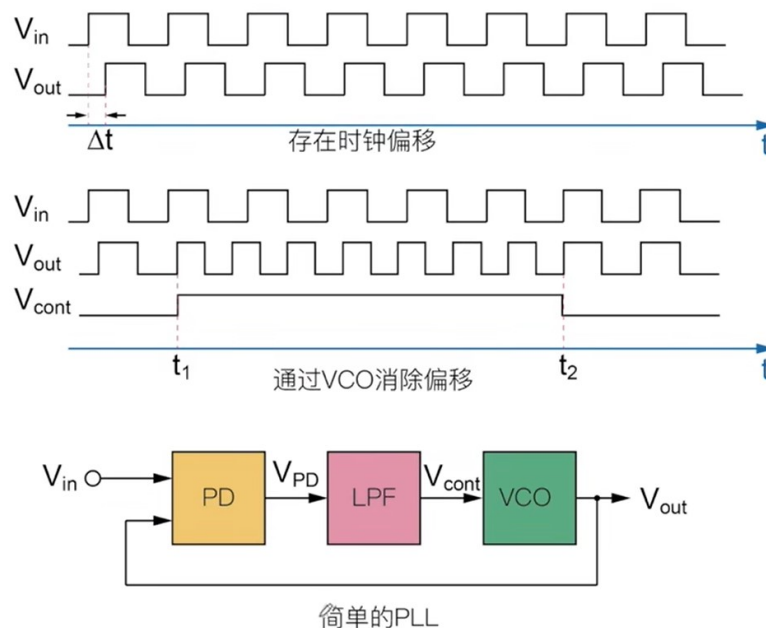


## 锁相环 PLL 工作原理

### 基本原理：

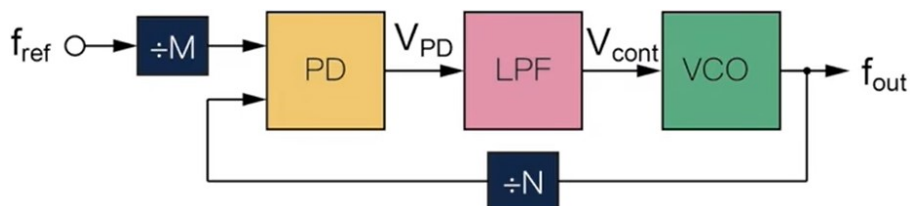
锁相环（Phase-Locked Loop, PLL）是一个能够比较输出与输入**相位差**的反馈系统，利用外部输入的参考信号控制环路内部振荡信号的**频率和相位**，使振荡信号同步至参考信号。

简单的 PLL 由**鉴相器**、**低通滤波器**和**压控振荡器**闭环组成。通过反复的鉴相和调整，最终 VCO 的输出信号频率和输入信号频率一致，这时 PLL 电路进入锁定状态。



### 应用：

#### （1）频率合成器



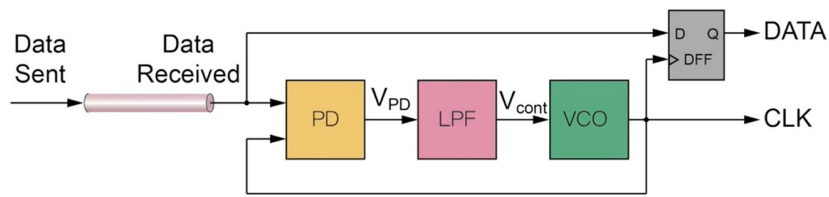
$$f_{out} = \frac{N}{M} f_{ref}, \quad \frac{N}{M} \text{ 就是分频或者倍频系数。}$$

