是两个目标的优化问题，共有6个具体实例

1.ZDT1

ZDT1有30个决策变量，其定义如下：

$$f_1(x) = x_1$$

$$g(x) = 1 + \frac{9}{n-1} \sum_{i=2}^{n} x_i$$

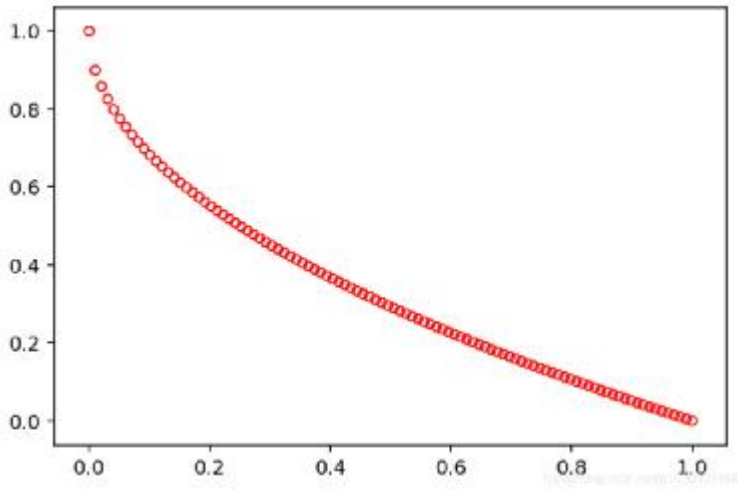
$$h(f_1, g) = 1 - \sqrt{f_1/g}$$

$$0 \le x_i \le 1 \quad i = 1, \ldots, n$$

最优情况下，决策变量的值为：

$$0 \le x_1^* \le 1 \quad \text{and} \quad x_i^* = 0 \text{ for } i = 2, \ldots, n$$

其Pareto Front是个凸集：



2.ZDT2

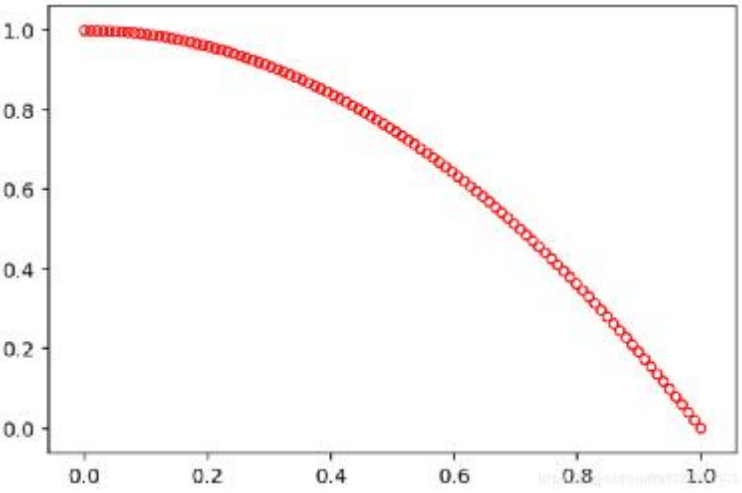
ZDT2也有30个决策变量，其定义如下：

$$
\begin{aligned}
f_1(x) &= x_1 \\
g(x) &= 1 + \frac{9}{n-1}\sum_{i=2}^{n} x_i \\
h(f_1, g) &= 1 - (f_1/g)^2 \\
0 \le x_i &\le 1 \quad i = 1, \ldots, n
\end{aligned}
$$

最优情况下，决策变量的值为：

$$0 \le x_1^* \le 1 \quad \text{and} \quad x_i^* = 0 \text{ for } i = 2, \ldots, n$$

其Pareto Front是个非凸集：



3.ZDT3

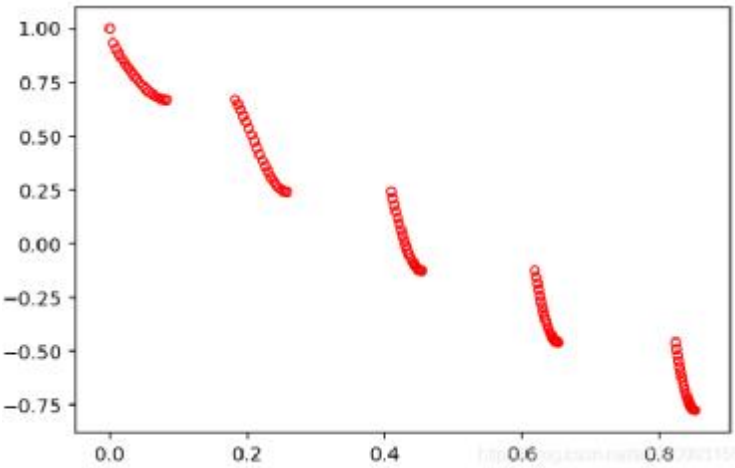
ZDT3也有30个决策变量，其定义如下：

$$
\begin{aligned}
f_1(x) &= x_1 \\
g(x) &= 1 + \frac{9}{n-1}\sum_{i=2}^{n} x_i \\
h(f_1, g) &= 1 - \sqrt{f_1/g} - (f_1/g)\ \sin(10\pi f_1) \\
0 \le x_i &\le 1 \quad i = 1, \ldots, n
\end{aligned}
$$

最优情况下，决策变量的值为：

$$
\begin{aligned}
0 \le x_1^* &\le 0.0830 \\
0.1822 \le x_1^* &\le 0.2577 \\
0.4093 \le x_1^* &\le 0.4538 \\
0.6183 \le x_1^* &\le 0.6525 \\
0.8233 \le x_1^* &\le 0.8518 \\
x_i^* &= 0 \text{ for } i = 2, \ldots, n
\end{aligned}
$$

其Pareto Front是个非连接集：



4.ZDT4

ZDT4有10个决策变量，其定义如下：

$$f_1(x) = x_1$$

$$g(x) = 1 + 10(n-1) + \sum_{i=2}^{n}(x_i^2 - 10\cos(4\pi x_i))$$

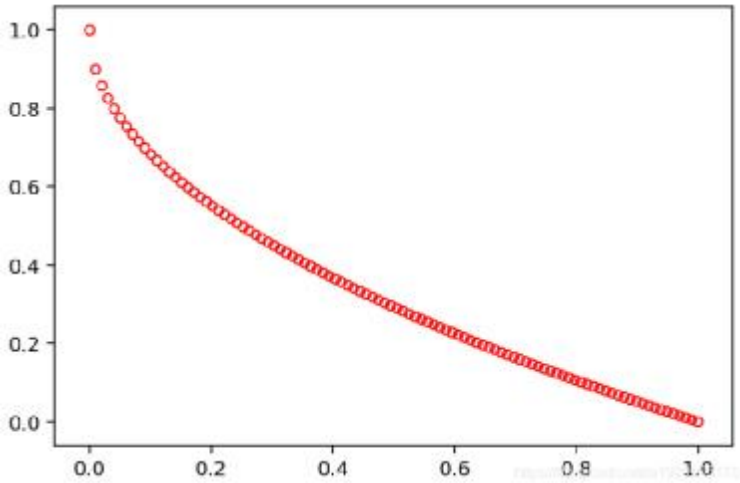
$$h(f_1, g) = 1 - \sqrt{f_1/g}$$

$$0 \le x_1 \le 1$$
$$-10 \le x_i \le 10 \quad i = 2, \ldots, n$$

最优情况下，决策变量的值为：

$$0 \le x_1^* \le 1 \quad \text{and} \quad x_i^* = 0 \text{ for } i = 2, \ldots, n$$

