

智能工程

目 录

1	基础知识	5
2	机器人运动形态	6
2.1	移动机器人	6
2.2	腿式机器人	7
2.2.1	腿式机器人	7
2.2.2	四足机器人	8
2.2.3	双足机器人	8
2.3	轮式机器人	9
3	机器人运动学	9
3.1	运动学模型	9
3.2	车轮	9
3.2.1	类型	9
3.2.2	选取	11
3.3	运动学建模	11
3.3.1	空间描述与状态表达	11
3.3.2	ICR法	12
3.3.3	约束方程法	12
3.3.4	例子	15
3.4	自由度	16
4	机器人运动控制	17
4.1	定点控制器	17
4.2	轨迹跟踪控制器	17
4.3	路径跟踪控制器	17
5	机器人感知	17
5.1	传感器	17
5.2	激光定位	17
5.3	SVD与ICP	17
5.4	卡尔曼滤波	17
5.5	蒙特卡洛定位	17
5.6	SLAM	17
6	机器人轨迹规划	17

7 数理补充

17

图 片

图 1	课程内容	5
图 2	两轮差速机器人模型	6
图 3	车轮类型	10
图 4	瞬心	12
图 5	标准轮约束方程	13
图 6	脚轮约束方程	13
图 7	瑞典轮约束方程	14
图 8	两轮差速机器人正运动学建模	15

表 格

表 1	课程内容	5
-----	----------------	---

要 点

要点 1	腿式机器人稳定性	7
要点 2	腿式机器人步态	8
要点 3	双足机器人运动机理	8
要点 4	非完整约束	9
要点 5	车轮类型	9
要点 6	ICR法运动学建模	12
要点 7	约束方程法运动学建模	12
要点 8	自由度分类	16

1 基础知识

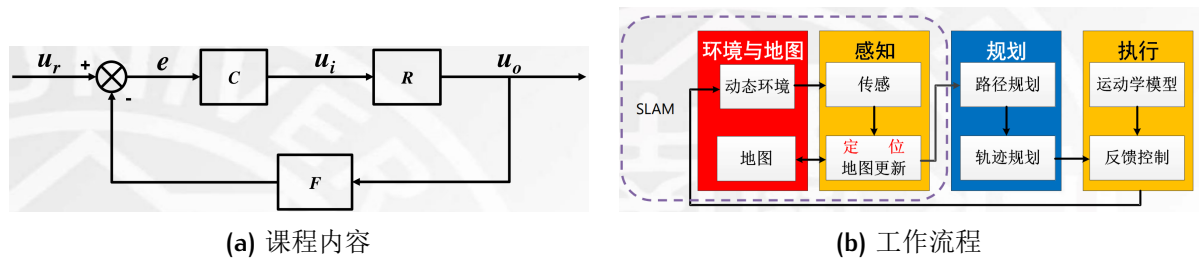


图 1: 课程内容

表 1: 课程内容

	u_i	u_o	R	F	u_r	e	C
概念	系统输入	系统输出	系统模型	反馈单元	系统给定	系统误差	控制器
含义	能对被控对象施加作用的手段	作业目标相应的可测系统状态	系统输入输出映射	系统输出映射变换	系统作业目标	作业目标与系统当前测量状态差值	系统误差与输入映射
内容	机器人运动学			机器人控制		机器人感知	机器人轨迹规划

