

3.3 二叉树的遍历

二叉树的遍历

(1) 先序遍历

遍历过程为:

- ① 访问根结点;
- ② 先序遍历其左子树;
- ③ 先序遍历其右子树。

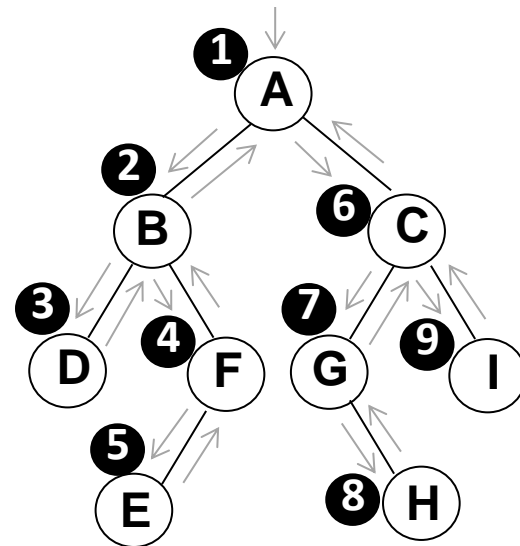
A (B D F E) (C G H I)

根 左子树 右子树

先序遍历=> A B D F E C G H I

递归实现

```
void PreOrderTraversal( BinTree BT )
{
    if( BT ) {
        printf("%d", BT->Data);
        PreOrderTraversal( BT->Left );
        PreOrderTraversal( BT->Right );
    }
}
```



(2) 中序遍历

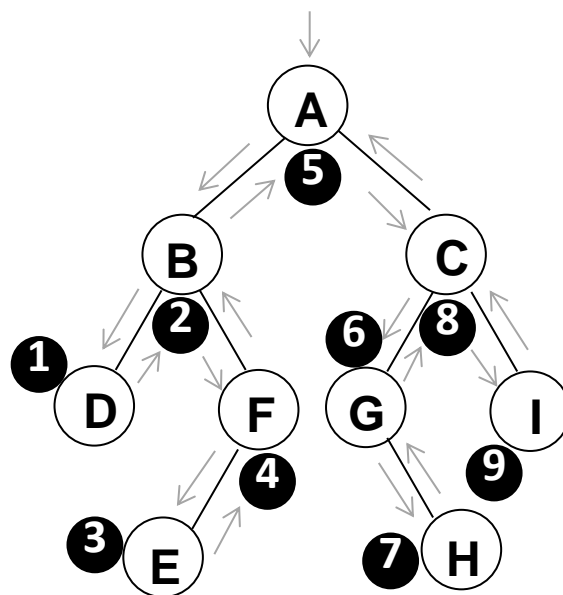
遍历过程为:

- ① 中序遍历其左子树;
- ② 访问根结点;
- ③ 中序遍历其右子树。

(D B E F) A (G H C I)

中序遍历=> D B E F A G H C I

```
void InOrderTraversal( BinTree BT )
{
    if( BT ) {
        InOrderTraversal( BT->Left );
        printf("%d", BT->Data);
        InOrderTraversal( BT->Right );
    }
}
```



(3) 后序遍历

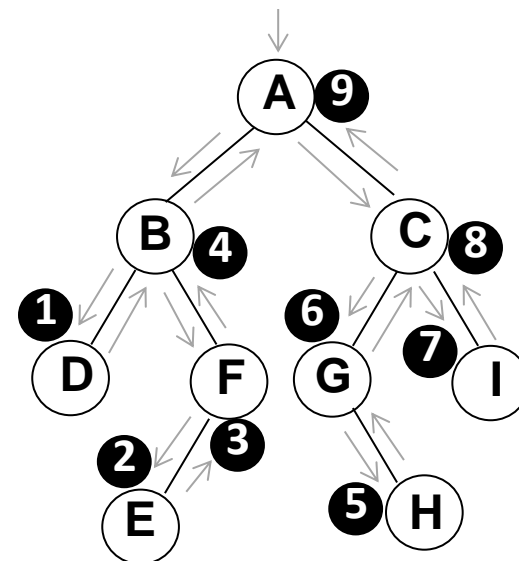
遍历过程为:

- ① 后序遍历其左子树;
- ② 后序遍历其右子树;
- ③ 访问根结点。

(D E F B) (H G I C) A

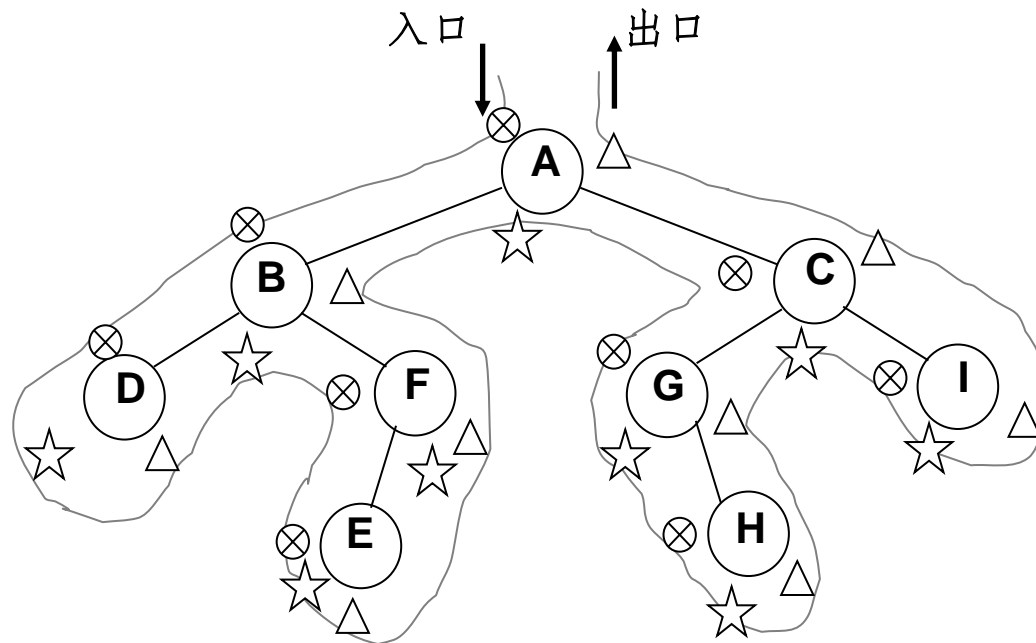
后序遍历=> D E F B H G I C A

```
void PostOrderTraversal( BinTree BT )
{
    if( BT ) {
        PostOrderTraversal( BT->Left );
        PostOrderTraversal( BT->Right );
        printf("%d", BT->Data);
    }
}
```



