

电流环和转速环 PI 控制器参数整定分析

一、前置知识

幅频特性曲线分析一阶和二阶系统的性能时，分析对象都是开环传递函数。

1、一阶惯性环节性能分析

1.1 一阶惯性环节

设有一阶惯性环节（尾一多项式）

$$\frac{1}{Ts + 1}$$

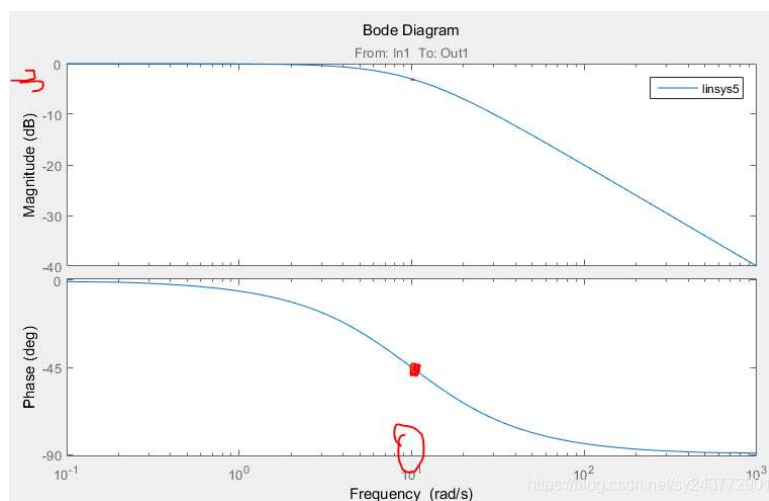


图 1

转折频率：s 前面系数的倒数，分母形式 $Ts + 1$ 。

截止频率定义：从频域响应的角度分析，当保持输入信号的幅度不变，该频率使输出信号将值最大值的 **0.707 倍**，即用频域特性表述即为幅值下降 3dB 的点处即为截止频率。对应**幅频特性-3dB 的点**和**相频特性滞后 45° (-45°)的点**。

具体表现：截止频率以前，1rad/s 时输出信号的保真度较高，基本能够实现跟随；在截止频率 10rad/s 处幅值降至 0.707，相位滞后 45°；100rad/s 时，幅值降至 0.173，相位滞后将近 80°；1000rad/s 基本已经没有响应了。证明截止频率对输入信号的响应性能能够提供直接指标。

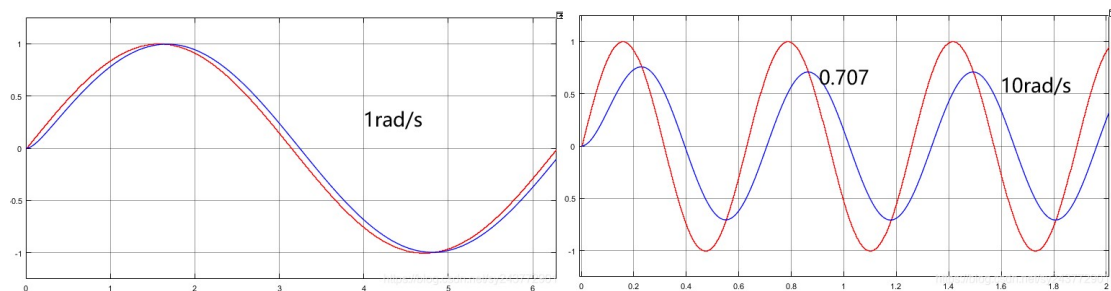


图 2

1.2 开环增益与截止频率对 bode 图的影响

(1) 更改转折频率

对于一阶惯性环节，可将系数 T 理解成采样时间，采样时间越小，采样频率越高，跟随频率也越高，这也说明高采样率的系统、高控制率的系统性能更好。更改系数 T 后， T 减小，转折频率增大，截止频率右移增大；反之，同理。

