周期信号.

CFS. $\tilde{x}(t)=\sum_{k=-\infty}^{+\infty}F_k e^{jk\frac{2\pi}{T}t}$

$F_k=\frac{1}{T}\int_{<T>}\tilde{x}(t)e^{-jk\frac{2\pi}{T}t}$

DFS $\tilde{x}[n]=\sum_{k\in<N>}\tilde{F}_k e^{jk\frac{2\pi}{N}n}$

$\tilde{F}_k=\frac{1}{N}\sum_{n\in<N>}\tilde{x}[n]e^{-jk\frac{2\pi}{N}n}$

$\tilde{y}(t)=\tilde{x}(t)*h(t)$ $\quad\tilde{y}[n]=\tilde{x}[n]*h[n]$

$\tilde{x}(t)=\sum_{k=-\infty}^{+\infty}F_k e^{jk\omega_0 t}$ $\quad\tilde{x}[n]=\sum_{k\in<N>}\tilde{F}_k e^{jk\Omega_0 n}$

$\tilde{y}(t)=\sum_{k=-\infty}^{+\infty}F_k H(k\omega_0)e^{jk\omega_0 t}$

$\tilde{y}[n]=\sum_{k\in<N>}\tilde{F}_k\tilde{H}(k\Omega_0)e^{jk\Omega_0 n}$

非周期信号.

CFT $F(\omega)=\int_{-\infty}^{+\infty}f(t)e^{-j\omega t}dt$

$f(t)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}F(\omega)e^{j\omega t}d\omega$

DTFT $\tilde{F}(\Omega)=\sum_{n=-\infty}^{+\infty}f[n]e^{-j\Omega n}$

$f[n]=\frac{1}{2\pi}\int_{<2\pi>}\tilde{F}(\Omega)e^{j\Omega n}d\Omega$.

周期信号的 Fourier 变换.

$\tilde{x}(t)=\sum_{k=-\infty}^{+\infty}F_k e^{jk\omega_0 t}\longrightarrow X(\omega)=2\pi\sum_{k=-\infty}^{+\infty}F_k\delta(\omega-k\omega_0)$

$\tilde{x}[n]=\sum_{k\in<N>}\tilde{F}_k e^{jk\frac{2\pi}{N}n}\longrightarrow\tilde{X}(\Omega)=2\pi\sum_{k=-\infty}^{+\infty}\tilde{F}_k\delta(\Omega-k\Omega_0)$

Laplace 变换和 z 变换

$F(s)=\int_{-\infty}^{+\infty}f(t)e^{-st}dt$

$F(z)=\sum_{n=-\infty}^{+\infty}f[n]z^{-n}$.

1. 时域卷积.

$x(t)*h(t)\xleftrightarrow{L}X(s)H(s)$. $ROC\supset(R_x\cap R_H)$

$x[n]*h[n]\xleftrightarrow{z}X(z)H(z)$ $ROC\supset(R_x\cap R_H)$.

$x(t)*h(t)\xleftrightarrow{CFT}X(\omega)H(\omega)$

$x[n]*h[n]\xleftrightarrow{DTFT}\tilde{X}(\Omega)\tilde{H}(\Omega)$

2. 频域卷积.

$x(t)p(t)\xleftrightarrow{CFT}\frac{1}{2\pi}X(\omega)*P(\omega)$

$x[n]p[n]\xleftrightarrow{DTFT}\frac{1}{2\pi}\tilde{X}(\Omega)\circledast\tilde{P}(\Omega)$

3. 时移.

