



中国科学技术大学  
University of Science and Technology of China

信息科学技术学院  
School of Information Science and Technology

# 信号与系统 – 第六周

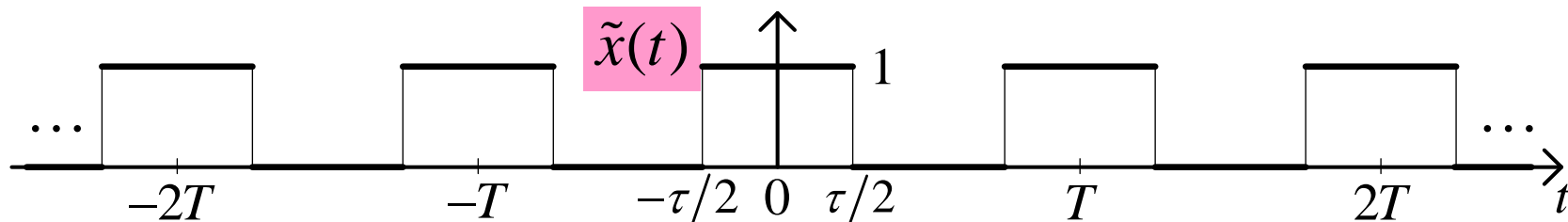
## 信号和系统的变换域表示法 (续)

赵 峰, 电四楼421  
fzhao956@ustc.edu.cn  
2022/3/30

### 5.3.3 周期信号和序列的频谱

通过两个典型的例子，来引入周期信号频谱的概念。

**【例 5.2】** 试求下图所示的周期矩形脉冲 $\tilde{x}(t)$ 的 CFS 表示。



**解：** 用分析公式计算 CFS 系数  $F_k$ ：

$F_0$  等于  $\tilde{x}(t)$  一个周期的平均值，显然有  $F_0 = \tau/T$ ，它代表  $\tilde{x}(t)$  的直流分量；其他的  $F_k$  为

$$F_k = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} \tilde{x}(t) e^{-jk\omega_0 t} dt = \frac{1}{T} \int_{-\tau/2}^{\tau/2} e^{-jk\omega_0 t} dt = \frac{\tau}{T} \frac{\sin(k\omega_0 \tau/2)}{k\omega_0 \tau/2}, \quad k \neq 0$$

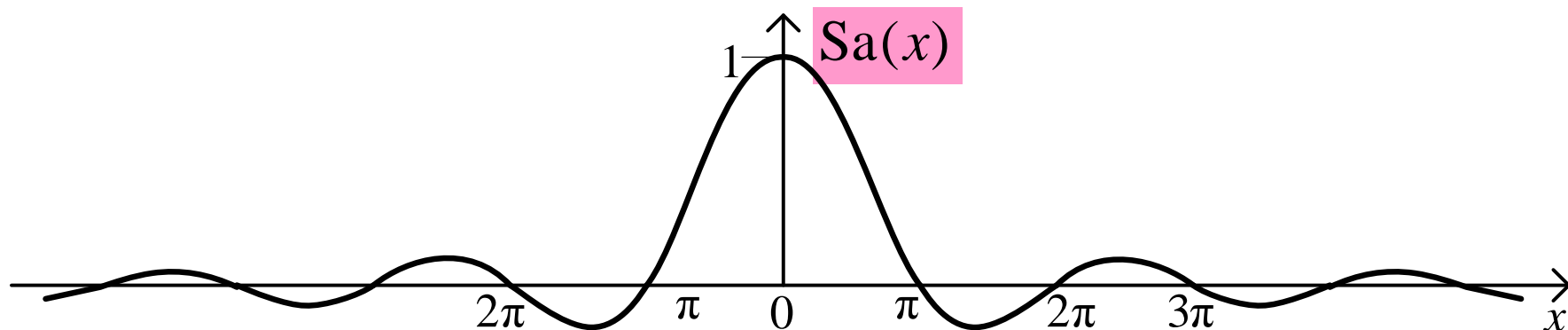
其中， $\omega_0 = 2\pi/T$ 。这里引入在信号分析中常用的**抽样函数**，即

$$\text{Sa}(x) = \sin(x)/x$$

它是一个偶函数，其图形见下图，且有如下**性质**：

$$\lim_{x \rightarrow 0} \text{Sa}(x) = 1, \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \text{Sa}(x) = 0; \quad \text{Sa}(x) = 0, \quad x = k\pi, \quad k = \pm 1, \pm 2, \dots$$

### 5.3.3 周期信号和序列的频谱(续)



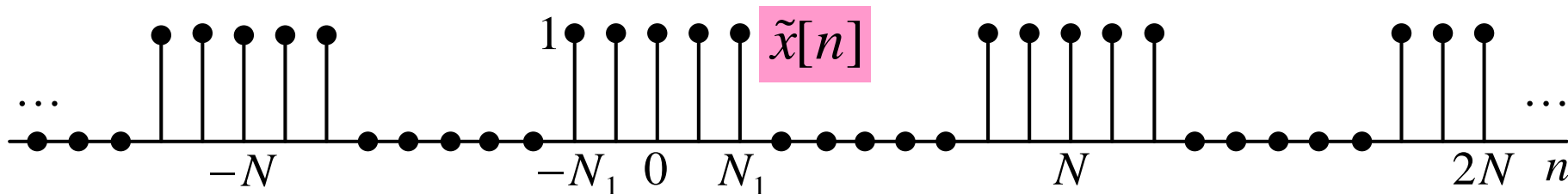
由此，周期矩形脉冲的 CFS 系数  $F_k$  可以写成：

$$F_k = \frac{\tau}{T} \text{Sa}\left(\frac{k\omega_0\tau}{2}\right), \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

其中， $\omega_0 = 2\pi/T$ 。因此，周期矩形脉冲  $\tilde{x}(t)$  的 CFS 表示为

$$\tilde{x}(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} F_k e^{jk\omega_0 t} = \frac{\tau}{T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \text{Sa}\left(\frac{k\omega_0\tau}{2}\right) e^{jk\omega_0 t}$$

