

TP1

April 20, 2022

1 Trabajo Práctico 1

1.1 1. Entrene una red de Hopfield '82 con un conjunto de imágenes binarias.

Se encuentran 2 tamaños distintos en las imágenes de prueba, por lo que se las subdivide en 2 grupos: * De tamaño 45x50 * De tamaño 50x60



1.1.1 a) Verifique si la red aprendió las imágenes enseñadas.

Para los subconjuntos de imágenes se calcula la matriz de pesos. Luego se coloca utiliza como entrada al algoritmo de hopfield a las mismas imágenes de entrenamiento y se determina si las salidas es idéntica se considera que la imagen fue aprendida.

[14] :

Learned

Image

```

images/paloma.bmp      True
images/quijote.bmp     True
images/torero.bmp      True

```

[15]: Learned

```

Image
images/panda.bmp      True
images/perro.bmp      True
images/v.bmp          True

```

Se verifica que se aprendieron ambos grupos de 3 imágenes.

1.1.2 b) Evalúe la evolución de la red al presentarle versiones alteradas de las imágenes aprendidas: agregado de ruido, elementos borrados o agregados.

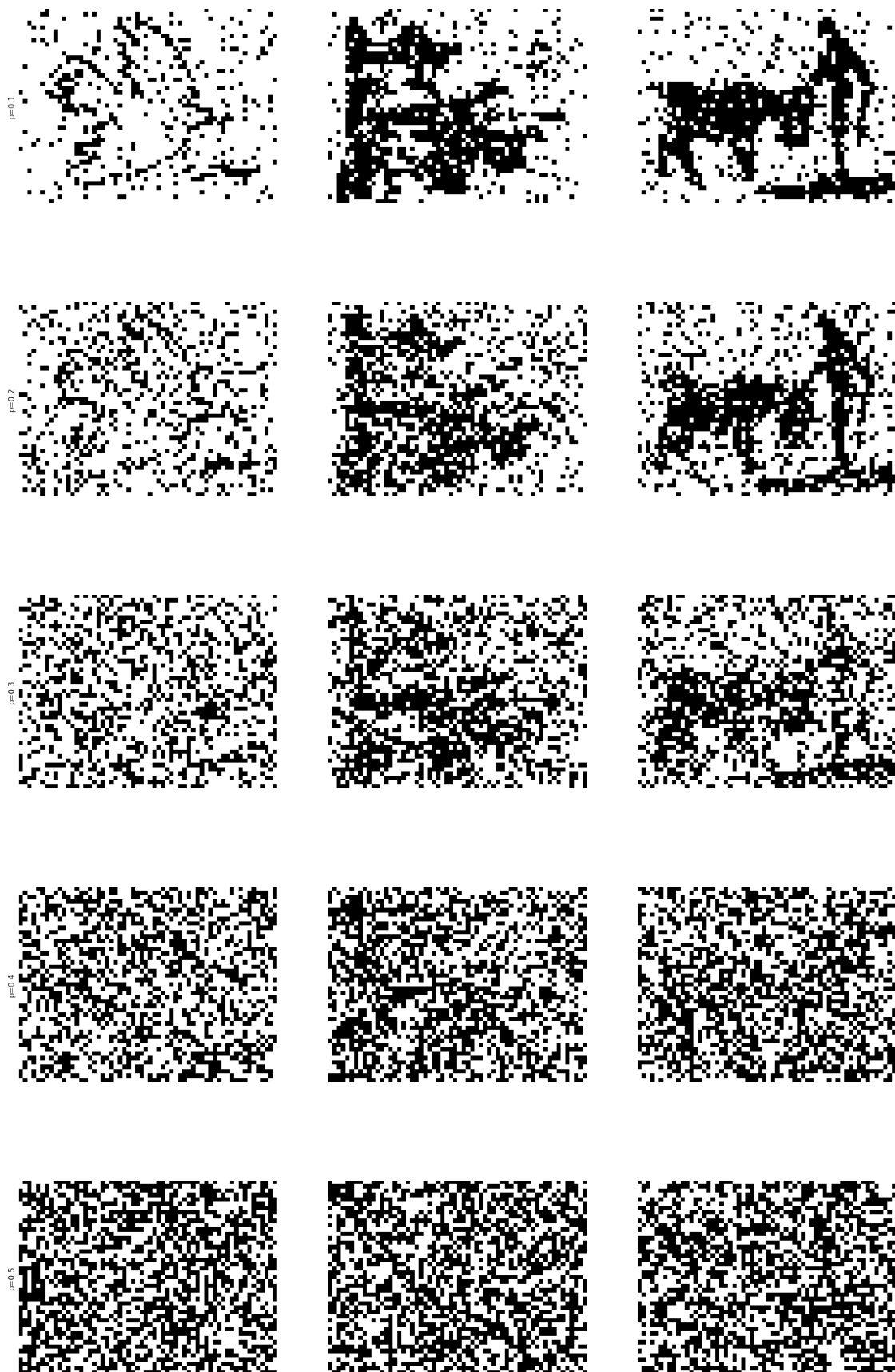
Ruido Se le agrega ruido digital a las imágenes. Invirtiendo cada pixel de la imagen con una probabilidad p

