

# 智能工程

## 目 录

1	基础知识	4	3.4	自由度	13
2	机器人运动形态	5	4	机器人运动控制	14
2.1	移动机器人	5	4.1	运动控制	14
2.2	腿式机器人	6	4.2	定点控制器	15
2.2.1	腿式机器人	6	4.3	轨迹跟踪控制器	17
2.2.2	四足机器人	6	4.4	路径跟踪控制器	18
2.2.3	双足机器人	7	5	机器人感知与定位建图	18
2.3	轮式机器人	7	5.1	传感器	18
3	机器人运动学	8	5.2	光电传感器	19
3.1	运动学模型	8	5.2.1	概述	19
3.2	车轮	8	5.2.2	编码器	19
3.3	运动学建模	9	5.3	里程计	20
3.3.1	空间描述与状态表达	9	5.4	激光传感器	20
3.3.2	ICR法	10	5.5	点云匹配与定位	20
3.3.3	约束方程法	10	5.6	卡尔曼滤波	20
3.3.4	例子	12	5.7	蒙特卡洛定位	20
			5.8	SLAM	20
			6	机器人轨迹规划	20

## 图 片

图 1	课程内容 . . . . .	4
图 2	两轮差速机器人模型 . . . . .	5
图 3	车轮类型 . . . . .	8
图 4	瞬心 . . . . .	10
图 5	约束方程 . . . . .	11
图 6	两轮差速机器人正运动学建模 . . . . .	12
图 7	运动控制器 . . . . .	14

## 表 格

表 1	课程内容 . . . . .	4
表 2	双足机器人方案对比 . . . . .	7
表 3	车轮类型对比 . . . . .	9
表 4	约束方程 . . . . .	11

## 要 点

要点 1	腿式机器人稳定性 . . . . .	6
要点 2	腿式机器人步态 . . . . .	6
要点 3	双足机器人运动机理 . . . . .	7
要点 4	非完整约束 . . . . .	8
要点 5	车轮类型 . . . . .	8
要点 6	ICR法运动学建模 . . . . .	10
要点 7	约束方程法运动学建模 . . . . .	10
要点 8	自由度分类 . . . . .	13
要点 9	定点控制器 . . . . .	15
要点 10	轨迹跟踪控制器 . . . . .	17
要点 11	路径跟踪控制器 . . . . .	18
要点 12	编码器 . . . . .	19

1 基础知识

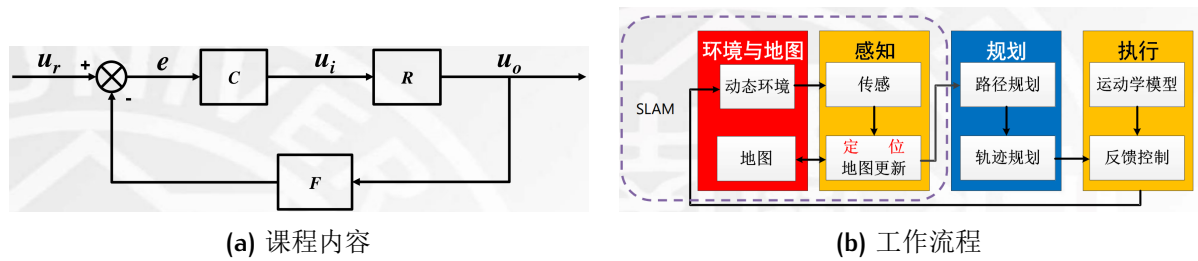


图 1: 课程内容

表 1: 课程内容

	$u_i$	$u_o$	R	F	$u_r$	e	C
概念	系统输入	系统输出	系统模型	反馈单元	系统给定	系统误差	控制器
含义	能对被控对象施加作用的手段	作业目标相应的可测系统状态	系统输入输出映射	系统输出映射变换	系统作业目标	作业目标与系统当前测量状态差值	系统误差与输入映射
内容	机器人运动学			机器人控制		机器人感知	机器人轨迹规划

