

硕士研究生学位论文

新疆大学

论文题目(中文): 基于 NSCT 和剪切波变换的图像增强算法
的研究

论文题目(外文): **The Research on Image Enhancement
Algorithm Based on NSCT and Shearlet
Transform**

研究生姓名: 周飞

学科、专业: 工学、信息与通信工程

研 究 方 向: 信号与信息处理

导师姓名职称: 贾振红 教授

论文答辩日期 2017 年 05 月 25 日

学位授予日期 2017 年 06 月 日

摘 要

随着科学技术的发展,图像已经成为人类获取信息的最大载体,各种成像技术也日益变得成熟和完善。由于成像设备、图像传输及存储环境的影响,会使获得的原始图像会受到来自各方面的干扰,这些干扰会使图像出现清晰度偏低,细节失真,对比度急剧下降等缺陷,严重影响了人们获取信息的快速性和准确性。因此图像增强作为图像预处理的主要步骤之一变得尤为重要,它主要是在抑制或消除图像中噪声干扰的同时,改善图像中纹理细节信息与背景信息的对比度和清晰度,使图像的整体质量得到改善,目标信息更加突出,更有利于后续的分析应用。本文将分别以遥感图像和医学图像作为研究对象,对本文所提算法进行验证,所做主要工作如下:

第一,提出了一种基于 NSCT 和改进模糊对比度相结合的遥感图像增强算法。原始图像首先使用 NSCT 进行分解,可以得到原始图像的一个低频子带部分和若干个高频子带部分;采用线性变换对低频子带部分进行拉伸处理可以使图像的整体对比度得到很大的提升;随后,利用改进的阈值函数对高频子带部分进行去噪,以减小噪声对图像的干扰;最后,使用改进的模糊对比度来调整 NSCT 反变换后的系数,从而进一步突显图像的边缘轮廓信息,提高图像清晰度。由实验结果可以得知,本文提出的算法在客观指标上明显优于传统的增强算法,并且使图像的主观视觉效果也得到很大的改善。

第二,通过把改进的 Gamma 校正应用于 Shearlet 变换域提出了一种新的医学图像增强方法。采用改进的 Gamma 校正处理 Shearlet 分解后的低频部分,对图像背景信息中的失真部分进行校正,从而调整图像的整体对比度;利用上文中提到的改进自适应阈值函数对高频部分进行去噪;最后,把 Shearlet 反变换的重构图像通过改进的模糊对比函数,以增强图像的细节信息。由实验结果可知,本文算法在客观评价指标方面的峰值信噪比 (PSNR),结构相似度 (SSIM) 和绝对均值差 (MAE) 优于其他对比算法,尤其是峰值信噪比 (PSNR) 的提升更加明显。这些客观指标说明本文算法不仅能有效地抑制噪声,而且能明显改善图像对比度。主观方面观察,本文算法与其他算法相比能获得更好的视觉效果。

关键词: 图像增强;NSCT;模糊对比度;Shearlet 变换;Gamma 校正

Abstract

With the development of science and technology, image has become the most important carrier of information, and various imaging techniques are becoming more and more mature and perfect. Due to the influence of imaging equipment, image transmission and storage, the original images acquired will be affected by interference from various aspects. These interference will make the images appear on the low resolution, the details of the distortion, the sharp decline in contrast and other defects, seriously affecting people's access to information quickly and accurately. So the image enhancement that is one of the main steps of image preprocessing has become significant, it is mainly in suppressing or eliminating image noise and enhancing image texture details, as well as the contrast and definition of the background, so that the overall image quality is improved, the target information is more prominent, and more conducive to the analysis of subsequent applications. In this paper, the remote sensing images and medical images are taken as the research object, and the proposed algorithm is verified as follows:

Firstly, a remote sensing image enhancement algorithm based on NSCT combining improved fuzzy contrast is proposed. First, the original image is decomposed into a low frequency subband and several high frequency subbands by NSCT; the linear transformation can be used to improve the overall contrast by modifying the low frequency subband; then, the improved threshold function is used to reduce the noise by amending the coefficient of high frequency subbands; finally, the improved fuzzy contrast is used to adjust the coefficients of NSCT inverse transformation, which can further improve the image edge contour information and the definition. It can be seen from the experimental results that the proposed algorithm in this paper is superior to the traditional enhancement methods in the objective index, and the subjective visual effect of the image has been greatly improved.

Second, a new medical image enhancement method is proposed by applying the improved Gamma correction to the Shearlet domain. The improved gamma correction

is used to deal with the low frequency part of the shearlet decomposition, then, the distortion of the image background information is corrected to adjust the overall contrast of the image. The improved adaptive threshold function that is proposed in preceding part of the text is utilized to denoise the high frequency part; finally, the reconstructed image of the shearlet inverse transformation is highlighted the details of the image by applying the improved fuzzy contrast enhancement. The experimental results show that the proposed algorithm is superior to other comparative algorithms in the objective evaluation of the peak signal-to -noise ratio(PSNR), the structure similarity of index measure(SSIM), and the mean absolute difference(MAE), especially the PSNR improvement is more obvious. These results show that the proposed algorithm can not only suppress the noise effectively, but also improve the image contrast. Compared with other comparative methods, the algorithm can get better visual effect.

Key words: image enhancement; NSCT; fuzzy contrast; shearlet transform; gamma correction.

目录

摘 要	I
Abstract	II
目录	IV
第一章 绪论	1
1.1 论文研究背景及意义	1
1.2 图像增强技术的国内外研究现状及主要方法	2
1.2.1 传统的图像增强方法	3
1.2.2 基于模糊域理论的图像增强方法	4
1.2.3 基于数学形态学的图像增强方法	5
1.2.4 基于优化理论的图像增强方法	5
1.3 本文结构及主要研究内容	6
第二章 空域增强及模糊增强的基本理论	7
2.1 基于灰度变换的图像增强算法	7
2.1.1 比例线性变换	7
2.1.2 分段线性变换	8
2.1.3 非线性变换	9
2.2 基于直方图的修正方法	10
2.2.1 直方图修正的基本原理	10
2.2.2 直方图均衡化	11
2.2.3 直方图匹配	11
2.3 边缘细节锐化方法	12
2.3.1 Laplace 锐化算法	12
2.3.2 反锐化掩模及高提升滤波算子	13
2.4 模糊域的增强理论	14
2.4.1 模糊集的定义	14
2.4.2 模糊增强理论	14
2.4.3 经典的 Pal-King 模糊增强算法	15
2.5 模糊对比度的增强理论	15
2.5.1 模糊对比度增强算法	15
2.5.2 本文改进的模糊对比度算法	17
2.6 图像质量的评估与度量	17
2.7 本章总结	18
第三章 基于频域的图像增强算法	19
3.1 多尺度几何分析	19
3.2 曲波 (Curvelet) 变换	21
3.3 带波 (Bandlet) 变换	23
3.4 Tetrolet 变换	24
3.5 轮廓波 (Contourlet) 变换	26
3.5.1 LP 分解	27
3.5.2 方向滤波器组 (DFB)	28
3.6 非下采样轮廓波变换	29

3.6.1 非下采样塔式分解 (NSP)	30
3.6.2 非下采样方向滤波器组 (NSDFB)	30
3.7 剪切波 (Shearlet) 变换	31
3.7.1 Shearlet 变换的构成理论	32
3.7.2 Shearlet 变换的分解与重组	34
3.8 本章总结	35
第四章 基于 NSCT 和改进模糊对比度的遥感图像增强方法	36
4.1 低频子带处理	36
4.2 高频子带处理	36
4.3 模糊增强以及改进的模糊对比度	37
4.4 算法具体流程	38
4.5 实验结果和分析	39
4.6 本章总结	42
第五章 基于剪切波域改进 Gamma 校正的医学图像增强算法	43
5.1 低频分量处理	43
5.2 高频分量处理	44
5.3 模糊对比增强	44
5.4 本文算法具体步骤	44
5.5 实验结果和分析	45
5.6 本章总结	47
第六章 总结与展望	48
6.1 本文主要研究内容	48
6.2 研究展望	49
参考文献	51
硕士研究生期间发表论文情况	56
致谢	57

第一章 绪论

1.1 论文研究背景及意义

图像来源于自然界,是人类获取信息必不可少的方式之一。图像通过人的视觉感知获得,它可以记录在纸上,显示在计算机、电视等显示设备上。它是由光能量进入人的视觉系统所重现出来的视觉信息,光能量或者由发光物体直接发出,或者由光源发出后照射在物体上经过反射、衍射、折射等形成;与文字、语音信息相比较,图像信息主要具有信息量大、直观性强以及模糊性、实体性和形象化等特点^[1]。因而图像在社会生产和生活中变得愈来愈重要,据统计,人类 80% 以上的外界信息是通过图像信息来传递的。图像来源于自然界或者人为的处理和合成,其原始形态是连续变换的模拟量。最原始的模拟图像,不便与传输和显示的统一处理,为提高图像的质量、减小图像的规模,大多数情况下,都是通过一定的技术把模拟图像数字化。对数字图像进行处理时,在处理的精确度和效率以及处理后的存储等方面比模拟图像更有优势。

到目前为止,数字图像处理技术的研究已经有六七十个年头,在其发展过程中形成了许多研究分支,譬如我们常见的有图像增强、图像识别、图像复原、图像重建、图像分割、图像检测等^[2]。每一个研究分支都有其各自的特点和用途,根据研究人员对目标图像的需求,我们可以选择合适的图像处理方式。一般情况下,图像在成像、传输、存储和显示的过程中,会受到来自硬件设备和大气环境的影响,使图像质量受损。如在摄取图像的过程中,光照不足或过度会引起图像整体偏暗或偏亮;在大气环境中,大气流动和大气中的粒子反射都会对光产生一定的折射,这会使图像出现局部或整体模糊的现象;在存储和显示过程中会受到各种电磁噪声的干扰,使图像出现失真的现象从而无法识别目标信息^[3]。因此为了改善图像质量,满足人们的需求,对图像进行处理就成为了不可避免的方式。一般而言,我们所说的图像处理是指运用不同的数学运算对给出的不利于人们获取有效信息的图像进行各种修饰和校正,提高图像各方面的质量,从而改善图像视觉效果,为后续的图像分析和理解等应用奠定良好的基础。图像增强作为图像预处理过程中的重要过程之一,具有很重要的研究意义。图像增强是指根据一定的应用需求,通过不同的技术方法对现有图像进行处理和修改,使目标信息更加

突出，减弱或者滤除没有用的信息，得到更加适合人们或者计算机进行后续应用的图像处理方法，图像增强的过程可以是一个数据重组的过程，但是不会增加含有信息量的内在数据，会使所选目标特征的动态范围扩大^[4]。

目前，图像增强技术已经广泛地应用于与人们生活息息相关的方方面面，其中有医学图像诊断、遥感图像处理、航空航天、军事侦察、农业、无损探伤、图片美化软件等领域。根据研究需要，本文主要分析了图像增强技术在遥感图像处理领域和医学图像处理领域的应用。其中对遥感图像而言，由于传感器特性，大气流动干扰以及地表特征的不确定性等因素的综合作用，从而使图像出现模糊失真，分辨率低和亮度不均等缺陷，影响观察者的视觉效果。因此图像增强技术在遥感图像处理领域有着十分重要的地位。就医学图像来说，它的质量的好坏直接会影响医师诊断和治疗的精确性和快速性。因此，能否获得高清晰逼真的医学图像对医生是否漏诊和误诊起到了关键性作用，然而，由于硬件设备的局限性，采集过程中人为加入的干扰以及外部环境等众多因素引起的影响，最终获得的医学图像会表现出对比度和分辨率过低，部分细节失真，模糊不清等情况，这会使正常组织和病灶区域更加难以区分^[5]。把图像增强技术应用医学图像可以大大的改善图像的质量，使图像能够体现更大的价值。当今，随着时代的快速发展，人们对遥感图像和医学图像的质量要求越来越高，而现有的图像增强方法已经无法满足这种需求，探索更加快速有效的增强方法来提高医学和遥感图像的质量已经迫在眉睫，并且对未来而言具有更深远的意义。

1.2 图像增强技术的国内外研究现状及主要方法

图像处理不是单一的技术，它是由多门理论学科和应用技术相结合而产生的系统的技术，主要是通过运用某种或者某些方法或模式对现有图像进行处理，从而得到人们所需要的图像。纵观图像处理的发展历程可以看出，它不仅可以使用光学理论来实现，而且可以运用数字方法。基于光学理论的图像处理经历了漫长的过程，随着激光全息技术的产生而变得更加系统化。目前，基于光学理论的图像处理方法也变得日益完善，较以往相比较在处理效率、信息量保存、对比度提升等方面都有了质的飞跃；但是由于光学设备的特性和部分步骤需要人工操作的原因，致使这种方法的处理精度比较低，并且稳定性差，同时笨重的设备和繁琐

的操作，会使处理的效率大大降低。相比较来说，数字图像处理技术就有了巨大的优势，首先就设备和操作步骤而言，它变得更加灵活方便，只需要部分计算机和修改计算机中的操作程序，就可以得到理想中的效果^[6]。图像增强在图像处理中有着举足轻重的地位，它也随着图像处理技术的不断完善而得到了长足的发展。在图像增强技术持续不断研究的过程中，传统的图像增强方法进一步得到了改进，同时，新的算法也在不断的涌现，对图像增强技术的不断完善起到了锦上添花的作用。随后，我们对国内外常见的几种图像增强方法进行简单的介绍，如图 1.1 所示：

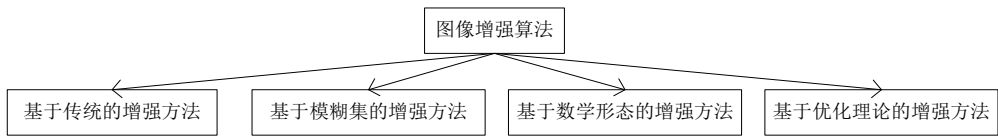


图 1.1 几种常见的图像增强算法

1.2.1 传统的图像增强方法

当下常见的传统图像增强方法可以根据图像像素在不同的域内处理来进行区别，主要分为空间域（空域）方法和频率域（频域）方法。空域图像增强方法属于直接操作，它通过对数字图像的像素点直接进行数学计算，而达到增强的效果；基于空域的图像增强方法又可以分为点运算方法和空域滤波方法，其中点运算方法包括灰度变换、直方图均衡等^[7]。空域滤波方法包括各种边缘锐化算子的增强方法（拉普拉斯、反锐化掩模等）^[8,9]、偏微分方程（PDE）^[10]、多尺度 Retinex^[11]等。这些传统的方法在图像增强的研究之初，获得了比较理想的效果，然而，随着科学技术的不断发展以及人们对于图像更高层次的需求，许多学者在传统方法的基础上进行了改进，以达到更佳的效果。文献[12]提出了一种基于指数数据模型作为统一框架的广义型反锐化掩模方法，这种方法克服了传统方法不能同时增强对比度和边缘的缺点，同时通过使用边缘保持滤波算子有效的减少了光晕影响。文献[13]将标量扩散冲击滤波耦合模型作为 PDE 方法的扩展，这种方法在去噪和保持图像色度方面有了很大的改善。在文献[14]中，Wang 等人把生物感知与 Retinex 相结合提出了一个新的方法，这种方法对于户外图像具有更高的自适应性和鲁棒性，与以往的方法相比取得了更令人满意的效果，尤其是对雾天和低亮度情况下所拍摄的图像。

频域图像增强属于非直接操作,需要对图像进行选定的变换变换到频域空间做滤波处理,然后对处理后的频率信息进行反变换,最终可以得到增强后的图像。在图像通过各种方法变换到频域后,原图像的轮廓边缘信息以及噪声信息对应了频域空间的高频部分,而原图像的背景信息会对应低频子带部分,然后采用不同的滤波器处理不同的区域,已达到锐化边缘或滤除噪声的目的^[1]。研究者在提出一些小波改进算法^[15,16]的同时,在小波变换算法的基础上提出了许多新的变换算法,如曲波变换 (Curvelet)^[17]、脊波变换 (Ridgelet)^[18]、带波变换 (Bandlet)^[19]、轮廓波变换 (Contourlet)^[20]、非下采样轮廓波变换 (Nonsampled Contourlet Transform, NSCT)^[21,22]、剪切波变换 (Shearlet)^[23,24]等。在前人研究的基础上,本文进一步研究了在 NSCT 和 Shearlet 域的图像增强方法,随后在以下章节中会给出具体过程。

1.2.2 基于模糊域理论的图像增强方法

在图像中由于各种因素的干扰所引起的低对比度、低分辨率和细节失真等现象会使图像产生一些不确定性和模糊性,而模糊集理论提供了一个很有吸引力的结构用于处理不确定性。Pal 和 King 首次把基于模糊理论算法用于图像处理,并且取得了很好的效果。随后,有许多学者在此基础上进行了改进,但是仍然没有办法完全摆脱原始算法中一些致命的缺陷: 1.在零点附近的细节信息是由较低的像素值来表示的,然而经模糊增强后,低像素值会被硬削为 0,导致细节信息丢失; 2.交叉点固定在 0.5,这对于处理不同的图像没有自适应性和鲁棒性; 3.在算法中参数比较多,而且有时需要通过大量的实验进行人工选择,这无疑会增加算法的复杂度。面对这样的问题,学者们又提出了许多改进算法^[25]。文献[26]提出一种模糊算法来增强低对比度图像,在这种算法中他们使用 s-隶属度函数和以模糊度和信息熵为指标的隶属度参数。在文献[27]提出的算法中,使用三角形型隶属函数来避免 Pal-King 算法的缺陷,用非线性增强函数来改善图像的清晰度。对模糊集理论的图像增强方法虽然已经进入了更深层次的研究阶段,然而后人将会在此基础上继续完善这种理论方法,并且把这种理论应用于各个领域的图像增强算法中。

1.2.3 基于数学形态学的图像增强方法

数学形态学的语言是集合论，其中的集合表示图像中的对象。它是一种非线性滤波方法，根据集合的观点来描绘和解析图像，能够满足在图像滤波的同时保持图像的结构信息，并且达到了实时处理的要求。它的基本操作包括开启、闭合、腐蚀和膨胀。由于数学形态学的优良特性，这种方法已经应用于图像增强领域，并且都得到了一定的改进。文献[28]提出了一种基于数学形态学的视网膜图像增强方法，它能够根据视网膜图像中的特征信息有针对性的进行增强，并且能够弱化背景信息和噪声。文献[29]针对传统的图像增强方法在增强几何信息的同时会放大噪声，向静波等人提出了一种基于数学形态学和轮廓波变换相结合的图像增强方法，根据轮廓波变换系数的相关性，使用形态学膨胀操作可以区分噪声和细节信息，这样可以避免增强的同时放大噪声。

