

# 基于脊波变换的直线特征检测\*

侯 彪 刘 芳 焦李成

(西安电子科技大学雷达信号处理国家重点实验室, 西安 710071)

**摘要** 特征检测是图像处理中的重要问题, 其检测效果直接影响模式识别和分类. 基于脊波分析思想, 给出一种新的离散的局部脊波变换, 同时提出一种适合于方向性较强的图像中直线特征检测的新方法. 实验表明该方法是可行有效的.

**关键词** 直线特征检测 脊波变换 小波变换 Radon 变换

特征检测是图像处理和模式识别中首要解决的问题. 对于图像, 其构成元素就是点、线和面, 这 3 个基本特征的有效检测, 对于模式识别和模式匹配模型的简化起到重要的作用. 对于点模型, 小波分析<sup>[1~3]</sup> 体现出了优点, 小波在表示具有点奇异性的目标函数时是最优的基, 而在表示图像边缘(线)时, 小波基和 Fourier 基均不是最优基, 而边缘是图像的不连续性所在, 也即具有奇异性的地方. 对于直线模型(通常把曲线无限剖分, 每一小段近似为直线), 可用 Radon 变换<sup>[4]</sup> 和 Hough 变换<sup>[5]</sup> 来检测, 但对检测曲线, 复杂度会很高. 脊波<sup>[6,7]</sup> 正是为解决二维或更高维奇异性而产生的一种新的分析工具, 脊波以稳定的和固定的方式用一系列脊函数(基元素)的叠加来表示相当广泛的函数类. 在这些新的广泛的函数类上, 利用各种特殊的高维空间的不均匀性来模拟现实的信号. 本文在脊波分析的框架下, 提出了一种结合二进小波变换的局部脊波变换检测直线的新方法, 应用于方向性较强的图像获得了良好的检测效果.

## 1 连续脊波变换

脊波是应用现代调和分析的概念和方法, 并使用在小波分析和群展开理论中发展的技术, 来处理神经网络的构造问题. 脊波的理论框架工作是由 Candes<sup>[6]</sup> 和 Donoho<sup>[7]</sup> 完成的. 脊波的定义如下:

令  $\mathbf{y}: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  满足条件

$$K_{\mathbf{y}} = \int \frac{|\hat{\mathbf{y}}(\mathbf{x})|^2}{|\mathbf{x}|^d} d\mathbf{x} < \infty, \quad (1)$$

则  $\mathbf{y}$  称为容许神经激活函数( $d$  为空间的维数). 称由容许的  $\mathbf{y}$  产生的脊函数  $\mathbf{y}_g$  为脊波, 其中

$$\mathbf{y}_g(x) = a^{-1/2} \mathbf{y} \left( \frac{u \cdot x - b}{a} \right), \quad d \text{ 为维数, 参数 } g = (a, u, b) \text{ 属于神经元参数空间,}$$

$$\mathbf{G} = \{g = (a, u, b), a, b \in \mathbb{R}, a > 0, u \in S^{d-1}\}, \quad (2)$$

参数  $g = (a, u, b)$  中:  $a$  代表了脊波的尺度,  $u$  为脊波的方向,  $b$  为脊波的位置. 神经元参数空间  $\mathbf{G}$  中的度量  $m(dg)$  定义为  $m(dg) = s_d da/a^{d+1} du db$ , 其中  $s_d$  是维数为  $d$  的空间中的单位球  $S^{d-1}$  的表面面积,  $du$  为  $S^{d-1}$  上的一致概率度量.

对于任何  $f \in L^1 \cap L^2(\mathbb{R}^d)$ , 同小波一样也可以建立一个连续的重构公式:

$$f = c_{\mathbf{y}} \int \langle f, \mathbf{y}_g \rangle \mathbf{y}_g m(dg), \quad (3)$$

2002-06-06 收稿, 2002-08-19 收修改稿

\* 国家自然科学基金资助项目(批准号: 60073053, 60133010)

其中,  $c_\psi = \pi(2\pi)^{-d} K_\psi^{-1}$  是一个常数. 由脊波的容许神经激活条件出发, 定义了一个连续的脊波变换  $R(f)(g) = \langle f, y_g \rangle$ , 它是  $\mathbb{R}^d$  上的函数  $f(x)$  到具有脊波参数  $g = (a, u, b)$  的函数  $R(f)(g)$  的等距同构, 即

$$R: (L^1 \cap L^2(\mathbb{R}^d), dx) \rightarrow (L^2(\mathbb{R}^+ \otimes S^{d-1} \otimes \mathbb{R}), S_d da/a^{d+1} du db). \quad (4)$$

显然脊波  $y_g(x)$  是局部化在窄带  $\{x: |u \cdot x - b| < a\}$  上的, 脊波的横截面是一条类似于小波的曲线. 脊波沿着脊线是一条直线, 正是这样的几何结构使得脊波能有效地处理直线状和超平面状的奇异性.