❖ 先序、中序和后序遍历过程：遍历过程中经过结点的路线一样，只是访问各结点的时机不同。

❖ 图中在从入口到出口的曲线上用⊗、☆ 和△三种符号分别标记出了先序、中序和后序访问各结点的时刻

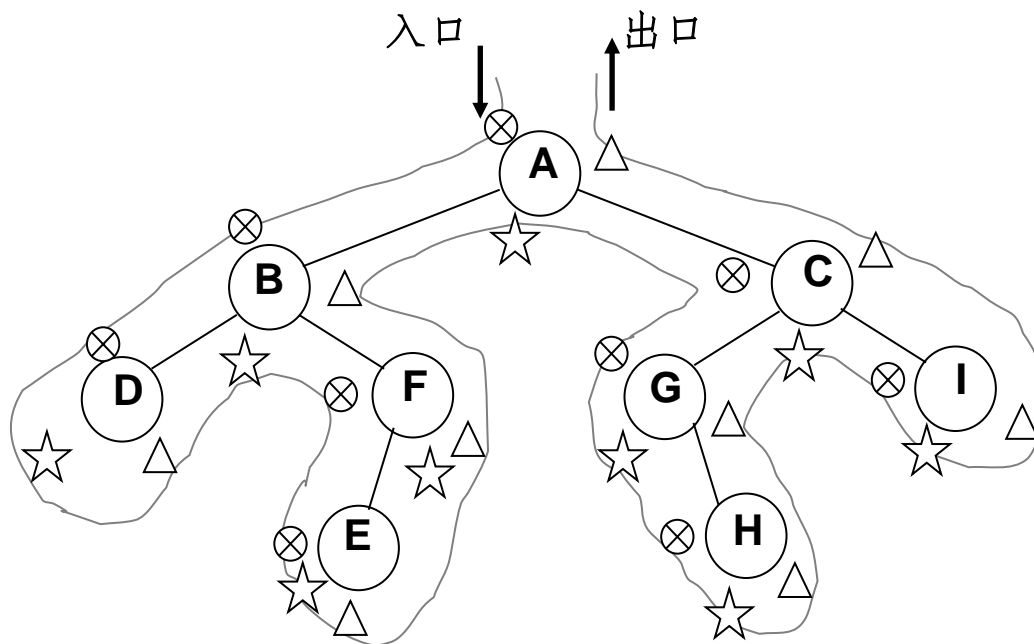


二叉树的非递归遍历

直接用堆栈实现, 不用递归

❖ 中序遍历非递归遍历算法

非递归算法实现的基本思路：使用堆栈



❖ 中序遍历非递归遍历算法

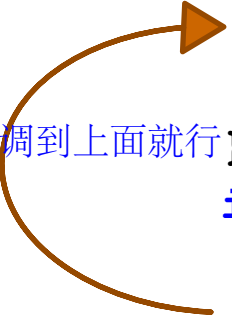
- 遇到一个结点，就把它压栈，并去遍历它的左子树；
- 当左子树遍历结束后，从栈顶弹出这个结点并访问它；
- 然后按其右指针再去中序遍历该结点的右子树。

```
void InOrderTraversal( BinTree BT )
{
    BinTree T=BT;
    Stack S = CreatStack( MaxSize ); /*创建并初始化堆栈S*/
    while( T || !IsEmpty(S) ){
        while(T) { /*一直向左并将沿途结点压入堆栈*/
            Push(S,T);
            T = T->Left;
        }
        if (!IsEmpty(S)) {
            T = Pop(S); /*结点弹出堆栈*/
            printf("%5d", T->Data); /*（访问）打印结点*/
            T = T->Right; /*转向右子树*/
        }
    }
}
```

❖ 先序遍历的非递归遍历算法？

```
void InOrderTraversal( BinTree BT )
{
    BinTree T = BT;
    Stack S = CreatStack( MaxSize ); /*创建并初始化堆栈s*/
    while( T || !IsEmpty(S) ){
        while(T) { /*一直向左并将沿途结点压入堆栈*/
            Push(S, T); /*第一次碰到*/
            T = T->Left;
        }
        printf("%d", T->Data); /*第二次碰到*/
        T = Pop(S); /*结点弹出堆栈*/
        T = T->Right; /*转向右子树*/
    }
}
```

printf() 调到上面就行



❖ 后序遍历非递归遍历算法？

层序遍历

本质:如何将二维结构变成一个一维的线性序列的过程

二叉树遍历的核心问题: **二维结构的线性化**

- 从结点访问其左、右儿子结点
- 访问左儿子后,右儿子结点怎么办?
 - 需要一个存储结构保存暂时不访问的结点
 - 存储结构:堆栈、队列

堆栈 保存的是自己或者是右儿子

队列 保存的是右儿子

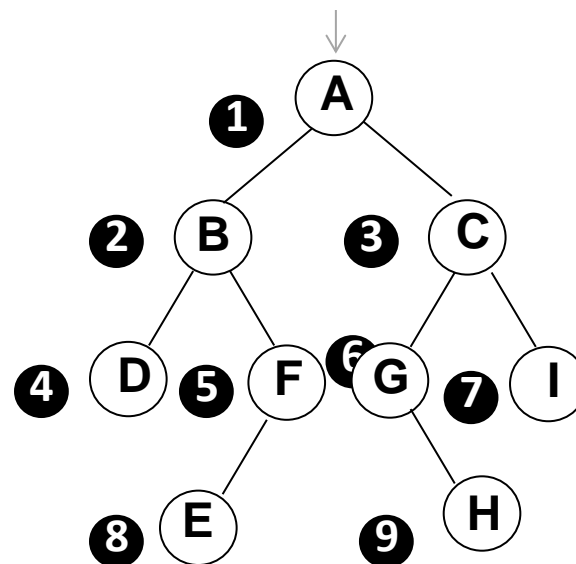
层序遍历

❖ **队列实现**：遍历从根结点开始，首先将**根结点入队**，然后开始执行循环：结点出队、访问该结点、其左右儿子入队

A B C D F G I E H

层序遍历 => A B C D F G I E H

序列的特征：一层一层访问



层序基本过程：先根结点入队，然后：

- ① 从队列中取出一个元素；
- ② 访问该元素所指结点；
- ③ 若该元素所指结点的左、右孩子结点非空，则将其左、右孩子的指针顺序入队。

```
void LevelOrderTraversal ( BinTree BT )
{
    Queue Q;  BinTree T;
    if ( !BT ) return; /* 若是空树则直接返回 */
    Q = CreatQueue( MaxSize ); /*创建并初始化队列Q*/
    AddQ( Q, BT );
    while ( !IsEmptyQ( Q ) ) {
        T = DeleteQ( Q );
        printf("%d\n", T->Data); /*访问取出队列的结点*/
        if ( T->Left ) AddQ( Q, T->Left );
        if ( T->Right ) AddQ( Q, T->Right );
    }
}
```