1.2.4 基于优化理论的图像增强方法

传统的图像增强方法大多依靠人们的经验积累对图像处理结果进行判断，因而实验结果具有很强的主观性，虽然在后来的发展中加入了一些客观评价指标，但是仍然没有一个统一的标准。同时在图像处理的过程中，对于一些方程和参数的确定，需要人为的来进行操作，这就会使增强方法失去了自适应性和鲁棒性，还加大了实验的复杂性。因此，在后来发展中一大批学者投入到了优化理论方法的研究中。目前，常用的优化算法可以分为指导型搜索算法和局部型搜索算法。指导型搜索算法又包括遗传算法（GA）^[30]、粒子群优化算法（PSO）、模拟退火算法、人工蜂群优化算法（ABC）、混合人工鱼群优化算法等。文献[31]提出了一种基于人工蜂群的图像增强算法，它通过使用ABC算法优化模糊函数中的参数，并且用图像的信息熵作为ABC 算法的适应度函数，同时引入较劣种群随机初始化策略改进ABC 算法，以缩短增强方法的运行时间。在文献[32]中，杨松等人把混合人工鱼群的优化方法应用于图像的模糊增强中，它利用图像的质量评价标准，通过把人工鱼群优化算法和Powell算法相结合，搜索 s 型模糊隶属度函数中的未知数，来提高算法的自适应性。

1.3 本文结构及主要研究内容

本文主要研究基于 NSCT 和 Shearlet 域的图像增强方法，同时分析了基于传统模糊理论和 Gamma 校正理论方法的不足，为了能在前人的基础上达到更好的处理效果，本文结合理论知识和大量的实验论证，提出了两种相应的改进方法：1、基于 NSCT 结合改进模糊对比度的遥感图像增强方法。2、基于 Shearlet 域改进 Gamma 校正的医学图像增强算法。

本文的结构安排如下：

第一章 简单陈述了图像处理的发展过程，阐述了本文的研究背景及意义，并且对国内外图像增强技术的研究现状进行了简单的介绍。

第二章 介绍传统图像增强方法中的空域图像增强方法，重点介绍了 Gamma 校正理论，随后提出了自己的改进方法，与此同时引入了模糊集理论和模糊对比度理论。

第三章 介绍了传统的变换域方法，重点分析频域图像增强方法中的 NSCT 域和 Shearlet 域，详细阐述了它们的内部结构及变换过程，并且介绍了各自的利弊。

第四章 提出了一种基于 NSCT 和改进模糊对比度相结合的遥感图像增强方法，通过大量的实验表明，本算法无论是在主观方面还是客观方面都优于文中的其他对比算法。

第五章 本文首次将改进的 Gamma 校正方法与 Shearlet 域相结合，提出了一种基于 Shearlet 域改进 Gamma 校正的医学图像增强算法。通过实验验证，本文算法可以有效地抑制噪声，而能使增强后图像的对比度更加显著，图像的视觉效果达到最佳。

第六章 对本文的研究内容进行了总结，分析了本文方法的可改进之处；并且对以后的发展进行展望，希望为后人的科研工作能起到一定的帮助。

第二章 空域增强及模糊增强的基本理论

在获得最终适合人们应用的图像的过程中，来自于设备特性的噪声污染和环境因素的影响是不可避免的，这些原因综合在一起多多少少会使图像产生一些不良的效果。在医学图像中，这些原因会使图像的对比度降低，分辨率减弱，更有甚者会引起部分细节的失真，而这些细节部分往往是病灶区域。这会使医生对病情的诊断产生错误或者遗漏。在遥感图像中，会受到来自传感器特性和大气光散射作用的影响，使获得的图像出现模糊不清的现象，严重影响人们对于目标信息的识别。因此，需要使用图像处理技术来改善这些受到干扰的图像的质量。

在文献[33]中指出，图像增强技术作为图像预处理部分关键的分支之一，其目的是通过削弱或消除干扰信息，突出图像的有用特征，改善图像质量、丰富信息量，以此来满足人们对图像的特定需求。而图像增强也有许多分支和模块，本章主要介绍能用来增强图像整体对比度的空域增强方法和突出边缘细节的锐化增强算法，与此同时，还介绍了处于空域和频域之间的一种算法--模糊域增强算法，它能用来改善图像的清晰度，提高视觉效果。

2.1 基于灰度变换的图像增强算法

灰度变换是空域增强方法中比较传统的点运算方法，它的基本思想是把原图像中的灰度值映射到增强图像中的灰度值，其关键在于映射函数的选择，常用的有比例线性变换、分段线性变换和非线性变换。

2.1.1 比例线性变换

在比例线性变换中，可以选择一个线性函数作为映射函数。假设原图像 $f(x, y)$ 的像素值域为 $[a, b]$ ，则通过映射后的范围为 $[c, d]$ ，此时，线性变换函数可以表示为：

$$g(x, y) = T[f(x, y)] = kf(x, y) + t \quad (2-1)$$

式中， $f(x, y)$ 表示原始图像， $g(x, y)$ 表示变换后的图像， t 为常数， k 为斜率。

如图 2.1 所示， k 可以表示为：

$$k = \frac{d - c}{b - a} \quad (2-2)$$

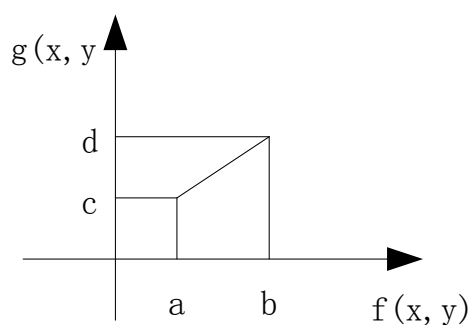


图 2.1 线性变换示意图

因此可得变换后的函数为：

$$g(x, y) = \frac{d - c}{b - a} (f(x, y) - a) + c \quad (2-3)$$

2.1.2 分段线性变换

由上节的处理过程可以看出，线性变换是对图像的整体灰度值进行调整，不能根据人们的需求对个别信息单独处理。而分段线性变换在一定的灰度值区间内具有不同的变换函数，以此根据需求来拉伸图像感兴趣的部分并抑制不感兴趣的区域来对图像进行增强处理，因此它具有比单一的线性变换函数具有更高的灵活性和针对性。尽管分段线性变换能够有利于图像灰度的调整，但其变换函数不是连续的，容易使部分区域的像素值拉伸过度，从而会产生区域变化不均匀及噪声放大的现象。分段线性变换的一个典型代表是基于三段线性变换函数的变换，如图 2.2 所示：

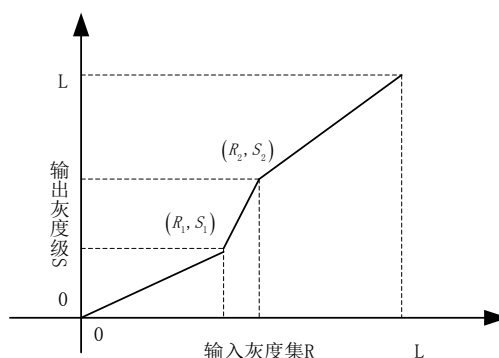


图 2.2 分段线性变换函数示意图

从图 2.2 中可知三段线性变换函数的表达式为：

$$S = \begin{cases} \frac{S_1}{R_1} R + 0 & 0 \leq R \leq R_1 \\ \frac{(S_2 - S_1)}{(R_2 - R_1)} R + S_1 & R_1 \leq R \leq R_2 \\ \frac{(L - S_2)}{(L - R_2)} R + S_2 & R_2 \leq R \leq L \end{cases} \quad (2-4)$$

其中， L 为图像像素的最大值，一般取 255.

2.1.3 非线性变换

(1) 对数变换

对数变换可以表示为：

$$h(x, y) = a + \frac{\ln[f(x, y) + 1]}{b \ln c} \quad (2-5)$$

上式中的 a, b, c 均为常数，它们用来调整图像的灰度动态范围和设备的显示能力。

对数变换可以将高灰度值区域中压缩的低灰度值区域进行扩展，使低灰度值部分的纹理更清晰，对光照不足的暗图像具有很好的增强效果。

(2) 幂指数变换

幂次变换是将输出图像 $g(x, y)$ 与输入图像 $f(x, y)$ 的灰度映射关系表示为幂次形式，其基本形式可以表示为：

$$s = cu^\lambda \text{ 或 } s = cu^\lambda + b \quad (2-6)$$

式中尺度因子 c, b 和参数 γ 都为正常数。

当幂次变换用于图像的校正时，我们把称之为 **Gamma** 校正。**Gamma** 校正方法普遍被用来调整图像的对比度。它通过选择合适的 **Gamma** 值，来适当的校正图像中较暗或较暗区域，达到改善图像的对比度的目的。不同的 **Gamma** 值，可以得到不同的校正效果，但是，在没有其他辅助条件的情况下，合适的 **Gamma** 值的选择是很困难的。**Gamma** 值选择不恰当，图像会出现过校正或者校正不足的情况，使图像的纹理细节信息丢失。当 $\gamma < 1$ 时，校正后的图像会变亮， $\gamma > 1$ 时，校正后的图像会变暗。通过反变换可以得到校正后的像素值：

$$s^{-1} = cu^{1/\gamma} \quad (2-7)$$

但是在传统的方法中，**Gamma** 值很难确定，因此本文采用了一种改进的 **Gamma** 校正方法，来调整图像的对比度，详细的介绍将在 5.1 节中给出。

2.2 基于直方图的修正方法

2.2.1 直方图修正的基本原理

图像直方图表现了图像的各个像素值在图像整个灰度范围内出现的概率，它能够代表一项图像的重要特征。在只考虑图像灰度信息的情况下，图像 $f(x, y)$ 的直方图可以用灰度为 f_i 像素在总的灰度范围内出现的概率，其表达式可以写为：

$$p_f(f_i) = \frac{n_i}{N} \quad i = 1, 2, \dots, L - 1 \quad (2-8)$$

式中， L 是指像素的灰度值范围， p_f 表示像素值为 k 的概率， n_i 表示像素值为 i 的个数， f_i 表示第 i 级灰度值， N 表示像素值总个数。直方图通过像素值分布概率的形式表现的图像中的分量所占的比重。在实践应用中，可以通过改变各部分分量的比重，来实现图像对比度的改善。

在运用直方图处理图像时，可以利用一些变换对直方图中较低的区域进行扩展，较高的区域进行压缩，使整个直方图出现相对均匀的分布。这时，我们可以把直方图修正看作是单调的点变换 $g_i = T[f_i]$ ，通过把输入的像素值变量 $f_{\min} \leq f_i \leq f_L$ 变换到输出的像素值变量 $g_{\min} \leq g_i \leq g_L$ 上，但是输入分量概率的和一定等于输出分量概率的和，其表示如下：

$$\sum_{j=\min}^L p_g(g_i) = \sum_{i=\min}^L p_f(f_i) \quad (2-9)$$

在连续函数中的表示为：

$$\int_{g_{\min}}^g p_g(g)dg = \int_{f_{\min}}^f p_f(f)df \quad (2-10)$$

式中， $p_f(f)$ 为原图像的概率密度函数， $p_g(g)$ 为修正后的概率密度函数。其变换关系如图 2.3 所示：

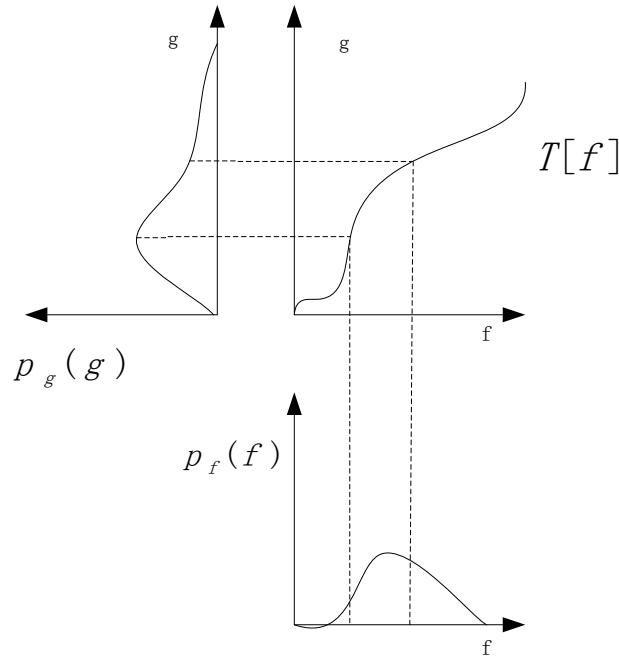


图 2.3 直方图修正中的变换关系

2.2.2 直方图均衡化

通过如下步骤来完成使用直方图均衡化方法对图像进行增强:

(1) 假设一幅图像的大小为 $M \times N$, 灰度级数为 L , 像素值为 i 的像素点总数为 n , 因此可以用下式来表示像素值为 i 的像素点在整个灰度级内的概率:

$$p(i) = \frac{n}{M \times N} \quad 0 \leq i \leq L - 1 \quad (2-11)$$

(2) 使用 2-12 式来展示直方图均衡化的过程:

$$\sum_{j=0}^i p(j) - \frac{f(i)}{L-1} \geq 0 \quad 0 \leq i \leq L - 1 \quad (2-12)$$

(3) 式 2-12 中传统的映射函数 $f(i)$ 的表达式如下:

$$f(i) = \left\lfloor (L-1) \sum_{j=0}^i p(j) \right\rfloor \quad 0 \leq i \leq L - 1 \quad (2-13)$$

2.2.3 直方图匹配

直方图匹配又叫做直方图规定化, 它能够摆脱直方图均衡化自动选择映射函数的缺点, 可以根据特殊的应用, 来实现某些规定的直方图。其实现方法如下:

首先，采用直方图均衡化方法分别对已知图像和预期图像：

$$s = T(r) = \int_0^r p(\mu) d\mu \quad (2-14)$$

$$v = G(z) = \int_0^z p(\eta) d\eta \quad (2-15)$$

式中， $p(r)$ 和 $p(z)$ 分别表示已知图像和预期。图像的灰度分布函数。

同时由 2.2.1 节可知，已知图像和预期图像处理后的灰度分布 $p(s)$ 和 $p(v)$ 相等。

$$z = G^{-1}(v) \quad (2-16)$$

$$z = G^{-1}(s) \quad (2-17)$$

其次，通过反变换可以得到最终匹配结果：

$$z = G^{-1}(T(r)) \quad (2-18)$$

2.3 边缘细节锐化方法

由于图像中包含了众多的纹理细节信息，才使得图像的内容变得丰富多彩。尤其是在医学和遥感图像中，边缘细节信息代表了人们所获得的目标信息，就变得更加重要。突出图像中的边缘细节信息也就成为了不可或缺的一部分。然而图像在经过了包含均衡或积分运算的平滑处理时，往往会使图像的边缘信息产生模糊的现象，在这种情况下，我们常用的图像边缘锐化算子有很多，本文主要介绍了基于二阶微分的 Laplace 锐化算子和反锐化掩模及高提升滤波算子。

2.3.1 Laplace 锐化算法

Laplace 是一种基于二阶微分的锐化算子，它主要作用于灰度动态范围变化较大的区域，对于变化缓慢的区域影响不大。由于 Laplace 锐化算子所基于的二阶微分具有理想的锐化图像的特性，因此其受到了广大研究者的青睐。

由文献[34]可知，一个函数为 $f(x, y)$ 的二维图像其 Laplace 锐化算子的定义如下：

$$\nabla^2 f = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} \quad (2-19)$$

在应用于数字图像时，其表示如下：在 x 轴上，表示为：

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = f(x+1, y) + f(x-1, y) - 2f(x, y) \quad (2-20)$$

类似地，在 y 轴上，表示为：

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = f(x, y+1) + f(x, y-1) - 2f(x, y) \quad (2-21)$$

把式（2-20）和式（2-21）带入式（2-19）可得，最终的表达式：

$$\nabla^2 f(x, y) = f(x+1, y) + f(x-1, y) + f(x, y+1) + f(x, y-1) - 4f(x, y) \quad (2-22)$$

Laplace 算子的一般表达式可以表示为：

$$g(x, y) = f(x, y) + \alpha[f(x, y) - \bar{f}(x, y)] \quad (2-23)$$

式中， $\bar{f}(x, y)$ 表示图像 $f(x, y)$ 邻域像素的平均值， α 为调整因子，其值越大，锐化越明显。

2.3.2 反锐化掩模及高提升滤波算子

反锐化掩模是指从原始的模糊图像中减去模糊图像，然后把所得的差值图像加到原图像上，其基本模式可以表示如下：

$$g_{\text{反}}(x, y) = f(x, y) - \bar{f}(x, y) \quad (2-24)$$

式中， $\bar{f}(x, y)$ 表示模糊图像。

随后，在原图像上加上差值图像：

$$g_{\text{高}}(x, y) = f(x, y) + k * g_{\text{反}}(x, y) \quad (2-25)$$

式中， k 表示权重系数，当 $k=1$ 时，表示反锐化掩模；当 $k>1$ 时，表示高提升滤波。

2.4 模糊域的增强理论

在图像的采集和传输过程中，由于设备本身的特性及所拍摄物体周围环境的影响，最终人们获得的原始图像一般情况下会出现信息丢失的现象，而这些丢失的信息大部分包含了图像中的细节和相对模糊的信息，这会使图像在部分区域具有不确定性。正是这种模糊性使图像的分辨率和清晰大大降低。由于传统的算法不能有效地捕捉图像中的不确定性和模糊性信息，Pal-King^[35]等人在 1981 年首次提出了基于模糊集理论的图像增强算法，并且经过大量的实验证明了该算法的有效性。目前，基于模糊集理论的图像处理方法受到了研究者的广泛关注，本文将从下面几个小节中介绍模糊集理论、模糊增强理论及经典的 Pal-King 模糊增强理论。