[18]:

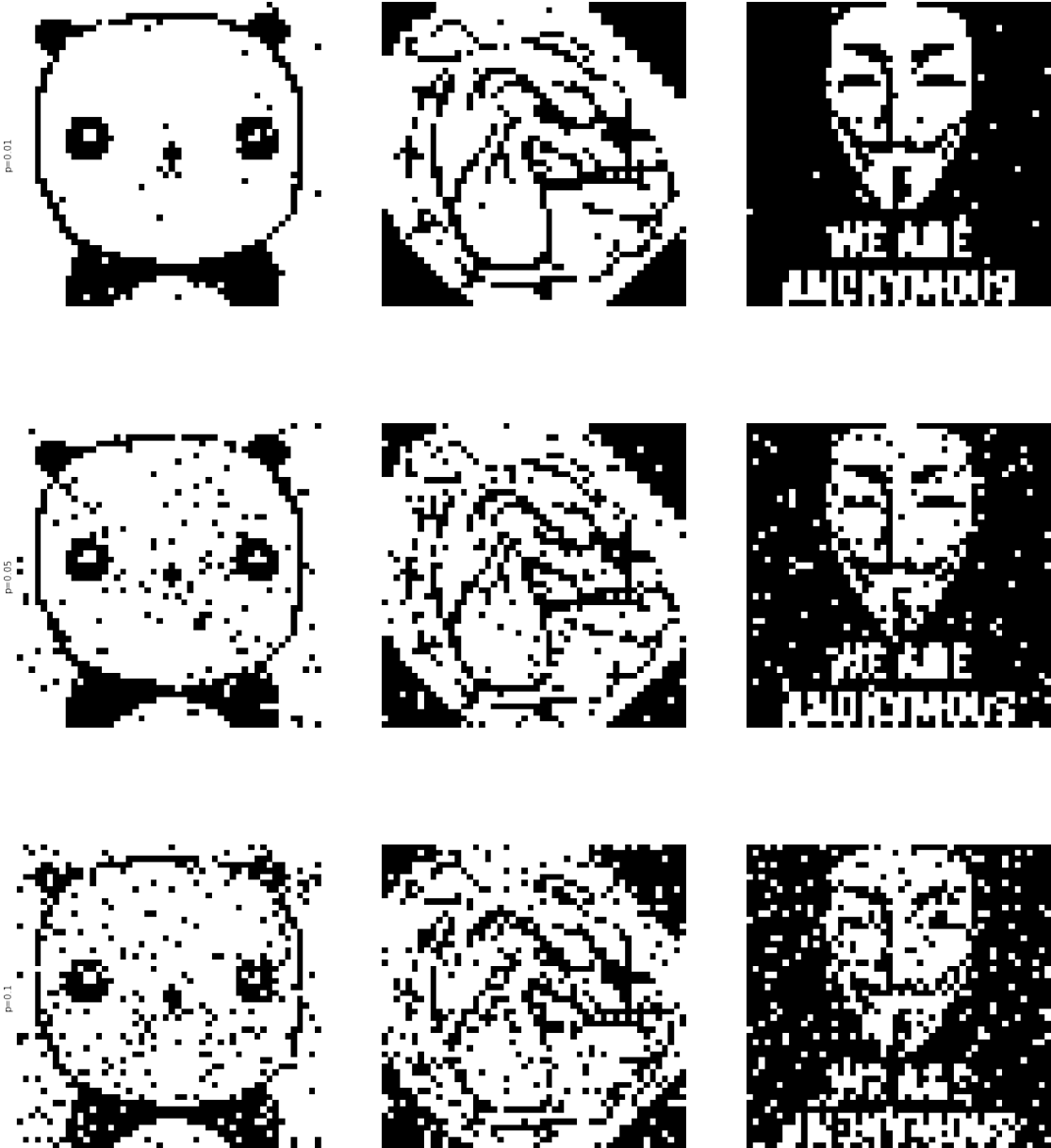
	0.01	0.05	0.10	0.20	0.30	0.40	0.50
--	------	------	------	------	------	------	------