其Pareto Front是个凸集：



5.ZDT5

ZDT5中变量用2进制编码，共11个决策变量，其中x1用30位编码，其余都用5位编码，值得注意的是，目标函数g(x)具有欺骗性，因为目标函数最小值是由x2-x11全部为5构成，但搜索过程中越靠近5，目标函数越大。其定义如下：

$$f_1(x) = 1 + u(x_1)$$

$$g(x) = \sum_{i=2}^{n} v(u(x_i))$$

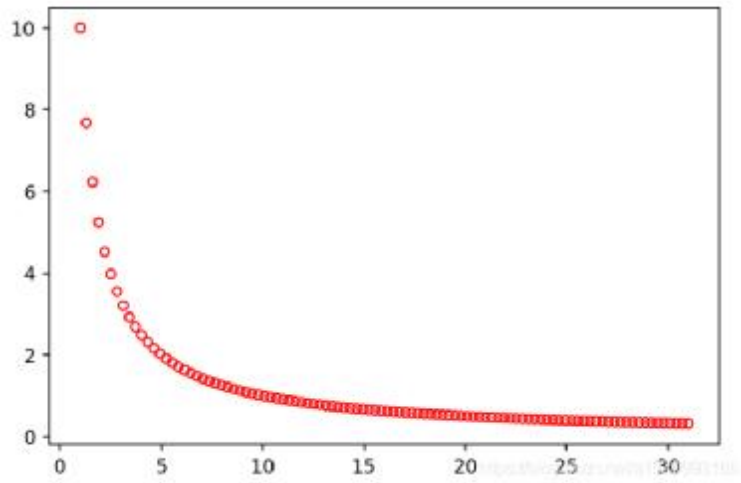
$$v(u(x_i)) = \begin{cases} 2 + u(x_i) & \text{if } u(x_i) < 5 \\ 1 & \text{if } u(x_i) = 5 \end{cases}$$

$$h(f_1, g) = 1/f_1(x)$$

最优情况下，决策变量的值为：

$$0 \leq u(x_1^*) \leq 30 \quad \text{and} \quad u(x_i^*) = 5 \text{ for } i = 2, \ldots, n$$

其Pareto Front是个凸集：



6.ZDT6

ZDT6有10个决策变量，其定义如下：

$$f_1(x) = 1 - \exp(-4x_1)\sin^6(6\pi x_1)$$

$$g(x) = 1 + 9\left[\left(\sum_{i=2}^{n} x_i\right)/9\right]^{0.25}$$

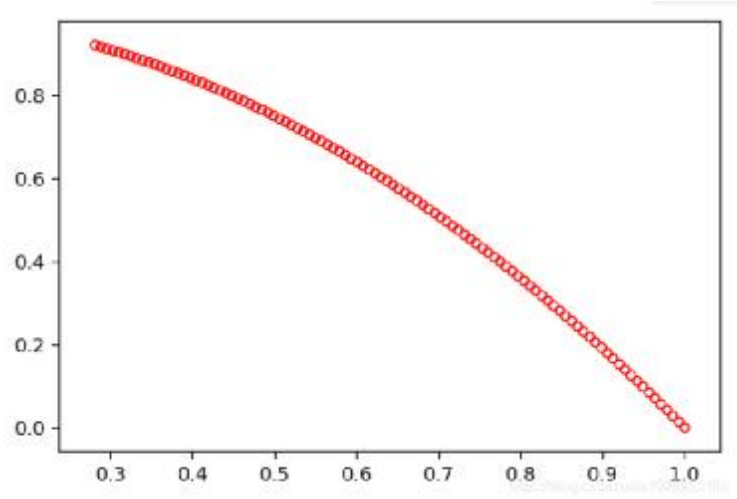
$$h(f_1, g) = 1 - (f_1/g)^2$$

$$0 \leq x_i \leq 1 \quad i = 1, \ldots, n$$

最优情况下，决策变量的值为：

$$0 \leq x_1^* \leq 1 \quad \text{and} \quad x_i^* = 0 \text{ for } i = 2, \ldots, n$$

其Pareto Front是个密度分布不均匀的非凸集：



返回受约束的多目标优化问题优秀论文及总结目录

多目标优化ZDT1到ZDT4系列的全部真实帕累托解_MATLAB 01-19
多目标优化算法测试函数

ZDT1测试函数TXT版 06-01
进化算法经常用到的测试函数，写论文做实验会经常用到，也是被业界普遍认同的实验函数，保证你的实验结…

相关推荐

更多相似内容

多目标优化的DTLZ基准问题详细介绍(最全概括)_未来纪元... 7-22
定义如下: 最优情况下: 对于所有的x i ∈ x M , x i = 0 x_i∈x_M,x_i=0xi∈xM,xi=0 Pareto front: 返回受约束的多…

多目标优化问题概述_徐奕的专栏 8-28
图片不清楚请看多目标问题详解:多目标问题详解 更多内容访问omegaxyz.com 定义:若干冲突或相互影响条件…

多目标优化算法(二)MOEAD（python版） 10-12
本资源为MOEAD的python代码，实验问题为ZDT1,ZDT2,ZDT3,ZDT6,DTLZ1,DTLZ2，实验结果和文档见上一…

带约束的多目标优化的OSY问题详细介绍（最全概括） 未来纪元 125
OSY Osyczka and Kundu(OSY)问题有6个决策变量，其具体定义如下：最优情况下可行域由5个相连的子区域…

多目标优化(一)简单的 NSGA-II_简小权的博客 8-21
GA更新方式公式用到的参数 %% 测试ZDT1函数,参数如下: f_num = 2; % 目标函数个数 x_num = 30; % 决策…

NSGA-3优化算法介绍及案例实现(三个测试函数DTLZ1、DTLZ2和DTLZ3) 7-2
多目标优化的DTLZ基准问题详细介绍(最全概括) 多目标测试函数 本博客以其中三个测试函数为例DTLZ1…