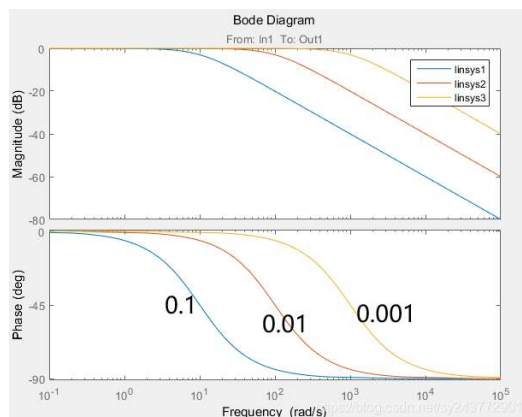


图 3

(2) 更改开环增益

1) 增大一阶惯性环节的开环增益，会导致幅频曲线上移，导致幅频曲线与横轴 0 的焦点右移，截止频率 ω_c 增大。

2) 增大一阶惯性环节的开环增益，不会对相频曲线产生任何影响。相频曲线只与 s 前的系数有关，只和转折频率有关。

总结：

1) 截止频率对于一阶惯性系统而言，意味着信号响应性能的转折点，截止频率之前的点能够较好的跟随，但是截至频率之后，输入信号被大幅衰减。

2) Bode 图可以对系统的响应特性进行一个直观的分析。

3) 对于第一个转折点和最后一个转折点对应的转折频率，其对应系统相位的边界变化 45° ，其余转折点的转折频率对应相位变化 90° 。

2、二阶系统性能分析

电机控制的电流环实际上是一个二阶系统（典型一阶环节即为二阶系统）。

2.1 二阶系统传递函数

假设二阶系统传递函数：

$$G_{open} = \frac{1}{s} \frac{1}{Ts + 1}$$

分析这个传递函数：

① 幅频特性初始斜率为 -20dB，积分环节的作用；而后微分环节作用，斜率为 -40dB。

②相频特性初始值 -90° ，积分环节使得系统天然滞后 90° ，相频曲线的最大值变为 -180° 。

③相位裕度（大于 0 时系统稳定）：截止频率处的相位加 180° 等于相位裕度，即截止频率处的相位离 -180° 的距离为正，则系统稳定。

（1）改变转折频率

s 前的系数减小，转折频率增大，幅频特性的拐点滞后，相频特性右移。截止频率不变，快速性不变，相位裕度变大，系统稳定性增强。

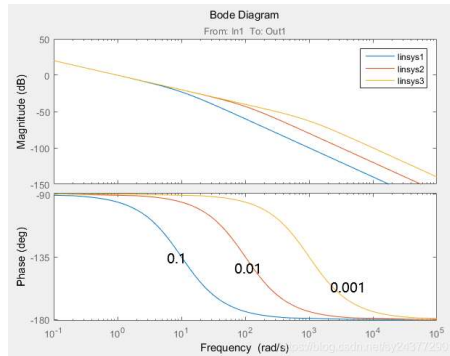


图 4

（2）改变开环增益

开环增益增加，截止频率右移变大，转折频率不变，相频特性曲线不变，系统响应加快，相位裕度减小，系统稳定性下降。

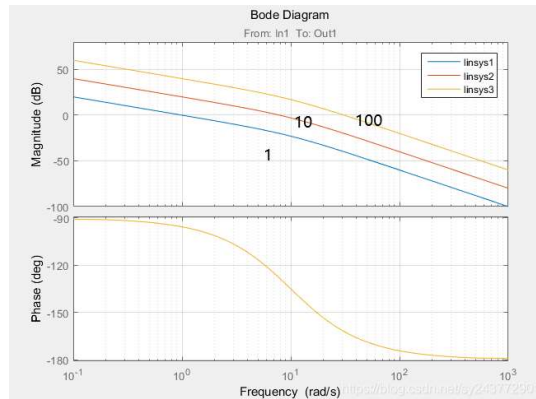


图 5

总结：

- 1) 截止频率决定了系统的响应速度；而相位裕度决定了系统的稳定性。
- 2) 开环增益决定系统的截止频率，惯性环节 s 前的系数 T 决定转折频率，进而决定相位裕度。

二、PI 参数整定

1、电流内环调节器设计

在矢量控制系统的电流环是对 i_q 进行控制，控制的是定子电流，进而控制电机转矩。

电流内环的作用是在电机启动过程中能够以最大电流启动，同时在外部扰动下能够快速回复，加快动态跟踪响应速度，提高系统稳定性。电机控制系统电流环如图 6 所示。

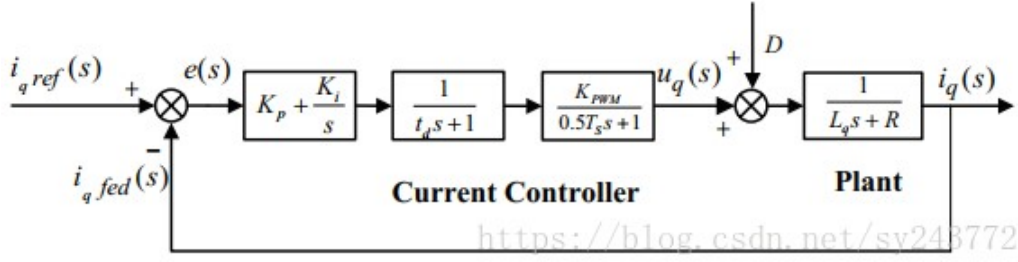


图 6

上图是电流环的传递函数流程图。电流内环的输入为电流信号的误差值，输出为参考电压，控制电动机转矩。第一个环节是 PI 调节器；第二个环节是延迟环节；第三个环节是 PWM 环节。