## 2 脊波和小波及 Radon 变换的关系

设函数  $f(x)$  的 Radon 变换<sup>[6]</sup>为

$$R_u f(t) = \int_{x: u \cdot x = t} f(x) dx. \quad (5)$$

令  $R(f)(g) = \langle f, y_g \rangle$ , 则

$$R(f)(g) = \langle R_u f, y_{a,b} \rangle, \quad (6)$$

其中,  $y_{a,b}(t) = a^{-\frac{1}{2}} y(a(t-b))$ . 这样, 由脊波系数  $R(f)(g)$  提供的信息就是  $R_u f$  的一维小波系数, 即  $f$  的 Radon 变换. 因此, 脊波变换精确地是一维小波变换在函数的 Radon 变换的切片上的应用, 其中,  $u$  为方向,  $t$  是可变的参数.

由于 Radon 变换本身是沿超平面  $L_{(u,t)}$  的积分, 这里,

$$L_{(u,t)} = \{x \in \mathbb{R}^d: u \cdot x = t, u \in \mathbb{R}^d, |u|=1\}, \quad (7)$$

当  $d=2$  时,  $u = (\cos q, \sin q)$ ,  $L_{(u,t)} = L_{(q,t)}$  (图 1). 对于直线型的奇异性, Radon 变换在某一个方向  $u$  必定会和这种直线型的奇异性重合, 沿这个方向  $u$  上的直线积分后, 直线型的奇异性将转变为点状的奇异性 (即任给一个方向  $u$ , 一维参数  $t$  具有的奇异性), 高维的超平面的奇异性也将转化为点状的奇异性. 即: 在固定的方向  $u$  上,  $R_u f(t)$  具有 0 维的奇异性 (也即点状的奇异性), 而一维小波  $y_{a,b}(t)$  对于处理 0 维的奇异性表现出极好的效果. 等价地说, 脊波在处理  $d$  维直线奇异性时表现出极好的效果.

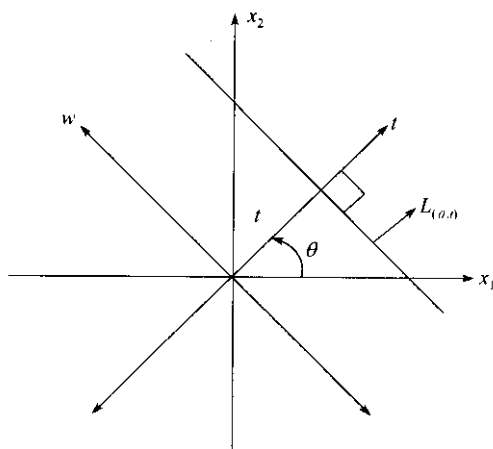


图 1 Radon 切片

## 3 图像的离散脊波变换

### 3.1 基于投影切片定理的 Radon 变换

由(5)式 Radon 变换的定义可以看出, 传统的 Radon 变换重构图像得到的是一个近似的逼近像, 其重构图像的质量很大程度上受 Radon 投影角度个数的影响, 因而会产生图像 Radon 分解的数据冗余性, 也即较好的重构图像需要更多的投影. 但对于直线的检测问题, 则需要定位直线的位置. 因

此, 基于文献[8]中的 Radon 变换, 本文给出一种简单的改进的基于投影切片定理的 Radon 变换的实现, 并能较为精确的重构原图像. 基本思路为, 设数字图像为  $f(m, n)$  ( $1 \leq m \leq p, 1 \leq n \leq p$ ):

(i) 2D-FFT, 计算  $f(m, n)$  的二维 Fourier 变换, 记为

$$\hat{f}(k, l), -p/2 \leq k \leq p/2 - 1, -p/2 \leq l \leq p/2 - 1.$$

(ii) 以  $\hat{f}(k, l)$  的中心为原点, 把矩形阵列变换到径向阵列, 共  $q$  个方向角度, 每个角度对应一个径向数组, 每个径向数组包含  $p$  个点,  $q = p, 2p, 3p, \dots$ , 这里取  $q$  为  $p$  的整数倍数是为了计算的精确性.