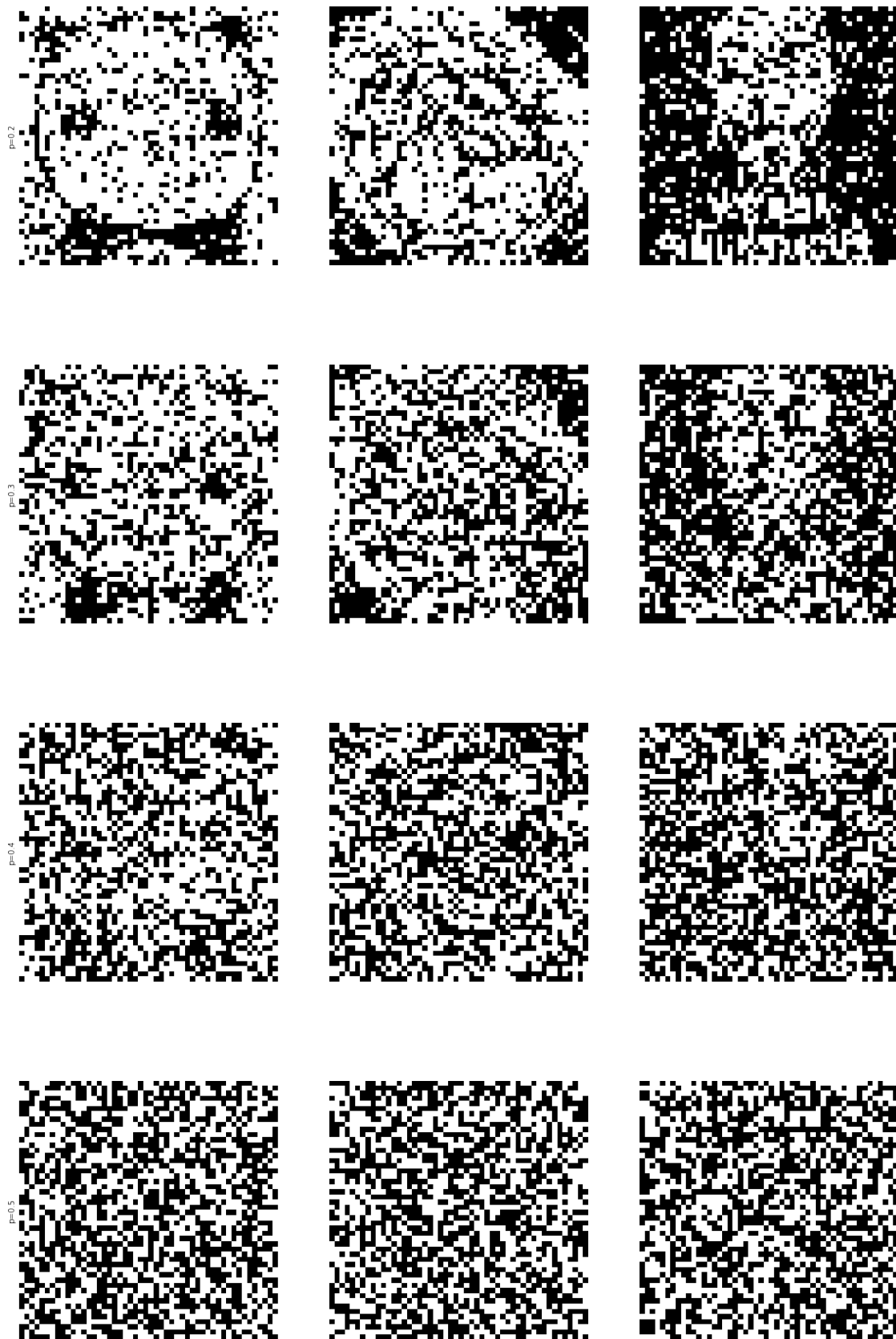
Image							
images/paloma.bmp	True	True	True	True	True	True	False
images/quijote.bmp	True	True	True	True	True	True	False
images/torero.bmp	True	True	True	True	True	True	True





```
[19]:
      0.01  0.05  0.10  0.20  0.30  0.40  0.50
Image
images/panda.bmp  True  True  True  True  True  True  False
images/perro.bmp  True  True  True  True  True  True  False
images/v.bmp       True  True  True  True  True  True  False
```