类比于电流镜，镜像，保证了输出和输入信号一致或者同步放大或缩小。

#### （2）时钟恢复与数据重定时

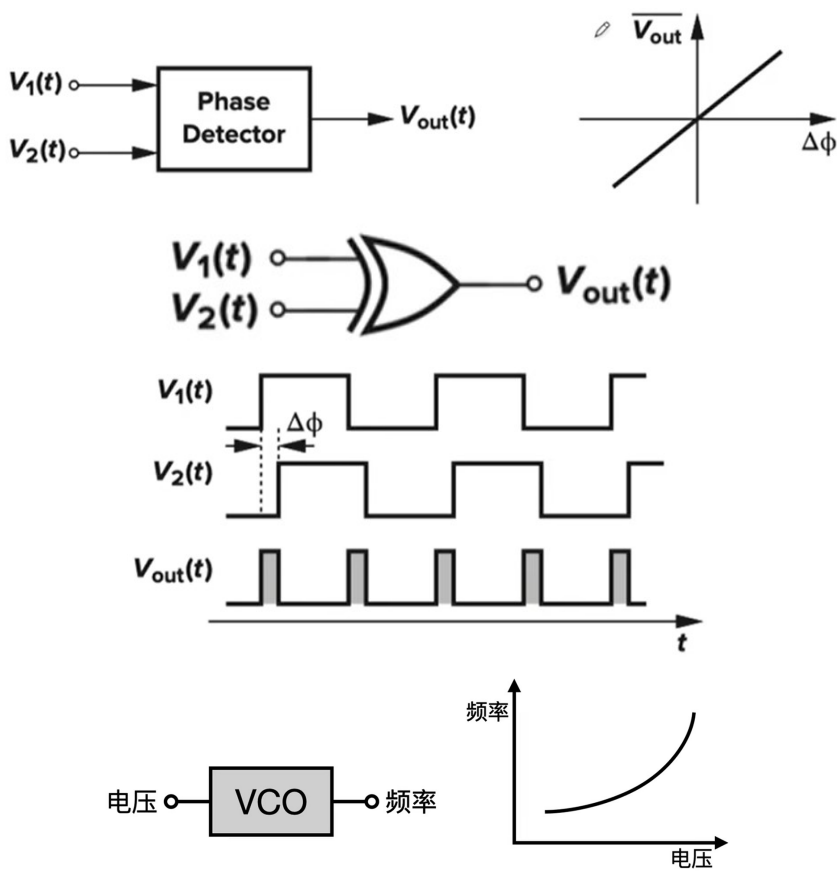
当数据在传输过程中受到噪声干扰，造成数据存在误码情况，可以使用 PLL 对数据进行重定时。数据经过 PLL 后得到恢复后的时钟 CLK，在 CLK 的基础上使用采样电路对数

据重新采样，得到重定时后的数据 DATA。

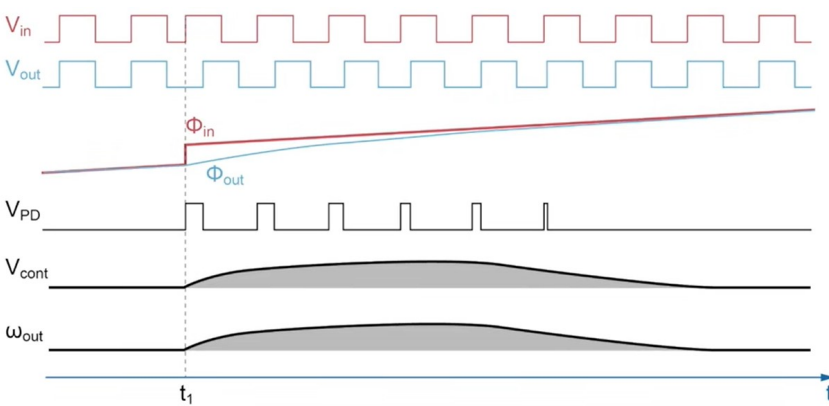


鉴相器（Phase Detector，PD）：

检测信号的相位差，使用异或门电路将相位差转换成电压信号，线性关系如下图所示。转换后的电压信号  $V_{PD}$  是矩形波，具有高频成分，需要低通滤波器将高频成分滤除。



