

DOI : 10.3901/JME.2013.15.042

机械臂的自适应神经网络控制与学习*

吴玉香 张 景 王 聪

(华南理工大学自动化科学与工程学院 广州 510640)

摘要：使用径向基函数(Radial basis function, RBF)神经网络为参数完全未知的机械臂在关节空间设计一种新的自适应神经控制算法。以前的自适应神经控制算法对神经网络能否学习到系统未知动态很少进行研究，因为不满足持续激励(Persistent excitation, PE)条件，神经网络权值的收敛性不能得到保证，以至对于重复执行相同的工作任务，自适应神经控制器也不得不进行冗余而繁琐的重新训练，浪费时间和能量。所设计的自适应神经控制器不仅实现了闭环系统所有信号的最终一致有界，而且在稳定的控制过程中，沿着周期或回归跟踪轨迹实现了部分神经网络权值的收敛以及未知闭环系统动态的局部准确逼近，即确定学习。学过的知识以时不变且空间分布的方式表达、以常值神经网络权值的方式存储，可以用来改进系统的控制性能，也可以应用到后续相同或相似的控制任务中，节约时间和能量。仿真验证了所设计控制算法的正确性和有效性。

关键词：确定学习 径向基函数神经网络 自适应神经控制 机械臂

中图分类号：TP273

Adaptive Neural Network Control and Learning for Robot Manipulator

WU Yuxiang ZHANG Jing WANG Cong

(College of Automation Science and Technology, South China University of Technology, Guangzhou 510640)

Abstract : A new adaptive neural control approach is proposed by using Radial basis function (RBF) network for the robot manipulator with completely unknown parameters. In previous adaptive neural control, the problem of whether adaptive neural controllers indeed learn the unknown system dynamics has less been investigated. For dissatisfying the persistent excitation (PE) condition, the convergence of neural weights to their optimal values can not be guaranteed, as a consequence, the adaptive neural controller has to be retrained redundantly even for repeating the same control task, which may waste time and energy. The designed adaptive neural controller not only achieves uniformly ultimately boundness of all signals in the closed-loop system, but also achieves the convergence of partial neural weights and locally-accurate approximation of unknown closed-loop system dynamics along periodic or recurrent tracking orbit, i.e., deterministic learning. The learned knowledge represented in a time-invariant and spatially distributed manner and stored as constant neural weights can be used to improve control performance, and can also be recalled and reused in the same or similar control task, so that the robot can be easily controlled with little effort. Simulation studies are included to demonstrate the effectiveness of the approach.

Key words : Deterministic learning Radial basis function network Adaptive neural control Robot manipulator

0 前言

自适应神经网络控制已经在机器人控制中得到了广泛的研究，取得了大量的研究成果^[1-7]。文献[1]首先引进滤波器跟踪误差，然后根据机器人动态设

计自适应神经控制器，保证了闭环系统所有信号的最终一致有界。文献[2]使用线性观测器，为具有未知非线性动态的机械臂设计了自适应神经控制器，保证了系统跟踪误差、观测器误差的一致最终有界以及神经网络权值的有界。文献[3]将神经网络控制与滑模控制相结合，实现了机械臂的鲁棒渐进跟踪控制。文献[4]利用神经网络为闭链双臂空间机器人设计了力/位置协调控制方案，达到了双重控制效

* 国家自然科学基金(60743011, 61075082)和广东省战略性新兴产业专项(2011A081301017, 2012A080304001)资助项目。20120726 收到初稿，20130528 收到修改稿

果。文献[5]针对柔性关节机器人操作手的轨迹跟踪问题,提出了一种基于奇异摄动理论的机械臂神经网络控制设计方法,在一般框架下证明了系统跟踪误差最终一致有界,并且可以通过选取增益矩阵使该误差界任意小。文献[6]设计了一种基于径向基函数(Radial basis function, RBF)神经网络的自适应控制器,实现了机器人力/位置混合轨迹跟踪控制,并证明了控制器输出力和位置误差的最终一致有界。文献[7]研究了水下机器人神经网络直接自适应控制方法,采用 Lyapunov 稳定性理论,证明了存在有界外界干扰和有界神经网络逼近误差条件下,水下机器人控制系统的跟踪误差一致稳定有界。

以上讨论的这些已有的控制方法都是基于神经网络的通用逼近性而展开的,但对于神经网络能否学习到系统未知动态并没有进行深入探讨。由于不满足持续激励条件,神经网络权值的收敛性也就不能得到保证,如文献[1-2, 5-7],控制器保证的仅是权值估计的最终一致有界或有界。在这种情况下,神经网络不能实现对非线性函数的准确逼近,以至对于经历过多次的同一控制任务,在每次执行时,神经网络仍然需要重新进行冗余而繁琐的训练。因而,神经网络的学习能力是相当有限的。相比于已有的神经网络理论成果,新兴的确定学习理论对于神经网络的学习能力有着更深入的研究。

确定学习理论^[8],对产生周期或回归轨迹的连续非线性动态系统,通过适当设计的自适应神经控制器,在稳定的控制过程中可以实现部分神经网络权值的收敛以及未知闭环系统动态的局部准确逼近。文献[8]研究了单位控制增益的简单非线性系统的确定学习。运用反步设计方法,文献[9]研究了更一般形式非线性系统的确定学习。确定学习运用自适应控制和动力学系统的概念与方法,研究未知动态环境下的知识获取、表达与存储以及再利用等问题。确定学习可对未知闭环系统动态进行局部准确逼近,为闭环控制系统的控制和学习、动态模式识别等问题提供了一种简单而有效的方法。

