

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS – UFMG

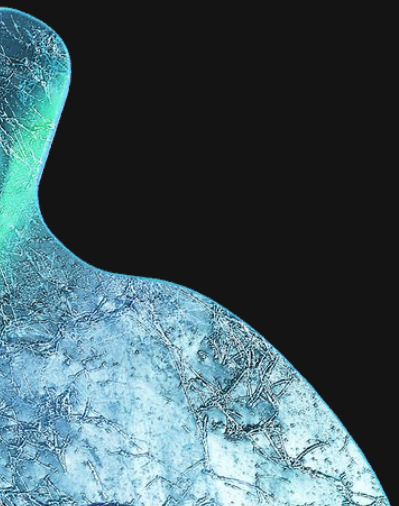


PESQUISA OPERACIONAL

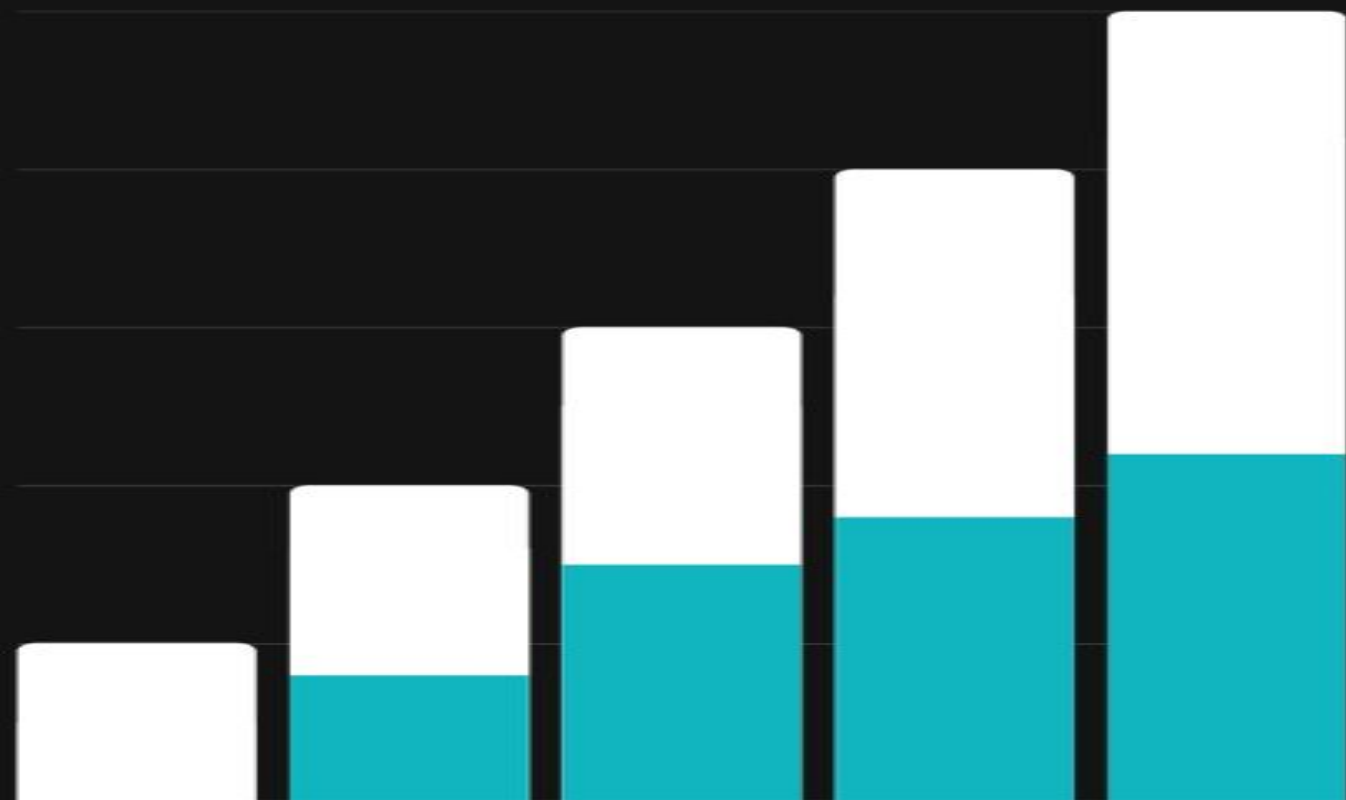
SEMINÁRIO 2: O problema do transporte – Expansão em três fatores

