观测器 PLL 锁相环设计

旋转坐标系下方程通过反 PARK 变换得到静止坐标系下电机方程

$$\begin{bmatrix} u_\alpha \\ u_\beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R+\frac{d}{dt}L_d & w_e(L_d-L_q) \\ -w_e(L_d-L_q) & R+\frac{d}{dt}L_d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} + \left[(L_d-L_q)(w_e i_d-\frac{di_q}{dt})+w_e\psi_f \right] \begin{bmatrix} -\sin\theta_e \\ \cos\theta_e \end{bmatrix}$$

在永磁同步电动机中，$L_d = L_q = L_s$

$$\begin{bmatrix} e_\alpha \\ e_\beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -w_e\psi_f\sin\theta_e \\ w_e\psi_f\cos\theta_e \end{bmatrix}$$

观测器的状态变量

$$\hat{i}_{\alpha(k+1)} = (1-\frac{R_s}{L_s}T-L_1T)\hat{i}_{\alpha(k)} - \frac{1}{L_s}T\hat{e}_{\alpha(k)} + \frac{1}{L_s}Tu_{\alpha(k)} + L_1Ti_{\alpha(k)}$$

$$\hat{i}_{\beta(k+1)} = (1-\frac{R_s}{L_s}T-L_1T)\hat{i}_{\beta(k)} - \frac{1}{L_s}T\hat{e}_{\beta(k)} + \frac{1}{L_s}Tu_{\beta(k)} + L_1Ti_{\beta(k)}$$

$$\hat{e}_{\alpha(k+1)} = \hat{e}_{\alpha(k)} - w_eT\hat{e}_{\beta(k)} + L_2T(i_{\alpha(k)} - \hat{i}_{\alpha(k)})$$

$$\hat{e}_{\beta(k+1)} = \hat{e}_{\beta(k)} + w_eT\hat{e}_{\alpha(k)} + L_2T(i_{\beta(k)} - \hat{i}_{\beta(k)})$$

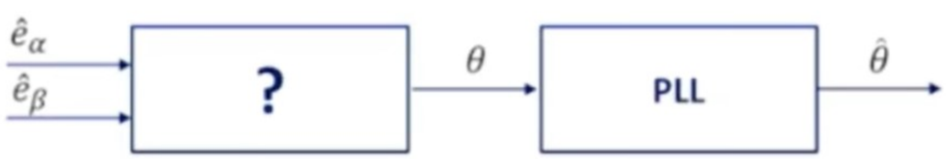
是否可以这样计算θ值 $-\tan\theta_e = \frac{\hat{e}_\alpha}{\hat{e}_\beta}, \theta_e = -\arctan\frac{\hat{e}_\alpha}{\hat{e}_\beta}$?

不可以。当 θ 处于 $\frac{\pi}{2}$ 附近时，正切函数为无穷值，反正切函数不能很好地计算 θ。（未经过闭环反馈，无法判断是否是准确值）。

锁相环 PLL：

为了对基准信号与反馈信号进行频率比较，二者的相位必须相同且锁住，任何时间都不能改变，这样才能方便的比较频率，所以叫锁相。为了快速稳定输出系统，整个系统加入反馈成为闭环，所以叫环（loop）。

使用锁相环 PLL 计算转子角度 θ。



扩展反电动势 e 有以下关系式，可知 e 和电机转子角度有关系，可以使用负反馈计算转子角度。

$$e = K_e * w_e$$

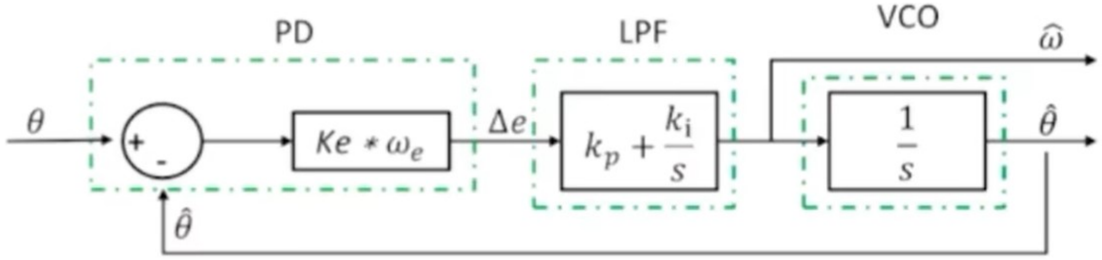
$$e_\alpha = -e\sin\theta_e, e_\beta = e\cos\theta_e$$