**【例 5.3】** 试求下图所示的周期矩形序列  $\tilde{x}[n]$  的 DFS 表示。



### 5.3.3 周期信号和序列的频谱(续)

**解:** 用分析公式计算 DFS 系数  $\tilde{F}_k$ 。为方便计算, 求和区间选择  $\langle N \rangle = [-N_1, N - N_1 - 1]$ , 并令  $\Omega_0 = 2\pi/N$ , DFS 系数  $\tilde{F}_k$  为

$$\tilde{F}_k = \frac{1}{N} \sum_{n=-N_1}^{N_1} e^{-jk\Omega_0 n} \stackrel{m=n+N_1}{=} \frac{1}{N} \sum_{m=0}^{2N_1} e^{-jk\Omega_0(m-N_1)} = \frac{1}{N} e^{jk\Omega_0 N_1} \sum_{m=0}^{2N_1} e^{-jk\Omega_0 m}$$

按照  $M$  项幂级数求和公式, 即

$$\sum_{m=0}^{M-1} \alpha^m = \begin{cases} M, & \alpha = 1 \\ (1 - \alpha^M)/(1 - \alpha), & \alpha \neq 1 \end{cases}$$

当  $e^{jk\Omega_0 m} \neq 1$ , 即  $k \neq 0, \pm N, \pm 2N, \dots$  时, 利用欧拉公式求得  $\tilde{F}_k$  为

$$\tilde{F}_k = \frac{1}{N} e^{jk\Omega_0 N_1} \frac{1 - e^{-jk\Omega_0 (2N_1 + 1)}}{1 - e^{-jk\Omega_0}} = \frac{1}{N} \frac{\sin[k\Omega_0 (2N_1 + 1)/2]}{\sin[k\Omega_0/2]}$$

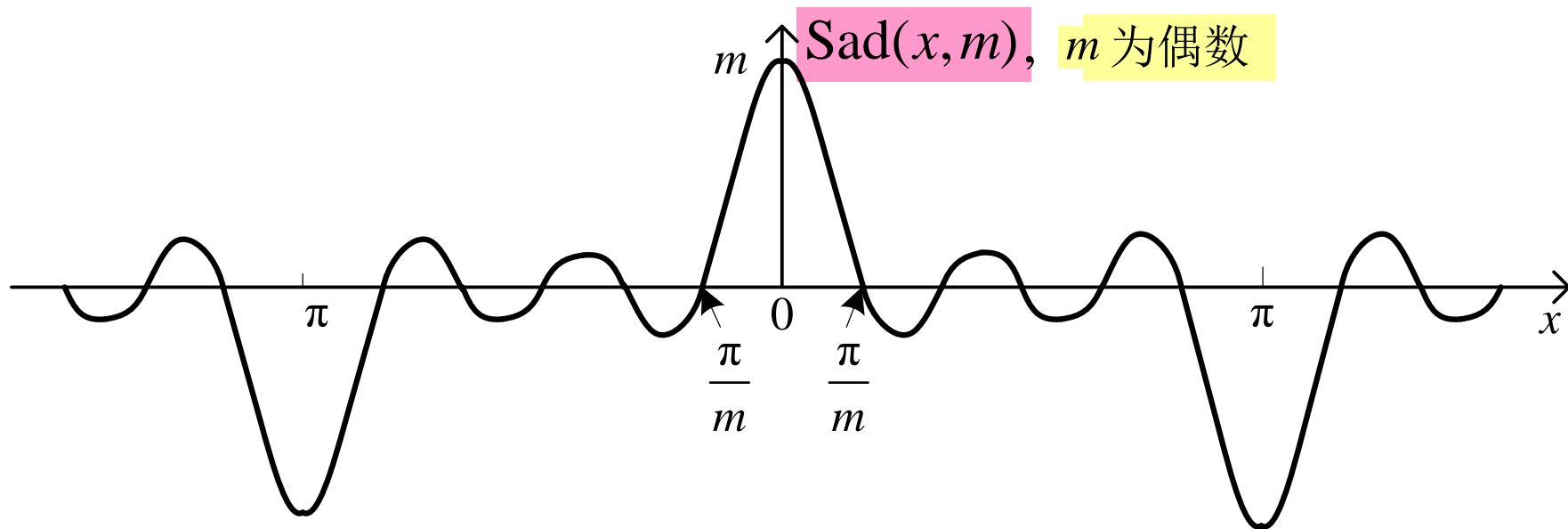
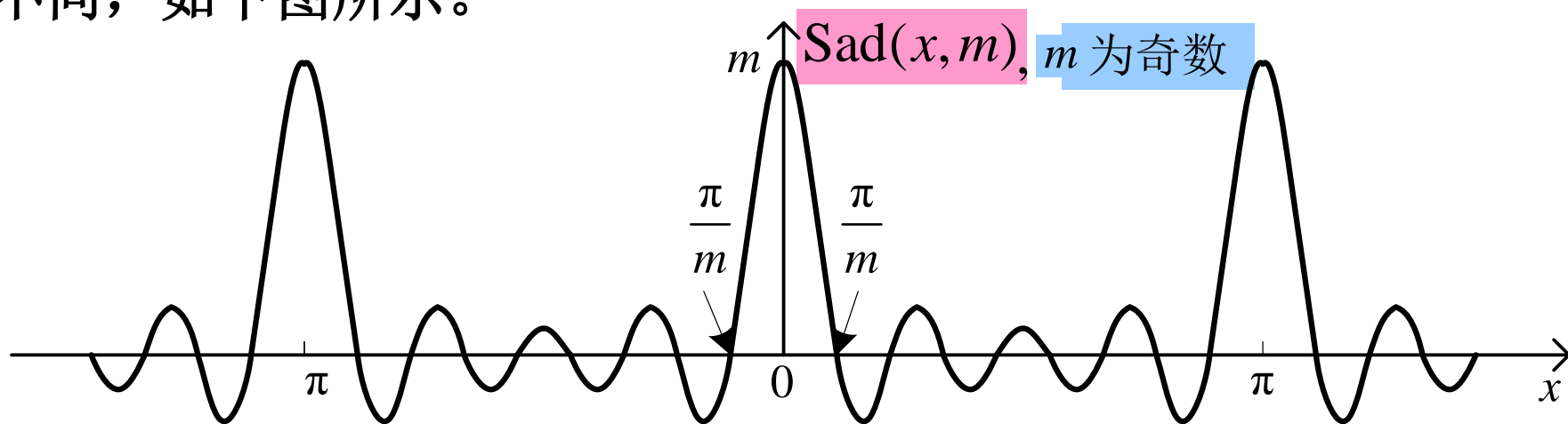
当  $e^{jk\Omega_0 m} = 1$ , 即  $k = 0, \pm N, \pm 2N, \dots$  时, 则有  $\tilde{F}_k = \frac{2N_1 + 1}{N}$