课程内容

课程案例    移动机器人->轮式机器人->两轮差速机器人。

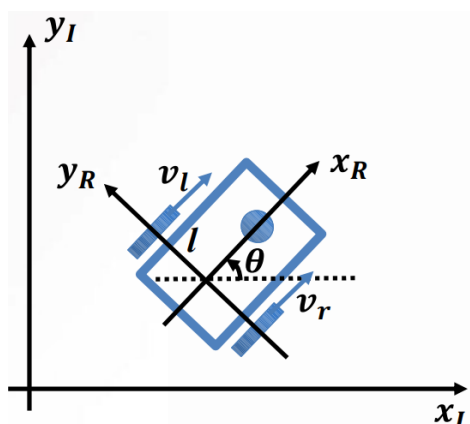


图 2: 两轮差速机器人模型

- 车轮半径 $r$ 。
- 两轮转速 $\varphi_l, \varphi_r$ :  $v_i = \varphi_i r$ 。
- 车轮到两轮中间点距离 $l$ 。

1. 求正运动学模型3.3.4。
2. 设计运动控制器4.1。

## 2 机器人运动形态

### 2.1 移动机器人

#### 自然界运动形态特点

- 能量利用率高。
- 适应野外复杂环境。
- 与身体尺寸、结构相适应。
- 运行速度高。

#### 机器人实现自然界运动形态问题

- 机械结构、能量密度、感知与控制决策能力困难。
- 安全性、可靠性差。
- 成本高。
- 于人造环境低效。

**运动 (LOCOMOTION)** 机器人与环境的物理交互方式。

- 稳定性。
- 接触特性。
- 环境特性。

## 2.2 腿式机器人

### 2.2.1 腿式机器人

#### 研究意义

- 复杂恶劣环境的高适应性。
- 点接触的高通过能力。
- 控制多自由度、实时感知环境的高实现难度。

#### 腿数影响

- 机构复杂度。
- 控制复杂度。
- 环境适应性：腿越多，通过性越好，环境适应性越强。
- 系统稳定性<sup>1</sup>：腿数增加，由动态稳定向静态稳定过度。
  - 动态稳定：执行器停止工作摔倒。运动过程中通常半数腿离地。
  - 静态稳定：执行器停止工作不摔倒。点接触需保证三腿同时着地，面接触需保证一条腿着地。

**运动规划** 运动学+动力学。

**步态**<sup>2</sup> 一个行进周期内各腿抬落组合，k腿机器人的步态模式数量为 $N = (2^k - 1)!$ 。

**单位距离能耗**  $COT = \frac{\text{消耗能量}}{\text{重量} \times \text{运行距离}}$ 。

### 2.2.2 四足机器人

- 点接触：每条腿至少需要两个自由度，执行器较少，没有冗余。
- 行走（静态平衡）：一次移动一条腿，剩下腿支持身体，重心落在支持多边形内。适合攀爬，速度低，能效低。
- 奔跑（动态平衡）：一次移动多条腿，平衡建立在周期运动上。速度高，能效高，需要实时控制与执行。

2.2.3 双足机器人

表 2: 双足机器人方案对比

方案	国家	基础方式	重心	速度	环境适应性	能效
静态稳定	日本	面接触	左右变换	低	差	低
动态稳定	美国	点接触	适时调整	高	强	高

两种方案

动态稳定运动机理 3

- 倒立摆模型：类似纯滚动，步距越小越趋于圆。步态不自然，重心变化（需做功），落地冲击大。
- 无源动态行走：摆动与向前摔落结合，势能转化为动能。
- 弹簧负载倒立摆（SLIP）：仿照动物腿肌肉，增加弹簧缓冲并储存能量。周期往复运动对称，动态稳定性可由庞加莱变换线性化后验证，条件为 $\lambda < 1$ （PPT.2.34-43）。
- 串联弹性驱动（SEA）：更为高效，更符合生物自然属性，基于运动学的位置控制，基于动力学的力矩控制。可由其获得稳定平台（PPT.2.48-50）。