(iii) 对每个径向做 1D-IFFT, 结果记为  $f'(m, n)$ ,  $1 \leq m \leq q, 1 \leq n \leq p$ , 投影切片定理表明  $f'(m, n)$  即是  $f(m, n)$  的  $q$  方向上的 Radon 变换.

分析上面 3 步, 关键是第(ii)步: 矩形阵列变换到径向阵列, 变换的准确性将直接影响重构图像的质量. 文献[9]给出一种精确的插值, 但其计算复杂度高. 对于本文的直线检测来说, 只需准确定位直线的位置和长度, 同时也可提高角度分辨率, 即  $q$  可以变, 对于重构并没有要求. 因此, 本文给出一种利用双线性插值(最近邻域插值、双三次插值和样条插值)的矩形阵列到径向阵列的变换算法, 同时还可以使得方向  $q$  随意变化, 以获得高的重构逼近精度. 基本步骤如下:

(i) 对  $p \times p$  大小的图像  $f(m, n)$  做  $q \times q$  的二维 Fourier 变换, 结果记为  $\hat{f}(k, l)$ . 变换前, 先将  $f(m, n)$  扩展为  $q \times q$  大小的阵列, 即先对  $f(m, n)$  隔行补零, 然后再隔列补零.

(ii) 将  $f(m, n)$  变换到区间  $\left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right] \times \left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$ , 其大小为  $p \times p$ . 变换后  $\hat{f}(k, l)$  也为  $\left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right] \times \left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$ , 其大小为  $q \times q$ . 将  $\left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$  等分为  $q$  段, 记为  $\{l_i: i = 1, 2, \dots, q\}$ . 同时把  $[0, \pi]$  等分成  $q$  段对应  $q$  个方向角, 记为  $\{q_i: i = 1, 2, \dots, q\}$ , 求相应于第  $i \in \{1, 2, \dots, q\}$  个方向的径向坐标:

$$x_{ij} = l_i * \cos(q_j) / \sqrt{2}, i = 1, 2, \dots, q, j = 1, 2, \dots, q,$$

$$y_{ij} = l_i * \sin(q_j) / \sqrt{2}, i = 1, 2, \dots, q, j = 1, 2, \dots, q,$$

则  $\{(x_{ij}, y_{ij}): i = 1, 2, \dots, q, j = 1, 2, \dots, q\}$  构成了径向坐标阵列,  $(i, j)$  对表示角度为  $q_i$  的径向上的第  $j$  个点.

(iii) 设  $k = \left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right], l = \left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$ , 以  $k \times l$  为  $\hat{f}(k, l)$  已知坐标轴,  $\{(x_{ij}, y_{ij}): i = 1, 2, \dots, q, j = 1, 2, \dots, q\}$  为未知的插值坐标点. 利用二维插值方法求  $(x_{ij}, y_{ij})$  处的值, 本文采用双线性插值、最近邻域插值、双三次插值和样条插值 4 种方法<sup>[10]</sup> 分别计算, 以检测直线的准确性为标准, 实验证明双线性插值是一种比较好的方法, 记插值后的点为

$$\hat{f}'(k, l), k = 1, 2, \dots, q, l = 1, 2, \dots, q.$$

(iv) 对  $\hat{f}'(k, :)(k = 1, 2, \dots, q)$  做一维逆 Fourier 变换, 结果记为

$$\hat{f}''(m, n), m = 1, 2, \dots, q, n = 1, 2, \dots, q.$$

(v) 由前面(i) ~ (iv)可以看到, 本算法是对原图像隔行隔列补零后的阵列做变换, 变换后的结果相位发生了变化, 因此, 需对  $\hat{f}''(m, n)$  做相位时延校正. 定义二维离散脉冲函数

$$d(m, n) = \begin{cases} 1, & m = n = q/2 \\ 0, & m, n \neq q/2 \end{cases} \quad (m = 1, 2, \dots, q, n = 1, 2, \dots, q),$$

对  $d(m, n)$  执行(ii)~(iv)步, 结果记为  $d'(m, n)$ . 依据  $d'(m, n)$  的每个行向量最大值所对应的坐标位置对相应的  $f'(m, n)$  的行向量做校正, 结果记为  $R(k, l) (k=1, 2, \dots, q, l=1, 2, \dots, p)$ , 即  $f(m, n)$  的 Radon 变换.