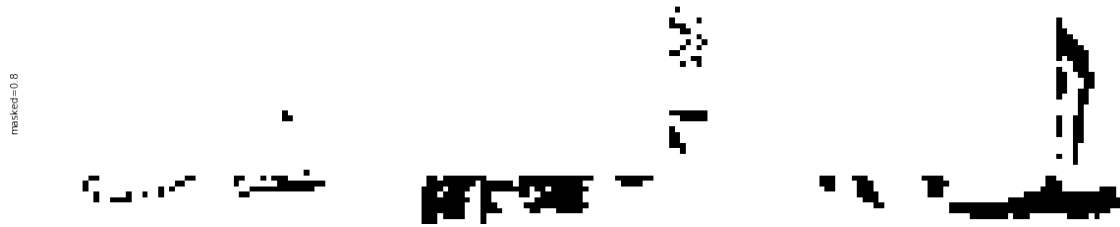
Repetidos ensayos mostraron que para 3 imágenes el algoritmo es robusto a ruido digital hasta $p=0.4$. Con $p=0.5$ el algoritmo converge a la imagen equivocada más frecuentemente de lo que acierta. Para $p > 0.5$ el atractor cambia a la imagen inversa.

Máscaras Se ensayaron máscaras rectangulares que cubren distintos porcentajes de las imágenes de prueba, y se las usó como entrada en el algoritmo de Hopfield.

[23] :

	0.2	0.4	0.6	0.8
Image				
images/paloma.bmp	True	True	True	True
images/quijote.bmp	True	True	False	False
images/torero.bmp	True	True	True	False

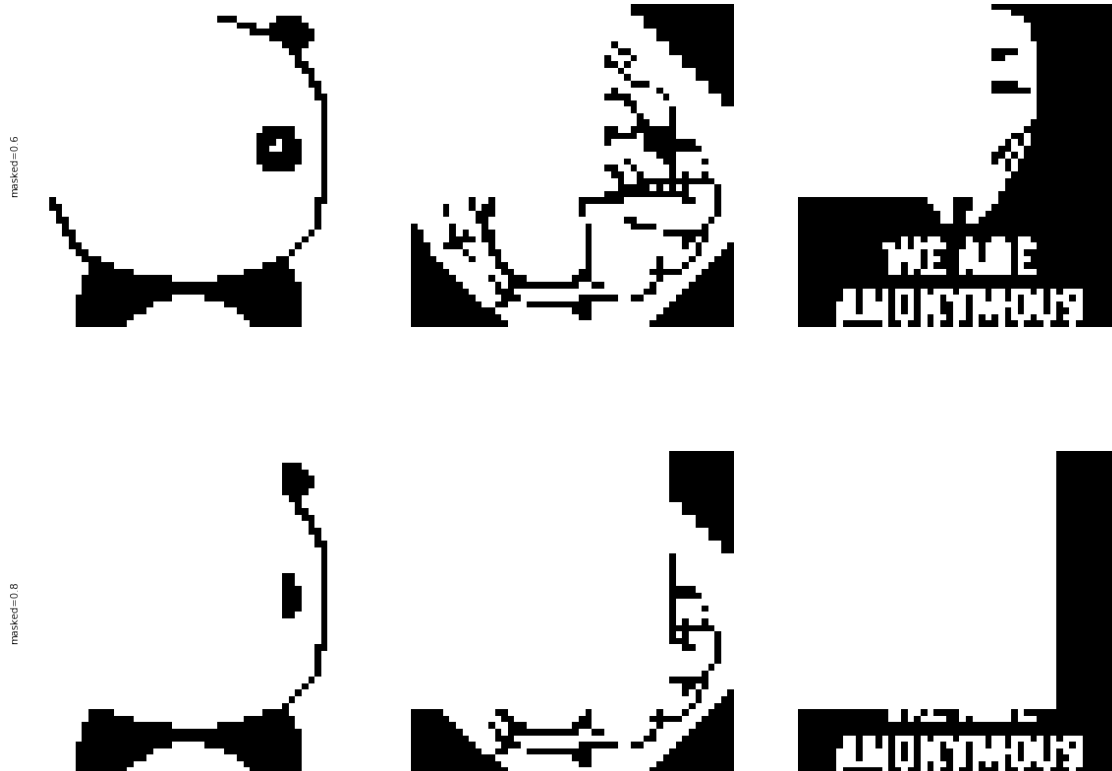




[24]:

	0.2	0.4	0.6	0.8
Image				
images/panda.bmp	True	True	True	True
images/perro.bmp	True	True	True	True
images/v.bmp	True	True	True	False



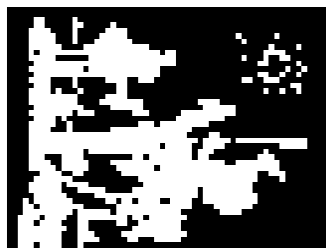


Se observa que el algoritmo tolera máscaras que cubren hasta el 60% de la imagen, pero cuando cubre el 80% algunas imágenes comienzan a fallar.

1.1.3 c) Evalúe la existencia de estados espurios en la red: patrones inversos y combinaciones de un número impar de patrones. (Ver *Spurious States*, en la sección 2.2, Hertz, Krogh & Palmer, pág. 24).

Validación de los patrones negativos:

[26] :	Learned
Image	
images/paloma.bmp	True
images/quijote.bmp	True
images/torero.bmp	True




```
[27]:
      Learned
Image
images/panda.bmp      True
images/perro.bmp      True
images/v.bmp          True
```



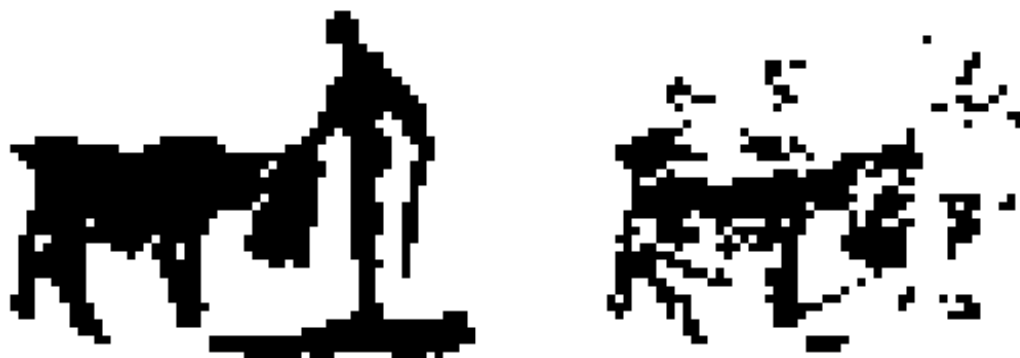
Los patrones negativos fueron aprendidos correctamente. Validado esto, se arma un conjunto de patrones expandido con los patrones positivos y negativos y se evaluan todas las combianaciones suma de 3 elementos de este conjunto.

Esto volverá a evaluar los patrones positivos y negativos, ya que si se suman 3 patrones $A + B + C$, donde $A = -B$, A y B se cancelan y queda el patrón C .

```
[31]: Comb      ABC  AB-A  AB-B  AB-C  AC-A  AC-B  AC-C  A-A-B  A-A-C  A-B-C  BC-A  \
      Learned  True  True  True  True  True  True  True  True  True  True  True  True

Comb      BC-B  BC-C  B-A-B  B-A-C  B-B-C  C-A-B  C-A-C  C-B-C  -A-B-C
Learned  True  True  True  True  True  True  True  True  True
```





[32]: Comb ABC AB-A AB-B AB-C AC-A AC-B AC-C A-A-B A-A-C A-B-C BC-A \

Learned	True	True	True	True	True	True	True	True	True	True	True	True
---------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------

Comb	BC-B	BC-C	B-A-B	B-A-C	B-B-C	C-A-B	C-A-C	C-B-C	-A-B-C
Learned	True	True	True	True	True	True	True	True	True





Todos los patrones generados como suma de 3 patrones resulta en un patrón aprendido por la red para ambos conjuntos de imágenes.

1.1.4 d) Realice un entrenamiento con todas las imágenes disponibles. ¿Es capaz la red de aprender todas las imágenes? Explique.