2.3 轮式机器人

研究意义

- 人造环境下高效：滚动摩擦，无重心起伏。
- 结构简单，可靠性高，成本低。
- 控制简单，系统复杂度低。

轮数对稳定性的影响 轮数增加，由动态稳定向静态稳定过度。

- 动态稳定：执行器停止工作摔倒。倒立摆模型。
- 静态稳定：执行器停止工作不摔倒。陀螺效应，随动轮效应。

### 3 机器人运动学

#### 3.1 运动学模型

表征机器人驱动（输入）和机器人空间位姿（输出）的关系。

#### 机械臂与移动机器人在运动学模型上的区别

- 机械臂本体坐标系固定，精度高；移动机器人本体坐标系随动，精度低。
- 非完整约束 <sup>4</sup>：移动机器人只知道码盘变化量无法获取位姿，状态取决于路径。这来源于不可积的微分约束（车轮侧向滑动约束）。
- 微分运动学（Differential Kinematics）：速度空间替代位置空间。

#### 3.2 车轮

类型 <sup>5</sup>

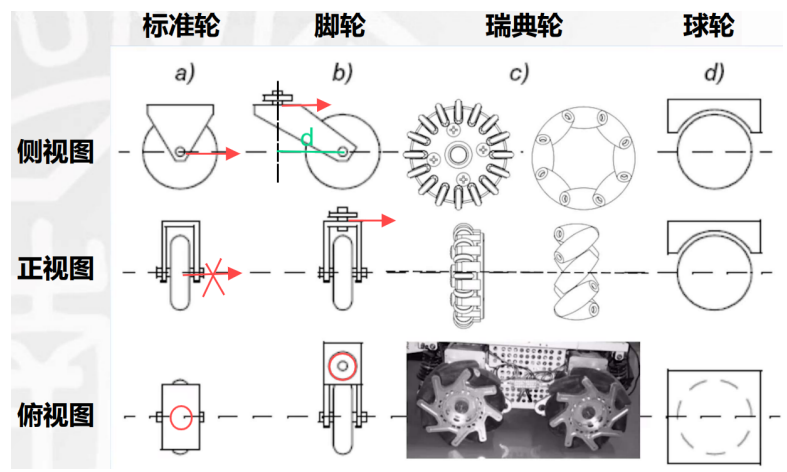


图 3: 车轮类型



表 3: 车轮类型对比

类型	自由度	约束	分类/特点
标准轮 (Standard wheel)	2 沿轮平面滚动 沿垂直轴转动	1 沿轮轴滑动	标准固定轮（无法旋转，只有一个自由度） 标准转向轮（舵轮）
脚轮 (Castor wheel)	3 沿轮平面滚动 沿垂直轴转动 沿路轴运动	0	偏心距 <b>d</b> : 触地点到垂直旋转轴距离。 扭矩压力，易损坏。
瑞典轮 (Swedish wheel)	3 沿轮平面滚动（被动） 沿轮轴转动（主动） 沿垂直轴转动（被动）	0	麦克纳姆轮（Macanum wheel）: 45，至少需要4个共同使用。 连续切换轮: 90，至少需要3个共同使用。 对地面冲击大，噪音大，易损坏，成本高。
球轮 (Spherical wheel)	3（全主动） 沿两个正交轮轴转动 沿垂直轴转动	0	成本高，可靠性差。

选取

- 数量：至少三轮同时着地，才能保证静态稳定性。四轮可以提升稳定性，但需要适当的悬架系统。
- 大小：越大的轮子通过性越好，但需要更大的扭矩。
- 多数形态都有非完整约束。

3.3 运动学建模

3.3.1 空间描述与状态表达

坐标系

- 惯性参考坐标系I: 作业目标、控制指令、传感器感知测量信息。

- 机器人参考坐标系R：控制器误差输入、控制器控制指令。
- 笛卡尔坐标系：右手法则。

## 位姿 (POSE)

位置空间求导得到速度空间：

$$\xi_I = \begin{bmatrix} x_I \\ y_I \\ \theta_I \end{bmatrix}, \xi_R = \begin{bmatrix} x_R \\ y_R \\ \theta_R \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{求导}} \dot{\xi}_I = \begin{bmatrix} \dot{x}_I \\ \dot{y}_I \\ \dot{\theta}_I \end{bmatrix}, \dot{\xi}_R = \begin{bmatrix} \dot{x}_R \\ \dot{y}_R \\ \dot{\theta}_R \end{bmatrix}$$