常见的新算法的标准测试函数 剑云的博客 1万+
标准测试函数相关详细介绍请参考测试函数集：http://www.sfu.ca/~ssurjano/index.html。目录 1、优化测试问…

常见测试函数 千寻的博客 2万+
CEC上有很多这类函数，但是国内好像访问不了。但是可以百度得到，这里总结一些：这个链接有更详细的函…

多目标zdt测试问题—moead、nsga2、spea2算法_ra224的博客 8-6
num_geti = 100; num_x = 30; num_shidai = 500; global p_t; global q_t; global r_t; global F; global rank; globa…

多目标优化中常用的进化算法简介及原论文（最全概括） 未来纪元 430
多目标优化中常用的进化算法介绍及原论文（最全概括） 1.NSGA-II: Non-dominated Sorting Genetic Algorith…

多目标优化算法(二)MOEAD（C语言版） 10-23
本资源为MOEAD的C语言代码，实验问题为ZDT1,ZDT2,ZDT3,ZDT6,DTLZ1,DTLZ2。

多目标优化问题和遗传算法学习笔记 qq_39578356的博客 1125
@多目标优化问题和遗传算法学习笔记 多目标优化问题和遗传算法学习笔记你好！ 这是你第一次使用 Markdo…

Mybatis PageHelper分页遇到的坑，莫名其妙的增加了limit？ Wcybaonier 674
背景在使用Mybatis分页插件PageHelper的时候我相信或多或少都会遇到这样的问题，明明没有分页的语句执…

遗传算法目标函数真实ZDT(1-6)DTLZ(1-7)前沿面 04-18
包含了遗传算法目标函数真实ZDT(1-6)DTLZ(1-7)前沿面，亲自用过，txt文件

什么是CICD — Penn Li的博客 20万+
什么是CICD一、简介二、持续集成（CI）三、持续交付（CD）四、持续部署（CD）五、下一步是什么？一、…

NSGA-Ⅱ算法C++实现（测试函数为ZDT1） — zhenaoxi1077的博客 1637
别人的代码，整理了一下，可以直接运行的。 NSGA-Ⅱ算法C++实现（测试函数为ZDT1）: 原文代码链接：ht…

非常使用的 基于geohash 找最近位置java代码 — 03-12
非常使用的 基于geohash 找一定范围内的 最近位置java代码

热门文章

C++中INT_MAX的使用 8844
2.6if.norm()函数 6284
6.2016年国赛A题"系泊系统的设计" 2783
带约束的多目标优化进化算法综述 2520
PAT出现运行超时怎么办 2432

分类专栏

Deep Learning 24篇
我的智慧生物 2篇
博客目录 9篇
论文阅读 43篇
每周计划 19篇
IELTS雅思口语笔记 10篇

最新评论

好用的多目标优化，贝叶斯优化，带约束…
avavabella: moea里geatpy2, Platypus, BO里GPopt也是比较好用的框架

20.2009年国赛B题"眼科病床的合理安排"
街灯下的哥斯拉: PPT

20.2009年国赛B题"眼科病床的合理安排"
weixin_45637232: 好哥哥这些表格用什么软件做的

多目标优化的ZDT基准问题详细介绍（最…
weixin_43408467: 如果把目标函数换为二分类器的TPR和FPR如何

Simple and Scalable Predictive Uncertai…
John Zhuang: 不错的文章，受益匪浅，欢迎回访！

您愿意向朋友推荐"博客详情页"吗？

最新文章

脑神经科学

累积最大奖励指标(Cumulative Max Reward)含义

免费学习机器学习和深度学习的源码，学习笔记和框架分享

2021

09月	07月	06月	05月
2篇	8篇	2篇	12篇
04月	03月	02月	01月
9篇	21篇	2篇	18篇

2020年 236篇　　2019年 16篇

目录

(2条消息) 常见的新算法的标准测试函数_剑云的博客-CSDN博客_zdt测试函数

标准测试函数相关详细介绍请参考测试函数集：http://www.sfu.ca/~ssurjano/index.html。

目录

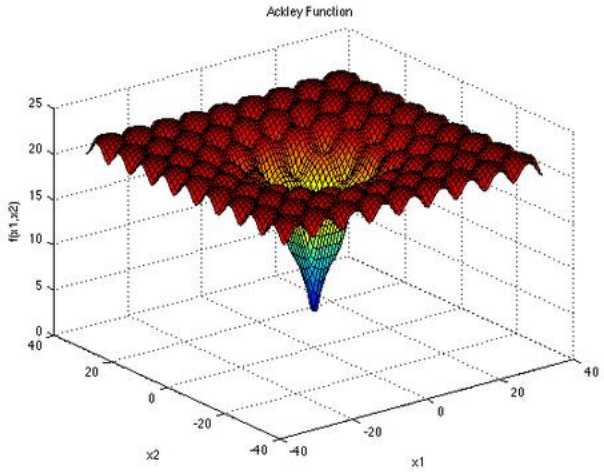
测试函数一般分类大概分为以下9个大类

1、优化测试问题【Optimization Test Problems】

1）许多局部极小值 【Many Local Minima】

1.阿克力函数【Ackley Function】

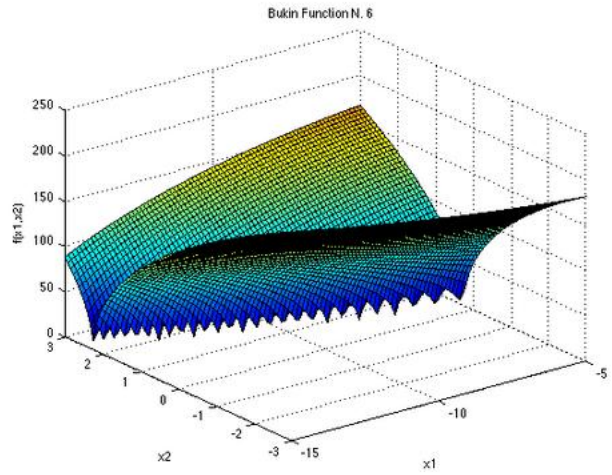
ACKLEY FUNCTION



$$f(\mathbf{x}) = -a\exp\left(-b\sqrt{\frac{1}{d}\sum_{i=1}^{d}x_i^2}\right) - \exp\left(\frac{1}{d}\sum_{i=1}^{d}\cos(cx_i)\right) + a + \exp(1)$$