这里定义一个与连续时间中抽样函数对偶的函数, 即

$$\text{Sad}(x, m) = \frac{\sin(mx)}{\sin(x)}, \quad \text{整数 } m > 1$$

### 5.3.3 周期信号和序列的频谱(续)

它是周期为  $2\pi$  的周期函数，且当  $m$  为奇数和偶数时的函数图形不同，如下图所示。



### 5.3.3 周期信号和序列的频谱(续)

这个函数有如下性质：

$$\lim_{x \rightarrow l\pi} \text{Sad}(x, m) = \lim_{x \rightarrow l\pi} \frac{\sin mx}{\sin x} = \begin{cases} m, & m = 2k + 1 \\ (-1)^l m, & m = 2k \end{cases}, \quad m > 1$$

和  $\text{Sad}\left(\frac{\pi}{m}l, m\right) = \frac{\sin(l\pi)}{\sin(\pi l/m)} = 0, \quad l \neq 0, \pm m, \pm 2m \cdots, \quad m > 1$

利用这个函数，周期矩形序列的 DFS 系数  $\tilde{F}_k$  可写成

$$\tilde{F}_k = \frac{1}{N} \text{Sad}\left(\frac{k\Omega_0}{2}, 2N_1 + 1\right) = \frac{1}{N} \frac{\sin[k\Omega_0(2N_1 + 1)/2]}{\sin[k\Omega_0/2]}, \quad k \in \mathbf{Z}$$

#### ■ 周期信号的频谱

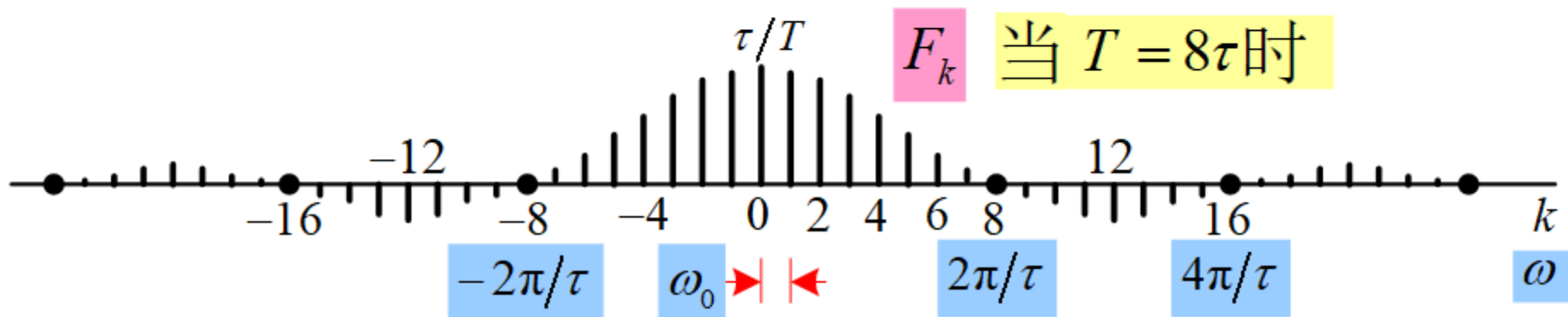
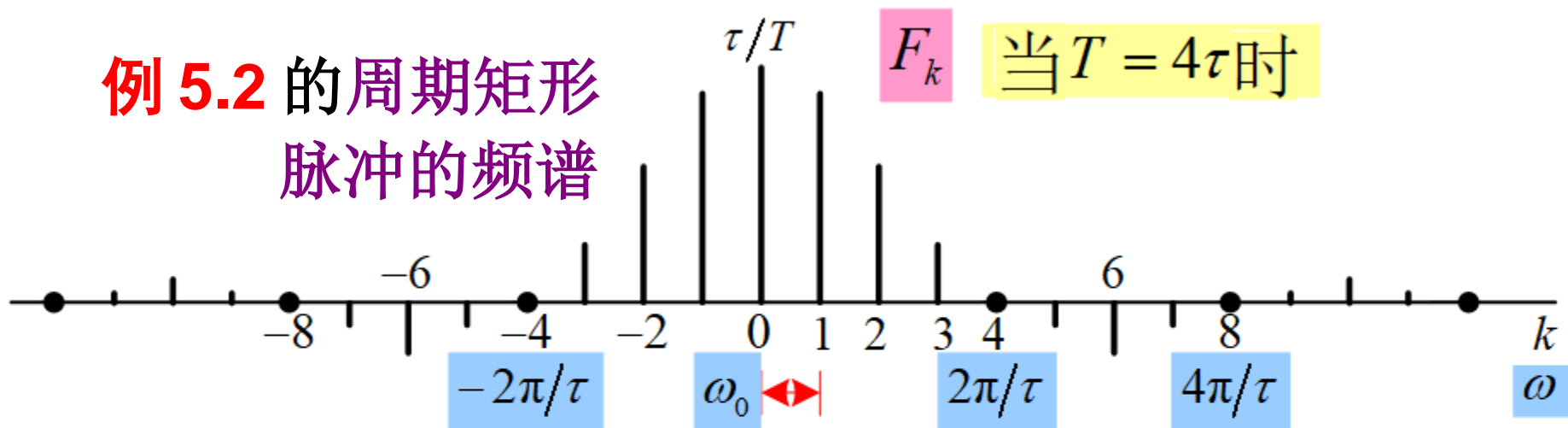
根据周期信号的 CFS 或 DFS 合成公式，系数  $F_k$  或  $\tilde{F}_k$  分别表示组成周期信号或序列的各个成谐波关系的复正弦分量 ( $e^{jk\omega_0 t}$  或  $e^{jk\Omega_0 n}$ ) 的复数幅度。在整数域  $k$  上， $F_k$  或  $\tilde{F}_k$  可以看成复值序列， $k\omega_0$  或  $k\Omega_0$  是连续时间或离散时间频域  $\omega$  或  $\Omega$  上的谐波频率点，因此，通常用频域  $\omega$  或  $\Omega$  上的  $F_k$  或  $\tilde{F}_k$  的序列图形，来表示组成周

