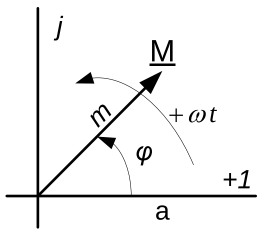
Анализ электромагнитных процессов в электрических цепях переменного тока в общем случае возможен только с использованием представления токов, напряжений и параметров цепи комплексными числами. Это позволяет исключить тригонометрические функции из уравнений, описывающих электрическую цепь и сделать их линейными. Так как при этом все величины заменяются их изображениями или символами, то этот метод носит название символического.

Символический метод

Пусть есть комплексное число с линейно изменяющимся во времени аргументом:
$\underline{M} = me^{j(\omega t+\varphi)}$. На комплексной плоскости это число представляет неизменный по длине вектор, вращающийся против часовой стрелки с постоянной скоростью ω.



Любую синусоидальную функцию времени можно представить в виде проекции на вещественную или мнимую ось соответствующего вращающегося вектора.

$$\underline{M} = me^{j(\omega t+\varphi)} = m\cos(\omega t+\varphi) + jm\sin(\omega t+\varphi)$$

Проекция вектора на мнимую ось дает синусоидально изменяющуюся функцию времени:

$$i(t) = I_m \sin(\omega t+\varphi_i) = Jm\{I_m e^{j(\omega t+\varphi_i)}\} = Jm\{I_m e^{j\varphi_i} e^{j\omega t}\}$$
$$u(t) = U_m \sin(\omega t+\varphi_u) = Jm\{U_m e^{j(\omega t+\varphi_u)}\} = Jm\{U_m e^{j\varphi_u} e^{j\omega t}\}.$$

Вводят специальное обозначение (символы):

$\dot{I}_m = I_m e^{j\varphi_i}$ - комплекс амплитудного значения тока или

$\dot{U}_m = U_m e^{j\varphi_u}$ - комплекс амплитудного значения напряжения. Они содержат информацию об амплитуде и начальной фазе синусоидального колебания.

Комплекс амплитудного значения деленный на $\sqrt{2}$, дает комплекс действующего значения:

$$\frac{\dot{I}_m}{\sqrt{2}} = \frac{I_m e^{j\varphi}}{\sqrt{2}} = I e^{j\varphi} = \dot{I} \quad \text{и} \quad \frac{\dot{U}_m}{\sqrt{2}} = \dot{U}.$$

Комплекс амплитудного или комплекс действующего значения позволяют перейти к мгновенному значению, например:

$$\dot{I}_m = 2e^{j30^0}, A \Rightarrow i(t) = 2\sin(\omega t + 30^0), A;$$

$$\dot{U} = 25e^{j60^0}, B \Rightarrow u(t) = 25\sqrt{2}\sin(\omega t + 60^0), B.$$

Примерный порядок расчета режима в цепи синусоидального тока.

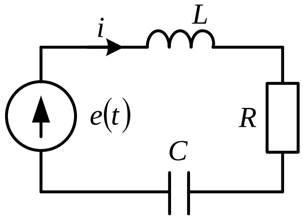
1. Осуществляют переход от мгновенных значений источников энергии к комплексу амплитудных или комплексу действующих значений, что определяется точностью расчета.

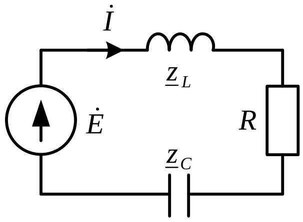
2. Вычисляют комплексные сопротивления элементов схемы.

3. Рациональным методом находят токи в ветвях и напряжения на элементах.

4. Осуществляют переход от комплексов амплитудных или комплексов действующих значений к мгновенным значениям искомых величин.

Пример: Дано: $e(t) = 200\sin\left(10^4 t - 60^0\right)B$, $R = 100\,Ом$, $L = 4\cdot 10^{-2}\,Гн$, $c = 10^{-6}\,Ф$. Найти: ток в цепи и напряжения на элементах.





$$\dot{E} = \frac{200}{\sqrt{2}} e^{-j60^0},\ \underline{z}_L = j\omega L = j400 = 400e^{j90^0},\ \underline{z}_C = -j\frac{1}{\omega c} = -j100 = 100e^{-j90^0}$$

$$\dot{I}\left(\underline{z}_L + \underline{z}_C + R\right) = \dot{E},\ \dot{I} = \frac{\dot{E}}{\underline{z}_L + \underline{z}_C + R} = \frac{100\sqrt{2}e^{-j60^0}}{100 + j300} = \frac{100\sqrt{2}e^{-j60^0}}{316e^{j71^0}} = 0{,}46e^{-j131^0}$$

$$\dot{U}_L = \dot{I}\,\underline{z}_L = 0{,}46e^{-j131^0}\,400e^{j90^0} = 184e^{-j41^0}$$

$$\dot{U}_C = \dot{I}\,\underline{z}_C = 0{,}46e^{-j131^0}\,100e^{-j90^0} = 46e^{-j221^0}$$

$$\dot{U}_R = \dot{I}\,R = 46e^{-j131^0}$$

Перейдем к мгновенным значениям:

$$i(t) = 0{,}46\sqrt{2}\sin\left(10^4 t - 131^0\right)$$

$$u_L(t) = 184\sqrt{2}\sin\left(10^4 t - 41^0\right)$$

$$u_C(t) = 46\sqrt{2}\sin\left(10^4 t - 221^0\right) = 46\sqrt{2}\sin\left(10^4 t + 139^0\right)$$

$$u_R(t) = 46\sqrt{2}\sin\left(10^4 t - 131^0\right)$$