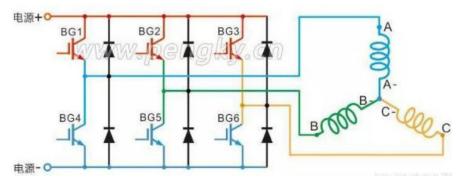
SVPWM 理论推导

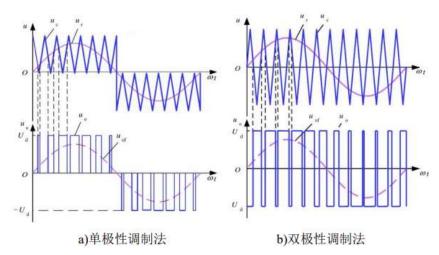
三相电机控制最本质的原理就是:在A,B,C 三相提供120°相位差的正弦电压,电机就会稳定的转动起来,调节正弦电压的幅值和频率,就能调节电机的转速和扭矩,这就是我们最终想要的输出。电路中所提供的输入是稳压直流电源,电机控制环节在于通过6路PWM,控制6个MOS管的开断,来达到直流电源变正弦交流的目的。而这就是电机控制的核心:PWM。PMSM常用的PWM控制技术有SPWM和SVPWM等。



1、SPWM

在推导 SVPWM 之前, 先对 SPWM 有一个清晰的认识。

正弦脉宽调制(Sinusoidal PWM,SPWM)原理:使用高频三角波作为载波,把需要输出的三相对称正弦波作为调制波,直接将所需要的正弦波等效成一系列幅值相等占空比不等的矩形波。在某一时刻需要多大的电压,调节一下 PWM 的占空比等效出来。常见的SPWM 调制方式有两种: (a)单极性调制发(b)双极性调制法。



单双极性的区别在于:输出端电压极性,单极性在调制波为正时,输出方波电压为正,在调制波为负时,输出方波电压为负;而双极性无论调制波的正负,输出方波电压均有正有负。

双极性的优点是不用去判断调制波的正负,比较调制波与载波的幅值即可,缺点是开 关管开关通断次数增加,开关损耗增加。常用的也是双极性调制,一般应用于调速系统

SPWM: 相电压
$$\frac{U_{dc}}{2}$$
,线电压 $\frac{\sqrt{3}U_{dc}}{2}$ 。(具体推导见 SVPWM 节)

直流母线电压利用率定义:输出线电压波形幅值/直流母线电压。

SPWM 母线电压利用率(具体推导见 SVPWM 节):

$$\frac{\sqrt{3}}{2}V_{dc}/V_{dc} = 0.867$$

2、SVPWM

SVPWM 是由三相功率逆变器的六个功率开关元件组成的特定开关模式产生的脉宽调制波,能够使输出电流波形尽可能接近于理想的正弦波。SVPWM 与 SPWM 不同,它是从三相输出电压的整体效果出发,着眼于如何使电机获得理想圆形磁链轨迹。SVPWM 技术与 SPWM 技术与 SPWM 相比较,绕组电流波形的**谐波成分小**,使得**电机转矩脉动降低**,旋转磁场更逼近圆形,而且使直流母线电压的**利用率有了很大提高**,且更易于实现数字化。

2.1 SVPWM 基本原理

SVPWM 的理论基础是平均值等效原理,记载一个开关周内通过对基本电压矢量加以组合,使其平均值与给定的电压矢量相等。在某个电压时刻,电压矢量旋转到某个区域中,可由组成这个区域的两个相邻的非零矢量和零矢量在时间上的不同组合来得到。

设直流母线侧电压为 Udc, 逆变器输出的三相电压为 UA,UB,UC, 其分别加载空间上互差 120°的三相平面静止坐标系上,可以定义三个电压空间矢量 UA(t),UB(t),UC(t),方向始终在各相的轴线上,而大小则随时间按正弦规律做变化,时间相位互差 120°。假设Um 为相电压峰值, f 为电源频率。

$$U_A(t)=U_m\cos(\theta)$$

$$U_B(t)=U_m\cos(\theta-\frac{2\pi}{3})\;,\;\; 其中\;\theta=2\pi ft\;,\;\; 则三相电压适量相加的合成空间矢量 $U(t)$ 为:
$$U_C(t)=U_m\cos(\theta+\frac{2\pi}{3})$$$$

$$U(t) = U_A(t) + U_B(t)e^{\frac{j2\pi}{3}} + U_C(t)e^{\frac{j4\pi}{3}} = \frac{3}{2}U_m e^{j\theta}$$