本文基于确定学习理论为参数完全未知的机械臂设计了一种新的自适应神经控制器,并在稳定的控制过程中沿周期或者回归参考轨迹实现了对未知闭环系统动态的学习,学过的知识以时不变且空间分布的方式表达、以常值神经网络权值的方式存储。最后用三连杆平面机械臂仿真结果证明了所提控制算法的正确性和有效性。

1 问题描述

对于一个 n 关节机械臂,考虑摩擦力的动力学方程可表示为^[10]

$$M(q)\ddot{q} + V_m(q, \dot{q})\dot{q} + F(q) + G(q) = \tau \quad (1)$$

式中, $q, \dot{q}, \ddot{q} \in \mathbf{R}^n$ 分别代表关节的位置、速度和加速度矢量。 $M(q) \in \mathbf{R}^{n \times n}$ 为对称正定的惯性矩阵; $V_m(q, \dot{q}) \in \mathbf{R}^{n \times n}$ 为向心力和哥氏力矩阵; $F(q) \in \mathbf{R}^n$ 为摩擦力矢量; $G(q) \in \mathbf{R}^n$ 为重力矢量; $\tau \in \mathbf{R}^n$ 为关节驱动力矩矢量。

机械臂的动态方程(1)具有如下性质。

性质 1: 惯性矩阵 $M(q)$ 是正定对称矩阵,且有界,即满足 $m_1 I \leq M(q) \leq m_2 I, \forall q \in \mathbf{R}^n$, 其中, I 为适当维数的单位矩阵, $m_2 \geq m_1 > 0$ 。

令 $x_1 = q, x_2 = \dot{q}$, 式(1)可表示为

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = F_1(x) + G_1(x)\tau \end{cases} \quad (2)$$

式中, $x = (x_1^T, x_2^T)^T$, $F_1(x) = -M^{-1}(V_m x_2 + G + F)$, $G_1(x) = M^{-1}$, 并假定它们是完全未知的。

性质 2: 根据性质 1, $G_1(\cdot)$ 也是正定对称有界的, 即存在正常数 $g_2 \geq g_1 > 0$, 使得 $g_1 I \leq G_1(\cdot) \leq g_2 I$, $\forall x \in \Omega \subset \mathbf{R}^{2n}$ (Ω 为紧集)。

性质 3: 根据性质 1, $\dot{G}_1^{-1} = \dot{M}$ 也是有界的, 即存在正常数 $g_3 > 0$, 使得 $\|\dot{G}_1^{-1}\| \leq g_3$, $\forall x \in \Omega \subset \mathbf{R}^{2n}$ 。

控制目标: 给定光滑有界的周期或者回归参考轨迹, 使用局部 RBF 神经网络设计自适应神经控制器, 实现机械臂的控制与学习。

2 机械臂的自适应神经控制器设计

对于式(2)表示的系统及光滑有界的周期或者回归参考轨迹 $q_d(x_d(0))$, 即 $x_d(t) = (q_d^T(t), \dot{q}_d^T(t))^T$, 使用高斯 RBF 神经网络的控制器设计过程如下。

定义滤波器跟踪误差

$$r = \dot{e} + \beta e \quad (3)$$

式中, $e(t) = q(t) - q_d(t)$, $\dot{e}(t) = \dot{q}(t) - \dot{q}_d(t)$, β 为正定对角设计矩阵。对 $r(t)$ 求导得

$$\dot{r} = F_1(x) + G_1(x)\tau - \ddot{q}_d + \beta \dot{e} \quad (4)$$

选择控制输入

$$\tau = -K_v r - \hat{W}^T S(X) \quad (5)$$

式中, $K_v = \text{diag}(k_{vi}) (k_{vi} > 0)$ 为控制增益矩阵, $S(X) = \text{diag}\{S_1(X), \dots, S_n(X)\}$, $\hat{W}^T S(X) = (\hat{W}_1^T S_1(X), \dots, \hat{W}_n^T S_n(X))^T$ (后面公式中的 $\bar{W}^T S(X)$, $\tilde{W}^T S(X)$, $W^{*T} S(X)$, $\hat{W}_\xi^T S_\xi(X)$, $\bar{W}_\xi^T S_\xi(X)$, $\tilde{W}_\xi^T S_\xi(X)$, $\bar{W}_\xi^T S_\xi(X)$ 的定义是类似的)被用来逼近闭环系统未知动态

$$F_G(X) = G_1^{-1}(F_1 - \ddot{q}_d + \beta \dot{e}) = W^{*T} S(X) + \varepsilon(X) \quad (6)$$

式中, $F_G(X) = (F_{G1}(X), \dots, F_{Gn}(X))^T$, 神经网络输

入取为 $X = x = (x_1^T, x_2^T)^T \in \Omega$, W^* 为理想的神经网络权值, $\varepsilon(X)$ 为神经网络逼近误差, 且有 $\forall X \in \Omega$, $\|\varepsilon(X)\| < \varepsilon^*$ ($\varepsilon^* > 0$).

