§4. წრეწირი და მისი ელემენტები. წრეწირთან დაკავშირებული კუთხეები

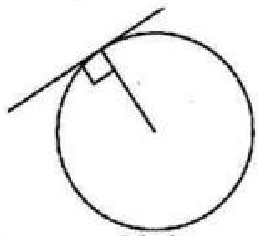
1. წრეწირი და მისი ელემენტები. წრეწირი სიბრტყის იმ წერტილთა სიმრავლეა, რომლებიც ერთი და იგივე მანძილით არიან დაშორებულნი მოცემული წერტილისგან (წრეწირის ცენტრისგან). ცენტრს, ტრადიციულად O-თი აღნიშნავენ.

ქორდა ეწოდება მონაკვეთს (და ამ მონაკვეთის სიგრძეს), რომელიც აერთებს წრეწირის ნებისმიერ ორ წერტილს. თუ ქორდა ცენტრზე გადის, მას დიამეტრი ეწოდება. რადიუსი ეწოდება მონაკვეთს (და ამ მონაკვეთის სიგრძეს) წრეწირის ცენტრიდან წრეწირის ნებისმიერ წერტილამდე. რადიუსი, ზოგადად, r ან R სიმბოლოთი აღინიშნება.

ვთქვათ, მოცემულია რაიმე წრფე და რაიმე წრეწირი. შესაძლებელია სულ სამი შემთხვევა:

ა) წრფეს და წრეწირს არ აქვთ საერთო წერტილები;

ბ) ***წრფეს და წრეწირს ერთადერთი საერთო წერტილი აქვთ. ასეთ წრფეს წრეწირის მხები ეწოდება. მხები მართობულია იმ რადიუსის, რომელიც შეხების წერტილში გაივლება*** (ნახ.1);

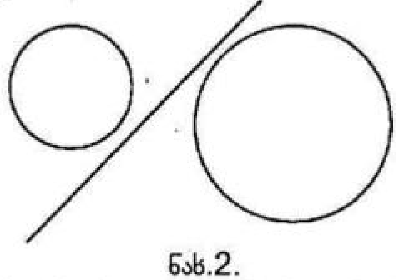


ნახ.1.

გ) წრფეს და წრეწირს ორი საერთო **წერტილი აქვთ. ასეთ წრფეს მკვეთი** ეწოდება.

ანალოგიურად, თუ მოცემულია ორი განსხვავებული რადიუსის წრეწირი, მაშინ ასევე შესაძლებელია სამი შემთხვევა:

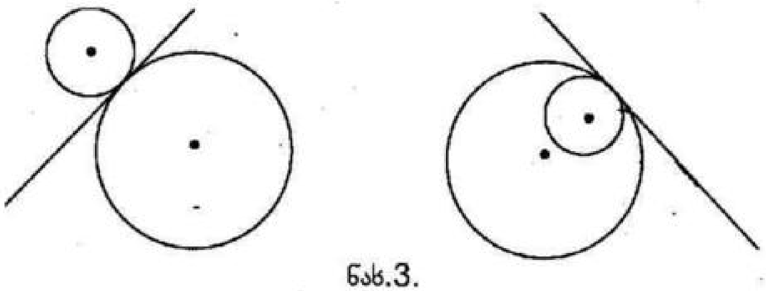
ა) წრეწირებს საერთო წერტილი არ აქვთ. ამ დროს ან შესაძლებელია წრეწირების განცალკევება წრფით (ნახ.2) ან ერთი წრეწირი მეორის შიგნითაა.



ნახ.2.

როდესაც ორ წრეწირს საერთო ცენტრი აქვთ მათ **კონცენტრული** წრეწირე**ბი** ეწოდებათ.

