ნაწილი I

§ 1. ნატურალური და მთელი რიცხვები

. ნატურალური და მთელი რიცხვები. არითმეტიკული მოქმედებები. ნატურალური რიცხვები, ჩვეულებრივ, საგანთა დასათვლელად გამოიყენება. უმცირესი ნატურალური რიცხვია 1 რიგითობის მიხედვით, ნატურალური რიცხვების ჩაწერა შეგვიძლია რიცხვთა

$$1, 2, 3, 4, \ldots$$

მიმდევრობის სახით. ეს მიმდევრობა უსასრულოა, რადგან უდიდესი ნატურალური რიცხვი არ არსებობს.

ნატურალური რიცხვები, მათი მოპირდაპირე რიცხვები (ე.ი. −1, −2, ...) და ნული ერთობლიობაში წარმოადგენენ მთელ რიცხვებს. მთელი რიცხვების ჩაწერაც შეგვიძლია მიმდევრობის სახით:

$$\ldots -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \ldots$$

ეს მიმდევრობა უსასრულოდ გრძელდება ორივე მხარეს, რადგან არ არსებობს უდიდესი და უმცირესი მთელი რიცხვი.

შეკრება. ორი ან რამდენიმე რიცხვის შეკრების შედეგს ეწოდება მათი **ჯამი,** ხოლო თვით ამ რიცხვებს შესაკრებები. მაგალითად, თუ $a+b+ \quad +k=p$ მაშინ p არის ჯამი, ხოლო $a, b, \ldots, k$ – შესაკრებები.

ნებისმიერად აღებული $a, b \ \ c$ მთელი რიცხვებისათვის სრულდება ტოლობები

$a+b = b+a$, (გადანაცვლებადობის თვისება),

$(a+b)+c = a+(b+c)$, (ჯუფდებადობის თვისება)

ეს თვისებები ზოგჯერ მოსახერხებელია პრაქტიკული გამოთვლებისას

მაგალითი. შევასრულოთ მოქმედებები: $1925+317+3075$

ამოხსნა. $(1925+317)+3075 = (317+1925)+3075 = 317+(1925+3075) =$

$= 317+5000 = 5317.$

გამოკლება. a რიცხვს გამოვაკლოთ b რიცხვი ნიშნავს მოვძებნოთ ისეთი x რიცხვი, რომ $b+x=a$. ამ შემთხვევაში, x რიცხვს ეწოდება a და b რიცხვების **სხვაობა** და აღინიშნება $a-b$-თი, a რიცხვს ეწოდება **საკლები,** ხოლო b ს **მაკლები**

მთელი რიცხვების სხვაობა ყოველთვის მთელი რიცხვია. ნატურალური რიცხვების სხვაობა შესაძლებელია არ იყოს ნატურალური რიცხვი. მაგალითად, 17 10 ნატურალური რიცხვია, მაგრამ 17 17, ისევე როგორც 17 20, არ არის ნატურალური.

გამრავლება. ორი ან რამდენიმე რიცხვის ერთმანეთზე გამრავლების შედეგს ეწოდება მათი **ნამრავლი** ხოლო თვით ამ რიცხვებს მამრავლები (ან თანამამრავლები). ნებისმიერად აღებული a, b, c მთელი რიცხვებისათვის სრულდება:

- *გადანაცვლებადობის თვისება* $\quad ab=ba$,
- *ჯუფდებადობის თვისება* $\quad (ab)c=a(bc)$,
- *განრიგებადობის თვისება* $\quad (a+b)c=ac+bc$

განრიგებადობის თვისების შედეგად გვაქვს

$$(a-b)c=ac-bc.$$

ამ თვისებებსაც პრაქტიკული ღირებულება აქვთ. მოვიყვანოთ მარტივი

მაგალითი. შევასრულოთ მოქმედებები: $1756\cdot2179-1756\cdot2178$.