上述算法, 对  $f(m, n)$  而言, 其中 Radon 变换的中心为  $\left(\frac{m}{2}, \frac{n}{2}\right)$ , 如图 1 所示, 其中  $x_1$  和  $x_2$

为原坐标轴,  $t$  和  $w$  为新坐标轴,  $t$  为 Radon 变换的径向距离,  $q$  为 Radon 变换的方向. Radon 方向如图 2 所示, 共  $q=8$  个方向, 每个方向  $p=4$  个点, 其中楔形格中的起始标号 1 对应水平位置, 角度的编号按逆时针排列.

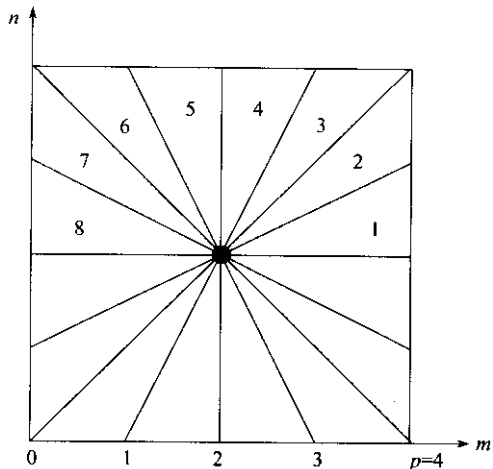


图 2 Radon 变换示意图( $p=4, q=8$ )

### 3.2 二进小波变换

设  $y(t)$  满足容许性条件的一个连续小波, 对其时域进行二进制离散, 称之为二进小波和二进小波变换<sup>[3]</sup>. 二进小波是满足稳定性条件的一种小波, 其变换结果能构成一个框架. 信号的奇异性及在该点的奇异性大小可以由信号的二进小波变换在该点的值随尺度参数变换的趋势而确定, 即当尺度参数趋于零时, 奇异点所对应的小波变换值将是局部最大值, 因而可以通过信号的二进小波变换测定信号的奇异性的大小和位置. 对于脊波变换, 通过 Radon 变换将图像的线性奇异性转化为点奇异性, 同时二进小

波变换的非抽取性质(即对变换以后的数据不进行下采样), 更能体现信号的本质特征, 尤其在信号去噪时, 保留了尽可能多的原始信号特性. 这里我们采用二次  $B$  样条小波, 其在边缘检测中得到了广泛的应用.

### 3.3 二维离散脊波变换

本节给出图像的二维离散脊波变换的一种连续小波变换的离散实现. 由脊波变换的定义(6)式知: 当方向固定时, 脊波变换实际上就是函数  $f(x)$  沿直线  $\{tu: t \in \mathbb{S}\}$  的积分再经小波变换后的结果. 当  $a=2, b=1$  时, 对一维小波而言, 脊波把频域划分成二进段. 对多维小波而言, 脊波把频域划分成二进冠, 如图 3 所示, 即把同心的圆环  $\{w: 2^j \leq |w| \leq 2^{j+1}\}$  按照脊波方向来分割, 每一块就是脊波的局部化区域, 随着尺度的增加, 这样的区域将越来越多.

设  $f(x)$  为尺度函数,  $y(x)$  为相应的二进小波, 在时间  $t$  处进行离散化, 并使  $\Delta t = 1$ , 则数字信号(长度为  $p$ )的二进小波变换为  $W_{2^j} f(n) = f * y_{2^j}(n), n \in \{1, 2, \dots, p\}, j=1, 2, \dots, \log_2 p$ . 设

$\bar{y}(x) = y(-x)$ , 则  $W_{2^j} f(n) = f * y_{2^j}(n) = \langle f, \bar{y}_{2^j, n} \rangle$ , 其中  $\langle *, * \rangle$  为内积.

设  $R(k, l) (k=1, 2, \dots, q, l=1, 2, \dots, p)$  为数字图像的 Radon 变换, 则存在  $f_k(x) \in L^2(R)$ , 使得  $R(k, l) = f_k * f(l) (k, l \text{ 含义如前})$ <sup>[3]</sup>, 因此二维图像的离散脊波变换可写为  $DRT_{2^j} f_k(n) = \langle f_k, \bar{y}_{2^j, n}(\vartheta) \rangle (n=1, 2, \dots, p)$ .