惯性参考坐标系旋转得到机器人参考坐标系：

$$\dot{\xi}_R = R\dot{\xi}_I$$

$$\text{旋转阵 } R(\theta) = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ 为单位正交阵, } R^T = R^{-1}.$$

### 3.3.2 ICR法 <sup>6</sup>

#### 瞬时旋转/曲率中心 (ICR)

刚体上各点角速度相同。

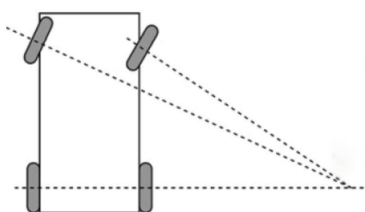


图 4: 瞬心

#### 步骤

1. 坐标系变换。
2. 确定约束。
3. 计算瞬心：各轮轮轴到该点距离与速度成正比。
4. 求解  $\xi_R = \begin{bmatrix} \dot{x}_R & \dot{y}_R & \dot{\theta}_R \end{bmatrix}^T$ 。

### 3.3.3 约束方程法 <sup>7</sup>

**要求** 在水平面上运动，车轮与地面点接触，不变形，安装在钢体表面，舵机转轴与地面垂直。



## 约束方程

**使用** 根据各轮主/随动状态列运动约束方程，得到最多三个独立约束方程（对应平面三维位姿）。

以下以N标准轮（ $N_f$ 个固定， $N_s$ 个转向）机器人为例：

- 滚动约束

$$J_1(\beta_s)R(\theta)\dot{\xi}_I - J_2\dot{\varphi} = 0$$

其中  $J_1(\beta_s) = \begin{bmatrix} J_{1f}(N_f \times 3) \\ J_{1s}(\beta_s)_{(N_s \times 3)} \end{bmatrix}$ ,  $\varphi(t) = \begin{bmatrix} \varphi_f(t) \\ \varphi_s(t) \end{bmatrix}$ ,  $J_2 = \text{diag}(r_1, \dots, r_N)$  为轮径对角阵。

- 滑动约束

$$C_1(\beta_s)R(\theta)\dot{\xi}_I = 0$$

其中  $C_1(\beta_s) = \begin{bmatrix} C_{1f}(N_f \times 3) \\ C_{1s}(\beta_s)_{(N_s \times 3)} \end{bmatrix}$ 。

### 3.3.4 例子

以下以两轮差速机器人（见1）为例， $\alpha = \frac{\pi}{2}, \beta = 0$ ：

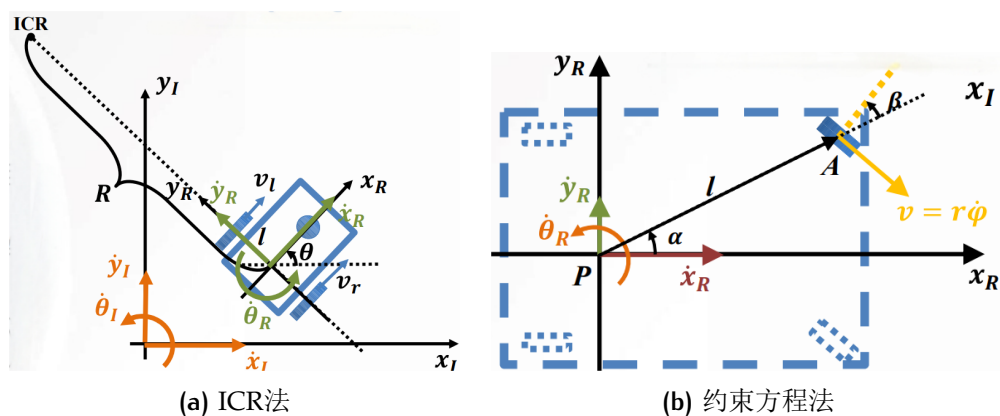


图 6: 两轮差速机器人正运动学建模

### ICR法

两轮差速机器人的瞬心在两轮轮轴上，设其到机器人两轮中间的距离为R，有：

$$\dot{\theta} = \frac{\dot{x}_R}{R} = \frac{\dot{\varphi}_l r}{R - l} = \frac{\dot{\varphi}_r r}{R + l}$$