ამოხსნა. $1756\cdot2179-1756\cdot2178=1756(2179-2178)=1756\cdot1=1756$.

გაყოფა. a რიცხვის გაყოფა არანულოვან b რიცხვზე ნიშნავს ისეთი x რიცხვის მოძებნას, რომ $b\cdot x=a$. ამ შემთხვევაში ვამბობთ, რომ a რიცხვი იყოფა b რიცხვზე. a-ს ეწოდება **გასაყოფი,** a-ს აგრეთვე მოვიხსენიებთ როგორც b-ს **ჯერადს**. b-ს ეწოდება **გამყოფი**. თვითონ x რიცხვს ეწოდება a და b რიცხვების **განაყოფი** ანუ **ფარდობა** და აღინიშნება ასე: $a:b$, ან ასე: $\frac{a}{b}$.

ორი მთელი რიცხვის განაყოფი შესაძლოა არ აღმოჩნდეს მთელი რიცხვი. მაგალითად, $1:5$, ან $(-17):3$.

ნატურალური ხარისხი. განვსაზღვროთ a^n, ანუ a რიცხვის n-ური ნატურალური ხარისხი. განმარტების თანახმად,

$$a^n=\underbrace{a\cdot a\cdots a}_{n-\text{ჯერ}}.$$

ანუ a^n არის n ცალი თანამამრავლის ნამრავლი, რომელთაგან თითოეული a-ს ტოლია. a-ს ეწოდება ხარისხის ფუძე, n-ს კი ხარისხის მაჩვენებელი. განმარტებიდან, კერძოდ, გამომდინარეობს $a^1=a$. თუ $a\neq0$, მაშინ მიღებულია, რომ $a^0=1$. შევნიშნოთ, რომ 0^0 არ განიმარტება.

1-ისა და 0-ის თვისებები. თუ a არის ნებისმიერი რიცხვი, მაშინ $1\cdot a=a$, ნებისმიერ შემთხვევაში რაიმე გამოსახულების 1-ზე გადამრავლება არ ცვლის მის მნიშვნელობას, ხოლო თუ a არის არანულოვანი რიცხვი, მაშინ $a\cdot\frac{1}{a}=1$. ამიტომ, 1-იანის წარმოდგენა შეიძლება მრავალნაირად. მაგალითად $1=a:a$, ანუ $1=\frac{a}{a}$ ყოველი არანულოვანი a-სათვის.

რიცხვი 0 არც დადებითია და არც უარყოფითი. თუ a ნებისმიერი რიცხვია, მაშინ $a+0=a$ და $a\cdot0=0\cdot a=0$. 0-ზე გაყოფა არ არის განსაზღვრული.

II. ნატურალური რიცხვების წარმოდგენა თვლის ათობით სისტემაში. თვლის ათობით სისტემაში ნატურალური რიცხვის ჩასაწერად გამოიყენება ათი ციფრი:

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

თვლის ათობითი სისტემა არის პოზიციური სისტემა, რაც ნიშნავს, რომ ნატურალური რიცხვის ჩანაწერში მნიშვნელობა აქვს როგორც ციფრებს, ასევე იმ პოზიციას ანუ თანრიგს, რომელშიც დგას ციფრი. მაგალითად, 51 და 15 ერთიდაიგივე ციფრებისგან შედგება, მაგრამ განსხვავებული რიცხვებია, რადგან 51 არის 1 ერთეულისა და 5 ათეულის ჯამი, ხოლო 15 არის ხუთი ერთეულისა და 1 ათეულის ჯამი. ნებისმიერ შემთხვევაში, ნატურალური რიცხვის ჩანაწერში მარჯვენიდან პირველი თანრიგი არის ერთეულების, მისი მომდევნო ათეულების და ა.შ. მაგალითად 4193 ნიშნავს, რომ ეს რიცხვი არის 3 ერთეულის, 9 ათეულის, 1 ასეულისა და 4 ათასეულის ჯამი:

$$4193=3+9\cdot10+1\cdot100+4\cdot1000=3+9\cdot10+2\cdot10^2+4\cdot10^3.$$

ამავდროულად, უნდა შევნიშნოთ, რომ ეს რიცხვი შედგება 4193 ერთეულისაგან, 419 ათეულისაგან (რადგან $4193=3+419\cdot10$), 41 ასეულისაგან (რადგან $4193=93+41\cdot10^2$) და 4 ათასეულისაგან (რადგან $4193=193+4\cdot10^3$).

