

定义中的 N 是一个正整数，表示数列从某一项开始之后，所有的项都离极限 a 很近。直观地理解， N 就是我们要找到的一个临界点，超过这个点之后，数列的项和极限 a 之间的距离都小于给定的正数 ϵ 。这里的 ϵ 表示我们允许的误差范围。

直观理解 N 的过程

1. 选择 ϵ ：

- 首先，我们选择一个任意的小的正数 ϵ ，表示我们希望数列项和极限 a 之间的距离有多小。

2. 找到 N ：

- 接下来，我们需要找到一个正整数 N ，使得从第 $N+1$ 项开始，数列的每一项和 a 之间的距离都小于 ϵ 。

3. 验证：

- 我们检查从第 $N+1$ 项开始，数列的每一项 x_n 是否都满足 $|x_n - a| < \epsilon$ 。如果满足，那么这个 N 就是符合要求的。

示例

假设数列 $\{a_n\} = \frac{1}{n}$ 我们知道它的极限是 0 。让我们选择 $\epsilon = 0.01$ 来理解如何找到 N 。

1. 选择 ϵ ： $\epsilon=0.01$ 即 $(\frac{1}{100})$

2. 找到 N :

- 我们需要 $\frac{1}{n} < \frac{1}{100}$ 也就是 $n > 100$ 。
- 所以，我们可以选择 $N=100$ 。

3. 验证：

- 当 $n > 100$ 时， $\frac{1}{n} < 0.01$ ，满足 $|x_n - 0| < 0.01$

在这个例子中，我们发现了一个具体的 $N=100$ 。这意味着从第 101 项开始，数列 $\{a_n\}$ 的每一项和极限 0 之间的距离都小于 0.01 。