2.4.1 模糊集的定义

一般情况下，在学习的过程中最早接触的关于集合的概念，都是是非真假的绝对集合，对于集合中的每一个元素都有一个确定的集合区域，例如“小于等于 5 的自然数”，“男人”、“女人”等，都有一个非常清晰的范围。然而，在日常生活中，我们也时时刻刻都在接触模糊性的概念，例如“不到 100”，“比 10 大的数”，“差不多”，“还可以”等，这些概念没有一个确定性的范围，因此我们就无法给出一个明确的界限。基于模糊性本身的特点，1965 年，L.A.Zadeh 使用隶属函数来表示模糊集，从而提出了经典的模糊集理论。

模糊集的定义可以表示为：令元素为 z 的集合 Z 为论域，用模糊隶属函数 $\mu_A(z)$ 来表示集合 Z 的模糊域 A ，且 $\mu_A(z) \in [0,1]$ ， $\mu_A(z)$ 表示在 z 处的模糊隶属度值，其值越接近与 1 表示可能性越大，反之，则越小。

2.4.2 模糊增强理论

假设 $\xi = \{G\}$ 是一任意集合，令集合中的任意元素 G 满足函数 $0 \leq \mu_D \leq 1$ ，并且我们把 $\mu_D(G)$ 用来表示 G 属于 D 的程度，把 D 当作是 ξ 的一个模糊子集，把函数 $\mu_D(G)$ 作为 D 的隶属度函数。按照上述理解，我们可以把一个大小为 $M \times N$ ，灰

度级为 L 的二维图像 \mathbf{X} 映射到模糊域中，表示为：

$$G = \bigcup_{m=1}^M \bigcup_{n=1}^N \mu_{mn} / g_{mn} \quad m=1,2,\dots,M; n=1,2,\dots, N \quad (2-26)$$

式中， $\frac{\mu_{mn}}{g_{mn}}$ 指图像中像素 (m,n) 点具有某种特征的程度为 μ_{mn} ($0 \leq \mu_{mn} \leq 1$)，并且称 μ_{mn} 为模糊特征。

2.4.3 经典的 Pal-King 模糊增强算法

不同的增强算法有不同的隶属函数，在 Pal-king 增强算法中其隶属函数为：

$$\mu_{mn} = T(g_{mn}) = \left[1 + \frac{g_{\max} - g_{mn}}{F_d} \right]^{-F_e} \quad (2-27)$$

其中， F_d 是指数模糊因子， F_e 是指倒数模糊因子。在模糊处理中， F_d 和 F_e 系数的选取对图像增强有很大的影响。当 $F_e = 2$ ， $\mu_{mn} = \mu_c = G(g_c) = 0.5$ 时， g_c 被称为交叉点。同时，隶属函数值通过一个非线性函数来进行调整，其式为：

$$T_r(\mu_{mn}) = \begin{cases} 2(\mu_{mn})^2, & 0 \leq \mu_{mn} \leq 0.5 \\ 1 - 2(1 - \mu_{mn})^2, & 0.5 \leq \mu_{mn} \leq 1 \end{cases} \quad (2-28)$$

通过对 T_r 进行迭代，我们可以得到增强的隶属度 μ_{mn}' ，其式为：

$$\mu_{mn}' = T_r(\mu_{mn}) = T_r(T_{r-1}(\mu_{mn})) \quad r=1,2,\dots,\infty \quad (2-29)$$

一般情况下，根据不同的图像增强 r 的取值为 2 或者 3.其目的是扩大隶属度值大于 0.5 的点，减小或者消去隶属度值小于 0.5 的点。最终，模糊增强后的像素灰度值 g_{mn}' 通过 $G(\cdot)$ 的反变换可得，其式为：

$$g_{mn}' = G^{-1}(\mu_{mn}') = g_{\max} + F_d \left[1 - (\mu_{mn}')^{F_e} \right] \quad (2-30)$$

2.5 模糊对比度的增强理论

2.5.1 模糊对比度增强算法

Gordon^[36]等人认识到，局部对比度是通过放大指定像素点与其邻域像素点的灰度差来增强图像的局部信息。基于这种思想，李久贤^[37]等人提出了模糊对比度的概念，并且提出了基于模糊对比度的图像增强算法。

在文献[37]中，模糊对比度的定义为：

假设一幅图像 X ，其大小为 $M \times N$ ，灰度级为 L ，令 $\mu_{i,j} \in [0,1]$ ($i=1,2,3, \dots, M; j=1,2,3, \dots, N$) 作为图像 X 在 (i,j) 的隶属度值， $\bar{\mu}_{i,j}$ 表示以被处理点为中心的窗口内所包含的像素点的像素平均值的隶属度值，因此，在 (i,j) 点的模糊对比度可以表示为：

$$F_c = \frac{|\mu_{i,j} - \bar{\mu}_{i,j}|}{|\mu_{i,j} + \bar{\mu}_{i,j}|} \quad (2-31)$$

式中， $|\mu_{i,j} - \bar{\mu}_{i,j}|$ 表示像素点 $x_{i,j}$ 的隶属度与其邻域均值隶属度的绝对差。 F_c 表示归一化的相对模糊对比度。

模糊对比度增强算法的可以根据以下步骤来进行：

1.考虑算法的实时性因素，选择线性隶属函数：

$$\mu_{i,j} = \frac{X_{i,j} - X_{\min}}{X_{\max} - X_{i,j}} \quad (2-32)$$

式中， x_{\max} 和 x_{\min} 分别表示图像的最大和最小像素值。

2.根据式 (2-31) 可以得出图像的模糊对比度 F_c ，同时选择 3×3 的数据窗来计算均值模糊隶属度，即：

$$\bar{\mu}_{i,j} = \frac{1}{8} \sum_{x=i-1}^{i+1} \sum_{y=j-1}^{j+1} \mu_{(x,y)} - \mu_{(i,j)} \quad (2-33)$$

3.选择合适的非线性函数 $\psi(\cdot)$ 对模糊隶属度 F_c 进行处理，但是所选的非线性函数必须满足 $\psi(0) = 0$ ， $\psi(1) = 1$ 且 $\psi(x) \geq x$ ，满足这样的函数有很多，比如

幂函数 $\psi(x) = x^\alpha$ ，指数函数 $\psi(x) = \frac{(1 - e^{-kx})}{(1 - e^{-k})}$ 、对数函数 $\psi(x) = \frac{\ln(1 + kx)}{\ln(1 + k)}$ 、

双曲函数 $\psi(x) = \frac{\tanh kx}{\tanh k}$ 及多项式函数。每一个函数都有自己本身的优缺点，

因此可以根据不同的需求选择适当的函数。

$$F'_c = \psi(F_c) \quad (2-34)$$

4.对处理后的模糊隶属度进行调整，即：

$$\mu'_{ij} = \begin{cases} \frac{\bar{\mu}_{ij}(1-F'_c)}{1+F'_c} & \mu_{ij} \leq \bar{\mu}_{ij} \\ 1 - \frac{(1-\bar{\mu}_{ij})(1-F'_c)}{1+F'_c} & \mu_{ij} \geq \bar{\mu}_{ij} \end{cases} \quad (2-35)$$

5.通过式（2-32）的反变换，可以得到增强的结果：

$$x'_{ij} = \mu'_{ij}(x_{\max} - x_{\min}) + x_{\min} \quad (2-36)$$

2.5.2 本文改进的模糊对比度算法

虽然模糊对比度增强算法，能够使部分图像的效果明显改善，但是，根据上述介绍在求取模糊隶属时，会在小的邻域内放大噪声和量化误差，在大的邻域内使丢失细节信息丢失。因此本文对模糊隶属度的求法进行了改进^[71]。

改进的模糊对比度为：

$$F = \frac{|\mu_{i,j} - r|}{|\mu_{i,j} + r|} \quad (2-37)$$

在通常情况下，图像的细节信息是在高灰度值的范围内，背景信息是在低灰度值的范围内。经过大量的实验可知，当参数 r 过大时，高灰度值的区域会延伸，低灰度值的区域会压缩，使图像在高对比度的区域产生模糊的效果；反之，高灰度值的区域压缩，低灰度值的区域延伸，会使图像整体对比度下降。因此，本文的取值范围为（0.5，0.7）。

2.6 图像质量的评估与度量

在现代化进程快速发展的过程中，图像采集和存储设备的性能得到了很大的提高，同时成像环境也得到了很大改善，但人们对更好的图像效果也越来越迫切。一般情况下，图像的效果可由两方面的内容来进行表示，即保真度（Fidelity）和理解度（Intelligibility）^[38]。保真度也可以成为非失真度，它是指被处理后的图像与原图像的差别，而往往造成失真的是图像的细节部分，因此，失真主要是指边缘细节的失真；理解度是指人们或者机器能从图像中获得的信息，其主要内容包括对比度、清晰度和视觉效果。因此，我们在评估图像的处理质量时，要从这两方面进行评价。

目前，主要采用的评价方法有基于人视觉观察的主观评价方法和基于定量标

准的客观评价方法。从用途方面来说的话，处理后的图像是为了给人们提供更多直接有效的信息，能否满足人们的应用需求就需要人们通过视觉来观察。当然，只要是通过人的主观意识来进行评价的，大多情况下会随人的主观意识的差异而产生误差。因此，选择一些有效地客观评价标准也是非常必要的。客观评价方法是通过选择合适的评价指标，对处理后的图像以数据的形式进行评估。这样在一定程度上避免了图像处理效果随着人的主观意识的变换而变化。因此本文，采用了主观评价和客观评价相结合的方法，以至于能够更加直观有效的评价增强算法的效果。

2.7 本章总结

本章主要介绍了基于空域和模糊域的图像增强算法，详细叙述了基于空域的灰度变换方法和细节锐化算法，同时通过模糊集理论的介绍，引入了模糊增强方法，并且详细介绍了 Pal-King 模糊增强算法和基于模糊对比度的增强的算法，并且提出了本文改进的模糊对比度增强算法，最后，介绍了本文的评价方法。

第三章 基于频域的图像增强算法

频率域变换也称为频域变换或变换域变换，这是相对于空域变换来说的。就其表面意思来看，频域变换增强方法是指把图像在空域的像素点进行相应的映射或分解变换到频域，然后再根据应用的需求对频域的图像信息进行处理，从而达到对图像进行增强的目的，最后，可以通过把修改后的图像系数进行对应的反变换而得到增强后的图像^[39]。由于传统的单尺度或由单尺度扩展的频域变换，具有各种各样缺陷无法满足更深层次的图像处理的需求，因而基于多尺度几何分析的频域变换成为了近来研究者所追捧的热门领域。本章通过对多尺度几何分析的解释，简单介绍了几种基于多尺度几何分析的频域变换方法：曲波变换（Curvelet transform）、带波变换（Bandlet transform）、Tetrolet 变换、轮廓波变换（Contourlet transform），同时阐述了本文所重点研究的非下采样轮廓波变换（Nonsampled contourlet transform, NSCT）和剪切波变换（Shearlet transform），为后面章节的应用奠定理论基础。

3.1 多尺度几何分析

在图像处理的应用方面，传统的频域变换方法有傅立叶变换、离散余弦变换（DCT）^[40]等，这些变换虽然能够很好的表示图像在频域的信息，但是却不含有图像在时域的任何信息，然而时域信息对于图像的特殊应用可能是非常关键的。为了克服这种缺陷，学者在继续研究关于傅立叶变换算法的同时，也进行了其他频域变换算法的研究。

近年来，由于小波变换具有较好的时频局部性和多分辨率特性，并有 Mallat 分解重构算法作为现实支撑，使它在图像压缩、图像融合、图像去噪、图像分割、图像复原、图像变化检测及纹理分析等方面得到广泛的应用。然而，当把小波变换使用在图像处理领域时，我们通常情况下采用的是可分离二维小波变换。众所周知，可分离二维小波变换是指先把图像进行一次水平方向的一维小波变换，然后把变换的结果再进行一次垂直方向的一维小波变换，至此可以得到二维小波变换的结果，从而，小波基函数的支撑区间由一维小波的单方向区间扩展为平面的正方形^[32]。因此，可分离二维小波变换能够捕获水平、垂直和对角线这三个方

向的信息。

虽然，可分离二维小波变换能够表示三个方向的信息，但是相对来说其基函数的方向性还是比较差。这也就是说小波变换在表示奇异点的瞬时状态的特征是最有效的，然而在表示图像中各种线性结构的奇异性时却不是最优的。图像是由平滑区域和边缘纹理细节组成，而平滑区域的方向性较弱，边缘和纹理细节的方向性较强。当一个基函数的支撑区间能与被逼近的基函数的支撑区间很好的配准，则其能更好更全面的表示图像中各个方向的信息。就小波变换而言，由于其基函数只能表示三个方向的有效信息，因此其表示方向性较弱的平滑区域时，具有很高的效率，相反，对于方向性较强的边缘纹理区域，则效率很低。由此可知，一种变换的基函数能够表示的方向信息越多，其对边缘纹理细节等方向性较强的区域表示效率越高。

基于上述分析可知，小波变换在表示图像高维空间的数据特征方面能力有限。为了消除这种局限性，一些基于多尺度几何分析的变换方法应运而生，并且很快的应用于图像处理的各个领域^[41]。图像经过基于多尺度几何分析的变换后，会产生低维空间的数据和高维空间的数据，而低维空间数据可以表示像曲线、曲面这样的平滑区域的信息，高维空间数据用来表示图像的边缘细节信息和噪声信息。通过生理学家对人们视觉系统的研究和图像统计模型相结合，一般的基于多尺度几何分析的变换方法应包含有以下几个特征：

（1）多分辨率：通常情况指带通性，即能够从高分辨率到低分辨率对图像进行逼近。

（2）局域性：能够在频域和空域表示的“基”应该是局部性的。

（3）临界抽样：用于表达某些特定应用的“基”，应该有最小的冗余度^[42]。

（4）方向性：应该具有能提供足够多的方向性的能力，不仅仅是局限于二维小波变换的有限个方向。

（5）各向异性：为了更好地表示图像高维空间中的奇异曲线，则这种变换的表示方法的基必须具有不同方向不同比率的拓扑性。

下面我们将介绍几种基于多尺度几何分析的变换方法。

3.2 曲波 (Curvelet) 变换

Curvelet 变换是由 E.J.Candes 等人于 1999 年, 在基于多尺度变换的基础上首次提出来的^[43], 它被称为第一代 Curvelet。Curvelet 变换能够克服单尺度脊波变换 (Ridgelet) 和多尺度 Ridgelet 变换在处理多个变量的奇异函数时出现的稀疏逼近能力有限和计算冗余量过大的问题。它主要有以下三个方面的理论来构成: Ridgelet 理论 (用来分析和解释含有线性奇异特征)、Multi-scale Ridgelet 理论 (即多尺度 Ridgelet 理论, 它是一种塔式的加窗 Ridgelet, 能够延伸尺度和局部化的范围, 并且进行归一化)、Band-pass Ridgelet 理论 (即带通滤波理论, 它能够将目标分解成一系列不连续的尺度)。其分解的核心部分是子带分解和 Ridgelet 分解。其分解重构图如下:

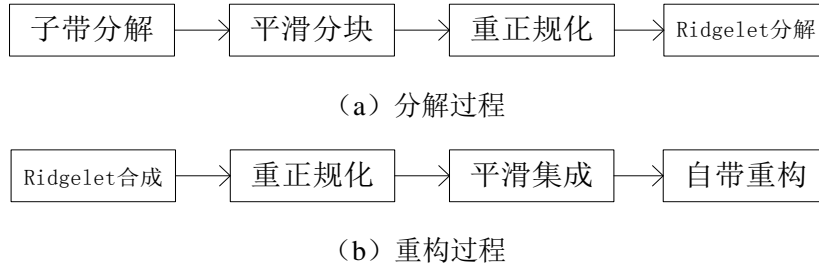


图 3.1 第一代 Curvelet 变换分解和重构过程

虽然第一代 Curvelet 变换能够在图像处理方面取得良好的效果, 但是从图 3.1 中可以看出, 其实现过程相当复杂, 并且 Curvelet 塔式分解也使得计算的冗余量急剧增加。因此, E.J.Candes 等人相继又提出的第二代 Curvelet 变换实现相对快捷、计算冗余量较小且容易分析理解^[44]。然而第二代 Curvelet 变换与 Curvelet 变换并无直接的关系, 在实现过程中也不用通过 Ridgelet 变换的塔式变换, 它与 Ridgelet 变换之间的共同点仅仅是框架和紧支撑等抽象的数学意义之间的关联。其可以分为连续 Curvelet 变换和离散 Curvelet 变换。

(1) 连续 Curvelet 变换

假设在基于图像的平面空间 R^2 中, x 表示空间坐标参量, ω 表示频域参数, r, ω 表示频域中的极坐标。

定义 1: 假设存在平滑、非负、负值“半径窗 $W(r)$ 和角窗 $V(t)$ ”，且满足容许性条件:

$$\sum_{j=-\infty}^{\infty} W^2(2^j r) = 1, \quad r \in (3/4, 3/2) \quad (3-1)$$

$$\sum_{l=-\infty}^{\infty} V^2(t - l) = 1, \quad t \in (-1/2, 1/2) \quad (3-2)$$

频率窗表示为:

$$U_j(r, \theta) = 2^{-3j/4} W(2^{-j} r) V\left[\frac{2^{[j/2]}}{2\pi}\right] \quad (3-3)$$

式中, $[j/2]$ 表示 $j/2$ 的整数部分。 U_j 是在极坐标区域内, 由 W 和 V 支撑区间相互作用而得到的楔形区域下的楔形窗。

令母曲波 (mother Curvelet) 为 $\phi_j(x)$, 其傅里叶变换 $\hat{\phi}_j(\omega) = U_j(\omega)$, 则要在 2^{-j} 尺度上得到 Curvelet 可由 ϕ_j 通过旋转变换和平移变换来实现。同时, 均匀的旋转角度序列可以表示为: $\theta_l = 2\pi \cdot 2^{-[j/2]} \cdot l; l = 0, 1, \dots, 0 \leq \theta_l \leq 2\pi$ 和平移参数:

$$k = (k_1, k_2) \in \mathbb{Z}^2.$$

综上所述, 假设在尺度范围表示为 2^{-j} , 方向为 θ_j , 平移变量为 (k_1, k_2) 处的 Curvelet 为:

$$\phi_{j,l,k}(x) = \phi_j(R_{\theta_l}(x - x_k^{(j,l)})) \quad (3-4)$$

式中 $x_k^{(j,l)} = R_{\theta_l}^{-1}(k_1 \cdot 2^{-j}, k_2 \cdot 2^{-j/2})$, R_{θ_l} 通过 θ_l 进行旋转变换可得。