ზოგადად, ციფრის ჩასაწერად საკმარისია ერთი ასო, მაგალითად a, b ან სხვა რომელიმე. ორნიშნა ნატურალურ რიცხვს წერენ $\overline{ab}$ სახით, a და b ციფრებია, $a\neq0$ და

$$\overline{ab}=b+10a,$$

სამნიშნა რიცხვს ვწერთ სამი a, b, c ციფრის საშუალებით, სადაც $a\neq 0$ და

$$\overline{abc}=c+10b+100a.$$

მეტი თანრიგების შემთხვევაშიც ანალოგიურად ვიქცევით. ასეთ ჩანაწერებში, მაგ $\overline{abcd}$, ზედა ხაზს ვიყენებთ, რადგან $abcd$ ჩანაწერი, როგორც წესი, ნიშნავს a, b, c და d ციფრების ნამრავლს.

მაგალითი. დავამტკიცოთ, რომ ნებისმიერი ორნიშნა რიცხვისა და იმ რიცხვის ჯამი, რომელიც შედგენილია იგივე ციფრებისაგან შებრუნებული მიმდევრობით, 11-ის ჯერადია.

ამოხსნა. ვთქვათ მოცემულია $\overline{ab}$.

$$\overline{ab}+\overline{ba}=b+10a+a+10b=11a+11b=11(a+b),$$

ანუ $\overline{ab}+\overline{ba}$ იყოფა 11-ზე.

III. გაყოფადობის ნიშნები. ხშირად, ერთი ნატურალური m რიცხვის მეორე ნატურალურ n რიცხვზე გაყოფის გარეშე შეგვიძლია დავადგინოთ იყოფა თუ არა m რიცხვი n რიცხვზე. ამაში გვეხმარება გაყოფადობის ნიშნები. მოვიყვანოთ ზოგიერთი მათგანი:

1. ვთქვათ m არის რამდენიმე შესაკრების ჯამი, თუ თითოეული შესაკრები იყოფა n-ზე, მაშინ m-იც იყოფა n-ზე. მაგალითად, შეკრების გარეშე შეგვიძლია დავადგინოთ, რომ 48+64+96 იყოფა 16-ზე, რადგან თითოეული შესაკრები იყოფა 16-ზე.

ამავე დროს, არ უნდა ჩავთვალოთ, რომ თუ რამდენიმე შესაკრები არ იყოფა რაღაც რიცხვზე, ჯამიც არ გაიყოფა ამ რიცხვზე. მაგალითად, 37+19 ჯამი იყოფა 4-ზე, თუმცა არცერთი შესაკრები არაა 4-ის ჯერადი. ამრიგად, ჩამოყალიბებული ნიშანი გაყოფადობის საკმარისი, მაგრამ არა აუცილებელი, ნიშანია.

2. ვთქვათ m არის რამდენიმე თანამამრავლის ნამრავლი. თუ ნამრავლის ერთ-ერთი თანამამრავლი მაინც იყოფა n-ზე, მაშინ ნამრავლიც იყოფა n-ზე. მაგალითად, გამრავლების გარეშე შეგვიძლია დავადგინოთ, რომ 105·48·93·54 იყოფა 5-ზე, რადგან 105 არის 5-ის ჯერადი.