PLL 对相位的阶跃响应：

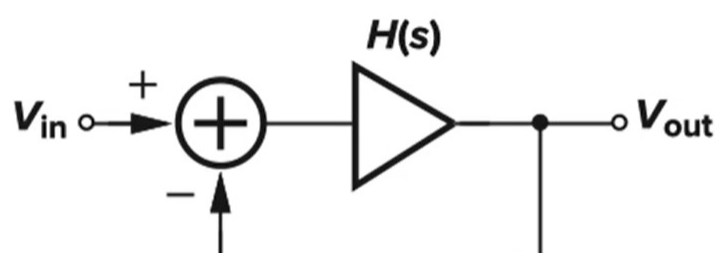


PLL 把相位锁定之后，输入信号和输出信号相位同步。当某一时刻外部干扰  $V_{in}$  信号，使其相位不同步，出现相位差，产生了相位的阶跃，如  $\phi_{in}$  所示。相位差经过鉴相器得到  $V_{PD}$ ， $V_{PD}$  经过低通滤波器得到  $V_{cont}$ ， $V_{cont}$  处于上升的状态，上升的  $V_{cont}$  输入 VCO 后，驱使 VCO 振荡频率加快，使滞后的输出信号逐渐追上输入信号。

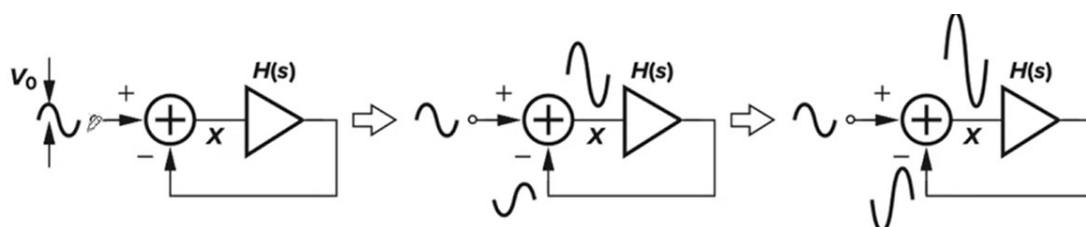
## 压控振荡器（Voltage-Controlled Oscillator, VCO）：

### 1、起振条件

振荡器会产生一个周期性电压信号输出，没有输入信号，但是可以持续地输出周期性振荡的电压信号，通常用于电子系统中产生时钟信号。



闭环传递函数：  $\frac{V_{out}}{V_{in}}(s) = \frac{H(s)}{1 + H(s)}$ ，令  $s = j\omega_0$ ，当  $H(j\omega_0) = -1$  时，特征根处在虚轴上，系统处于临界稳定的状态，系统输出表现为振荡的性质。系统输出振荡就是振荡器需要的。



在如上图所示的负反馈系统，当  $\angle H(j\omega_0) = 180^\circ$

$$V_x = V_0 + |H(j\omega_0)| V_0 + |H(j\omega_0)|^2 V_0 + |H(j\omega_0)|^3 V_0 + \dots$$

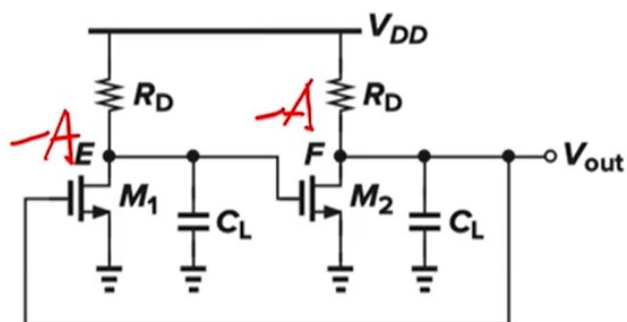
$$\text{如果 } |H(j\omega_0)| < 1 \Rightarrow V_x = \frac{V_0}{1 - |H(j\omega_0)|} < \infty$$