图中延迟环节：电流环 PI 控制器后存在一个延迟环节，控制器一拍延迟造成的延迟。采样完后，计算占空比，在下一个周期作用到逆变器上，系统特性这个一拍延迟必然存在。

电机传函近似处理为：

$$G_p(s) = \frac{i_q}{u_q} = \frac{1}{L_q s + R}$$

假设开关频率 10kHz，由于开关频率较高，可以把延迟环节和 PWM 环节合并处理，记为 $td=Ts$ ， $K_{pwm}=1$ ，可得流程图 7：

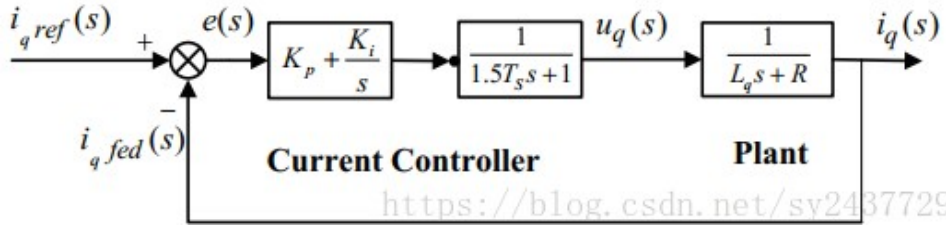


图 7

将电流环按照典型 I 型系统（二阶）来整定（比例微分环节 $(\tau_i s + 1)$ 对消了较大时间常数的惯性环节 $(\frac{L_q}{R} s + 1)$ ），则开环传递函数为：

$$G_{open} = \frac{K_p(\tau_i s + 1)}{\tau_i s} \cdot \frac{1}{R(\frac{L_q}{R} s + 1)} \cdot \frac{1}{(1.5T_s s + 1)} = \frac{K}{s(Ts + 1)}$$

令 $\tau_i = \frac{L_q}{R}$ ，得开环传递函数：

$$G_{open} = \frac{K_p}{R\tau_i s(1.5T_s s + 1)} = \frac{K}{s(Ts + 1)}$$

对 K 和 T 求解：

$$K = \frac{K_p}{R\tau_i} = \frac{K_p}{L_q}$$

$$T = 1.5T_s$$

一阶系统按 KT=0.5 计算。

典型 I 型系统稳定性分析：

当对数幅频特性曲线的中频段以 -20dB/dec 的斜率穿越 0dB 线，且具有一定的宽度时，系统一定是稳定的。显然，要做到这一定，应该选择参数保证 $w_c < \frac{1}{T}$ ，因而 $w_c T < 1, \arctan(w_c T) < 45^\circ$ ，于是相角裕度为：

$$\gamma = 180 - 90 - \arctan(w_c T) = 90 - \arctan(w_c T) > 45^\circ$$

表明典型 I 型系统能够满足稳定裕度的要求。

典型 I 型系统的开环传递函数，只有开环增益 K 和时间常数 T 两个参数，时间常数 T 是控制对象本身固有的，唯一可变的是 K。

当 $w_c < \frac{1}{T}$ ，开环对数频率特性利用对数坐标函数关系可知：

$$20\lg(K) - 0 = 20(\lg w_c - \lg 1) = 20\lg w_c$$

$$\Rightarrow K = w_c$$

也即 $KT < 1$ 。

上式表明，K 值越大，截止频率 w_c 也越大，系统响应越快，相角裕度 $\gamma = 90 - \arctan(w_c T)$ 越小，这也说明了快速性和稳定性之间的矛盾。具体选择参数 K 时，需在二者性能指标之间取折中。

(1) 动态跟随性能指标

典型一阶系统的闭环传递函数：

$$W(s) = \frac{W(s)}{1 + W(s)} = \frac{\frac{K}{s(Ts + 1)}}{1 + \frac{K}{s(Ts + 1)}} = \frac{\frac{K}{T}}{s^2 + \frac{1}{T}s + \frac{K}{T}}$$