FILIPPE AUGUSTO MARQUES DE PAULA

FILIPPE SANTOS FERNANDES



TÓPICOS ABORDADOS



- DESCRIÇÃO GERAL DO PROBLEMA
- MODELAGEM PADRÃO: ARENALES
- MODELAGEM EXPANDIDA
- TRATAMENTO DE DADOS E ALGORITMO DE MODELAGEM
- RESULTADOS E ANÁLISE
- CONCLUSÃO E REFERÊNCIAS

DESCRIÇÃO GERAL DO PROBLEMA

- PROBLEMA DE OTIMIZAÇÃO COMBINATÓRIA;
- DIVERSAS APLICAÇÕES NO MUNDO REAL;
- OBJETIVO: MOVER MÚLTIPLOS PRODUTOS DE MÚLTIPLAS ORIGENS PARA MÚLTIPLOS DESTINOS;
- RESTRIÇÕES IMPOSTAS DE OFERTAS E DEMANDAS;

MODELAGEM PADRÃO: ARENAL

Função objetivo: $\min f(x_{11}, x_{12}, \dots, x_{mn}) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij}$

MODELAGEM PADRÃO: ARENALES

Função objetivo: $\min f(x_{11}, x_{12}, \dots, x_{mn}) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij}$

sujeito a:
$$\begin{cases} \sum_{j=1}^n x_{ij} \leq a_i & \forall i \in \{1, 2, \dots, m\} \\ \sum_{i=1}^m x_{ij} = b_j & \forall j \in \{1, 2, \dots, n\} \end{cases}$$

MODELAGEM PADRÃO: ARENAALES

Função objetivo: $\min f(x_{11}, x_{12}, \dots, x_{mn}) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij}$

sujeito a:
$$\begin{cases} \sum_{j=1}^n x_{ij} \leq a_i \quad \forall i \in \{1, 2, \dots, m\} \\ \sum_{i=1}^m x_{ij} = b_j \quad \forall j \in \{1, 2, \dots, n\} \end{cases}$$

$$x_{ij} \geq 0 \quad \forall i \in \{1, 2, \dots, m\} \text{ e } \forall j \in \{1, 2, \dots, n\}$$

MODELAGEM EXPANDIDA

Função objetivo: $\min f(x_{111}, x_{112}, \dots, x_{mnp}) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^p c_{ijk} x_{ijk}$

MODELAGEM EXPANDIDA

Função objetivo: $\min f(x_{111}, x_{112}, \dots, x_{mnp}) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^p c_{ijk} x_{ijk}$

sujeito a:
$$\begin{cases} \sum_{k=1}^p \sum_{j=1}^n x_{ijk} \leq a_{ik} \quad \forall i \in \{1, 2, \dots, m\} \\ \sum_{k=1}^p \sum_{i=1}^m x_{ijk} = b_{jk} \quad \forall j \in \{1, 2, \dots, n\} \end{cases}$$

MODELAGEM EXPANDIDA

Função objetivo: $\min f(x_{111}, x_{112}, \dots, x_{mnp}) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^p c_{ijk} x_{ijk}$

sujeito a:
$$\begin{cases} \sum_{k=1}^p \sum_{j=1}^n x_{ijk} \leq a_{ik} \quad \forall i \in \{1, 2, \dots, m\} \\ \sum_{k=1}^p \sum_{i=1}^m x_{ijk} = b_{jk} \quad \forall j \in \{1, 2, \dots, n\} \end{cases}$$

$$x_{ijk} \geq 0 \in \mathbb{Z}_+ \quad \forall i \in \{1, 2, \dots, m\}, \forall j \in \{1, 2, \dots, n\} \text{ e } \forall k \in \{1, 2, \dots, p\}$$

