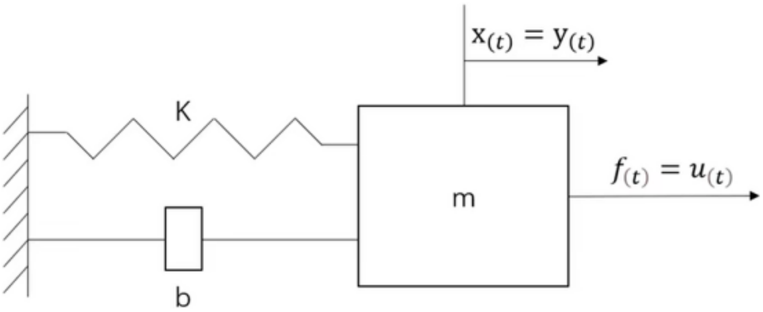
无感FOC龙伯格观测器

无感FOC在没有编码器的情况下，可以使用观测器来观测电机反电动势得到电机的转速，下面介绍一种线性观测器--龙伯格观测器。

1、状态空间

在介绍龙伯格观测器之前，先来回顾一下现代控制理论中的状态空间方程。状态空间方程 **（State Space Model）** 是一种描述系统数学模型的方法。状态空间方程是现代控制理论的基础，它是以矩阵的形式描述系统状态变量、输入及输出之间的关系。相比较传统的描述单输入单输出系统 **（SISO）**的传递函数方法，它可以描述多输入多输出的系统 **（Multiple Input Multiple Output, MIMO）**。目前流行的一些算法，如模型预测控制、卡尔曼滤波器及最优化控制，都是在状态空间方程表达形式基础上发展而来。

以典型的弹簧阻尼系统为例，推导状态空间方程。



运动方程：

$$m\frac{dx_{(t)}^2}{dt^2}+b\frac{dx_{(t)}}{dt}+kx_{(t)}=f(t)$$

拉普拉斯变换后，得到：

$$(ms^2+bs+k)Y_{(s)}=U_{(s)}$$

在经典控制理论下得到传递函数：

$$G_{(s)}=\frac{Y_{(s)}}{U_{(s)}}=\frac{1}{ms^2+bs+k}$$

选择状态变量 $z_1(t)$,$z_2(t)$

$$z_1(t)=x_{(t)},\quad z_2(t)=\frac{dz_1(t)}{dt}=\frac{dx(t)}{dt}$$

$$m\frac{dz_2(t)}{dt}+bz_2(t)+kz_1(t)=f(t)\Rightarrow\frac{dz_2(t)}{dt}=\frac{1}{m}(f(t)-bz_2(t)-kz_1(t))$$

$$\frac{d}{dt}\begin{bmatrix}z_1(t)\\z_2(t)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0&1\\-\frac{k}{m}&-\frac{b}{m}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}z_1(t)\\z_2(t)\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0\\\frac{1}{m}\end{bmatrix}u(t)$$

得到 $\Rightarrow$

$$y_{(t)}=\begin{bmatrix}1&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}z_1(t)\\z_2(t)\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}u_{(t)}\end{bmatrix}$$

将上述形式推广并得到状态空间方程的一般形式：

$$\frac{dz(t)}{dt}=Az(t)+Bu(t)$$

$$y(t)=Cz(t)+Du(t)$$

$z(t)$ 是状态变量，是一个n维向量，$z(t)=[z_1(t),z_2(t),\cdots,z_n(t)]$；

$y(t)$ 是状态变量，是一个m维向量，$y(t)=[y_1(t),y_2(t),\cdots,y_n(t)]$；

$x(t)$ 是状态变量，是一个p维向量，$x(t)=[x_1(t),x_2(t),\cdots,x_n(t)]$；

矩阵**A**是**n*n**的矩阵，表示系统变量之间的关系，称为状态矩阵或者系统矩阵；矩阵**B**是**n*p**矩阵，表示输入对状态变量的影响，称为输入矩阵或者控制矩阵；矩阵**C**是**m*n**矩阵，表示系统的输出与系统状态变量的关系，称为输出矩阵；矩阵**D**是**m*p**矩阵，表示系统的输入直接作用在系统输出的部分，称为直接传递矩阵。