课程内容

课程案例 移动机器人->轮式机器人->两轮差速机器人。

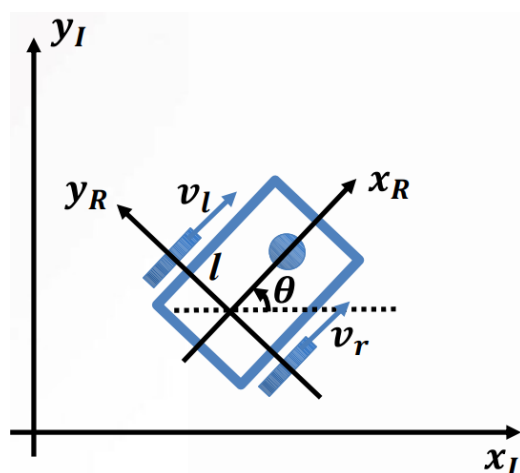


图 2: 两轮差速机器人模型

- 车轮半径 r 。
- 两轮转速 φ_l, φ_r : $v_i = \varphi_i r$ 。
- 车轮到两轮中间点距离 l 。

1. 求正运动学模型[3.3.4](#)。

2 机器人运动形态

2.1 移动机器人

自然界运动形态特点

- 能量利用率高。
- 适应野外复杂环境。
- 与身体尺寸、结构相适应。
- 运行速度高。

机器人实现自然界运动形态问题

- 机械结构、能量密度、感知与控制决策能力困难。

- 安全性、可靠性差。
- 成本高。
- 于人造环境低效。

运动 (LOCOMOTION) 机器人与环境的物理交互方式。

- 稳定性。
- 接触特性。
- 环境特性。

2.2 腿式机器人

2.2.1 腿式机器人

研究意义

- 复杂恶劣环境的高适应性。
- 点接触的高通过能力。
- 高实现难度：系统控制多自由度，实时感知环境。

腿数影响

- 机构复杂度。
- 控制复杂度。
- 环境适应性：腿越多，通过性越好，环境适应性越强。
- 系统稳定性¹：腿数增加，由动态稳定向静态稳定过度。
 - 动态稳定：执行器停止工作摔倒。运动过程中通常半数腿离地。
 - 静态稳定：执行器停止工作不摔倒。点接触需保证三腿同时着地，面接触需保证一条腿着地。

运动规划

- 运动学分析。
- 动力学分析。

步态 ² 一个行进周期内各腿抬落组合，k腿机器人的步态模式数量为 $N = (2^k - 1)!$ 。

单位距离能耗 (cot) $\text{cot} = \frac{\text{消耗能量}}{\text{重量} \times \text{运行距离}}。$

2.2.2 四足机器人

- 点接触：每条腿至少需要两个自由度，执行器较少，没有冗余。
- 行走（静态平衡）：一次移动一条腿，剩下腿支持身体，重心落在支持多边形内。适合攀爬，速度低，能效低。
- 奔跑（动态平衡）：一次移动多条腿，平衡建立在周期运动上。速度高，能效高，需要实时控制与执行。

2.2.3 双足机器人

两种方案

- 静态稳定（日本）：面接触，重心左右变换，速度低，环境适应性差，能效低。
- 动态稳定（美国）：点接触，重心适时调整，速度高，环境适应性强，能效高。

动态稳定运动机理 ³

- 倒立摆模型：类似纯滚动，步距越小越趋于圆。步态不自然，重心变化（需做功），落地冲击大。
- 无源动态行走：摆动与向前摔落结合，势能转化为动能。
- 弹簧负载倒立摆（SLIP）：仿照动物腿肌肉，增加弹簧来缓冲并储存能量，运动具有对称性。其周期往复运动的动态稳定性可由庞加莱变换线性化后验证，条件为 $\lambda < 1$ （见PPT.2.34-43）。
- 串联弹性驱动（SEA）：更为高效，更符合生物的自然属性，基于运动学的位置控制，基于动力学的力矩控制。可由其获得稳定平台（见PPT.2.48-50）。

2.3 轮式机器人

研究意义

- 人造环境下的高效性：滚动摩擦，无重心起伏。
- 结构简单，可靠性高，成本低。
- 控制简单，系统复杂度低。

轮数对稳定性的影响 轮数增加，由动态稳定向静态稳定过度。

- 动态稳定：执行器停止工作摔倒。倒立摆模型。
- 静态稳定：执行器停止工作不摔倒。陀螺效应，随动轮效应。

3 机器人运动学

3.1 运动学模型

表征机器人驱动（输入）和机器人空间位姿（输出）关系。

机械臂运动学模型与移动机器人运动学模型的区别：

- 机械臂本体坐标系固定，精度高；移动机器人本体坐标系随动，精度低。
- 非完整约束 ⁴：移动机器人只知道码盘变化量无法获取位姿，其状态取决于路径。这来源于不可积的微分约束（比如车轮的侧向滑动约束）。
- 微分运动学（Differential Kinematics）：速度空间替代位置空间。

