

# 不确定机器人的自适应神经网络控制与学习

吴玉香<sup>†</sup>, 王 聪

(华南理工大学 自动化科学与工程学院, 广东 广州 510640)

**摘要:** 针对具有未知动态的电驱动机器人, 研究其自适应神经网络控制与学习问题. 首先, 设计了稳定的自适应神经网络控制器, 径向基函数(RBF)神经网络被用来逼近电驱动机器人的未知闭环系统动态, 并根据李雅普诺夫稳定性理论推导了神经网络权值更新律. 在对回归轨迹实现跟踪控制的过程中, 闭环系统内部信号的部分持续激励(PE)条件得到满足. 随着PE条件的满足, 设计的自适应神经网络控制器被证明在稳定的跟踪控制过程中实现了电驱动机器人未知闭环系统动态的准确逼近. 接着, 使用学过的知识设计了新颖的学习控制器, 实现了闭环系统稳定、改进了控制性能. 最后, 通过数字仿真验证了所提控制方法的正确性和有效性.

**关键词:** 自适应神经网络控制; 机器人; RBF神经网络; 学习

中图分类号: TP273

文献标识码: A

## Adaptive neural network control and learning for uncertain robot

WU Yu-xiang<sup>†</sup>, WANG Cong

(College of Automation Science and Engineering, South China University of Technology, Guangzhou Guangdong 510640, China)

**Abstract:** This paper investigates the adaptive neural network control and learning for the electrically-driven robot with unknown system dynamics. A stable adaptive neural network (NN) controller is first designed, and the radial basis function (RBF) neural-network is used to approximate the unknown closed-loop system dynamics of electrically-driven robot. The stable adaptive tuning laws of network parameters are derived in the sense of the Lyapunov stability theory. Partial persistent excitation (PE) condition of some internal signals in the closed-loop system is satisfied in the control process of tracking a recurrent reference trajectory. Under the PE condition, the proposed adaptive NN controller is rigorously shown to be capable of accurate identification of the uncertain electrically-driven robot dynamics in the stable control process. Subsequently, a novel NN learning control method which effectively utilizes the learned knowledge without re-adapting to the unknown electrically driven robot dynamics is proposed to achieve the closed-loop stability and improve the control performance. Simulation studies are performed to demonstrate the effectiveness of the proposed method.

**Key words:** adaptive NN control; robot; RBF neural network; learning

## 1 引言(Introduction)

建模、辨识和学习控制是机器人智能控制中的热点研究问题, 神经网络作为智能控制中最有前景的重要分支, 在机器人控制中已经受到了广泛关注<sup>[1-6]</sup>. 文献[1]采用带 $\sigma$ 修正项的神经权值更新律和鲁棒控制, 为机器人设计了一个多层神经网络控制器, 获得了良好的控制性能. 文献[2]为水下机器人设计了自适应神经网络控制器, 证明了控制系统的跟踪误差一致稳定有界. 文献[3]为空间机器人设计了滑模神经网络控制器, 实现了跟踪误差的最终一致有界. 文献[5]针对考虑执行器动态的机械臂提出了鲁棒神经模糊网络控制(robust neural fuzzy network control, RNFNC)方案, 应用在复杂的机器人系统中, 获得了良好的跟踪性能. 文献[6]研究了一大类有刷直流电机驱动的机器人鲁

棒跟踪控制问题, 设计了鲁棒自适应动态反馈跟踪控制器, 保证闭环系统的所有状态和信号都有界, 轨迹跟踪误差的界可以任意小. 以上讨论的自适应神经网络控制方案都是基于神经网络的通用逼近性展开的, 对神经网络是否真的逼近了机器人系统中的未知非线性并没有进行深入探讨. 然而, 由于不满足持续激励(persistent excitation, PE)条件, 基于近似的自适应控制器中神经网络的学习能力是非常有限的, 其通用逼近性并没有得到保证, 以至对于经历过多次的同一控制任务, 在每次执行时, 神经网络都不得不重新计算控制参数.

相对于已有的神经网络理论结果, 文献[7-8]使用局部径向基函数(radial basis function, RBF)神经网络, 在对回归轨迹实现跟踪控制的过程中, 闭环系统内部

收稿日期: 2013-03-06; 收修改稿日期: 2013-05-22.

<sup>†</sup>通信作者. E-mail: xywu@scut.edu.cn; Tel.: +86 13710225325.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(60934001, 61075082); 广东省战略性新兴产业专项项目(2011A081301017, 2012A080304012); 华南理工大学中央高校基本科研业务费(2012ZZ0106).

信号的部分PE条件得到满足, 使具有线性时变(linear time-varying, LTV)形式的闭环误差系统指数稳定, 从而实现未知闭环系统动态的局部准确逼近. 此方法为动态环境下的学习问题提供了一种简单而有效的解决方法, 这在很多应用中是非常有用的<sup>[9-13]</sup>.

本文研究由永磁直流电机驱动且系统参数完全未知机器人的自适应神经网络控制与学习问题. 设计的自适应神经网络控制器不仅实现了闭环系统所有信号的最终一致有界, 而且在稳定的控制过程中, 实现了部分神经网络权值收敛到最优值以及未知闭环系统动态的局部准确逼近. 使用学过的知识构建的学习控制器, 应用到后续相同或相似的控制任务中, 保证了系统稳定, 改进了系统的控制性能. 最后, 用数字仿真验证了所提控制方法的正确性和有效性.

## 2 系统模型(System model)

对 $n$ 关节的刚性机械臂, 考虑摩擦力, 其动态方程可以表示为<sup>[1]</sup>

$$M(q)\ddot{q} + V_m(q, \dot{q})\dot{q} + F(\dot{q}) + G(q) = \tau, \quad (1)$$

其中:  $q, \dot{q}, \ddot{q} \in \mathbb{R}^n$  分别代表关节的位置、速度和加速度;  $M(q) \in \mathbb{R}^{n \times n}$  为对称正定的惯性矩阵;  $V_m(q, \dot{q}) \in \mathbb{R}^{n \times n}$  为哥氏力和向心力矩阵;  $F(\dot{q}) \in \mathbb{R}^n$  为摩擦力矢量;  $G(q) \in \mathbb{R}^n$  为重力矢量;  $\tau \in \mathbb{R}^n$  为控制转矩输入矢量.