可见 U(t)是一个旋转的空间矢量,幅值为相电压峰值的 1.5 倍,Um 为相电压峰值。空间矢量 U(t)在三相坐标轴(a,b,c)上的投影就是对称的三相正弦量。

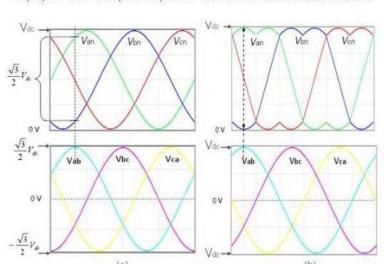
2.1.1 母线电压利用率

在实际的 SVPWM 调制中,是俗称的马鞍形电压波,是指端点对地电压,记 abc 为端点, n 为星接点, g 为地点, 实际上 Uab 是正弦的, Uan 是正弦的; Uag 在 SVPWM 中是马鞍形的, 在 SPWM 中还是正弦的。

在 SVPWM 中,星接点 n 对地的电压 Ung 是波动的,并不是固定的,表现为三次谐波;在 SPWM 中星接点 n 对地的电压 Ung 是固定的,表现为直流分量。

SVPWM: Uag=Uan+Ung,等效为:马鞍形波=正弦波+三次谐波; SPWM: Uag=Uan+Ung,等效为:正弦波=正弦波+直流分量

且不管是 SVPWM 还是 SPWM,某相的端点对地最高电压 Uag、Ubg、Ucg 都能到 Vdc(直流母线电压)。下图(a)表示 SPWM 接地电压和线电压的关系,(b)表示 SVPWM 接地电压和线电压的关系。



圖(十). S-SVPWM (SPWM) 與CB-SVPWM輸出的線電壓最大值比較

SPWM 调制,相电压幅值为 Udc/2,线电压幅值是 $\sqrt{3}*U_{dc}$ / 2,利用率为 0.867;而 SVPWM 调制,根据**基尔霍夫电流定律,**相电压最高为 $\frac{2}{3}U_{dc}$,但如图(b)线电压幅值 Udc 和相电压却不满足 $\sqrt{3}$ 倍的关系,为什么呢?

首先看相电压和线电压之间的数学公式:

$$U_{an} = A\sin(x), U_{bn} = A\sin(x-120)$$
$$U_{ab} = U_{an} - U_{bn} = \sqrt{3}A\sin(x+30)$$

因为 SPWM 相电压始终是正弦波,所以线电压和相电压始终保持 $\sqrt{3}$ 倍幅值的关系;但是 SVPWM 的线电压和相电压虽然是正弦波,但是并不是直接乘 $\sqrt{3}$ 的倍数关系,这又是为什么呢?

因为 SVPWM 调制时,它的星接点电压是浮动的,具体是 $U_{ng} = A_{3w} \sin(3\theta)$ 的三次谐波, A_{3w} 可由傅里叶级数计算得到。此时相电压是在星接点(中性点)电势(对地的三次谐波)波动的基础上的正弦波(基波),所以线电压和相电压不呈简单的 $\sqrt{3}$ 倍关系。

因此以上分析可知,SPWM 母线电压利用率为 0.867,SVPWM 母线电压利用率为 1,SVPWM 母线电压利用率比 SPWM 母线电压利用率高(1-0.8667)/0.8667=15.4%。

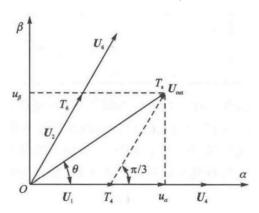
2.1.2 电压矢量合成

前面提到,SVPWM 线电压幅值是 U_{dc} ,由于星接点 n 对 g 的电势是时刻在波动的,电势波动范围[Udc/3,2Udc/3],因此相电压 Uan 幅值最大值为 2Udc/3。U4 由相电压 Uan,Ubn,Ucn 矢量合成而来,U4 计算公式:

$$U_4 = \frac{2}{3}U_{dc}\cos(\theta) + \frac{2}{3}U_{dc}\cos(\theta - \frac{2\pi}{3})e^{\frac{j2\pi}{3}} + \frac{2}{3}U_{dc}\cos(\theta + \frac{2\pi}{3})e^{\frac{j4\pi}{3}} = U_{dc}e^{j\theta}$$