选择权值更新律

$$\dot{\hat{W}} = \Gamma S(X)r - \sigma \Gamma \hat{W} \quad (7)$$

式中, $\Gamma = \Gamma^T > 0$ 为设计矩阵, $\sigma > 0$ 为一个小正数。由式(2)、(3)、(5)以及式(7)构成的闭环系统为

$$\begin{cases} \dot{r} = G_1(-K_v r - \tilde{W}^T S(X) + \varepsilon) \\ \dot{\hat{W}} = \dot{\tilde{W}} = \Gamma S(X)r - \sigma \Gamma \hat{W} \end{cases} \quad (8)$$

式中, $\tilde{W} = \hat{W} - W^*$ 。

定理 1: 考虑闭环系统式(8), 对给定的从初始条件 $x_d(0) \in \Omega_d$ (Ω_d 为紧集)开始的任意周期或者回归参考轨迹 $\varphi_d(x_d(0))$, 有初始条件 $x(0) \in \Omega_0$ (Ω_0 为紧集)和 $\hat{W}(0) = 0$, 则有: 闭环系统所有信号保持最终一致有界; 存在一个有限时间 t_1 , 通过适当选择控制器参数, 对所有的时间 $t \geq t_1$, 状态跟踪误差 $(e^T, \dot{e}^T)^T$ 收敛到零的小邻域内。证明如下。

(1) 选取李亚普诺夫函数: $V = \tilde{W}^T \Gamma^{-1} \tilde{W} / 2 + r^T G_1^{-1} r / 2$, 并对其求导得

$$\dot{V} = -r^T K_v r + r^T \varepsilon - \sigma \tilde{W}^T \hat{W} + r^T \dot{G}_1^{-1} r / 2 \quad (9)$$

令 $K_v = K_{v1} + K_{v2} + g_3 I / 2$, ($K_{v1}, K_{v2} > 0$), 利用不等式

$$r^T \varepsilon \leq \lambda_{\min}(K_{v2}) \|r\|^2 + \varepsilon^{*2} / (4\lambda_{\min}(K_{v2}))$$

和

$$-\sigma \tilde{W}^T \hat{W} \leq -\sigma \|\tilde{W}\|^2 / 2 + \sigma \|\tilde{W}^*\|^2 / 2 = \varpi$$

则有

$$\dot{V} \leq -\lambda_{\min}(K_{v1}) \|r\|^2 + \varpi + \varepsilon^{*2} / (4\lambda_{\min}(K_{v2})) \quad (10)$$

由此得到 r 和 \tilde{W} 是最终一致有界的, 且界为

$$\|r\| \leq \frac{\varepsilon^*}{2\sqrt{\lambda_{\min}(K_{v1})\lambda_{\min}(K_{v2})}} + \sqrt{\frac{\sigma}{2\lambda_{\min}(K_{v1})}} \|\tilde{W}^*\| \quad (11)$$

$$\|\tilde{W}\| \leq \|\tilde{W}^*\| + \varepsilon^* / \sqrt{2\sigma\lambda_{\min}(K_{v2})} = \tilde{W}^* \quad (12)$$

适当选取设计矩阵 β 可保证 $r = \dot{e} + \beta e$ 是稳定的, 又因为 r, q_d, \dot{q}_d 是有界的, 所以 x_1, x_2 是有界的, 而对于所有 X , $S(X)$ 有界, 可知 τ 也是有界的。故知闭环系统所有信号都是最终一致有界的。

(2) 选取李亚普诺夫函数: $V_r = r^T G_1^{-1} r / 2$, 并对 V_r 求导后可得

$$\dot{V}_r \leq -r^T K_v r + \|r\| \|\varepsilon\| + \|r\| \|\tilde{W}\| \|S(X)\| + r^T \dot{G}_1^{-1} r / 2 \quad (13)$$

令 $K_v = \bar{K}_{v1} + 2\bar{K}_{v2} + g_3 I / 2$ ($\bar{K}_{v1}, \bar{K}_{v2} > 0$), 据不等式 $\|r\| \|\tilde{W}\| \|S(X)\| \leq \lambda_{\min}(\bar{K}_{v2}) \|r\|^2 + \tilde{W}^{*2} s^{*2} / (4\lambda_{\min}(\bar{K}_{v2}))$ 和 $\|r\| \|\varepsilon\| \leq \lambda_{\min}(\bar{K}_{v2}) \|r\|^2 + \varepsilon^{*2} / (4\lambda_{\min}(\bar{K}_{v2}))$, 则有

$$\dot{V}_r \leq -\lambda_{\min}(\bar{K}_{v1}) r^T r + \delta \leq -\lambda_{\min}(\bar{K}_{v1}) g_1 V_r + \delta \quad (14)$$

式中, $\delta = (\tilde{W}^{*2} s^{*2} + \varepsilon^{*2}) / (4\lambda_{\min}(\bar{K}_{v2}))$, s^* 是 $\|S(X)\|$ 的上界(见文献[11]), \tilde{W}^* 是 $\|\tilde{W}\|$ 的上界(如式(12)定义), 显然只要选择足够大的 K_v , δ 就能足够小。