### 5.3.3 周期信号和序列的频谱(续)

期信号的所有谐波分量的复数幅度分布情况。这就是**周期信号频谱**的概念，这种图形称为**周期信号的频谱图**。

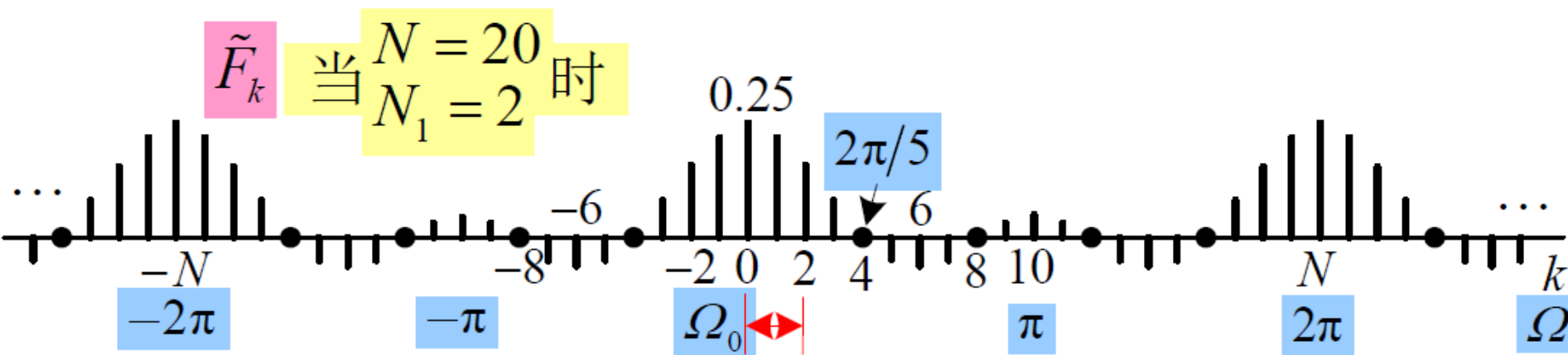
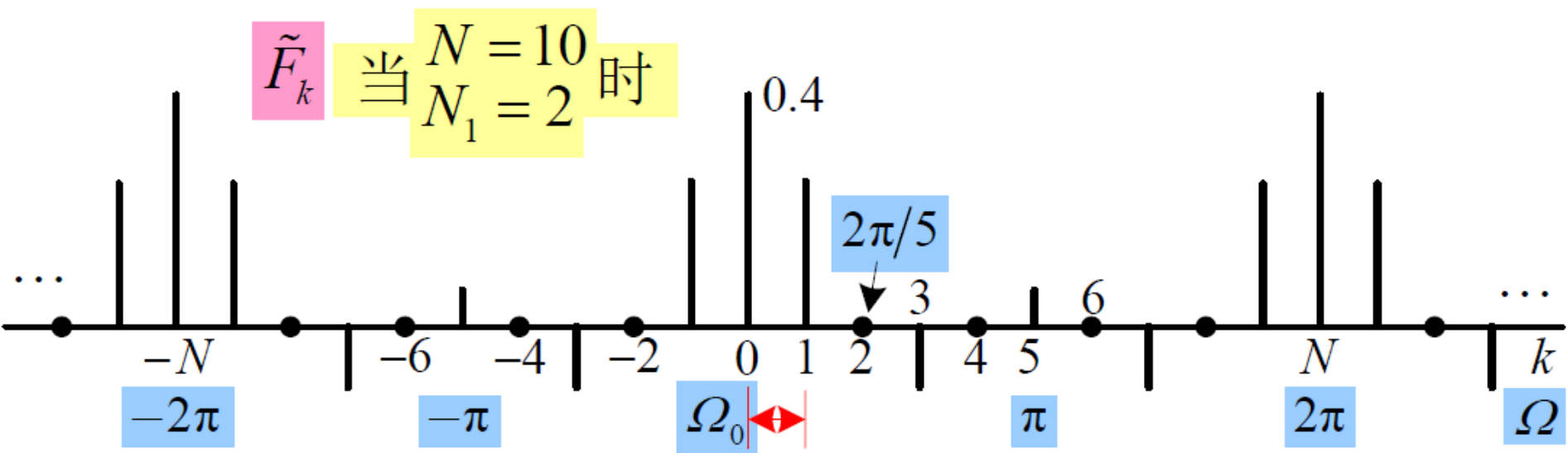
由于上面例子中所求的**偶对称周期矩形脉冲和序列**的  $F_k$  或  $\tilde{F}_k$  均为**实数**，故可以画出如下的实数频谱图。