可见,合成电压矢量 U_4 的模为 U_{dc} ,而不是一些书籍里面写的 $\frac{2}{3}U_{dc}$ 。

使用**伏秒平衡原则**计算基本电压空间矢量的幅值(以下假设在第 I 扇区):



$$\begin{split} T_{s}U_{out} &= T_{4}U_{4} + T_{6}U_{6} + T_{0}U_{0} \\ \frac{T_{0} + T_{4} + T_{6}}{T_{.}} &= 1 \Longrightarrow T_{4} + T_{6} <= T_{s} \end{split}$$

$$U_{4}T_{4} = \frac{U_{out}T_{s}\sin(\frac{\pi}{3} - \theta)}{\sin(\frac{\pi}{3})}, U_{6}T_{6} = \frac{U_{out}T_{s}\sin(\theta)}{\sin(\frac{\pi}{3})}$$

$$U_{out}T_{s} = U_{4}T_{4} + U_{6}T_{6} = \frac{2}{\sqrt{3}}[U_{out}T_{s}\sin(\frac{\pi}{3} - \theta) + U_{out}T_{s}\sin(\theta)]$$

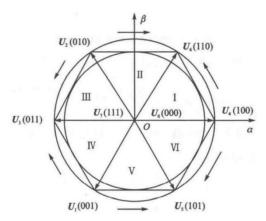
$$\Rightarrow \frac{T_{4} + T_{6}}{T_{c}} = \frac{U_{out}}{U_{4}}\frac{2}{\sqrt{3}}\sin(\frac{\pi}{3} + \theta) \le 1, \theta \in (0, \frac{\pi}{3}), \sin(\frac{\pi}{3} + \theta) \in (\frac{\sqrt{3}}{2}, 1)$$

 $\max: U_{out} \leq U_{dc}$

$$\min: U_{out} \le \frac{\sqrt{3}}{2} U_{dc}$$

因此最大线性调制输出是正六边形的内接圆,也称为最大不失真边界,合成矢量电压输出是一个幅值为 $\frac{\sqrt{3}}{2}U_{dc}$ 旋转的正弦波信号。正六边形是 $T_4+T_6=T_s$,即零矢量作用时间 $T_0=0$ 时合成矢量电压输出最大边界。

当 U_{out} 处于内切圆和正六边形之间时,此时为失真状态,当 U_{out} 处于正六边形和外切圆之间时,即 $T_4+T_6\geq T_{\rm s}$,此时处于过调制状态,严重失真,程序上应对此种情况进行处理。



补充: 由前面合成电压矢量公式可知,相电压幅值为 $\frac{2}{3}U_{dc}$,可以合成矢量圆 $U_{dc}e^{j\theta}$,但最终实际得到的是一个边长为 U_{dc} 的正六边形,可知相电压 $U_m\cos(\theta)$ 中的幅值 U_m 小于 $\frac{2}{3}U_{dc}$ (中性点波动的影响)。又因为 SVPWM 目的是合成一个完整的电压圆,即如上图所示的内切圆,可计算出 $U_m=\frac{\sqrt{3}}{2}\frac{2}{3}U_{dc}=\frac{\sqrt{3}}{3}U_{dc}$,所以 $\frac{\sqrt{3}}{3}U_{dc}$ 是等效后的相电压幅值(去掉了中性点波动的影响),得到等效相电压 $U_{an}=\frac{\sqrt{3}}{3}U_{dc}\cos(\theta)$,此时线电压

$$U_{ab} = U'_{an} - U'_{bn} = \frac{\sqrt{3}}{3} U_{dc} \cos(\theta) - \frac{\sqrt{3}}{3} U_{dc} \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) = U_{dc} \cos(\theta + \frac{\pi}{6})$$

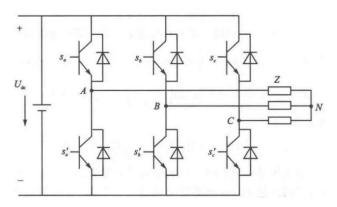
运算结果解释了为什么 SVPWM 调制线电压是 U_{dc} ,直流母线利用率为 1。

总结: 最大不失真电压幅值 $\frac{\sqrt{3}}{2}U_{dc}$,合成矢量电压 $|U_4|=U_{dc}$,线电压 $U_{ab}=U_{dc}\cos(\theta+\frac{\pi}{6})$, 等 效 相 电 压 $U_{an}=\frac{\sqrt{3}}{3}U_{dc}\cos(\theta)$, 实 际 相 电 压 $U_{an}=\frac{2}{3}U_{dc}\cos(\theta)$ 或 $\frac{1}{3}U_{dc}\cos(\theta)$ (未考虑方向)。