令 $c = \lambda_{\min}(\bar{K}_{v1}) g_1$, $p = \delta / 2c > 0$, 则有

$$r^T r < 2g_2 p + 2g_2 V_r(0) \exp(-2ct) \quad (15)$$

由此可知, 给定 $\gamma > \sqrt{2g_2 p} = \sqrt{\delta / \lambda_{\min}(\bar{K}_{v1})}$, 存在一个由 δ 和 $\lambda_{\min}(\bar{K}_{v1})$ 决定的有限时间 t_1 , 使得 $\forall t \geq t_1$, 满足以下条件

$$\|r\| < \gamma \quad (16)$$

式中, γ 为一个小残差集的大小, 可通过适当选取 K_v 而让其尽量小。因此当选取足够大的 K_v 时, 对所有的时间 $t \geq t_1$, 滤波器跟踪误差 r 能尽量小, 即状态跟踪误差 $(e^T, \dot{e}^T)^T$ 能够收敛到零的一个小邻域内^[13], 也即 $X(t)|_{t \geq t_1}$ 收敛到 $X_d(t)|_{t \geq t_1}$ 。

3 从机械臂的自适应神经控制中学习

3.1 一类线性时变系统的稳定性分析

考虑如下 LTV 系统

$$\begin{pmatrix} \dot{e} \\ \dot{\eta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A(t) & B^T(t) \\ -C(t) & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e \\ \eta \end{pmatrix} \quad (17)$$

式中, $e \in \mathbf{R}^n$ 是状态跟踪误差, $\eta \in \mathbf{R}^p$ 是参数估计误差, $A(t) \in \mathbf{R}^{n \times n}$, $B(t) \in \mathbf{R}^{p \times n}$, $C(t) \in \mathbf{R}^{p \times n}$ 。对具有单位控制增益的简单非线性系统的确定学习, 式(17)中的 $A(t)$ 是时不变的, 这类线性时变系统的稳定性和收敛性在一些文章中已经讨论过了^[8, 12, 14]。而对于具有未知仿射项的非线性系统, 实现确定学习的困难在于闭环控制系统中出现了未知的仿射项, 使得式(17)中的 $A(t)$ 是时变的。这类线性时变系统的稳定性不能通过自适应系统的传统结论来分析。最近, 这类线性时变系统在文献[15]中被讨论了, 并且提供了新的分析方法。然而, 不经过必要的扩展, 它并不能直接被应用到确定学习的分析中。

为了实现含有未知仿射项的非线性系统的确定学习, 文献[9]将与之相关的线性时变系统转化为

$$\begin{pmatrix} \dot{e}_1 \\ \dot{e}_2 \\ \dot{\eta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ A(t) \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e_1 \\ S^T(t) \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e_1 \\ e_2 \\ \eta \end{pmatrix} \quad (18)$$

式中, $e_1 \in \mathbf{R}^{(n-q)}$, $e_2 \in \mathbf{R}^q$, $\eta \in \mathbf{R}^p$, $A(\cdot): [0, \infty) \rightarrow \mathbf{R}^{n \times n}$, $S(\cdot): [0, \infty) \rightarrow \mathbf{R}^{p \times q}$, $G(\cdot): [0, \infty) \rightarrow \mathbf{R}^{q \times q}$, $\Gamma = \Gamma^T > 0$ 。令 $e = (e_1^T, e_2^T)^T$, $B(t) = (0 \quad S(t)) \in \mathbf{R}^{p \times n}$, $C(t) = \Gamma B(t) H(t)$, $H(t) := \text{block-diag}\{I \quad G(t)\} \in \mathbf{R}^{n \times n}$ (block-diag 表示

块对角阵形式)。

假设 1^[15]: 存在一个 $\phi_M > 0$ 以便对于所有 $t \geq 0$, 有 $\max\{\|B(t)\|, \|dB(t)/dt\|\} \leq \phi_M$ 。

假设 2^[15]: 存在对称矩阵 $P(t)$ 和 $Q(t)$ 以使

$$-Q(t) = \dot{P}(t) + P(t)A(t) + A^T(t)P(t)$$

且 $\exists p_m, q_m, p_M, q_M > 0$, 使得 $p_m I \leq P(t) \leq p_M I$, $q_m I \leq Q(t) \leq q_M I$ 。

引理 1^[9]: 考虑式(8)表示的系统, 在紧集 Ω 内假设 1 和假设 2 满足, 如果 $S(t)$ 满足持续激励 (Persistent excitation, PE) 条件, 那么式(18)表示的系统在紧集 Ω 内是一致指数稳定的。

3.2 从自适应神经控制中学习

利用 RBF 神经网络的局部属性, 在有限时间 t_1 后, 沿着跟踪轨迹 $X(t)|_{t \geq t_1}$, 式(8)可表示为

$$\begin{cases} \dot{r} = G_1(-K_v r - \tilde{W}_\xi^T S_\xi(X) + \varepsilon_\xi) \\ \dot{\tilde{W}}_\xi = \tilde{W}_\xi - \Gamma_\xi S_\xi(X) r - \sigma \Gamma_\xi \tilde{W}_\xi \end{cases} \quad (19)$$

$$\dot{\tilde{W}}_{\bar{\xi}} = \tilde{W}_{\bar{\xi}} - \Gamma_{\bar{\xi}} S_{\bar{\xi}}(X) r - \sigma \Gamma_{\bar{\xi}} \tilde{W}_{\bar{\xi}} \quad (20)$$