闭环传递函数的一般形式：

$$W(s) = \frac{w_n^2}{s^2 + 2\zeta w_n s + w_n^2}$$

可得典型 I 型系统和闭环传递函数标准形式参数的关系：

$$w_n = \sqrt{\frac{K}{T}}, \text{无阻尼自然震荡角};$$

$$\xi = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{KT}}, \text{阻尼比或称衰减系数, 且 } \xi w_n = \frac{1}{2T}.$$

因为 $KT < 1$, 所以 $\xi > \frac{1}{2}$, 因此典型 I 型系统应取

$$0.5 < \xi < 1$$

表 4-1 典型 I 型系统动态跟随性能指标和频域指标与参数的关系

参数关系 KT	0.25	0.39	0.50	0.69	1.0
阻尼比 ξ	1.0	0.8	0.707	0.6	0.5
超调量 σ	0%	1.5%	4.3%	9.5%	16.3%
上升时间 t_r		$6.6T$	$4.7T$	$3.3T$	$2.4T$
峰值时间 t_p		$8.3T$	$6.2T$	$4.7T$	$3.6T$
相角稳定裕度 γ	76.3°	69.9°	65.5°	59.2°	51.8°
截止频率 ω_c	$0.243/T$	$0.367/T$	$0.455/T$	$0.596/T$	$0.786/T$

在上述表中，取折中的 $\xi = 0.707, KT = 0.5$ 的参数关系就是西门子的“调节器最佳正定”方法的模最佳系统或二阶最佳系统。

2、转速外环调节器设计

设电机输入输出为转速（rpm/min），那么其传递函数如下图所示：

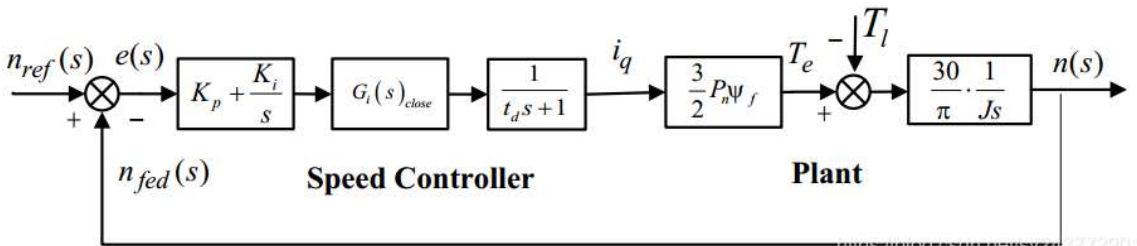


图 8

- 1) 转速环 PI 调节器：输出为 i_q 的给定值。
- 2) 电流内环等效传递函数：在研究转速外环时，将内环传函视作一阶惯性环节。一般按照阻尼比 $\zeta = 0.707$ 设计电流内环。近似环节根据实际情况不同。

$$G_i(s)_{close} = \frac{1}{\frac{3L_qT_s}{2K_p}s^2 + \frac{L_q}{K_p}s + 1} \approx \frac{1}{6\xi^2T_s s + 1}$$

- 3) 控制器一拍延迟造成的延迟环节：此环节来源于数字控制本身造成的控制延迟，因为控制器是在采样完后，才能计算占空比，并且必须在下一个采样周期，计算出的占空比才能在逆变器上起到效果。
- 4) 转矩和电流的转换：纯增益环节。

(1) 转速环开环传函及其特性

经计算可得，电流环开环传递函数 $\frac{1}{3T_s s + 1}$ ，转速环的传递函数是一个典型的二型系统，对于二型系统，要想保证系统性能，中频段的斜率应为-20dB/dec。对转速环的开环传函进行推导。

$$\begin{aligned} G_{open}(s) &= \left(\frac{K_p(\tau_n s + 1)}{\tau_n s} \right) \left(\frac{1}{3T_s s + 1} \right) \left(\frac{1}{t_d s + 1} \right) \left(\frac{3}{2} P_n \psi_f \right) \left(\frac{30}{\pi} \right) \left(\frac{1}{J s} \right) \\ &= \frac{45 P_n \psi_f K_p (\tau_n s + 1)}{\psi J \tau_n s^2 (4T_s s + 1)} \\ &= \frac{K_N (\tau_n s + 1)}{s^2 (4T_s s + 1)} \end{aligned}$$

