



中国科学技术大学
University of Science and Technology of China

信息科学技术学院
School of Information Science and Technology

信号与系统 – 第十六周

系统的变换域分析和综合（续）

赵 峰，电四楼421
fzhao956@ustc.edu.cn
2022/6/8

9.4 系统函数和频率响应表征的LTI系统特性

◆ LTI系统的记忆性和无记忆性

◆ 无记忆

$H(\omega) = c$ 及 $H(s) = c, R_H$ 为整个S平面

$\tilde{H}(\Omega) = c$ 及 $H(z) = c, R_H$ 为整个Z平面

- ◆ 从频域上看，其幅频响应为正实数，相频响应为0或 $\pm\pi$
- ◆ 从复频域上看，无记忆稳定系统在整个复平面上没有任何极点和零点

9.4 系统函数和频率响应表征的LTI系统特性

◆ LTI系统的因果性

- ◆ 系统函数收敛域是某条与虚轴平行的直线右侧的半个S平面（可能包括无穷远点）或Z平面上某个以原点为圆心的圆周外部区域（且包括无穷远点）

9.4 系统函数和频率响应表征的LTI系统特性

◆ LTI系统的稳定性

◆ 稳定

- ◆ 从频域上看, $|H(\omega)| < \infty$ $|\tilde{H}(\Omega)| < \infty$
- ◆ 从复频域上看, 系统函数收敛域包括S平面的虚轴或Z平面上的单位圆

9.4 系统函数和频率响应表征的LTI系统特性

- ◆ LTI系统的因果又稳定性
 - ◆ 系统的所有极点必须分别位于虚轴左边半个有限S平面上和Z平面的单位圆内部

9.4 系统函数和频率响应表征的LTI系统特性

◆ LTI系统的逆系统和变换域求反卷积

$$H_{inv}(\omega) = \frac{1}{H(\omega)} \quad \tilde{H}_{inv}(\Omega) = \frac{1}{\tilde{H}(\Omega)}$$

$$H_{inv}(s) = \frac{1}{H(s)} \quad H_{inv}(z) = \frac{1}{H(z)}$$

- ◆ 如果对逆系统无限制条件， $H_{inv}(s)$ 、 $H_{inv}(z)$ 总是存在
- ◆ 有限制，则不一定存在逆系统

用变换域方法重新讨论例 4.11。

解：用微分方程 $y'(t) + ay(t) = x(t)$ ，实数 $a > 0$ ，表示的 LTI 系统系统函数为

$$H(s) = \frac{1}{s+a}, \quad R_h = (\operatorname{Re}\{s\} > -a)$$

显然，这是一个稳定的系统，它的逆系统的系统函数 $h_I(s)$ 为

$$h_I(s) = s+a, \quad s \neq \infty$$

这是不稳定的因果系统函数，其频率响应 $H_I(\omega)$ 和单位激响应 $h_I(t)$ 分别为

$$h_I(\omega) = j\omega + a \quad \text{和} \quad h_I(t) = \delta'(t) + a\delta(t)$$

这一结果和例 4.11 的结果完全相同。显然，变换域分析 LTI 系统的可逆性和逆系统非常方便和明确。

讨论离散时间一阶预测器的可逆性，并求其逆系统。

解：由图(a)可写出该一阶预测器的差分方程表示

$$y[n] + \rho y[n-1] = x[n], \quad 0 < \rho < 1$$

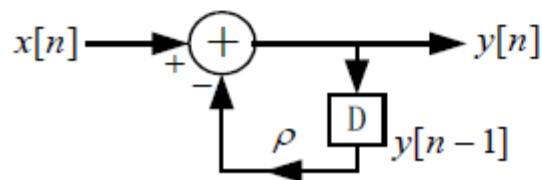
在稳态情况下(即 $x[n]$ 开始输入很长时间以后)，它可以看成一个 LTI 系统。它的系统函数为

$$H(z) = \frac{1}{1+\rho z^{-1}}, \quad R_h = (|z| > \rho)$$

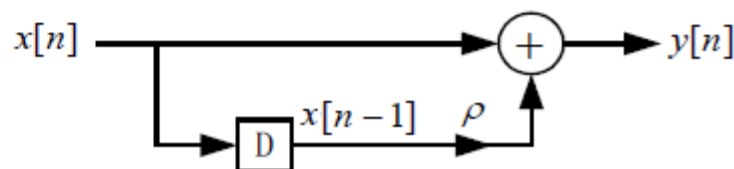
这是一个因果稳定的 LTI 系统，它的逆系统的系统函数

$$h_I(z) = 1 + \rho z^{-1}, \quad |z| > 0$$

这个逆系统也是一个因果稳定的 LTI 系统，如图 (b) 所示。在差分编码调制(DPCM)的解码端，它常用于从差分编码传输后的信号中恢复出原信号。



(a) 一阶预测器



(b) (a)的逆系统

9.4 系统函数和频率响应表征的LTI系统特性

◆ LTI系统互联的系统函数和频率相应

◆ 级联

$$H(\omega) = H_1(\omega)H_2(\omega) \quad \tilde{H}(\Omega) = \tilde{H}_1(\Omega)\tilde{H}_2(\Omega)$$

$$H(s) = H_1(s)H_2(s) \quad H(z) = H_1(z)H_2(z), R_H \supset R_{H1} \cap R_{H2}$$

◆ 并联

$$H(\omega) = H_1(\omega) + H_2(\omega) \quad \tilde{H}(\Omega) = \tilde{H}_1(\Omega) + \tilde{H}_2(\Omega)$$

$$H(s) = H_1(s) + H_2(s) \quad H(z) = H_1(z) + H_2(z), R_H \supset R_{H1} \cap R_{H2}$$

9.4 系统函数和频率响应表征的LTI系统特性

◇ LTI系统互联的系统函数和频率相应

◇ 反馈

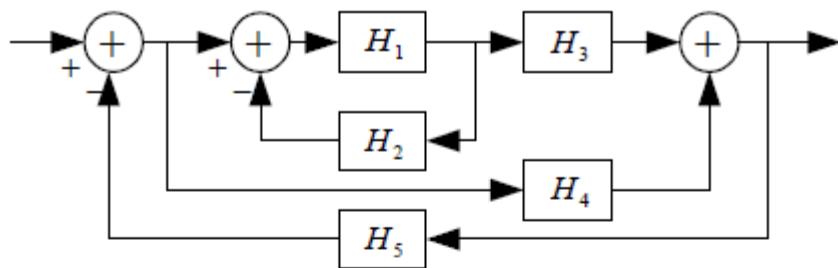
$$H(\omega) = \frac{H_1(\omega)}{1 + H_1(\omega)H_2(\omega)} \quad \tilde{H}(\Omega) = \frac{\tilde{H}_1(\Omega)}{1 + \tilde{H}_1(\Omega)\tilde{H}_2(\Omega)}$$

$$H(s) = \frac{H_1(s)}{1 + H_1(s)H_2(s)} \quad H(z) = \frac{H_1(z)}{1 + H_1(z)H_2(z)}$$

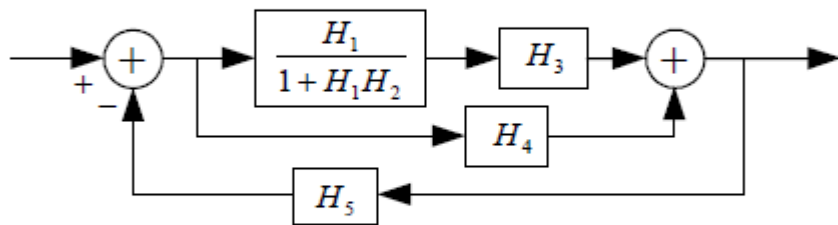
◆ 收敛域需根据具体情况确定

9.4 系统函数和频率响应表征的LTI系统特性

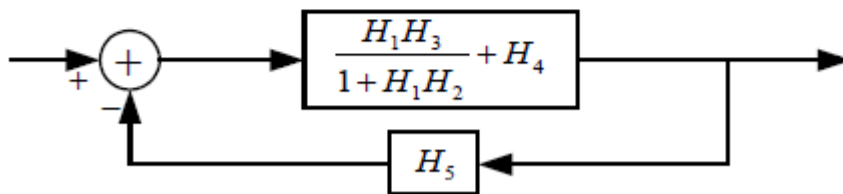
◆ LTI系统互联的系统函数和频率相应



(a)