**例 5.2** 的周期矩形  
脉冲的频谱



### 5.3.3 周期信号和序列的频谱(续)

#### 例 5.3 的周期矩形序列的频谱





## 5.3.3 周期信号和序列的频谱(续)

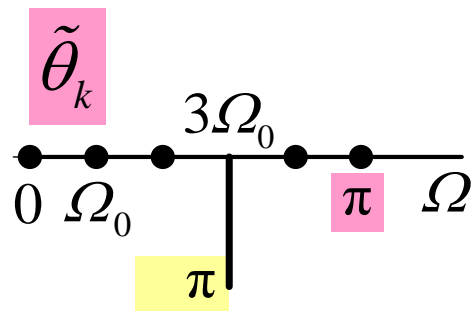
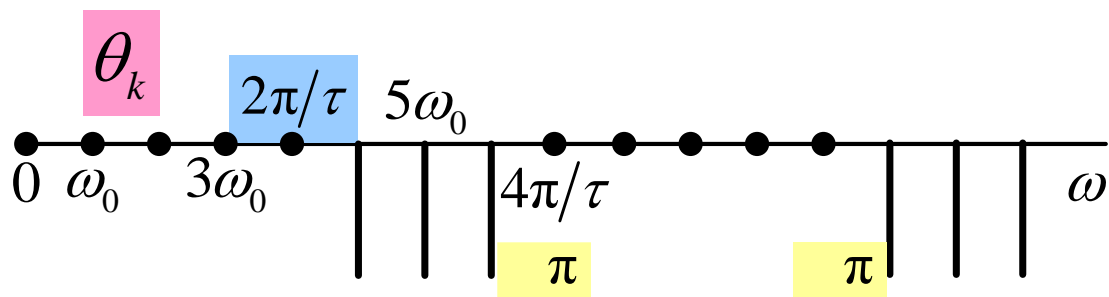
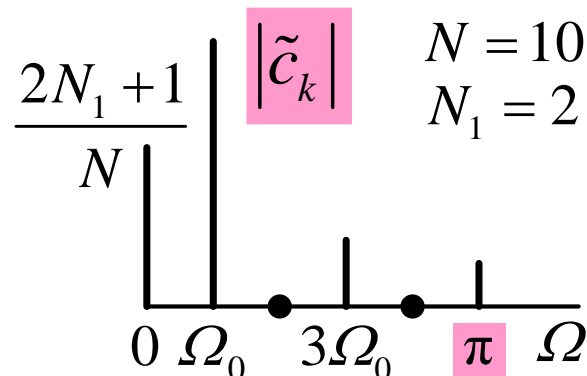
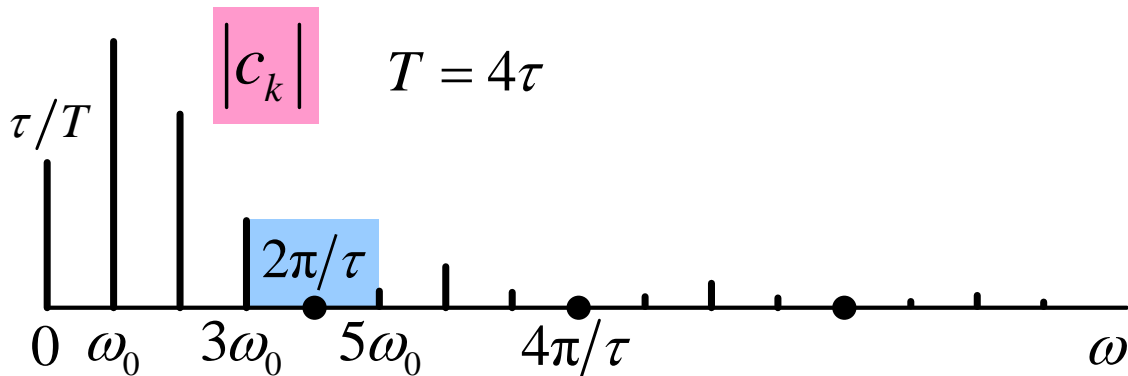
### ■ 周期信号的频谱

通过上面的典型例子，可以得出周期信号频谱的主要特点：

- 周期信号的频谱都是离散频谱，每条谱线之间的间隔等于该周期信号或序列的重复频率( $\omega_0 = 2\pi/T$  或  $\Omega_0 = 2\pi/N$ )。如果周期  $T$  或  $N$  愈小，谱线愈稀疏，反之则愈紧密；
- 连续时间周期信号频谱一般有无穷多条谱线；而周期序列的频谱呈现周期为  $2\pi$  的周期性，只有顺序的  $N$  条谱线才是真正有效的谱线，通常只画出  $(-\pi, \pi]$  或  $[0, 2\pi)$  上的谱线；
- 实周期信号或序列的 CFS 或 DFS 具有共轭对称性，即
$$|F_{-k}| = |F_k|, \quad \theta_{-k} = -\theta_k \quad \text{或} \quad |\tilde{F}_{-k}| = |\tilde{F}_k|, \quad \tilde{\theta}_{-k} = -\tilde{\theta}_k$$
它们各自有半数独立的，另一半可以有此性质得到。因此，实周期信号的频谱通常只画出正频域上的  $|F_k|$  和  $\theta_k$ ，而实周期序列通常只画出  $[0, \pi]$  区间的  $|\tilde{F}_k|$  和  $\tilde{\theta}_k$  谱线，这就是实周期信号或序列三角级数系数  $c_k$  或  $\tilde{c}_k$  的模和幅角。前面的实周期脉冲信号和序列就可以画出如下的频谱图，

### 5.3.3 周期信号和序列的频谱(续)

其**每条谱线**分别**代表**一个**频率**为  $k\omega_0$  或  $k\Omega_0$ 、**幅度**为  $|c_k|$  或  $|\tilde{c}_k|$ 、**初相位**为  $\theta_k$  或  $\tilde{\theta}_k$  的余弦组成分量。



#### ● 周期信号或序列的**频谱包络**和**频谱宽度**

谱线顶点连起来的光滑曲线称为**频谱包络**；通常把周期脉冲信号频谱包络的第一个零点看作其**频谱宽度**的**一种度量**。例如，周期矩形脉冲的频谱宽度为  $B_\omega = 2\pi/\tau$  或  $B_f = 1/\tau$  (Hz)。这表明：