Para poder cargar todas las imágenes juntas es necesario primero homogeneizar el tamaño. Para ello se eligió extender las imágenes con un padding.o

[35]: Learned

Image	
images/paloma.bmp	False
images/quijote.bmp	True
images/torero.bmp	False
images/panda.bmp	True
images/perro.bmp	True
images/v.bmp	True



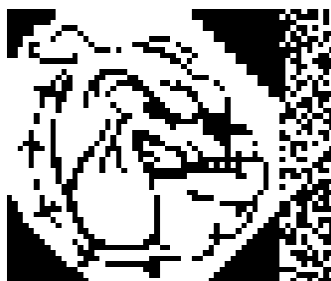
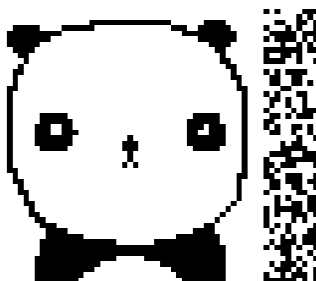
[36]: Learned

Image	
images/paloma.bmp	False
images/quijote.bmp	False
images/torero.bmp	False
images/panda.bmp	False
images/perro.bmp	False
images/v.bmp	True





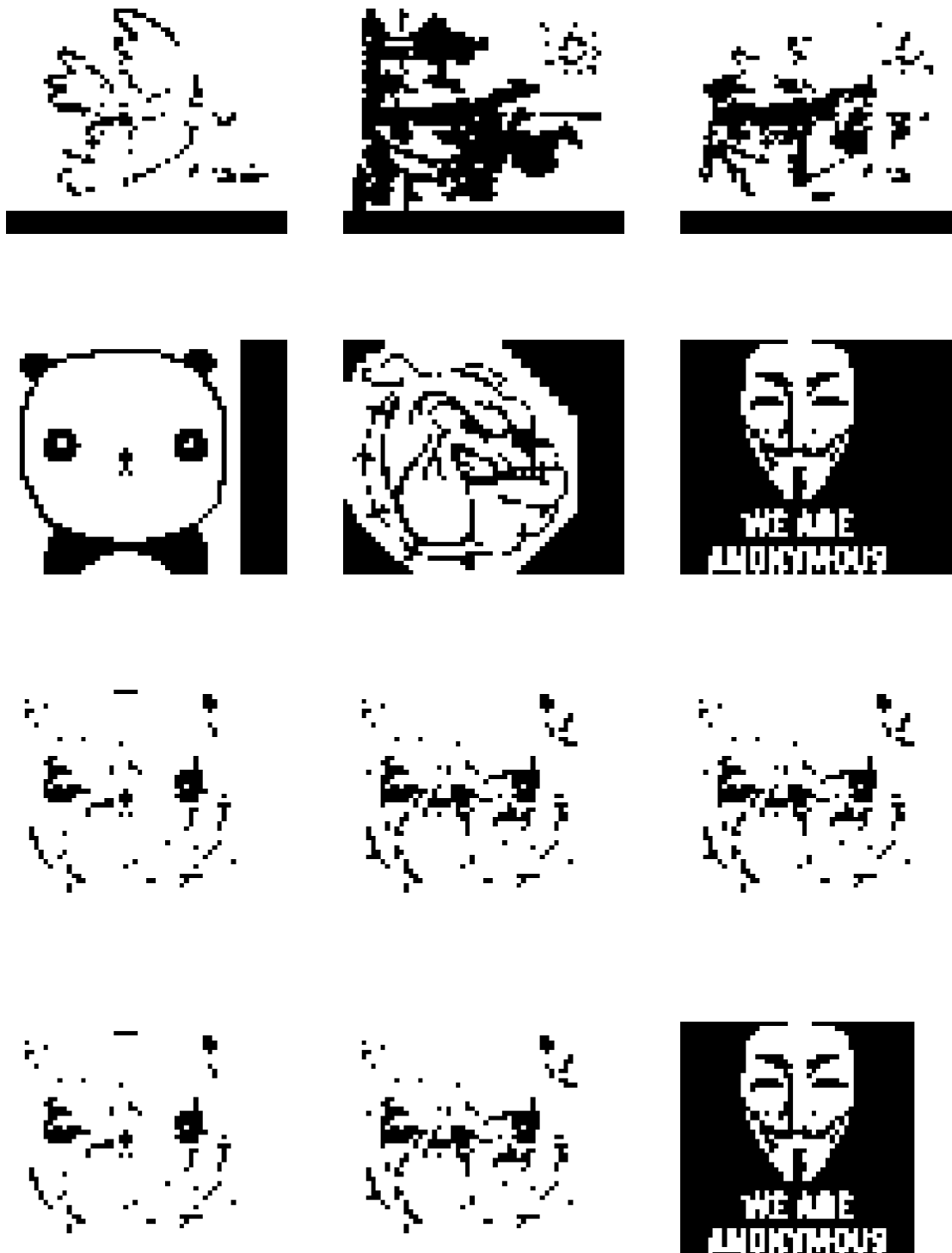
```
[37]:
      Image      Learned
images/paloma.bmp      False
images/quijote.bmp      True
images/torero.bmp      True
images/panda.bmp      True
images/perro.bmp      True
images/v.bmp      True
```