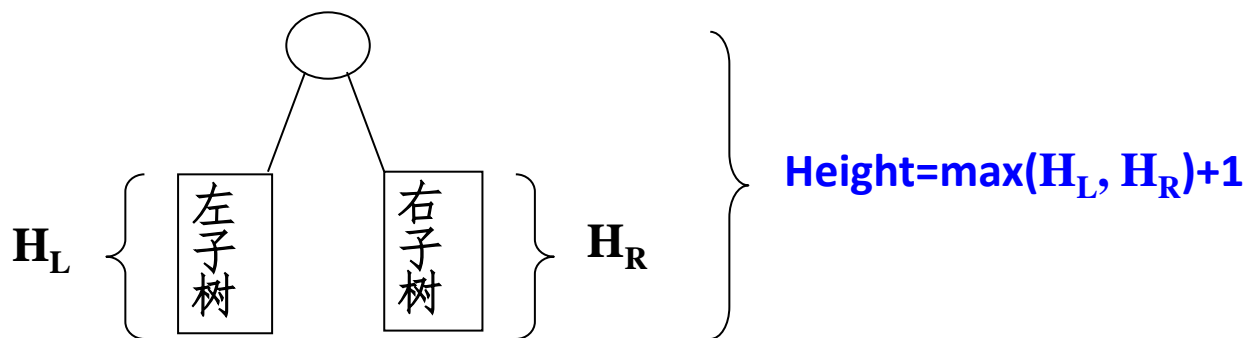
【例】遍历二叉树的应用：输出二叉树中的叶子结点。

□ 在二叉树的遍历算法中增加检测结点的“左右子树是否都为空”。

```
void PreOrderPrintLeaves( BinTree BT )
{
    if( BT ) {
        if ( !BT-Left && !BT->Right )
            printf("%d", BT->Data );
        PreOrderPrintLeaves ( BT->Left );
        PreOrderPrintLeaves ( BT->Right );
    }
}
```

【例】求二叉树的高度。

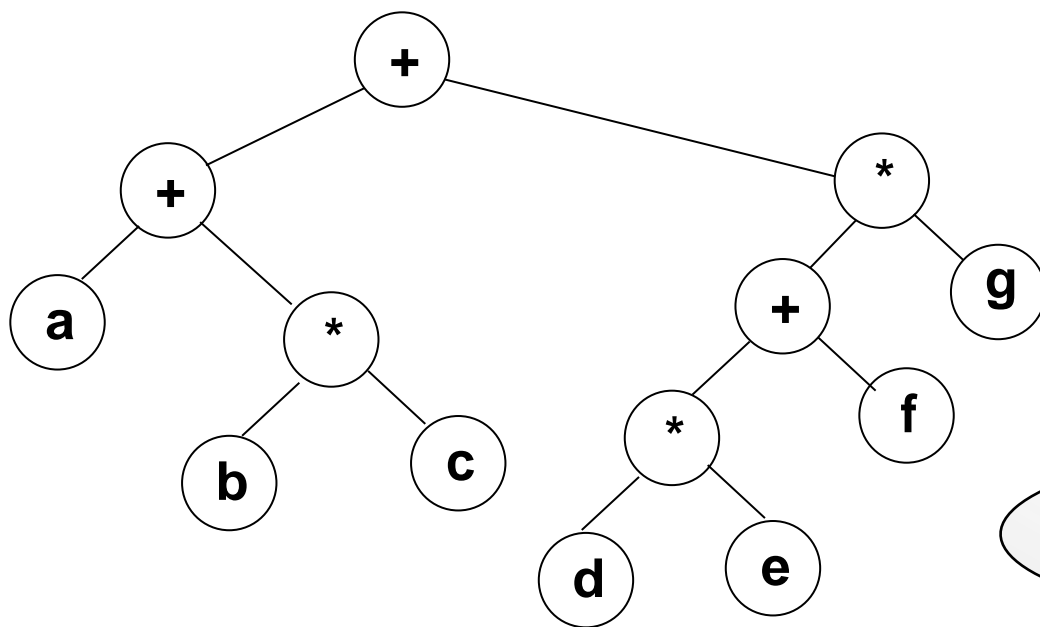
改造后续遍历的程序



```
int PostOrderGetHeight( BinTree BT )
{
    int HL, HR, MaxH;
    if( BT ) {
        HL = PostOrderGetHeight(BT->Left); /*求左子树的深度*/
        HR = PostOrderGetHeight(BT->Right); /*求右子树的深度*/
        MaxH = (HL > HR) ? HL : HR; /*取左右子树较大的深度*/
        return ( MaxH + 1 ); /*返回树的深度*/
    }
    else return 0; /* 空树深度为0 */
}
```