(b)



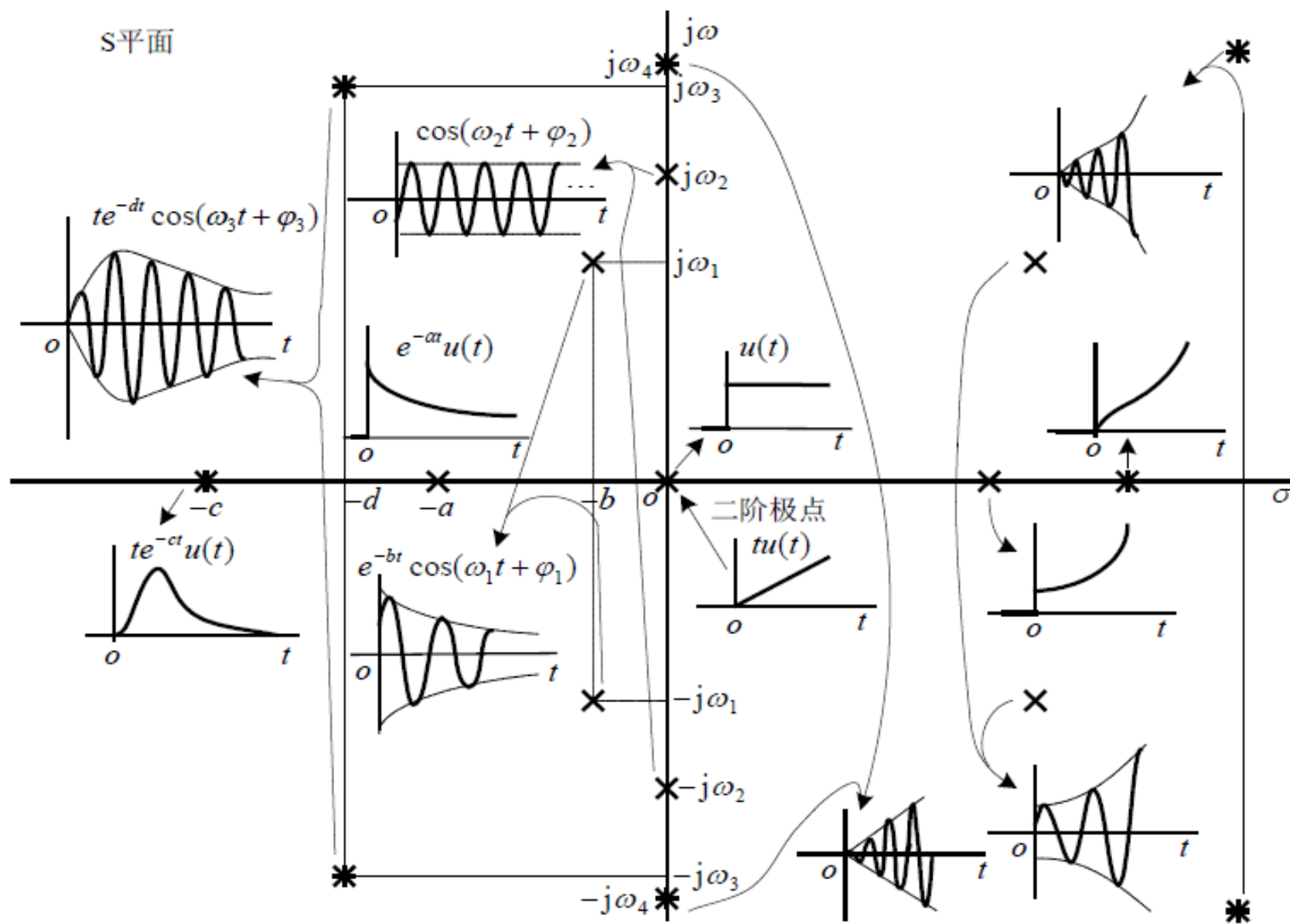
(c)

复杂互联 LTI 系统及其等效简化

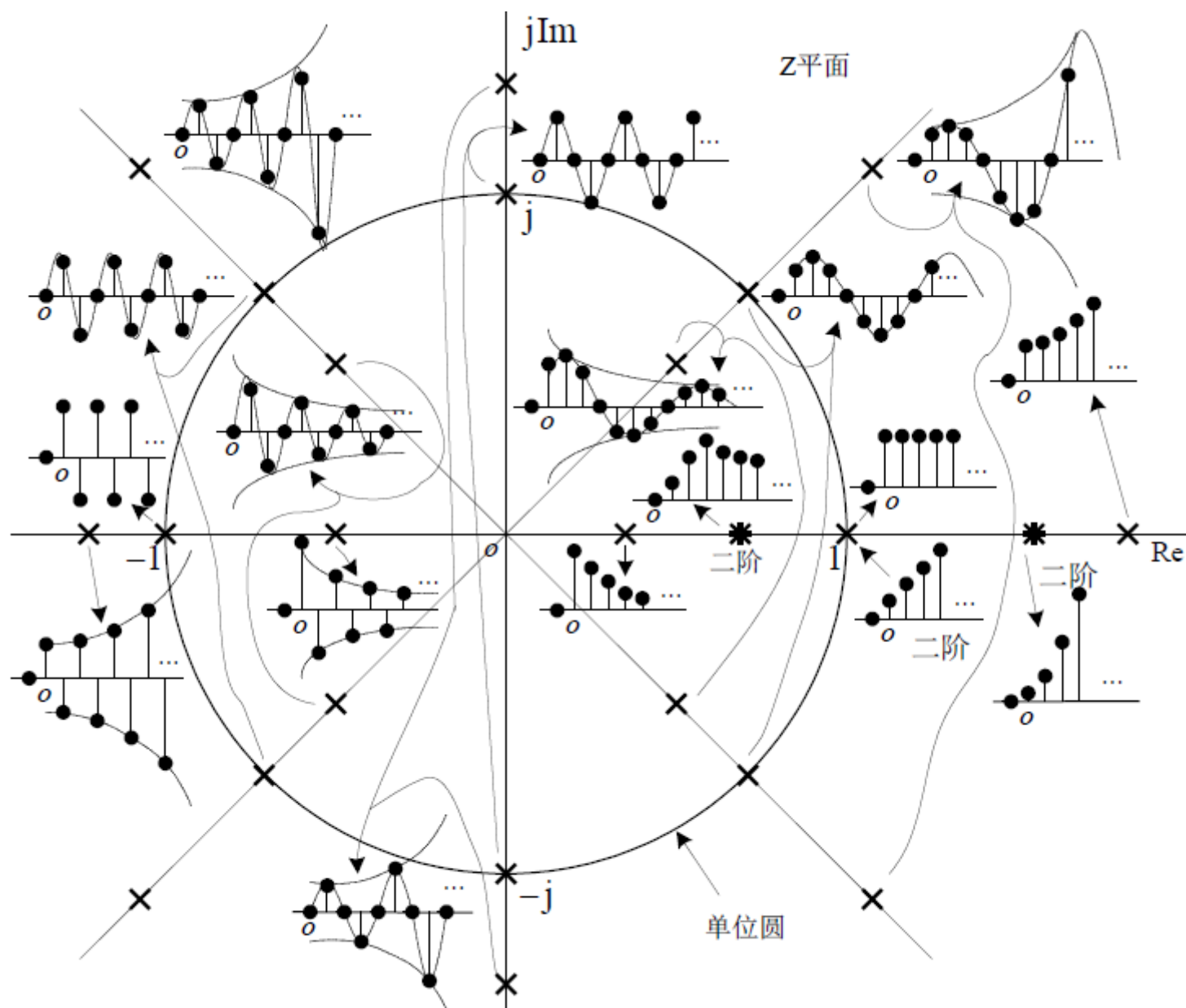
$$\begin{aligned}
 H &= \frac{\frac{H_1 H_3}{1 + H_1 H_2} + H_4}{1 + \left(\frac{H_1 H_3}{1 + H_1 H_2} + H_4 \right) H_5} \\
 &= \frac{H_1 H_3 + H_4 + H_1 H_2 H_4}{1 + H_1 H_2 + (H_1 H_3 + H_4 + H_1 H_2 H_4) H_5}
 \end{aligned}$$