En ninguno de los casos la red pudo aprender todos los patrones, pero los resultados variaron con el tipo de padding utilizado. El padding el blanco fue el que produjo mayores solapamientos y solo aprendio un patrón. El padding en negro produjo que 2 patrones no pudieran ser aprendidos.

El padding con patrones pseudoaleatorios produjo que 1 o 2 patrones nos e pudieran aprender dependiendo de la corrida.

Patrones a los que converge el algoritmo:





Observando a dónde convergen los patrones que fallaron, se observa que los patrones de salida contienen parte de la información del patrón de entrada por ejemplo las alas de la paloma y las patas del toro todavía pueden apreciarse para el caso del padding negro.

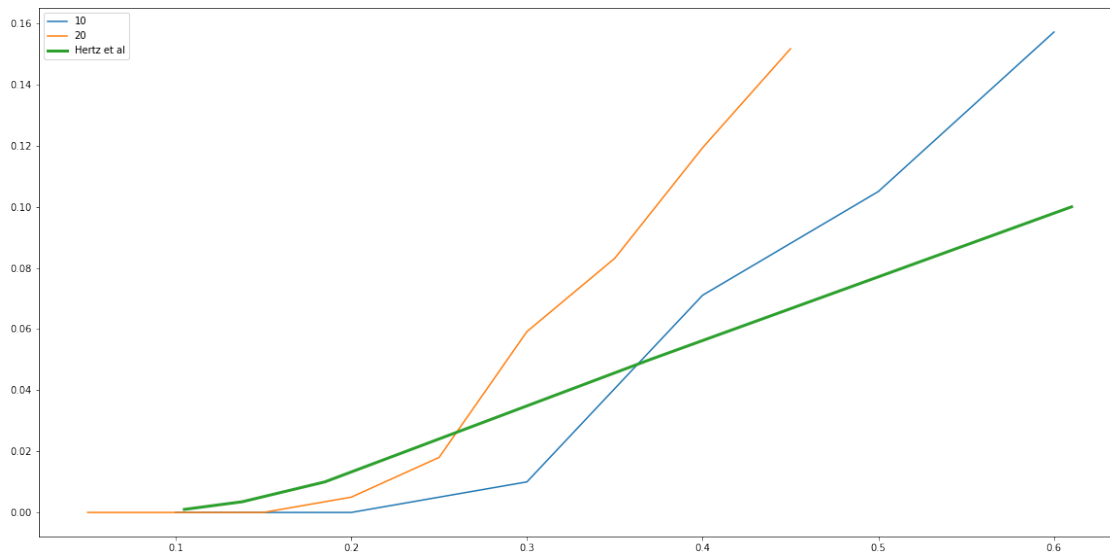
Se concluye que los patrones no son lo suficientemente ortogonales entre sí para ser aprendidos todos.

1.2 2. Comprobar estadísticamente la capacidad de la red de Hopfield '82 calculando la cantidad máxima de patrones pseudo-aleatorios aprendidos en función del tamaño de la red.

1.2.1 a) Obtener experimentalmente los resultados de la siguiente tabla (los valores de la tabla corresponden a una iteración con actualización sincrónica).