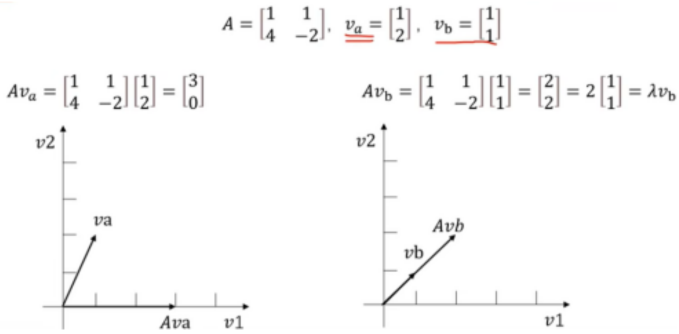
2、矩阵特征根与极点

当矩阵B左乘变换矩阵A时，实际上对B的列空间进行了投影或拉伸等线性变换，该变换会影响矩阵B的列空间，方向、长度或者量同时改变，取决于A的性质。 当矩阵B右乘变换矩阵A时，实际上对B的行空间进行了投影或拉伸等线性变换，该变换会影响矩阵B的行空间，方向、长度或者量同时改变，取决于A的性质。

在线性代数中，对于给定的一个方阵A，它的特征向量v经过矩阵A线性变换的作用后，得到的新向量仍然与原来的v保持在同一条直线上，但其长度和方向也许会发生改变。即

$$Av=\lambda v$$

其中λ为标量，即特征向量的长度在矩阵A线性变换下缩放的比例，称为矩阵A的特征值。有两个例子如下图中所示，可知 v_b 是矩阵 A 的特征向量，λ 是其特征值。



$$Av=\lambda v$$

$$Av-\lambda v=0$$

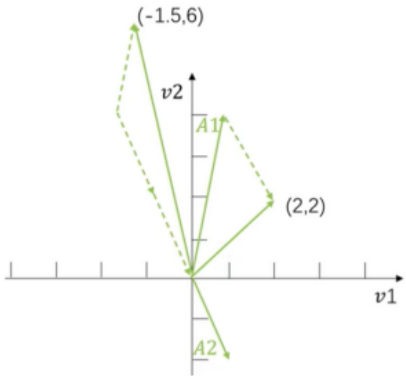
$$(A-\lambda I)\,v=0$$

其中，I为单位矩阵，维度与A相同，如果式有非零解，则矩阵$A-\lambda I$的行列式必须为0，则 $|A-\lambda I|=0$， 将 $A=\begin{bmatrix}1 & 1\\4 & -2\end{bmatrix}\Rightarrow A_1=\begin{bmatrix}1\\4\end{bmatrix},A_2=\begin{bmatrix}1\\-2\end{bmatrix}$ 代入可得 $\lambda^2+\lambda-6=0$,称为矩阵A的特征方程，可以得到矩阵A的两个特征值：$\lambda_1=2,\lambda_2=-3$，求得特征向量

$$v_1=\begin{bmatrix}1\\1\end{bmatrix},v_2=\begin{bmatrix}0.5\\-2\end{bmatrix}$$

得新的向量

$$Av_1=\begin{bmatrix}2\\2\end{bmatrix},Av_2=\begin{bmatrix}-1.5\\6\end{bmatrix}$$