由上知: 脊波能有效地处理直线和超平面奇异性, 可以认为脊波和小波起到了互相补偿的作用. 当处理 1 维直线上或高维( $n > 1$  维)空间中的点状奇异性(0 维奇异性)时, 小波就可以达到期望的效果. 当处理高维( $n > 1$  维)空间中的超平面状的奇异性( $n - 1$  维奇异性)时, 脊波是一个很好的工具. 但对一般的目标函数, 例如图像, 边缘是图像的不连续性所在, 也即具有奇异性(1 维奇异性或线状奇异性)的地方. 而通常的边缘不是直线型的, 因脊波变换、Radon 变换和小波变换的关系, 二维情况下, 标准正交的脊波分析等价于 Radon 域中的非正交小波分析. 对一个具有曲线(而非直线)奇异性的目标来说, 经 Radon 变换后, 奇异性仍旧是一个曲线, 而不是一个点, 奇异性的小波级数将不是稀疏的, 因此它的脊波级数的系数也不是稀疏的. 为了解决这个问题, Candes<sup>[1]</sup>给出了一种方案, 即用单尺度脊波来表示这种曲线奇异性, 并构造了  $L^2[0, 1]$  上的局部脊波框架. 基本思想就是当把曲线无限分割时, 每一小段可以近似地看作是直线段, 这样就可以把脊波分析应用到这些直线段上. 单尺度脊波是在一个基准尺度  $s$  上进行脊波变换的, 对应于单尺度脊波, Candes 和 Donoho<sup>[8]</sup>构造了曲线波(curvelet)或者称为多尺度脊波, 它在所有可能的尺度  $s \geq 0$  上进行脊波变换. 在二维情况下, 当图像具有奇异曲线并且曲线二次可微时, 则曲线波可以自适应地“跟踪”这条奇异曲线.

对于图像中的直线, 应用第 3.1 小节中的算法, 由图 2 可知, Radon 变换共有  $q$  个方向, 每个方向  $p$  个点, 当  $q = p$  时, 即为图像的大小, 当直线和某个方向一致时, 则在这个方向上 Radon 变换的值变换最剧烈, Radon 变换将线转化为点, 小波变换则能有效地检测到点的奇异性, 从而就可以确定原直线的奇异性. 但图 2 所示的 Radon 变换要求直线尽可能地通过图像的中心, 实际应用中直线位置不确定. 当直线不通过图像的中心时, 实验证明检测率不高. 因此, 可以将图像分成大小相等彼此不重叠的块, 直线就被分为直线段. 在每个块中, 应用 3.1 小节中的算法, 直线段就可以近似地看作经过块的中心. 当块的大小无限小时, 直线就无限地逼近块中心, 这样就能精确地定位直线的位置, 因此可以保证每个块中的直线段的数目尽接近于 1. 也即有以下假设: 当块的大小趋向于无穷小时, 如果块中存在直线段, 则直线段的数目必定为 1. 如果是曲线, 经过剖分, 则可以近似地看作直线段.

### 3.4 脊波子带的产生

根据脊波的定义, 可以看到, 所要分析的信号子带位于二进冠  $\{\mathbf{w}: 2^j \leq |\mathbf{w}| \leq 2^{j+1}\}$  (如图 3 所示), 其中的阴影部分为脊波的支撑区域, 因此变换前需要将原图像通过滤波变换到二进冠中, 则有  $f = A + \sum_{j=0}^{+\infty} B_j$ , 其中  $A$  对应于频带  $\{\mathbf{w}: |\mathbf{w}| \leq 1\}$ ,  $B_j$  对应于频带  $\{\mathbf{w}: 2^j \leq |\mathbf{w}| \leq 2^{j+1}\}$ .

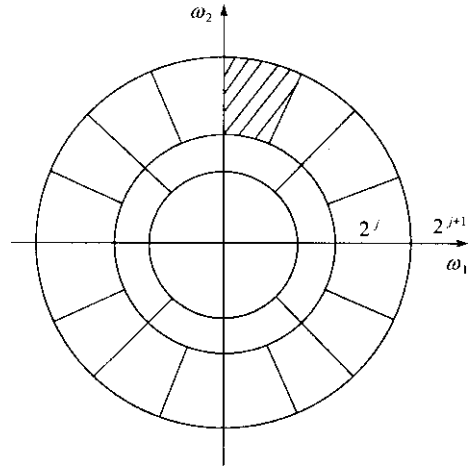


图 3 脊波频带划分

1) Candes E J. Monoscale ridgelets for the representation of images with edges. Technical Report, Stanford Univ, 1999

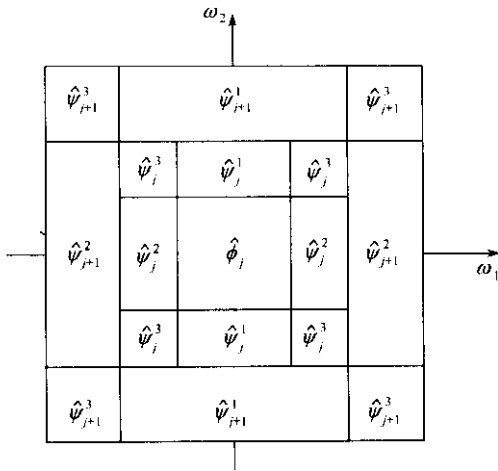


图 4 正交小波模拟脊波频带划分

位直线的位置, 实验表明该算法是可行的.