因此 Curvelet 变换可以表示为:

$$c(j, l, k) = \langle f, \phi_{j,l,k} \rangle = \int_{\mathbb{R}^2} f(x) \bar{\phi}_{j,l,k}(x) dx \quad (3-5)$$

其频域的表示为:

$$c(j, l, k) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int \hat{f}(w) \hat{\phi}_{j,l,k}(w) dw = \frac{1}{(2\pi)^2} \int \hat{f}(w) U_j(R_{\theta_l} w) e^{i \langle x_k^{(j,l)}, w \rangle} dw \quad (3-6)$$

式中, $\phi_{j,l,k}$ 表示 Curvelet 函数, j, l, k 表示尺度、方向、坐标参数。

(2) 离散 Curvelet 变换

在图像的二维笛卡尔坐标系中，使用连续的频率窗口进行分割并不合适，因此，需要一个同心的矩形域 \tilde{U}_i 来代替。

假设离散空间下的函数为 $f[t_1, t_2]$ ，且 $0 \leq t_1, t_2 \leq n$ 为输入，则Curvelet变换的离散形式是：

$$c^D(j, l, k) = \sum_{0 \leq t_1, t_2 \leq n} f[t_1, t_2] \bar{\phi}_{j,l,k}^D[t_1, t_2] \quad (3-7)$$

定义笛卡尔坐标系下的局部窗为：

$$\tilde{U}_j(\omega) = \tilde{W}_j(\omega) V_j(\omega) \quad (3-8)$$

式中， $\tilde{W}_j = \sqrt{\phi_{j+1}^2(\omega) - \phi_j^2(\omega)}$ ， $V_j(\omega) = V(2^{\lfloor j/2 \rfloor} \omega_2 / \omega_1)$ ， $j \geq 0$

一维低通窗口内积可以用 ϕ 进行表示：

$$\phi_j(\omega_1, \omega_2) = \phi(2^{-j} \omega_1) \phi(2^{-j} \omega_2) \quad (3-9)$$

引入间隔相同的斜率： $\tan \theta_l = l \times 2^{\lfloor -j/2 \rfloor}$ ， $l = -2^{\lfloor -j/2 \rfloor}, \dots, 2^{\lfloor -j/2 \rfloor} - 1$ ，则

$$U_{j,l}(\omega) = W_j(\omega) V_j(S_{\theta_l} \omega) \quad (3-10)$$

式中，剪切矩阵 $S_\theta = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\tan \theta & 1 \end{bmatrix}$ 。则离散Curvelet变换可以表示为：

$$\phi_{j,l,k}(x) = 2^{3j/4} \phi_j \left[S_{\theta_j}^T (x - S_{\theta_j}^{-T} b) \right] \quad (3-11)$$

b 取离散值 $(k_1 \times 2^{-j}, k_2 \times 2^{-j/2})$

离散Curvelet变换的表示如下：

$$c(j, l, k) = \int f(\omega) U_j(S_{\theta_l}^{-1} \omega) \exp[i(S_{\theta_l}^{-T} b, \omega)] d\omega \quad (3-12)$$

由于上述剪切矩阵不是标准的矩形阵，因而不能用傅立叶变换方法，所以上述表达式可以写为：

$$\begin{aligned} c(j, l, k) &= \int f(\omega) U_j(S_{\theta_l}^{-1} \omega) \exp[i(b, S_{\theta_l}^{-T} \omega)] d\omega \\ &= \int f(S_{\theta_l} \omega) U_j(\omega) \exp[i(b, \omega)] d\omega \end{aligned} \quad (3-13)$$

3.3 带波（Bandlet）变换

有些研究者发现，在对图像进行处理的过程中，如果能对图像的几何特征这

样的内在信息加以利用的话，那么图像表示方法的逼近能力会得到很大的提升，给图像处理提供更高的精确度。正是在这种想法的驱使下，E.Pennec 和 S.Mallat 提出了一种基于 Bandlet 变换的方法，被称为第一代 Bandlet 变换^[45]。这种算法的具体步骤为：首先为了能有效地表示原图像的局部正则信息，他们先定义了一种图像的几何矢量线（Geometric Flow of Vectors, GFV）；随后，对图像的支撑区间 S 进行一定程度的二进制剖分 $s = \bigcup_i \Omega_i$ ，使得到的剖分区间只含有一条边缘；然而在不含有边缘线的区域内，因灰度值变化小，符合一直正则的条件，因而在这些区域内不需要定义 GFV，相反，在含有边缘线的区域内，边缘线的切线方向可以表示其矢量线方向；最后在全局最优条件的限制下，估算出在含有边缘线的区域内的矢量线，沿矢量线方向将小波系数进行 Bandlet 变换，从而可以得到正交的 Bandlet 基。Bandlet 变换在表示图像的几何特征信息方面要比小波变换精细更有效，但是这种变换仍然存在一些缺点。这些缺点分别有：1.它是根据局部正交化的方法，无法表示全局正交；2.它是定义在连续集合中，缺少处理离散的问题；3.由于其在空间域中直接分解，则无法有效地表示图像的内在几何特征；4.算法冗余大，计算量高。为了解决上述变换的缺陷，于 2005 年，G.Peyre 和 S.Mallat 提出了改进的 Bandlet 变换，被称为第二代 Bandlet 变换^[46]。第二代 Bandlet 变换是把图像经过小波变换后的系数进行稽核正交分解，然后得到 Bandlet 系数。与第一代相比，第二代 Bandlet 能够摆脱它的缺陷，并且有更好的去噪效果。

3.4 Tetrolet 变换

Tetrolet 变换是一种采用四格拼图的自适应 Harr 小波变换，它不仅包含了 Curvelet, Bandlet 等算法的优点，能够对图像的纹理和轮廓的方向性和各向异性进行表示，具有平移不变性，而且还可以表达多种几何特征^[47,48]。Tetrolet 变换方法是根据不同图像的几何特征来选择合适的模板，通过模板对图像进行分解可以得到图像在不同频域的信息，主要有低频信息和高频信息，然后再分别对高低频信息进行相应处理。下面我们将简单介绍 Tetrolet 变换的过程。

首先，通过 Tetrolet 变换把图像分解成若干个 4×4 的模块，然后通过 Tetrolet 基对每一个模块进行处理，这时可以得到 2×2 的低频子带和 12×1 的高频子带；

然后把低频子带进行重新排列,然后使用 4×4 的模块对重新排列的低频区域进行再次分级,直至分解结束。四格拼板是由四个正方形组成的模块,在 Tetrolet 变换中,不考虑转动的情况下,有五中基本的四格模块,这五个模块通过转动能对图像进行全方位的覆盖,如图 3.2 所示。

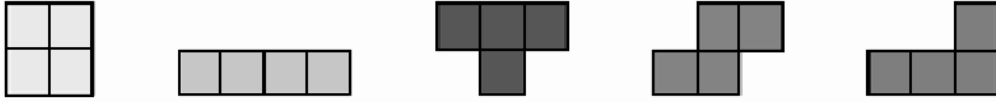


图 3.2 五种基本的四格模板

这五种基本的四格模板都有各自的特点,它们最初的想法来源于游戏“俄罗斯方块”中的模块。它们分别代表了“O”型、“S”型、“L”型、“T”型、“T”型,在表示图像时,这些模块中的每一个正方形代表了图像的一个像素值。这些基本模块在填充图像时,如果不考虑转动的情况下,有 22 种填充方式,反之,则有 117 种。

假设输入图像可以表示为 $a^0 = (a[i, j])_{i,j=0}^{N-1}$ 其中, $N = 2^J, (J \in \mathbb{N})$, 图像中的任何一个像素值可以用一维索引来表示,即: $J: I \rightarrow \{0, 1, 2, \dots, N^2 - 1\}, J(i, j) = jN + i$ 。

则对图像进行 J 次 Tetrolet 变换时,其中的第 r 次变换的过程为^[47]:

(1) 将从上级分解后重新排列所得的低频部分 a^{r-1} 分解为若干个 4×4 的模块 $Q_{i,j}, (i, j = 0, 1, \dots, \frac{N}{2^{r+1}} - 1)$

(2) 划分每一个模块 $Q_{i,j}$, 这时会有 117 种方式, 标记为 $c = 0, 1, 2, 3, \dots, 117$ 。对模板划分后的每个区域进行标记 $I_s^{(c)}(0, 1, 2, 3)$ 。这时每个区域有 4 个像素点, 按照像素点 $J(i, j)$ 由小到大映射到索引为 $L(m, n) = \{0, 1, 2, 3\}, m, n \in I_s^{(c)}$ 的区域中。然后对 $I_s^{(c)}$ 进行 Harr 小波变换, 从而可以得到 4 个低频子带 $a^{r,(c)}$ 和 12 个 Tetrolet 子带 $\omega_l^{r,(c)} (l = 1, 2, 3)$

$$a^{r,(c)} = (a^{r,(c)}[s])_{s=0}^3 \quad (3-14)$$

式中

$$a^{r,(c)}[s] = \sum_{(m,n) \in I_s^{(c)}} \varepsilon[0, L(m, n)] a^{r-1}[m, n] \quad (3-15)$$

$$\omega_l^{r,(c)} = (\omega_l^{r,(c)}[s])_{s=0}^3 = \left(\sum_{(m,n \in I_s^{(c)})} \varepsilon[l, L(m, n)] a^{r-1}[m, n] \right)_{s=0}^3 \quad (3-16)$$

$$W = (\varepsilon[l, m])_{l,m=0}^3 = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (3-17)$$

对计算出的每种方式通过选择标准，筛选出最优的方式：

$$c^* = \arg \min \sum_{l=1}^3 \sum_{s=0}^3 \left| \omega_l^{r,(c)}[s] \right| \quad (3-18)$$

选择最优的方式后，每个模块 $Q_{i,j}$ 的 Tetrolet 变换为： $[a^{r,(c^*)}, \omega_1^{r,(c^*)}, \omega_2^{r,(c^*)}, \omega_3^{r,(c^*)}]$

(3) 为了下一级的分解低频子带进行重新排列：

$$a_{Q_{i,j}}^r = R(a^{r,(c^*)}) = \begin{bmatrix} a^{r,(c^*)}[0] & a^{r,(c^*)}[2] \\ a^{r,(c^*)}[1] & a^{r,(c^*)}[3] \end{bmatrix} \quad (3-19)$$

同理， $w_{l|Q_{i,j}}^r = R(\omega_l^{r,(c^*)})$

(4) 把低频子带矩阵 $a^r = (a_{Q_{i,j}}^r)_{i,j=0}^{\frac{N}{2^{r+1}}-1}$ 和 Tetrolet 子带矩阵 $w_l^r = (w_{l|Q_{i,j}}^r)_{i,j=0}^{\frac{N}{2^{r+1}}-1}$ ，

用 a^r 与 w_l^r 组成 a^{r-1}

$$a^{r-1} = \begin{bmatrix} a^r & \omega_2^r \\ \omega_1^r & \omega_3^r \end{bmatrix} \quad (3-20)$$

通过上述步骤，最多经过 J 次 Tetrolet 变换，可以把图像进行完全分解。

3.5 轮廓波 (Contourlet) 变换

于 2002 年，Do 和 Vetterli 和在 Curvelet 变换的基础上提出了一种新的多尺度分析方法，它不仅具有传统的多尺度分析方法的特性，而且能够解决二维或更高维数的奇异性，同时能有效快速的实现^[49]。其实质是一种具有多分辨率、多方向、各向异性和局部性的变换，它采用了与长方形类似地线段作为基函数，从而取代了小波中正方形的基函数。它的基函数非常丰富，能包含 2 的整数次幂个方向的所有基函数，并且任意一个基函数的长宽比例可以随意变化，因而对于光滑边缘和轮廓能够接近最优表示，表现在处理后的二维系数中则是通过最精炼的系数获得最完整的图像边缘和轮廓信息。Contourlet 变换能够满足在曲线中不同方

向的各向异性尺度上的不同比例关系，同时提供一种快速机构化的类似于 Curvelet 变换的分解方法。

Contourlet 变换可以看成是机器视觉中用到的 Hough 变换，它由两组滤波器组成，这两组滤波器分别是多尺度的拉普拉斯金字塔式分解（Laplacian Pyramid, LP）和方向分析的方向滤波器组（Direction Filter Bank, DFB）。从而 Contourlet 变换可分为如下两步：1. 使用 LP 变换对图像进行多尺度分解，以此用来捕获高频信息的奇异点，会生成原图像的低频采样信号（即高斯图像）和原始图像与预测图像的差异图像，称为带通信号（即拉普拉斯图像）；2. 把由 LP 得到的带通图像通过 DFB 进行方向分解（方向数为 2^k ，其中 k 可以根据希望获得的方向数自己定义），根据方向分解数可将频域分解成相同数目的楔型子带（Wedge Shape），它可以把分布在相同方向上的奇异点整合为一个系数。其分解过程如图 3.3 所示。

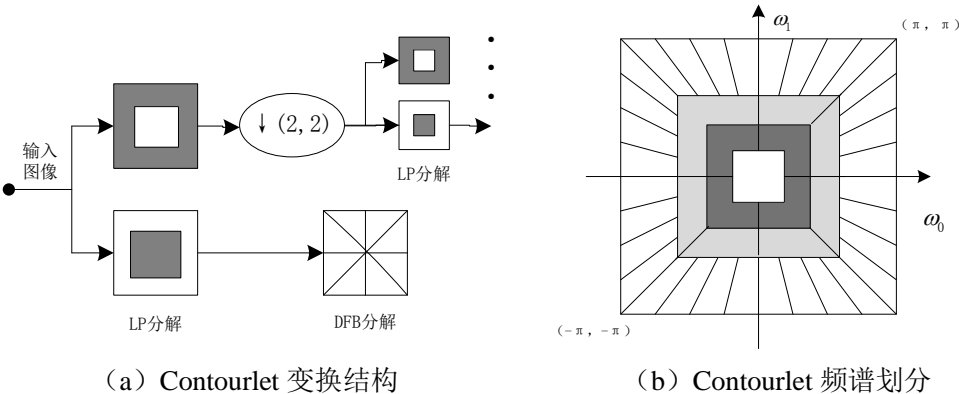


图 3.3 Contourlet 变换分解结构

3.5.1 LP 分解

拉普拉斯金字塔式变换是一种多尺度分解方法，它的基本思路是：首先利用低通滤波和下采样生成原图像的低频逼近，然后将低频逼近通过上采样和高通合成滤波器可以得到原图像的预测图像，并计算原始图像与预测图像的差值，作为预测误差；恢复时，将低频分量通过上采样和高通合成滤波器预测出预测图像，再将其通过预测误差相加。原图像经过 LP 分解，可生成低频子带图像和带通子带图像，其中带通子带图像是原图像与预测图像的差值。其分解和合成的过程如图 3.4 所示，其中 H 和 G 分别表示低通滤波器和高通合成滤波器， M 表示采样矩阵。

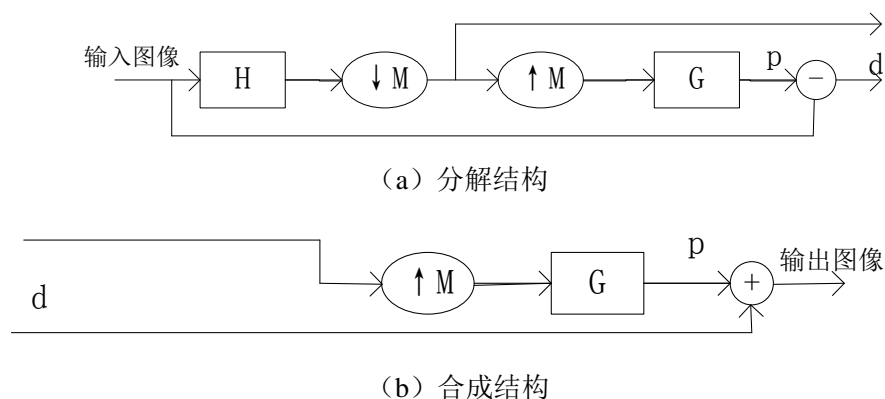


图 3.4 LP 分解与重构框图

3.5.2 方向滤波器组 (DFB)

方向滤波器组是为了把图像的高频区域划分成若干个楔型区域。Bamgerger 和 Smith 提出的方向滤波器组方案，可以对图像进行方向分解而且还具有比较好的重构性，但是其结构必须遵循一种相对复杂的二叉树结构才能得到理想的频域分割。随后，M.N.Do 等人于 2002 年提出了由梅花滤波器组 (Quincunx Filter Band, QFB) 和二次取样的“旋转”而形成的扇形滤波器，它避免了对输入图像进行调整的过程，而且展开分解的规则比二叉树结构要简单得多。DFB 进行两层分解时的示意图如图 3.5 所示。

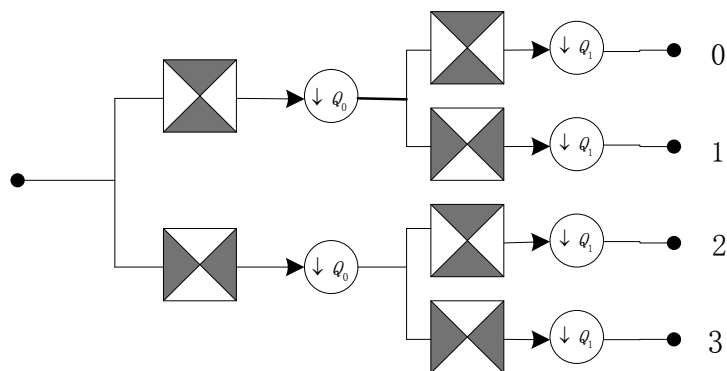


图 3.5 DFB 前两层分解结构

在图 3.5 中， Q_0 和 Q_1 分别表示第一层和第二层的抽样矩阵，即扇形滤波器和象限滤波器。使用扇形滤波器对原图像进行第一层分解，由此可得到水平和垂直两个方向的信息。随后使第一层分解后的信息再通过级联象限滤波器，就完成了第二次分解，由于级联象限滤波器的高频区域与扇形滤波器只有二分之一的重叠区域，因此能够完成更细层次的划分，可以使频域分割更加理想化。扇形滤波器 Q_1 和象限滤波器 Q_2 的结构和理想的频域划分如图 3.6 所示。