假定机器人 $n$ 个关节的机械臂由 $n$ 个永磁直流电机驱动. 通常, 永磁直流电机由电流式伺服放大器驱动, 这样电机的输入电流能在很短时间内趋于理想值.

转矩与驱动电机电流的关系为<sup>[14]</sup>

$$\tau(t) = K_m i_m(t), \quad (2)$$

其中:  $i_m \in \mathbb{R}^n$  为驱动电机电流矢量,  $K_m \in \mathbb{R}^{n \times n}$  为电机转矩常数矩阵. 采用电流式伺服放大器驱动的永磁直流电机相当于运行在理想状态, 即

$$i_m(t) = i_d(t) = K_{sa} u(t), \quad (3)$$

其中:  $i_d \in \mathbb{R}^n$  为理想的电机电流矢量,  $K_{sa} \in \mathbb{R}^{n \times n}$  为伺服放大器增益矩阵, 可由用户定义,  $u \in \mathbb{R}^n$  为伺服放大器输入电压矢量. 可得电机的输出转矩为

$$\tau(t) = K_m K_{sa} u(t) = K u(t), \quad (4)$$

其中  $K = K_m K_{sa}$ . 机器人模型(1)和(4)可写成

$$M(q)\ddot{q} + V_m(q, \dot{q})\dot{q} + F(\dot{q}) + G(q) = K u, \quad (5)$$

其中  $M(q), V_m(q, \dot{q}), F(\dot{q}), G(q), K$  假定完全未知.

**假设 1**  $n$  关节的机械臂由 $n$ 个相同的永磁直流电机驱动, 且每个直流电机采用相同的伺服放大器, 即  $K = kI$  ( $k > 0$ ),  $I$  为具有相应维数的单位矩阵.

机器人系统动态具有如下基本属性<sup>[6]</sup>.

**性质 1** 惯性矩阵  $M(q)$  为正定、对称且有界的矩阵, 即存在某些常数  $m_2 \geq m_1 > 0$ , 使得  $m_1 I \leq M(q) \leq m_2 I, \forall q \in \mathbb{R}^n$ .

引入状态变量  $x_1 = q, x_2 = \dot{q}$ , 式(5)可表示为

$$\dot{x}_1 = x_2, \dot{x}_2 = A(x) + B(x)u, \quad (6)$$

其中:  $B(x) = M^{-1}K, x = [x_1^T x_2^T]^T \in \mathbb{R}^{2n}, A(x) = -M^{-1}(V_m x_2 + F + G)$ .

**性质 2** 根据性质1和假设1,  $B(x)$  为正定对称有界矩阵.

**性质 3** 根据性质1和假设1,  $\dot{B}^{-1}(x) = K^{-1}\dot{M}$  是有界的, 即存在常数  $g_3 > 0$ , 使得  $\|\dot{B}^{-1}(x)\| \leq g_3, \forall x \in \mathbb{R}^{2n}$ .

假设参考状态是二次可微且有界的, 即  $x_d \in \Omega_d$  ( $\Omega_d$  为紧集),  $\forall t \geq 0, x_{di}(i = 1, 2)$  为周期或拟周期信号且参考轨迹  $\varphi_d(x_d(0))$  为回归轨迹.

**控制目标** 使用局部RBF神经网络设计自适应神经网络控制器以实现: 1) 闭环系统中所有信号保持最终一致有界; 2) 系统状态指数收敛到参考状态, 以便状态跟踪误差在有限时间内收敛到零的一个小领域内; 3) 沿回归轨迹, 未知闭环系统动态能够被局部RBF网络准确逼近; 4) 设计包含已学知识的学习控制器, 应用到后续相同或相似的控制任务中, 实现系统稳定, 改进系统的控制性能. 本文假定状态向量  $x$  可测.

## 3 自适应神经网络控制与学习(Adaptive neural network control and learning)

### 3.1 自适应神经网络控制器的设计(The design of adaptive neural network controller)

对控制对象(6)和参考轨迹  $\varphi_d(x_d(0))$ , 即  $x_d(t) = [q_d^T(t) \dot{q}_d^T(t)]^T$ , 利用RBF神经网络设计自适应神经网络控制器过程如下:

定义滤波器跟踪误差 $r$ :

$$r = \dot{e} + \lambda e, \quad (7)$$

其中:  $e = x_1 - q_d, \lambda$  为正定对角设计矩阵.

对式(7)求导得

$$\dot{r} = \dot{x}_2 - \ddot{q}_d + \lambda \dot{e} = A(x) + B(x)u - \ddot{q}_d + \lambda \dot{e}. \quad (8)$$

选择控制输入为

$$u = -K_v r - \hat{W}^T S(Z), \quad (9)$$

其中:  $K_v = \text{diag}\{k_{vi}\}, k_{vi} > 0$  为控制增益矩阵,  $\hat{W}$  为神经网络权值估计,

$$S(Z) = \text{diag}\{S_1(Z), \dots, S_n(Z)\},$$

$$\hat{W}^T S(Z) = [\hat{W}_1^T S_1(Z) \cdots \hat{W}_n^T S_n(Z)]^T.$$

$\hat{W}^T S(Z)$  用来逼近未知闭环系统动态

$$F_G(Z) = B^{-1}(x)(A(x) + v) = W^{*T}S(Z) + \varepsilon(Z), \quad (10)$$

其中:  $v = -\ddot{q}_d + \lambda \dot{e}$ , 神经网络输入为  $Z = [x_1^T \ x_2^T \ v^T]^T$ ,  $W^*$  为理想的神经网络权值,  $W^{*T}S(Z) = [W_1^{*T}S_1(Z) \ \cdots \ W_n^{*T}S_n(Z)]^T$ ,  $\varepsilon(Z)$  为神经网络逼近误差, 有  $\|\varepsilon(Z)\| < \varepsilon^*$  ( $\varepsilon^* > 0$ ),  $\forall Z \in \Omega \subset \mathbb{R}^{3n}$  ( $\Omega$  为紧集).

权值更新律为

$$\dot{W} = \Gamma S(Z)r - \sigma \Gamma \hat{W}, \quad (11)$$

其中:  $\Gamma$  为常数对角设计矩阵,  $\sigma$  为一个小的正常数.