【例】 二元运算表达式树及其遍历

叶节点: 运算数
非叶节点: 运算符



中缀表达式会受到运算符优先级的影响

❖ 三种遍历可以得到三种不同的访问结果:

- 先序遍历得到前缀表达式: $++a*bc*+*defg$ 前缀表达式
- 中序遍历得到中缀表达式: $a+b*c+d*e+f*g$ 中缀表达式不准
- 后序遍历得到后缀表达式: $abc*+de*f+g*+$

解决中缀表达式不准的办法: 当你输出左子树的时候, 先输出左括号(, 左子树结束的时候再加上一个右括号)

【例】由两种遍历序列确定二叉树

已知三种遍历中的任意两种遍历序列，能否唯一确定一棵二叉树呢？

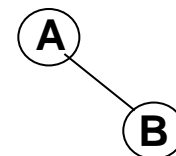
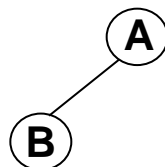
答案是：

必须要有中序遍历才行

没有中序的困扰：

➤ 先序遍历序列：A B

➤ 后序遍历序列：B A

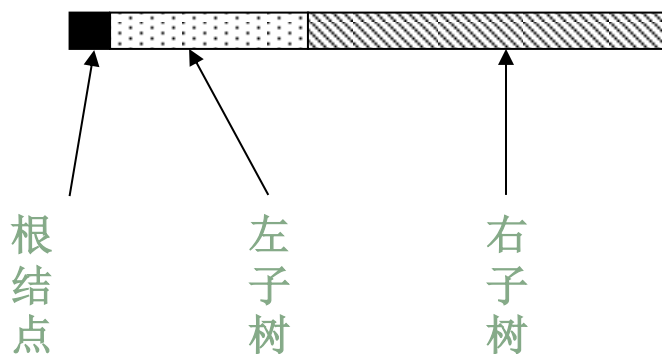


❖ 先序和中序遍历序列来确定一棵二叉树

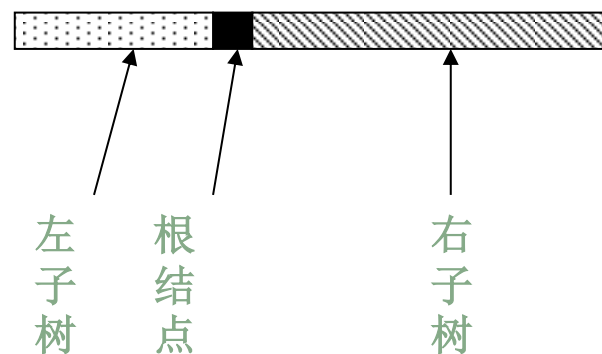
〔分析〕

- ◆ 根据先序遍历序列第一个结点确定根结点；
- ◆ 根据根结点在中序遍历序列中分割出左右两个子序列
- ◆ 对左子树和右子树分别递归使用相同的方法继续分解。

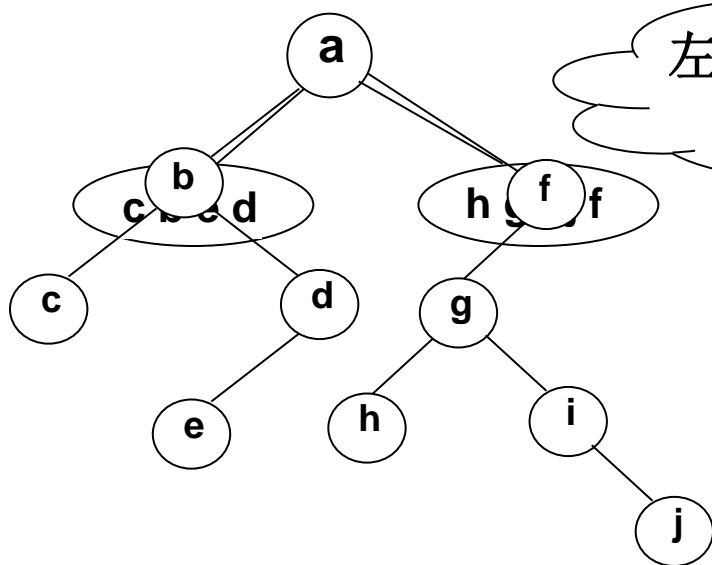
先序序列



中序序列



【例】 先序序列: a b c d e f g h i j
 中序序列: c b e d a h g i j f



左子树（或右子树）序列
不配套意味着什么？

❖ 类似地，后序和中序遍历序列也可以确定一棵二叉树。