9.5 系统函数与LTI系统时域和频域特性的关系

- ◆ 系统函数的极点决定单位冲激响应组成成分的函数形式
 - ◆ 用实系数线性微分和差分方程描述的实因果LTI系统，系统函数为实系数的有理函数，极点的位置和阶数决定单位冲击响应组成分量中的指数及幂函数和序列部分，最高阶次决定冲激分量，零点不决定形式，但是与极点一起决定每个分量的系数



连续时间实因果 LTI 系统的一阶和二阶极点决定的组成分量示意图



离散时间实因果 LTI 系统的一阶和二阶极点决定的组成分量示意图

9.5 系统函数与LTI系统时域和频域特性的关系

- ◇ 自由响应与强迫响应、暂态响应与稳态响应
 - ◇ 系统极点、系统零点
 - ◆ 系统响应的像函数零极点中来自系统函数的部分
 - ◇ 源极点、源零点
 - ◆ 系统响应的像函数零极点中来自输入像函数的部分

9.5 系统函数与LTI系统时域和频域特性的关系

◇ 自由响应和强迫响应

$$Y(s) = \sum_{i=1}^N \frac{A_{hi}}{s - p_i} + \sum_{i=1}^L \frac{A_{xi}}{s - q_i}$$

$$y(t) = \sum_{i=1}^N A_{hi} e^{p_i t} u(t) + \sum_{i=1}^L A_{xi} e^{q_i t} u(t)$$

由系统极点产生,
自由响应

由源极点产生,
强迫响应

$$Y(z) = \sum_{i=1}^N \frac{B_{hi}}{1 - p_i z^{-1}} + \sum_{i=1}^L \frac{B_{xi}}{1 - q_i z^{-1}}$$

$$y[n] = \sum_{i=1}^N B_{hi} p_i^n u[n] + \sum_{i=1}^L B_{xi} q_i^n u[n]$$

由系统极点产生,
自由响应

由源极点产生,
强迫响应

9.5 系统函数与LTI系统时域和频域特性的关系

- ◇ 自由响应和强迫响应
 - ◇ 零状态响应
 - ◆ 由自由响应和强迫响应两部分组成
 - ◇ 零输入响应
 - ◆ 全部都是系统极点，全部属于自由响应

9.5 系统函数与LTI系统时域和频域特性的关系

◆ 暂态响应和稳态响应

- ◆ 暂态响应：输入加入一段时间内暂时存在，随着 t 或者 n 的增大终将消失的分量
- ◆ 稳态响应：既不随 t 或者 n 增大而消失，也不无限增长的部分
 - ◆ 通常指输出信号中的（因果的）常数分量和周期信号分量

9.5 系统函数与LTI系统时域和频域特性的关系

- ◆ 系统的零极点分布确定LTI系统的频域特性
 - ◆ 频率响应的几何求值法
 - ◆ 对实的因果稳定LTI系统

$$H(s) = \frac{P(s)}{Q(s)} = H_0 \frac{\prod_{i=1}^M (s - z_i)}{\prod_{i=1}^N (s - p_i)} \quad \text{或} \quad H(z) = \frac{P(z)}{Q(z)} = H_0 \frac{\prod_{i=1}^M (z - z_i)}{\prod_{i=1}^N (z - p_i)}$$

$$H(\omega) = H(s) \Big|_{s=j\omega} \quad \text{或} \quad \tilde{H}(\Omega) = H(z) \Big|_{z=e^{j\Omega}}$$

$$H(\omega) = H_0 \frac{\prod_{i=1}^M (j\omega - z_i)}{\prod_{i=1}^N (j\omega - p_i)} \quad \text{或} \quad \tilde{H}(\Omega) = H_0 \frac{\prod_{i=1}^M (e^{j\Omega} - z_i)}{\prod_{i=1}^N (e^{j\Omega} - p_i)}$$

9.5 系统函数与LTI系统时域和频域特性的关系

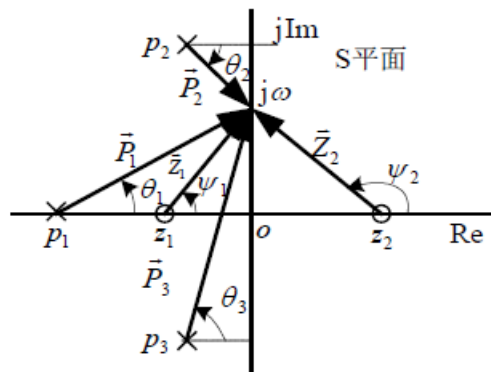
极点向量: $\vec{P}_i = P_i e^{j\theta_i} = (j\omega - p_i), \quad i = 1, 2 \dots N$

零点向量: $\vec{Z}_i = Z_i e^{j\psi_i} = (j\omega - z_i), \quad i = 1, 2 \dots M$

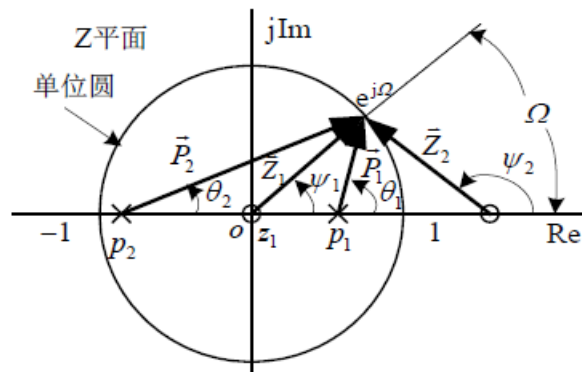
复常数: $H_0 = |H_0| e^{j\psi_0}$

极点向量: $\vec{P}_i = P_i e^{j\theta_i} = (e^{j\Omega} - p_i), \quad i = 1, 2 \dots N$

零点向量: $\vec{Z}_i = Z_i e^{j\psi_i} = (e^{j\Omega} - z_i), \quad i = 1, 2 \dots M$



(a) S平面上频率响应几何求值



(b) Z平面上频率响应几何求值

频率响应几何求值示意图

用上述复数向量表示法,上式左式的连续时间频率响应 $H(\omega)$ 可以写成

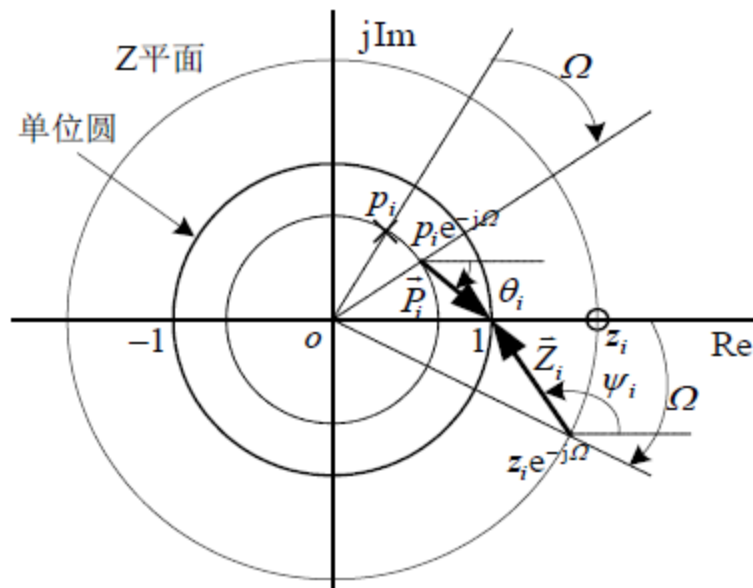
$$H(\omega) = H_0 \frac{\prod_{i=1}^M \vec{Z}_i}{\prod_{i=1}^N \vec{P}_i} = |H_0| e^{j\psi_0} \frac{\prod_{i=1}^M Z_i e^{j\psi_i}}{\prod_{i=1}^N P_i e^{j\theta_i}} = |H_0| \frac{\prod_{i=1}^M Z_i}{\prod_{i=1}^N P_i} e^{j(\sum_{i=1}^M \psi_i - \sum_{i=1}^N \theta_i)}$$