解得  $R = \frac{\dot{\phi}_r + \dot{\phi}_l}{\dot{\phi}_r - \dot{\phi}_l}$ ，代回即可。

### 约束方程法

- 纯滚动:  $\begin{bmatrix} \sin(\alpha + \beta) & -\cos(\alpha + \beta) & -l \cos \beta \end{bmatrix} \dot{\xi}_R = r \dot{\phi}$ 。
- 无滑动:  $\begin{bmatrix} \cos(\alpha + \beta) & \sin(\alpha + \beta) & l \sin \beta \end{bmatrix} \dot{\xi}_R = 0$ 。

### 正运动学模型

$$\dot{\xi}_R = \begin{bmatrix} \dot{x}_R \\ \dot{y}_R \\ \dot{\theta}_R \end{bmatrix} = \frac{r}{2} \begin{bmatrix} \dot{\phi}_l + \dot{\phi}_r \\ 0 \\ \frac{\dot{\phi}_r - \dot{\phi}_l}{l} \end{bmatrix}$$

## 3.4 自由度

### 概念

- 衡量机器人改变运行状态的能力。
- 需满足实际作业需求，考虑实现成本。
- 机器人设计基础、算法依据（一般自由度相同的机器人可采用相同的控制和规划算法）。
- 平面运动机器人自由度最大不能超过3。

### 分类 8

- 移动度（Degree of Mobility） $\delta_m$ ：瞬时改变机器人运动状态的能力。

$$\delta_m = \dim[C_1(\beta_s)] = 3 - \text{rank}[C_1(\beta_s)] \in [0, 3]$$

- 转向度（Degree of Steerability） $\delta_s$ ：间接改变机器人运动状态的能力。

$$\delta_s = \text{rank}[C_{1s}(\beta_s)] \in [0, 2]$$

- 机动度（Degree of Maneuverability） $\delta_M$ ：改变机器人运动状态的能力。

$$\delta_M = \delta_m + \delta_s$$

- 机动度相同，结构不一定相同。
- $\delta_M = 2$ ，瞬心位于一条直线上； $\delta_M = 3$ ，瞬心可分布于空间任何一点。

## 实例

- 全向机器人：
  - Type(3,0): 完整约束全方位移动机器人。
  - Type(2,1): 一个同心轮+两个瑞典轮。
  - Type(1,2): 多舵机全方位移动机器人。
- 非全向机器人：
  - Type(2,0): 差分移动机器人。
  - Type(1,1): 自动驾驶汽车（阿克曼转向）、自行车、叉车。

## 4 机器人运动控制

### 4.1 运动控制

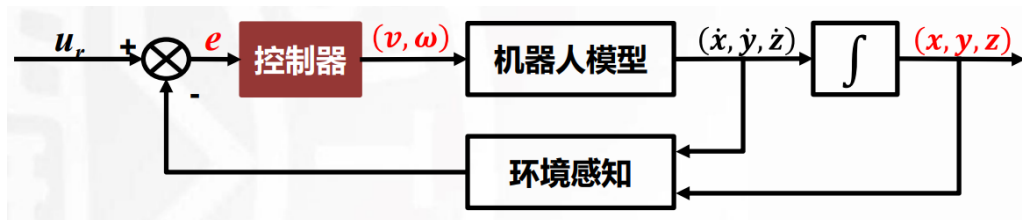


图 7: 运动控制器

误差（惯性系下给定与反馈） $\xrightarrow{\text{变换}}$  输入（机器人系下控制输入）。

## 特点

- 大多存在滑动约束，是非完整系统，有侧向偏差和姿态偏差。
- 非线性，控制器设计复杂，还需要根据可获得的反馈信号选取，按顺序调节控制参数，并且不能同时实现定点控制和跟踪控制。
- 不存在能完成控制目标的连续时不变（静态）反馈控制率。
- 受标定精度影响大，且由于执行单元性能约束，控制输入要合理限幅。