3.2 车轮

3.2.1 类型

⁵

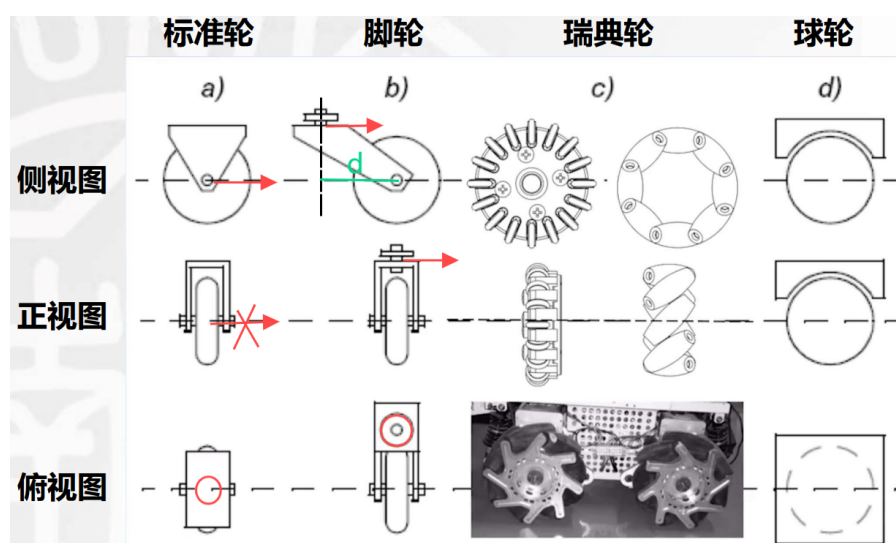


图 3: 车轮类型

标准轮 (STANDARD WHEEL)

- 两个自由度：沿轮平面滚动+沿垂直轴转动。
一个约束：沿轮轴滑动。
- 分类
 - 标准固定轮：无法旋转，只有一个自由度。
 - 标准转向轮（舵轮）。

脚轮 (CASTOR WHEEL)

- 三个自由度：沿轮平面滚动+沿垂直轴转动+沿路轴运动。
无约束。
- 偏心距 d ：触地点到垂直旋转轴距离。
- 扭矩压力，易损坏。

瑞典轮 (SWEDISH WHEEL)

- 三个自由度：沿轮平面滚动（被动）+沿轮轴转动（主动）+沿垂直轴转动（被动）。
无约束。

- 麦克纳姆轮 (Macanum wheel): 45° , 至少需要4个共同使用。
连续切换轮: 90° , 至少需要3个共同使用。
- 对地面冲击大, 噪音大, 易损坏, 成本高。

球轮 (SPHERICAL WHEEL)

- 三个自由度 (全主动): 沿两个正交轮轴转动+沿垂直轴转动。
无约束。
- 成本高, 可靠性差。

3.2.2 选取

- 数量: 至少三轮同时着地, 才能保证静态稳定性。四轮可以提升稳定性, 但需要适当的悬架系统。
- 大小: 越大的轮子通过性越好, 但需要更大的扭矩。
- 多数形态都有非完整约束。

3.3 运动学建模

3.3.1 空间描述与状态表达

坐标系

- 惯性参考坐标系I: 作业目标、控制指令、传感器感知测量信息。
- 机器人参考坐标系R: 控制器误差输入、控制器控制指令。
- 笛卡尔坐标系: 右手法则。

位姿 (POSE)

位置空间求导得到速度空间:

$$\xi_I = \begin{bmatrix} x_I \\ y_I \\ \theta_I \end{bmatrix}, \xi_R = \begin{bmatrix} x_R \\ y_R \\ \theta_R \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{求导}} \dot{\xi}_I = \begin{bmatrix} \dot{x}_I \\ \dot{y}_I \\ \dot{\theta}_I \end{bmatrix}, \dot{\xi}_R = \begin{bmatrix} \dot{x}_R \\ \dot{y}_R \\ \dot{\theta}_R \end{bmatrix}$$

惯性参考坐标系旋转得到机器人参考坐标系：

$$\dot{\xi}_R = R\theta \dot{\xi}_I$$

$$\text{旋转阵 } R(\theta) = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ 为单位正交阵, } R^T = R^{-1}.$$