对于单输入输出系统来说，对状态方程进行拉普拉斯变换：

$$L\left[\frac{dz(t)}{dt}\right] = L\left[Az(t) + Bu(t)\right]$$

$$L\left[y(t)\right] = L\left[Cz(t) + Du(t)\right]$$

考虑零初始状态， $z_1(0) = z_2(0) = 0$， 可将上式整理为：

$$sZ(s) = Az(s) + BU(s)$$

$$Y(s) = CZ(s) + DU(s)$$

整理后可得：

$$Z(s) = (sI - A)^{-1} BU(s)$$

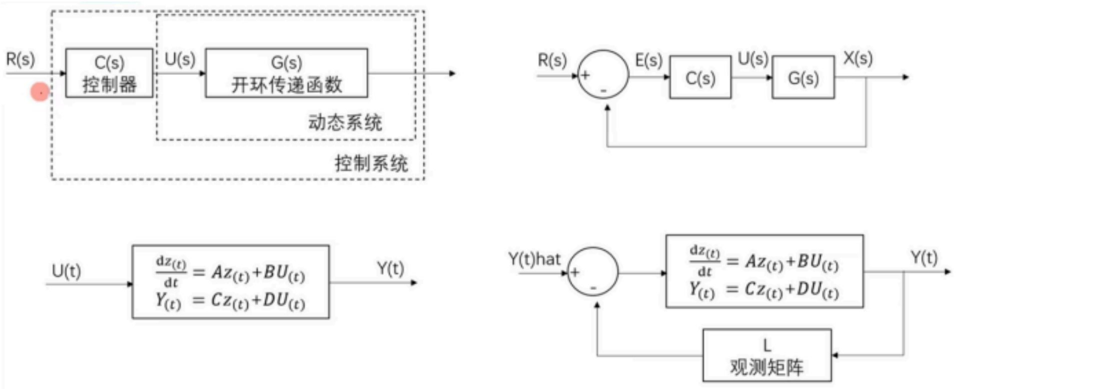
则

$$Y(s) = \left(C\left(sI - A\right)^{-1} B + D\right) U(s)$$

通常，状态空间方程的D矩阵都会取0，即D=0，同时 $(sI - A)^{-1} = \frac{(sI-A)^*}{|sI-A|}$，可得

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{C\left(sI - A\right)^* B}{|sI - A|}$$

令 $|sI - A| = 0$，求得极点，也就是矩阵A特征值 λ。（将极点和特征值联系起来了）。



开环系统框图 闭环系统框图

3、龙伯格观测器

龙伯格观测器也叫状态观测器，由龙伯格提出，解决了**线性系统**在满足**可观性条件**下的状态重构问题，给出了由线性系统输入输出构造状态观测器的一般理论。

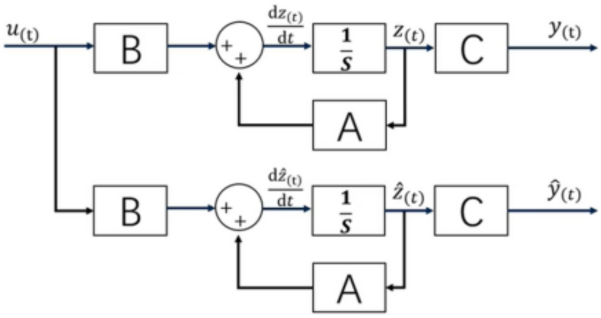
状态能观测性判据：对于n维线性时不变系统而言，它的状态能观测的充分必要条件是能观测矩阵 $O = \begin{bmatrix} C & CA & \cdots & CA^{n-1} \end{bmatrix}$的秩为 n，即 $RANK(O) = n$;

开环观测器：

$$\frac{d\hat{z}(t)}{dt} = A\hat{z}(t) + Bu(t)$$

$$\hat{y}(t) = C\hat{z}(t) + Du(t)$$

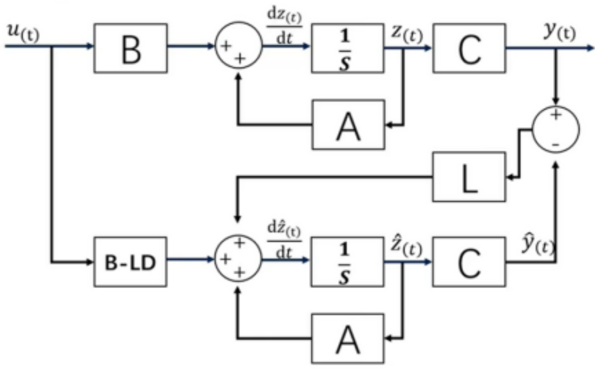
$\hat{z}(t)$ 代表 $z(t)$估计值； $\hat{y}(t)$代表 $y(t)$估计值