式中, $S_\xi(X)$ 为 $S(X)$ 的子矢量, \tilde{W}_ξ 为相应的权值子矢量; 下标 ξ 和 $\bar{\xi}$ 分别代表靠近和远离轨迹 $X(t)|_{t \geq t_1}$ 的区域; ε_ξ 是局部逼近误差, $\|\varepsilon_\xi\|$ 值很小。

定理 2: 考虑闭环系统式(19), 对给定的从初始条件 $x_d(0) \in \Omega_d$ 开始的任意周期或者回归参考轨迹 $\varphi_d(x_d(0))$, 有初始条件 $x(0) \in \Omega_0$ 和 $\hat{W}(0) = 0$, 选取适当的控制参数, 则有: 沿着跟踪轨迹, 部分神经网络权值估计 \hat{W}_ξ 收敛到最优值 W_ξ^* 附近的小邻域内, 未知闭环系统动态 $F_G(X)$ 可被 $\hat{W}^T S(X)$ 和 $\bar{W}^T S(X)$ 局部准确逼近, 其中 \bar{W} 定义为

$$\bar{W} = \text{mean}_{t \in [t_a, t_b]}(\hat{W}(t)) \quad (21)$$

式中, $[t_a, t_b](t_b > t_a > T_2 > T_1)$ 代表 \hat{W} 收敛后(瞬态过程后)的一个时间段。

证明: 令 $z = G_1^{-1} r = Mr$, 式(19)可转化为

$$\begin{pmatrix} \dot{z} \\ \dot{\tilde{W}}_\xi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A(t) & B(t) \\ -C(t) & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} z \\ \tilde{W}_\xi \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \varepsilon_\xi \\ -\sigma \Gamma_\xi \tilde{W}_\xi \end{pmatrix} \quad (22)$$

式中, $A(t) = -K_v G_1 + \dot{G}_1^{-1} G_1$, $C(t) = -\Gamma_\xi S_\xi(X) G_1$, $B(t) = -S_\xi^T(X)$ 。由于 $\|\varepsilon_\xi\|$ 和 $\|\sigma \Gamma_\xi \tilde{W}_\xi\|$ 很小, 式(22)能够被看成式(18)的扰动系统^[16]。

选取 $P(t) = G_1$, 则有

$$\dot{P} + PA + A^T P = -2G_1(K_v - \dot{G}_1^{-1})G_1 + \dot{G}_1 \quad (23)$$

假设 1 很容易满足, 根据性质 2 和性质 3, 可选择 K_v 使得 $2G_1(K_v - \dot{G}_1^{-1})G_1 - \dot{G}_1$ 为严格正定的, 故 $\dot{P} + A^T P + PA$ 的负定被保证, 假设 2 也满足了。

经过时间 t_1 后, 神经网络的输入 $X(t)$ 跟踪上参

考周期或者回归轨迹 $X_d(t)$, 根据文献[12]中的定理 2.7, $S(X)$ 将满足部分 PE 条件, 即沿着跟踪轨迹 $X(t)|_{t \geq t_1}$, $S_\xi(X)$ 满足 PE 条件。根据引理 1 可知, 式(22)的正常系统一致指数稳定, 而对于式(22)所示的扰动系统, 据文献[16]中的引理 4.6 可知, \tilde{W}_ξ 在有限时间 $t_2 (t_2 > t_1)$ 内指数收敛到零附近的小邻域内, 邻域的大小由 ε^* 和 $\sigma \|\Gamma_\xi W_\xi^*\|$ 决定^[9]。

\hat{W}_ξ 收敛到 W_ξ^* 附近的小邻域内意指沿着跟踪轨迹 $X(t)|_{t \geq t_2}$, 未知闭环系统动态 $F_G(X)$ 能够用递归子矢量 $S_\xi(X)$ 表示, 且误差很小, 即

$$F_G(X) = \hat{W}_\xi^T S_\xi(X) + \varepsilon_\xi \quad (24)$$

式中, $\|\varepsilon_\xi\| - \varepsilon^*$ 值很小, 根据式(18)选取 \bar{W} , 则有

$$F_G(X) = \bar{W}_\xi^T S_\xi(X) + \bar{\varepsilon}_\xi \quad (25)$$

式中, $\bar{W}_\xi^T = (\bar{w}_{j1}, \bar{w}_{j2}, \dots, \bar{w}_{j\xi})^T$ 为 \bar{W} 的子矢量, $\bar{\varepsilon}_\xi$ 为逼近误差, 瞬态过程结束以后, $\|\bar{\varepsilon}_\xi\| - \|\varepsilon_\xi\|$ 是很小的。

利用高斯 RBF 神经网络的局部属性, 沿着跟踪轨迹 $X(t)|_{t \geq t_2}$, $S_{\bar{\xi}}(X)$ 和 $\bar{W}_{\bar{\xi}}^T S_{\bar{\xi}}(X)$ 都非常小, 这意味着整个 RBF 神经网络能够逼近未知闭环系统动态 $F_G(X)$, 即

$$F_G(X) = \hat{W}_\xi^T S_\xi(X) + \bar{W}_{\bar{\xi}}^T S_{\bar{\xi}}(X) + \bar{\varepsilon}_\xi - \bar{W}_{\bar{\xi}}^T S_{\bar{\xi}}(X) = \bar{W}^T S(X) + \varepsilon_2 \quad (26)$$