如果  $|H(j\omega_0)| > 1 \Rightarrow V_x$  不收敛；此时振荡器才存在无限振荡。

因此  $|H(j\omega_0)| \geq 1, \angle H(j\omega_0) = 180^\circ$ ，该反馈系统才可能会振荡。

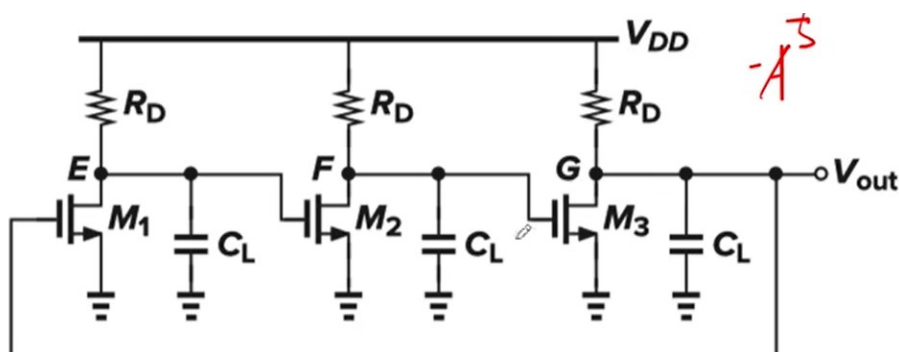
**巴克豪森准则：**电子振荡器系统信号由输入到输出再反馈到输入的相位差为  $360^\circ$ ，且增益大于 1，为振荡器振荡的必要条件。（ $\angle H(j\omega_0) + \text{负反馈} = 360^\circ$ ）

给出一个两级放大器的例子，如下所示。



两级放大器，正反馈，直流相移  $0^\circ$ （直流正反馈，直接锁定），最大交流相移  $180^\circ$ 。不满足起振条件。

给出一个三级放大器的例子，如下所示。



三级放大器，负反馈，直流相移  $180^\circ$ ，最大交流相移  $270^\circ$ 。总相移  $450^\circ$ ，满足起振条件之一的相移大于  $360^\circ$ 。

电路传递函数

$$H(s) = -\frac{A_0^3}{\left(1 + \frac{s}{w_0}\right)^3}$$

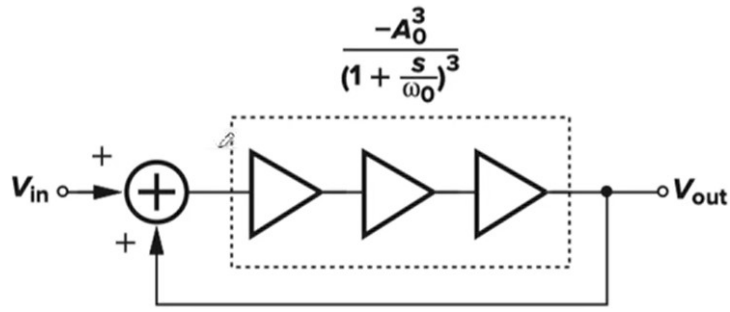
3 个直流  $-A_0$  贡献  $180^\circ$ ，3 个极点还需要各贡献  $60^\circ$ 。

起振相位条件

$$\tan^{-1} \frac{w_{osc}}{w_0} = 60^\circ \Rightarrow w_{osc} = \sqrt{3}w_0$$

起振幅度条件

$$\frac{A_0^3}{\left[\sqrt{1 + \left(\frac{w_{osc}}{w_0}\right)^2}\right]^3} = 1 \Rightarrow A_0 = 2$$



传递函数：

$$G(s) = \frac{V_{out}(s)}{V_{in}(s)} = \frac{\frac{-A_0^3}{(1+s/w_0)^3}}{1 + \frac{A_0^3}{(1+s/w_0)^3}} = \frac{-A_0^3}{(1+s/w_0)^3 + A_0^3}$$