$$e^2 = e_\alpha^2 + e_\beta^2$$

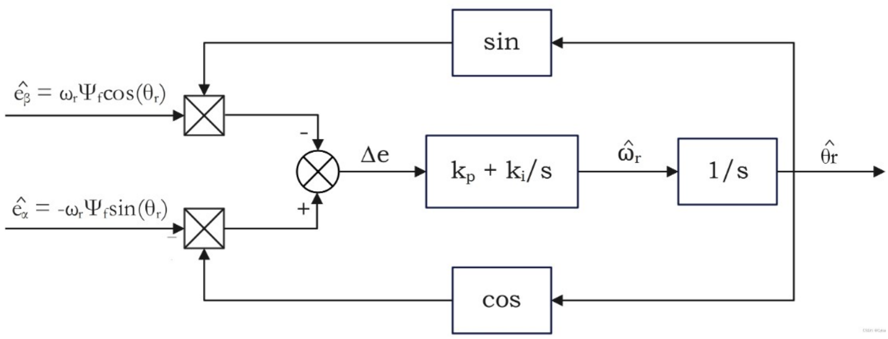
$$\Rightarrow e\sin(\theta_e - \hat{\theta}_e) = e(\sin\theta_e\cos\hat{\theta}_e - \cos\theta_e\sin\hat{\theta}_e) = -e_\alpha\cos\hat{\theta}_e - e_\beta\sin\hat{\theta}_e$$

$$\Rightarrow \sin(\theta_e - \hat{\theta}_e) = \frac{-e_\alpha\cos\hat{\theta}_e - e_\beta\sin\hat{\theta}_e}{K_e * w_e}$$

由极限定理可知，$\theta_e - \hat{\theta}_e \to 0$ 时，$\lim\limits_{\theta-\hat{\theta}=0}\sin(\theta_e - \hat{\theta}_e) \approx \theta_e - \hat{\theta}_e = \dfrac{-e_\alpha\cos\hat{\theta}_e - e_\beta\sin\hat{\theta}_e}{K_e * w_e}$



正交型 PLL



PLL 低通滤波器参数 k_p, k_i 求解：

$$(\theta - \hat{\theta}) * k * (k_p + \frac{k_i}{s}) * \frac{1}{s} = \hat{\theta}, k = K_e * w_e$$

$$G(s) = \frac{\hat{\theta}}{\theta} = \frac{kk_p s + kk_i}{s^2 + kk_p s + kk_i}，\ G(s) = \frac{2\xi w_n s + w_n^2}{s^2 + 2\xi w_n s + w_n^2}，\ \Rightarrow w_n = \sqrt{kk_i}, \xi = \frac{kk_p}{2\sqrt{kk_i}}$$

w_n（带宽）越大，系统响应越快；ξ 越大，最大超调量 Mp 就越小。

工程上 ξ 通常选择 1，w_n 和电机最大转速相关。

特征方程：$s^2 + 2\xi w_n s + w_n^2 = 0$，求根得到：

$$\lambda_1 = -\xi w_n + w_n\sqrt{\xi^2 - 1}$$
$$\lambda_2 = -\xi w_n - w_n\sqrt{\xi^2 - 1}$$

当且仅当系统稳定时，$\lambda < 0$。根据特征根的取值范围，选择合适的k_p, k_i值。

注：

在 ST 电机库中，通常给定

$k_p = \dfrac{0.48 w_{e[\max]}}{T}, k_i = \dfrac{0.0029 w_{e[\max]}}{T^2}$，$w_{e[\max]}$电机最大转速，单位 rad/s。