## 分类

- 定点（镇定）控制（Regulation Control）：以指定姿态到达指定位置。
- 跟踪控制：
  - 轨迹跟踪控制（Trajectory Tracking Control）：跟随给定轨迹（包含速度、姿态信息）。
  - 路径跟踪控制（Path Tracking Control）：跟随给定路线。

**开环控制** 将运动轨迹分割成直线和圆弧，存在以下问题：

- 直线和圆弧的曲率不一致，不连续。
- 难以实现定义若干合适轨迹。
- 速度加速度约束。
- 无法自适应调整轨迹来面对环境变化。
- 所得轨迹不光滑。

**控制器性能评价** 取正定李雅普诺夫函数，其导数负定则系统渐进稳定。

**两轮差速机器人运动控制** 以下以两轮差速机器人（见1）为例。

$$\dot{\xi}_R = \begin{bmatrix} \dot{x}_R \\ \dot{y}_R \\ \dot{\theta}_R \end{bmatrix} = \frac{r}{2} \begin{bmatrix} \dot{\phi}_l + \dot{\phi}_r \\ 0 \\ \frac{\dot{\phi}_r - \dot{\phi}_l}{l} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_1 \\ 0 \\ v_2 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{变换}} \dot{\xi}_I = \begin{bmatrix} \dot{x}_I \\ \dot{y}_I \\ \dot{\theta}_I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 \\ \sin \theta & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix}$$

## 4.2 定点控制器 <sup>9</sup>

### 控制目标

机器人参考坐标系下误差  $e = [x \ y \ \theta]^T$ ,

设计控制阵  $K = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} \end{bmatrix}$ , 其中  $k_{ij} = k(t, e)$ ,

得到控制输入  $\begin{bmatrix} v(t) \\ \omega(t) \end{bmatrix} = Ke$ , 使  $\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0$ 。

## 误差信号转换

惯性系下，实际状态  $q = [x \ y \ \theta]^T$  与参考状态  $q_r = [x_r \ y_r \ \theta_r]^T$  之差为开环误差：

$$\tilde{q} = [\tilde{x} \ \tilde{y} \ \tilde{\theta}]^T = [x - x_r \ y - y_r \ \theta - \theta_r]^T$$

### 1. 转换到机器人系

$$e = \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \end{bmatrix} = R(\theta)^T \tilde{q} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{x} \\ \tilde{y} \\ \tilde{\theta} \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{闭环}} \dot{e} = \begin{bmatrix} \dot{e}_1 \\ \dot{e}_2 \\ \dot{e}_3 \end{bmatrix} = R(\theta) \dot{\tilde{q}} + R(\dot{\theta}) \tilde{q} = \begin{bmatrix} v_1 + v_2 e_2 \\ -v_2 e_1 \\ v_2 \end{bmatrix}$$

### 2. 转换到极坐标系

$$\begin{cases} \rho = \sqrt{\tilde{x}^2 + \tilde{y}^2} \\ \beta = -\arctan 2(-\tilde{y}, -\tilde{x}) \\ \alpha = -\beta - \tilde{\theta} \end{cases} \xrightarrow{\text{闭环}} \begin{bmatrix} \dot{\rho} \\ \dot{\beta} \\ \dot{\alpha} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\cos \alpha & 0 \\ \frac{\sin \alpha}{\rho} & 0 \\ \frac{\sin \alpha}{\rho} & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix}$$

## 机器人系非线性控制器

$$\text{设计控制器 } \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -k_1 e_1 \\ -k_2 e_2 + e_2^2 \sin(t) \end{bmatrix}, \text{ 代入得 } \begin{bmatrix} \dot{e}_1 \\ \dot{e}_2 \\ \dot{e}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -k_1 e_1 + v_2 e_2 \\ -v_2 e_1 \\ -k_2 e_2 + e_2^2 \sin(t) \end{bmatrix}。$$