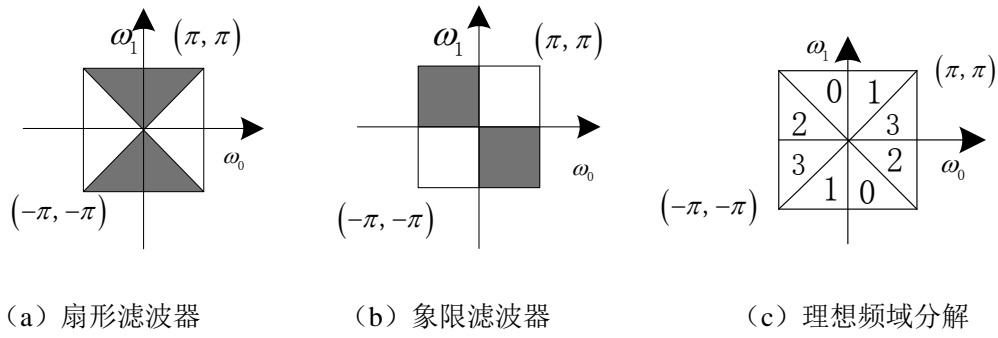


图 3.6 DFB 前两层滤波器结构

3.6 非下采样轮廓波变换

在 Contourlet 变换中可以通过下采样来减少数据的冗余量，是一种小冗余的表示方法，以至于塔型滤波带结构在 Contourlet 变换中具有非常有限的冗余性，但是在 LP 和 DFB 分解过程中同时都含有下采样，以至于 Contourlet 变换不具备平移不变的特性，这会使处理后的图像进行复原时在它的奇异点周围产生伪吉布斯（Gibbs）现象，这会使图像的边缘轮廓部分产生失真。多尺度几何分解框架的平移不变性可以有效地抑制 Gibbs 伪现象。非下采样 Contourlet 变换（Non - subsampled Contourlet Transform, NSCT）是在 Contourlet 变换的基础上为了克服其不具有平移不变性的缺陷，于 2006 年由 M.N.Do 和 A.L.Cunha 提出的新的变换方法^[50,51]。它是一种结构上与 Contourlet 变换相似的超完备变换，与 Contourlet 变换的不同之处在于其变换过程中删去了下采样的过程，它是由非下采样塔式滤波器（Non - subsampled Pyramid, NSP）和非下采样方向滤波器组（Non - subsampled Directional Filter Bank, NSDFB）来构成的。在这种组合状态下，使其不仅具有多尺度、良好的空域和频域局部特性和方向性，而且具有平移不变性和更高的冗余度。高冗余度可以完整的保存 NSCT 变换后的信息，同时会使 NSCT 变换的低频部分不会有频率混淆的现象。非下采样 NSCT 变换先把图像通过 NSP 进行多尺度分解，随后利用 NSDFB 进行方向分解，以此可以得到不同尺度和方向的子带图像，其具体分解示意图如图 3.7 所示。

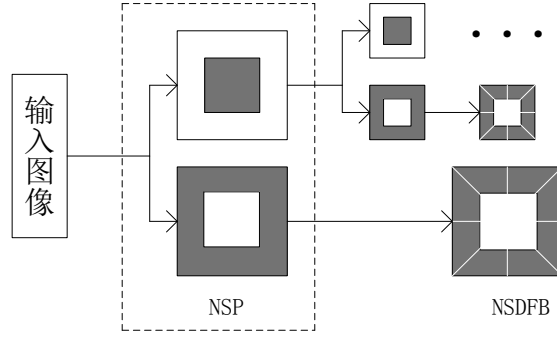


图 3.7 NSCT 分解流程图

3.6.1 非下采样塔式分解（NSP）

进行非下采样塔式分解是为了实现图像的多尺度分解，其延续了“a trous”小波算法的思想，分别对低通滤波器和高通滤波器去除下采样只进行上采样的操作，然后对前一层低频图像使用去除下采样的低通滤波器进行滤波，可以得到低频图像，同理，对前一层的高频图像使用去除下采样的高通滤波器可以得到高频图像。然而这个过程是通过迭代的方式实现的，但是能够实现这种迭代方式，其高通和低通滤波器需要满足公式 3-21 的条件：

$$H_0(z)G_0(z) + H_1(z)G_1(z) = 1 \quad (3-21)$$

式中， $H_0(z)$ 和 $D_0(z)$ 分别为低通分解滤波器和低通重建滤波器， $H_1(z)$ 和 $D_1(z)$ 分别为高通分解滤波器和高通重建滤波器。图 3.8 为 NSP 一级分解重建的示意图。

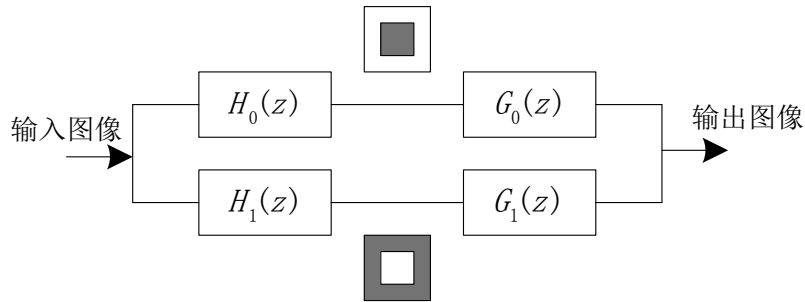


图 3.8 NSP 一级分解重建示意图

3.6.2 非下采样方向滤波器组（NSDFB）

进行非下采样方向滤波变换是为了实现图像的多方向分解，它通过使用扇形滤波器组来得到需要的象限滤波器组和方向滤波器组，这样可以避免了对图像的重采样过程。NSDFB 是通过扇形滤波器组和象限滤波器组把图像分成 4 个

方向的子带，然后通过平行滤波器组对得到的子带进行分方向。如果想得到更加精细的方向分解，可以使用 NSDFB 进行迭代。在第一层方向分解后，为了得到下一层方向分解的方向滤波器组，这时需要使用一个梅花形矩阵 Q 对方向滤波器组中的每一个滤波器进行上采样。

$$Q = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \quad (3-22)$$

如果对某图像的高频子带进行 k 级方向分解，这时可以得到 2^k 个与原图像大小相同的方向子带图像。当图像进行 J 次 NSCT 变换，我们可以得到 1 个低频子带图像和 $\sum_{j=1}^J 2^{k_j}$ 个带通方向子带，其中 j 为分解级数， k_j 为方向分解数。

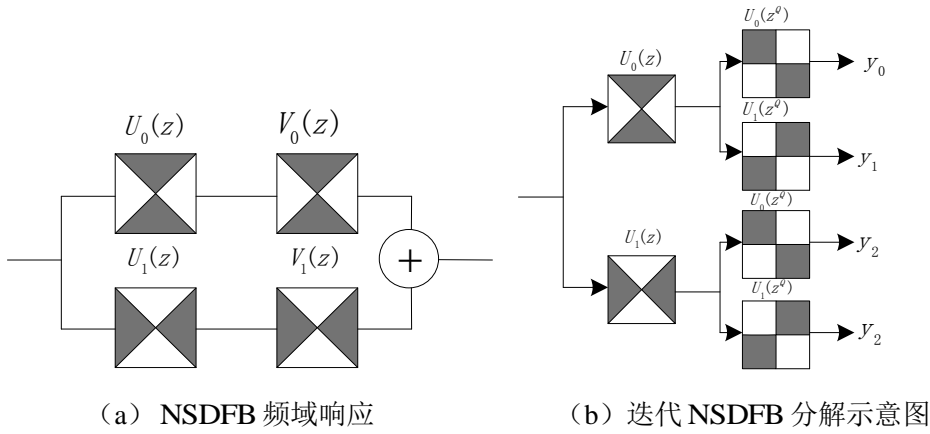


图 3.9 NSDFB 的频域分解及迭代分解结构

3.7 剪切波 (Shearlet) 变换

从以上的变换方法分析中可以看出，例如小波变换、轮廓波变换等方法在图像的稀疏表示方面都或多或少的存在一些不足，而 Shearlet 不仅能够避免这些方法在图像系数表示方面的缺陷，而且还继承了这些多尺度几何分解方法的优势，具有多尺度、多分辨率和各项异性的特征。Shearlet 变换的数学结构很简单，它的基函数是对一个函数做伸缩、平移和旋转而产生的，随后对基函数做放缩、剪切、平移等放射变换可以生成具有不同特性的剪切函数。同时，其基函数的支撑区间随着尺度不同而成比例变化，这会使 Shearlet 变换能够更加理想的表示图像的边缘轮廓的方向信息。

3.7.1 Shearlet 变换的构成理论

说到 Shearlet 变换，Genn Easley 等人在文献^[52-54]中提到的小波合成理论是必须要介绍的，因为 Shearlet 变换是在放射系统理论的基础上由 Guo K 和 G.Easley 等人提出的^[55-57]。

合成小波的定义：在维数为 2 的条件下，如果对 $\forall f \in L^2(R^2)$ ，都有

$$\sum_{j,l,k} \left| \langle f, \psi_{j,l,k} \rangle \right|^2 = \|f\|^2 \quad (3-23)$$

成立，其中， $\psi_{j,l,k} = |\det A|^{j/2} \psi(B^l A^j x - k)$ ， A, B 为 2×2 可逆矩阵， $|\det B|=1, \psi \in L^2(R^2), j, l \in Z, k \in Z^2$ ，则称具有合成膨胀的仿射系统

$$\Lambda_{AB}(\psi) = \left\{ \psi_{j,l,k}(x) = |\det A|^{j/2} \psi(B^l A^j x - k) : j, l \in Z, K \in Z^2 \right\} \quad (3-24)$$

这样就形成了一个 Parseval 框架，并称系统 Λ_{AB} 中的元素 $\psi_{j,l,k}$ 为合成小波。

在式 (3-24) 中， A 表示尺度变换矩阵，也称各向异性膨胀矩阵； B 表示具有旋转和剪切的几何变换矩阵。对 $\forall a > 0, s \in R$ ， $A = \begin{bmatrix} a & 0 \\ 0 & \sqrt{a} \end{bmatrix}$ ， $B = \begin{bmatrix} 1 & s \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ 。 a 和 s 取不同的值可以得到不同的尺度变换矩阵和剪切矩阵，频域支撑集如图 3.10 所示。

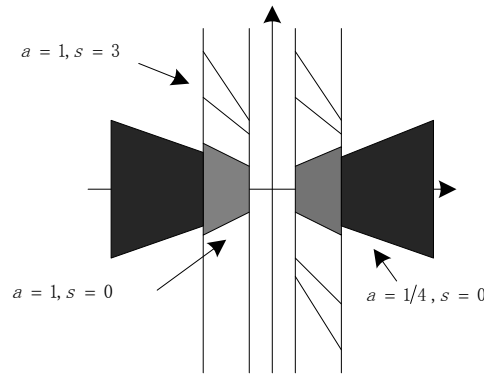


图 3.10 不同 a 和 s 时的频域支撑集

在一般情况下，取 $a=4, s=1$ ，这时我们会得到 $A = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$ 的尺度变换矩阵，

$B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ 的剪切矩阵。

假设对任何的 $\xi = (\xi_1, \xi_2) \in \hat{R}^2, \xi_1 \neq 0$, 令 $\psi^{(0)}$ 为:

$$\hat{\psi}^{(0)}(\xi) = \psi^{(0)}(\xi_1, \xi_2) = \psi_1(\xi_1)\psi_2\left(\frac{\xi_2}{\xi_1}\right) \quad (3-25)$$

其中 $\hat{\psi}_1, \hat{\psi}_2 \in C^\infty(\hat{R}), \sup p\hat{\psi}_1 \subset [-1/2, -1/16] \cup [1/16, 1/2], \sup p\hat{\psi}_2 \subset [-1, 1]$, 这时可以得出 $\hat{\psi}^{(0)} \in C^\infty(\hat{R}), \sup p\hat{\psi}^{(0)} \subset [-1/2, 1/2]^2$ 。

令

$$\sum_{j \geq 0} |\hat{\psi}_1(2^{-2j}\omega)| = 1, \quad |\omega| \geq 1/8 \quad (3-26)$$

且对 $\forall j \geq 0$

$$\sum_{l=-2^j}^{2^j-1} |\hat{\psi}_2(2^j\omega - l)|^2 = 1, \quad |\omega| \leq 1 \quad (3-27)$$

对 $\hat{\psi}_1, \hat{\psi}_2$ 的支集进行相结合可以得到函数 $\psi_{j,l,k}$ 的频域支撑集:

$$\sup p\psi_{j,l,k}^{(0)} \subset \left\{ (\xi_1, \xi_2) : \xi_1 \in [-2^{2j-1}, -2^{2j-4}] \cup [2^{2j-4}, 2^{2j-1}], \left| \frac{\xi_2}{\xi_1} + l2^{-j} \right| \leq 2^{-j} \right\} \quad (3-28)$$

从式 (3-28) 中可以看出, $\psi_{j,l,k}$ 是一个大小为 $2^{2j} \times 2$, 方向为 $l \times 2^{-j}$ 的梯形组合, 如图 3.11 所示。

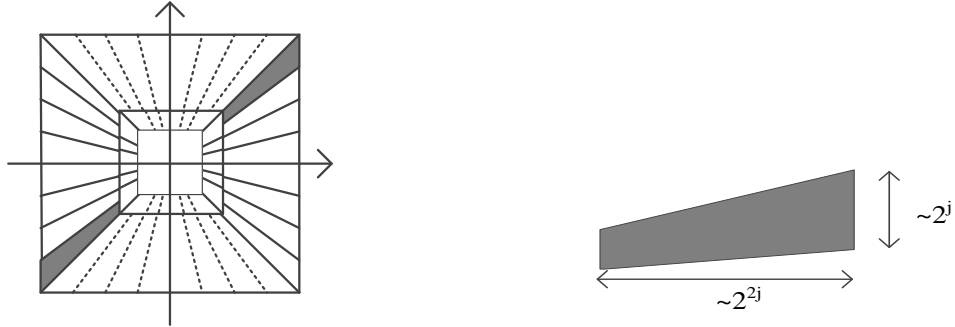


图 3.11 (a) Shearlet 变换的频域剖分图

(b) Shearlet 的频域支撑空间

由此可知满足 $\hat{\psi}_1, \hat{\psi}_2$ 性质的函数有很多, 由式 (3-26) 和 (3-27) 可知, 对

$\forall (\xi_1, \xi_2) \in D_0$, 满足

$$\sum_{J \geq 0} \sum_{L=-2^J}^{2^J-1} |\hat{\psi}^{(0)}(\xi A_0^{-J} B_0^{-L})|^2 = \sum_{J \geq 0} \sum_{L=-2^J}^{2^J-1} |\psi_1(2^{-2J}\xi_1)|^2 \left| \psi_2\left(2^J \frac{\xi_2}{\xi_1} - L\right) \right|^2 = 1 \quad (3-29)$$

式中 $D_0 = \{(\xi_1, \xi_2) \in \hat{R}^2 : |\xi_1| \geq 1/8, |\xi_2| \leq 1\}$, 即 $\{\hat{\psi}^{(0)}(\xi A_0^{-J} B_0^{-L})\}$ 可以表示为 D_0 的一个

紧凑的分支集合。由此可知, 在 $\sup p\hat{\psi}^{(0)} \subset [-1/2, 1/2]^2$ 的情况下, 可得到集合:

$$\left\{ \psi_{j,l,k}^{(0)}(x) = 2^{\frac{3j}{2}} \psi^{(0)}(B_0^l A_0^j x - k) : j \geq 0, -2^j \leq l \leq 2^j - 1, k \in \mathbb{R}^2 \right\} \quad (3-30)$$

是 $L^2(D_0)^\vee = \{f \in L^2(\mathbb{R}^2) : \text{supp } pf \subset D_0\}$ 上的一个帕塞瓦尔框架。

同理，可以通过上述过程构造 $L^2(D_1)^\vee$ 的帕塞瓦尔框架，其中

$$D_1 = \left\{ (\xi_1, \xi_2) \in \hat{\mathbb{R}}^2 : |\xi_2| \geq 1/8, \left| \frac{\xi_1}{\xi_2} \right| \leq 1 \right\} \text{ 且 } \hat{\psi}^{(1)}(\xi) = \hat{\psi}^{(1)}(\xi_1, \xi_2) = \hat{\psi}^{(1)}(\xi_2) \hat{\psi}^{(1)}\left(\frac{\xi_1}{\xi_2}\right)。$$

集合可以表示为：

$$\left\{ \psi_{j,l,k}^{(1)}(x) = 2^{\frac{3j}{2}} \psi^{(1)}(B_1^l A_1^j x - k) : j \geq 0, -2^j \leq l \leq 2^j - 1, k \in \mathbb{R}^2 \right\} \quad (3-31)$$

则是 $L^2(D_1)^\vee$ 的帕塞瓦尔框架

假设 $\hat{\phi} \in C_0^\infty(\mathbb{R}^2)$ 对 $\forall \xi \in \hat{\mathbb{R}}^2$ ， $\hat{\phi}$ 的选择满足

$$G(\xi) = |\hat{\phi}(\xi)|^2 + \sum_{j \geq 0} \sum_{l=-2^j}^{2^{j-1}} \left| \hat{\psi}^{(0)}(\xi A_0^{-j} B_0^{-l}) \right|^2 \chi_{D_0}(\xi) + \sum_{j \geq 0} \sum_{l=-2^j}^{2^{j-1}} \left| \hat{\psi}^{(1)}(\xi A_1^{-j} B_1^{-l}) \right|^2 \chi_{D_1}(\xi) = 1 \quad (3-32)$$

其中 χ_D 表示 D 的特征函数

设 $\varphi_k(x) = \varphi(x - k)$ 且 $\psi_{j,l,k}^{(d)}(x) = 2^{\frac{sj}{2}} \psi^d(B_d^l A_d^j x - k)$ ，则剪切波的集合为：

$$\begin{aligned} & \left\{ \varphi_k : k \in \mathbb{Z}^2 \right\} \cup \left\{ \psi_{j,l,k}^{(d)}(x) : j \geq 0, -2^j \leq l \leq 2^j - 1, k \in \mathbb{Z}^2, d = 0, 1 \right\} \\ & \cup \left\{ \tilde{\psi}_{j,l,k}^{(d)}(x) : j \geq 0, -2^j \leq l \leq 2^j - 1, k \in \mathbb{Z}^2, d = 0, 1 \right\} \end{aligned} \quad (3-33)$$

其中 $\tilde{\psi}_{j,l,k}^{(d)}(\xi) = \hat{\psi}_{j,l,k}^{(d)}(\xi) \chi_{D_d}(\xi)$ 。