选取如下 Lyapunov 函数:

$$V = \frac{1}{2}r^T B^{-1}r + \frac{1}{2}\tilde{W}^T \Gamma^{-1}\tilde{W}. \quad (12)$$

对式(12)求导得

$$\dot{V} = -r^T K_v r + r^T \varepsilon - \sigma \tilde{W}^T \hat{W} + \frac{1}{2}r^T \dot{B}^{-1}r. \quad (13)$$

利用三角不等式可得

$$r^T \varepsilon \leq \frac{\|\varepsilon\|^2}{2k_1} + \frac{k_1 \|r\|^2}{2} \leq \frac{\varepsilon^{*2}}{2k_1} + \frac{k_1 \|r\|^2}{2}. \quad (14)$$

又因为

$$-\sigma \tilde{W}^T \hat{W} \leq -\frac{\sigma(2-k_1)\|\tilde{W}\|^2}{2} + \frac{\sigma\|W^*\|^2}{2k_1}, \quad (15)$$

其中  $0 < k_1 < 2$ , 则式(13)可表示为

$$\dot{V} \leq -\rho_1 V + \delta_1, \quad (16)$$

其中  $K_{v1} = K_v - \frac{1}{2}\text{diag}\{k_1\} - \frac{1}{2}g_3 I$ . 选择  $K_v$  以使  $K_v - \frac{1}{2}\text{diag}\{k_1\} - \frac{1}{2}g_3 I > 0$ . 让

$$\rho_1 = \min\left\{\frac{2\lambda_{\min}(K_{v1})}{\lambda_{\max}(B^{-1})}, \frac{\sigma(2-k_1)}{\lambda_{\max}(\Gamma^{-1})}\right\}, \quad (17)$$

$$\delta_1 = \frac{\sigma\|W^*\|^2 + \varepsilon^{*2}}{2k_1}. \quad (18)$$

由控制对象(6)、滤波器跟踪误差(7)、控制器(9)及权值更新律(11)构成的闭环误差系统为

$$\begin{cases} \dot{r} = B(x)[-K_v r - \tilde{W}^T S(Z) + \varepsilon], \\ \dot{\tilde{W}} = \dot{W} = \Gamma S(Z)r - \sigma \Gamma \hat{W}, \end{cases} \quad (19)$$

其中:  $\tilde{W}^T S(Z) = [\tilde{W}_1^T S_1(Z) \ \cdots \ \tilde{W}_n^T S_n(Z)]^T$ ,  $\tilde{W} = \hat{W} - W^*$ .

**定理 1** 考虑闭环误差系统(19), 对给定的从初始条件  $x_d(0) \in \Omega_d$  出发的任一回归参考轨迹  $\varphi_d(x_d(0))$ , 有初始条件  $x(0) \in \Omega_0$  ( $\Omega_0$  为紧集)和  $\dot{W}(0) = 0$ , 可得: i) 闭环系统(19)中的所有信号保持最终一致有界; ii) 适当选择设计参数, 存在一个有限时间  $T$ , 使状态跟踪误差  $e$  和  $\dot{e}$  收敛到零的小邻域内,  $\forall t \geq T$ .

证 1) 从式(16)可知, 当  $t \rightarrow \infty$  时, 有

$$\begin{cases} \|r\| \leq \sqrt{\frac{\delta_1}{\lambda_{\min}(K_{v1})}}, \\ \|\tilde{W}\| \leq \frac{\|W^*\| + \varepsilon^*}{\sqrt{k_1(2-k_1)}} =: \tilde{W}^*. \end{cases} \quad (20)$$

所以,  $r$  和  $\tilde{W}$  最终一致有界, 合理选择  $\lambda$  可使  $r$  稳定, 又因为  $r, q_d, \dot{q}_d$  是有界的, 可知  $x_1, x_2$  也是有界的. 对所有的  $Z, S(Z)$  有界, 则输入  $u$  也是有界的. 由此可得, 闭环系统中的所有信号都是最终一致有界的.

2) 选取 Lyapunov 函数  $V_r = \frac{1}{2}r^T B^{-1}r$ , 求得

$$\begin{aligned} \dot{V}_r &\leq -r^T K_v r + \|r\| \|\tilde{W}\| \|S(Z)\| + \\ &\quad \|r\| \|\varepsilon\| + \frac{1}{2}r^T \dot{B}^{-1}r. \end{aligned} \quad (21)$$

利用三角不等式有

$$\begin{aligned} \|r\| \|\varepsilon\| &\leq \frac{\bar{k}_1 \|r\|^2}{2} + \frac{\varepsilon^{*2}}{2\bar{k}_1}, \\ \|r\| \|\tilde{W}\| \|S(X)\| &\leq \frac{\bar{k}_1 \|r\|^2}{2} + \frac{\tilde{W}^{*2} s^{*2}}{2\bar{k}_1}, \end{aligned}$$

其中:  $\tilde{W}^*$  为式(20)中  $\|\tilde{W}\|$  的上界,  $s^*$  为  $\|S(X)\|$  的上界(见文献[15]). 于是式(21)可表示为

$$\dot{V}_r \leq -\bar{\rho}_1 V_r + \bar{\delta}_1, \quad (22)$$

其中  $\bar{K}_{v1} = K_v - \text{diag}\{\bar{k}_1\} - \frac{1}{2}g_3 I$ . 选择  $K_v$  以使  $K_v - \text{diag}\{\bar{k}_1\} - \frac{1}{2}g_3 I > 0$ . 让

$$\bar{\rho}_1 = 2\lambda_{\min}(\bar{K}_{v1})/\lambda_{\max}(B^{-1}), \quad (23)$$

$$\bar{\delta}_1 = (\tilde{W}^{*2} s^{*2} + \varepsilon^{*2})/(2\bar{k}_1). \quad (24)$$

显然, 选择足够大的  $\bar{k}_1$  可使  $\bar{\delta}_1$  足够小. 由式(22)可得

$$0 \leq V_r(t) < V_r(0) \exp(-\bar{\rho}_1 t) + \bar{\delta}_1/\bar{\rho}_1, \quad (25)$$

即

$$\frac{1}{2}\lambda_{\min}(B^{-1})\|r\|^2 < V_r(0) \exp(-\bar{\rho}_1 t) + \bar{\delta}_1/\bar{\rho}_1.$$

上述不等式意味着对给定的

$$\beta > \sqrt{2\bar{\delta}_1/(\bar{\rho}_1 \lambda_{\min}(B^{-1}))}$$

存在一个有限时间  $T$ , 使得  $\forall t \geq T$ ,  $r$  满足  $\|r\| < \beta$ .  $\beta$  为小的残差集. 通过选取大的  $K_v$  可使滤波器跟踪误差  $r$  足够小,  $\forall t \geq T$ . 也就是说, 通过适当选取设计参数, 可使状态跟踪误差  $e$  和  $\dot{e}$  在有限时间  $T$  内收敛到零的小邻域内<sup>[16]</sup>. 证毕.