### 5.3.3 周期信号和序列的频谱(续)

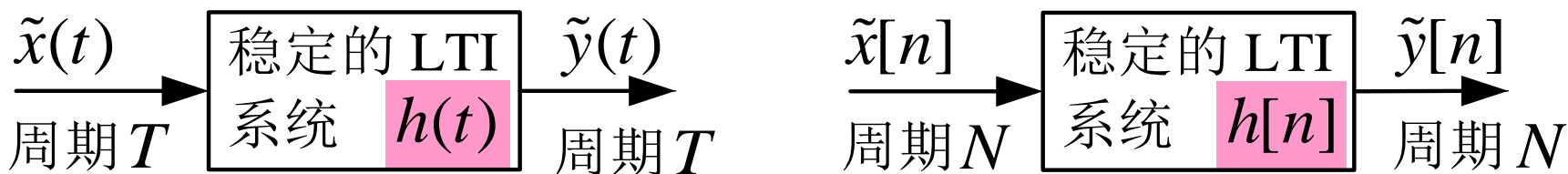
周期脉冲信号或序列的频谱宽度与脉冲时域宽度成反比，脉冲宽度愈窄，频谱宽度则愈宽。

#### 说明:

- (1) 周期时间函数或序列不可能成为稳定的 LTI 系统的单位冲激响应，故只有周期信号或序列的傅里叶级数表示，**一般不存在系统的傅里叶级数表示**；
- (2) 尽管周期信号在信号与系统研究中十分重要，但毕竟不能代表所有信号，更不能表示系统。因此，仅有傅里叶级数，还不能说明复正弦函数或序列可以构成相当广泛的连续时间函数或离散时间序列。傅里叶把傅里叶级数推广到傅里叶积分，解决了这个问题，这正是他的杰出贡献之一；
- (3) 如果在**频域中也引入冲激函数**，傅里叶级数可以统一到傅里叶变换中 (见后面 5.5 节)，傅里叶级数的性质也就包含在傅里叶变换的性质中，并在第 6 章再作介绍。

## 5.3.4 LTI 系统对周期输入的响应

由第 3 章 LTI 系统的时域卷积分析方法已知道：只要是稳定的 LTI 系统，它们对任何周期输入的响应，仍然是相同周期的周期信号；但除数乘器和时移系统外，其输出在周期区间上的波形有变化，这是由于与非冲激信号卷积的“时域扩散”效应所致。



本节介绍了周期信号或序列的傅里叶级数表示，即

$$\tilde{x}(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} F_k e^{jk\omega_0 t} \quad \text{或} \quad \tilde{x}[n] = \sum_{k \in \langle N \rangle} \tilde{F}_k e^{jk\Omega_0 n}$$

根据 5.2 节中 LTI 系统对复正弦信号或序列之响应的知识，即

$$e^{j\omega t} \xrightarrow{\text{LTI}} H(\omega) e^{j\omega t} \quad \text{或} \quad e^{j\Omega n} \xrightarrow{\text{LTI}} \tilde{H}(\Omega) e^{j\Omega n}$$

则连续时间或离散时间 LTI 系统对  $\tilde{x}(t)$  或  $\tilde{x}[n]$  的响应为

$$\tilde{y}(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} F_k H(k\omega_0) e^{jk\omega_0 t} \quad \text{或} \quad \tilde{y}[n] = \sum_{k \in \langle N \rangle} \tilde{F}_k \tilde{H}(k\Omega_0) e^{jk\Omega_0 n}$$

## 5.3.4 LTI 系统对周期输入的响应(续)

其中,  $H(k\omega_0)$ 和 $\tilde{H}(k\Omega_0)$ 分别是LTI系统频率响应 $H(\omega)$ 和 $\tilde{H}(\Omega)$ 在谐波频率 $k\omega_0$ 和 $k\Omega_0$ 上的函数值。

上述结果可以得出时域分析的**相同结论**:

- LTI系统输出  $\tilde{y}(t)$ 或 $\tilde{y}[n]$ 是CFS或DFS表达式, 基波频率也是 $\omega_0$ 或 $\Omega_0$ , 即它是与输入具有相同周期的周期信号或序列。
- 尽管输出与输入都是相同基波频率的CFS或DFS表达式, 但各自的CFS或DFS系数不一样:

$$F_k \xrightarrow{\text{LTI}} F_k H(k\omega_0) \quad \text{或} \quad \tilde{F}_k \xrightarrow{\text{LTI}} \tilde{F}_k \tilde{H}(k\Omega_0)$$

这就导致在周期区间上的波形有所变化。

**更有意义**的是, 由此获得**对LTI系统功能和特性的新认识**。

赋予LTI系统输入输出波形改变以新的解释: 这是因为LTI系统对输入信号的各个谐波分量有不同复数增益, 即不同的幅度增益 $|H(k\omega_0)|$ 或 $|\tilde{H}(k\Omega_0)|$ 和不同的相位移动 $\angle H(k\omega_0)$ 或 $\angle \tilde{H}(k\Omega_0)$ 。这一认识正是“**信号滤波**”和“**滤波器**”的概念和方法的来由, 有关滤波和滤波器的概念和方法将在后面10.5节中详细介绍和讨论。

## 5.4 非周期函数和序列的频域表示法： CFT 和 DTFT

本节将要讲述：

- 引入连续傅里叶变换(CFT)和离散时间傅里叶变换(DTFT)；
- 傅里叶变换的收敛问题；
- 介绍 CFT 和 DTFT 的几个典型例子；
- 非周期信号的频谱和 LTI 系统的频率响应；
- 傅里叶变换的极坐标表示和波特图。

**说明：**泛指符号  $f(t)$  或  $f[n]$  表示非周期函数或序列： $x(t)$ ,  $y(t)$ ,  $h(t)$  或  $x[n]$ ,  $y[n]$ ,  $h[n]$ ，既可以是信号，也可以是单位冲击响应。

### 5.4.1 连续傅里叶变换和离散时间傅里叶变换

这里将按照傅里叶在由傅里叶级数导出傅里叶积分所采用的思路，来引入 CFT 和 DTFT，其基本思想是把非周期函数或序列看成周期趋于无穷的周期函数或序列，这样的话，级数形式的线性组合就趋向一个积分形式。