注意：求PI的思路，先把一个符合响应效果预期效果的 K_N, τ_n 计算出来，再反过来推算 K_p 和 K_i 。

(2) 转速环是一个三阶系统，传递函数框图如图所示。

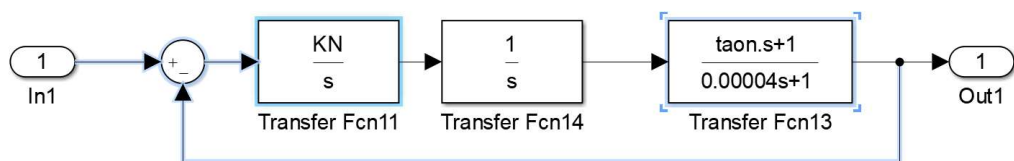


图 9

按照二阶系统的方法分析：

1) 有两个纯积分环节，幅频特性初始斜率为-40dB，初始相位角-180°。

2) 两个转折频率： $\frac{1}{0.00004} = 25000 \text{ rad/s}$ 和 $1/\tau_n$ 。

设开环增益为 1， $\tau_n = 0.01$ ，得相幅特性曲线如下所示。第一个转折频率是微分环节的转折频率 100 rad/s ，第二个转折频率为惯性环节的转折频率 25000 rad/s 。微分环节会导致幅频特性曲线斜率减小，相频幅值上升，所以图中出现相频曲线凹凸的地方，这个凹凸的范围就是中频带宽。第一个转折点左侧是低频带，第二个转折点是高频带中间是中频带。

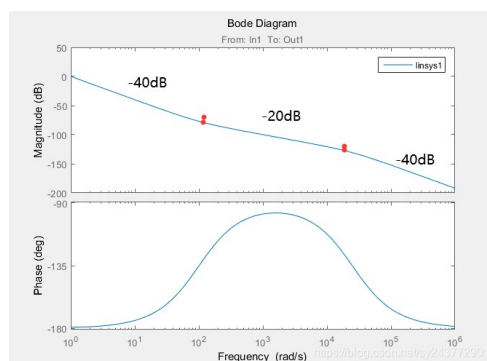


图 10

低频段斜率陡，增益高，表示系统的稳态精度好；高频段衰减越快，高频特性负分贝值越低，说明系统抗高频噪声干扰的能力越强；中频段以-20dB/dec 的斜率穿越零分贝线，这一斜率占有足够的频带宽度，系统稳定性好。

(3) 转速环具体参数设计

中频带宽和截止频率的相位裕度是我们转速环设计的指标。截止频率处的相位裕度至少为 45° ，且越大越好。转速环带宽可以根据采样频率设定，比如采样时间为 0.00001s，惯性环节的转折频率就是 $1/0.00004 = 25000 \text{ rad/s}$ 。 $\lg 25000 = 4.39$ 。考虑到低频带宽也需要至少 1.5 宽度，那么我们的转速环带宽就可以设计为 2.5 即可。 $\lg 25000 - \lg x = \lg 2.5$ ，则微分环节处转折频率 $x=80$ ，那么 $\tau_n = 1/80 = 0.0125$ 。如果采样频率更高的话，可以相应的把中频带宽设计的更宽些。

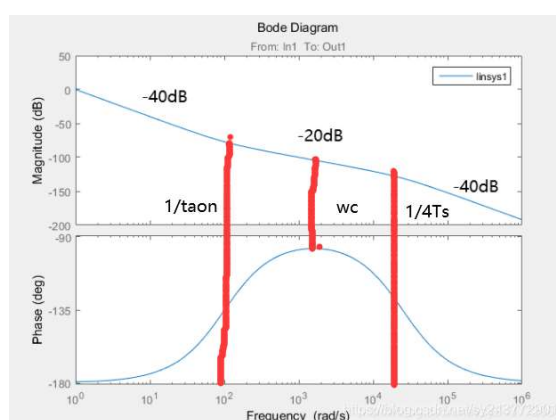


图 11

第一步：设计中频带宽。计算 τ_n 。在确定了 τ_n 之后，中频带宽也就确定了。

$$h = \lg \frac{1}{4T_s} - \lg \frac{1}{\tau_n}$$

$$\tau_n = 4T_s * 10^h$$

第二步：设计相位裕度，计算开环增益。设计截止频率为两个转折频率的中点，相频曲线最高点的频率对应截止频率，此时相位裕度最大。计算截止频率如下。

$$\lg w_c = \lg \frac{1}{4T_s} - \frac{h}{2}$$

$$w_c = \frac{1}{4T_s * 10^{\frac{h}{2}}}$$

由 w_c 计算开环增益 K_N 。设第一个转折点 $(\lg \frac{1}{\tau_n}, x)$ 。

$$\begin{aligned}
\frac{20 \lg K_N - x}{0 - \lg \frac{1}{\tau_n}} &= -40 \\
\frac{x - 0}{\lg \frac{1}{\tau_s} - \lg w_c} &= -20 \\
\Rightarrow 20 \lg K_N - 40 \lg \frac{1}{\tau_n} + 20(\lg \frac{1}{\tau_n} - \lg w_c) &= 0 \\
\Rightarrow w_c &= K_N * \tau_n
\end{aligned}$$