2.bukin函数【Bukin Function N. 6】

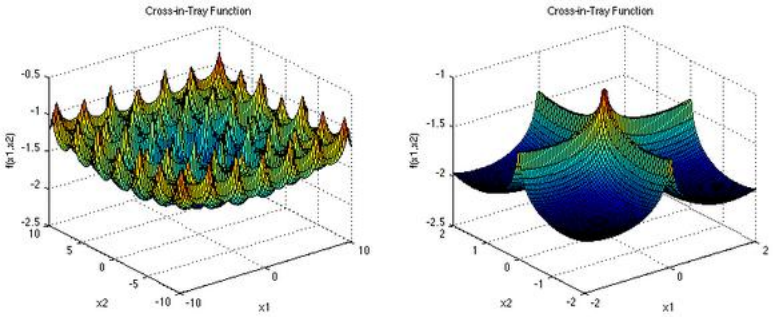
BUKIN FUNCTION N. 6



$$f(\mathbf{x}) = 100\sqrt{|x_2 - 0.01x_1^2|} + 0.01|x_1 + 10|$$

3.交叉进纸盘函数【Cross-in-Tray Function】

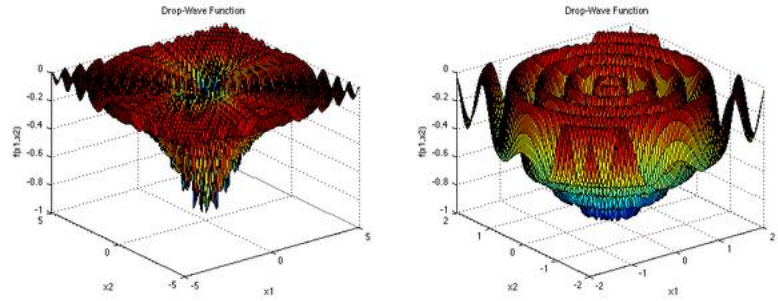
CROSS-IN-TRAY FUNCTION



$$f(\mathbf{x}) = -0.0001\left(\left|\sin(x_1)\sin(x_2)\exp\left(\left|100 - \frac{\sqrt{x_1^2 + x_2^2}}{\pi}\right|\right)\right| + 1\right)^{0.1}$$

4.滴波函数【Drop-Wave Function】

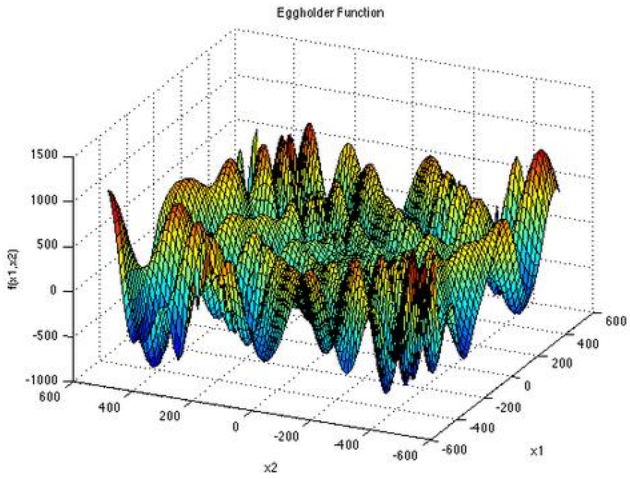
DROP-WAVE FUNCTION



$$f(\mathbf{x}) = -\frac{1 + \cos\left(12\sqrt{x_1^2 + x_2^2}\right)}{0.5(x_1^2 + x_2^2) + 2}$$

5.茄子架函数【Eggholder Function】

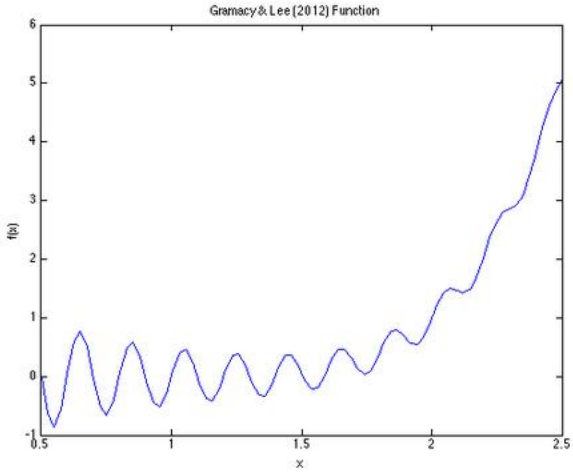
EGGHOLDER FUNCTION



$$f(\mathbf{x}) = -(x_2 + 47)\sin\left(\sqrt{\left|x_2 + \frac{x_1}{2} + 47\right|}\right) - x_1\sin\left(\sqrt{|x_1 - (x_2 + 47)|}\right)$$

6.Gramacy&Lee（2012）函数【Gramacy & Lee (2012) Function】

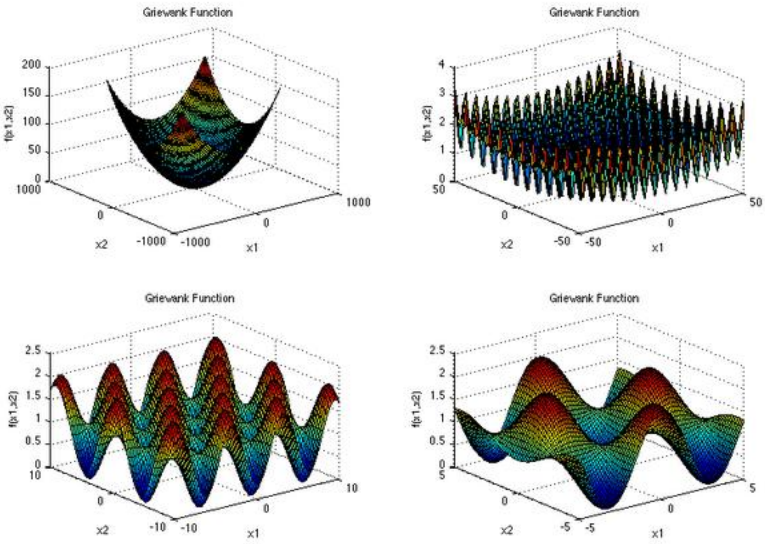
GRAMACY & LEE (2012) FUNCTION



$$f(x) = \frac{\sin(10\pi x)}{2x} + (x-1)^4$$

7.格栅函数【Griewank Function】

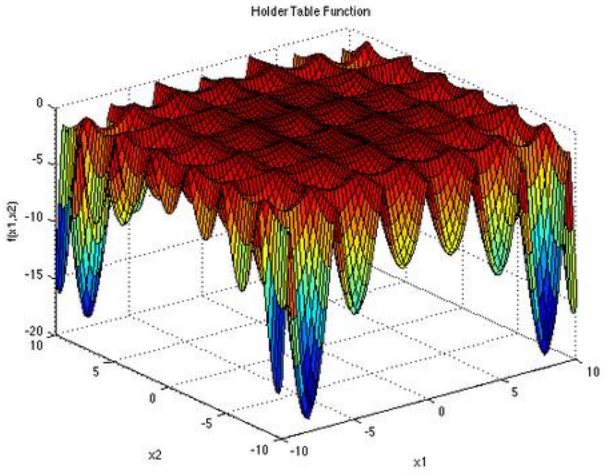
GRIEWANK FUNCTION



$$f(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{d} \frac{x_i^2}{4000} - \prod_{i=1}^{d} \cos\left(\frac{x_i}{\sqrt{i}}\right) + 1$$