3.3.2 ICR法

6

瞬时旋转/曲率中心 (ICR) 刚体上各点角速度相同。

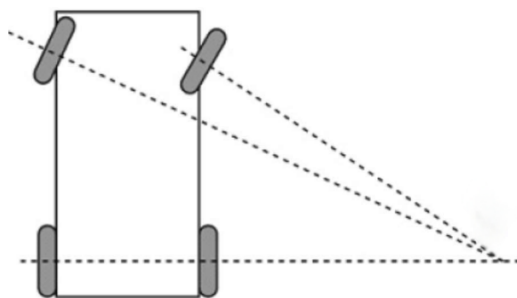


图 4: 瞬心

步骤

- 坐标系变换。
- 确定约束。
- 计算瞬心：各轮轮轴到该点距离与速度成正比。
- 求解 $\xi_R = [\dot{x}_R \quad \dot{y}_R \quad \dot{\theta}_R]^T$ 。

3.3.3 约束方程法

7

要求 在水平面上运动，车轮与地面点接触，不变形，安装在钢体表面，舵机转轴与地面垂直。

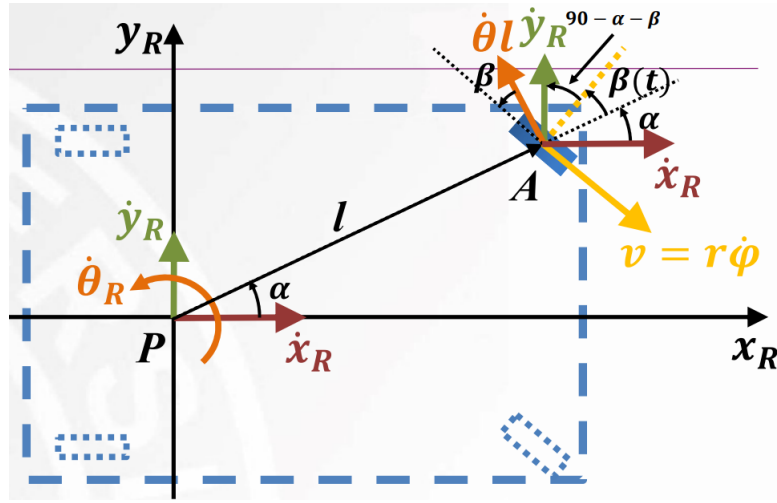


图 5: 标准轮约束方程

标准轮

- 纯滚动: $\begin{bmatrix} \sin(\alpha + \beta(t)) & -\cos(\alpha + \beta(t)) & -l \cos \beta(t) \end{bmatrix} R \theta \dot{\xi}_I = r \dot{\phi}$ 。
- 无滑动: $\begin{bmatrix} \cos(\alpha + \beta(t)) & \sin(\alpha + \beta(t)) & l \sin \beta(t) \end{bmatrix} R \theta \dot{\xi}_I = 0$ 。
- 主动轮两个约束，随动轮只有滑动约束。

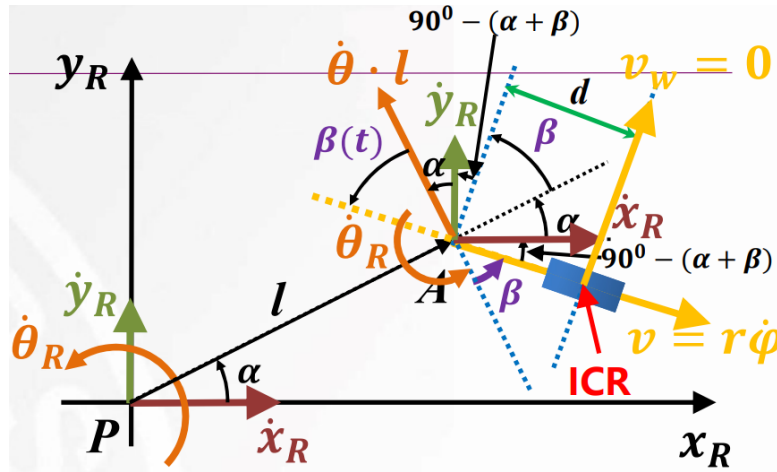


图 6: 脚轮约束方程

脚轮

- 纯滚动: $\begin{bmatrix} \sin(\alpha + \beta) & -\cos(\alpha + \beta) & -l \cos \beta \end{bmatrix} R \theta \dot{\xi}_I = r \dot{\phi}$ 。