2.1.3 开关函数定义

定义开关函数 Sx(x=a,b,c)为:

$$S_x = \begin{cases} 1 \\ 0 \end{cases}$$
,1上桥臂导通,0下桥臂导通。



(Sa,Sb,Sc)的全部可能组合有八个,包括6个非零矢量U1(001)、U2(010)、U3(011)、U4(100)、U5(101)、U6(110)和两个零矢量U0(000)、U7(111)。

Sa	C1-	C -	r 具 ch 口		线电压				
Sa	a Sb Sc		矢量符号	Uab	Ubc	Uca	UaN	UbN	UcN
0	0	0	U0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	U4	Udc	0	0	$\frac{2}{3}U_{dc}$	$-\frac{1}{3}U_{dc}$	$-\frac{1}{3}U_{dc}$
1	1	0	U6	Udc	Udc	0	$\frac{1}{3}U_{dc}$	$\frac{1}{3}U_{dc}$	$-\frac{2}{3}U_{dc}$
0	1	0	U2	0	Udc	Udc	$-\frac{1}{3}U_{dc}$	$\frac{2}{3}U_{dc}$	$-\frac{1}{3}U_{dc}$
0	1	1	U3	0	Udc	Udc	$-\frac{2}{3}U_{dc}$	$\frac{1}{3}U_{dc}$	$\frac{1}{3}U_{dc}$
0	0	1	U1	0	0	Udc	$-\frac{1}{3}U_{dc}$	$-\frac{1}{3}U_{dc}$	$\frac{2}{3}U_{dc}$
1	0	1	U5	Udc	0	Udc	$\frac{1}{3}U_{dc}$	$-\frac{2}{3}U_{dc}$	$\frac{1}{3}U_{dc}$
1	1	1	U7	0	0	0	0	0	0

2.2 SVPWM 法则推导

SVPWM 算法的理论基础是平均值等效原理,记载一个开关周期 Ts 内通过对基本电压 矢量组合,使其平均值与给定电压矢量相等。伏秒平衡原则公式如下。

$$T_{s}U_{out} = T_{4}U_{4} + T_{6}U_{6} + T_{0}U_{0}$$
$$T_{0} + T_{4} + T_{6} = T_{s}$$

在两相参考坐标系(α,β)中,令 U_{out} 和α轴之间的夹角 θ 。

$$\left|U_{out}\right|\cos\theta = \frac{T_4}{T_s}\left|U_4\right| + \frac{T_6}{T_s}\left|U_6\right|\cos\frac{\pi}{3} \quad ----- \text{alpha $\stackrel{\text{th}}{=}$}$$

$$|U_{out}|\sin\theta = \frac{T_6}{T_c}|U_6|\sin\frac{\pi}{3}$$
 -----beta #

因为 $|U_4|$ = $|U_6|$ = $\frac{2}{3}U_{dc}$ (后面涉及到静止坐标系上的运算统一使用 $\frac{2}{3}U_{dc}$),所以得到各矢量的状态保持时间为:

$$\begin{cases} T_4 = mT_s \sin(\frac{\pi}{3} - \theta), \text{ 式中 m 为 SVPWM 调制系数, } m = \frac{\sqrt{3}|U_{out}|}{U_{dc}} \\ T_6 = mT_s \sin(\theta) \end{cases}$$

零电压矢量分配的时间: $T_7 = T_0 = (T_s - T_4 - T_6)/2$ (七段式)或者 $T_7 = (T_s - T_4 - T_6)$ (五段式)。

补充:合成矢量 $|U_4|=U_{dc}$ 还是 $|U_4|=rac{2}{3}U_{dc}$,具体看使用的坐标系。前面分析相电压和线电压的关系时,得出 $|U_4|=U_{dc}$ 是在三相坐标系下结论;而这里在 alpha-beta 坐标系下求调制系数 m,则 $|U_4|=rac{2}{3}U_{dc}$ (3s-2s 等幅值变换)。

假设合成电压矢量幅值是一个和任何值无关的常数值,令 $|U_4|=|U_6|=U_v$,那么 $m=\frac{2\sqrt{3}|U_{out}|}{3U_v} \ . \ |U_{out}|$ 最大只能取 U_v 或者最大不失真圆 $\frac{\sqrt{3}}{2}U_v$,因此不管 U(1~6)等于多少, $\frac{|U_{out}|}{U_v}$ 始终是一个数值,调制系数 m 大小和 U_v 无关。即 $U_v=\frac{2}{3}U_{dc}$ 还是 $U_v=U_{dc}$,