分式分母：

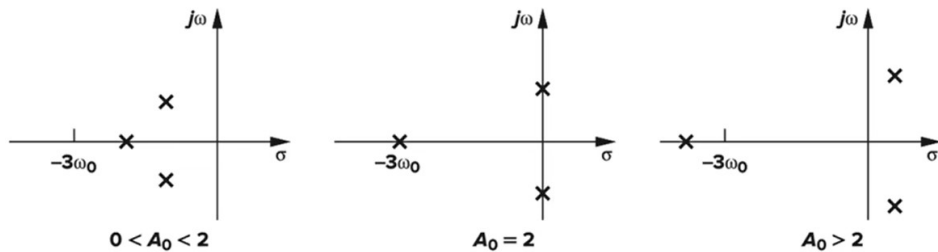
$$\left(1 + \frac{s}{w_0}\right)^3 + A_0^3 = \left(1 + \frac{s}{w_0} + A_0\right) \left[ \left(1 + \frac{s}{w_0}\right)^2 - \left(1 + \frac{s}{w_0}\right)A_0 + A_0^2 \right] = 0$$

闭环系统极点：

$$s_0 = (-A_0 - 1)w_0$$

$$s_{2,3} = \left[ \frac{A_0(1 \pm j\sqrt{3})}{2} - 1 \right] w_0$$

将这 3 个特征根画在复平面上



可知

$$A_0 = 2, \quad s_{2,3} = \left[ \frac{A_0(1 \pm j\sqrt{3})}{2} - 1 \right] w_0 \text{ 时, 系统存在等幅值振荡; (线性)}$$

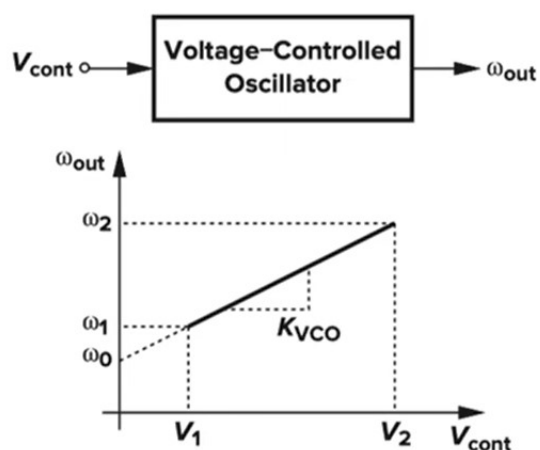
$$A_0 > 2, \quad s_{2,3} = \left[ \frac{A_0(1 \pm j\sqrt{3})}{2} - 1 \right] w_0 \text{ 时, 系统存在增幅振荡 (电源电压为定值, 该振荡会}$$

饱和, 进入非线性状态, 会引起频率的改变)。

只取输出信号没有饱和的情况。

$$V_{out}(t) = a \exp\left(\frac{A_0 - 2}{2} w_0 t\right) \cos\left(\frac{A_0 \sqrt{3}}{2} w_0 t\right)$$

理想情况下，VCO 输入和输出呈线性关系



$\omega_{out} = \omega_0 + K_{VCO} V_{cont}$ ，其中  $K_{VCO}$  为 VCO 的增益，其单位为：rad/(s.v)

对于一个交流信号，气象为变化的速度即频率，因此

$$\omega = \frac{d\phi}{dt}$$

所以 VCO 输出信号的相位为

$$\phi_{out} = \int \omega_{out} dt + \phi_0 = \omega_0 t + K_{VCO} \int V_{cont} dt + \phi_0$$

在 VCO 中，我们最关心输出相位

$$\phi_{ex} = K_{VCO} \int V_{cont} dt \Rightarrow \phi_{ex}(s) = \frac{K_{VCO}}{s} V_{cont}(s)$$

因此，可以将 VCO 理解成输入为控制电压  $V_{cont}$ ，输出为输出相位的系统，因此该系统是一个理想的积分器，其传递函数为

$$H_{VCO}(s) = \frac{\phi_{ex}}{V_{cont}}(s) = \frac{K_{VCO}}{s}$$