### 3.2 从自适应神经网络控制中学习(Learning from adaptive neural network control)

利用 RBF 网络的局部特性, 在时间  $T$  后, 沿着跟踪轨迹  $\varphi(x(t))|_{t \geq T}$ , 系统(19)可表示为

$$\begin{cases} \dot{r} = B(x)[-K_v r - \tilde{W}_\xi^T S_\xi(Z) + \varepsilon_\xi], \\ \dot{\tilde{W}}_\xi = \dot{W}_\xi = \Gamma_\xi S_\xi(Z)r - \sigma \Gamma_\xi \tilde{W}_\xi, \end{cases} \quad (26)$$

$$\dot{\tilde{W}}_\xi = \dot{W}_\xi = \Gamma_\xi S_\xi(Z)r - \sigma \Gamma_\xi \tilde{W}_\xi, \quad (27)$$

其中:  $\tilde{W}_\xi^T S_\xi(Z) = [\tilde{W}_{1\xi}^T S_{1\xi}(Z) \cdots \tilde{W}_{j\xi}^T S_{j\xi}(Z)]^T$ ,  $S_\xi(Z)$  为  $S(Z)$  的子矢量,  $\tilde{W}_\xi$  为相应的权值子矢量, 下标  $\xi$  代表远离轨迹  $\varphi(x(t))|_{t \geq T}$  的区域,  $\varepsilon_\xi$  为局部近似误差, 且  $\|\varepsilon_\xi\|$  的值很小.

**定理2** 考虑闭环误差系统(26), 对于任意给定的从初始条件出发的回归参考轨迹  $\varphi_d(x_d(0))$ ,  $x_d(0) \in \Omega_d$ , 初始状态  $x(0) \in \Omega_0$  且  $\hat{W}(0) = 0$ , 合理选取控制参数, 则有: 沿着跟踪轨迹  $\varphi(x(t))|_{t \geq T}$ , 神经网络权值  $\hat{W}_\xi$  收敛到最优权值  $W_\xi^*$  的小邻域内, 未知闭环系统动态  $F_G(Z)$  可由  $\hat{W}^T S(Z)$  和  $\bar{W}^T S(Z)$  来局部准确逼近, 其中  $\bar{W}$  由下式给出:

$$\bar{W} = \text{mean}_{t \in [t_a, t_b]}(\hat{W}(t)). \quad (28)$$

这里  $[t_a, t_b]$  ( $t_b > t_a > T_1 > T$ ) 代表  $\hat{W}$  的暂态过程之后的一个时间段.

**证** 令  $z = B^{-1}(x)r$ , 则系统(26)可表示为

$$\begin{cases} \dot{z} = -[K_v B(x) - \dot{B}^{-1}(x)B(x)]z - \tilde{W}_\xi^T S_\xi(Z) + \varepsilon_\xi(Z), \\ \dot{\tilde{W}}_\xi = \Gamma_\xi S_\xi(Z)B(x)z - \sigma \Gamma_\xi \tilde{W}_\xi. \end{cases} \quad (29)$$

上式写成矩阵形式为

$$\begin{bmatrix} \dot{z} \\ \dot{\tilde{W}}_\xi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -K_v B(x) + \dot{B}^{-1}(x)B(x) - S_\xi^T(Z) \\ \Gamma_\xi S_\xi(Z)B(x) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z \\ \tilde{W}_\xi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_\xi \\ -\sigma \Gamma_\xi \tilde{W}_\xi \end{bmatrix}. \quad (30)$$

定理1中已证明, 时间  $T$  后, 神经网络的输入  $Z(t)$  变成周期或回归轨迹, 回归子矢量  $S_\xi(Z)$  满足PE条件<sup>[8]</sup>. 根据文献[17]中引理1可知系统(30)的标称系统一致指数稳定. 对于扰动系统(30), 根据文献[18]的引理4.6, 参数误差  $\tilde{W}_\xi$  在有限时间  $T_1$  ( $T_1 > T$ ) 内指数收敛到零的小邻域内, 邻域的大小由神经网络逼近能力和状态跟踪误差决定. 采用文献[13]定理2相似的方法, 未知闭环系统动态  $F_G(Z)$  可由整个RBF神经网络  $\hat{W}^T S(Z)$  和  $\bar{W}^T S(Z)$  逼近, 即

$$\begin{aligned} F_G(Z) &= \hat{W}_\xi^T S_\xi(Z) + \hat{W}_\xi^T S_\xi(Z) + \varepsilon'_\xi = \\ &= \bar{W}_\xi^T S_\xi(Z) + \bar{W}_\xi^T S_\xi(Z) + \varepsilon''_\xi, \end{aligned} \quad (31)$$

其中  $\|\varepsilon'_\xi\|$  和  $\|\varepsilon''_\xi\|$  是小值, 表明整个RBF神经网络  $\hat{W}^T S(Z)$  和  $\bar{W}^T S(Z)$  沿着轨迹  $\varphi(x(t))|_{t \geq T}$  能够逼近未知闭环系统动态  $F_G(Z)$  到任意准确度. 证毕.

