

§1. წრფე, სხივი, მონაკვეთი, ტეხილი, მანძილი

წრფე წარმოადგენს სწორ ხაზს, რომელიც დაუსრულებლად გრძელდება ორივე მხარეს. წრფე შედგება უსასრულო რაოდენობის წერტილებისგან, რომლებიც აღინიშნება დიდი ლათინური ასოებით, მაგალითად, A, B, ..., P, Q და ა.შ.



ნახ.1.

წრფის აღნიშვნისთვის საკმარისია მისი ორი წერტილის მითითება (რადგან ორ წერტილზე შესაძლებელია მხოლოდ ერთი წრფის გავლება) ან შეგვიძლია გამოვიყენოთ ერთი პატარა ლათინური ასო, მაგალითად, ნახ. 1-ზე მოცემულია AB წრფე ანუ a წრფე.

წრფის ნაწილს A და B წერტილებს შორის მონაკვეთი ეწოდება. A და B წერტილებს მონაკვეთის ბოლოები ეწოდება. AB-თი აღინიშნება ეს მონაკვეთიც და მისი სიგრძეც.

ერთ სიბრტყეში მდებარე ორ სხვადასხვა წრფეს ან არ გააჩნიათ საერთო წერტილი (ამ შემთხვევაში მათ პარალელური წრფეები ეწოდება) ან გააჩნიათ ერთადერთი საერთო წერტილი (ამ შემთხვევაში წრფეები იკვეთება).

ყოველი წერტილი წრფეს ყოფს ორ ნახევარწრფედ ანუ სხივად. ასეთ სხივებს დამატებითი სხივები ეწოდება. წერტილს, რომლის ცალ მხარეს არის მოცემული სხივი, სხივის სათავე ეწოდება. სხივი ორი ასოთი აღინიშნება, მაგალითად, AK. პირველი ასო აღნიშნავს სხივის სათავეს, მეორე სხივის ნებისმიერი წერტილია.



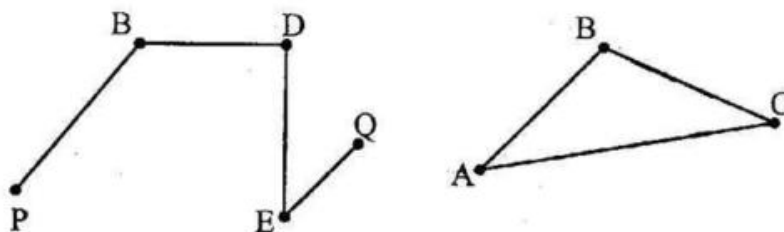
ნახ.2.

კონკრეტული ამოცანიდან გამომდინარე, სხივი შეიძლება მოცემული იყოს წრფეზე ან ცალკე. წრფეებისგან განსხვავებით, ორ სხვადასხვა სხივს და ორ სხვადასხვა მონაკვეთს შეიძლება ჰქონდეთ უამრავი საერთო წერტილი, მაგალითად, KP და LP სხივებს და KP და LB მონაკვეთებს ნახ. 3-ზე:



ნახ.3.

თუ მიმდევრობით მივადგამთ ერთმანეთს რამდენიმე მონაკვეთს, მივიღებთ **ტეხილს**. ტეხილის სიგრძე მისი შემადგენელი მონაკვეთების სიგრძეების ჯამია. თვითონ მონაკვეთი ტეხილის კერძო სახეა, მაგალითად, ნახ.4-ზე გამოსახულია ორი ტეხილი. მარცხენა მათგანი **ღია** ტეხილია, რადგან მისი საწყისი და ბოლო წერტილები, რომლებსაც ტეხილის ბოლოები ეწოდებათ, სხვადასხვაა. მარჯვენა ტეხილი **ჩაკეტილი** ტეხილია, რადგან მისი ყოველი წვერო (A, B, C) შეიძლება ჩაითვალოს ტეხილის პირველ და ბოლო წერტილად ანუ ბოლოებად.



ნახ.4.

სხვადასხვა ტეხილი, რომლებითაც შეიძლება ორი P და Q წერტილის შეერთება, შეიძლება გავიაზროთ როგორც გზა P-დან Q-მდე. რადგან მათ შორის უმოკლესი გზა PQ მონაკვეთია, ამიტომ PQ მონაკვეთის სიგრძე იგივეა, რაც მანძილი P-დან Q-მდე. ცხადია, რომ მანძილს აქვს შემდეგი თვისებები:

$PQ > 0$ თუ P და Q განსხვავებულია;

$PQ = QP$ (სიმეტრიულობა);

$PQ \leq PR + QR$ (სამკუთხედის თვისება);

სადაც P, Q, R ნებისმიერი სამი წერტილია.

მანძილის ცნების გამოყენებით შეიძლება გავარკვეოთ ნებისმიერი სამი P, Q, X წერტილის ურთიერთგანლაგების საკითხი სიბრტყეში. თუ ამ სამი წერტილიდან ნებისმიერ ორს შორის მანძილი ნაკლებია ამ წერტილებიდან მესამემდე მანძილების ჯამზე, (ე.ი. $PQ < PX + QX$, $PX < PQ + XQ$ და $QX < QP + XP$), მაშინ წერტილები ერთ წრფეზე არ მდებარეობენ. თუ $PQ = PX + QX$ (ნახ.5), მაშინ ეს წერტილები ერთ წრფეზეა და X წერტილი მოთავსებულია P და Q წერტილებს შორის.



ნახ. 5.

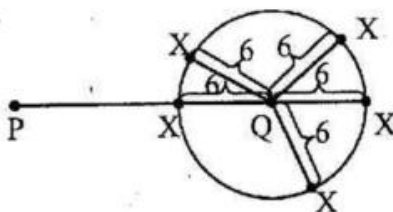
თუ $PQ = PX - QX$ (ნახ.6), მაშინ ეს წერტილები ერთ წრფეზეა და X წერტილი მოთავსებულია PQ მონაკვეთის გარეთ Q წერტილის მხარეს.



ნახ. 6.

თუ $PQ = QX - PX$, X წერტილი მოთავსებულია PQ წრფეზე PQ მონაკვეთის გარეთ P-ს მხარეს.

სწორად გვხვდება ამოცანები ე.წ. „სახსარიან ტეხილებზე“, როდესაც მოცემულია მხოლოდ ტეხილის შემადგენელი მონაკვეთების სიგრძეები (მაგრამ მათ შორის კუთხეები არაა ფიქსირებული) და მოითხოვება ტეხილის ბოლოებს შორის მანძილის უდიდესი და უმცირესი მნიშვნელობების დადგენა. მაგალითად, თუ PQX ტეხილში $PQ = 10$ და $QX = 6$, მაშინ X წერტილი შეიძლება მოთავსდეს ყველგან, საიდანაც Q-მდე მანძილი 6-ის ტოლია (ნახ.7).



ნახ. 7.

PX უმცირეს მნიშვნელობას მიიღებს, როცა X წერტილი მოთავსებულია PQ წრფეზე P-ს მხარეს: $PX = 10 - 6 = 4$. PX უდიდეს მნიშვნელობას მიიღებს, როცა X წერტილი მოთავსებულია PQ წრფეზე Q-ს მხარეს: $PX = 10 + 6 = 16$. რადგან ტეხილი Q „სახსარში“ მოძრაობს, ამიტომ PX-ს შეუძლია (X წერტილის მდებარეობის შერჩევის ხარჯზე) მიიღოს ყოველი მნიშვნელობა 4-დან 16-ის ჩათვლით.