

永磁同步电机基波数学模型

1、旋转坐标系下电机模型

ψ_f ：永磁体磁链

电磁转矩方程：

$$T_e = \frac{3}{2} p_n i_q [i_d (L_d - L_q) + \psi_f]$$

机械方程：

$$J \frac{d\omega_m}{dt} = T_e - T_L - B\omega_m$$

定子电压方程（1）：

$$u_d = Ri_d + \frac{d}{dt}\psi_d - \omega_e \psi_q$$

$$u_q = Ri_q + \frac{d}{dt}\psi_q + \omega_e \psi_d$$

定子磁链方程：

$$\psi_d = L_d i_d + \psi_f$$

$$\psi_q = L_q i_q$$

定子电压方程（2）：

$$u_d = Ri_d + L_d \frac{di_d}{dt} - \omega_e L_q i_q$$

$$u_q = Ri_q + L_q \frac{di_q}{dt} + \omega_e (L_d i_d + \psi_f)$$

2、静止坐标系下电机模型

静止坐标系通常用于估算转子位置。要估算出转子位置，必须知道转子位置在不同位置的时候，磁链的变化规律。在 abc 坐标系统，三相电压、电流、磁链相互耦合，数学模型复杂，因此在静止坐标系下估算转子位置。

电压方程：

$$\begin{bmatrix} u_\alpha \\ u_\beta \end{bmatrix} = R_s \begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \phi_\alpha \\ \phi_\beta \end{bmatrix}$$

其中 ϕ_α, ϕ_β 表示 $\alpha\beta$ 轴磁链，dq 轴的定子磁链方程经过反 park 变换得到

$$\begin{bmatrix} \phi_\alpha \\ \phi_\beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L_d i_d + \phi_f \\ L_q i_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_\alpha & L_{\alpha\beta} \\ L_{\alpha\beta} & L_\beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \phi_f \cos \theta \\ \phi_f \sin \theta \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned}
L_\alpha &= \frac{L_d + L_q}{2} + \frac{L_d - L_q}{2} \cos 2\theta \\
L_\beta &= \frac{L_d + L_q}{2} - \frac{L_d - L_q}{2} \cos 2\theta \\
L_{\alpha\beta} &= \frac{L_d - L_q}{2} \sin 2\theta \\
\Rightarrow \begin{bmatrix} u_\alpha \\ u_\beta \end{bmatrix} &= R_s \begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} L_\alpha & L_{\alpha\beta} \\ L_{\alpha\beta} & L_\beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -w_e \phi_f \sin \theta \\ w_e \phi_f \cos \theta \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

$\alpha\beta$ 轴磁链包含的转子磁链分量位置信息

旋转坐标系中，d 轴磁链由 $L_s i_d$ 和 ϕ_f 两部分组成，d 轴的位置定义为永磁体 d 极指向的方向，所以永磁体磁链 ϕ_f 只存在于 d 轴，另一部分为电流流经 d 轴电感产生的定子磁链 $L_s i_d$ ；q 轴只有定子磁链 $L_s i_q$ 。

静止坐标系中，永磁同步电机气隙中的磁链由两部分组成，一部分为定子磁链 $\begin{bmatrix} L_\alpha & L_{\alpha\beta} \\ L_{\alpha\beta} & L_\beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix}$ ，由电流流过定子线圈产生；另一部分为转子磁链 $\begin{bmatrix} \phi_f \cos \theta \\ \phi_f \sin \theta \end{bmatrix}$ ，由转子永磁体产生。

$\alpha\beta$ 轴的反电势电压分量包含位置信息

磁场变换产生电场，在永磁同步电机中，每一项定子线圈绕在定子铁芯形成封闭的空间，在该空间内，磁链变化，在线圈两端形成电压，磁场变化越快，产生的电压越大。

$\begin{bmatrix} -w_e \phi_f \sin \theta \\ w_e \phi_f \cos \theta \end{bmatrix}$ 描述了转子磁场旋转产生的电压，与转子转速及转子当前角度的关系，这

部分电压也叫反电势； $\begin{bmatrix} L_\alpha & L_{\alpha\beta} \\ L_{\alpha\beta} & L_\beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix}$ 描述了定子磁场变化产生的电压与电流的关系。