基于脊波的直线特征检测方法:

(i) 应用 3.4 小节中的算法于数字图像  $f(m, n)$  ( $1 \leq m \leq P, 1 \leq n \leq P$ ) 生成脊波子带, 令  $j = 3$ , 记为  $f_0(m, n), f_1(m, n)$  和  $f_2(m, n), f_i(m, n)$  ( $i = 1, 2$ ) 称为脊波子带. 剖分  $f_1(m, n)$  为  $\frac{P}{N} \times \frac{P}{N}$  个大小为

$N \times N$  的不重叠的块, 记为  $A_i^j(k, l)$  ( $1 \leq k \leq N, 1 \leq l \leq N, 1 \leq i \leq \frac{P}{N}, 1 \leq j \leq \frac{P}{N}$ ).

(ii) 应用 3.1 小节中的算法对  $A_i^j(k, l)$  做 Radon 变换, 记为  $B_i^j(k, l)$  ( $1 \leq i \leq \frac{P}{N}, 1 \leq j \leq \frac{P}{N}, 1 \leq k \leq N, 1 \leq l \leq N$ ), 共有  $q = 2N$  个方向, 每个方向  $p = N$  个点.

(iii) 求  $B_i^j(k, l)$  行数据方差的最大值 (设为  $T_i^j$ ), 设定阈值  $T_0$ , 将所有的块分为两部分, 实验表明包含直线段的块 ( $T_i^j \geq T_0$ ) 和不包含直线段的块 ( $T_i^j < T_0$ ) 的  $T_i^j$  在数值量上差别很大, 如图 5 所示, 其中有峰值的块比无峰值的块少很多.



图 5 各个块的行数据方差最大值曲线  
突变的地方包含直线段

(iv) 应用 3.3 小节中的算法对每个  $T_i^j \geq T_0$  的块  $B_i^j(k, l)$  做脊波变换, 最大尺度取为 3, 结果记为  $C_{i0}^j(k, l), C_{im}^j(k, l)$  ( $m = 1, 2, 3$ ), 其中  $C_{im}^j(k, l)$  称为局部脊波系数.

(v) 应用双线性插值将局部脊波系数阵列  $C_{im}^j(k, l)$  的尺寸调整为  $3q \times 3p$ , 记为  $C_{im}^{'j}(k, l)$ ,

在构造滤波算子时, 本文通过如下方法来近似地模拟二进冠剖分: 对图像做正交小波变换得到所有的正交子带 (如图 4 所示), 用  $\hat{y}_{j+1}^p$  ( $p = 1, 2, 3$ ) 重构产生脊波子带  $\{w: 2^{j+1} \leq |w| \leq 2^{j+2}\}$ ,  $\hat{f}_j$  保留. 虽然是一种近似, 但在一定程度上满足了脊波频带划分的要求, 而且方法简单.

#### 4 基于脊波变换的直线特征检测

图像的边缘是方向性很强的奇异性所在, 脊波以其独特的捕获奇异性的方法, 能有效地解决二维和更高维奇异性的问题. 直线奇异性检测是图像检测和识别中最基本的问题, 也是曲线检测的基础. 应用第 3 节的算法, 本文给出一种数字图像中直线特征检测的新方法, 同时能有效地定

其中,  $1 \leq k \leq 3^*q$ ,  $1 \leq l \leq 3^*p$ . 应用 Gauss 光滑算子将  $C_{im}^{*j}(k, l)$  平滑两次, 记为  $C_{im}^{*j}(k, l)$ .

(vi) 搜索脊波系数阵列  $C_{i2}^{*j}(k, l)$  的极大值中绝对值的最大值(约定每个块中存在一条直线), 并记录相应的坐标, 设为  $(k_2, l_2)$ , 其中  $k_2$  为块  $A_i^j(k, l)$  中直线的 Radon 变换的初始方向参数,  $l_2$  为块  $A_i^j(k, l)$  中直线的 Radon 变换的初始径向参数.