从式(31)可知, 对于经历的回归轨迹  $\varphi(x(t))$ , 存在小的正数  $d, \varepsilon_2^* > 0$ , 沿着  $\varphi_d(x_d(0))$  存在一个局部区域  $\Omega_{\varphi_d}$ , 满足<sup>[8]</sup>

$$\begin{aligned} \text{dist}(\varphi(Z(t))|_{t \geq T_1}, \varphi_d(x_d(0))) &< d \Rightarrow \\ \|\bar{W}^T S(Z) - F_G(Z)\| &< \varepsilon_2^*, \end{aligned} \quad (32)$$

其中  $\varepsilon_2^*$  接近  $\varepsilon^*$ .

**注1** 在传统的神经网络控制中, 由于不满足PE条件, 神经网络权值的收敛性不能得到保证, 使用时变神经网络权值, 表达和存储学过的知识通常是很困难的. 而本文的自适应神经网络控制与学习方法, 使得过去经验或知识的表达与存储变成了一件很容易的事情.

## 4 学习控制(Learning control)

### 4.1 学习控制器的设计(The design of learning controller)

针对控制对象(6), 用下面的学习控制器代替自适应神经网络控制器(9):

$$u = -K_v r - \bar{W}^T S(Z), \quad (33)$$

其中:  $\bar{W}^T S(Z)$  为未知闭环系统动态  $F_G(Z)$  的局部准确逼近,  $\bar{W}$  是根据式(28)得到的常数神经网络权值,  $K_v$  和  $r$  与3.1节的定义相同.

**定理3** 考虑由控制对象(6), 学习控制器(33)构成的闭环系统, 对给定的从初始条件  $x_d(0) \in \Omega_d$  出发的任一回归参考轨迹  $\varphi_d(x_d(0))$ , 有初始条件  $x(0) \in \Omega_0$  和  $\hat{W}(0) = 0$ , 可得: i) 闭环系统(19)中的所有信号保持最终一致有界; ii) 适当选择设计参数, 存在一个有限时间  $T_2$ , 使状态跟踪误差  $e$  和  $\dot{e}$  收敛到零的小邻域内,  $\forall t \geq T_2$ .

**证** 对  $r$  求导得

$$\dot{r} = B(x)[-k_v r - \bar{W}^T S(Z) + F_G(Z)]. \quad (34)$$

取Lyapunov函数为  $V_x = \frac{1}{2} r^T B^{-1} r$ . 由三角不等式可得

$$\begin{aligned} r(F_G(Z) - \bar{W}^T S(Z)) &\leq \\ \frac{\|F_G(Z) - \bar{W}^T S(Z)\|}{2k_p} &+ \frac{k_p \|r\|^2}{2}. \end{aligned}$$

其中  $k_p > 0$ , 由此可得

$$\dot{V}_x \leq -\rho_2 V_x + \delta_2, \quad (35)$$

其中  $\bar{K}_v = K_v - \frac{1}{2} \text{diag}\{k_p\} - \frac{1}{2} g_3 I$ . 选取  $K_v$  以使  $K_v - \frac{1}{2} \text{diag}\{k_p\} - \frac{1}{2} g_3 I > 0$ , 让

$$\delta_2 = \varepsilon_2^{*2} / (2k_p), \quad \rho_2 = 2\lambda_{\min}(\bar{K}_v) / \lambda_{\max}(B^{-1}). \quad (36)$$

令  $\beta_1 = \delta_2 / \rho_2$ , 由于前面学习阶段的准确逼近,  $\varepsilon_2^*$  很小, 因此  $\delta_2$  和  $\beta_1$  也很小. 从式(35)可得

$$\|r\| < \sqrt{\beta_1}. \quad (37)$$

类似定理1的证明, 很容易得到闭环系统中的所有信号保持最终一致有界. 从式(36)可知, 不用选择大的设计参数 $k_p$ ,  $r$ 就能指数收敛到零的一个小领域内. 即存在一个有限时间 $T_2 > 0$ , 对任意的 $t \geq T_2$ , 状态跟踪误差 $e$ 和 $\dot{e}$ 收敛到零的一个小领域内. 证毕.

## 4.2 系统控制性能分析(The analysis of system control performance)

对使用自适应神经网络控制器(9)(11)和学习控制器(33)时闭环系统的控制性能进行比较.

i) 自适应神经网络控制器: 使用自适应神经网络控制律(9)(11), 不满足PE条件时, 和许多自适应神经网络控制的文献获得的结果一样, 能保证 $\tilde{W}$ 有界, 但不能保证它收敛到零的一个小区域内. 为保证跟踪误差 $e$ 和 $\dot{e}$ 收敛到零的一个小领域内, 须选择足够大的 $\bar{k}_1$ (即足够大的 $K_v$ ), 以使 $\bar{\delta}_1$ 足够小. 然而, 大的 $\bar{k}_1$ 将导致高增益控制, 这在实际应用中是应该避免的.

ii) 学习控制器: 使用学习控制器(33), 由于学习阶段的准确逼近, 不需选择大的控制参数 $k_p$ (即 $K_v$ )就能保证 $\delta_2$ 和 $\beta_1$ 足够小, 从而保证跟踪误差 $e$ 和 $\dot{e}$ 收敛到零的一个小领域内. 另外, 在自适应神经网络控制方法中, 由于有大量的神经权值同时更新, 用硬件实现花费能量, 用软件实现花费时间. 相反, 学习控制器不需要任何参数的自适应, 无论是硬件还是软件实现都很容易, 节约资源, 这在实际应用中是很重要的.

**注2** 使用带常数神经权值的学习控制器, 采用小的控制增益就可以实现自适应神经网络控制器的控制效果, 且不需要进行神经权值的更新, 节约资源.

## 5 仿真(Simulation)

考虑2关节的电驱动刚性机械臂, 其动态方程中的各参数为<sup>[5]</sup>

$$M(q) = \begin{bmatrix} a + b \cos q_2 & c + \frac{b}{2} \cos q_2 \\ c + \frac{b}{2} \cos q_2 & c \end{bmatrix},$$

$$V_m(q, \dot{q})\dot{q} = \begin{bmatrix} -b \sin q_2 \cdot (\dot{q}_1 \dot{q}_2 + 0.5 \dot{q}_2^2) \\ \frac{b}{2} \sin q_2 \cdot \dot{q}_1^2 \end{bmatrix},$$

$$G(q) = \begin{bmatrix} d \cos q_1 + e \cos(q_1 + q_2) \\ e \cos(q_1 + q_2) \end{bmatrix},$$