$$|H(\omega)| = |H_0| \frac{\prod_{i=1}^M Z_i}{\prod_{i=1}^N P_i}, \quad \varphi(\omega) = \sum_{i=1}^M \psi_i - \sum_{i=1}^N \theta_i$$

$$\tilde{H}(\Omega) = |H_0| \frac{\prod_{i=1}^M Z_i}{\prod_{i=1}^N P_i} e^{j(\sum_{i=1}^M \varphi_i - \sum_{i=1}^N \theta_i)} \quad \text{或}$$

$$|\tilde{H}(\Omega)| = |H_0| \frac{\prod_{i=1}^M Z_i}{\prod_{i=1}^N P_i}, \quad \tilde{\varphi}(\Omega) = \sum_{i=1}^M \varphi_i - \sum_{i=1}^N \theta_i$$

9.5 系统函数与LTI系统时域和频域特性的关系



$$H(z) = \frac{P(z^{-1})}{Q(z^{-1})} = H_0 \frac{\prod_{i=1}^M (1 - z_i z^{-1})}{\prod_{i=1}^N (1 - p_i z^{-1})} \quad \text{和} \quad \tilde{H}(\Omega) = H_0 \frac{\prod_{i=1}^M (1 - z_i e^{-j\Omega})}{\prod_{i=1}^N (1 - p_i e^{-j\Omega})}$$

9.6 连续时间和离散时间一阶系统

◇ 连续时间一阶系统

- ◇ 限于实的因果稳定系统，有限S平面上系统函数零极点的数目不超过1 的系统

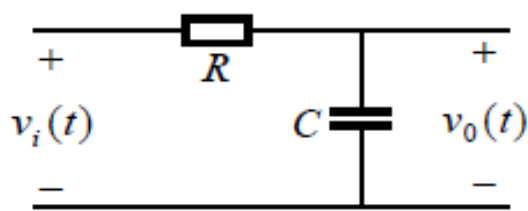
$$\tau y'(t) + y(t) = x(t) \quad \tau y'(t) + y(t) = \tau x'(t)$$

$$H(s) = \frac{1/\tau}{s + 1/\tau} \quad H(s) = \frac{s}{s + 1/\tau}, \quad \text{Re}\{s\} > -\frac{1}{\tau}$$

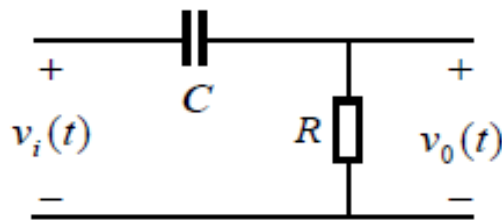
$$h(t) = 1/\tau e^{-t/\tau} u(t) \quad h(t) = \delta(t) - 1/\tau e^{-t/\tau} u(t)$$