8.支架台函数【Holder Table Function】

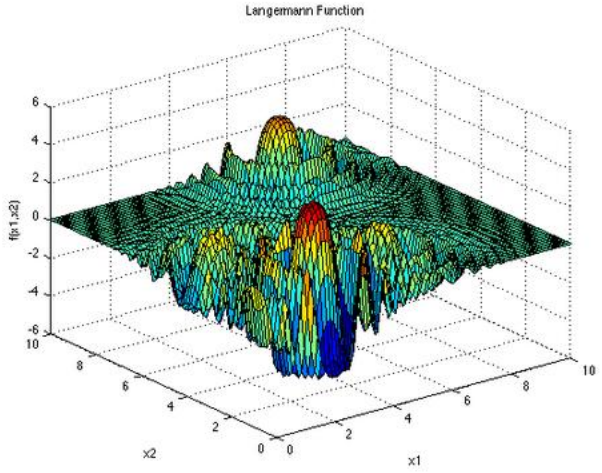
HOLDER TABLE FUNCTION



$$f(\mathbf{x}) = -\left| \sin(x_1)\cos(x_2)\exp\left(\left|1 - \frac{\sqrt{x_1^2 + x_2^2}}{\pi}\right|\right)\right|$$

9.朗格曼函数【Langermann Function】

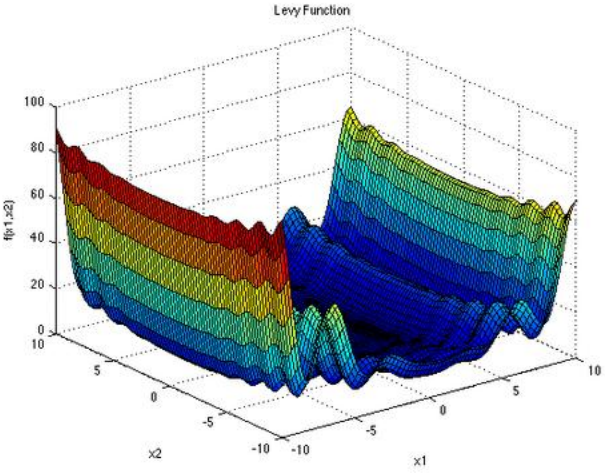
LANGERMANN FUNCTION



$$f(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{m} c_i \exp\left(-\frac{1}{\pi}\sum_{j=1}^{d}(x_j - A_{ij})^2\right)\cos\left(\pi\sum_{j=1}^{d}(x_j - A_{ij})^2\right)$$

10.征收函数【Levy Function】

LEVY FUNCTION

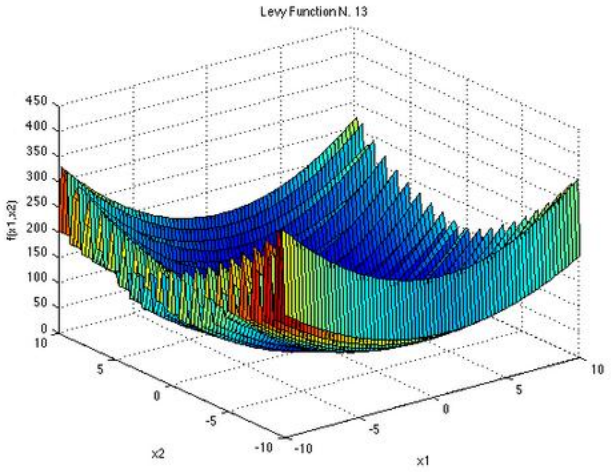


$$f(\mathbf{x}) = \sin^2(\pi w_1) + \sum_{i=1}^{d-1}(w_i - 1)^2\left[1 + 10\sin^2(\pi w_i + 1)\right] + (w_d - 1)^2\left[1 + \sin^2(2\pi w_d)\right], \text{ where}$$

$$w_i = 1 + \frac{x_i - 1}{4}, \text{ for all } i = 1, \ldots, d$$

11.征费函数13【Levy Function N. 13】

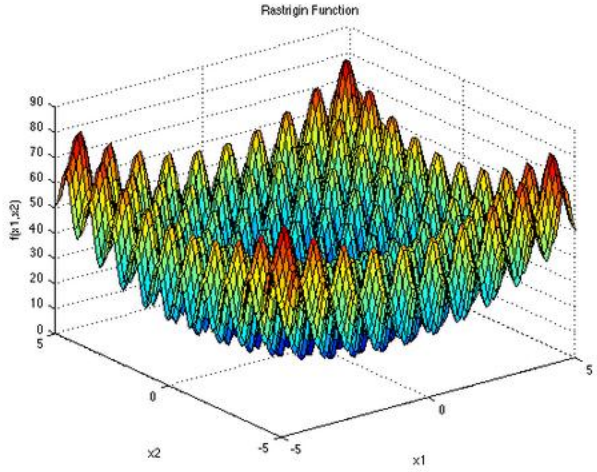
LEVY FUNCTION N. 13



$$f(\mathbf{x}) = \sin^2(3\pi x_1) + (x_1 - 1)^2 \left[1 + \sin^2(3\pi x_2)\right] + (x_2 - 1)^2 \left[1 + \sin^2(2\pi x_2)\right]$$