$$F(\dot{q}) = \begin{bmatrix} 0.4 \dot{q}_1 \\ 0.4 \dot{q}_2 \end{bmatrix},$$

其中:

$$a = l_2^2 m_2 + l_1^2 (m_1 + m_2), \quad b = 2l_1 l_2 m_2,$$

$$c = l_2^2 m_2, \quad d = l_1 (m_1 + m_2)g, \quad e = l_2 m_2 g.$$

$q_1, q_2, m_1, m_2, l_1, l_2$ 和 $g$ 分别为关节1和2的角度、质

量、长度和重力加速度; 机械臂相关参数为 $l_1 = l_2 = 1.0 \text{ m}$ ,  $m_1 = 0.8 \text{ kg}$ ,  $m_2 = 2.3 \text{ kg}$ ; 摩擦力取为<sup>[19]</sup>

$$F(q) = [12\dot{q}_1 + 0.5 \operatorname{sgn} \dot{q}_1 \quad 12\dot{q}_2 + 0.5 \operatorname{sgn} \dot{q}_2]^T,$$

执行器假定为永磁直流电机, 选取参数为 $K = \operatorname{diag}\{10, 10\}$ .

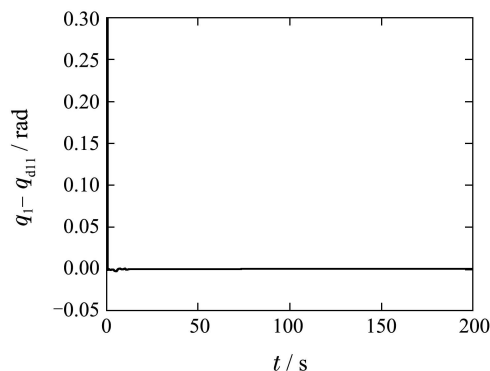
参考轨迹为

$$q_d = (q_{d11}, q_{d12})^T = (0.8 \sin t, 0.8 \cos t)^T.$$

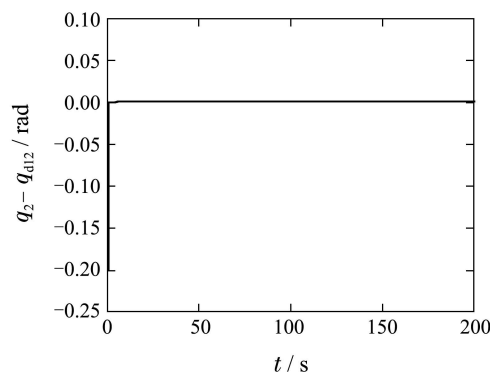
采用自适应神经网络控制器时, 选取的控制参数为: 神经网络节点数 $N = 4096$ , 均匀分布在 $[-1.2, 1.2] \times [-1.2, 1.2] \times [-1.2, 1.2] \times [-1.2, 1.2] \times [-1.2, 1.2]$ 构成的空间中, 中心宽度为 $\eta = 0.85$ ,  $\Gamma = \operatorname{diag}\{10\}$ ,  $\lambda = \operatorname{diag}\{30\}$ ,  $K_v = \operatorname{diag}\{50\}$ ,  $\sigma = 0.001$ , 初始权值为 $\hat{W}(0) = 0$ . 初始状态为 $X(0) = [0.3 \ 0.6; 0 \ 0]$ . 图1(a)–(b)分别为状态跟踪误差曲线, 图2为部分神经网络权值收敛曲线, 图3(a)–(b)分别为函数逼近曲线, 图4(a)–(b)分别为控制输入.

采用学习控制器时, 选取的控制参数为:  $\lambda = \operatorname{diag}\{10\}$ ,  $K_v = \operatorname{diag}\{30\}$ . 图1(c)–(d)分别为状态跟踪误差曲线, 图3(c)–(d)分别为函数逼近曲线, 图4(c)–(d)分别为控制输入.

从仿真结果可以看出, 本文提出的自适应神经网络控制算法在稳定的跟踪控制过程中不仅实现了未知闭环系统动态的学习, 而且使用学过的知识构建的学习控制器, 使用小的控制增益就可以改进系统的控制性能, 节约资源.



(a) 使用 $\hat{W}^T S(X)$ 时 $q_1$ 的跟踪误差



(b) 使用 $\hat{W}^T S(X)$ 时 $q_2$ 的跟踪误差

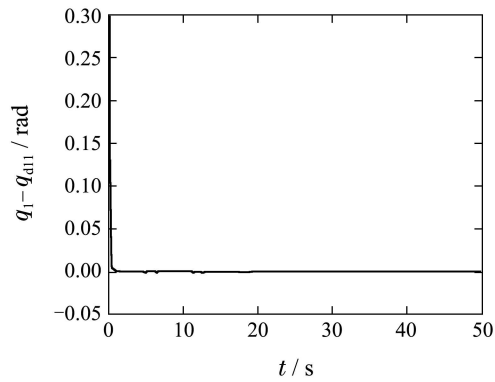
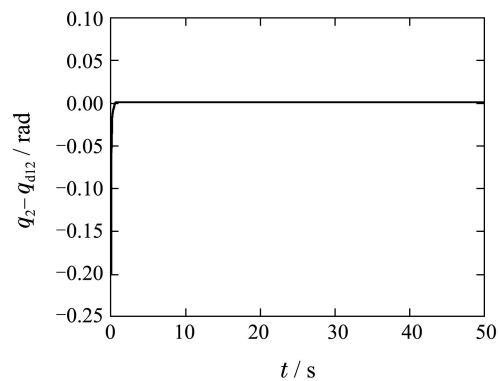
(c) 使用  $\bar{W}^T S(X)$  时  $q_1$  的跟踪误差(d) 使用  $\bar{W}^T S(X)$  时  $q_2$  的跟踪误差