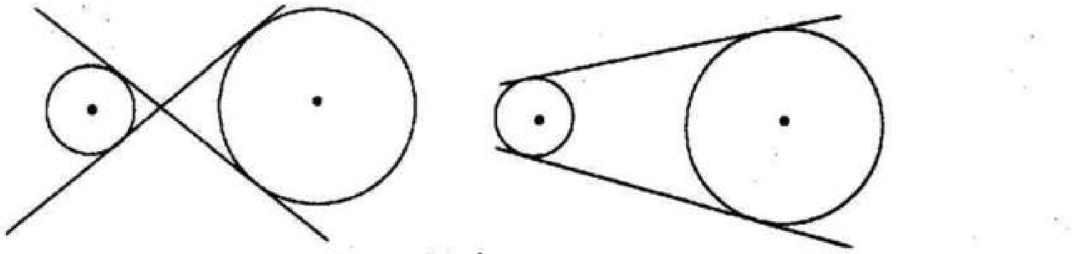
ბ) წრეწირებს აქვთ ერთადერთი საერთო წერტილი (ნახ.3). ამ დროს საერთო წერტილში შესაძლებელია საერთო მხების გატარება და ამბობენ, რომ წრეწირები ერთმანეთს **ეხება.** შეხებას ეწოდება **გარე** თუ ცენტრები საერთო მხების სხვადასხვა მხარესაა. შეხებას ეწოდება **შიგა** თუ ცენტრები საერთო მხების ერთ მხარესაა.



ნახ.3.

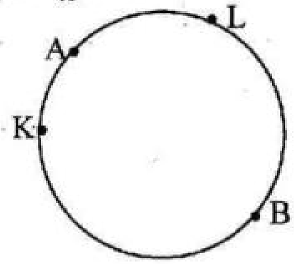
გ) წრეწირები შეიძლება ერთმანეთს **კვეთდნენ.** მაშინ მათ ორი საერთო წერტილი აქვთ.

როდესაც ორი წრეწირის განცალკევება შეიძლება, მაშინ მათ აქვთ ორი **საერთო შიგა მხები** (ნახ.4, მარცხნივ). თუ ერთი წრეწირი მეორის შიგნით არაა, მათ გააჩნიათ ორი **საერთო გარე მხები** (ნახ.4, მარჯვნივ).



ნახ.4.

წრეწირის ნებისმიერი ორი წერტილი წრეწირს ყოფს ორ ნაწილად. თითოეულ ნაწილს **რკალი** ეწოდება. მაგალითად, ნახ.5-ზე K და L წერტილები ქმნიან ორ რკალს, რომლებსაც **დამატებითი რკალები** ეწოდებათ. ის რკალი, რომელსაც ეკუთვნის A წერტილი, შეიძლება აღვნიშნოთ $K\breve{A}L$ ან $A\breve{L}$. ის რკალი, რომელსაც ეკუთვნის B წერტილი, შეიძლება აღვნიშნოთ $K\breve{B}L$.



ნახ.5.

წრეწირი და მის რკალები, ისევე როგორც კუთხეები, იზომება გრადუსებში, წუთებში და წამებში. ითვლება, რომ ნებისმიერი წრეწირის გრადუსული ზომაა 360°, 1°=60', 1'=60". თუ წრეწირი ორ ტოლ რკალადაა გაყოფილი, თითოეული 180° ტოლია და ა.შ.

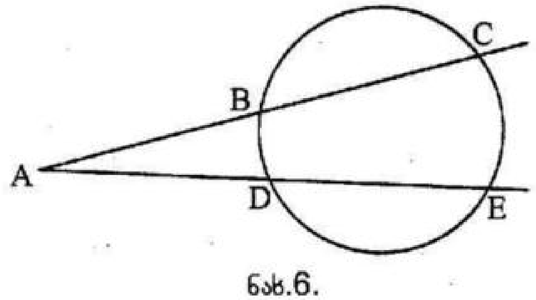
ქორდის მართობული დიამეტრი ქორდას და მის მიერ მოჭიმულ რკალს შუაზე ყოფს.

2. კუთხეების გაზომვა რკალების საშუალებით. თუ კუთხის გვერდებს წრეწირთან საერთო წერტილები აქვთ, მაშინ გვერდებს შორის მოქცეული რკალების გრადუსული ზომების ცოდნა საკმარისია კუთხის გრადუსული ზომის დასადგენად. იმის მიხედვით, კუთხის წვერო წრეწირის გარეთაა, წრეწირზეა თუ მის შიგნით, გვაქვს კუთხის გამოსათვლელი სამი ფორმულა.