3.7.2 Shearlet 变换的分解与重组

在上节中我们已经讨论了 Shearlet 集的形成过程，由此可知 Shearlet 变换是一个可逆的变换，其变换过程分为分解和重组两步。分解过程为：首先通过由小波合成理论来完成的多尺度分解，这可以把原图像分解成一个低频子带图像和若干个高频子带图像；随后，使用具有方向和尺度比例变化的窗函数对高频子带图像进行方向分解。重构过程为：先使用方向局部化的反变换对处理后的高频子带进行处理，然后使用 Shearlet 反变换重构处理后的低频和高频子带图像。

3.8 本章总结

本章介绍了基于频域的多尺度几何分析的图像增强方法，我们阐述了多尺度几何分析的优点，同时对于我们常见的几种变换进行了大致的分析，如曲波变换（Curvelet transform）、带波变换（Bandlet transform）、Tetrolet 变换、轮廓波变换（Contourlet transform），随后具体的分析了本文用到的两种变换方法-- NSCT 和剪切波变换（Shearlet transform）。

第四章 基于 NSCT 和改进模糊对比度的遥感图像增强方法

在前文的 3.5 节和 3.6 节中，我们详细的分析了轮廓波变换和非下采样轮廓波变换（NSCT），并且重点指出了由轮廓波变换到非下采样轮廓波变换的过程，由此我们了解到 NSCT 具有轮廓波变换的多尺度、多方向和各向异性的优点，同时克服了轮廓波不具有平移不变性的缺点。在分解过程中，NSCT 能更加精确地分离出高频子带中的边缘信息和噪声，使我们在对图像处理时能有效地去除噪声的同时保留更多的边缘信息，其具有的平移不变性也能抑制奇异点的伪吉布斯现象，减少边缘轮廓的失真^[71]。

同样在前文中还提到了模糊集理论及基于模糊对比度的增强方法，通过对传统的模糊集理论的分析，我们了解到传统的 Pal-King 模糊增强算法及相应的改进方法，但是这些算法多多少少都有一些不尽如人意的地方，针对这些问题，本文提出了基于 NSCT 和改进模糊对比度的增强方法。本文提出的方法能够很好地突出图像中的边缘轮廓，很少有失真的现象出现，以至于图像的整体质量得到很大提升，有效地改善了人们的视觉效果。

4.1 低频子带处理

通过 NSCT 变换后的低频子带包含大量图像的背景信息，它是影响图像对比度的主要因素，通过线性变换调整低频子带的系数可以改善图像的整体对比度。经 NSCT 变换的低频子带中含有部分小于零的系数，而这部分系数会对图像产生不好的影响。因此需要通过线性变换对低频系数进行归一化处理使负系数值转化为正值。通过计算可以得到灰度图像的最大值 x_{\max} 和最小值 x_{\min} ，然后使用线性映射函数把灰度值的范围从 (x_{\min}, x_{\max}) 变换到 $(0, 255)$ 。这个线性映射函数如下式：

$$y = f(x) = 255 \times (x - x_{\min}) / (x_{\max} - x_{\min}) \quad (4-1)$$

4.2 高频子带处理

高频部分含有图像的边缘、轮廓等细节信息，同时还包含大量的噪声。通过选取合适的阈值，可以在最大程度上抑制噪声，并且减少细节信息的丢失。因此，

本文采用改进的自适应阈值对图像进行去噪，其式如下：

$$T = \frac{\sigma^2}{\sigma_x^2} \quad (4-2)$$

式中： σ^2 和 σ_x^2 分别为噪声方差和信号方差。它们分别由下式可得^[58]：

$$\sigma = \frac{\text{median} |x_{i,j}(l, k)|}{0.6745} \quad (4-3)$$

$$\sigma_x = \sqrt{\max \left(\frac{1}{M} \sum_{x_{(i,j)}(l,k) \in N(k)} x_{(i,j)}^2(l, k) - \sigma^2, 0 \right)} \quad (4-4)$$

式中： $x_{(i,j)}(l, k)$ 表示 (i, j) 点在第 l 层 k 方向的系数， $N(k)$ 表示以 $x_{(i,j)}(l, k)$ 为中心的方形窗， M 表示对应窗中系数的个数。

在此通过阈值 T 的选择来抑制噪声。

$$X'_{i,j} = \begin{cases} x_{i,j}, & x_{i,j} > T \\ 0, & x_{i,j} < T \end{cases} \quad (4-5)$$

式中： $x'_{i,j}$ 指的是去噪后的高频子带系数。

4.3 模糊增强以及改进的模糊对比度

经 NSCT 反变换可以得到重构图像，为了更好地突出图像的对比度，我们使用改进的模糊对比度来处理重构图像。首先通过线性隶属函数把图像变换到模糊域。

$$\mu_{i,j} = \frac{x_{i,j} - x_{\min}}{x_{\max} - x_{\min}} \quad (4-6)$$

式中： $x_{i,j}$ 是重构图像的像素值， x_{\min} 和 x_{\max} 分别是重构图像像素值的最大值和最小值。

李久贤等^[37]提出的模糊对比度为：

$$F_c(m, n) = \frac{|\mu_{mn} - \bar{\mu}_{mn}|}{|\mu_{mn} + \bar{\mu}_{mn}|} \quad (4-7)$$

式中， $\bar{\mu}_{mn}$ 是去心邻域的平均值， F_c 表示归一化处理的相对模糊对比度。

本文改进的模糊对比度为：

$$F = \frac{|\mu_{i,j} - r|}{|\mu_{i,j} + r|} \quad (4-8)$$

随后，对 F 进行非线性增强：

$$F' = \psi(F) \quad (4-9)$$

式中， $\psi(F)$ 是一个凸函数，且使 $\psi(0) = 0, \psi(1) = 1$ 。在本文中，非线性增强函数定义如下：

$$\psi(x) = \frac{1 - e^{-kx}}{1 - e^{-k}} \quad (4-10)$$

调整隶属函数为：

$$\mu'_{i,j} = \begin{cases} \mu_{i,j}(1-F') & \mu_{i,j} \leq r \\ 1-(1-\mu_{i,j})(1-F') & \mu_{i,j} \geq r \end{cases} \quad (4-11)$$

最后，从模糊域变换到空间域：

$$x'_{i,j} = \mu'_{i,j} (x_{\max} - x_{\min}) + x_{\min} \quad (4-12)$$

在式 (4-8)，(4-11) 中： r 是范围在 0 到 1 的调整因子，在这个范围内取不同的 r 表示不同的模糊对比增强曲线以适应不同的图像^[59]。

4.4 算法具体流程

本文算法的具体步骤：

- 1) 对原图像进行 NSCT 变换，得到低频子带和若干高频子带；
- 2) 通过式 (4-1)，对低频子带进行线性变换；通过式 (4-2) - (4-5)，采用改进自适应阈值对高频子带进行去噪处理；
- 3) 对改进的低频系数和高频系数进行 NSCT 反变换后得到重构图像；
- 4) 通过式 (4-6) - (4-12)，把改进的模糊对比增强应用于重构图像，以增强图像的对比度；随后使用拉普拉斯算子增强图像的细节和纹理。

本文算法的具体流程图如图 4.1 所示：

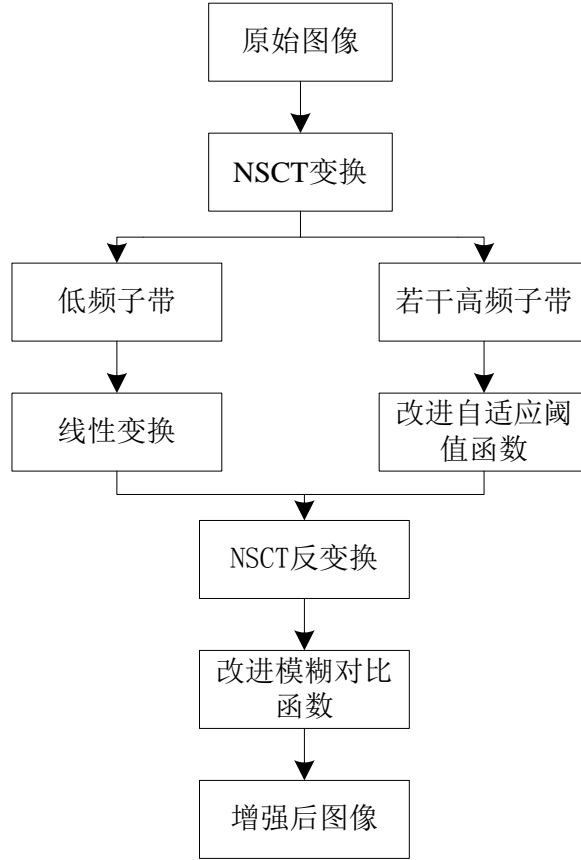


图 4.1 本文算法流程图

4.5 实验结果和分析

为了验证本文算法的有效性和正确性，本文选择两幅遥感图像作为参考，同时将本文方法与直方图均衡（HE），多尺度 Retinex（MSR），文献[60]和文献[61]的方法分别进行对比。在此选用反映图像细节信息和去噪效果的信息熵（H）和峰值信噪比（PSNR）以及反映图像对比度的绝对均值差（MAE）来对增强后的遥感图像进行客观分析。信息熵表示图像的细节信息，其值越大，表明图像的纹理细节越丰富。信噪比能够从客观上反映出算法的抗噪性能，其值越大，抗噪性越好。绝对均值差（MAE）可以表示图像的对比度，其值越小，图像对比度越好^[72]。其定义如下：

$$MAE = \frac{1}{M \times N} \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N |x(i, j) - x'(i, j)|$$

其中 $x(i, j)$ 和 $x'(i, j)$ 分别指原图像的像素值和增强后图像的像素值。



(a) 原图

(b) 直方图均衡

(c) 多尺度 Retinex



(d)文献[60]算法结果

(e) 文献[61]算法结果

(f) 本文算法

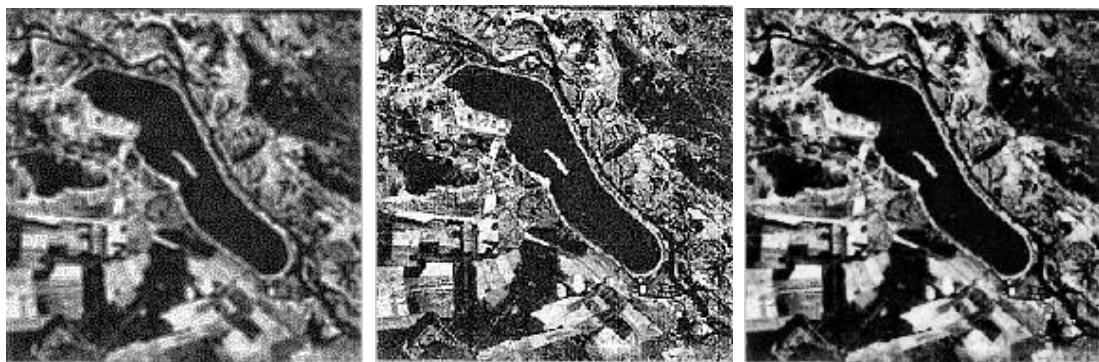
图 4.2.不同算法的对比增强 (a) 原图 (b) 直方图均衡 (c)多尺度 Retinex (d) 文献[60]算法结果 (e)文献[61]算法结果 (f) 本文算法



(a) 原图

(b) 直方图均衡

(c) 多尺度 Retinex



(d)文献[60]算法结果

(e) 文献[61]算法结果

(f) 本文算法

图 4.3. 不同算法的对比增强 (a) 原图 (b) 直方图均衡 (c)多尺度 Retinex (d) 文献[60]算法结果 (e)文献[61]算法结果 (f) 本文算法

通过对图 4.2、图 4.3 两组图像的对比观察可以发现，本文算法比其他四种算法有较好的对比度和清晰度。直方图均衡化是对图像的整体灰度值进行拉伸，降低了图像的对比度，使图像在较暗或较亮区域的细节被淹没。多尺度 Retinex 提高了图像的整体亮度，但增强后的图像会出现过增强，严重影响人们的视觉分析。文献[60]提出的算法会导致增强后的图像纹理细节丢失，轮廓更加模糊，出现了一定程度的失真。文献[61]提出的算法对图像的细节处理不完善，使图像变得模糊，降低了图像的清晰度。

表 1 图 4.2 中不同算法的客观指标

评价标准	直方图均衡化	多尺度 Retinex	文献[60]算法	文献[61]算法	本文算法
熵	5.95	0.000151	0.1324	6.65	7.07
信噪比	25.14	24.06	14.85	21.558	26.255
MAE	0.19	0.35	0.11	0.19	0.08

表 2. 图 4.3 中不同算法的客观指标

评价标准	直方图均衡化	多尺度 Retinex	文献[60]算法	文献[61]算法	本文算法
熵	5.85	0.00075	0.22566	6.34	7.208
信噪比	24.94	24.38	17.71	21.558	28.255
MAE	0.13	0.12	0.163	0.14	0.09

表 3. 40 幅图像的不同算法的客观指标平均值

评价标准	直方图均衡化	多尺度 Retinex	文献[60]算法	文献[61]算法	本文算法
熵	5.90	0.000121	0.2116	6.23	7.11
信噪比	24.64	24.26	16.34	22.44	27.55
MAE	0.14	0.26	0.106	0.15	0.081

从视觉方面分析实验结果有一定的主观性和经验主义，然而在实际中，遥感图像具有丰富的细节信息，这些细节信息在高对比度区域不容易被发现。因此表 1 和表 2 给出了图 4.2 和图 4.3 的客观评价标准。从两个表中我们可以看出本文算法的信息熵高于其他四种算法，说明增强后的图像能更好的保留细节信息。本文算法的绝对均值差（MAE）明显低于其它四种算法，说明处理后的图像有更好的对比度，同时本文的峰值信噪比明显高于其它四种算法，表明本文采用改进的自适应阈值函数使本文方法有更好的抗噪性能。因此，无论从客观方面还是从主观方面本文算法都优于其它四种算法。

4.6 本章总结

本章提出了一种结合 NSCT 变换和改进模糊对比度的遥感图像增强方法。通过对 NSCT 变换的阈值函数做出改进,使之能够自适应地处理 NSCT 的高频系数,最大程度地滤除噪声并保留图像本身的细节信息。随后把去噪处理后的图像通过改进的模糊对比函数进行处理,从而能进一步改善图像的整体对比度。实验结果表明,本文方法能够使图像的纹理细节信息更加突出,整体对比度显著提高,明显改善图像的视觉效果。

第五章 基于剪切波域改进 Gamma 校正的医学图像增强算法

在前面章节中我们详细分析了 Shearlet 变换，并且了解到虽然 NSCT 变换具有多尺度、多方向、各向异性和平移不变性等优势，但是，其为了获得平移不变性，增加了变换过程中抽样的冗余量，使算法计算量明显增加，而且由于去除下采样过程使图像的稀疏表示也受到了一定的影响。而 GUO 等^[56,57]提出了由膨胀仿射系统构成的剪切波 (Shearlet)。剪切波变换的尺度剖分没有方向数目和剪切支撑集大小的限制，从而具有更好的方向性和稀疏性，能够对图像进行最优稀疏表示并且可以产生最优的非线性误差逼近。Shearlet 变换在图像融合^[62,63]和图像去噪^[64, 65]方面得到了广泛的应用。一些研究者还把 Shearlet t 变换应用到了遥感图像增强方面^[66]，但是在医学图像增强方面应用较少。

在前面 2.1.3 节中，我们介绍了关于 Gamma 校正的一些理论，从中我们可以知道 Gamma 校正通过选择合适的 Gamma 值调整图像中较亮或较暗区域的像素值来调整图像的整体对比度。基于这一理论 Gamma 校正被广泛地用于增强图像的对比度。ZHANG 等^[67]提出了基于 Gamma 校正直方图划分的图像增强方法，它通过 Gamma 校正作用于直方图划分的区域来增强图像的整体对比度。同时有研究者把 Gamma 校正和小波变换相结合，例如 Bhandari 等^[68]把 Gamma 校正作用于小波分解的低频部分来对图像的较亮或较暗区域进行补偿，能有效提高图像的对比度。基于上述分析，本文把 Gamma 校正使用 Shearlet 域，提出了 Shearlet 域和改进 Gamma 校正相结合的医学图像增强方法^[74]。我们将在下文中给出算法的具体过程。

5.1 低频分量处理

图像经过 Shearlet 变换后，可以得到低频部分和高频部分，而低频部分包含大量图像的背景信息，它是影响图像对比度的主要因素。在此使用改进的 Gamma 校正来调整低频分量的系数，从而调整图像对比度。由于低频分量中含有部分负数，会对校正产生影响，本文先对低频分量系数进行归一化处理：

$$\varphi(x) = \frac{x - x_{\min}}{x_{\max} - x_{\min}} \quad (5-1)$$

式中 x 为低频分量的系数， x_{\min} 和 x_{\max} 分别为低频分量的最大值和最小值。

在本文中，Gamma 校正表示为：

$$f'(x) = x_{\max} (\varphi(x))^{1/\gamma(x)} \quad (5-2)$$

式中 $f'(x)$ 为校正后的结果， $\gamma(x)$ 为决定输出的 Gamma 值。

在本文算法中，我们通过下式来确定 γ 值：

$$f(x) = \pi * \varphi(x) \quad (5-3)$$

$$\gamma(x) = 1 + a \cos [f(x)] \quad (5-4)$$

式中 a 为调整因子，其取值范围为 $(0, 1)$ ，在本文中 a 的取值范围为 $(0.4, 0.6)$ 。至此可以得到与低频系数相关的 Gamma 值，Gamma 校正的强度可以随着低频系数的变化而变化，使校正的自适应性更好。

5.2 高频分量处理

由上文中的分析可知，Shearlet 也能很好地对高频自带图像中的轮廓边缘和噪声进行分离，以此在本文中的高频去噪方式依然采用 4.2 节中所用到的方法，经过大量的实验表明，该方法在本文中也能得到很好的效果。方法的具体步骤在此不再重复叙述。

5.3 模糊对比增强

经过 Shearlet 反变换可以得到重构图像，经过上述部分分别对低频分量和高频分量处理后，重构图像的对比度得到了很大改善，大部分噪声也能够被滤除。为了突出重构图像的层次感，更好地体现图像的纹理细节，我们把重构图像进行模糊对比增强。在此我们使用了 2.5 节中提出的改进模糊对比度的增强方法，具体步骤不在赘述。