- 无滑动: $\begin{bmatrix} \cos(\alpha + \beta) & \sin(\alpha + \beta) & d + l \sin \beta \end{bmatrix} R \dot{\xi}_I = -d\dot{\beta}$ 。
- 主动轮两个约束，随动轮无约束。

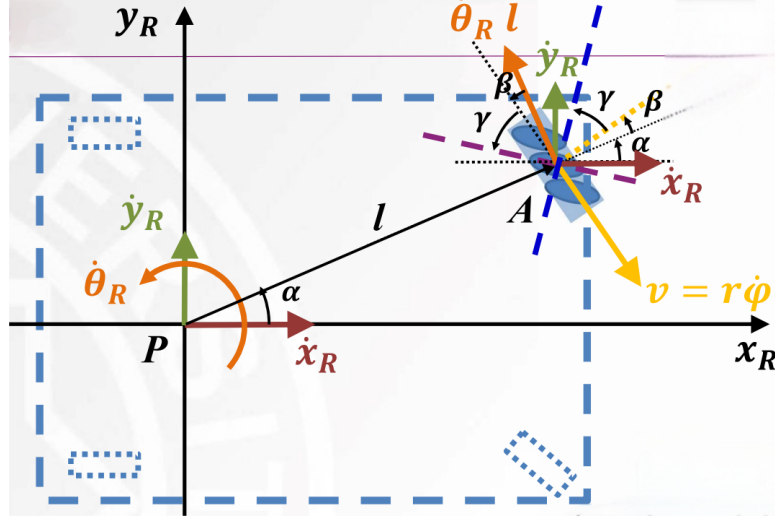


图 7: 瑞典约束方程

瑞典轮

- 纯滚动: $\begin{bmatrix} \cos(\alpha + \beta + \gamma) & \sin(\alpha + \beta + \gamma) & l \sin(\beta + \gamma) \end{bmatrix} R \dot{\xi}_I = r\dot{\phi} \sin \gamma + r_{sw}\dot{\phi}_{sw}$ 。
- 无滑动: $\begin{bmatrix} \sin(\alpha + \beta + \gamma) & -\cos(\alpha + \beta + \gamma) & -l \cos(\beta + \gamma) \end{bmatrix} R \dot{\xi}_I = r\dot{\phi} \cos \gamma$ 。
- 需满足主动轮小轮两个约束，随动轮无约束。

使用 根据各轮主/随动状态列运动约束方程，得到最多三个独立约束方程（对应平面的三维位姿）。

以下以N个标准轮（ N_f 个固定， N_s 个转向）的机器人为例：

- 滚动约束

$$J_1(\beta_s)R(\theta)\dot{\xi}_I - J_2\dot{\phi} = 0$$

其中 $J_1(\beta_s) = \begin{bmatrix} J_{1f}(N_f \times 3) \\ J_{1s}(\beta_s)_{(N_s \times 3)} \end{bmatrix}$, $\varphi(t) = \begin{bmatrix} \varphi_f(t) \\ \varphi_s(t) \end{bmatrix}$, $J_2 = \text{diag}(r_1, \dots, r_N)$ 为轮径对角阵。

- 滑动约束

$$C_1(\beta_s)R(\theta)\dot{\xi}_I = 0$$

$$\text{其中 } C_1(\beta_s) = \begin{bmatrix} C_{1f}(N_f \times 3) \\ C_{1s}(\beta_s)_{(N_s \times 3)} \end{bmatrix}。$$