პირველი ფორმულა. თუ კუთხის წვერო წრეწირის გარეთაა, კუთხის გრადუსული ზომა ტოლია კუთხის გვერდებით შექმნილი დიდი და მცირე რკალების ნახევარსხვაობის.

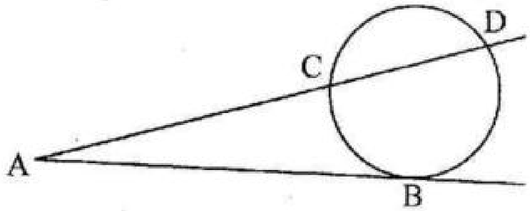
იმის მიხედვით, კუთხის გვერდებს წრეწირთან რამდენი საერთო წერტილი აქვთ, გაირჩევა რამდენიმე შემთხვევა.

ა) კუთხის გვერდები კვეთენ წრეწირს (ნახ.6). $\angle BAD=\dfrac{C\breve{E}-B\breve{D}}{2}$



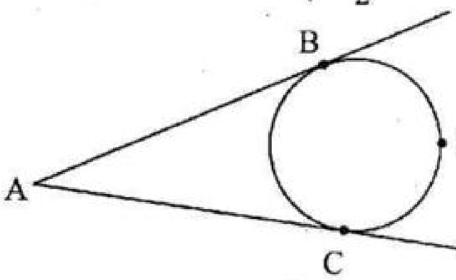
ნახ.6.

ბ) ერთი გვერდი ეხება წრეწირს, მეორე კვეთს (ნახ.7). $\angle BAC=\frac{\breve{BD}-\breve{BC}}{2}$



ნახ.7.

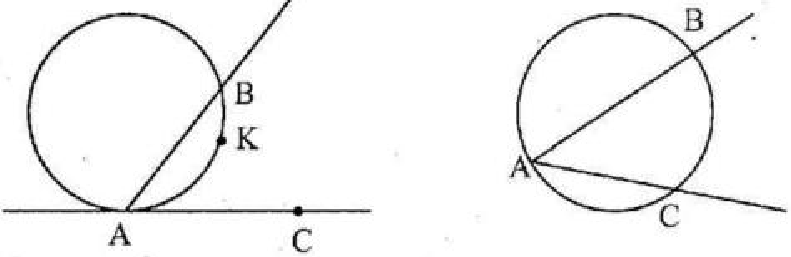
გ) ორივე გვერდი ეხება წრეწირს (ნახ.8). $\angle BAC=\frac{\breve{BKC}-\breve{BC}}{2}$



ნახ.8.

მეორე ფორმულა. ***ვთქვათ, კუთხის წვერო წრეწირზეა მოთავსებული. მაშინ კუთხის გრადუსული ზომა ტოლია იმ რკალის გრადუსული ზომის ნახევრის, რომელიც მოთავსებულია კუთხის გვერდებს შორის***

ეს ფორმულა გამოიყენება სულ ორ შემთხვევაში.

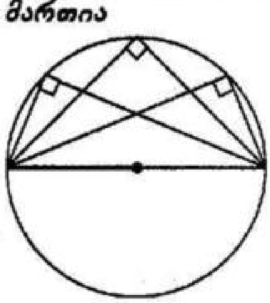


ნახ.9.

ა) როცა ერთი გვერდი ეხება, მეორე კი კვეთს წრეწირს (ნახ.9, მარცხნივ). მაშინ $\angle BAC=\frac{\breve{AKB}}{2}$.

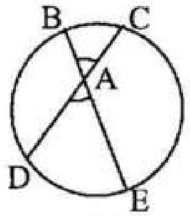
ბ) როცა ორივე გვერდი კვეთს წრეწირს (ნახ.9, მარჯვნივ). მაშინ კუთხეს **ჩახაზული** ეწოდება და გამოითვლება ფორმულით $\angle BAC=\frac{\breve{BC}}{2}$.