ეს ნიშანიც საკმარისი ნიშანია მხოლოდ, მაგრამ არა აუცილებელი. მაგალითად, 12·18 იყოფა 36-ზე, მაგრამ არც 12 და არც 18 არ იყოფა 36-ზე.

აუცილებელი და საკმარისი პირობები. მათემატიკური მსჯელობა წარმოადგენს ერთიმეორიდან გამომდინარე გამონათქვამების ერთობლიობას. თუ გვაქვს ორი A და B გამონათქვამი და A-დან გამომდინარეობს B, ამ ფაქტს სიმბოლურად ასე ჩაწერენ: A⇒B. თვით ⇒ სიმბოლოს ლოგიკური გამომდინარეობის სიმბოლოს უწოდებენ.

თუ A⇒B, მაშინ A-ს ეწოდება B-ს საკმარისი პირობა, B-ს კი – A-ს აუცილებელი პირობა.

მაგალითად, პირობა „a რიცხვი იყოფა 6-ზე" არის საკმარისი პირობა იმისა, რომ a რიცხვი გაიყოს 3-ზე, მაგრამ არ არის აუცილებელი. ამავე დროს პირობა „a რიცხვი იყოფა 3-ზე" არის აუცილებელი პირობა იმისა, რომ a რიცხვი გაიყოს 6-ზე, მაგრამ არ არის საკმარისი.

თუ A⇒B და B⇒A მაშინ ამბობენ, რომ B არის A-ს აუცილებელი და საკმარისი პირობა (აგრეთვე, A არის B-ს აუცილებელი და საკმარისი პირობა) ამ ფაქტს სიმბოლურად ასე ჩაწერენ: A⇔B, ამ სიმბოლოს კი ლოგიკური ტოლფასობის სიმბოლოს უწოდებენ.

3. 2-ზე იყოფა ის და მხოლოდ ის რიცხვი, რომელიც მთავრდება ლუწი ციფრით (0, 2, 4, 6, 8 ციფრებს ლუწი ციფრები ეწოდება, 1, 3, 5, 7, 9 ციფრებს კი – კენტი).

4. 3-ზე (9-ზე) იყოფა ის და მხოლოდ ის რიცხვი, რომლის ციფრთა ჯამი იყოფა 3-ზე (9-ზე).

5. 5-ზე იყოფა ის და მხოლოდ ის რიცხვი, რომელიც მთავრდება 0-ით ან 5-ით.

6. 10-ზე იყოფა ის და მხოლოდ ის რიცხვი, რომელიც მთავრდება 0-ით.

IV. კენტი და ლუწი რიცხვები. *ყოველი მთელი რიცხვი, რომელიც იყოფა 2-ზე, არის* ***ლუწი რიცხვი.*** ლუწი მთელი რიცხვებია

$$\ldots\ -4, -2, 0, 2, 4, 6, \ldots$$

თუ მთელი რიცხვი არ იყოფა 2-ზე, მაშინ იგი არის ***კენტი რიცხვი.*** კენტი რიცხვების სიმრავლეა

$$\ldots\ -3, -1, 1, 3, 5, \ldots$$

თუ მთელი რიცხვების ნამრავლში ერთი თანამამრავლი მაინც არის ლუწი, მაშინ ნამრავლიც ლუწია, წინააღმდეგ შემთხვევაში ნამრავლი კენტია. თუ ორი მთელი რიცხვიდან ორივე ლუწია ან ორივე კენტია, მაშინ მათი ჯამი და სხვაობა ლუწია, წინააღმდეგ შემთხვევაში, მათი ჯამი და სხვაობა კენტია.

მაგალითი. პარლამენტში არის მხოლოდ ორი პარტია დეპუტატთა თანაბარი რაოდენობით. ერთ-ერთი კენჭისყრის შემდეგ, რომელშიც ყველა დეპუტატი მონაწილეობდა და თავი არავის შეუკავებია, გამოაცხადეს, რომ წინადადება მიღებულია 23 ხმის უპირატესობით. ამის შემდეგ ოპოზიციის ლიდერმა განაცხადა, რომ შედეგები გაყალბებულია. როგორ მიხვდა იგი ამას?