12.rastrigin函数【Rastrigin Function】

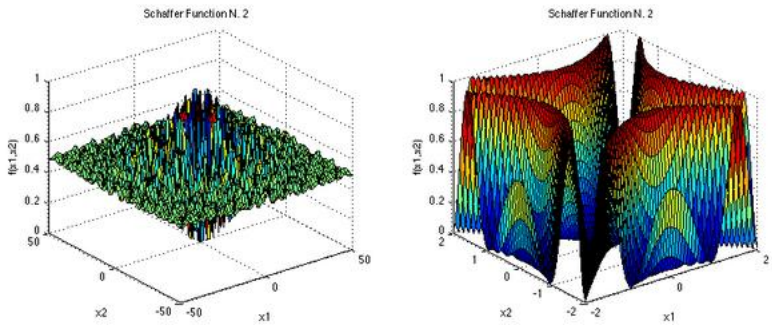
RASTRIGIN FUNCTION



$$f(\mathbf{x}) = 10d + \sum_{i=1}^{d} \left[x_i^2 - 10\cos(2\pi x_i)\right]$$

13.Schaffer函数n.2【Schaffer Function N. 2】

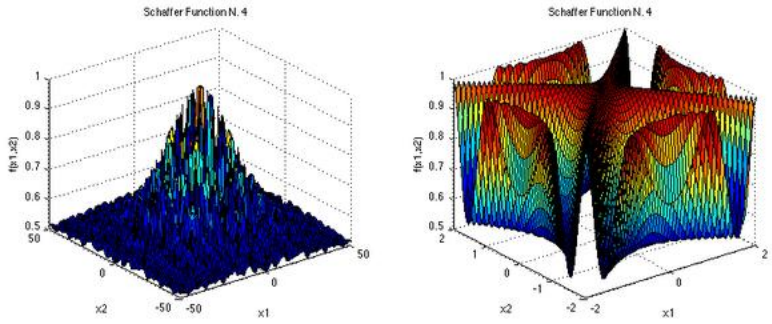
SCHAFFER FUNCTION N. 2



$$f(\mathbf{x}) = 0.5 + \frac{\sin^2(x_1^2 - x_2^2) - 0.5}{[1 + 0.001(x_1^2 + x_2^2)]^2}$$

14.Schaffer函数n.4【Schaffer Function N. 4】

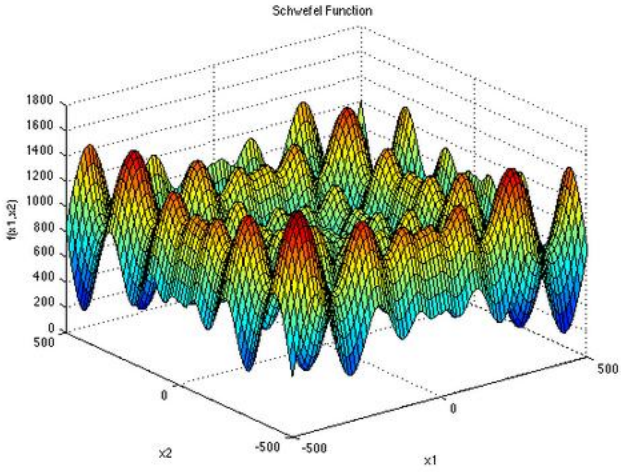
SCHAFFER FUNCTION N. 4



$$f(\mathbf{x}) = 0.5 + \frac{\cos\left(\sin(|x_1^2 - x_2^2|)\right) - 0.5}{\left[1 + 0.001(x_1^2 + x_2^2)\right]^2}$$

15.Schwefel函数【 Schwefel Function】

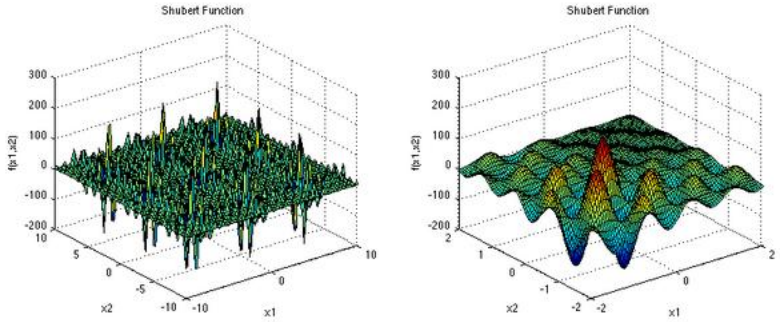
SCHWEFEL FUNCTION



$$f(\mathbf{x}) = 418.9829d - \sum_{i=1}^{d} x_i \sin(\sqrt{|x_i|})$$

16.舒伯特函数【Shubert Function】

SHUBERT FUNCTION



$$f(\mathbf{x}) = \left(\sum_{i=1}^{5} i\cos((i+1)x_1 + i)\right)\left(\sum_{i=1}^{5} i\cos((i+1)x_2 + i)\right)$$

2）碗状【Bowl-Shaped】

17.Bohachevsky Functions

18.Perm Function 0, d, β

19.Rotated Hyper-Ellipsoid Function

20.Sphere Function

21.Sum of Different Powers Function

22.Sum Squares Function

23.Trid Function

3）板状【Plate-Shaped】

24.Booth Function

25.Matyas Function

26.McCormick Function

27.Power Sum Function

28.Zakharov Function

4）山谷状【Valley-Shaped】

29.Three-Hump Camel Function

30.Six-Hump Camel Function

31.Dixon-Price Function

32.Rosenbrock Function

5）陡峭的山脊/瀑布 【Steep Ridges/Drops】

33.De Jong Function N. 5

34.Easom Function

35.Michalewicz Function

6）其他【Other】

36.Beale Function

37.Branin Function

38.Colville Function

39.Forrester et al. (2008) Function

40.Goldstein-Price Function

41.Hartmann 3-D Function

42.Hartmann 4-D Function

43.Hartmann 6-D Function

44.Perm Function d, β

45.Powell Function

46.Shekel Function

47.Styblinski-Tang Function

2、仿真/预测测试问题【Emulation/Prediction Test Problems】

1） Physical Models

1. Borehole Function
2. MARTHE Dataset
3. OTL Circuit Function
4. Piston Simulation Function
5. Robot Arm Function
6. Wing Weight Function

2） Qualitative and Quantitative Inputs

1. Han et al. (2009) Function
2. Qian et al. (2008) Function
3. Zhou et al. (2011) Function

3） Trigonometric

1. Branin Function
2. Cheng & Sandu (2010) Function
3. Currin et al. (1988) Sinusoidal Function
4. Forrester et al. (2008) Function
5. Friedman Function
6. Gramacy & Lee (2009) Function
7. Gramacy & Lee (2012) Function
8. Higdon (2002) Function
9. Higdon (2002) and Gramacy & Lee (2008) Function
10. Holsclaw et al. (2013) Sinusoidal Function
11. Lim et al. (2002) Nonpolynomial Function
12. Santner et al. (2003) Damped Cosine Function

4） Exponential/Logarithmic

1. Currin et al. (1988) Exponential Function
2. Currin et al. (1988) Survival Function
3. Dette & Pepelyshev (2010) 8-Dimensional Function
4. Dette & Pepelyshev (2010) Exponential Function
5. Franke's Function
6. Gramacy & Lee (2008) Function
7. Holsclaw et al. (2013) Logarithmic Function
8. Zhou (1998) Function