9.6 连续时间和离散时间一阶系统

◇ 连续时间一阶系统

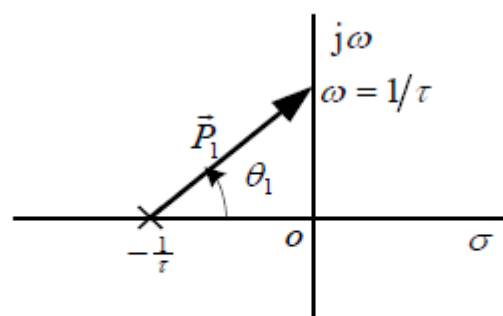


(a) RC 积分电路

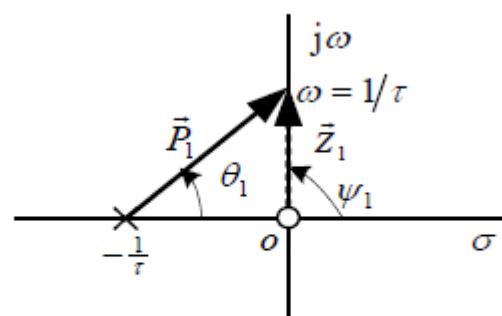


(b) RC 微分电路

$$RCv_0'(t) + v_0(t) = v_i(t) \quad RCv_0'(t) + v_0(t) = RCv_i'(t)$$

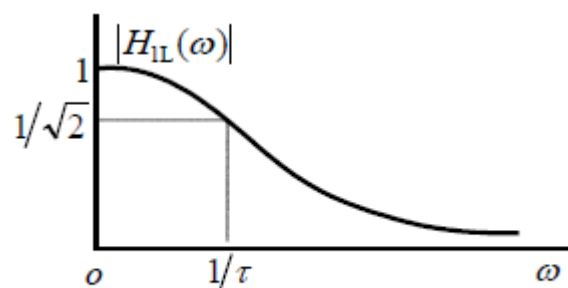


(a) 一阶低通系统

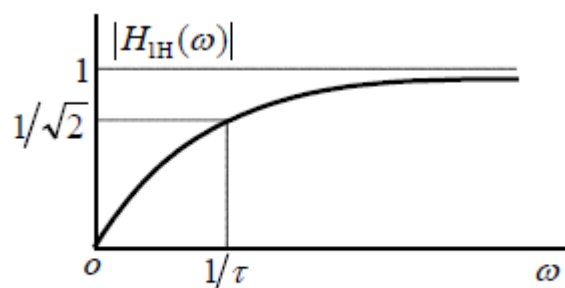


(a) 一阶高通系统

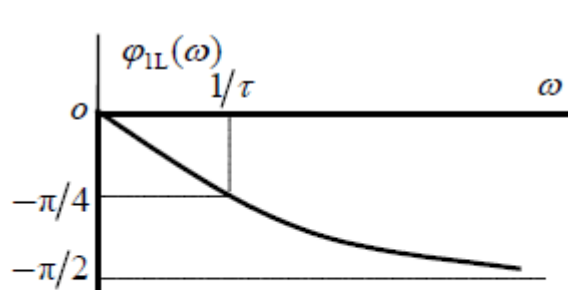
一阶系统零、极点向量图



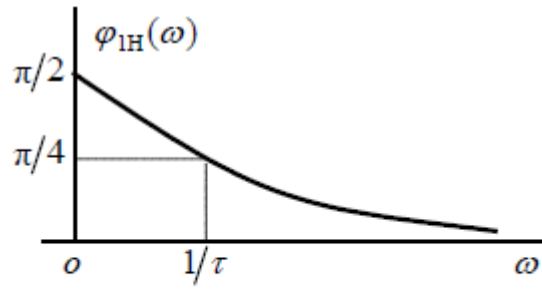
(a) 一阶低通系统



(a) 一阶高通系统



一阶系统的幅频响应和相频响应



9.6 连续时间和离散时间一阶系统

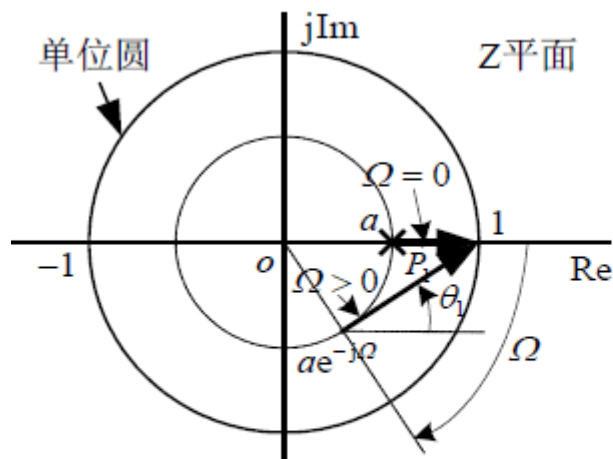
◆ 离散时间一阶系统

◆ 两种基本的一阶系统：一阶IIR系统和一阶FIR系统

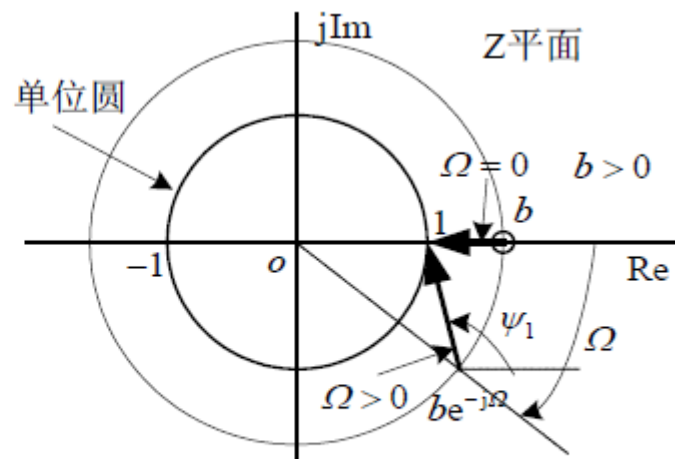
$$y[n] - ay[n-1] = x[n], |a| < 1 \quad y[n] = x[n] - bx[n-1]$$

$$H(z) = \frac{1}{1 - az^{-1}}, |z| > a \quad H(z) = 1 - bz^{-1}, |z| > 0$$

$$h[n] = a^n u[n] \quad h[n] = \delta[n] - b\delta[n-1]$$

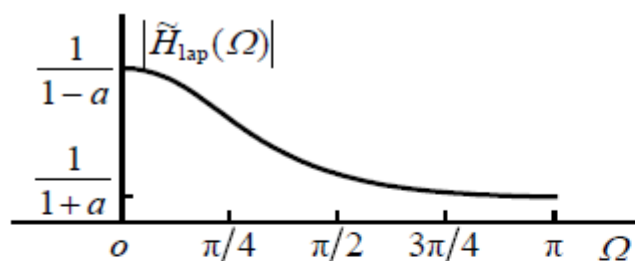


(a) 一阶全极点系统

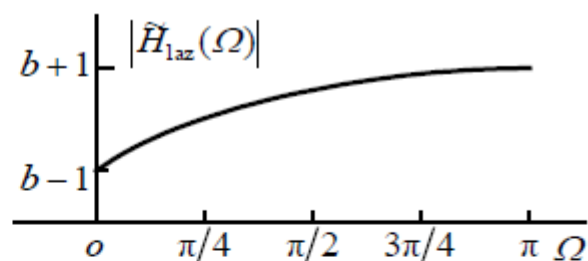


(b) 一阶全零点(FIR)系统

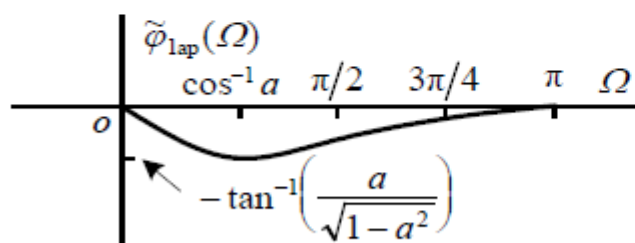
离散时间一阶系统的零、极点向量



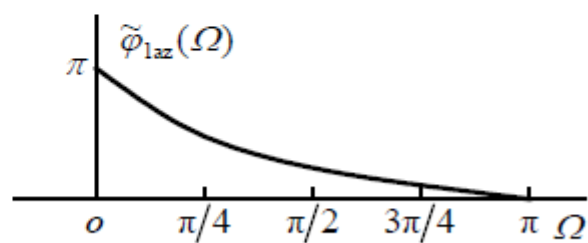
(a) 一阶全极点系统的幅频响应



(b) 一阶全零点系统的幅频响应



(c) 一阶全极点系统的相频响应



(d) 一阶全零点系统的相频响应

离散时间一阶系统的频率响应

9.6 连续时间和离散时间二阶系统

◇ 连续时间二阶系统

◇ 限于实的因果稳定系统

$$y''(t) + \alpha_1 y'(t) + \alpha_0 y(t) = x''(t) + \beta_1 x'(t) + \beta_0 x(t)$$

$$H(s) = \frac{s^2 + \beta_1 s + \beta_0}{s^2 + \alpha_1 s + \alpha_0}$$

9.6 连续时间和离散时间二阶系统

◇ 离散时间二阶系统

◇ 限于实的因果稳定系统

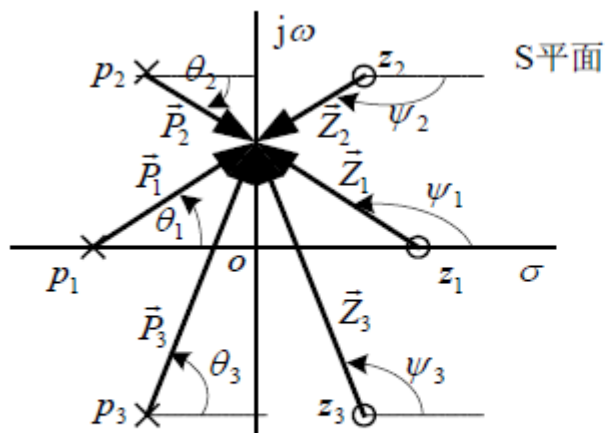
$$y[n] + \alpha_1 y[n-1] + \alpha_2 y[n-2] = x[n] + \beta_1 x[n-1] + \beta_2 x[n-2]$$

$$H(z) = \frac{1 + \beta_1 z^{-1} + \beta_2 z^{-2}}{1 + \alpha_1 z^{-1} + \alpha_2 z^{-2}}$$

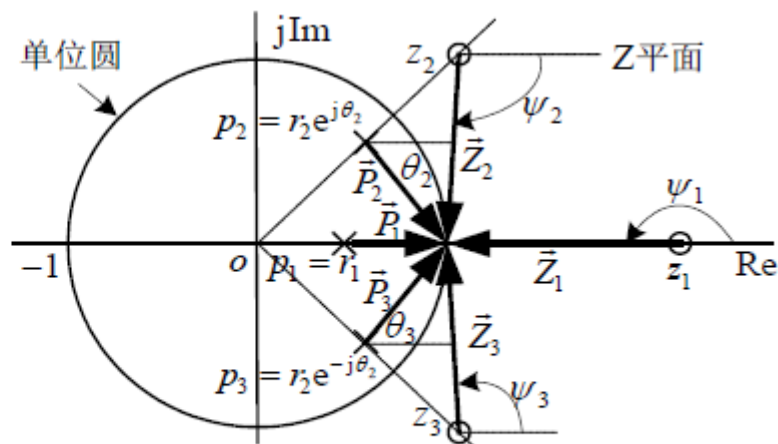
9.7 连续时间和离散时间全通系统

◆ 全通系统

- ◆ 实的因果稳定LTI系统中，所有极点都位于S平面虚轴左侧和Z平面单位圆内部，所有零点都与极点关于虚轴互成镜像对称分布或关于单位圆互成反比镜像对称分布



(a) 连续时间全通函数的零、极点分布



(b) 离散时间全通函数的零、极点分布

连续和离散时间全通函数的零、极点分布图

9.7 连续时间和离散时间全通系统

◇ 全通系统

$$|H_{\text{Ap}}(\omega)| = |H_0| \quad \text{或} \quad |\tilde{H}_{\text{Ap}}(\Omega)| = |H_0| \prod_{i=1}^N r_i$$