ამოხსნა. პირობის თანახმად, თითოეულ პარტიაში არის დეპუტატთა ტოლი რაოდენობა, ე.ი. დეპუტატების მთლიანი რაოდენობა ლუწია. მეორეს მხრივ, თუ წინააღმდეგი იყო n დეპუტატი, მომხრე ყოფილა $n+23$ დეპუტატი, ხოლო დეპუტატთა მთლიანი რაოდენობა გამოდის

$$n+n+23=2n+23$$

ანუ კენტი რიცხვი, ე.ი. ვღებულობთ წინააღმდეგობას.

V. მარტივი და შედგენილი რიცხვები. *მარტივი რიცხვი არის ისეთი ნატურალური რიცხვი, რომელსაც აქვს ზუსტად ორი გამყოფი, 1 და თვითონ ეს რიცხვი.* მაგალითად, 2, 3, 5, 7, 11, 13 მარტივი რიცხვებია. 15 არაა მარტივი რიცხვი, რადგან აქვს ოთხი ნატურალური გამყოფი: 1, 3, 5, და 15. რიცხვი 1 არაა მარტივი, რადგან მხოლოდ ერთი ნატურალური გამყოფი აქვს. ნებისმიერი მთელი რიცხვი, რომელიც მეტია 1-ზე არის ან მარტივი, ან შედგენილი. შედგენილი რიცხვებისათვის სამართლიანია

თეორემა. ნებისმიერი შედგენილი ნატურალური რიცხვის წარმოდგენა შეიძლება მისი მარტივი გამყოფების ნამრავლის სახით და ეს წარმოდგენა ერთადერთია.

მაგალითი. $14=2\cdot7$, $81=3\cdot3\cdot3\cdot3$, $484=2\cdot2\cdot11\cdot11$

შედგენილი რიცხვის მარტივ მამრავლებად გასაშლელად, მოსახერხებელია შემდეგი პროცედურის ჩატარება: რიცხვი იწერება მარცხნივ, მისი უმცირესი გამყოფი კი მარჯვნივ მის გასწვრივ, განაყოფი რიცხვის ქვეშ. განაყოფის გასწვრივ მისი უმცირესი მარტივი გამყოფი და ა.შ., როგორც ნაჩვენებია 525-თვის.

$$\begin{array}{r|l} 525 & 3 \\ 175 & 5 \\ 35 & 5 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

შედეგად ვღებულობთ, რომ $525=3\cdot5\cdot5\cdot7=3\cdot5^2\cdot7$.

VI. უდიდესი საერთო გამყოფი. *რამდენიმე ნატურალური რიცხვის საერთო გამყოფი არის რიცხვი, რომელიც ყოველი მათგანის გამყოფს წარმოადგენს.*

$k, m, \ldots, n$ ნატურალური რიცხვების უდიდესი საერთო გამყოფი ეწოდება მათ საერთო გამყოფებს შორის უდიდესს და იგი აღინიშნება $D(k,m,\ldots,n)$ სიმბოლოთი.

თუ $D(m,n)=1$, მაშინ m და n-ს ეწოდებათ ურთიერთმარტივი.

შევნიშნოთ, რომ ორი მარტივი რიცხვი ყოველთვის ურთიერთმარტივია, თუმცა ორი შედგენილი რიცხვიც შეიძლება იყოს ურთიერთმარტივი, მაგალითად 8 და 9.

მაგალითი. იპოვეთ $D(126;540;630)$.