图 1 状态跟踪误差

Fig. 1 The status tracking error

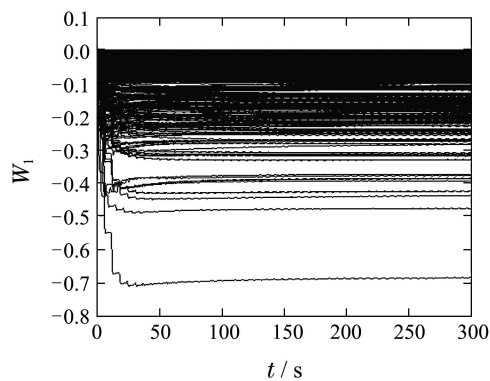
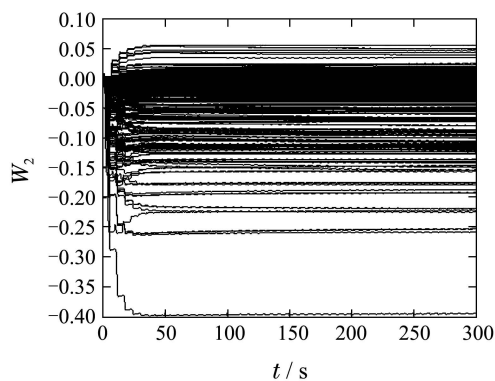
(a) 部分权值  $\hat{W}_{1\xi}$  收敛(b) 部分权值  $\hat{W}_{2\xi}$  收敛

图 2 部分权值收敛曲线

Fig. 2 The curve of partial parameter convergence

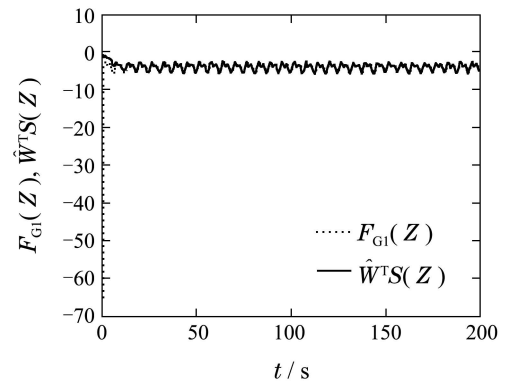
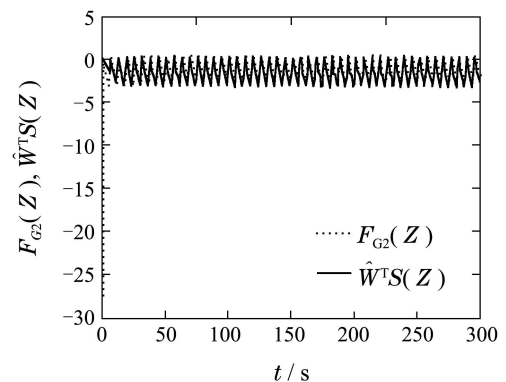
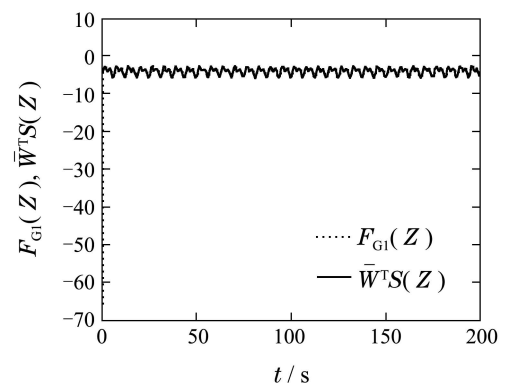
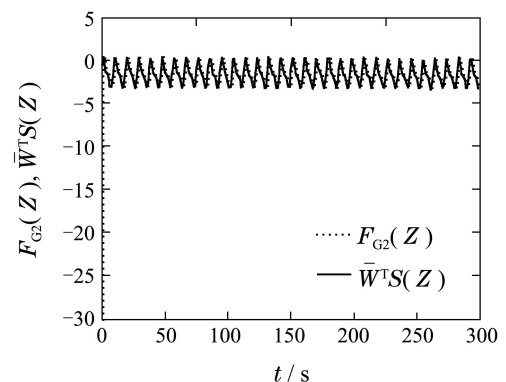
(a) 函数  $F_{G1}(Z)$  逼近(b) 函数  $F_{G2}(Z)$  逼近(c) 函数  $F_{G1}(Z)$  逼近(d) 函数  $F_{G2}(Z)$  逼近

图 3 函数逼近曲线

Fig. 3 The curve of function approximation

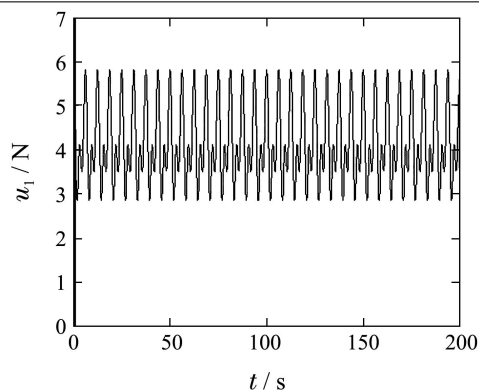
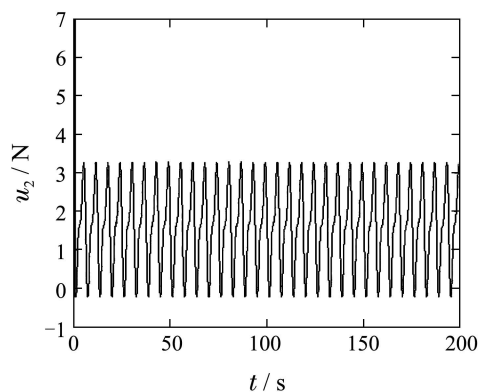
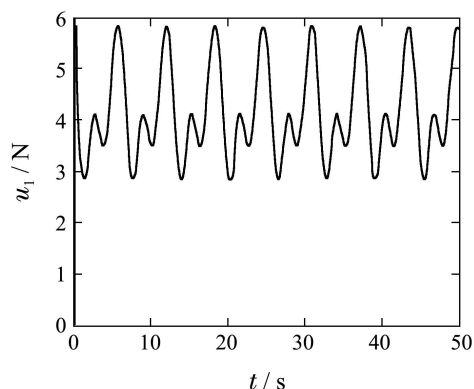
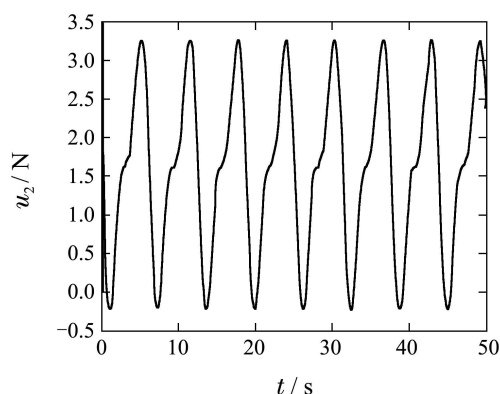
(a) 使用  $\hat{W}^T S(X)$  时控制输入  $u_1$ (b) 使用  $\hat{W}^T S(X)$  时控制输入  $u_2$ (c) 使用  $\bar{W}^T S(X)$  时控制输入  $u_1$ (d) 使用  $\bar{W}^T S(X)$  时控制输入  $u_2$ 