闭环观测器：

$$\frac{d\hat{z}(t)}{dt} = A\hat{z}(t) + Bu(t) + L\left(y(t) - \hat{y}(t)\right) \Rightarrow \frac{d\hat{z}(t)}{dt} = (A - LC)\,\hat{z}(t) + (B - LD)\,u(t) + Ly(t)$$

L是观测矩阵，影响系统是否收敛及收敛速度。由以下框图可知，当估计输出 $\hat{y}(t)$和实际输出 $y(t)$误差为0时，$\frac{d\hat{z}(t)}{dt}$ 和 $\frac{dz(t)}{dt}$ 相等，即可准确的得到未知的状态变量 $z(t)$。



闭环状态观测器

为了分析闭环观测器的收敛性及收敛速度，引入观测误差， $e = z(t) - \hat{z}(t)$，得到状态误差方程：

$$\frac{de}{dt} = \frac{d\left(z(t) - \hat{z}(t)\right)}{dt} = Az(t) + Bu(t) - (A - LC)\hat{z}(t) - (B - LD)u(t) - Ly(t) = (A - LC)(z(t) - \hat{z}(t)) = (A - LC)e(t)$$

解上述一阶微分方程得： $e(t) = C_0 e^{(A-LC)t}, t \geq 0$ 上述表明，为了使观测状态 $\frac{dz(t)}{dt}$趋近于实际的 $z(t)$，也就是误差e趋近于0，则状态误差方程应收敛。

$$\frac{de(t)}{dt} = (A - LC)e(t)$$

状态矩阵 $(A - LC)$的特征值应具有负实部，且负实部的大小会影响状态逼近的速度，特征值负实部绝对值越大，逼近速度越快。

在旋转坐标系下，电机dq轴方程

$$u_d = Ri_d + L_d\frac{di_d}{dt} - w_e L_q i_q$$

$$u_q = Ri_q + L_q\frac{di_q}{dt} + w_e(L_d i_d + \psi_f)$$

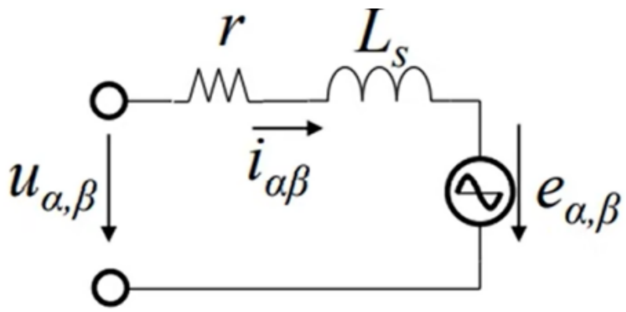
改写以上方程，将对角元素变成对称形式

$$\begin{bmatrix} u_d \\ u_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R+\frac{d}{dt}L_d & -w_eL_q \\ w_eL_q & R+\frac{d}{dt}L_d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ (L_d-L_q)(w_ei_d-\frac{di_q}{dt})+w_e\psi_f \end{bmatrix}$$

旋转坐标系下方程通过反PARK变换得到静止坐标系下电机方程

$$\begin{bmatrix} u_\alpha \\ u_\beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R+\frac{d}{dt}L_d & w_e(L_d-L_q) \\ -w_e(L_d-L_q) & R+\frac{d}{dt}L_d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} (L_d-L_q)(w_ei_d-\frac{di_q}{dt})+w_e\psi_f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -sin\theta_e \\ cos\theta_e \end{bmatrix}$$

静止坐标系下，电机的等效模型如下所示



得扩展反电势（EMF）：

$$\begin{bmatrix} e_\alpha \\ e_\beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (L_d-L_q)(w_ei_d-\frac{di_q}{dt})+w_e\psi_f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -sin\theta_e \\ cos\theta_e \end{bmatrix}$$