5） Rational

1. Currin et al. (1991) Function
2. Lim et al. (2002) Polynomial Function
3. Welch et al. (1992) Function

6） Other

1. Dette & Pepelyshev (2010) Curved Function

3、不确定度量化测试问题【Uncertainty Quantification Test Problems】

1）Physical Models

1. Borehole Function
2. Cantilever Beam Functions
3. MARTHE Dataset
4. Short Column Function
5. Steel Column Function
6. Sulfur Model Function

2）Other

1. Eldred et al. (2007) Lognormal Ratio Function
2. G-Function
3. Ishigami Function
4. Oakley & O'Hagan (2002) 1-D Function
5. Oakley & O'Hagan (2002) 2-D Function
6. Oakley & O'Hagan (2004) Function
7. Webster et al. (1996) Function

4、多保真仿真测试问题【Multi Fidelity Simulation Test Problems】

1） Physical Models

1. Borehole Function
2. Currin et al. (1988) Exponential Function
3. Park (1991) Function 1

2） Other

1. Park (1991) Function 2

5、校准/调谐测试问题【Calibration/Tuning Test Problems】

1）Physical Models

1. Environmental Model Function

2）Other

1. Park (1991) Function 1
2. Park (1991) Function 2

6、筛选测试问题【Screening Test Problems】

1）Physical Models

1. Borehole Function
2. MARTHE Dataset
3. Moon et al. (2012) Function
4. OTL Circuit Function
5. Piston Simulation Function
6. Wing Weight Function

2）Strong Interactions

1. Moon (2010) High-Dimensionality Function
2. Moon (2010) Low-Dimensionality Function
3. Welch et al. (1992) Function

3）High Dimensionality

1. Linkletter et al. (2006) Decreasing Coefficients Function
2. Linkletter et al. (2006) No Signal Function
3. Linkletter et al. (2006) Simple Function
4. Linkletter et al. (2006) Sinusoidal Function
5. Loeppky et al. (2013) Function
6. Morris et al. (2006) Function
7. Oakley & O'Hagan (2004) Function

4）Qualitative and Quantitative Inputs

1.
2. Moon (2010) Mixed Function

5）Product Integrand Functions

1. G-Function
2. Morokoff & Caflisch (1995) Function 1
3. Roos & Arnold (1963) Function

6）Other

1. Bratley et al. (1992) Function
2. Ishigami Function
3. Sobol' & Levitan (1999) Function
4. Williams et al. (2006) Function

7、集成测试问题【Integration Test Problems】

1）Genz (1984) Integrand Families

1. Continuous Integrand Family
2. Corner Peak Integrand Family
3. Discontinuous Integrand Family
4. Gaussian Peak Integrand Family
5. Oscillatory Integrand Family
6. Product Peak Integrand Family

2）Product Functions

1. G-Function
2. Morokoff & Caflisch (1995) Function 1
3. Morokoff & Caflisch (1995) Function 2
4. Roos & Arnold (1963) Function

3）Other

1. Bratley et al. (1992) Function
2. Zhou (1998) Function

8、功能数据测试问题【Functional Data Test Problems】

1）Physical Models

1. Environmental Model Function

9、其他测试功能及代码【Other Test Functions and Code】

1） Computer Codes & Datasets

Argonne's Software for Applications (contains several models):
http://www.mcs.anl.gov/software/science-engineering-applications-software

Benchmark Proposals of GdR MASCOT-NUM:
http://www.gdr-mascotnum.fr/benchmarks.html

FOAM: The Fast Ocean Atmosphere Model:
http://www.mcs.anl.gov/research/projects/foam/index.html

OOMMF/NIST Software:
http://math.nist.gov/oommf/software.html

TESTPACK, for Testing Multidimensional Integration Routines:
http://people.sc.fsu.edu/~jburkardt/m_src/testpack/testpack.html

2） Optimization Test Functions

Adorio, E. P., & Diliman, U. P. MVF - Multivariate Test Functions Library in C for Unconstrained Global Optimization (2005):
http://www.geocities.ws/eadorio/mvf.pdf

Global Optimization Test Functions Index:
http://infinity77.net/global_optimization/test_functions.html#test-functions-index

Global Optimization Test Problems:
http://www-optima.amp.i.kyoto-u.ac.jp/member/student/hedar/Hedar_files/TestGO.htm

Laguna, M., & Marti, R. Experimental Testing of Advanced Scatter Search Designs for Global Optimization of Multimodal Functions (2002):
http://www.uv.es/rmarti/paper/docs/global1.pdf

Molga, M., & Smutnicki, C. Test Functions for Optimization Needs (2005):
http://www.zsd.ict.pwr.wroc.pl/files/docs/functions.pdf

10.单目标优化标准测试函数

Functions	Function expressions	space	Global minimum	Dimension
h1	$h1=\sum_{i=1}^{D}\left\|\frac{\sin(10x_i\pi)}{10x_i\pi}\right\|$	(-0.5,0.5)	0	100
Step	$h2=\sum_{i=1}^{D}[x_i+0.5]^2$	(-100,100)	0	100
Rastrigin	$h3=\sum_{i=1}^{D}[x_i^2-10\cos(2\pi x_i)+10]$	(-5.12,5.12)	0	100
Sphere	$h4=\sum_{i=1}^{D}x_i^2$	(-5.12,5.12)	0	100
h5	$h5=-\sum_{i=1}^{D}[x_i\sin(10\pi x_i)]$	(-1,2)	≈-1.85n	100
h6	$h6=\sum_{i=1}^{D}[\sin(x_i)+\sin(\frac{2x_i}{3})]$	(3,13)	≈-1.21598n	100
Ackley	$h7=-20\exp(-0.02\sqrt{\frac{1}{D}\sum_{i=1}^{D}x_i^2})-\exp(\frac{1}{D}\sum_{i=1}^{D}\cos(2\pi x_i))+20+e$	(-30,30)	0	100
Schwefel	$h8=418.9828D-\sum_{i=1}^{D}x_i\sin(\sqrt{\lvert x_i\rvert})$	(-500,500)	0	100
h9	$h9=6D+\sum_{i=1}^{D}\lfloor x_i\rfloor$	(-5.12,5.12)	0	100

Griewank	$h10=1+\frac{1}{4000}\sum_{i=1}^{D}x_i^2-\prod_{i=1}^{D}\cos(\frac{x_i}{\sqrt{i}})$	(-600,600)	0	100
Michalewicz	$h11=-\sum_{i=1}^{D}\sin(x_i)\sin^{2m}\{\frac{(i)x_i^2}{\pi}\},m=10$	(0,)	-9.66	10
Rosenbrock	$h12=\sum_{i=1}^{D}[100(x_{i+1}-x_i^2)^2+(x_i-1)^2]$	(-30,30)	0	30
Schwefel2.21	$h13=\max\{\lvert x_i\rvert,1\le i\le D\}$	(-100,100)	0	30
h14	$h14=\exp(0.5*\sum_{i=1}^{D}x_i^2)-1$	(-1.28,1.28)	0	30
Quartic with noise	$h15=\sum_{i=1}^{D}ix_i^4+random[0,1)$	(-100,100)	0	30
h16	$h16=\sum_{i=1}^{D}\lvert x_i*\sin(x_i)+0.1*x_i\rvert$	(-10,10)	0	30

