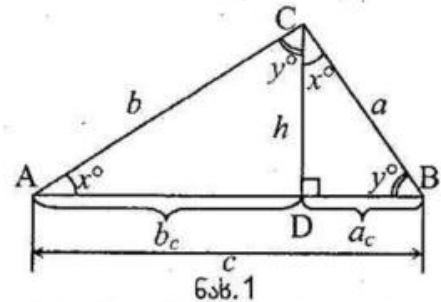


§7. პითაგორას თეორემა

1. ძირითადი ფორმულები. განვიხილოთ $\triangle ABC$ მართკუთხა სამკუთხედი, $\angle C = 90^\circ$ და დავუშვათ CD სიმაღლე. ცხადია, მივიღებთ სამ ერთმანეთის მსგავს მართკუთხა სამკუთხედს:

$$\triangle ACB \sim \triangle ACD \sim \triangle CBD.$$

თუ ამ სამკუთხედებს წყვილ-წყვილად განვიხილავთ და დავწერთ შესაბამის პროპორციებს, დავრწმუნდებით შემდეგი დებულებების სამართლიანობაში:



1) კათეტის კვადრეტი ტოლია ჰიპოტენუზისა და ჰიპოტენუზაზე ამ კათეტის გეგმილის ნამრავლის:

$$a^2 = c \cdot a_c \quad (1), \quad b^2 = c \cdot b_c \quad (2),$$

2) ჰიპოტენუზაზე დაშვებული სიმაღლის კვადრეტი კათეტების გეგმილების ნამრავლის ტოლია:

$$h^2 = a_c \cdot b_c \quad (3)$$

3) ჰიპოტენუზაზე დაშვებული სიმაღლე კათეტების ნამრავლის ჰიპოტენუზასთან შეფარდების ტოლია:

$$h = \frac{ab}{c} \quad (4),$$

სადაც აღნიშვნები გამოყენებულია ნახ.1-ის მიხედვით. თუ (1) და (2) ტოლობას გავყოფთ ერთმანეთზე, მივიღებთ $\frac{a_c}{b_c} = \frac{a^2}{b^2}$, ანუ კათეტების გეგმილების შეფარდება კათეტების კვადრატების შეფარდების ტოლია,

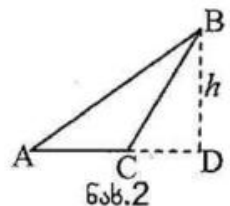
ხოლო თუ (1) და (2) ტოლობას შევკრებთ, მივიღებთ $a^2 + b^2 = c^2$ ანუ მართკუთხა სამკუთხედში ჰიპოტენუზის კვადრეტი კათეტების კვადრატების ჯამის ტოლია, რაც ცნობილია პითაგორას თეორემის სახელით.

2. რამდენიმე სტანდარტული ამოცანა.

ამოცანა 1. სამკუთხედის გვერდებია 25 სმ, 17 სმ და 12 სმ. იპოვეთ 12 სმ-იან გვერდზე დაშვებული სიმაღლე.

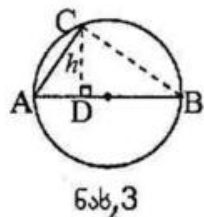
ამოხსნა. $AB = 25$ სმ, $BC = 17$ სმ, $AC = 12$ სმ. $BD = h$ სიმაღლეა, $\angle D = 90^\circ$. ამიტომ: $\triangle ABD$ -ში $h^2 = AB^2 - (AC + CD)^2$; $\triangle CBD$ -ში $h^2 = BC^2 - CD^2$ ანუ $AB^2 - (AC + CD)^2 = BC^2 - CD^2$, $625 - 144 - 24CD - CD^2 = 289 - CD^2$, $192 = 24CD$, $CD = 8$

ანუ $h = \sqrt{BC^2 - CD^2} = \sqrt{225} = 15$.



ამოცანა 2. წრეწირის ერთი წერტილიდან გავლებულია 5 სმ-იანი დიამეტრი 3 სმ-იანი ქორდა. იპოვეთ ქორდის მეორე ბოლოდან დიამეტრამდე მანძილი.

ამოხსნა. თუ ქორდის და დიამეტრის მეორე ბოლოებს შევაერთებთ, მივიღებთ მართკუთხა სამკუთხედს. ამიტომ $BC = \sqrt{AB^2 - AC^2} = 4$ სმ.



ახლა ცხადია, რომ $CD = h = \frac{AC \cdot CB}{AB} = \frac{15}{2}$ სმ.

ამოცანა 3. რომბის გვერდია 10 სმ, ხოლო დიაგონალები ისე შეეფარდება ერთმანეთს, როგორც 3:4. იპოვეთ დიაგონალების სიგრძეები.

ამოხსნა. რომბის დიაგონალები ურთიერთმართობულია და ერთმანეთით შუაზე იყოფა. ამიტომ:

$$\begin{cases} BO : AO = 3 : 4 \\ BO^2 + AO^2 = 100 \end{cases}$$

საიდანაც ვღებულობთ: $BO=3a$, $AO=4a$, $(3a)^2 + (4a)^2 = 100$ სმ $\Rightarrow a=2$ სმ ანუ $BO=6$ სმ, $AO=8$ სმ და $AD=12$ სმ, $AC=16$ სმ.