最终得到关系式：

$$\begin{aligned}
\Rightarrow K_N &= \frac{1}{(4T_s)^2 10^{\frac{3h}{2}}}, K_N = \frac{45 P_n \psi_f K_p}{\pi J \tau_n} \\
\Rightarrow w_c &= K_N * \tau_n \\
\Rightarrow \tau_n &= 4T_s * 10^h, T_{sm} = 4T_s
\end{aligned}$$

得到 K_p 和 K_i ：

$$\begin{aligned}
K_p &= \frac{\pi J}{45 * T_{sm} * 10^{\frac{h}{2}} * P_n * \psi_f} \\
K_i &= \frac{\pi J}{45 * T_{sm} * 10^{\frac{h}{2}} * P_n * \psi_f * T_{sm} * 10^h}
\end{aligned}$$

(4) 推导 K_N 、 τ_n 与 K_p, K_i 的关系

K_N 、 τ_n 这两个变量能够单独决定系统的某个单一性能（中频段带宽和相位裕度），但是 K_p, K_i 不行，因此可以着重从 K_N 、 τ_n 这两个量分析。

$$K_N = \frac{45 P_n \psi_f K_i}{\pi J} \quad \tau_n = \frac{K_p}{K_i}$$

分析得到的结论：

- 1) 增大 K_p ，不变 K_i 。 τ_n 增大， K_N 不变； $1/\tau_n$ 减小；第一个转折频率左移；中频带宽变宽，同时截止频率 w_c 变大（斜率-40dB 段持续时间变短）。
- 2) 减小 K_p ，不变 K_i 。 τ_n 减小， K_N 不变； $1/\tau_n$ 增大；第一个转折频率右移；中频带宽变窄，同时截止频率 w_c 变小（斜率-40dB 段持续时间变长）。
- 3) 不变 K_p ，增大 K_i 。 τ_n 减小， K_N 增大； $1/\tau_n$ 增大；幅频向上移动，第一个转折频率右移；中频带宽变窄，截止频率 w_c 变化取决于增大的幅度。（ w_c ： K_N 增大带来增加效应，转折频率右移带来减小效应）。

4) 不变 K_p , 减小 K_i 。 τ_n 增大, K_N 减小; $1/\tau_n$ 减小; 幅频向下移动, 第一个转折频率左移; 中频带宽变宽, 截止频率 ω_c 变化取决于减小的幅度。(ω_c : K_N 增大带来增加效应, 转折频率右移带来减小效应)。

小结: 如果能够结合幅频相频特性曲线, 结合截止频率、带宽、相位裕度三个指标去有方向的调节 PI, 这能够大大节省我们的时间。

典型 II 型系统性能指标与参数的关系分析:

典型 II 型系统的闭环系统结构图和开环对数频率特性如图 12 所示。

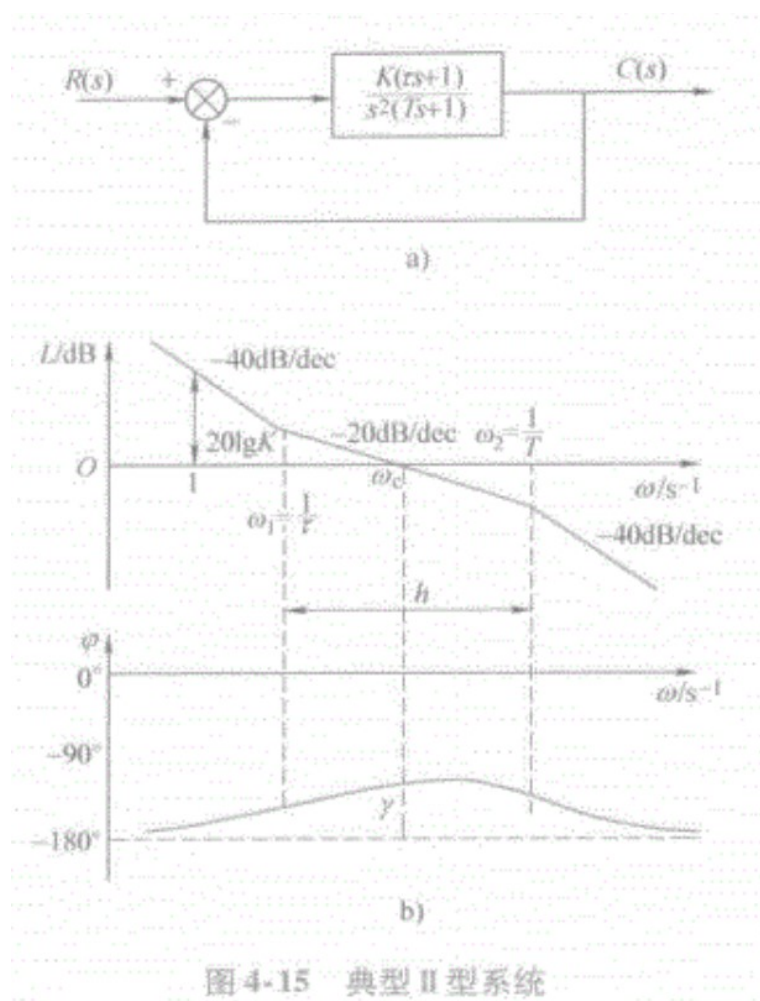


图 4-15 典型 II 型系统

图 12

其中中频段也是以 -20dB/dec 的斜率穿越零分贝线。要实现上图相频特性曲线, 显然要保证:

$$\frac{1}{\tau} < \omega_c < \frac{1}{T} \text{ 或 } \tau > T$$

开环传函有两个纯积分环节和一个微分环节, 一个惯性环节, 因此相角稳定裕度为

$$\gamma = 180 - 180 + \arctan \omega_c \tau - \arctan \omega_c T = \arctan \omega_c \tau - \arctan \omega_c T$$

可见， τ 比 T 大多越多，系统稳定裕度越大。

在典型 II 型开环传递函数中，时间常数 T 是控制对象固有的，因此，待定的参数有两个： K 和 τ 。

为简化设计，引入一个新的变量 h ，表示**中频段的宽度**， h 是一个决定控制系统动态品质关键参数，令

$$h = \frac{\tau}{T} = \frac{w_2}{w_1} (\lg h = \lg w_2 - \lg w_1)$$

在一般情况下， $w = 1$ 的点处在 -40dB/dec 特性段，利用对数坐标函数关系可知，

$$\begin{aligned} 20 \lg K - 20(\lg w_c - \lg w_1) &= 40(\lg w_1 - \lg 1) \\ \Rightarrow K &= w_1 w_c \end{aligned}$$

由于 T 值一定，改变 τ 就相当于改变了中频宽 h ； τ 值确定后，再改变 K 相当于使特性曲线上上下下平移，从而改变了截止频率 w_c 。因此在设计调节器时，选择频域参数 h 和 w_c ，就相当于选择参数 τ 和 K 。

为降低工程设计中的工作量，采用振荡指标法中的闭环幅频特性峰值 M_r 最小准则，找到 h 和 w_c 的最佳组合。在 $M_{r\min}$ 准则下， w_c 和 w_1 、 w_2 之间有以下关系：

$$\begin{aligned} \frac{w_2}{w_c} &= \frac{2h}{h+1} \\ \frac{w_c}{w_1} &= \frac{h+1}{2} \end{aligned}$$

以上二式称作 $M_{r\min}$ 准则的“最佳频比”。

$$\begin{aligned} w_1 + w_2 &= \frac{2w_c}{h+1} + \frac{2hw_c}{h+1} = 2w_c \\ \frac{w_c}{w_1} &= \frac{h+1}{2} \end{aligned}$$

因此有

$$w_c = \frac{1}{2}(w_1 + w_2) = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{\tau} + \frac{1}{T}\right)$$

对应的最小闭环幅频特性峰值是

$$M_{r\min} = \frac{h+1}{h-1}$$

表 4-3 不同 h 值时的 $M_{r\min}$ 值及最佳频比								
h	3	4	5	6	7	8	9	10
$M_{r\min}$	2	1.67	1.5	1.4	1.33	1.29	1.25	1.22
ω_2/ω_c	1.5	1.6	1.67	1.71	1.75	1.78	1.80	1.82
ω_c/ω_1	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	4.5	5.0	5.5

由上表可知，加大中频宽 h ，可以减小 $M_{r\min}$ ，从而降低系统超调量，但同时 w_c 也将减小，使系统的快速性减弱。经验表明， $M_{r\min}$ 在 1.2~1.5 之间时，系统的动态性能较好，有时也允许 $M_{r\min}$ 达到 1.8~2.0，所以 h 值可在 3~10 之间选择。 h 更大是，降低 $M_{r\min}$ 的效果就不显著了。