其有误差时扰动，效果不佳。

## 极坐标系线性控制器

$$\text{设计控制器 } \begin{cases} v_1 = k_\rho \rho \\ v_2 = k_\alpha \alpha + k_\beta \beta \end{cases}, \text{ 代入得}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{\rho} \\ \dot{\beta} \\ \dot{\alpha} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -k_\rho \rho \cos \alpha \\ -k_\rho \sin \alpha \\ k_\rho \sin \alpha - k_\alpha \alpha - k_\beta \beta \end{bmatrix} \xrightarrow{\alpha \rightarrow 0} \begin{bmatrix} -k_\rho \rho \\ -k_\rho \alpha \\ k_\rho \alpha - k_\alpha \alpha - k_\beta \beta \end{bmatrix}$$

其中前两行非线性耦合，在  $\alpha \rightarrow 0$  时指数性稳定，非全局稳定。



### 极坐标系线性控制器

$$\text{设计控制器} \begin{cases} v_1 = k_\rho \rho \cos \alpha \\ v_2 = k_\alpha \alpha + \frac{k_\rho \sin \alpha \cos \alpha}{\alpha} (\alpha - k_\beta \beta) \end{cases}, \text{代入得}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{\rho} \\ \dot{\beta} \\ \dot{\alpha} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -k_\rho \rho \cos \alpha \cos \alpha \\ -k_\rho \cos \alpha \sin \alpha \\ k_\rho \cos \alpha \sin \alpha - k_\alpha \alpha - \underbrace{\frac{k_\rho \sin \alpha \cos \alpha}{\alpha}}_{\alpha \rightarrow 0, \frac{\sin \alpha}{\alpha} = 1} (\alpha - k_\beta \beta) \end{bmatrix}$$

其全局渐近稳定。

## 4.3 轨迹跟踪控制器 10

### 控制目标与误差变换

惯性系下，实际轨迹  $q(t) = [x(t) \ y(t) \ \theta(t)]^T$  与参考轨迹  $q_r [x_r(t) \ y_r(t) \ \theta_r(t)]^T$  之差为开环误差：

$$\tilde{q}(t) = [\tilde{x}(t) \ \tilde{y}(t) \ \tilde{\theta}(t)]^T = [x(t) - x_r(t) \ y(t) - y_r(t) \ \theta(t) - \theta_r(t)]^T$$

控制目标为  $\lim_{n \rightarrow \infty} \tilde{q}(t) = 0$ 。

开环误差转换坐标系后求闭环误差，进而得到辅助误差信号：

$$e = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{x} \\ \tilde{y} \\ \tilde{\theta} \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{闭环}} \dot{e} = \begin{bmatrix} v_1 + v_2 e_2 - v_{1r} \cos e_3 \\ -v_2 e_1 + v_{1r} \sin e_3 \\ v_2 - v_{2r} \end{bmatrix}$$

### 控制器

$$\text{设计控制器} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -k_1 e_1 + v_{1r} \cos e_3 \\ -v_{1r} \frac{\sin e_3}{e_3} e_2 - k_2 e_3 + v_{2r} \end{bmatrix}, \text{代入得}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{e}_1 \\ \dot{e}_2 \\ \dot{e}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -k_1 e_1 + v_2 e_2 \\ -v_2 e_1 + v_{1r} \sin e_3 \\ -k_2 e_3 - v_{1r} \frac{\sin e_3}{e_3} e_2 \end{bmatrix}$$

## 4.4 路径跟踪控制器 11

### 控制目标与误差变换

惯性系下，实际路径 $q(s) = [x(s) \ y(s) \ \theta(s)]^T$ 与参考路径 $q_r [x_r(s) \ y_r(s) \ \theta_r(s)]^T$ 之差为开环误差：

$$\tilde{q}(s) = [\tilde{x}(s) \ \tilde{y}(s) \ \tilde{\theta}(s)]^T = [x(s) - x_r(s) \ y(s) - y_r(s) \ \theta(s) - \theta_r(s)]^T$$

