

Презентация по лабораторной работе №4

Вариант 2

Ле Тиен Винь

Информация

- Ле Тиен Винь
- Студент
- Российский университет дружбы народов
- 1032215241@pfur.ru
- https://github.com/xuwscypcy/study_2023-2024_mathmod



vinh

Цель работы

Изучаем модель гармонических колебаний, решаем уравнения гармонического осциллятора и построим фазовый портрет с помощью Scilab

Задание

Постройте фазовый портрет гармонического осциллятора и решение уравнения гармонического осциллятора для следующих случаев.

Задание

1. Колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы $\ddot{x} + 3x = 0$
2. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы $\ddot{x} + 4\dot{x} + 4x = 0$
3. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы $\ddot{x} + 2\dot{x} + x = \sin(2t)$

На интервале $t=[0;40]$ (шаг 0.05) с начальными условиями $x_0 = 1, y_0 = 1$

Выполнение задания

1. Колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы $\ddot{x} + 4x = 0$

- Решать уравнение $\ddot{x} + 4x = 0$

$$\ddot{x} + 3x = 0 \Leftrightarrow \ddot{x} = -3x \Leftrightarrow \dot{x} = -\frac{3x^2}{2} + C_1 \Leftrightarrow x = -\frac{3x^3}{6} + C_1x + C_2 \quad (1)$$

С помощью начальных условия $x_0 = 1, y_0 = 1$, мы создаём систему уравнений, чтобы найти C_1 и C_2 :

Выполнение задания

1. Колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы $\ddot{x} + 4x = 0$

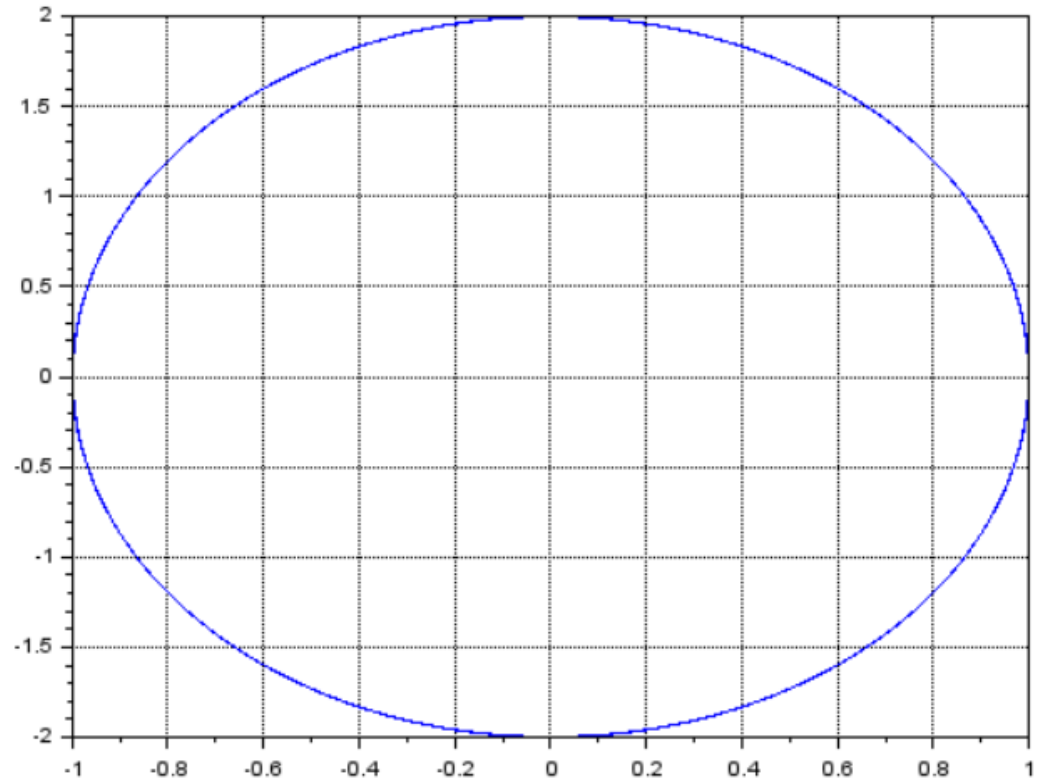
$$\begin{cases} x(0) = 0 \\ \dot{x}(0) = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -\frac{2 * 0^3}{3} + C_1 * 0 + C_2 = 0 \\ -2 * 0^2 + C_1 = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} C_1 = -2 \\ C_2 = 0 \end{cases}$$

Таким образом, мы получим общее решение: $x = -\frac{2x^3}{3} - 2x$
(2)