ამოხსნა. გავშალოთ მოცემული რიცხვები მარტივ მამრავლებად:

126	2
63	3
21	3
7	7
1	

540	2
270	2
135	3
45	3
15	3
5	5
1	

630	2
315	3
105	3
35	5
7	7
1	

ანუ $126=2\cdot3^2\cdot7$, $540=2^2\cdot3^3\cdot5$, $630=2\cdot3^2\cdot5\cdot7$,

ამ გაშლებში რიცხვი 2 საერთო მამრავლად შედის ერთხელ, რიცხვი 3 ორჯერ, ხოლო 5 და 7 არ წარმოადგენენ საერთო მამრავლს, ამიტომ

$$D(126;540;630)=2\cdot3\cdot3=18.$$

VII. უმცირესი საერთო ჯერადი. ***რამდენიმე ნატურალური რიცხვის საერთო ჯერადი ეწოდება რიცხვს, რომელიც თითოეული მათგანის ჯერადს წარმოადგენს.***

$k, m, \ldots, n$ ნატურალური რიცხვების უმცირესი საერთო ჯერადი ეწოდება მათ საერთო ნატურალურ ჯერადთა შორის უმცირესს და იგი აღინიშნება $K(k,m,\ldots,n)$ სიმბოლოთი.

მაგალითი. იპოვეთ $K(270;300;315)$.

ამოხსნა. გავშალოთ მოცემული რიცხვები მარტივ მამრავლებად:

270	2
135	3
45	3
15	3
5	5
1	

300	2
150	2
75	3
25	5
5	5
1	

315	3
105	3
35	5
7	7
1	

ანუ $270=2\cdot3^3\cdot5$, $300=2^2\cdot3\cdot5^2$, $315=3^2\cdot5\cdot7$,

ამიტომ

$$K(270;300;315)=2^2\cdot3^3\cdot5^2\cdot7=18900.$$

VIII. ნაშთი. ნაშთების არითმეტიკის ელემენტები. ***თუ m და n არის ნატურალური რიცხვებია, მაშინ არსებობს ერთადერთი წყვილი მთელი რიცხვებისა k და r, ისეთი რომ $n=m\cdot k+r$ და $0\le r<m$. r-ს ეწოდება (n-ის m-ზე გაყოფით მიღებული) ნაშთი. k-ს ეწოდება განაყოფი.*** მაგალითად, როდესაც 28-ს ვყოფთ 8-ზე, განაყოფი არის 3 და ნაშთი არის 4, რადგან $28=8\cdot3+4$. შევნიშნოთ, რომ n არის m-ის ჯერადი მაშინ და მხოლოდ მაშინ, როდესაც ნაშთი არის 0-ის ტოლი. მაგალითად, 32-ის 8-ზე გაყოფის შედეგად ნაშთი მიიღება ნულის ტოლი, რადგან 32 არის 8-ის

ჯერადი. შევნიშნოთ აგრეთვე, რომ როდესაც ერთ ნატურალურ რიცხვს ვყოფთ მასზე დიდ ნატურალურ რიცხვზე, განაყოფი არის ნული, ხოლო ნაშთი არის მცირე ნატურალური რიცხვი. მაგალითად, 5-ის 7-ზე გაყოფით მიიღება განაყოფი 0 და ნაშთი 5.

არსებობს რამდენიმე სასარგებლო წესი, რომელთა გამოყენებით შესაძლებელი ხდება ნაშთის დადგენა გაყოფის ან მთელი რიგი არითმეტიკული მოქმედებების შესრულების გარეშე.

1) ორი a და b რიცხვი მოცემულ m რიცხვზე გაყოფისას მაშინ და მხოლოდ მაშინ იძლევა ერთიდაიგივე ნაშთს, როდესაც $a-b$ არის m-ის ჯერადი.

2) ჯამის რაიმე m რიცხვზე გაყოფით მიღებული ნაშთი არ შეიცვლება, თუ ერთ შესაკრებს (ან თუნდაც ყველა შესაკრებს) შევცვლით სხვა რიცხვით, რომელიც m-ზე გაყოფისას იგივე ნაშთს იძლევა, რასაც ეს შესაკრები.