## 5.4.1 连续和离散时间傅里叶变换(续)

### ■ 连续傅里叶变换 (CFT)

首先把一个有限持续期的非周期函数  $f(t)$ ，用周期延拓方法构造成周期函数  $\tilde{f}(t)$ ，即

$$\tilde{f}(t) = \sum_{l=-\infty}^{\infty} f(t-lT)$$

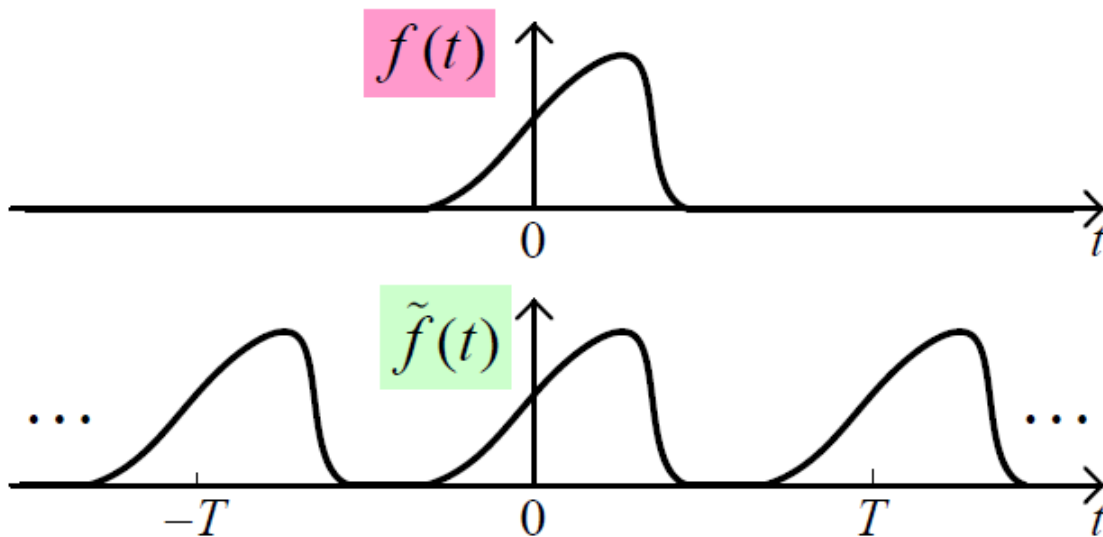
其中，周期区间  $\langle T \rangle$  大于  $f(t)$  的非零区间，见右图。

然后利用CFS， $\tilde{f}(t)$  以表示为

$$\tilde{f}(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} F_k e^{jk\omega_0 t}, \quad \text{其中 } F_k = \frac{1}{T} \int_{\langle T \rangle} \tilde{f}(t) e^{-jk\omega_0 t} dt$$

由于  $\tilde{f}(t) = f(t)$ ， $t \in \langle T \rangle$ ；且  $f(t) = 0$ ， $t \notin \langle T \rangle$ ，则  $F_k$  可改写为

$$F_k = \frac{1}{T} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-jk\omega_0 t} dt$$





## 5.4.1 连续和离散时间傅里叶变换(续)

若定义：
$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt$$

则上述的系数  $F_k$  可写成： $F_k = F(k\omega_0)/T$  或  $TF_k = F(k\omega_0)$

把它代入  $\tilde{f}(t)$  的合成公式，并利用  $\omega_0 = 2\pi/T$  的关系，则有

$$\tilde{f}(t) = \frac{1}{2\pi} \sum_{k=-\infty}^{\infty} F(k\omega_0) e^{jk\omega_0 t} \omega_0$$

当周期延拓的周期  $T \rightarrow \infty$  时， $\tilde{f}(t) \rightarrow f(t)$ ，则有

$$f(t) = \lim_{T \rightarrow \infty} \tilde{f}(t) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2\pi} \sum_{k=-\infty}^{\infty} F(k\omega_0) e^{jk\omega_0 t} \omega_0 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) e^{j\omega t} d\omega$$

其中当  $T \rightarrow \infty$  时，离散频率  $k\omega_0 \rightarrow$  连续频率  $\omega$ ，谱线间隔  $\omega_0 \rightarrow d\omega$ ，无限求和就演变成一个积分形式。这就是著名的“傅里叶积分”，它使得时域上的非周期函数  $f(t)$  与频域上的连续函数  $F(\omega)$  之间成一个变换对，称为连续傅里叶变换对，并通常表示为

$$f(t) \xleftrightarrow{\text{CFT}} F(\omega)$$



## 5.4.1 连续和离散时间傅里叶变换(续)

即有：
$$F(\omega) = \mathbf{F} \{f(t)\} = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt$$

和
$$f(t) = \mathbf{F}^{-1} \{F(\omega)\} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) e^{j\omega t} d\omega$$

其中， $\mathbf{F}\{*\}$ 和 $\mathbf{F}^{-1}\{*\}$ 分别是傅里叶正变换和反变换的运算符号。

### ■ 离散时间傅里叶变换 (DTFT)

以同样的方法，首先将有限长的非周期序列  $f[n]$  周期延拓延拓成周期序列  $\tilde{f}[n]$ ，即

$$\tilde{f}[n] = \sum_{l=-\infty}^{\infty} f[n - lN]$$

其中，重复周期  $N$  大于  $f[n]$  的非零长度。然后利用DFS，则有

$$\tilde{f}[n] = \sum_{k \in \langle N \rangle} \tilde{F}_k e^{jk(2\pi/N)n}, \quad \text{其中} \quad \tilde{F}_k = \frac{1}{N} \sum_{n \in \langle N \rangle} \tilde{f}[n] e^{-jk(2\pi/N)n}$$

因  $f[n] = \begin{cases} \tilde{f}[n], & n \in \langle N \rangle \\ 0, & n \notin \langle N \rangle \end{cases}$ ，系数  $\tilde{F}_k$  可写成  $\tilde{F}_k = \frac{1}{N} \sum_{n=-\infty}^{\infty} f[n] e^{-jk(2\pi/N)n}$