式中, $\|\varepsilon_2\| - \|\bar{\varepsilon}_\xi\|$ 值很小。

4 仿真研究

考虑三连杆平面机械臂, 几何模型如图 1 所示。

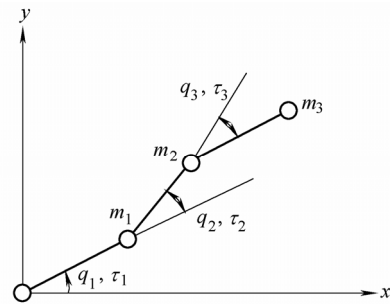


图 1 三连杆平面机械臂模型

相应动态方程式(1)中的各参数分别为^[17]

$$M(q) = \begin{pmatrix} M_{11} & M_{12} & M_{13} \\ M_{21} & M_{22} & M_{23} \\ d_5 C_{23} & d_6 C_3 & 2d_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

式中, $M_{11} = 2d_1 + d_4 C_2 + d_5 C_{23}$, $M_{12} = 2d_2 + d_4 C_2 + d_6 C_3$, $M_{13} = 2d_3 + d_5 C_{23} + d_6 C_3$, $M_{21} = d_4 C_2 + d_5 C_{23}$, $M_{22} = 2d_2 + d_6 C_3$, $M_{23} = 2d_3 + d_6 C_3$ 。

$$V_m(q, \dot{q}) = \begin{pmatrix} V_{11} & V_{12} & V_{13} \\ V_{21} & -\dot{q}_3 d_6 S_3 & V_{23} \\ V_{31} & d_6 S_3 (\dot{q}_1 + \dot{q}_2) & 0 \end{pmatrix}$$

式中, $V_{11} = -\dot{q}_2 d_4 S_2 - \dot{q}_2 d_5 S_{23} - \dot{q}_3 d_5 S_{23} - \dot{q}_3 d_6 S_3$, $V_{12} = -\dot{q}_2 d_5 S_{23} - \dot{q}_3 d_6 S_3 - \dot{q}_3 d_5 S_{23} - \dot{q}_1 d_4 S_2 - \dot{q}_1 d_5 S_{23}$, $V_{13} = -\dot{q}_2 d_5 S_{23} - \dot{q}_3 d_5 S_{23} - \dot{q}_3 d_6 S_3 - \dot{q}_1 d_5 S_{23} - \dot{q}_1 d_6 S_3 + \dot{q}_2 d_6 S_3$, $V_{21} = -\dot{q}_3 d_6 S_3 + \dot{q}_1 d_4 S_2 + \dot{q}_1 d_5 S_{23}$, $V_{23} = -d_6 S_3 (\dot{q}_1 + \dot{q}_2 + \dot{q}_3)$, $V_{31} = \dot{q}_1 d_5 S_{23} + \dot{q}_1 d_6 S_3 + \dot{q}_2 d_6 S_3$; $d_1 = [(m_1/4 + m_2 + m_3)a_1^2 + I_{o1}]/2$, $d_2 = 0.5[I_{o2} + (m_2/4 + m_3)a_2^2]$, $d_3 = [I_{o3} + m_3 a_3^2/4]/2$, $d_4 = (m_3 + m_2/2)a_1 a_2$, $d_5 = m_3 a_1 a_3/2$, $d_6 = m_3 a_2 a_3/2$ 。

$$G(q) = \begin{pmatrix} a_1 C_1/2 & G_{12} & G_{13} \\ 0 & a_2 C_{12}/2 & G_{23} \\ 0 & 0 & a_3 C_{123}/2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} m_1 g \\ m_2 g \\ m_3 g \end{pmatrix}$$

式中, $G_{12} = a_1 C_1 + a_2 C_{12}/2$, $G_{23} = a_2 C_{12} + a_3 C_{123}/2$, $G_{13} = a_1 C_1 + a_2 C_{12} + a_3 C_{123}/2$; m_i 表示连杆质量, a_i 表示连杆长度, q_i 表示关节角度, $S_{ij} = \sin(q_i + q_j)$, $C_{ij} = \cos(q_i + q_j)$, I_{oi} 表示质量中心的转动惯量, g 表示重力加速度。

三连杆平面机械臂的相关参数: $m_1 = 1.2 \text{ kg}$, $m_2 = 1.5 \text{ kg}$, $m_3 = 3 \text{ kg}$, $a_1 = 0.5 \text{ m}$, $a_2 = 0.4 \text{ m}$, $a_3 = 0.3 \text{ m}$, $g = 9.8 \text{ m/s}^2$, $I_{o1} = 43.33 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$, $I_{o2} = 25.08 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$, $I_{o3} = 32.67 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ 。

仿真中摩擦力

$$F(q) = (0.4\dot{q}_1 \quad 0.4\dot{q}_2 \quad 0.4\dot{q}_3)^T$$

参考轨迹

$$q_d(t) = (0.8 \sin t \quad 0.8 \cos t \quad 0.6 \sin t)^T$$

根据经验及试验结果的不断调整, 选取的控制参数: 神经网络节点数 $N = 4096$, 中心点均匀分布在 $[-1.2, 1.2] \times [-1.2, 1.2] \times [-1.2, 1.2] \times [-1.2, 1.2] \times [-1.2, 1.2] \times [-1.2, 1.2]$ 范围内, 中心宽度 $\eta = 0.7$, $K_v = \text{diag}(50)$, $\beta = \text{diag}(30)$, $\sigma = 0.0001$, $\Gamma_1 = \Gamma_2 = \Gamma_3 = \text{diag}(10)$, 初始权值 $\hat{W}(0) = 0$, 初始状态 $X(0) = [0, 0.7, 0.3; 0, 0, 0]$ 。仿真结果如图2~4所示。其中, 图2为跟踪误差曲线, 图3为部分神经网络权值收敛, 图4为控制输入。