$f(t-t_0)\xleftrightarrow{L}F(s)e^{-st_0}$ R_F

$f[n-n_0]\xleftrightarrow{z}F(z)z^{-n_0}$ R_F

$f(t-t_0)\xleftrightarrow{CFT}F(\omega)e^{-j\omega t_0}$

$f[n-n_0]\xleftrightarrow{DTFT}\tilde{F}(\Omega)e^{-j\Omega n_0}$

4. 频移

$e^{j\omega_0 t}f(t)\xleftrightarrow{CFT}F(\omega-\omega_0)$

$e^{j\Omega_0 n}f(n)\xleftrightarrow{DTFT}\tilde{F}(\Omega-\Omega_0)$

$e^{s_0 t}f(t)\xleftrightarrow{L}F(s-s_0)$ $ROC=R_F+Re\{s_0\}$

$z_0^n f[n]\xleftrightarrow{z}F(\frac{z}{z_0})$. $ROC=|z_0|R_F$

5. 时域微分和差分.

$f'(t)\xleftrightarrow{L}sF(s)$ $ROC\supset R_F$

$\Delta f[n]=f[n]-f[n-1]\xleftrightarrow{z}(1-z^{-1})F(z)$.

$f'(t)\xleftrightarrow{CFT}j\omega F(\omega)$

$\Delta f[n]\xleftrightarrow{DTFT}(1-e^{-j\Omega})\tilde{F}(\Omega)$

时域积分和累加.

$\int_{-\infty}^{t}f(\tau)d\tau\xleftrightarrow{L}\frac{F(s)}{s}$ $ROC\supset[R_F\cap Re\{s\}>0]$

$\sum_{m=-\infty}^{n}f[m]\xleftrightarrow{z}\frac{F(z)}{1-z^{-1}}$ $ROC\supset[R_F\cap(|z|>1)]$.

$\int_{-\infty}^{t}f(\tau)d\tau\xleftrightarrow{CFT}\frac{F(\omega)}{j\omega}+\pi F(0)\delta(\omega)$

$\sum_{m=-\infty}^{n}f[m]\xleftrightarrow{DTFT}\frac{\tilde{F}(\Omega)}{1-e^{-j\Omega}}+\pi\tilde{F}(0)\sum_{l=-\infty}^{\infty}\delta(\Omega-2\pi l)$

6. 频域和复频域微分.

$-tf(t)\xleftrightarrow{L}\frac{dF(s)}{ds}$ $ROC=R_F$

$-nf[n]\xleftrightarrow{z}z\frac{dF(z)}{dz}$ $ROC=R_F$.

$-jtf(t)\xleftrightarrow{CFT}\frac{dF(\omega)}{d\omega}$

$-jnf[n]\xleftrightarrow{DTFT}\frac{d\tilde{F}(\Omega)}{d\Omega}$.

7. 频域积分.

$\frac{f(t)}{-jt}+\pi f(0)\delta(t)\xleftrightarrow{CFT}\int_{-\infty}^{\omega}F(\sigma)d\sigma$.

$\frac{f(t)}{-jt}\xleftrightarrow{CFT}\int_{-\infty}^{\omega}F(\sigma)d\sigma$. $\int_{-\infty}^{\infty}F(\sigma)d\sigma=0$

$\frac{f[n]}{-jn}\xleftrightarrow{DTFT}\int_{-\infty}^{\Omega}\tilde{F}(\sigma)d\sigma$ $\int_{<2\pi>}\tilde{F}(\sigma)d\sigma=0$

8. 尺度变换.

$x(at)\xleftrightarrow{CFT}\frac{1}{|a|}X(\frac{\omega}{a})$

$x(at)\xleftrightarrow{L}\frac{1}{|a|}X(\frac{s}{a})$. aR_x.

9. 帕什瓦尔定理.

$\int_{-\infty}^{+\infty}|x(t)|^2dt=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}|X(\omega)|^2d\omega$

$\sum_{n=-\infty}^{+\infty}|x[n]|^2=\frac{1}{2\pi}\int_{<2\pi>}|\tilde{X}(\Omega)|^2d\Omega$.