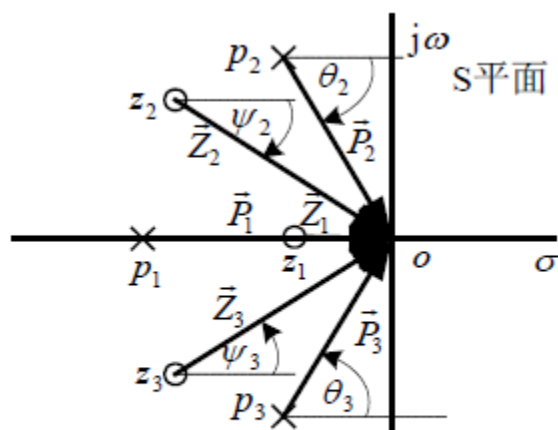
$$\varphi_{\text{Ap}}(\omega) = \psi_0 + \sum_{i=1}^N (\psi_i - \theta_i) \quad \text{或} \quad \tilde{\varphi}_{\text{Ap}}(\Omega) = \psi_0 + \sum_{i=1}^N (\psi_i - \theta_i)$$

- ◇ 具有恒定的幅频特性，但相频特性有最大的非线性相位变化
- ◇ 常作为相位校正或相位均衡器

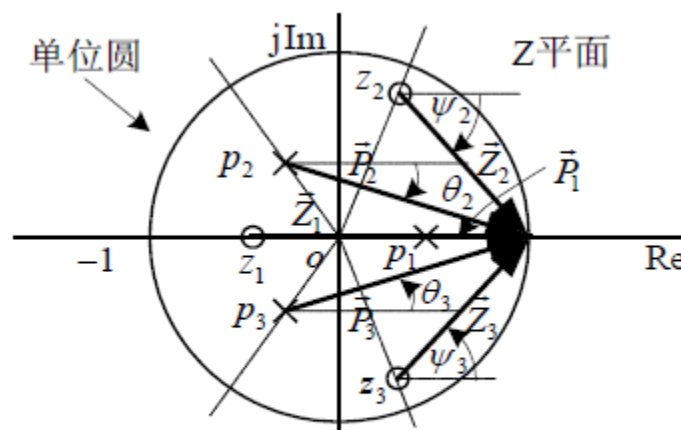
9.7 连续时间和离散时间最小相移系统

◇ 最小相移系统

- ◇ 实的因果稳定LTI系统中，所有极点和所有零点都位于S平面虚轴左侧和Z平面单位圆内部



(a) 连续时间



(b) 离散时间

最小相移函数的零、极点分布的例子

9.8 有理函数表示的LTI系统级联和并联实现结构

◇ 级联型实现结构

$$H(s) = H_0 \prod_{i=1}^r \frac{1 + \beta_{1i}s^{-1} + \beta_{2i}s^{-2}}{1 + a_{1i}s^{-1} + \alpha_{2i}s^{-2}} \prod_{i=1}^{N-2r} \frac{1 - z_i s^{-1}}{1 - p_i s^{-1}}$$

$$H(z) = H_0 \prod_{i=1}^r \frac{1 + \beta_{1i}z^{-1} + \beta_{2i}z^{-2}}{1 + a_{1i}z^{-1} + \alpha_{2i}z^{-2}} \prod_{i=1}^{N-2r} \frac{1 - z_i z^{-1}}{1 - p_i z^{-1}}$$

9.8 有理函数表示的LTI系统级联实现结构

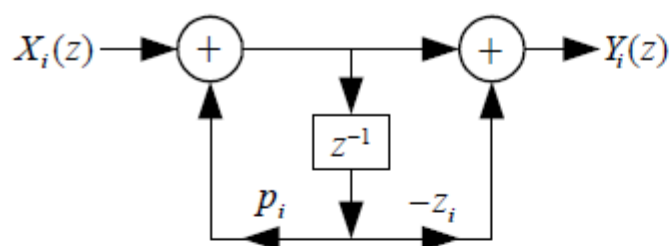
$$H_{1i}(s) = \frac{1 - z_i s^{-1}}{1 - p_i s^{-1}} \quad \text{和} \quad H_{2i}(s) = \frac{1 + \beta_{1i} s^{-1} + \beta_{2i} s^{-2}}{1 + \alpha_{1i} s^{-1} + \alpha_{2i} s^{-2}}$$

$$H_{1i}(z) = \frac{1 - z_i z^{-1}}{1 - p_i z^{-1}} \quad \text{和} \quad H_{2i}(z) = \frac{1 + \beta_{1i} z^{-1} + \beta_{2i} z^{-2}}{1 + \alpha_{1i} z^{-1} + \alpha_{2i} z^{-2}}$$

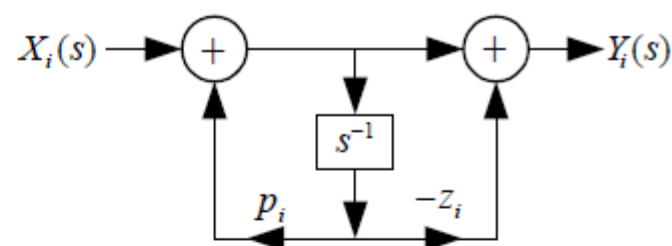
它们分别代表如下的一阶和二阶差分方程：

$$y_i[n] - p_i y_i[n-1] = x_i[n] - z_i x_i[n-1]$$

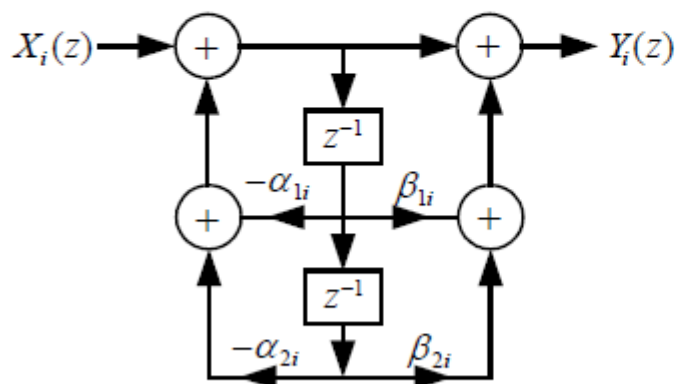
和
$$y_i[n] + \alpha_{1i} y_i[n-1] + \alpha_{2i} y_i[n-2] = x_i[n] + \beta_{1i} x_i[n-1] + \beta_{2i} x_i[n-2]$$



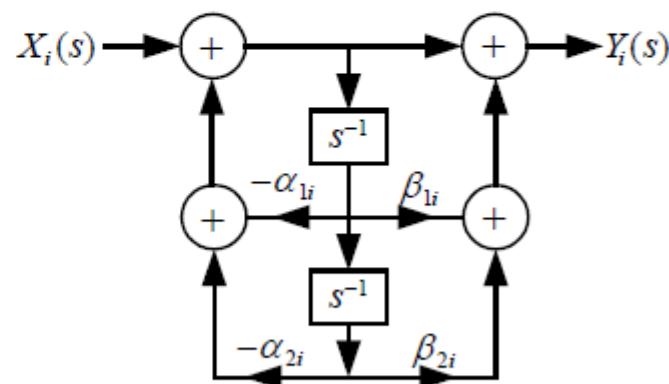
(a) 离散时间一阶系统



(b) 连续时间一阶系统



(c) 离散时间二阶系统



(d) 连续时间二阶系统

离散或连续时间一阶和二阶因果系统函数的方框图表示

由如下方程描述的连续时间因果 LTI 系统，试画出其级联结构的方框图表示。

$$y^{(3)}(t) + 5y^{(2)}(t) + 8y^{(1)}(t) + 6y(t) = 3x^{(1)}(t) - 3x(t)$$

解：由(7.1.10)式，该因果 LTI 系统的系统函数为

$$H(s) = \frac{3s - 3}{s^3 + 5s^2 + 8s + 6} = \frac{3(s - 1)}{(s^2 + 2s + 2)(s + 3)}$$

