

考点一 分式

1. 分式概念: 形如 $\frac{A}{B}$ (A, B 是整式, 且 B 中含有字母, $B \neq 0$) 的式子
2. 分式有意义、无意义条件: 分母 $B \neq 0$
3. 分式值为零条件: 分子 $A = 0$, 且分母 $B \neq 0$ 时, 分式 $\frac{A}{B}$ 值为 0

考点二 分式基本性质

分式: 分子与分母同乘(或除以)一个 **不等于零** 的整式, 分式值不变
用式子表示是: $\frac{A}{B} = \frac{AM}{BM}$, $\frac{A}{B} = \frac{A \div M}{B \div M}$ (其中 M 是不等于零的整式)

考点三 分式约分与通分

1. 约分

利用分式基本性质, 约去分式分子、分母中的 **公因式**, 不改变分式值,

这样分式变形叫做分式约分

分子与分母没有公因式分式, 叫最简分式

公因式确定: ① 确定系数 (取各项整数系数的最大公约数)

② 确定字母或因式 (取各项相同字母)

③ 确定字母或因式指数 (取各相同字母最低次数)

$$4ab + 6a^2 = \frac{2a(2b+3a)}{6a^2} \quad \text{公因式} \quad \frac{4ab}{6a^2} = \frac{2a(2b)}{2a(3a)} = \frac{2b}{3a}$$

公因式

2. 通分

利用分式基本性质, 使分子和分母同乘适当整式, 不改变分式值,

把几个 **异分母** 分式化为 **同分母** 分式, 这种分式变形叫分式通分

考点四 分式运算

1. 分式加减法

同分母: $\frac{a}{c} \pm \frac{b}{c} = \frac{a \pm b}{c}$; 异分母: $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad+bc}{bd}$ (先通分, 变成同分母分式)

2. 分式乘除法

乘法: $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$; 除以: $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$

3. 分式乘方

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

4. 分式混合运算

先算乘方, 再算乘除, 进行约分化简后, 最后进行加减运算

运算结果必须是最简分式或整式

习题

1. 若分式 $\frac{3x-6}{2x+1} = 0$, 求 $x = ?$

$$\begin{cases} 3x-6=0 \\ 2x+1 \neq 0 \end{cases} \Rightarrow x=2$$

2. 化简 $\frac{a^2-b^2}{ab} - \frac{ab-b^2}{ab-a^2}$

$$= \frac{a^2-b^2}{ab} + \frac{b(a-b)}{a(b-a)}$$

$$= \frac{a^2-b^2}{ab} + \frac{b}{a}$$

$$= \frac{a^2 - \cancel{b^2} + \cancel{b^2}}{ab}$$

$$= \frac{a}{b}$$

3. 化简 $\frac{m^2-4mn+4n^2}{m^2-4n^2}$

$$= \frac{(m-2n)^2}{(m+2n)(m-2n)}$$

$$= \frac{m-2n}{m+2n}$$

4. 化简 $\frac{2x}{x+1} - \frac{2x+4}{x^2-1} \div \frac{x+2}{x^2-2x+1}$, 然存在不等式 $x \leq 2$ 的非负整数解中

选择一个适当的数代入求值

$$\text{原式} = \frac{2x}{x+1} - \frac{2(x+2)}{(x+1)(x-1)} \times \frac{(x-1)^2}{x+2}$$

$$= \frac{2x}{x+1} - \frac{2x-2}{x+1}$$

$$= \frac{2}{x+1}$$

令 $x=1$, 代入:

$$= \frac{2}{1+1}$$

$$= 1$$

5. 若 $x^2 - x - 2 = 0$, 求 $\frac{x^2 - x + 2\sqrt{3}}{(x^2 - x)^2 - 1 + \sqrt{3}}$ 之值

$x^2 - x = 2$, 代入:

$$\begin{aligned} \text{原式} &= \frac{2 + 2\sqrt{3}}{2^2 - 1 + \sqrt{3}} \\ &= \frac{(2 + 2\sqrt{3})(3 - \sqrt{3})}{(3 + \sqrt{3})(3 - \sqrt{3})} \\ &= \frac{6 - 2\sqrt{3} + 6\sqrt{3} - 6}{3^2 - (\sqrt{3})^2} \\ &= \frac{4\sqrt{3}}{6} \\ &= \frac{2}{3}\sqrt{3} \end{aligned}$$