(vii) 以  $k_2$  为基准, 搜索脊波系数  $C_{i1}^{*j}(k, l)$  和  $C_{i3}^{*j}(k, l)$  阵列第  $k_2$  列的径向数据的最大值, 并记录相应的位置, 设为  $l_1$  和  $l_3$ , 令  $l_0 = (l_1 + l_2 + l_3)/3$  为初始直线新的径向参数.

(viii) 以  $l_0$  为基准, 搜索脊波系数  $C_{i1}^{*j}(k, l)$  和  $C_{i3}^{*j}(k, l)$  阵列第  $l_0$  行的投影数据的最大值, 并记录相应的位置, 设为  $k_1$  和  $k_3$ , 令  $k_0 = (k_1 + k_2 + k_3)/3$  为初始直线新的方向参数.

(ix) 令  $k_0 = k_0/3$ ,  $l_0 = l_0/3$ , 即将直线的斜率和截距校正为和  $C_{im}^j(k, l)$  阵列对应的直线关系.

(x) 在块  $A_i^j(k, l)$  中, 以块的中心为原点, 把过原点方向角为  $\frac{\delta}{2N}k_0$  的直线等分为  $N-1$  份,

产生  $N$  个等分点(包括端点), 则以  $\frac{\delta}{2N}k_0 + \frac{\delta}{2}$  为斜率, 过第  $l_0$  个等分点的直线即为块  $A_i^j(k, l)$  中搜索到的直线, 等分点的顺序为由下半平面至上半平面的方向按增序排列.

(xi) 求出(x)中搜索到的直线和所在块的边缘的两个交点, 采用 Bresenham 产生直线的方法求出这两点连线上的所有点的坐标.

(xii) 按照(xi)中求出的点的坐标合成一幅二值的具有直线特征的图像.

经过(i)~(xii)步的处理可以有效地将图像中的直线提取出来, 这些直线是由直线段构成的. 也可以将相邻的直线段连接起来, 方法如下: 将各个块中的直线段按二值图像表示, 应用二值图像的数学形态学中膨胀和腐蚀操作, 将邻近的线段连接起来, 操作算子依次为 8 个方向的膨胀算子、左上角腐蚀算子和右下角腐蚀算子.

分析以上算法可以看出, 对于图像奇异性和方向性的挖掘是本文方法的关键, 同时也可以将直线奇异性的位置和直线的长度有效地定位, 而传统的 Radon 变换和 Hough 变换做不到计算直线的长度. 同时脊波子带的剖分能有效地去除噪声的干扰, 突出奇异性. 算法第(iii)步的处理是因为, 对于方向性较强的图像, 图像的边缘总是在 Radon 变换的某些角度才呈现出较大的差别. 统计表明: 对这类图像, 只需要 Radon 的某些方向即可恢复原图像, 而其他方向, Radon 序列的变化幅度则不是很明显的, 对这些方向, 受噪声干扰, 其小波变换系数随尺度的变换也不是很明显的.

## 5 实验结果及结论

基于本文提出的局部脊波变换的一种数字实现及直线特征检测方法, 应用于 3 副图像: 基本直线、加噪的“V”形直线特征(标准方差  $Sigma = 40$ , 峰值信噪比  $PSNR = 10.2547$ )和具有直线特征的自然图像, 如图 6~8 所示, 图 9(a)~(c)分别为对应的检测结果. 由图可以看出, 本文的方法检测结果为直线段, 虽有断裂, 但所在直线的方向是基本不变的, 而且这些直线段的总长度小于或者等于相应的原直线长度. 因此, 对于线型特征突出的图像(如图 6), 则可以准确地定位直线位置和长度(即为各个直线段的长度总和), 而且本文的算法同时可以计算出这个长度以及各个直线段的位置坐标. 脊波特有的降维能力能将直线型特征检测问题转化为