Выполнение задания

1. Колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы $\ddot{x} + 4x = 0$

Построить фазовый портрет гармонического осциллятора с помощью Scilab, получил:

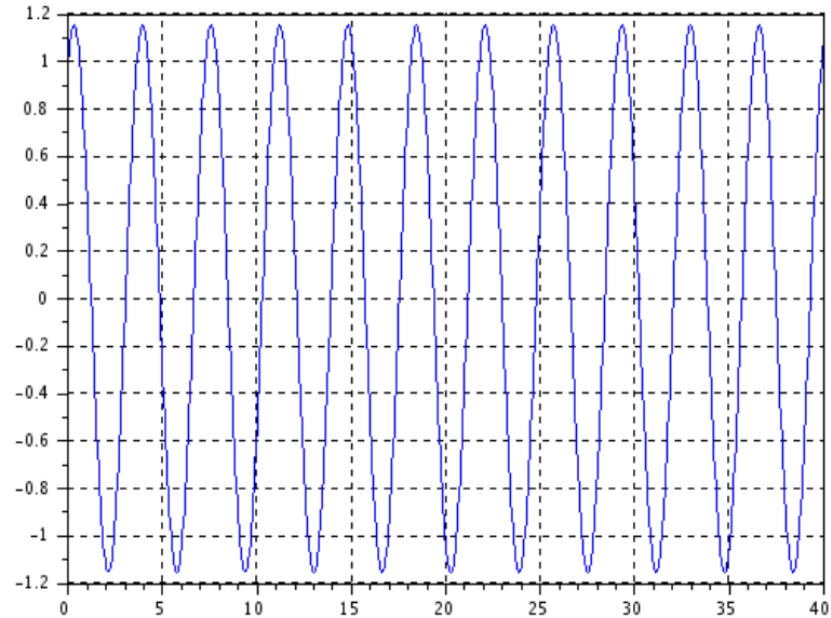


Фазовый портрет гармонического осциллятора
первого случая в зависимость $x(x')$

Выполнение задания

1. Колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы $\ddot{x} + 4x = 0$

И мы получим результат:



Фазовый портрет гармонического осциллятора
первого случая в зависимости $x(t)$

Выполнение задания

2. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы $\ddot{x} + 4\dot{x} + 8x = 0$

- Решать уравнение $\ddot{x} + 4\dot{x} + 8x = 0$

Характерическое уравнение: $k^2 + 4k + 8 = 0$, решаем его, мы получим решения:

$$\begin{cases} k_1 = -2 + 2i \\ k_2 = -2 - 2i \end{cases}$$

Поэтому мы получим общее решение: $x = e^{-2t}(C_1 \cos(2t) + C_2 \sin(2t))$ (3)

Выполнение задания

2. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы $\ddot{x} + 4\dot{x} + 8x = 0$

Решать уравнение $\ddot{x} + \dot{x} + 4x = 0$

Характерическое уравнение: $k^2 + k + 4 = 0$, решаем его, мы получим решения:

$$\begin{cases} k_1 = -\frac{-1 - \sqrt{15} * i}{2} \\ k_2 = -\frac{-1 + \sqrt{15} * i}{2} \end{cases}$$

Выполнение задания

2. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы $\ddot{x} + 4\dot{x} + 8x = 0$

$$\begin{cases} x(0) = 1 \\ \dot{x}(0) = 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} e^{-2*0}(C_1 \cos(2 * 0) + C_2 \sin(2 * 0)) = 1 \\ -2e^{-2*0}[(C_1 - C_2)\cos(2 * 0) + (C_1 + C_2)\sin(2 * 0)] = 1 \end{cases}$$