## 5.4.1 连续和离散时间傅里叶变换(续)

若定义：
$$\tilde{F}(\Omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} f[n]e^{-j\Omega n}$$

则系数 $\tilde{F}_k$ 又可写成： $\tilde{F}_k = \tilde{F}(k\Omega_0)/N$  或  $N\tilde{F}_k = \tilde{F}(k\Omega_0)$ 。把它代入 $\tilde{f}[n]$ 的合成公式，并利用 $\Omega_0 = 2\pi/N$ 的关系，则有

$$\tilde{f}[n] = \sum_{k \in \langle N \rangle} \frac{1}{N} \tilde{F}(k\Omega_0) e^{jk\Omega_0 n} = \frac{1}{2\pi} \sum_{k \in \langle N \rangle} \tilde{F}(k\Omega_0) e^{jk\Omega_0 n} \Omega_0$$

随着周期 $N \rightarrow \infty$ ， $\tilde{f}[n] \rightarrow f[n]$ ，且 $\Omega_0 \rightarrow d\Omega$ ， $k\Omega_0 \rightarrow \Omega$ ，上式中一个周期区间上的求和就演变成 $2\pi$ 区间上的积分，即

$$f[n] = \lim_{N \rightarrow \infty} \tilde{f}[n] = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2\pi} \sum_{k \in \langle N \rangle} \tilde{F}(k\Omega_0) e^{jk\Omega_0 n} \Omega_0 = \frac{1}{2\pi} \int_{\langle 2\pi \rangle} \tilde{F}(\Omega) e^{j\Omega n} d\Omega$$

这表明：非周期序列 $f[n]$ 与离散时间频域 $\Omega$ 上的周期连续函数 $\tilde{F}(\Omega)$ 之间也构成一个变换对，称为离散时间傅里叶变换对，并表示为

$$f[n] \xleftrightarrow{\text{DTFT}} \tilde{F}(\Omega)$$

## 5.4.1 连续和离散时间傅里叶变换(续)

并有：
$$\tilde{F}(\Omega) = \mathbf{F}\{f[n]\} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} f[n]e^{-j\Omega n}$$

和
$$f[n] = \mathbf{F}^{-1}\{\tilde{F}(\Omega)\} = \frac{1}{2\pi} \int_{\langle 2\pi \rangle} \tilde{F}(\Omega)e^{j\Omega n} d\Omega$$

其中， $\mathbf{F}\{*\}$ 和 $\mathbf{F}^{-1}\{*\}$ 表示DTFT正、反变换的运算符号。

**说明：**(1) CFT和DTFT都是一一对应的线性变换，只要非周期函数或序列存在傅里叶变换，其变换对是唯一的；

(2) CFT和DTFT的正、反变换公式相当对偶，但两者还有一些差别，这些差别的根源有两个：

- $f(t)$ 和 $f[n]$ 的分别是连续函数和离散序列，故CFT的正变换是连续时域上的积分，DTFT的正变换是离散时域上的求和；
- 源于变换基函数 $e^{j\omega t}$ 和 $e^{j\Omega n}$ 的不同特性，故 $F(\omega)$ 是 $\omega$ 域上的非周期函数，而 $\tilde{F}(\Omega)$ 则是 $\Omega$ 域上以 $2\pi$ 为周期的周期函数，且其反变换只要在 $\Omega$ 域上任意的 $2\pi$ 区间进行积分。

## 5.4.2 傅里叶变换的收敛问题

尽管上面在导出CFT和DTFT时，曾假设 $f(t)$ 和 $f[n]$ 都具有有限持续期，但取极限的推导方法表明，其持续期可以任意长。当然，对于无限持续期的 $f(t)$ 或 $f[n]$ ，CFT的无限积分或DTFT正变换的无限项求和，在数学上都存在着收敛问题。

### ■ CFT收敛的狄里赫利条件

CFS导出CFT的过程暗示，CFS的收敛条件也适用于CFT，只是其中的周期区间要扩大到无限区间，也称为狄里赫利条件：

**条件1：**  $f(t)$  模可积，即 
$$\int_{-\infty}^{\infty} |f(t)| dt < \infty$$

这个条件确保  $F(\omega)$  是有界函数，即  $|F(\omega)| < \infty$ 。

**条件2：** 在任意有限区间内， $f(t)$  只有有限个极大值和极小值。

**条件3：** 在任意有限区间内， $f(t)$  只有有限个不连续点，且在這些不连续点的函数值是有限值。例如，阶跃型不连续点的阶跃值有限。

后两个条件也只排除所谓“病态函数”，没有多少实际意义。

## 5.4.2 傅里叶变换的收敛问题(续)

### ■ DTFT 的收敛条件

为讨论 DTFT 的收敛问题，考察其正、反变换公式：

$$\tilde{F}(\Omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} f[n]e^{-j\Omega n} \quad \text{和} \quad f[n] = \frac{1}{2\pi} \int_{\langle 2\pi \rangle} \tilde{F}(\Omega)e^{j\Omega n} d\Omega$$

因反变换是  $2\pi$  区间上积分，只要被积函数有界，即  $|\tilde{F}(\Omega)| < \infty$ ，其积分必定有意义。为此，由于

$$|\tilde{F}(\Omega)| = \left| \sum_{n=-\infty}^{\infty} f[n]e^{-j\Omega n} \right| \leq \sum_{n=-\infty}^{\infty} |f[n]| \cdot |e^{-j\Omega n}| = \sum_{n=-\infty}^{\infty} |f[n]|$$

因此，只要  $f[n]$  模可和，即  $\sum_{n=-\infty}^{\infty} |f[n]| < \infty$ ，其 DTFT 必然收敛。

**说明：** CFT 和 DTFT 的收敛条件表明，除了一些病态函数外，只要  $f(t)$  或  $f[n]$  模可积或模可和，它们都有傅里叶变换。但这仍使信号与系统中一些有意义的函数或序列不存在这种严格意义上的傅里叶变换，例如： $u(t)$  和  $u[n]$ 、 $\delta'(t)$ ，以及功率受限信号等。

# 作业

- 5.12
- 5.14 1)