其中 $s \in [0, 1]$ 为路径参考变量，控制目标为 $\lim_{n \rightarrow \infty} \tilde{q}(s) = 0$ 。

$$\text{作变换} \begin{cases} y_1 = x + b \cos \theta \\ y_2 = y + b \sin \theta \end{cases},$$

$$\text{进而得到闭环误差} \begin{bmatrix} \dot{y}_1 \\ \dot{y}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -b \sin \theta \\ \sin \theta & b \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ \omega \end{bmatrix} = T(\theta) \begin{bmatrix} v \\ \omega \end{bmatrix}。$$

$$\text{逆运算得到} \begin{bmatrix} v \\ \omega \end{bmatrix} = T^{-1}(\theta) \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\frac{\sin \theta}{b} & \frac{\cos \theta}{b} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix},$$

$$\text{故} \begin{cases} \dot{y}_1 = u_1 \\ \dot{y}_2 = u_2 \\ \dot{\theta} = \frac{u_2 \cos \theta - u_1 \sin \theta}{b} \end{cases}。$$

### 控制器

$$\text{设计控制器} \begin{cases} u_1 = \dot{y}_{1d} + k_1(y_{1d} - y_1) \\ u_2 = \dot{y}_{2d} + k_2(y_{2d} - y_2) \end{cases}, \text{ 有} \begin{cases} \dot{\tilde{y}}_1 = -k_1 \tilde{y}_1 \\ \dot{\tilde{y}}_2 = -k_2 \tilde{y}_2 \end{cases}, \text{ 系统指数性收敛。}$$

## 5 机器人感知与定位建图

### 5.1 传感器

**常见传感器** 激光雷达 (Laser)、里程计 (Odometer)、声纳 (Rader)、摄像机 (Camera)、惯导系统 (IMU)、加速度传感器 (Accelerometer)、陀螺 (Gyroscope)、力觉传感器 (Force Sensor)、罗盘 (Compass)。

## 分类

- PC (Proprioceptive, 本体感受) / EC (Exteroceptive, 外感受)。
- A (Active, 有源) / P (Passive, 无源)。

## 特性

- 测量范围：测量上下界之差。
- 动态范围：测量范围上下界比率，常用对数表示，单位为dB。
- 分辨率：最小可测量变化量，一般为动态范围下界。
- 线性度：输入输出信号的映射关系。

## 5.2 光电传感器

把被测量变化转换成光信号变化，再转换成电信号。

### 5.2.1 概述

**组成** 辐射源、光学通路、光电器件。

## 特性

- 不受电磁干扰影响。
- 非接触测量。
- 频谱宽，高精度，高分辨率，高可靠性，发应快。

### 5.2.2 编码器 <sup>12</sup>

测量系统相对运动角度，具有高精度、高分辨率和高可靠性。按结构可分为接触式、光电式和电磁式，后两种为非接触式编码。

## 增量式旋转编码器

- 不能直接输出数字编码，需要增数字电路。
- 原理：遮光周期性变化，莫尔条纹明暗交替，电压周期性变化 $U_0 = U_m \cos(\frac{2\pi}{W}x)$ ，形成脉冲，根据脉冲数量可推算旋转角度，位置数据是相对的。
- 辨向：为判断光栅移动方向，使用D触发器（）整合两个光栅的信息。
  - D触发器：时钟信号有效时， $Q = D$ 。
  - 边缘D触发器：时钟信号处于有效边沿时， $Q = D$ 。

## 绝对式光电编码器

- 能直接输出某种码制的数码。
- 格雷码（余3循环码）：任意相邻数只有一位二进制数不同，可以由二进制码按位异或（第一位保留）获得，属于可靠性编码，求反方便。

## 5.3 里程计

### 5.4 激光传感器

### 5.5 点云匹配与定位

### 5.6 卡尔曼滤波

### 5.7 蒙特卡洛定位

### 5.8 SLAM

## 6 机器人轨迹规划