确定了 h 和 w_c 之后，可以很容易计算 τ 和 K 。由 h 的定义可知

$$\tau = hT$$

$$K = w_1 w_c = w_1^2 \frac{h+1}{2} = \left(\frac{1}{hT}\right)^2 \frac{h+1}{2} = \frac{h+1}{2h^2 T^2}$$

$h < 5$ 时，由于震荡次数增加， h 再小，恢复时间 t_s 反而拖长了。由此可知， $h = 5$ 是较好的选择，这与跟随性能中调节时间 t_s 最短的条件是一致的。

典型 I 型系统的跟随性能超调小，但抗扰动性能稍差，而典型 II 型系统抗扰性能比较好。

控制工程对象的工程近似处理方法：

实际控制系统的传递函数是多样的，往往不能简单地矫正成典型系统，这就需要做近似处理，以下讨论集中实际控制对象的工程近似处理方法。

(1) 高频段小惯性环节的近似处理

当高频段有多个小时间常数 T_1 、 T_2 、 T_3 ... 的小惯性环节时，可以等效地用一个小时间常数 T 的惯性环节来代替。其等效时间常数 T 为：

$$T = T_1 + T_2 + T_3 + \dots$$

例如

$$W(s) = \frac{K}{s(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)} \approx \frac{K}{s(Ts + 1)}$$

$$T = T_1 + T_2$$

近似条件：

$$w_c \leq \frac{1}{3\sqrt{T_1 T_2}}$$

同理有三个小惯性环节时，近似条件：

$$w_c \leq \frac{1}{3\sqrt{T_1 T_2 + T_1 T_3 + T_2 T_3}}$$

(2) 高阶系统的降阶近似处理

上述小惯性群的近似处理实际上是高阶系统降阶处理的一种特例。下面讨论更一般的情况，以三阶系统为例。

$$W(s) = \frac{K}{as^3 + bs^2 + cs + 1}$$

式中， a ， b ， c 都是正系数，且 $bc > a$ ，即系统是稳定的。若能忽略高次项，则可得近似的一阶系统的传递函数为

$$W(s) \approx \frac{K}{cs + 1}$$

近似条件可以从频率特性导出：

$$W(jw) = \frac{K}{a(jw)^3 + b(jw)^2 + c(jw) + 1} = \frac{K}{(1 - bw^2) + jw(c - aw^2)} \approx \frac{K}{1 + jwc}$$

近似条件：

$$bw^2 \leq \frac{1}{10}$$

$$aw^2 \leq \frac{1}{10}$$

仿照上面的方法，近似条件：

$$w_c \leq \frac{1}{3} \min(\sqrt{\frac{1}{b}}, \sqrt{\frac{c}{a}})$$

(3) 低频段大惯性环节的近似处理

当系统存在一个时间常数特别大的惯性环节 $\frac{1}{Ts + 1}$ 时，可以近似地将其看成时积分环节 $\frac{1}{Ts}$ 。

$$\frac{1}{jwT + 1} = \frac{1}{\sqrt{w^2T^2 + 1}} \angle -\arctan wT$$

其幅值近似：

$$\frac{1}{\sqrt{w^2T^2 + 1}} \approx \frac{1}{wT}$$

近似条件： $(wT)^2 \gg 1$ ，或者按照工程惯例， $wT \geq \sqrt{10}$ ，取整数 $w_c \geq \frac{3}{T}$ 。此时设计的

近似系统相位裕度要小于实际系统的相位裕度，使用近似的方法整定参数后，得到的实际系统的稳定性更强。因此这样的近似方法可行。

从稳态性能上看，这样近似处理相当于把系统的类型认为地提高了一级，如果原来是I型系统，近似处理后变成了II型系统。

这种近似处理只适合用于分析动态性能，当考虑稳态精度时，仍采用原来的传递函数 $W(s)$ 即可。

转速、电流环设计步骤（先内环后外环）：

先从电流环开始，对其进行必要地近似处理后，根据电流环要求确定把它校正成典型 I 型系统，再按照动态性能指标要求确定电流环调节器的参数。电流环设计完成后，把电流环等效成转速环中地一个一阶惯性环节，近似处理后，再把转速环校正成典型 II 型系统，按照动态性能要求确定转速环调节器的参数。

分析动态性能时，合理使用相幅频特性曲线（Bode 图）对系统进行校正，重点关注截止频率，相位裕度等指标。

参考资料

[1] 陈伯时. 电力拖动自动控制系统[M]. 机械工业出版社，2016.