将以上静止坐标系下电机电压方程改写成电流的状态方程

$$\frac{d}{dt}\begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} = \frac{1}{L_d}\begin{bmatrix} -R & -(L_d-L_q)w_e \\ (L_d-L_q)w_e & -R \end{bmatrix}\begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} + \frac{1}{L_d}\begin{bmatrix} u_\alpha \\ u_\beta \end{bmatrix} - \frac{1}{L_d}\begin{bmatrix} e_\alpha \\ e_\beta \end{bmatrix}$$

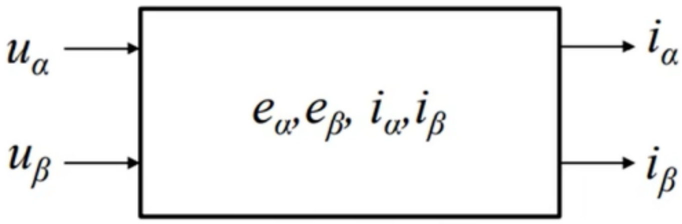
对于表贴式三相PMSM，重写静止坐标系下的电流方程

$$\frac{d}{dt}i_s = Ai_s + Bu_s + K_eE_s$$

$\Rightarrow K_e = \begin{bmatrix} -\frac{1}{L_s} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{L_s} \end{bmatrix}$ 为反电动势系数

$$\Rightarrow E_s = \begin{bmatrix} e_\alpha \\ e_\beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\psi_fw_esin\theta_e \\ \psi_fw_ecos\theta_e \end{bmatrix}, \dot{E}_s = \frac{d}{dt}\begin{bmatrix} -\psi_fw_esin\theta_e \\ \psi_fw_ecos\theta_e \end{bmatrix} = w_e\begin{bmatrix} -e_\beta \\ e_\alpha \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \frac{d}{dt}\begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R}{L_s} & 0 \\ 0 & -\frac{R}{L_s} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L_s} & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_s} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} u_\alpha \\ u_\beta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\frac{1}{L_s} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{L_s} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} e_\alpha \\ e_\beta \end{bmatrix}$$



$u_\alpha, u_\beta, i_\alpha, i_\beta$ 是已知量，因此可计算出反电动势 e_α, e_β，反电动势含有电机的转速信息。 根据上述框图，建立状态观测方程：

$$u(t) = [u_\alpha \quad u_\beta]^T$$

$$z(t) = [i_\alpha \quad i_\beta \quad e_\alpha \quad e_\beta]^T$$

$$\frac{dz(t)}{dt} = [\frac{d}{dt}i_\alpha \quad \frac{d}{dt}i_\beta \quad \frac{d}{dt}e_\alpha \quad \frac{d}{dt}e_\beta]^T$$

$$y(t) = [i_\alpha \quad i_\beta]^T$$

得到

$$\frac{dz(t)}{dt} = Az(t) + Bu(t)$$
$$y(t) = Cz(t)$$

其中，

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{R}{L_s} & 0 & -\frac{1}{L_s} & 0 \\ 0 & -\frac{R}{L_s} & 0 & -\frac{1}{L_s} \\ 0 & 0 & 0 & -w_e \\ 0 & 0 & w_e & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} \frac{1}{L_s} & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_s} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

判断系统是否稳定，可以从状态矩阵A的特征值入手,根据闭环状态观测器框图引入状态观测器，得

$$\frac{d\hat{z}(t)}{dt} = A\hat{z}(t) + Bu(t) + L(y(t) - \hat{y}(t)) = A\hat{z}(t) + Bu(t) + LC(z(t) - \hat{z}(t))$$

$$L = \begin{bmatrix} L_1 & 0 & L_2 & 0 \\ 0 & L_1 & 0 & L_2 \end{bmatrix}^T$$

$\Rightarrow$ 真实系统

$$\begin{bmatrix} \frac{d}{dt} i_\alpha \\ \frac{d}{dt} i_\beta \\ \frac{d}{dt} e_\alpha \\ \frac{d}{dt} e_\beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R}{L_s} & 0 & -\frac{1}{L_s} & 0 \\ 0 & -\frac{R}{L_s} & 0 & -\frac{1}{L_s} \\ 0 & 0 & 0 & -w_e \\ 0 & 0 & w_e & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \\ e_\alpha \\ e_\beta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L_s} & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_s} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_\alpha \\ u_\beta \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \\ e_\alpha \\ e_\beta \end{bmatrix}$$