T4 或 T6 在 $|U_4|$ = $|U_6|$ = $\frac{2}{3}U_{dc}$ 和 $|U_4|$ = $|U_6|$ = U_{dc} 时值时一致的,而时间 T4,T6 决定了 PWM 的输出,所以最终反映在 PWM 占空比输出上,合成电压矢量等于 $\frac{2}{3}U_{dc}$ 和 U_{dc} 是一样的。

如果认为 U(1~6) 是等于 $\frac{2}{3}U_{dc}$,那我们认为 U_{out} 最大只能到 $\frac{2}{3}U_{dc}$ (六边形),或者 $\frac{2}{3}U_{dc}*\frac{\sqrt{3}}{2}$ (内切圆)。

如果认为 ${\rm U}(1\sim6)$ 是等于 U_{dc} ,那我们认为 U_{out} 最大只能到 U_{dc} (六边形),或者 U_{dc} * $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (内切圆)。

不管 U(1~6)等于谁,MCU 对 PWM 操作的占空比的规律是一致的。

2.2.17段式 SVPWM (软件模式)

在 SVPWM 方案中,零矢量的选择是最具灵活性的,适当选择零矢量,可最大限度减少开关次数。七段式 SVPWM 的基本矢量作用顺序的分配原则选定为:在每次开关状态转换时,只改变其中一项的开关状态,并且对零矢量在时间上进行平均分配,意识产生的PWM 对称,从而有效降低 PWM 的谐波分量。波形对称,谐波含量少,每个开关周期有 6次开关切换。

U _{out} 所在的位置	开关切换顺序	三相波形图
I⊠(0°≪θ≪60°)	0-4-6-7-7-6-4-0	$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$
∏ ⊠(60°≤θ≤120°)	0→2→6→7→7→6→2→0	$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$
Ⅲ 区(120°≤θ≤180°)	0→2→3→7→7→3→2→0	$ \begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$
U _{out} 所在的位置	开关切换顺序	三相波形图
IV ⊠ (180° ≤θ ≤240°)	0→1→3→7→7→3→1→0	$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$
V⊠(240°≤θ≤300°)	0->1->5->7->5->1->0	$ \begin{array}{c c c c c c c c c c c c c c c c c c c $
VI⊠(300°≤θ≤360°)	0→4→5→7→7→5→4→0	$ \begin{array}{c c c c c c c c c c c c c c c c c c c $

2.2.2 5 段式 SVPWM (硬件模式)

该方法采用每相开关器件在每个扇区状态维持不变的序列安排下,使得每个开关周期 只有 4 次开关切换,但是会增大电流的谐波分量。

Uout 所在的位置	开关切换顺序	1.75		三相》	支形图			
	79	4		T			-	
	-	1 1	1	1	1	l l 1	1]. - -
I⊠(0°≪θ≪60°)	4→6→7→7→6→4	0	1	1	1	1	0	l I I
		0	0	1	1	0	0	[1
	1	T ₄ /2	T ₆ /2	T ₇ /2	T ₇ /2	$T_e/2$	T ₄ /2	1
				T			* >	1
	, " "	0	1	1	1 1	1 1	0	
II ⊠ (60°≤θ≤120°)	2-6-7-7-6-2	1	1	1	1 0	1		
	9.5	0	0	1	1	0	0	
		T ₂ /2	T ₆ /2	$T_{7}/2$	 T ₇ /2	T _e /2	$T_2/2$	-
				T,			>	1
		0	0	1	1	0	0	
Ⅲ 区 (120°≤θ≤180°)	2→3→7→7→3→2	1	1	1	1	1	1	
		0	1	1	1	1	0	
		T ₂ /2	T ₃ /2	T ₇ /2	T ₇ /2	$T_3/2$	T ₂ /2	
		4		T,			-	-
	ed a	0	0	1	1	0	 0 	
N⊠(180°≤θ≤240°)	1→3→7→7→3→1	0	1	1 1	1	1 1	0	
		1	1	1	1	1	1 1	
		$T_1/2$	$T_3/2$	$T_{7}/2$	$T_7/2$	$T_3/2$	$T_1/2$	