ერთიდაიგივე რკალზე დაყრდნობილი კუთხეები ტოლია.
დიამეტრზე დაყრდნობილი კუთხე მართია



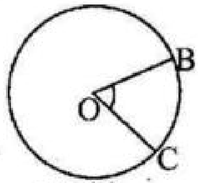
მესამე ფორმულა. ***ვთქვათ, კუთხის წვერო მოთავსებულია წრეწირის შიგნით. მაშინ კუთხის გრადუსული ზომა ტოლია კუთხის გვერდებით შექმნილი დიდი და მცირე რკალების ნახევარჯამის*** (ნახ.10).

$$\angle BAC=\frac{\breve{BC}+\breve{DE}}{2}$$



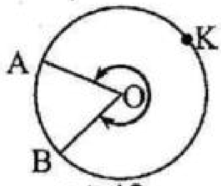
ნახ.10.

განსაკუთრებით მნიშვნელოვანია ის კერძო შემთხვევა, კუთხის წვერო წრეწირის ცენტრია. ამ დროს ორივე რკალი ტოლია და $\angle BOC=\breve{BC}$ (ნახ.11)



ნახ.11.

ზოგადად, ***კუთხე წვეროთი ცენტრში, თუნდაც ეს კუთხე ამოზნექილი არ იყოს, ტოლია მის მიერ მოჭიმული რკალის*** $\angle AOB=\breve{AKB}$ ***. ასეთ კუთხეს ცენტრალური კუთხე ეწოდება*** (ნახ.12)

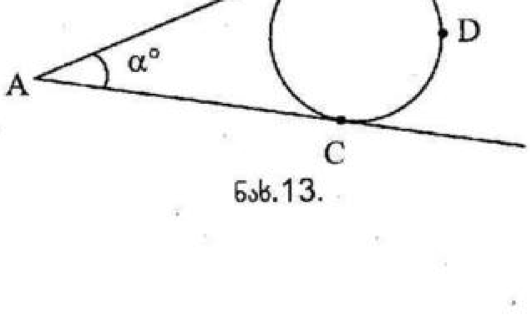


ნახ.12.

3. რკალების გაზომვა კუთხის საშუალებით. როდესაც კუთხის წვერო მოთავსებულია ცენტრში (ცენტრალური კუთხე) ან წრეწირზე, მაშინ კუთხეს და მისი გვერდების მიერ მოჭიმულ რკალს შორის ცალსახა შესაბამისობა არსებობს. თუ წვერო წრეწირის გარეთაა, მაშინ მხოლოდ ზოგიერთ კერძო შემთხვევაში შეიძლება კუთხის გრადუსული ზომების მიხედვით აღვადგინოთ მის გვერდებს შორის მოქცეული რკალები.

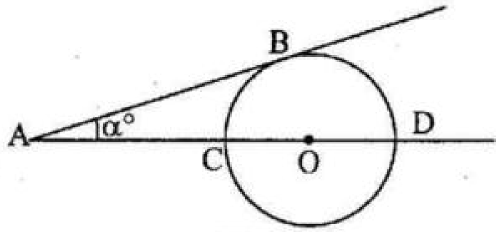
1) ვთქვათ, კუთხის გვერდები წრეწირის მხებებია. მაშინ გვერდებს შორის მოქცეული რკალების გრადუსულ ზომათა ჯამია 360°. თუ ცნობილია კუთხეც (α), მაშინ რკალები განისაზღვრება სისტემით

$$\begin{cases} \breve{BDC}+\breve{BC}=360^\circ \\ \breve{BDC}-\breve{BC}=2\alpha^\circ \end{cases}$$ (ნახ.13)



ნახ.13.

2) ვთქვათ, კუთხე არის α, მისი ერთ-ერთი გვერდი ეხება წრეწირს, ხოლო მეორე წრეწირის დიამეტრის გაგრძელებაა. მაშინ გვერდებს შორის მოქცეული რკალები განისაზღვრება სისტემიდან $\begin{cases} \breve{BD} + \breve{BC} = 180^\circ \\ \breve{BD} - \breve{BC} = 2\alpha^\circ \end{cases}$ (ნახ.14)



ნახ.14.