$\Rightarrow$ 估计系统（全阶观测器）

$$\begin{bmatrix} \frac{d}{dt} \hat{i}_\alpha \\ \frac{d}{dt} \hat{i}_\beta \\ \frac{d}{dt} \hat{e}_\alpha \\ \frac{d}{dt} \hat{e}_\beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R}{L_s} & 0 & -\frac{1}{L_s} & 0 \\ 0 & -\frac{R}{L_s} & 0 & -\frac{1}{L_s} \\ 0 & 0 & 0 & -w_e \\ 0 & 0 & w_e & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{i}_\alpha \\ \hat{i}_\beta \\ \hat{e}_\alpha \\ \hat{e}_\beta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L_s} & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_s} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_\alpha \\ u_\beta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_1 & 0 \\ 0 & L_1 \\ L_2 & 0 \\ 0 & L_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_\alpha - \hat{i_\alpha} \\ i_\beta - \hat{i_\beta} \\ e_\alpha - \hat{e_\alpha} \\ e_\beta - \hat{e}_\beta \end{bmatrix}$$

由前面可知，有状态误差方程

$$\frac{de(t)}{dt} = (A - LC)e(t)$$

得到状态误差矩阵特征方程

$$A - LC = \begin{bmatrix} -\frac{R_s}{L_s} - l_1 & 0 & -\frac{1}{L_s} & 0 \\ 0 & -\frac{R_s}{L_s} - l_1 & 0 & -\frac{1}{L}s \\ -l_2 & 0 & 0 & -w_e \\ 0 & -l_2 & w_e & 0 \end{bmatrix}$$

$$\lambda I - (A - LC) = \begin{bmatrix} \lambda + \frac{R_s}{L_s} + l_1 & 0 & \frac{1}{L_s} & 0 \\ 0 & \lambda + \frac{R_s}{L_s} + l_1 & 0 & \frac{1}{L}s \\ l_2 & 0 & \lambda & w_e \\ 0 & l_2 & -w_e & \lambda \end{bmatrix}$$

令 $|\lambda I - (A - LC)| = 0$,当且仅当 $\lambda < 0$时，系统收敛稳定。

前向欧拉法离散：

$\frac{dx}{dt} = \frac{x(k+1) - x(k)}{T}$,T为采样周期， $\frac{dx}{dt}$为上一时刻的微分。

$$\begin{aligned}&\frac{dz(t)}{dt}=Az(t)+Bu(t)\\&y(t)=Cz(t)+Du(t)\end{aligned}\Rightarrow\frac{dz(t)}{dt}=Az(k)+Bu(k)=\frac{z(k+1)-z(k)}{T}$$

$$\begin{aligned}&(Az(k)+Bu(k))T=z(k+1)-z(k)\Rightarrow z(k+1)=(AT+I)z(k)+BTu(k)\\&y(t)=Cz(t)+Du(t)\Rightarrow y(k)=Cz(k)+Du(k)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}&\frac{dz(t)}{dt}=Az(t)+Bu(t)\Rightarrow z(k+1)=(AT+I)z(k)+BTu(k)\\&y(t)=Cz(t)+Du(t)\Rightarrow y(k)=Cz(k)+Du(k)\end{aligned}$$