5.4 本文算法具体步骤

- 1) 对图像进行 Shearlet 变换，得到低频分量和高频分量；
- 2) 通过式 (5-1) - (5-4)，对低频部分进行 Gamma 校正；通过式 (4-2) - (4-5)，对高频部分进行去噪。
- 3) 通过 Shearlet 反变换可以得到重构图像。
- 4) 通过式 (4-6) - (4-12)，使用改进模糊对比增强来突出重构图像的纹理和细节。

5.5 实验结果和分析

为了检验本文算法对医学图像处理效果的优越性，我们进行了大量的实验，在这里选择两幅大小分别为 512×512 和 476×476 、灰度级为 256 的医学图像作为参考。在实验中，将本文算法与多尺度 Retinex (MSR) 增强算法，Gamma 校正增强算法^[69]，基于 NSCT 的模糊对比增强算法 (NSCT-FU)^[60] 和基于 Shearlet 的反锐化掩模算法 (Shearlet-UM)^[70] 进行对比。同时本文选用了信息熵 (H)，峰值信噪比 (PSNR)，结构相似度 (SSIM) 和绝对均值差 (MAE) 作为客观评价指标，以此能够更加客观更加全面地对图像增强效果进行验证。信息熵表示图像的信息量，其值越大，表明图像的细节信息越丰富。信噪比能够从客观上反映算法的抗噪性能，其值越大，去噪效果越好。结构相似度可以用来表示增强图像的失真度，其值越大，失真度就越小。绝对均值差能够反映增强图像的对比度，其值越小，图像整体对比度越好。

在图 5.1 和图 5.2 中，我们可以看出，本文算法的实验结果明显优于其它四种算法。MSR 算法虽然在一定程度上抑制了光照射分量对图像的影响，提高了图像整体亮度，但是使图像过增强出现粉化现象；Gamma 校正算法在一定程度上改善了图像的整体对比度，但是大量细节信息被淹没；NSCT-FU 算法使图像出现了模糊现象，严重影响了图像的清晰度；基于 Shearlet 的反锐化掩模算法在一定程度上改善了图像的对比度，但是一定区域出现了失真，影响人们的视觉效果。本文算法不仅能够提高图像的对比度，而且能够改善图像的清晰度，使处理后的图像视觉效果更佳。

表 3 和表 4 分别反映了两组图像的客观评价指标。虽然表 3 中本文算法的 SSIM 低于 Gamma 校正算法，但是本文算法的信息熵和信噪比明显优于 Gamma 校正算法。表 4 中本文算法的信息熵略低于 Shearlet-UM 算法，但是本文算法的 SSIM 和 PSNR 明显优于 Shearlet-UM 算法，尤其是 PSNR 比它的二倍还要多。同时本文算法的绝对均值差 (MAE) 明显低于其它四种对比算法，说明本文算法能够取得更好的对比度。从上述分析可知，本文算法无论是从主观方面还是从客观方面都明显优于其他四种对比算法。

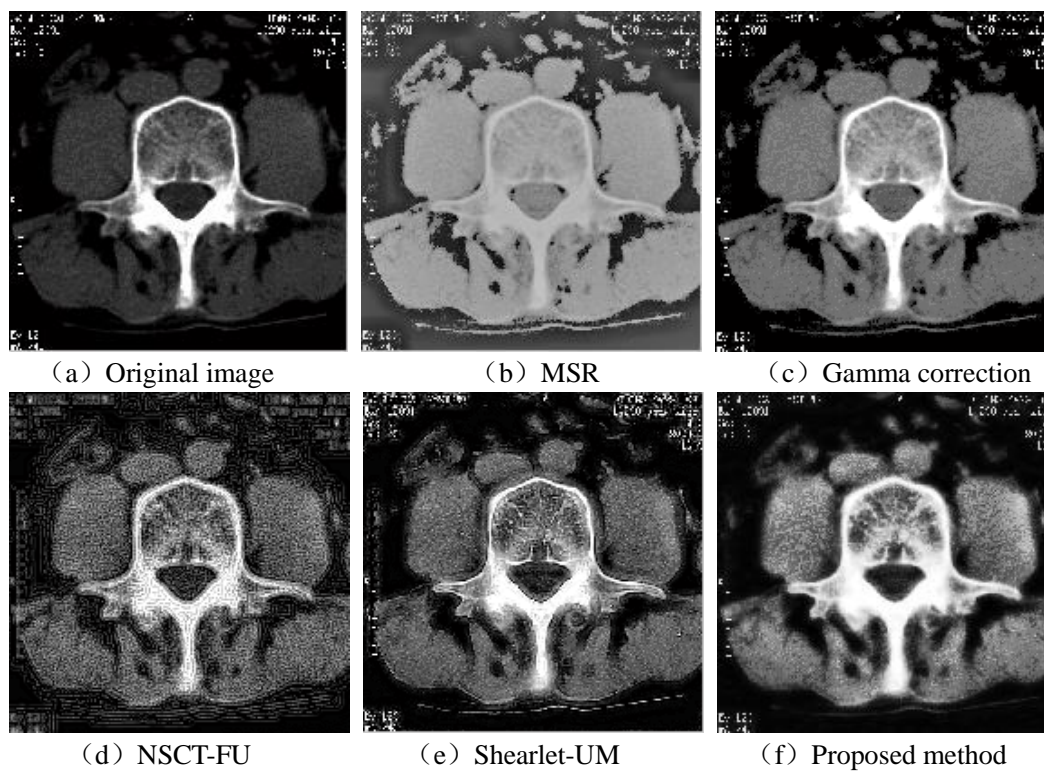


图 5.1 不同算法的实验结果

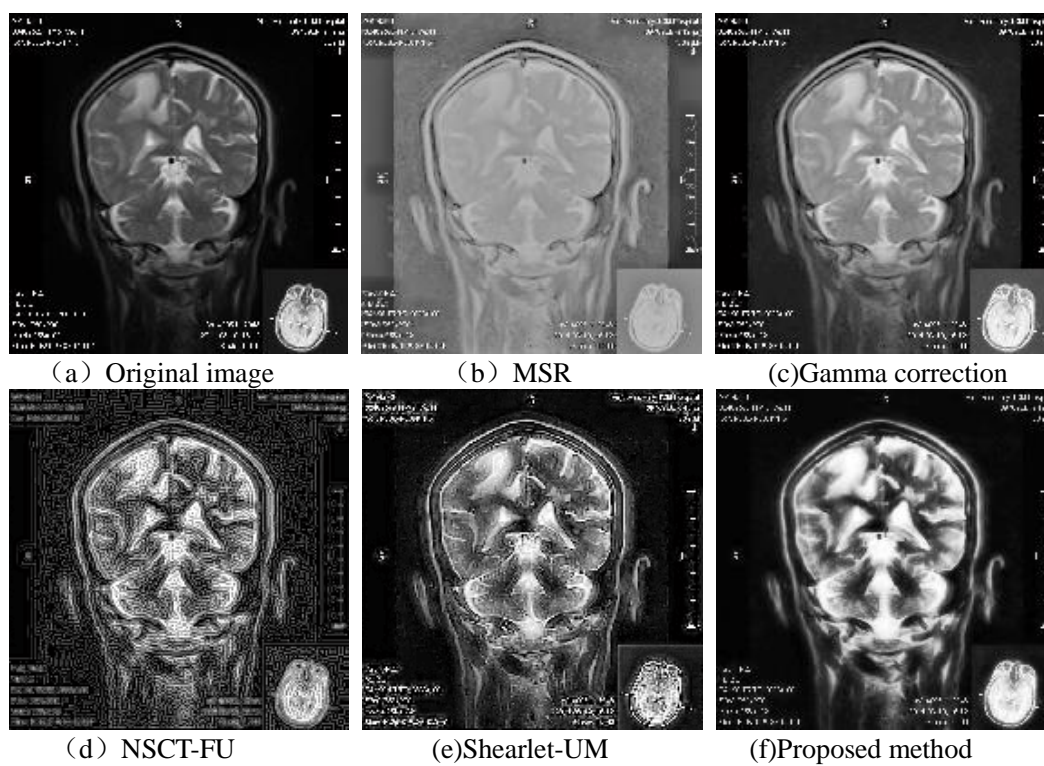


图 5.2 不同算法的实验结果

表 3. 图 5. 1 不同算法的客观指标.

Evaluation	MSR	Gamma correction	NSCT-FU	Shearlet-UM	Proposed method
H	0.000679	4.92	0.7661	6.93	7.233
PSNR	24.33	15.04	14.78	16.24	30.26
SSIM	0.35	0.71	0.039	0.48	0.55
MAE	0.17	0.052	0.067	0.061	0.048

表 4.图 5.2 不同算法的客观指标.

Evaluation	MSR	Gamma correction	NSCT-FU	Shearlet-UM	Proposed method
H	0.000148	6.00	0.84068	7.11	6.77
PSNR	24.24	15.33	13.73	15.09	33.15
SSIM	0.33	0.62	0.042	0.51	0.66
MAE	0.16	0.028	0.064	0.021	0.015

表 5.图 65 幅图像的不同算法的客观指标均值.

Evaluation	MSR	Gamma correction	NSCT-FU	Shearlet-UM	Proposed method
H	0.000569	5.46	0.621	7.03	6.87
PSNR	24.02	15.64	13.52	15.49	32.25
SSIM	0.30	0.65	0.032	0.506	0.64
MAE	0.158	0.036	0.066	0.041	0.026

5.6 本章总结

本章提出了一种基于 Shearlet 和改进的 Gamma 校正相结合的医学图像增强方法。通过使用改进的 Gamma 校正处理图像的低频部分明显改善了图像的对比度和亮度；同时采用一种改进的自适应阈值用来处理高频部分，可以有效地去除图像中的噪声；并且通过模糊对比函数来增强图像的细节信息，提高图像的清晰度。通过实验仿真可知，本文方法能够使图像的纹理细节信息更加突出，整体对比度显著提高,明显改善图像的视觉效果。

第六章 总结与展望

6.1 本文主要研究内容

在图像处理方面，图像增强技术是其核心部分之一，无论是遥感图像还是医学图像，对它们的后续研究和应用都有着十分重要的现实意义。遥感图像广泛的应用于军事、地表勘测、气象预报等领域，它与人们的生活息息相关；医学图像，众所周知，它已经在医学的各个领域都得到了充分的应用。这些图像在理想条件下获取的时候，其图像质量都很高，能够充分的满足人们的各种需求，然而，在现实中理想的条件并不存在，因此，在获取遥感图像的时候会受到来自大气中各种微粒的光散射和成像设备中硬件的固有特征的干扰，这些干扰会使遥感图像出现“雾化”或“失真”的现象；在获取医学图像时会受到来自各种电磁信号和人为因素的干扰，这会使图像的细节部分失真，造成病变组织和正常组织无法有效识别的情况。针对这些问题，在很久以前就有大批学者开始研究使用图像增强技术来处理图像，提高图像的整体质量，改善图像的视觉效果。

本文在总结和继承了前人研究的基础上，主要研究了基于多尺度几何分析的图像增强方法。本文的主要研究内容如下：

- 1.本文从图像的形成及发展方面介绍了图像增强的研究背景及意义，并且从传统的图像增强方法、基于模糊域理论的图像增强方法、基于数学形态学的图像增强方法和基于优化理论的图像增强方法这四个方面，对图像增强技术的国内外现状进行的简单的介绍。

- 2.具体介绍了传统的图像增强方法且分析其利弊，详细阐述了关于 Gamma 校正的相关理论，为本文后续的改进方法提供理论基础；同时，介绍了处于传统空域方法和变换域方法之间的一种理论，即模糊集理论，并研究了基于模糊集理论和模糊对比度的图像增强方法，并对模糊对比度函数及非线性增强函数进行了改进。

3.从多尺度几何分析的角度出发,介绍了一些相关的基于变换域的方法,重点分析了 Contourlet 变换、NSCT 和 Shearlet 变换。由此我们可知 NSCT 是 Contourlet 变换的一种改进方法,它通过删除 Contourlet 变换中的下采样操作,使其不仅具有了多尺度、多方向和各向异性的优点,而且还具有了平移不变性,这会消除图像奇异点周围的伪吉布斯现象,减少图像边缘轮廓失真的概率。另外,还介绍了 Shearlet 变换,它作为一种更加高效且接近理想化的图像稀疏表示方法,具有更大的研究潜力。它在处理过程中使用剪切矩阵来代替扇形滤波器组对图像的高频子带进行方向划分,这样避免了大量的抽样计算,使本身的数学结构更加简单有效。

4.通过上文对 NSCT 的理论分析,可知它不仅能有效获取图像的方向信息,而且能够更加精确地分离图像的细节信息和噪声。基于此本文提出了一种 NSCT 和改进模糊对比度相结合的遥感图像增强方法,根据高频子带中噪声的分布,利用改进的贝叶斯阈值函数进行去噪,然后将去噪后的图像通过改进的模糊对比度来增强图像的纹理细节信息。

5.提出了一种在 Shearlet 域和改进校正相结合的医学图像,利用改进的校正来处理低频系数,以此可以使图像的整体对比度得到改善,采用上文中提到的阈值去噪方法来处理高频区域,然后用改进的模糊对比度增强图像的细节纹理信息。

为了验证本文所提算法的有效性,对两种方法分别进行了大量的实验,并且从主观和客观两个方面分析得出,本文所提算法能够获得比对比算法更好的客观值,同时提高了图像的对比度和清晰度,改善了图像的整体视觉效果。

6.2 研究展望

虽然图像增强技术经过几十年的发展已经有了一定的理论基础,但是要完成完整的理论体系还有很远的路要走。尽管本文所提的增强算法取得了一定的成果,但是在研究过程中,我们发现还有许多问题需要解决和完善。

(1) 在 NSCT 变换过程中,需要通过塔式变换和方向滤波器组,同时在方向滤波器组中使用扇形滤波器,通过增加算法的冗余量来换取图像的稀疏表示。这就会使变换的计算量增加,使过程更加复杂化。因此,在 NSCT 变换的基础上再寻找一个更简洁更有效的方法是有必要的。

(2) 在改进模糊对比度的方法中, 参数 r 的设定, 是根据大量的实验而得出的, 这就会使算法的自适应性和鲁棒性降低, 因此, 在以后可以尝试与优化算法相结合, 来提高参数设置的智能性。

(3) Shearlet 变换在图像增强领域的研究尚处于初级阶段, 各方面的理论还有待于发展和完善, 因此需要对 Shearlet 变换进行深入研究, 这个过程是一个漫长的过程。

(4) 就目前来看, 彩色图像是人们日常接触最多的图像, 因此, 应该把目标转向彩色图像增强的研究, 使研究能更加接近生活。

参考文献

- [1] 吴炜. 基于学习的图像增强技术[M]. 西安电子科技大学出版社, 2013.
- [2] 陈刚. MATLAB 在数字图像处理中的应用[M]. 清华大学出版社, 2016.
- [3] Xue Z, Du P, Li J, et al. Sparse graph regularization for hyperspectral remote sensing image classification[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2017:1-16.
- [4] 许欣. 图像增强若干理论方法与应用研究[D]. 南京理工大学, 2010.
- [5] Yang Y, Zhang W, Liang D, et al. Reversible data hiding in medical images with enhanced contrast in texture area[J]. Digital Signal Processing, 2016, 52(C):13-24.
- [6] 盛道清. 图像增强算法的研究[D]. 武汉科技大学, 2007.
- [7] Kim S, Min B, Oh W, et al. Medical image enhancement algorithm using edge-based denoising and adaptive histogram stretching[J]. International Journal of Bio-Science and Bio-Technology, 2013, 5(5):25-38.
- [8] Kwok N M, Shi H Y, Fang G, et al. Intensity-based gain adaptive unsharp masking for image contrast enhancement[C]// International Congress on Image and Signal Processing, IEEE. 2012:529-533.
- [9] Talebi H, Milanfar P. Fast multilayer laplacian enhancement[J]. IEEE Transactions on Computational Imaging, 2016, 2(4):496-509..
- [10] Bettahar S, Stambouli A B, Lambert P, et al. PDE-based enhancement of color images in RGB space.[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2012, 21(5):2500.-2512.
- [11] Wu H, Yang G, Xu Z, et al. Remote sensing image enhancement method based on multi-scale retinex[C]// International Conference of Information Technology, Computer Engineering and Management Sciences. IEEE Computer Society, 2011:15-18.
- [12] Deng G. A. Generalized unsharp masking algorithm[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2011, 20(5):1249-61.
- [13] Bettahar S, Stambouli A B, Lambert P, et al. PDE-based enhancement of color images in RGB space[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2012, 21(5):2500-2512.
- [14] Wang Y, Wang H, Yin C, et al. Biologically inspired image enhancement based on Retinex[J]. Neurocomputing, 2015, 177:373-384.
- [15] Kim S, Kang W, Lee E, et al. Wavelet-domain color image enhancement using filtered directional bases and frequency-adaptive shrinkage[J]. Consumer Electronics IEEE Transactions on, 2010, 56(2):1063-1070.
- [16] Ma Y, Huang Y. Adaptive threshold based on wavelet transform fingerprint image denoising[C]// International Conference on Computer Science and Electronics Engineering. IEEE, 2012:494-497.
- [17] Palanikumar S, Sasikumar M, Rajeesh J. Palmprint enhancement using discrete curvelet transform[J]. International Journal of Computer Science Issues, 2011, 8(4).