10. 维纳-辛钦公式

$$R_x(t) \xleftrightarrow{CFT} \lim_{T\to\infty} \frac{1}{2T} |X_{2T}(w)|^2$$

$$R_x[n] \xleftrightarrow{DTFT} \lim_{N\to\infty} \frac{1}{2N+1} |\tilde{X}_{2N+1}(\Omega)|^2$$

11. 对偶性.

$$f(t) \xleftrightarrow{CFT} g(w) \text{ 则 } g(t) \xleftrightarrow{CFT} 2\pi f(-w)$$

$$\tilde{x}[n] \xleftrightarrow{DFS} \tilde{F}_k \text{ 或 } F[k].$$

$$\text{则 } \tilde{F}[n] \xleftrightarrow{DFS} \frac{1}{N} \tilde{x}[-k].$$

1. $\tilde{x}(t)=\sum_{l=-\infty}^{+\infty} r_\tau(t-lT)$ $r_\tau(t)=\begin{cases}1 & |t|<\frac{\tau}{2}\\ 0 & |t|>\frac{\tau}{2}\end{cases}$

$F_k=\frac{\tau}{T}Sa\left(\frac{k\omega_0\tau}{2}\right)$ $\omega_0=\frac{2\pi}{T}$ $Sa(x)=\frac{\sin x}{x}$

$\tilde{x}(t)=\frac{\tau}{T}\sum_{k=-\infty}^{+\infty}Sa\left(\frac{k\omega_0\tau}{2}\right)e^{jk\omega_0 t}$

$\tilde{x}[n]=\sum_{l=-\infty}^{+\infty} r_{2N_1+1}[n-lN]$ $r_{2N_1+1}[n]=\begin{cases}1 & |n|\le N_1\\ 0 & |n|>N_1\end{cases}$

$\tilde{F}_k=\frac{1}{N}Sad\left(\frac{k\Omega_0}{2},2N_1+1\right)$

$=\frac{1}{N}\frac{\sin[k\Omega_0(2N_1+1)/2]}{\sin(k\Omega_0/2)}$ $\Omega_0=\frac{2\pi}{N}$.

$Sad(x,m)=\frac{\sin mx}{\sin x}$

2、$\delta(t)\xleftrightarrow{CFT}1$ $\delta[n]\xleftrightarrow{DTFT}1$.

$e^{-at}u(t)\xleftrightarrow{CFT}\frac{1}{a+j\omega}$ $Re\{a\}>0$

$a^n u[n]\xleftrightarrow{DTFT}\frac{1}{1-ae^{-j\Omega}}$ $0<|a|<1$.

3. $r_\tau(t)=\begin{cases}0 & |t|>\frac{\tau}{2}\\ 1 & |t|<\frac{\tau}{2}\end{cases}$

$R_\tau(\omega)=\tau\frac{\sin(\omega\tau/2)}{\omega\tau/2}=\tau Sa\left(\frac{\omega\tau}{2}\right)$

$r_{2N_1+1}[n]=\begin{cases}1 & |n|\le N_1\\ 0 & |n|>N_1\end{cases}$

$\tilde{R}_{2N_1+1}(\Omega)=\sum_{n=-N_1}^{N_1}e^{-j\Omega n}=\begin{cases}\frac{\sin[\Omega(2N_1+1)/2]}{\sin(\Omega/2)} & \Omega\ne 2\pi l\\ 2N_1+1 & \Omega=2\pi l\end{cases}$

4. $f(t)=\frac{W}{\pi}Sa(Wt)=\frac{\sin(Wt)}{\pi t}$.

$F(\omega)=\begin{cases}1 & |\omega|<W\\ 0 & |\omega|>W\end{cases}$.

$f[n]=\frac{W}{\pi}Sa(Wn)=\frac{\sin(Wn)}{\pi n}$

$F(\Omega)=\begin{cases}1 & 2\pi l-W<\Omega<2\pi l+W\\ 0 & 2\pi l+W<\Omega<2(l+1)\pi-W\end{cases}$

5. $\delta(\omega)\xrightarrow{F^{-1}}\frac{1}{2\pi}$.

$\tilde{\delta}_{2\pi}(\Omega)=\sum_{m=-\infty}^{\infty}\delta(\Omega-2m\pi)\xrightarrow{F^{-1}}\frac{1}{2\pi}$.