对观测器离散：

$$\frac{d\hat{z}(t)}{dt}=A\hat{z}(t)+Bu(t)+L(y(t)-\hat{y}(t))\Rightarrow\hat{z}(k+1)=(AT+I)\hat{z}(k)+BTu(k)+LT(y(k)-\hat{y}(k))$$

$$\begin{bmatrix}\hat{i}_{\alpha(k+1)}\\\hat{i}_{\beta(k+1)}\\\hat{e}_{\alpha(k+1)}\\\hat{e}_{\beta(k+1)}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1-\frac{R_s}{L_s}T&0&-\frac{1}{L_s}T&0\\0&1-\frac{R_s}{L_s}T&0&-\frac{1}{L_s}T\\0&0&1&-w_eT\\0&0&w_eT&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\hat{i}_{\alpha(k)}\\\hat{i}_{\beta(k)}\\\hat{e}_{\alpha(k)}\\\hat{e}_{\beta(k)}\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\frac{1}{L_s}&0\\0&\frac{1}{L_s}\\0&0\\0&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}u_{\alpha(k)}\\u_{\beta(k)}\end{bmatrix}$$

$$+\begin{bmatrix}L_1T&0\\0&L_1T\\L_2T&0\\0&L_2T\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}i_{\alpha(k)}-\hat{i}_{\alpha(k)}\\i_{\beta(k)}-\hat{i}_{\beta(k)}\\e_{\alpha(k)}-\hat{e}_{\alpha(k)}\\e_{\beta(k)}-\hat{e}_{\beta(k)}\end{bmatrix}$$

得到：

$$\begin{aligned}&\hat{i}_{\alpha(k+1)}=(1-\frac{R_s}{L_s}T-L_1T)\hat{i}_{\alpha(k)}-\frac{1}{L_s}T\hat{e}_{\alpha(k)}+\frac{1}{L_s}Tu_{\alpha(k)}+L_1Ti_{\alpha(k)}\\&\hat{i}_{\beta(k+1)}=(1-\frac{R_s}{L_s}T-L_1T)\hat{i}_{\beta(k)}-\frac{1}{L_s}T\hat{e}_{\beta(k)}+\frac{1}{L_s}Tu_{\beta(k)}+L_1Ti_{\beta(k)}\\&\hat{e}_{\alpha(k+1)}=\hat{e}_{\alpha(k)}-w_eT\hat{e}_{\beta(k)}+L_2T(i_{\alpha(k)}-\hat{i}_{\alpha(k)})\\&\hat{e}_{\beta(k+1)}=\hat{e}_{\beta(k)}+w_eT\hat{e}_{\alpha(k)}+L_2T(i_{\beta(k)}-\hat{i}_{\beta(k)})\end{aligned}$$

去耦（先设置 $w_e=0$，再求解 L1,L2），简化观测器模型：

方程组一：

$$\hat{i}_{\alpha(k+1)}=(1-\frac{R_s}{L_s}T-L_1T)\hat{i}_{\alpha(k)}-\frac{1}{L_s}T\hat{e}_{\alpha(k)}+\frac{1}{L_s}Tu_{\alpha(k)}+L_1Ti_{\alpha(k)}$$

$$\hat{e}_{\alpha(k+1)}=\hat{e}_{\alpha(k)}+L_2T(i_{\alpha(k)}-\hat{i}_{\alpha(k)})$$

方程组二：

$$\hat{i}_{\beta(k+1)} = (1-\frac{R_s}{L_s}T - L_1T)\hat{i}_{\beta(k)} - \frac{1}{L_s}T\hat{e}_{\beta(k)} + \frac{1}{L_s}Tu_{\beta(k)} + L_1Ti_{\beta(k)}$$

$$\hat{e}_{\beta(k+1)} = \hat{e}_{\beta(k)} + L_2T(i_{\beta(k)} - \hat{i}_{\beta(k)})$$

得到观测矩阵 A_0:

$$A_0 = \begin{bmatrix} 1-\frac{R_s}{L_s} - L_1T & -\frac{1}{L_s}T \\ L_2T & 1 \end{bmatrix}$$

$$|\lambda I - A_0| = \begin{vmatrix} \lambda - 1 + \frac{R_s}{L_s} + L_1T & \frac{1}{L_s}T \\ -L_2T & \lambda - 1 \end{vmatrix} = (\lambda - 1 + \frac{R_s}{L_s} + L_1T)(\lambda - 1) + \frac{L_2}{L_s}T^2 = 0$$

求出 L_1, L_2,当且仅当特征值 $\lambda < 0$时，系统收敛稳定。