- [18] Yang S, Min W, Zhao L, et al. Image noise reduction via geometric multiscale ridgelet support vector transform and dictionary learning.[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2013, 22(11):4161.
- [19] 李文娜, 孔祥勇, 高立群,等. 基于条带波变换的图像水印算法[J]. 东北大学学报(自然科学版), 2013, 34(8):1086-1090.
- [20] Asmare M H, Asirvadam V S, Hani A F M. Image enhancement based on contourlet transform[J]. Signal, Image & Video Processing, 2014, 9(7):1-12.
- [21] Li K, Chen X, Hu X, et al. Image denoising and contrast enhancement based on nonsubsampling contourlet transform[C]// IEEE International Conference on Computer Science and Information Technology. 2010:131-135.
- [22] Wang J J, Jia Z H, Qin X Z, et al. Medical image enhancement algorithm based on NSCT and the improved fuzzy contrast[J]. International Journal of Imaging Systems & Technology, 2015, 25(1):7-14.
- [23] Lim W Q. The discrete shearlet transform: a new directional transform and compactly supported shearlet frames.[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2010, 19(5):1166-80.
- [24] Zhang X, Yu L, Huang G. Infrared and visible image fusion based on shearlet transform and image enhancement[C]// International Conference on Digital Image Processing. 2015:963101.
- [25] Liu M, Sun X, Deng H, et al. Image enhancement based on intuitionistic fuzzy sets theory[J]. IET Image Processing, 2016, 10(10):701-709.
- [26] K. Hasikin, N.A.M. Isa. Enhancement of the low contrast image using fuzzy set theory, in: Proceedings of IEEE Conference on Modelling and Simulation, 2012: 371–386.
- [27] Shiwei T. Guofeng Z. and Mingming N. A improved image enhancement algorithm based on fuzzy sets. Information Technology and Application, 2010:197-199.
- [28] 刘尚平, 陈骥. 基于 Gabor 滤波与数学形态学的视网膜图像增强方法[J]. 光电子 激光, 2010(2):318-322.
- [29] Xiang J B, Su X Q, Lu T. Image enhancement based on the contourlet transform and mathematical morphology[J]. Acta Photonica Sinica, 2009, 38(1):224-227.
- [30] Khayat O, Razjouyan J, Aghvami M, et al. An automated GA-based fuzzy image enhancement method[C]// IEEE Computational Society. IEEE, 2009:14-19.
- [31] 吴一全, 殷骏, 戴一冕. 基于人工蜂群优化的 NSCT 域图像模糊集增强方法[J]. 华南理工大学学报 (自然科学版), 2015, 43(1):59-65.
- [32] 杨松, 邵龙潭, 张菁,等. 基于混合人工鱼群的图像模糊增强算法[J]. 计算机测量与控制, 2015, 23(2):497-499.
- [33] 王斌. 应用 MATLAB 实现数字图像增强[D]. 东南大学, 2005.
- [34] Gonzalez R C, Woods R E. Digital image processing (3rd Edition)[M]. Prentice-Hall, Inc.

- 2007.
- [35] Pal S K and KING R A. Image enhancement using smoothing with fuzzy sets, IEEE Transaction on Sys Man Cybern,1981, 11(7):.494-501.
 - [36] Dhawan A P, Buelloni G, Gordon R. Enhancement of mammographic features by optimal adaptive neighborhood image processing[J]. IEEE Transactions on Medical Imaging, 1986, 5(1):8-15.
 - [37] 李久贤, 孙伟, 夏良正. 一种新的模糊对比度增强算法[J]. 东南大学学报自然科学版, 2004, 34(5):675-677.
 - [38] 詹青龙. 数字图像处理技术[M]. 清华大学出版社, 2010.
 - [39] 王静静. 基于 NSCT 和 Shearlet 变换的遥感图像增强研究[D]. 新疆大学, 2014.
 - [40] 张新龙, 申永, 张璇,等. 离散余弦变换域内的 Retinex 图像增强模型研究[J]. 图学学报, 2011, 32(6):33-42.
 - [41] 戴维, 于盛林, 孙栓. 基于 Contourlet 变换自适应阈值的图像去噪算法[J]. 电子学报, 2007, 35(10):1939-1943.
 - [42] 杨波. 基于模糊算法的遥感图像增强[D]. 新疆大学, 2014.
 - [43] Candes E J, Donoho D L. Curvelet: A surprising effective non-adaptive representation for objects with edges. Department of Statistics[R]. Stanford University: Technical Report 1999-28,1999.
 - [44] Candès E J, Donoho D L. New tight frames of curvelets and optimal representations of objects with piecewise C^2 singularities[J]. Communications on Pure & Applied Mathematics, 2004, 57(2):219-266.
 - [45] Pennec E L, Mallat S. Bandelet representations for image compression[C]// International Conference on Image Processing, 2001. Proceedings. DBLP, 2001:12.
 - [46] Peyre G, Mallat S. Discrete bandelets with geometric orthogonal filters[J]. IEEE International Conference on Image Processing,2005,(ICIP 2005), Sept 2005, Genova, Italy. IEEE,1:I - 65-8.
 - [47] Krommweh J. Tetrolet transform: A new adaptive Haar wavelet algorithm for sparse image representation[J]. Journal of Visual Communication & Image Representation, 2010, 21(4):364-374.
 - [48] Krommweh J, Ma J. Tetrolet shrinkage with anisotropic total variation minimization for image approximation[J]. Signal Processing, 2010, 90(8):2529-2539.
 - [49] Do M N, Vetterli M. Contourlets: a directional multiresolution image representation[C]// International Conference on Image Processing. 2002. Proceedings. 2002:I-357 - I-360 vol.1.
 - [50] A.L. Da Cunha, J. Zhou, and M.N Do, Nonsubsampled contourlet transform: Filter design and applications in denoising, IEEE International Conference on Image Processing, 2005, ICIP 2005. IEEE, Genoa, Italy, 2005, Vol. 1, pp I-749–I752.
 - [51] A.L. Da Cunha, J. Zhou, and M.N. Do, The nonsubsampled contourlet transform: Theory, design, and applications, IEEE Transaction on Image Process 15 (2006), 3089–3101.

- [52] Guo K, Labate D, Lim W, et al. Wavelets with composite dilations[J]. Electronic Research Announcements of the American Mathematical Society, 2004, 10(10):78-87.
- [53] Guo K, Labate D, Lim W Q, et al. The theory of wavelets with composite dilations[M]// Harmonic Analysis and Applications. 2006:231-250.
- [54] Guo K, Labate D, Lim W Q, et al. Wavelets with composite dilations and their MRA properties[J]. Applied & Computational Harmonic Analysis, 2006, 20(2):202-236.
- [55] Easley G, Labate D, Lim W Q. Sparse directional image representations using the discrete shearlet transform[J]. Applied & Computational Harmonic Analysis, 2008, 25(1):25-46.
- [56] Guo K, Labate D. Labate D.: Optimally sparse multidimensional representation using shearlets. SIAM J. Math. Anal. 39, 298-318[J]. 2007, 39(1):298-318.
- [57] Guo K, Labate D, Lim W Q. Edge analysis and identification using the continuous shearlet transform[J]. Applied & Computational Harmonic Analysis, 2009, 27(1):24-46.
- [58] 杨晓慧,焦李成,牛宏娟等.基于多阈值的非下采样轮廓波图像去噪方法[J].计算机工程, 2010, 36(4): 200-201
- [59] Changhui Yu, Wanli Feng. Image detection method based on fuzzy set theory[C]. IEEE International Conference on Multimedia Technology, Hangzhou, 2011,364-367.
- [60] Guozun Men, Jianlei Yang and Jie Zhao.: Fuzzy contrast enhancement for remote sensing image based on fuzzy set in nonsubsampling contourlet domain[C]. Proceeding of the 9th International Conference on Machine Learning and Cybernetics, Qingdao,2010,735-740.
- [61] 杜超本, 贾振红, 覃锡忠等, 基于 NSCT 的遥感图像模糊增强算法[J].计算机工程, 2012,38 (4) :188-190
- [62] Wang L, Li B, Tian L F. Multi-modal medical image fusion using the inter-scale and intra-scale dependencies between image shift-invariant shearlet coefficients[J]. Information Fusion, 2014, 19(1):20-28.
- [63] Biswas B, Chakrabarti A, Dey K N. Medical image fusion using regional statistics of shift-invariant shearlet domain[A]// IEEE conference on Biomedical Engineering and Sciences[C]. 2014:744-747.
- [64] Yang H Y, Wang X Y, Niu P P, et al. Image denoising using nonsubsampling shearlet transform and twin support vector machines[J]. Neural Networks, 2014, 57(9):152-165.
- [65] 刘帅奇,胡绍海,肖扬.基于稀疏表示的 Shearlet 域 SAR 图像去噪[J].电子与信息学报,2012(9):2110-2115.
- [66] YANG B, JIA Z, QIN X, et al. Remote sensing image enhancement based on shearlet transform[J]. Journal of Optoelectronics Laser,2013(11):2249-2253.
- [67] ZHANG D, PARK W J, Lee S J, et al. Histogram partition based gamma correction for image contrast enhancement[A]. IEEE 16th International Symposium on Consumer Electronics(ISCE)[C] ,2012:1-4.
- [68] Bhandari A K, Kumar A, Singh G K. Improved knee transfer function and gamma correction based method for contrast and brightness enhancement of satellite image[J]. AEU -

- International Journal of Electronics and Communications, 2015, 69(2):579-589.
- [69] Xu G, Su J, Pan H, et al. An image enhancement method based on gamma correction[A]. IEEE International Symposium on Computational Intelligence & Design[C]. 2009:60-63.
- [70] Wubuli A, Zhenhong J, Xizhong Q, et al. Medical image enhancement based on shearlet transform and unsharp masking[J]. Journal of Medical Imaging & Health Informatics, 2014, 4(5):814-818(5).
- [71] 周飞, 贾振红, 杨杰等. 基于 NSCT 和改进模糊的遥感图像增强方法[J]. 计算机工程与应用.
- [72] Tamalika Chaira. An improved medical image enhancement scheme using type II fuzzy set[J]. Applied Soft Computing, 2014,25:293-308.
- [73] Wang L, Yan T. A new approach of image enhancement based on improved fuzzy domain algorithm[C]// International Conference on Multisensor Fusion and Information Integration for Intelligent Systems. IEEE, 2014:1-5.
- [74] 周飞, 贾振红, 杨杰等. 基于剪切波域改进 Gamma 校正的医学图像增强算法[J]. 光电子·激光, 2017,28(5): 570-576.

硕士研究生期间发表论文情况

- [1] Fei Zhou, ZhenHong Jia , Jie Yang ,Nikola Kasabov. Medical Image Enhancement Method Using Adaptive Threshold in the NSCT Domain Combined Fuzzy Set[J]. Biomed Research International (SCI 期刊), 已录用。
- [2] 周飞, 贾振红, 杨杰, Nikola Kasabov: 基于剪切波域改进 Gamma 校正的医学图像增强算法[J], 光电子 激光, 2017,28(5): 570-576。
- [3] 周飞, 贾振红, 杨杰, Nikola Kasabov: 基于 NSCT 和改进模糊的遥感图像增强方法, 计算机工程与应用 (录稿函), 2017 年 6 月见刊。
- [4] Fei Zhou, Zhenhong Jia, Jie Yang, Nikola Kasabov. Enhancement Method of the Remote Sensing Image Based On NSCT Combining Fuzzy Contrast and Gamma Correction[J], Signal, Image and Video Processing(SCI 期刊) (Under Review).
- [5] 周飞, 贾振红: NSCT 域模糊对比的图像增强软件[简称: NSCT-FC] 登记号: 2016SR172994

致谢

岁月似流水，青春渐褪去；不悔梦归处，只恨太匆匆；念念不相忘，时时有回响。最美好的时光总是如那天空中多彩绚丽的烟火，刹那间的璀璨转瞬即逝，沉浸在往昔的回忆里，让人久久不能自拔。思绪缥缈的我突然回到了三年前的那个中秋。那天，我身上拖着重重的行李，心里装着满满的梦想，斗志昂扬的走进了新疆大学的校园。我清楚在这以后的三年里，自己将会遇到许多人，经历许多事，而这些都将是我人生的宝贵财富。古人云：“逝者如斯夫，不舍昼夜”。伴随着匆匆岁月流逝的不仅仅是大好的青春年华，还有在新疆大学经历的点点滴滴。此时此刻，面临即将到来的毕业期，过往的一切终于经不住我的克制，一幕幕闪现在眼前，伤感随即涌上心头，只希望时间慢些，再慢些，让我再细细的体会这里的生活，让我有时间更多的时间给那些帮助过自己的、影响过自己的人带去一些真挚的问候和感谢。

非常庆幸的是我在这里遇到了我人生的第一个引路人，我的导师—贾振红教授。三年里，贾老师是我的良师益友，不仅在学业上给予我最大的帮助，而且在生活上也给了我体贴的关怀。学业上有问题，您会不遗余力的帮我们解决；生活上有困扰，您就像一位智者，为我们指点迷津。在您的帮助、关怀、影响下，我不仅在学业上有了很大的进步，而且让自己懂得了更多做人的道理，并且让我顺利的考取了博士研究生。您渊博的学术知识、正直的做人理念，在以后的生活中会时时刻刻指引着我，像黑暗中的一盏明灯，指引我未来的路途。我会更加努力、更加勤奋，不负众望。

在专业课学习过程中，覃锡忠老师一丝不苟的治学态度，黄浩老师活跃的课堂氛围，葛文萍老师耐心的讲解课程等，让我更加积极地去学习各种专业知识，为今后科研奠定更加坚实的基础。同时，库尔班老师以及办公室的其他老师们，感谢为我们创建一个温馨、和睦的学习生活环境，而做努力。在这里，请收下我对各位老师最真诚的问候和祝福。

再次，我要感谢我的室友：班俊硕、付成山、陈晓平，在这三年里我们共同生活，共同学习，不分彼此，互帮互助，让我能够在欢快和谐的环境中成长；感谢师兄师姐们的鼎力帮助，让我更加顺利的完成了我的工作；感谢同实验室同学、师弟师妹们的陪伴，让这个实验室充满欢声笑语，不再枯燥乏味。

感谢家人对我的默默支持和帮助，让我可以大胆勇敢地向前走，去追逐自己的梦想，我体会得到你们不求回报的付出，我理解你们的含辛茹苦，我会更加努力，让你们为我而更加骄傲和自豪。

最后感谢各位评审专家，谢谢你们在百忙之中抽出时间查阅我的文章。

再见，新大！

再见，新疆！

我会想你们的.....

学位论文独创性声明

本人声明，所呈交的学位论文系本人在导师指导下独立完成的研究成果。文中依法引用他人的成果，均已做出明确标注或得到许可。论文内容未包含法律意义上已属于他人的任何形式的研究成果，也不包含本人已用于其他学位申请的论文或成果。与我一同工作的同志对本研究所做的任何贡献均已在论文中作了明确的说明并表示谢意。

本人如违反上述声明，愿意承担由此引发的一切责任和后果。

论文作者签名：周飞

日期：2017年6月2日

学位论文知识产权权属声明

本人的学位论文是在学期间在导师指导下完成的，知识产权归属学校。学校享有以任何方式发表、复制、公开阅览、借阅以及申请专利等权利。本人离校后发表或使用学位论文或与该论文直接相关的学术论文或成果时，署名单位仍然为新疆大学。

本学位论文属于：

保密 ☐，在 年解密后适用于本声明。

不保密 ☐。

（请在以上方框内打“√”）

论文作者签名：

周飞

日期：2017年6月2日

导师签名：

周飞

日期：2017年6月2日



知网查重限时 7折 最高可优惠 120元

本科定稿，硕博定稿，查重结果与学校一致

立即检测

免费论文查重: <http://www.paperyy.com>

3亿免费文献下载: <http://www.ixueshu.com>

超值论文自动降重: http://www.paperyy.com/reduce_repetition

PPT免费模版下载: <http://ppt.ixueshu.com>

阅读此文的还阅读了:

1. [融合NSCT和Bayes阈值的岩石图像增强算法研究](#)
2. [基于增补小波变换和PCNN的NSCT域图像融合算法](#)
3. [基于剪切波变换的图像去噪算法研究与仿真](#)
4. [一种基于小波变换的图像边缘增强算法](#)
5. [基于剪切波变换的医学图像融合算法](#)
6. [一种新的NSCT域图像增强算法](#)
7. [基于水下图像增强算法的研究](#)
8. [基于NSCT变换的SAR图像融合的算法](#)
9. [基于NSCT的红外与可见光图像融合算法](#)
10. [基于 DWT 结合 NSCT 的快速图像融合算法](#)
11. [农业图像NSCT-DWT域自适应滤波增强算法](#)
12. [基于整数小波变换的图像加密算法](#)
13. [基于NSCT与模糊对比度的图像增强算法](#)
14. [基于NSCT的自适应阈值图像去噪算法](#)
15. [基于NSCT的遥感图像模糊增强算法](#)
16. [基于小波变换与图像融合算法的红外图像增强技术研究](#)
17. [基于NSCT变换和PCA的图像融合算法](#)
18. [基于NSCT的图像拼接算法](#)
19. [基于NSCT的区域自适应图像插值算法](#)
20. [基于曲波变换的医学图像增强算法](#)
21. [基于小波变换的一种红外图像增强算法](#)
22. [基于PCA和NSCT的多光谱与全色图像融合算法](#)
23. [基于NSCT和STFT的指纹图像增强算法的研究](#)
24. [基于MATLAB的几种图像增强算法](#)
25. [基于NSCT的区域自适应图像插值算法](#)

- [26. 基于NSCT的图像消噪研究](#)
- [27. 基于NSCT和PCNN的彩色图像增强方法](#)
- [28. 基于NSCT和剪切波变换的图像增强算法的研究](#)
- [29. 基于NSCT变换和小波变换相结合的图像融合算法研究](#)
- [30. 基于AQPSO算法的图像增强研究](#)
- [31. 基于NSCT和直方图的电力设备红外图像增强](#)
- [32. 一种新的NSCT域图像增强算法](#)
- [33. 基于小波变换的夜间低照度图像降噪与增强算法](#)
- [34. 基于DWT结合NSCT的快速图像融合算法](#)
- [35. 基于二维小波变换的图像压缩的算法研究](#)
- [36. 基于小波变换的一种红外图像增强算法](#)
- [37. 基于区域方向的NSCT与PCNN图像融合算法](#)
- [38. 一种新的基于NSCT域的遥感图像增强算法](#)
- [39. 基于NSCT分解的图像插值算法](#)
- [40. 基于NSCT域的动态WNMF图像融合算法的研究](#)
- [41. 基于NSCT和NSST的遥感图像增强算法研究](#)
- [42. 基于轮廓波变换的红外图像增强算法的研究](#)
- [43. 基于NSCT变换的红外图像增强新算法](#)
- [44. 基于曲波变换的医学图像增强算法](#)
- [45. 基于NSCT扩散的图像去噪增强方法](#)
- [46. 融合NSCT和Bayes阈值的岩石图像增强算法研究](#)
- [47. 基于Retinex原理的图像增强算法](#)
- [48. 基于NSCT与PCA的彩色图像数字水印算法研究](#)
- [49. 基于Guide滤波和NSCT-PCNN的图像增强](#)
- [50. 基于NSCT的SAR与可见光图像融合算法](#)