该系统有一对一阶共轭复极点 $-1 \pm j$ ，一个一阶实极点 -3 ，一个一阶实零点 1 ，故可写成

$$H(s) = 3 \cdot \frac{s^{-2}}{1 + 2s^{-1} + 2s^{-2}} \cdot \frac{1 - s^{-1}}{1 + 3s^{-1}} \quad (7.8.20)$$

该系统可由

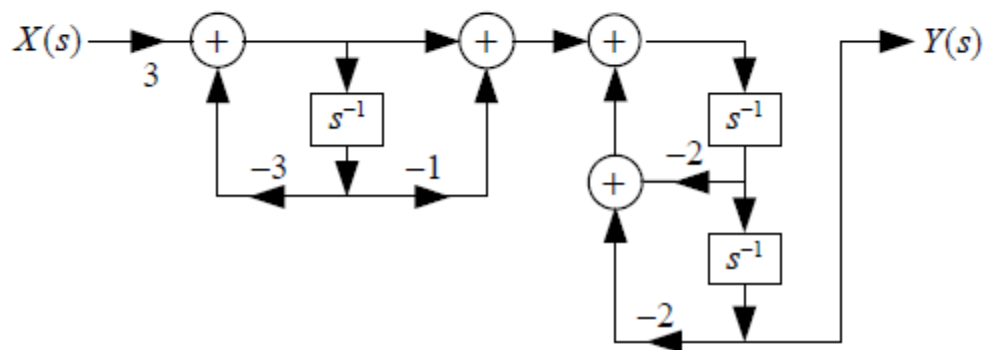
图 (a) 所示的一个一阶实系统、一个二阶实系统和一个数乘器级联构成。

由于是 LTI 系统，构成图 (a) 中三个系统级联的次序可以任意调换，得到该系统等效的其他级联结构或方框图表示。

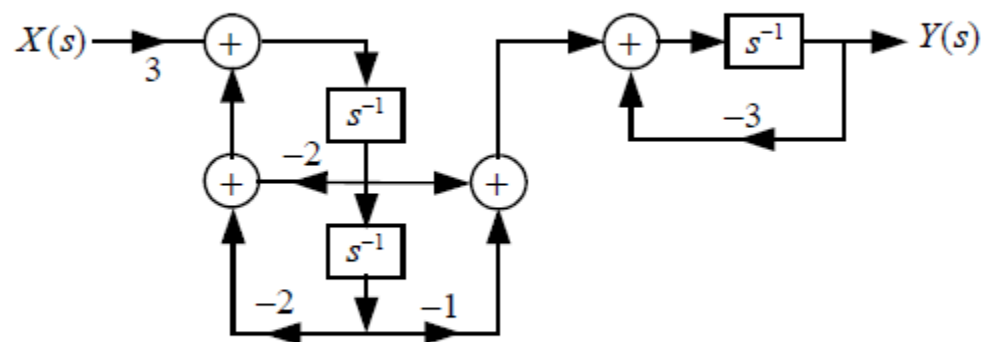
此外，本例的 $H(s)$ 还可写成

$$H(s) = 3 \frac{s^{-1} - s^{-2}}{1 + 2s^{-1} + 2s^{-2}} \frac{s^{-1}}{1 + 3s^{-1}} \quad (7.8.21)$$

又会得到如图 (b) 这样的另一种级联结构的方框图表示



(a) 按照(7.8.20)式实现的级联结构



(b) 按照(7.8.21)式实现的级联结构

连续时间因果 LTI 系统级联实现的方框图表示

9.8 有理函数表示的LTI系统级联和 并联实现结构

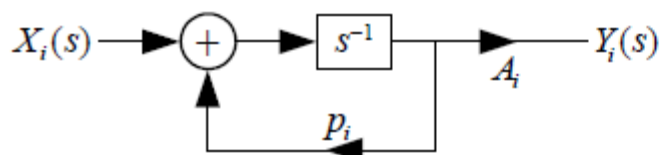
◇ 并联型实现结构

$$H(s) = \frac{b_N}{a_N} + \sum_{i=1}^r \frac{\gamma_{1i}s^{-1} + \gamma_{2i}s^{-2}}{1 + \alpha_{1i}s^{-1} + \alpha_{2i}s^{-2}} + \sum_{i=1}^{N-2r} \frac{A_i s^{-1}}{1 - p_i s^{-1}}$$
$$H(z) = \frac{b_0}{a_0} + \sum_{i=1}^r \frac{\gamma_{0i} + \gamma_{1i}z^{-1}}{1 + \alpha_{1i}z^{-1} + \alpha_{2i}z^{-2}} + \sum_{i=1}^{N-2r} \frac{B_i}{1 - p_i z^{-1}}$$

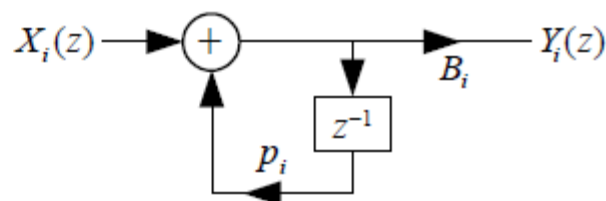
9.8 有理函数表示的LTI系统并联实现结构

$$H_{1i}(s) = \frac{A_i s^{-1}}{1 - p_i s^{-1}} \quad \text{或} \quad H_{1i}(z) = \frac{B_i}{1 - p_i z^{-1}}$$

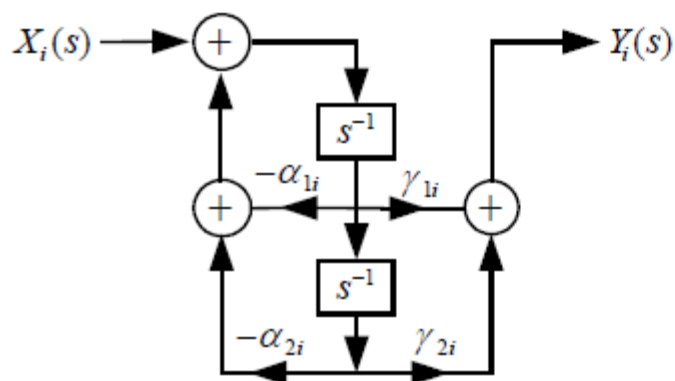
$$H_{2i}(s) = \frac{\gamma_{1i} s^{-1} + \gamma_{2i} s^{-2}}{1 + \alpha_{1i} s^{-1} + \alpha_{2i} s^{-2}} \quad \text{或} \quad H_{2i}(z) = \frac{\gamma_{0i} + \gamma_{1i} z^{-1}}{1 + \alpha_{1i} z^{-1} + \alpha_{2i} z^{-2}}$$



