Отчёт по лабораторной работе №6

Вариант 2

Ле Тиен Винь

Содержание

Выполнение лабораторной работы

Формула для выбора варианта: `(1032215241%70)+1` = 2 вариант.

I.Цель работы

Изучать задачу об эпидемии и построить график об скорости изменении каждой группы особи в эпидемии.

II. Задание

На одном острове вспыхнула эпидемия. Известно, что из всех проживающих на острове ($N = 25000$) в момент начала эпидемии ($t = 0$) число заболевших людей (являющихся распространителями инфекции) $I(0) = 150$, А число здоровых людей с иммунитетом к болезни $R(0) = 15$. Таким образом, число людей восприимчивых к болезни, но пока здоровых, в начальный момент времени $S(0) = N - I(0) - R(0)$.

Постройте графики изменения числа особей в каждой из трех групп. Рассмотрите, как будет протекать эпидемия в случае:

1. Если $I(0) \leq I^*$
2. Если $I(0) > I^*$

III. Выполнение задания

1. Теорема

В простейшей модели эпидемии мы разделим популяцию N на 3 группы:

- Восприимчивые к болезни, но пока здоровые особи, обозначим их через $S(t)$.
- Число инфицированных особей, которые также при этом являются распространителями инфекции, обозначим их $I(t)$.
- Здоровые особи с иммунитетом к болезни, обозначим их $R(t)$.

В случае число заболевших не превышает критического значения I^*, считаем, что все больные изолированы и не заражают здоровых, то скорость изменения числа $S(t)$ меняется по следующему:

$$\frac{dS}{dt} = 0 \Rightarrow S(t) = S(0)$$

Скорость изменения числа инфекционных особей $I(t)$ представляет разность за единицу времени между заразившимися и теми, кто уже болеет и лечится, то есть:

$$\frac{dI}{dt} = -\beta I \Rightarrow \frac{dI}{I} = -\beta dt \Rightarrow lnI = -\beta t \Rightarrow I = e^{-\beta t}$$

Скорость изменения выздоравливающих особей $R(t)$ меняется по следующему:

$$\frac{dR}{dt} = \beta I \Rightarrow dR = \beta I dt \Rightarrow R = \beta I t$$

Постоянные пропорциональности $\alpha, \beta,$ - это коэффициенты заболеваемости и выздоровления соответственно.

Когда $I(t) > I^*$, тогда инфицирование способны заражать восприимчивых к болезни особей. В этом случае скорость изменения числа $S(t)$ меняется по следующему:

$$\frac{dS}{dt} = -\alpha S \Rightarrow \frac{dS}{S} = -\alpha dt \Rightarrow lnS = -\alpha t \Rightarrow S = e^{-\alpha t}$$

Скорость изменения числа $I(t)$ меняется по следующему:

$$\frac{dI}{dt} = \alpha S - \beta I \Rightarrow I' + \beta I = \alpha S \Rightarrow e^{\beta t} I' + e^{\beta t} \beta I = e^{\beta t} \alpha S$$

$$\Rightarrow \left(I e^{\beta t}\right)' = e^{\beta t} \alpha S \Rightarrow I e^{\beta t} = \int e^{\beta t} \alpha S dt \Rightarrow I = \beta e^{\beta t} \alpha S$$

Скорость изменения числа $R(t)$ меняется по следующему:

$$\frac{dR}{dt} = \beta I \Rightarrow dR = \beta I dt \Rightarrow R = \beta I t$$

2. С помощью Scilab построим график случая: $I(t) \leq I^*$

- В Scilab мы введём начальные условия и коэффициенты α, β:

```
a = 0.01;   // коэффициент заболеваемости
b = 0.02;   //коэффициент выздоровления
N = 25000;  // общая численность популяции
I0 = 150;   // количество инфицированных особей в начальный момент времени
R0 = 15;    // количество здоровых особей с иммунитетом в начальный момент 
времени
S0 = N - I0 - R0;   // количество восприимчивых к болезни особей в начальный 
момент времени
```

- Задаём функии для решения:

```
function dx=syst(t, x)
dx(1) = 0;
dx(2) = - b*x(2);
dx(3) = b*x(2);
endfunction
```

- Решаем системы:

```
t0 = 0;
x0=[S0;I0;R0]; //начальные значения
t = [0: 0.01: 200];
y = ode(x0, t0, t, syst);
```

- Построим график:

```
plot(t, y);
hl=legend(['S(t)';'I(t)';'R(t)']);
```

Мы получим результат:

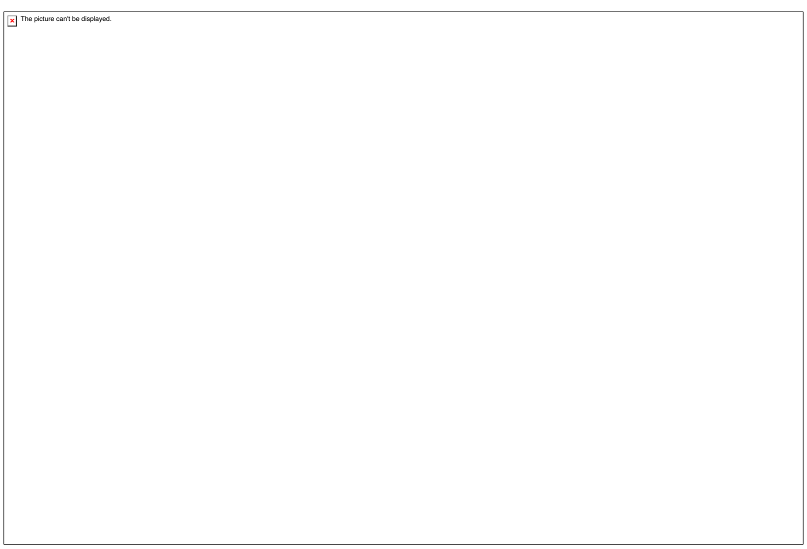

График первого случая

3. С помощью Scilab построим график случая: $I(t) > I^*$

- После введения начальных условии и коэффициентов, мы введём функии для решения:

```
function dx=syst(t, x)
dx(1) = - a*x(1);
dx(2) = a*x(1) - b*x(2);
dx(3) = b*x(2);
endfunction
```

Решая и построив график, мы получим результат:

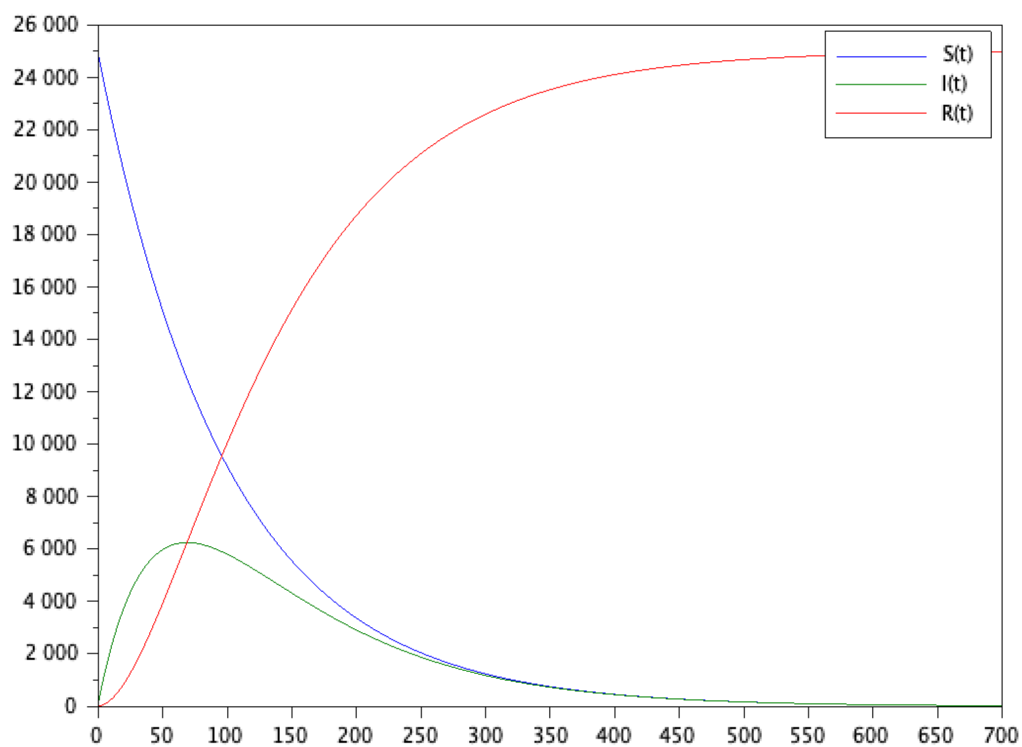

График второго случая

IV. Вывод

После лабораторной работы, я познакомился с задачой об эпидемии и приобрел привык к построению графика об скорости изменении каждой группы особи в эпидемии.