U _{out} 所在的位置	开关切换顺序	三相波形图						
		-		T				
		0	1	1	1	1	0	
V ⊠ (240°≤θ≤300°)	1→5→7→7→5→1	0	0	1	1	0	0	
23.210 20 2000 /		1	1	1	1 1	1	1	
		T ₁ /2	T ₅ /2	T ₇ /2	T ₇ /2	T ₅ /2	T ₁ /2	
*		-		T				
		0	1	1	1 1	1 1	0	
√I⊠(300°≪θ≪360°)	4→5→7→7→5→4	0	0	1	1	0	0	
		0	1	1	1 1	1	0	
		T ₄ /2	T _s /2	T ₇ /2	T ₇ /2	T ₂ /2	T ₄ /2	

2.3 SVPWM 算法的实现

要实现 SVPWM 信号的实时调制,首先需要知道合成的参考电压矢量 U_{out} 所在的区间位置,然后利用所在扇区的相邻两电压矢量和适当的零适量来合成参考电压矢量。

2.3.1 合成矢量 U_{out} 的扇区判断

用 u_{α} 和 u_{β} 表示合成矢量 U_{out} 在α和β轴上的分量,定义 U_{1} , U_{2} , U_{3} 三个变量,令

$$U_1 = u_\beta$$

$$U_2 = \frac{\sqrt{3}}{2}u_\alpha - \frac{1}{2}u_\beta$$

$$U_3 = -\frac{\sqrt{3}}{2}u_\alpha - \frac{1}{2}u_\beta$$

再定义3个变量 A,B,C, 通过分析可以得出:

若 $U_1 > 0$,则A=1,否则A=0;

若 $U_2 > 0$,则B=1,否则B=0;

若 $U_3 > 0$,则C=1,否则C=0;

令 N=4C+2B+A,则 U_{out} 所在扇区:

N	3	1	5	4	6	2
扇区	Ι	II	III	IV	V	VI

2.3.2 基本矢量作用时间

$$u_{\alpha} = \frac{T_4}{T_s} |U_4| + \frac{T_6}{T_s} |U_6| \cos \frac{\pi}{3}$$

$$u_{\beta} = \frac{T_6}{T_s} |U_6| \sin \frac{\pi}{3}$$

$$\Rightarrow T_4 = \frac{\sqrt{3}T_s}{U_{dc}} (\frac{\sqrt{3}}{2} u_{\alpha} - \frac{1}{2} u_{\beta})$$

$$\Rightarrow T_6 = \frac{\sqrt{3}T_s}{U_{dc}} u_{\beta}$$

同理,得出其他各擅取各适量的作用时间。令

$$X = \frac{\sqrt{3}T_s u_1}{U_{dc}}$$
, $Y = -\frac{\sqrt{3}T_s u_3}{U_{dc}}$, $Z = -\frac{\sqrt{3}T_s u_2}{U_{dc}}$

得到各扇区作用时间

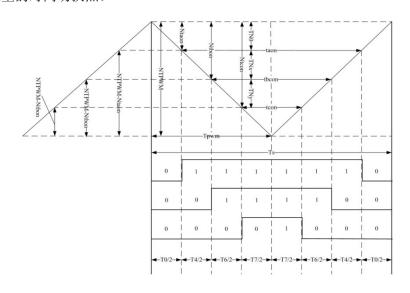
N	1	2	3	4	5	6			
扇区号	II	VI	I	IV	III	V			
T4	Z	Y	-Z	-X	X	-Y			
T6	Y	-X	X	Z	-Y	-Z			
T0(T7)	T0(T7)=(Ts-T4-T6)/2								

若 $T_4 + T_6 > T_s$, 需要进行过调制处理

$$T_4 = \frac{T_4}{T_4 + T_6} T_s$$
 , $T_6 = \frac{T_6}{T_4 + T_6} T_s$

2.3.3 扇区矢量切换点的确定

首先定义时间偏移量 Ta, Tb, Tc。使用和 PWM 波频率一样的三角载波信号辅助确定各个扇区矢量的时间切换点。



 $T_a = (T_s - T_4 - T_6)/4$, $T_b = T_a + T_4/2$, $T_c = T_b + T_6/2$

则三相电压开关时间 T_{cm1} , T_{cm2} , T_{cm3} 与各扇区关系:

N	1	2	3	4	5	6
扇区号	II	VI	I	IV	III	V
T_{cm1}	T_b	T_a	T_a	T_c	T_c	T_b
T_{cm2}	T_a	T_c	T_b	T_b	T_a	T_c
T_{cm3}	T_c	T_b	T_c	T_a	T_b	T_a