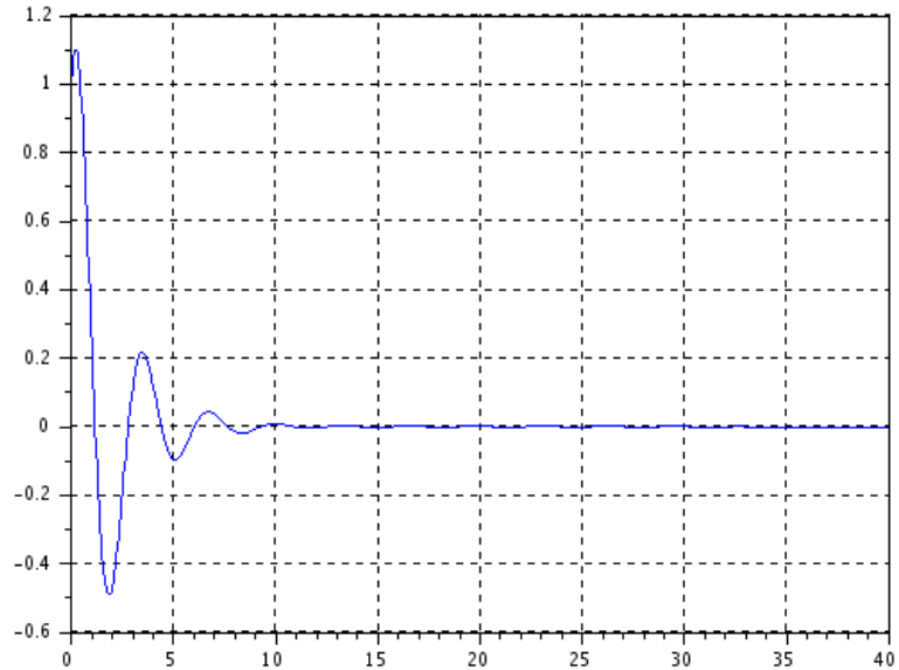
$$\Leftrightarrow \begin{cases} C_1 = 1 \\ 2(C_1 - C_2) = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} C_1 = 1 \\ C_2 = \frac{3}{2} \end{cases}$$

Выполнение задания

2. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы $\ddot{x} + 4\dot{x} + 8x = 0$

Построить фазовый портрет гармонического осциллятора с помощью Scilab, получил:

И мы получим результат:

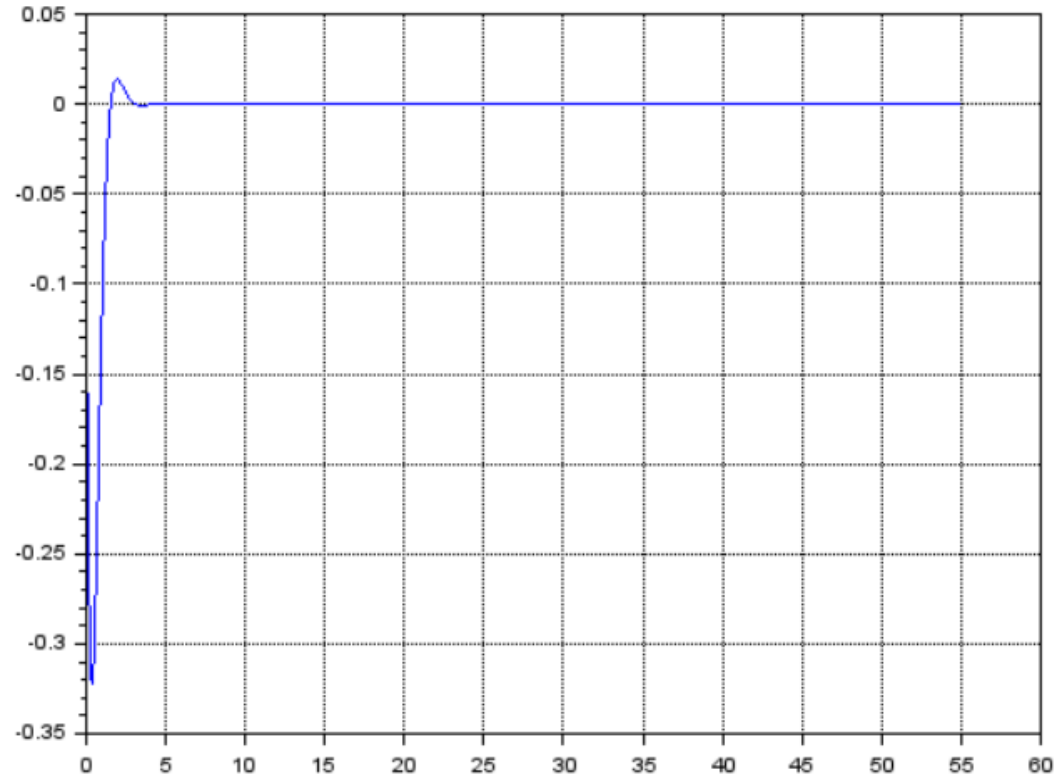


Фазовый портрет гармонического осциллятора
второго случая в зависимости $x(\dot{x})$

Выполнение задания

2. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы $\ddot{x} + \dot{x} + 4x = 0$

Построить фазовый портрет гармонического осциллятора с помощью Scilab, получил:



Фазовый портрет гармонического осциллятора
второго случая в зависимость $x(t)$

Выполнение задания

3. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы $\ddot{x} + \dot{x} + 4x = 0$

- Решать уравнение $\ddot{x} + 3\dot{x} + 4x = 5\sin(2t)$

Сначала нам нужно решать однородные линейные дифференцирующие уравнения $\ddot{x} + 3\dot{x} + 4x = 0$, чтобы найти общее решение однородного уравнения:

Характерическое уравнение: $k^2 + 3k + 4 = 0$, решаем его, мы получим решения:

Выполнение задания

3. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы $\ddot{x} + 2\dot{x} + x = \sin(2t)$

- Решать уравнение $\ddot{x} + 2\dot{x} + x = \sin(2t)$

Сначала нам нужно решать однородные линейные дифференцирующие уравнения $\ddot{x} + 2\dot{x} + x = 0$, чтобы найти общее решение однородного уравнения:

Характеристическое уравнение: $k^2 + 2k + 1 = 0$, решаем его, мы получим решения:

$$\{k_1 = k_2 = -1\}$$

Мы получим общее решение однородного уравнения:

$$x = e^{-t}(C_1 + C_2 t) \quad (5)$$

Выполнение задания

3. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы $\ddot{x} + 2\dot{x} + x = \sin(2t)$

Поставим $m = 0, n = 2$ в (6), получим $x = A\cos(2t) + B\sin(2t)$. Дифференцируем это уравнение, получим:

$$\dot{x} = -2A\sin(2t) + 2B\cos(2t)$$

$$\ddot{x} = -4A\cos(2t) - 4B\sin(2t)$$

Выполнение задания

3. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы $\ddot{x} + 2\dot{x} + x = \sin(2t)$

Затем мы найдём частное решение неоднородного уравнения. Оно зависит от вида правой части $f(x) = \sin(2x)$ и кратности корней характеристического уравнения числу m

Видно, что $m = 0, n = 2, m \neq \alpha, n \neq \beta \Rightarrow$ решение имеет вид:

$$x = e^{mx}(A\cos(nt) + B\sin(nt)) \quad (6)$$

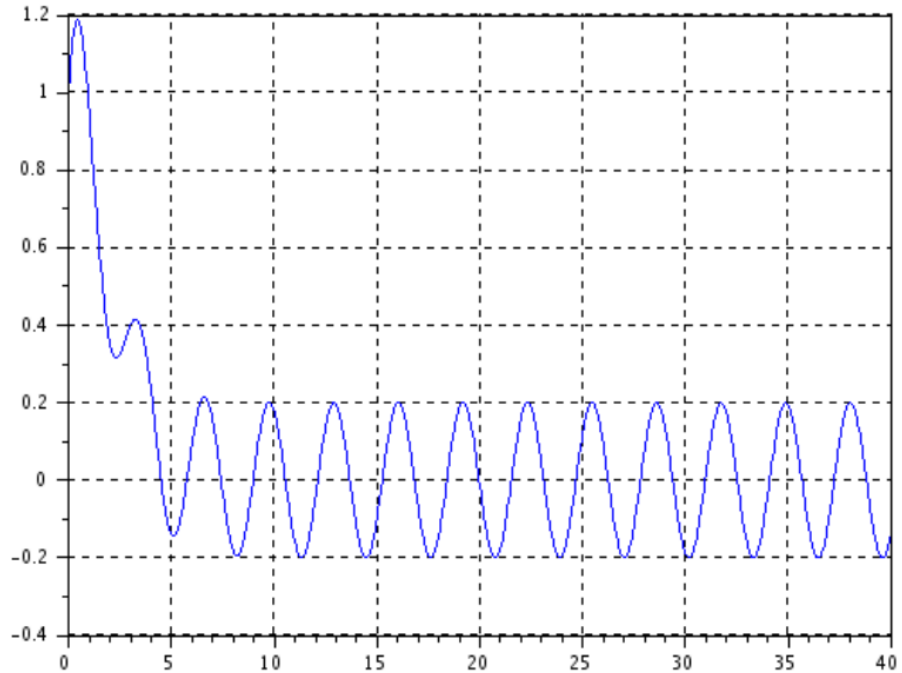
Поставим $m = 0, n = 2$ в (6), получим $x = A\cos(2t) + B\sin(2t)$. Дифференцируем это уравнение, получим:

$$\dot{x} = -2A\sin(2t) + 2B\cos(2t)$$

$$\ddot{x} = -4A\cos(2t) - 4B\sin(2t) \quad \# \text{ Выполнение задания}$$

3. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы $\ddot{x} + 2\dot{x} + x = \sin(2t)$

Построить фазовый портрет гармонического осциллятора с помощью Scilab, получил`` и мы получим результат:



Фазовый портрет гармонического осциллятора
третьего случая в зависимость $x(x')$

Вывод

После лабораторной работы, я познакомился с моделями гармонических колебаний, получил навыки по решению уравнения гармонического осциллятора и приобрел построить фазовый портрет с помощью Scilab. # Список литературы ссыла