TRATAMENTO DE DADOS

```
1 #Importação de bibliotecas
2 Importar a biblioteca Gurobi como gp
3 Importar a biblioteca Pandas como pd
4
5 #Leitura do arquivo Excel
6 Abrir o arquivo 'Base_de_dados_PO.xlsx'
7 Ler dados das planilhas 'Distâncias', 'Pesos k', 'Oferta' e 'Demanda b(j,k)'
8
9 #Obtenção do tamanho dos conjuntos
10 Determinar o número de distribuidoras (I)
11 Determinar o número de clientes (J)
12 Determinar o número de produtos (K)
13
14 #Criação de listas para rótulos
15 Criar lista 'distr' contendo as distribuidoras
16 Criar lista 'client' contendo os clientes
17 Criar lista 'prod' contendo os produtos
18
19 #Criação de dicionários para ofertas, demandas e custos
20 Criar dicionário 'a' para guardar valores das ofertas por distribuidora e produto
21 Criar dicionário 'b' para guardar valores das demandas por cliente e produto
22 Criar dicionário 'custos' para armazenar os custos de transporte entre distribuidoras, clientes e produtos
```

ALGORITMO DE MODELAGEM

```
1  #Criação do modelo de otimização
2  Criar um modelo de otimização usando Gurobi;
3
4  #Definição das variáveis de decisão
5  Para cada distribuidora i em distr:
6    Para cada cliente j em client:
7      Para cada produto k em prod:
8        Adicionar uma variável de decisão  $x[i, j, k]$  ao modelo
9
10 #Definição da função objetivo
11 Para cada distribuidora i em distr:
12   Para cada cliente j em client:
13     Para cada produto k em prod:
14       Adicionar o termo de custo  $x[i, j, k] * \text{custos}[i, j, k]$  à
função objetivo.
15
16 #Definição das restrições de factibilidade
17 Verificar a factibilidade para cada produto k em prod:
18   Calcula soma total de ofertas para o produto k
(soma_ofertas)
19   Calcula soma total de demandas para o produto k
(soma_demandas)
20   Se soma_ofertas > soma_demandas:
```

```
21   Definir factibilidade[k] como 1
22   Senão:
23     Definir factibilidade[k] como 0
24
25 #Adição das restrições de oferta ao modelo
26 Para cada distribuidora i em distr:
27   Para cada produto k em prod:
28     Se factibilidade[k] for verdadeiro:
29       Adicionar a restrição  $x[i, j, k] \leq a[i, k]$  para cada cliente j
em client
30   Senão:
31     Soma das qtds de k enviadas por i p/ j é igual à oferta de i
para k
32
33 #Adição das restrições de demanda ao modelo
34 Para cada cliente j em client:
35   Para cada produto k em prod:
36     Se factibilidade[k] for verdadeiro:
37       Adicionar a restrição  $x[i, j, k] \leq b[j, k]$  para cada
distribuidora i em distr
38   Senão:
39     Soma das qtds k recebidas por j de i é  $\leq$  à demanda de j
para k
```

RESULTADOS E ANÁLISE

- MODELO CONVERGE EM TEMPO HÁBIL;
- CRITÉRIO DE PARADA: OTIMALIDADE
- PRÉ-SOLVE ELIMINA GRANDE PARTE DAS LINHAS E COLUNAS;
- REALIZADA UMA ADAPTAÇÃO PARA OS CASOS DE INFECTIBILIDADE;
- MODELO FAZ USO DO DUAL SIMPLEX PARA RESOLVER MODELO;

CONCLUSÃO

- FACILIDADE DE INTEGRAÇÃO DE PLATAFORMAS: GUROBI, PYTHON E EXCEL;
- DESAFIO DO PRIMEIRO CONTATO COM GUROBI;
- ESPAÇO PARA MELHORIAS E ADIÇÃO DE COMPLEXIDADE;

REFERÊNCIAS

1. **Flamand, T., Iori, M., Haouari, M. (2023). The transportation problem with packing constraints. Computers & Operations Research, 157, 106278.**
2. **Jalal, A., Toso, E. A. V., Morabito, R. (2023). A location–transportation problem under demand uncertainty for a pharmaceutical network in Brazil. Computers & Chemical Engineering, 174, 108233. K. Elissa, "Title of paper," unpublished.**
3. **Arenales, M., Armentano, V. (2006). Pesquisa Operacional. Capa comum. Português.**
4. **OpenAI. (n.d.). Recuperado de <https://chat.openai.com/>**
5. **ScienceDirect. (s.d.). Recuperado de <https://www.sciencedirect.com/>**