11.常见多目标测试函数

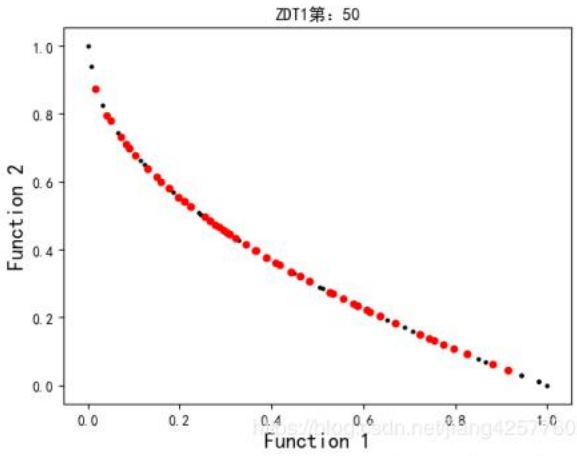
1）ZDT1

ZDT1

$f_1(x) = x1$

$f_2(x) = g(x)[1-\sqrt{f_1(x)/g(x)}]$

其中 $g(x) = 1+\frac{9(\sum_{i=2}^{n}x_i)}{(n-1)}$， $x=(x_1,...,x_n)^T \in [0,1]^n$



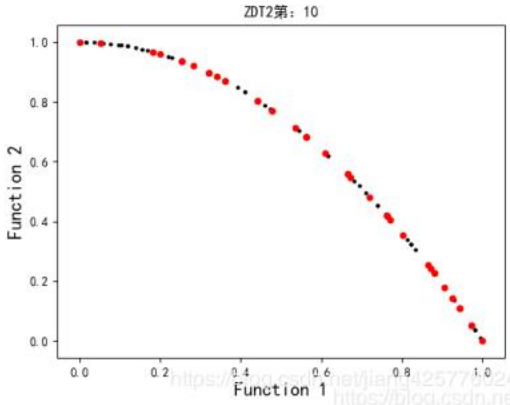
2）ZDT2

ZDT2

$f_1(x) = x1$

$f_2(x) = g(x)[1-(\frac{f_1(x)}{g(x)})^2]$

其中 $g(x) = 1+\frac{9(\sum_{i=2}^{n} x_i)}{(n-1)}$， $x=(x_1,...,x_n)^T \in [0,1]^n$



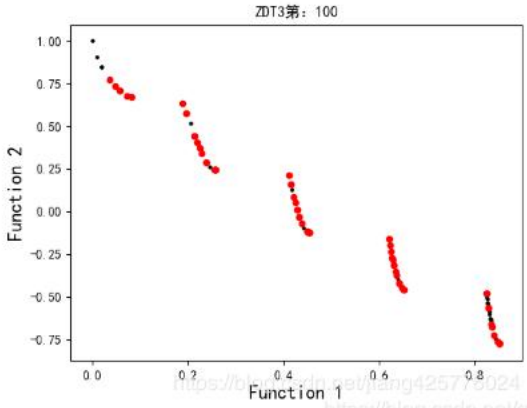
3）ZDT3

ZDT3

$f_1(x) = x1$

$f_2(x) = g(x)[1-(\frac{f_1(x)}{g(x)})-\frac{f_1(x)}{g(x)}\sin(10\pi x_1]$

其中 $g(x) = 1+\frac{9(\sum_{i=2}^{n} x_i)}{(n-1)}$， $x=(x_1,...,x_n)^T \in [0,1]^n$



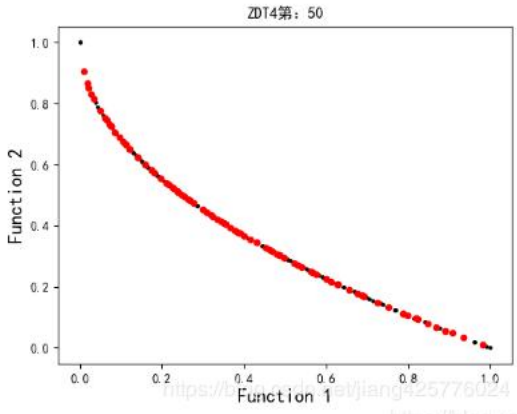
4）ZDT4

ZDT4

$f_1(x) = x1$

$f_2(x) = g(x)[1-\sqrt{f_1(x)/g(x)}]$

其中 $g(x) = 1+10(n-1)+\sum_{i=2}^{n}[x_i^2-10\cos(4\pi x_i)]$ $x=(x_1,\ldots,x_n)^T$

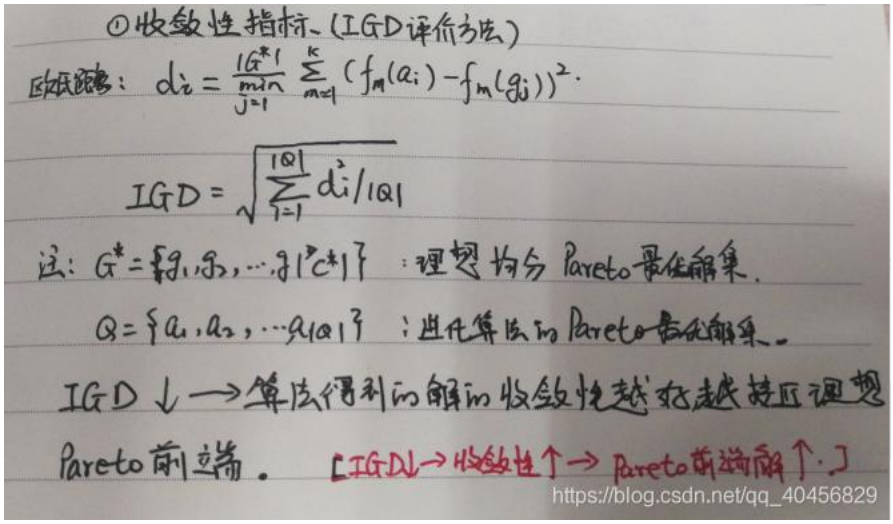


12.高维多目标进化领域测试函数

1）DTLZ测试函数

DTLZ1 ~~~~~~DTLZ7

2）收敛性评价指标IGD



3）覆盖率指标C