图4 控制输入曲线

Fig. 4 The curve of control input

## 6 结论(Conclusions)

本文研究了具有未知动态的电驱机器人的自适应神经网络控制与学习. 使用RBF神经网络设计的自适应神经网络控制器不仅实现了闭环系统所有信号的最终一致有界, 而且由于部分PE条件的满足, 在稳定的闭环控制过程中实现了未知闭环系统动态的准确逼近. 学过的知识以时不变且空间分布的方式表达、以常值神经网络权值的方式存储. 使用包含已学知识的学习控制器, 用小的控制增益就可以改进系统的控制性能, 节约资源, 这在工程实践中是非常有用的.

## 参考文献References):

- [1] LEWIS F L, YEGILDIREK A, LIU K. Multilayer neural-net robot controller with guaranteed tracking performance [J]. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 1996, 1(2): 388 – 389.
- [2] 俞建成, 李强, 张艾群, 等. 水下机器人的神经网络自适应控制 [J]. *控制理论与应用*, 2008, 25(1): 9 – 13.  
(YU Jiancheng, LI Qiang, ZHANG Aiqun, et al. Neural network adaptive control for underwater vehicles[J]. *Control Theory & Applications*, 2008, 25(1): 9 – 13.)
- [3] 张文辉, 齐乃亮, 尹洪亮. 基于滑模变结构的空间机器人神经网络跟踪控制 [J]. *控制理论与应用*, 2011, 28(9): 1141 – 1144.  
(ZHANG Wenhui, QI Nailiang, YIN Hongliang. Neural-network tracking control of space robot based on sliding-mode variable structure [J]. *Control Theory & Applications*, 2011, 28(9): 1141 – 1144.)
- [4] ZUO Y, WANG Y N, AL E. Neural network robust  $H^\infty$  tracking control strategy for robot manipulator [J]. *Applied Mathematical Modelling*, 2010, 34(7): 1823 – 1838.
- [5] WAI R J, CHEN P C. Robust neural-fuzzy-network control for robot manipulator including actuator dynamics [J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2006, 53(4): 1328 – 1349.
- [6] CHANG Y C, YEN H M. Robust tracking control for a class of uncertain electrically driven robots [J]. *IET Control Theory & Applications*, 2009, 3(5): 519 – 532.
- [7] WANG C, HILL D J. Learning form neural control [J]. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 2006, 17(1): 130 – 146.
- [8] WANG C, HILL D J. *Deterministic Learning Theory for Identification, Recognition and Control* [M]. Boca Raton: CRC Press, 2009.
- [9] WANG C, CHEN T R. Rapid detection of small oscillation faults via deterministic learning [J]. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 2011, 22(8): 1284 – 1296.
- [10] WANG C, WANG M, LIU T F, et al. Learning from ISS-Modular adaptive NN control of nonlinear strict-feedback systems[J]. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 2012, 23(10): 1539 – 1550.
- [11] DAI S L, WANG C, LUO F. Identification and learning control of ocean surface ship using neural networks [J]. *IEEE Transactions Industrial Informatics*, 2012, 8(4): 801 – 810.
- [12] 吴玉香, 王聪. 基于确定学习的机器人任务空间自适应神经网络控制 [J]. *自动化学报*, 2013, 39(6): 806 – 815.  
(WU Yuxiang, Wang Cong. Deterministic learning based adaptive network control of robot in task space [J]. *Acta Automation Sinica*, 2013, 39(6): 806 – 815.)
- [13] 吴玉香, 杨梅, 王聪. 从机器人输出反馈自适应神经网络控制中学习 [J]. *控制与决策*, 2012, 27(11): 1740 – 1744.

- (WU Yuxiang, YANG Mei, WANG Cong. Learning from output feedback adaptive neural control of robot [J]. *Control and Decision*, 2012, 27(11): 1740 – 1744.)
- [14] VALENZUELA J M, SANTIBÁÑEZ V, MANRÍQUEZ E O, et al. Theory and experiments of global adaptive output feedback tracking control of manipulator [J]. *Jounary Control Theory and Applications*, 2010, 4(9): 1639 – 1654.
- [15] KURDILA A J, NARCOWICH F J, WARD J D. Persistency of excitation in identification using radial basis function approximants [J]. *SIAM Journal on Control and Optimization*, 1995, 33(2): 625 – 642.
- [16] SLOTINE J J, LI W. Applied nonlinear control [M] // *Essays in Control*. Engle-wood Cliffs, New Jersey: Prentice Hall, 1991.
- [17] LIU T F, HILL D J. Learning from neural control of nonlinear systems in normal form [J]. *Systems & Control Letters*, 2009, 58(9): 633 – 638.
- [18] KHALIL H K. *Nonlinear System* [M] 3rd ed. Upper Sanddle River, New Jersey: Prentice Hall, 2002.
- [19] HUANG S J, LEE J S. A stable self-organizing fuzzy controller for robotic motion control [J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2000, 47(2): 421 – 428.

#### 作者简介:

吴玉香 (1968–), 女, 副教授, 硕士生导师, 主要研究方向为非线性系统的自适应神经网络控制、机器人控制及故障诊断等, E-mail: xyuwu@scut.edu.cn;

王 聪 (1968–), 男, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为非线性系统自适应神经网络控制与辨识、确定学习理论、动态模式识别、基于模式的控制、振动故障诊断及在航天航空、生物医学工程等领域的应用, E-mail: wangcong@scut.edu.cn.