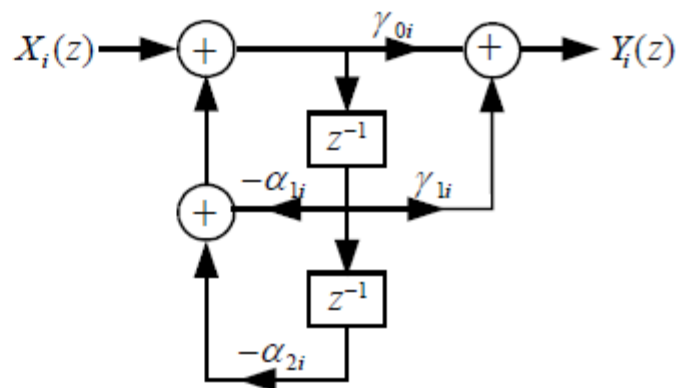
(a) (7.8.30)式的连续时间一阶系统



(b) (7.8.30)式的离散时间一阶系统



(c) (7.8.31)式的连续时间二阶系统



(d) (7.8.31)式的离散时间二阶系统

并联实现结构中的连续或离散时间一阶和二阶系统的方框图

用如下差分方程表示的离散时间因果 LTI 系统，试画出它的并联结构方框图。

$$y[n] - (1/3)y[n-1] - (1/4)y[n-2] + (1/12)y[n-3]$$

$$= 14x[n] + (8/3)x[n-1] - (67/12)x[n-2] - (1/2)x[n-3] + (1/2)x[n-4]$$

解：该离散时间因果 LTI 系统的系统函数为 $H(z) = \frac{14 + (8/3)z^{-1} - (67/12)z^{-2} - (1/2)z^{-3} + (1/2)z^{-4}}{1 - (1/3)z^{-1} - (1/4)z^{-2} + (1/12)z^{-3}}$ ，

按照多项式长除法，可以得到

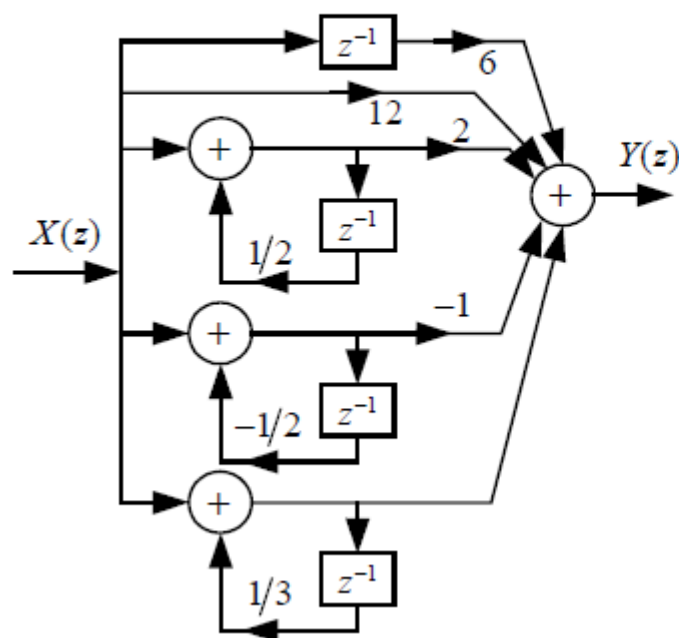
$$H(z) = 6z^{-1} + 12 + \frac{2 + (2/3)z^{-1} - (7/12)z^{-2}}{(1 - \frac{1}{2}z^{-1})(1 + \frac{1}{2}z^{-1})(1 - \frac{1}{3}z^{-1})}$$

利用部分分式展开法，上式可以展开成

$$H(z) = 6z^{-1} + 12 + \frac{2}{1 - \frac{1}{2}z^{-1}} + \frac{-1}{1 + \frac{1}{2}z^{-1}} + \frac{1}{1 - \frac{1}{3}z^{-1}} \quad (7.8.32)$$

可以画出该系统并联结构的方框图，如图所示。

在(7.8.32)式中的 $6z^{-1}$ 项表示由数乘器和单位延时 z^{-1} 级联构成的一个并联支路。

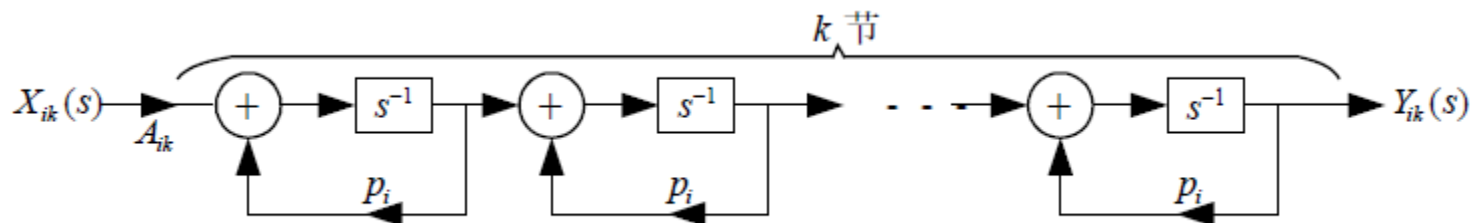


9.8 有理函数表示的LTI系统级联和 并联实现结构

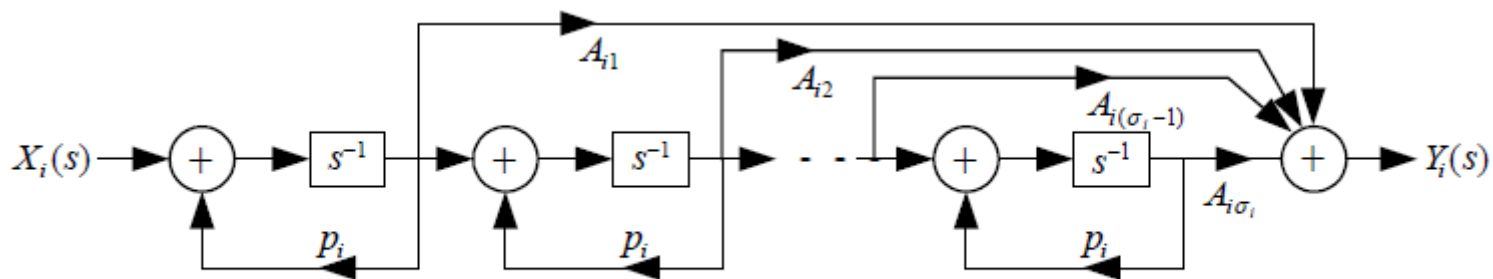
◆ $H(s)$ 、 $H(z)$ 分母多项式有重根（高阶极点）

$$H_i(s) = \sum_{k=1}^{\sigma_i} A_{ik} \left(\frac{s^{-1}}{1 - p_i s^{-1}} \right)^k$$

$$H_{ik}(s) = A_{ik} \left(\frac{s^{-1}}{1 - p_i s^{-1}} \right)^k$$



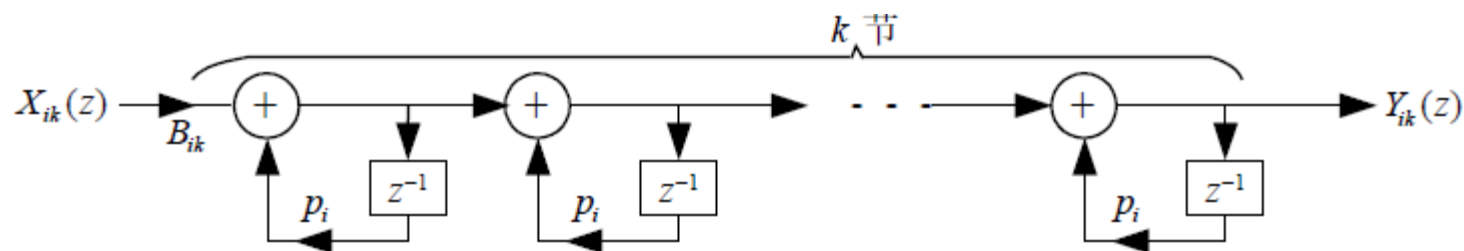
(a) $H_{ik}(s)$ 的级联实现



$H_i(s)$ 的级联/并联结构方框图表示

$$H_i(z) = \sum_{k=1}^{\sigma_i} \frac{B_{ik}}{(1 - p_i z^{-1})^k}$$

$$H_{ik}(z) = \frac{B_{ik}}{(1 - p_i z^{-1})^k}$$



(b) $H_{ik}(z)$ 的级联实现

参照前面 $H_i(s)$, $H_i(z)$ 可以用类似的离散时间级联/并联结构实现。

作业

- 8.16
- 8.17
- 8.26 b) d)
- 8.27 e) g)
- 8.33
- 8.39
- 8.41