6. $e^{j\omega_0 t}\xleftrightarrow{CFT}2\pi\delta(\omega-\omega_0)$

$e^{j\Omega_0 n}\xleftrightarrow{DTFT}2\pi\sum_{m=-\infty}^{+\infty}\delta(\Omega-\Omega_0-2m\pi)$.

7. $\tilde{\delta}_T(t)=\sum_{n=-\infty}^{+\infty}\delta(t-nT)\xleftrightarrow{CFT}\omega_0\tilde{\delta}_{\omega_0}(\omega)$

$\tilde{\delta}_N[n]=\sum_{l=-\infty}^{+\infty}\delta[n-lN]\xleftrightarrow{DTFT}\Omega_0\tilde{\delta}_{\Omega_0}[n]$

8. $\delta^{(k)}(t)\xleftrightarrow{CFT}(j\omega)^k$

$\Delta^k\delta[n]\xleftrightarrow{DTFT}(1-e^{-j\Omega})^k$

$u(t)\xleftrightarrow{CFT}\pi\delta(\omega)+\frac{1}{j\omega}$

$u[n]\xleftrightarrow{DTFT}\frac{1}{1-e^{-j\Omega}}+\pi\sum_{k=-\infty}^{+\infty}\delta(\Omega-2\pi k)$.

1、$f(t)=e^{-at}u(t)$

$F(s)=\frac{1}{s+a}$ $Re\{s\}>Re\{a\}$

$f[n]=a^n u[n]$

$F(z)=\frac{z}{z-a}$ $|z|>|a|$

2. $\delta(t)\xleftrightarrow{L}1$ 整个s平面

$\delta[n]\xleftrightarrow{Z}1$ 整个z平面

$u(t)\xleftrightarrow{L}\frac{1}{s}$ $Re\{s\}>0$

$u[n]\xleftrightarrow{Z}\frac{1}{1-z^{-1}}$ $|z|>1$

3. $-e^{-at}u(-t)\xleftrightarrow{L}\frac{1}{s+a}$ $Re\{s\}<Re\{a\}$

$-a^n u[-n-1]\xleftrightarrow{Z}\frac{1}{1-az^{-1}}$ $|z|<|a|$

4. $\cos\omega_0 t\xleftrightarrow{CFT}\pi[\delta(\omega+\omega_0)+\delta(\omega-\omega_0)]$

$\sin\omega_0 t\xleftrightarrow{CFT}j\pi[\delta(\omega+\omega_0)-\delta(\omega-\omega_0)]$

$\cos\omega_0 t\,u(t)\xleftrightarrow{L}\frac{s}{s^2+\omega_0^2}$

$\sin\omega_0 t\,u(t)\xleftrightarrow{L}\frac{\omega_0}{s^2+\omega_0^2}$ $Re\{s\}>0$.

$\cos\Omega_0 n\,u[n]\xleftrightarrow{Z}\frac{1-(\cos\Omega_0)z^{-1}}{1-2(\cos\Omega_0)z^{-1}+z^{-2}}$ $|z|>1$

$\sin\Omega_0 n\,u[n]\xleftrightarrow{Z}\frac{(\sin\Omega_0)z^{-1}}{1-2(\cos\Omega_0)z^{-1}+z^{-2}}$ $|z|>1$

1. $\delta(t)\xleftrightarrow{CFT}1$ $1\xleftrightarrow{CFT}2\pi\delta(\omega)$

2. 90°相移器.

$h(t)=\begin{cases}\frac{1}{\pi t} & t\ne 0\\ 0 & t=0\end{cases}\xleftrightarrow{CFT}H(\omega)=-j\,\mathrm{sgn}(\omega)$

3. $x(t)=\frac{W}{\pi}Sa(Wt)$

$X(\omega)=\begin{cases}1 & |\omega|<W\\ 0 & |\omega|>W\end{cases}$