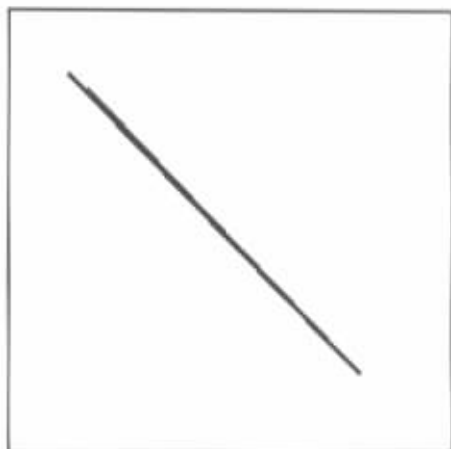


图 6 基本直线

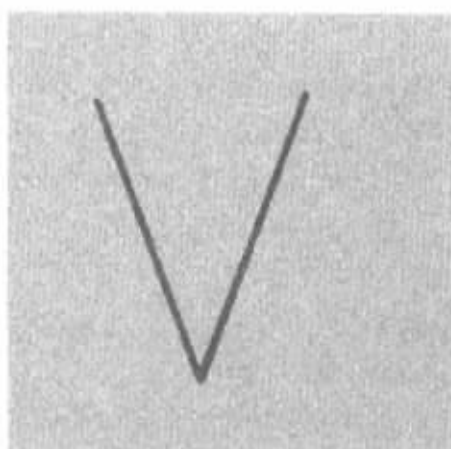


图 7 加噪的“V”形直线特征

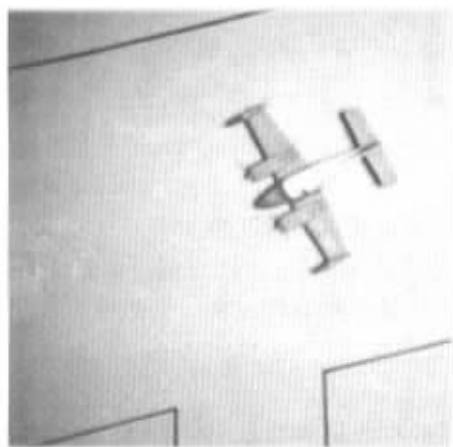


图 8 具有直线特征的自然图像

点状特征检测问题,同时脊波的方向性可以迅速地捕获线型奇异性.这是其他变换例如小波变换所达不到的,而且脊波的频带划分更为规范和精细.

在直线检测中,传统的 Radon 变换和 Hough 变换是常用的方法,但这两种变换适用于形状比较规则的图像,而且图像中的直线特征比较明显,才有可能检测出来.另一方面,这两种变换均不能有效地计算直线的长度,仅能准确地定位直线的位置.局部 Radon 变换则采用分段<sup>[4]</sup>的思想,较好地解决了直线的长度和宽度的问题.本文从脊波分析的思想出发,提出了一种新的检测方法, Radon 变换和小波变换的有效结合构成了脊波分析的框架, Radon 变换可以有效地将高维奇异性转化为点奇异性,而小波变换在分析点奇异性时是最优的.同时,本文的脊波子带的

划分思想可以较好地计算直线的长度,这是传统的 Radon 变换和 Hough 变换所做不到的.而且小波变换的应用使得本文算法相对于局部 Radon 变换更能有效地处理图像中的奇异性问题,例如边缘.本算法的时间代价主要集



图 9 基本直线(a)、“V”形直线特征(b)和具有直线特征的自然图像(c)的检测结果

中在 Radon 变换上,这是由脊波子带的划分所引起的,因此快速的、精确重构的 Radon 变换



的研究是关键.

## 参 考 文 献

- 1 何焰兰, 苏 勇, 高永楣. 一种自适应小波去噪算法. 电子学报, 2000, 8(10): 138~140
- 2 Daubechies I. The wavelet transform: time-frequency localization and signal analysis. IEEE Trans on Information Theory, 1990, 36: 961~1005
- 3 Mallat S, Zhong S. Characterization of signals from multiscale edges. IEEE Tran on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1990, 12: 629~639
- 4 Copeland A C, Ravichandran G, Trivedi M M. Localized Radon transform based detection of ship wakes in SAR images. IEEE Trans on Geoscience and Remote Sensing, 1995, 33(1): 35~45
- 5 Yang M, Lee J S, Lien C C, et al. Hough transform modified by line connectivity and line thickness. IEEE Trans on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1997, 19(8): 905~910
- 6 Candes E J. Harmonic analysis of neural networks. Applied and Computational Harmonic Analysis, 1999, 6(2): 197~218
- 7 Donoho D L. Orthonormal ridgelets and linear singularities. SIAM Journal on Mathematical Analysis, 2000, 31(5): 1062~1099
- 8 Magli E, Lo Presti L, Olmo G. A pattern detection and compression algorithm based on the joint wavelet and Radon transform. DSP 97 - 13th International Conference on Digital Signal Processing, Santorini, 1997
- 9 Candes E J, Donoho D L. Curvelets, multiresolution representation, and scaling laws. In: Aldroubi A, Laine A F, Unser M A, eds. SPIE Wavelet Applications in Signal and Image Processing VIII, Vol 4119, 2000
- 10 Kenneth R. Castleman. Digital Image Processing. New York: Prentice-Hall Inc, 1996