

14. რიცხვითი მიმდევრობა. არითმეტიკული და გეომეტრიული პროგრესიები.

არითმეტიკული პროგრესია

რიცხვთა მიმდევრობას, რომლის ყოველი წევრი დაწყებული მეორედან მიიღება წინა წევრისათვის ერთი და იმავე რიცხვის მიმატებით, არითმეტიკული პროგრესია ეწოდება. d , რიცხვს არითმეტიკული პროგრესიის **სხვაობა** ეწოდება. (a_n) მიმდევრობა არითმეტიკული პროგრესიაა მაშინ და მხოლოდ მაშინ, როცა ნებისმიერი $n \in \mathbb{N}$ -ისათვის, $n > 1$ მართებულია ტოლობა:

$$a_n = \frac{a_{n-1} + a_{n+1}}{2} \quad (\text{არითმეტიკული პროგრესიის თვისება})$$

$$d = a_2 - a_1 = \dots = a_n - a_{n-1}; \quad a_n = a_1 + d(n-1); \quad a_m = a_n + d(n-m) \quad m < n;$$

$$a_1 + a_n = a_2 + a_{n-1} = \dots$$

$$s_n = \frac{(a_1 + a_n)}{2} n; \quad s_n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} n$$

პირველი წევრი: a_1

n -ური წევრი: a_n

მოდევნო წევრებს შორის სხვაობა: d

წევრთა რაოდენობა: n

პირველი n წევრის ჯამი: S_n

- $a_n = a_{n-1} + d = a_{n-2} + 2d = \dots = a_1 + (n-1)d$
- $a_1 + a_n = a_2 + a_{n-1} = \dots = a_i + a_{n+1-i}$
- $a_i = \frac{a_{i-1} + a_{i+1}}{2}$
- $S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n = \frac{2a_1 + (n-1)d}{2} \cdot n$

გეომეტრიული პროგრესია

რიცხვთა მიმდევრობას, რომლის პირველი წევრი განსხვავებულია ნულისაგან, ხოლო მეორედან დაწყებული ყოველი წევრი უდრი წინა წევრს, გამრავლებულს ნულისაგან განსხვავებულ ერთსა და იმავე q რიცხვზე, გეომეტრიული პროგრესია ეწოდება. (b_n) მიმდევრობა გეომეტრიული პროგრესიაა მაშინ და მხოლოდ მაშინ, როცა ნებისმიერი $n \in \mathbb{N}, n > 1$ მართებულია ტოლობა:

$$b_n^2 = b_{n-1} \cdot b_{n+1} \quad (\text{გეომეტრიული პროგრესიის თვისება})$$

$$b_n = b_1 q^{n-1}$$

$$b_n = b_m q^{n-m}$$

$$s_n = \frac{b_n q - b_1}{q - 1} = \frac{b_1 (q^n - 1)}{q - 1} \quad q \neq 1$$

$$q = \frac{b_2}{b_1} = \frac{b_3}{b_2} = \dots = \frac{b_n}{b_{n-1}}$$

პირველი წევრი: a_1

n -ური წევრი: a_n

მოდევნო წევრების შეფარდება: q

წევრთა რაოდენობა: n

პირველი n წევრის ჯამი: S_n

- $a_n = q a_{n-1} = a_1 q^{n-1}$
- $a_1 \cdot a_n = a_2 \cdot a_{n-1} = \dots = a_i \cdot a_{n+1-i}$
- $a_i = \sqrt{a_{i-1} \cdot a_{i+1}}$
- $S_n = \frac{a_n q - a_1}{q - 1} = \frac{a_1 (q^n - 1)}{q - 1}$