3.3.4 例子

以下以两轮差速机器人（见1）为例， $\alpha = \frac{\pi}{2}, \beta = 0$ ：

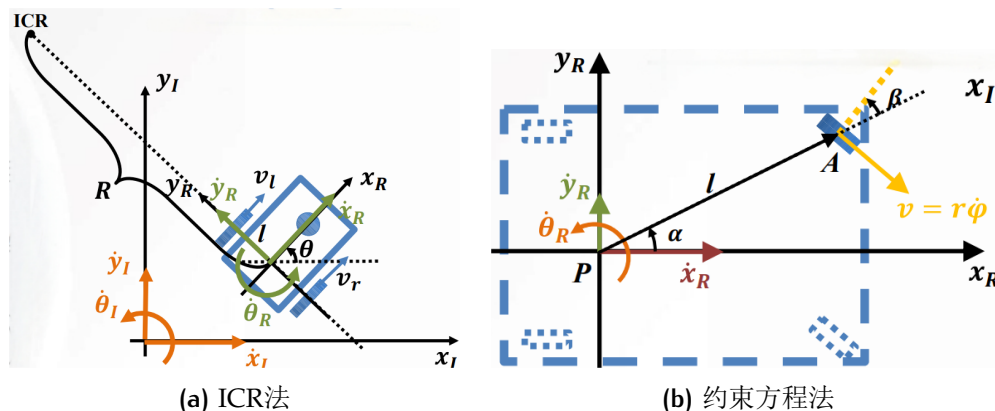


图 8: 两轮差速机器人正运动学建模

ICR法

两轮差速机器人的瞬心在两轮轮轴上，设其到机器人两轮中间的距离为 R ，有：

$$\dot{\theta} = \frac{\dot{x}_R}{R} = \frac{\dot{\phi}_l r}{R - l} = \frac{\dot{\phi}_r r}{R + l}$$

解得 $R = \frac{\dot{\phi}_r + \dot{\phi}_l}{\dot{\phi}_r - \dot{\phi}_l}$ ，代回即可。

约束方程法

- 纯滚动： $\begin{bmatrix} \sin(\alpha + \beta) & -\cos(\alpha + \beta) & -l \cos \beta \end{bmatrix} \dot{\xi}_R = r \dot{\phi}。$
- 无滑动： $\begin{bmatrix} \cos(\alpha + \beta) & \sin(\alpha + \beta) & l \sin \beta \end{bmatrix} \dot{\xi}_R = 0。$

正运动学模型

$$\dot{\xi}_R = \begin{bmatrix} \dot{x}_R \\ \dot{y}_R \\ \dot{\theta}_R \end{bmatrix} = \frac{r}{2} \begin{bmatrix} \dot{\phi}_l + \dot{\phi}_r \\ 0 \\ \frac{\dot{\phi}_r - \dot{\phi}_l}{l} \end{bmatrix}$$

3.4 自由度

概念

- 衡量机器人改变运行状态的能力。
- 需满足实际作业需求，考虑实现成本。
- 机器人设计基础、算法依据（一般自由度相同的机器人可采用相同的控制和规划算法）。
- 平面运动机器人自由度最大不能超过3。

分类 8

- 移动度（Degree of Mobility） δ_m ：瞬时改变机器人运动状态的能力。

$$\delta_m = \dim[C_1(\beta_s)] = 3 - \text{rank}[C_1(\beta_s)] \in [0, 3]$$

- 转向度（Degree of Steerability） δ_s ：间接改变机器人运动状态的能力。

$$\delta_s = \text{rank}[C_{1s}(\beta_s)] \in [0, 2]$$

- 机动度（Degree of Maneuverability） δ_M ：改变机器人运动状态的能力。

$$\delta_M = \delta_m + \delta_s$$

- 机动度相同，结构不一定相同。
- $\delta_M = 2$ ，瞬心位于一条直线上； $\delta_M = 3$ ，瞬心可分布于空间任何一点。

实例

- 全向机器人：
 - Type(3,0)：完整约束全方位移动机器人。
 - Type(2,1)：一个同心轮+两个瑞典轮。
 - Type(1,2)：多舵机全方位移动机器人。
- 非全向机器人：
 - Type(2,0)：差分移动机器人。
 - Type(1,1)：自动驾驶汽车（阿克曼转向）、自行车、叉车。

4 机器人运动控制

4.1 定点控制器

4.2 轨迹跟踪控制器

4.3 路径跟踪控制器

5 机器人感知

5.1 传感器

5.2 激光定位

5.3 SVD与ICP

5.4 卡尔曼滤波

5.5 蒙特卡洛定位

5.6 SLAM

6 机器人轨迹规划

7 数理补充