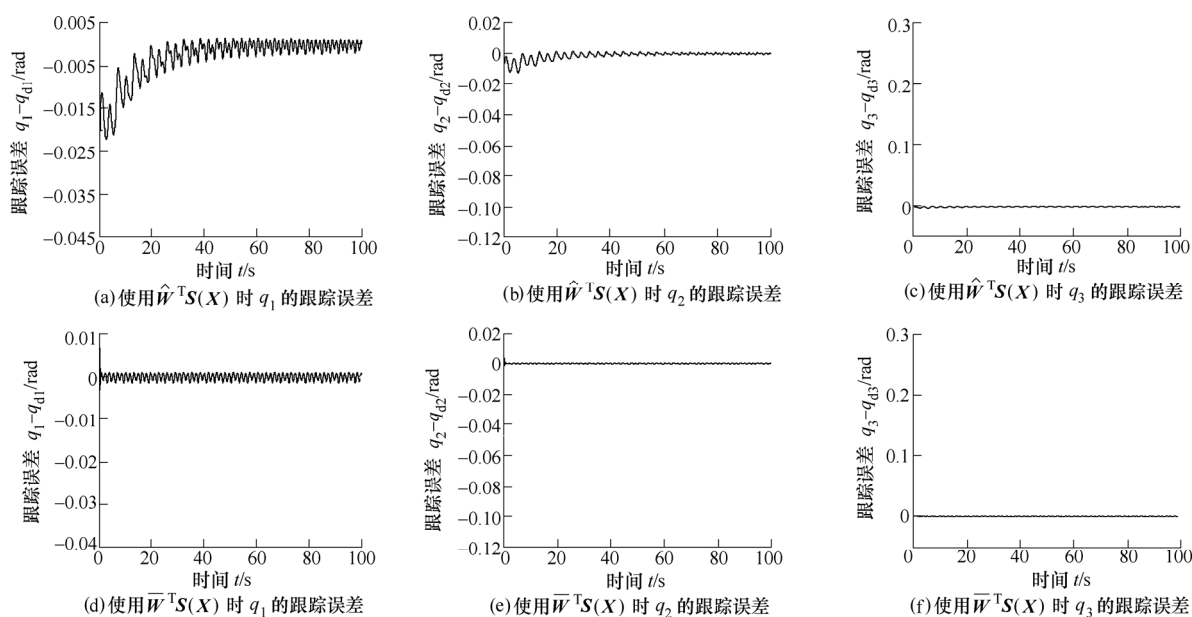


图2 状态跟踪误差

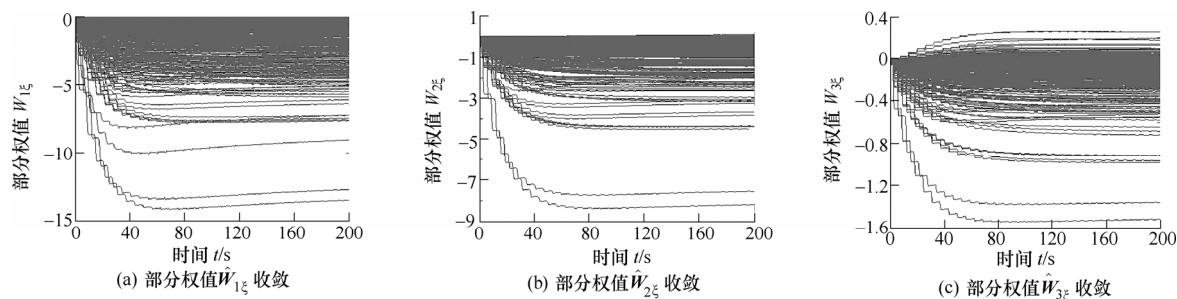


图3 部分权值 \hat{W}_ξ 收敛

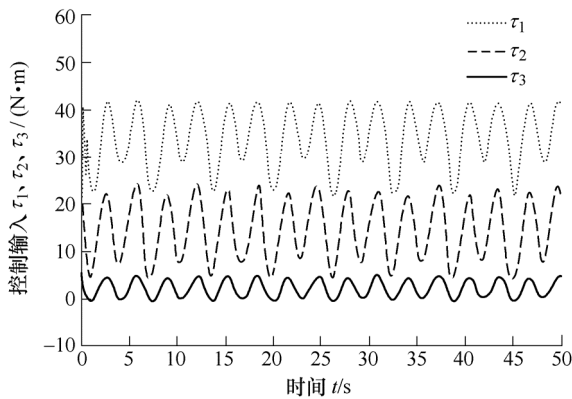
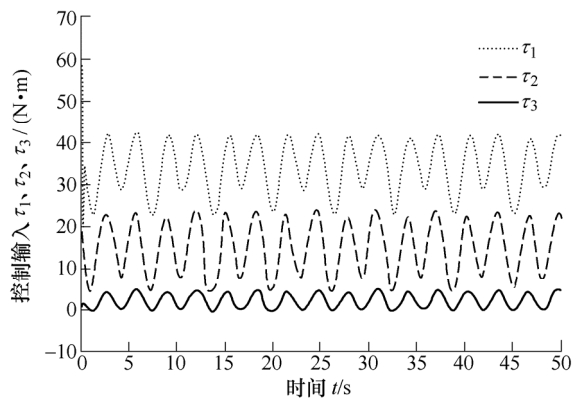
(a) 使用 $\hat{W}^T S(X)$ 时控制输入(b) 使用 $\bar{W}^T S(X)$ 时控制输入