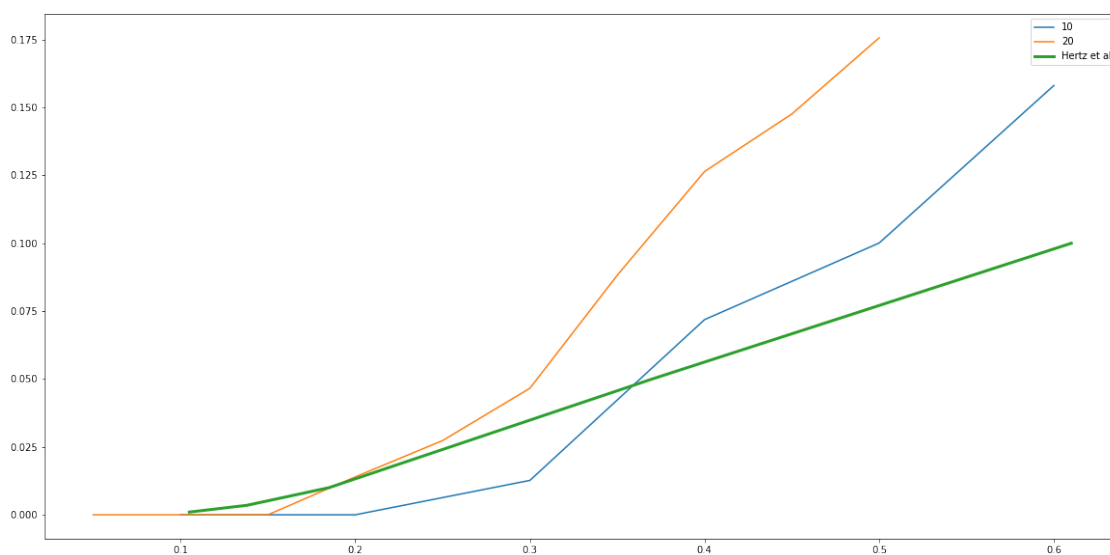
Capacidad de la red para Hopfield Asíncrono:

[49]:	N	10						20				\
	P	1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	
	PError	0.0	0.0	0.01	0.071071	0.105	0.157193	0.0	0.0	0.0	0.005	
	N											
	P	5		6		7		8		9		
	PError	0.018	0.059167	0.083158	0.119338	0.151704						



Capacidad de la red para Hopfield Síncrono:

[52] :									
N	10						20		
P	1	2	3	4	5	6	1	2	3
PErr	0.0	0.0	0.012667	0.071875	0.100091	0.158095	0.0	0.0	0.0
N									
P	4		5	6	7	8	9	10	
PErr	0.013958		0.027333	0.046603	0.088214	0.126424	0.147614	0.175667	



No se pudo reproducir la tabla. Se calculó la Probabilidad de error con un intervalo de confianza

del 99% Se observa que la probabilidad de error para un dado factor P_{\max}/N aumenta conforme incrementa N . Se repitió el experimento utilizando hopfield con actualización sincrónica. El procesamiento fue considerablemente mas lento pero no se observaron cambios en los resultados

1.2.2 b) Analice cómo cambia la capacidad de una red en función de la correlación entre patrones

Si definimos nuestra correlación como:

$$\rho = \mathbb{E} \frac{\sum_j \xi_j^\mu \xi_j^\nu}{N}$$

Si N es la cantidad de neuronas, las imágenes se correlacionaron de la siguiente manera:

- La primer imagen ($\nu = 1$) es pseudo aleatoria
- La ν -ésima imagen con $\nu > 1$ se compone de los valores de $(\nu - 1)$ para algún $K < N$ posiciones elegidas al azar. El resto de las posiciones toma valores aleatorios.

Esto producirá que para 2 patrones consecutivos

$$\rho = \mathbb{E} \frac{\sum_{j=1}^N \xi_j^\nu \xi_j^{\nu-1}}{N} = \frac{\mathbb{E} \sum_{j=1}^K \xi_j^\nu \xi_j^{\nu-1} + \mathbb{E} \sum_{j=K+1}^N \xi_j^\nu \xi_j^{\nu-1}}{N} = \frac{K}{N}$$

La sumatoria de la derecha corresponde a patrones pseudo-ortogonales por lo que su media es nula.

La sumatoria de la izquierda corresponde a patrones idénticos, por lo que el producto es siempre 1 y la sumatoria vale K

Con éste metodo podemos generar patrones con la correlación deseada.

Se valida que las correlaciones den el resultado correcto, para pares de patrones con $N = 10000$

Se realiza el cálculo de capacidad para $N=30$

[88]: 9000.0