图 4 控制输入

从仿真结果可以看出，提出的控制算法不仅成功地驱动仿真系统的状态收敛到参考状态附近很小的邻域内，而且在跟踪控制过程中实现了确定学习。使用学过的知识(以常值神经网络权值储存)改进了系统的控制性能。

5 结论

(1) 本文针对参数完全未知的机械臂，基于确定学习理论提出了一种自适应神经网络控制算法。提出的控制算法在对周期或者回归轨迹进行稳定的跟踪控制中，实现了确定学习。

(2) 学过的知识以时不变且空间分布的方式表达、以常值神经网络权值的方式存储，可以用来改进系统的控制性能，也可以应用于后续相同或相似的控制任务中，节省时间和能量。

(3) 本文提出的学习与控制策略能够实现知识的“学习”，“表达与存储”以及“再利用”，具有类似人类一样的学习能力。

参 考 文 献

[1] LEWIS F L, LIU Kai, YESILDIREK A. Neural net robot

controller with guaranteed tracking performance[J]. IEEE Trans. on Neural Netw., 1995, 6(3): 703-715.

[2] SUN Fuchun, SUN Zengqi, WOO P Y. Neural network-based adaptive controller design of robotic manipulators with an observer[J]. IEEE Trans. Neural Netw., 2001, 12(1): 54-67.

[3] WAI R J. Tracking control based on neural network strategy for robot manipulator[J]. Neurocomp., 2003, 51: 425-445.

[4] 陈志煌, 陈力. 闭链双臂空间机器人抓持载荷基于径向基函数神经网络的补偿控制[J]. 机械工程学报, 2011, 47(7): 38-44.

CHEN Zhihuang, CHEN Li. Compensation control for grasped object of dual-arm space robot with closed-chain based on radial basis function neural network[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2011, 47(7): 38-44.

[5] 彭济根, 倪元华, 乔红. 柔性关节机械手的神经网络控制[J]. 自动化学报, 2007, 33(2): 175-180.

PENG Jigen, NI Yuanhua, QIAO Hong. Neural network control of flexible-joint robot manipulators[J]. Acta Automatica Sinica, 2007, 33(2): 175-180.

[6] 吴宝强, 孙炜, 曹成. 柔性和摩擦不确定条件下 RBF 神经网络自适应轨迹跟踪方法[J]. 机械工程学报, 2012, 48(19): 23-28.

WU Baoqiang, SUN Wei, CAO Cheng. RBF neural network adaptive trajectory tracking control under conditions of uncertain compliance and friction[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2012, 48(19): 23-28.

[7] 俞建成, 李强, 张艾群, 等. 水下机器人的神经网络自适应控制[J]. 控制理论与应用, 2008, 25(1): 9-13.

YU Jiancheng, LI Qiang, ZHANG Aiqun, et al. Neural network adaptive control for underwater vehicles[J]. Control Theory & Applications, 2008, 25(1): 9-13.

[8] WANG C, HILL D J. Learning from neural control[J]. IEEE Trans. Neural Netw., 2006, 17(1): 130-146.

[9] LIU Tengfei, WANG Cong, HILL D J. Learning from neural control of nonlinear systems in normal form[J]. Systems & Control Letters, 2009, 58: 633-638.

[10] LEWIS F L, ABDALLAH C T, DAWSON D M. Control of Robot Manipulators[M]. New York: Macmillan, 1993.

[11] KURDILA A J, NARCOWICH F J, WARD J D. Persistency of excitation in identification using radial basis function approximants[J]. SIAM J. of Control and Optimization, 1995, 33(2): 625-641.

[12] WANG C, HILL D J. Deterministic learning theory for identification, recognition and control[M]. Boca Raton, FL: CRC Press, 2009.

- [13] SLOTINE J J , LI W. Applied nonlinear control[M]. New Jersey : Prentice Hall , Englewood Cliffs , 1991.
- [14] FARRELL J. Stability and approximator convergence in nonparametric nonlinear adaptive control[J]. IEEE Trans. Neural Netw. , 1998 , 9(5) : 1008-1020.
- [15] LORIA A , PANTELEY E. Uniform exponential stability of linear time-varying systems : Revisited[J]. Syst. Control Lett. , 2002 , 47 : 13-24.
- [16] KHALIL H K. Nonlinear systems[M]. 3rd ed. New Jersey : Prentice Hall , Upper Sanddle River , 2002.
- [17] KIM E. Output feedback tracking control of robot manipulators with model uncertainty via adaptive fuzzy Logic[J]. IEEE Trans. on Fuzzy Syst. , 2004 , 12(3) : 368-378.

作者简介：吴玉香(通信作者)，女，1968 年出生，博士，副教授，硕士研究生导师。主要研究方向为机器人控制、智能控制等。
E-mail : xyuwu@scut.edu.cn