მაგალითი. მითითებული გამოთვლების შეუსრულებლად, იპოვეთ შემდეგი ჯამის 7-ზე გაყოფით მიღებული ნაშთი:

$$8+79+780+7781+77782+777783.$$

ამოხსნა. ამ შესაკრებების 7-ზე გაყოფით მიიღება ნაშთები: 1, 2, 3, 4, 5, და 6. მართლაც. 1) წესის თანახმად,

$$777783-6=777777$$

არის 7-ის ჯერადი, და ასევე ვრწმუნდებით სხვა შესაკრებებისათვისაც. ახლა, 2) წესის თანახმად, ჩვენი მაგალითის ამოსახსნელად საკმარისია ვიპოვოთ

$$1+2+3+4+5+6=21$$

ჯამის 7-ზე გაყოფით მიღებული ნაშთი. რადგან 21 არის 7-ის ჯერადი, ამიტომ მაგალითში მოცემული ჯამიც არის 7-ის ჯერადი, ანუ უნაშთოდ იყოფა 7-ზე.

3) ნამრავლის რაიმე m რიცხვზე გაყოფით მიღებული ნაშთი არ შეიცვლება, თუ ერთ თანამამრავლს (ან თუნდაც ყველა თანამამრავლს) შევცვლით სხვა რიცხვით, რომელიც m-ზე გაყოფისას იგივე ნაშთს იძლევა, რასაც ეს თანამამრავლი.

მაგალითი. რა იქნება შემდეგი ნამრავლის

$$7778\cdot7779\cdot7780\cdot7781\cdot7782\cdot7783$$

7-ზე გაყოფით მიღებული ნაშთი?

ამოხსნა. რადგან 7778–1=7777 არის 7-ის ჯერადი, ამიტომ 7778 შეგვიძლია შევცვალოთ 1-ით, ანალოგიურად დანარჩენ თანამამრავლებს შევცვლით 2, 3, 4, 5, 6-ით

$$1\cdot2\cdot3\cdot4\cdot5\cdot6=720=102\cdot7+6$$

ე.ი. 720 7-ზე გაყოფისას იძლევა ნაშთს 6. მაშასადამე, მაგალითში მოცემული ნამრავლიც 7-ზე გაყოფისას იძლევა 6-ის ტოლ ნაშთს.

მაგალითი. რისი ტოლი იქნება 137^{100}-ის ბოლო ციფრი?

ამოხსნა. ნებისმიერი ნატურალური რიცხვის ბოლო ციფრი არის ამ რიცხვის 10-ზე გაყოფით მიღებული ნაშთი. ამიტომ, რადგან 137-იც და 7-იც 10-ზე გაყოფისას იძლევიან ერთიდაიგივე ნაშთს, ამიტომ 137^{100} და 7^{100} რიცხვებიც 10-ზე გაყოფისას (3) წესის თანახმად) მოგვცემენ ერთიდაიგივე ნაშთს, ანუ 137^{100}-ს და 7^{100}-ს აქვთ ერთიდაიგივე ბოლო ციფრი.

7^1 მთავრდება 7-ით, 7^2 მთავრდება 9-ით, 7^3 მთავრდება 3-ით (რადგან $7\cdot9=63$), 7^4 მთავრდება 1-ით, 7^5 მთავრდება 7-ით და შემდეგ ეს მიმდევრობა (7, 9, 3, 1) პერიოდულად მეორდება. ამიტომ, 4, 8, 12 და ა.შ. 4-ის ჯერად ადგილებზე ამ მიმდევრობაში დგას 1-იანი. ამგვარად, მე-100 ადგილზეც დგას 1-იანი, ანუ 137^{100} მთავრდება 1-ით.

IX. თვლის ორობითი სისტემა. ათობითიდან ორობითში გადაყვანა და პირიქით.

როგორც ვიცით, ნატურალური რიცხვის ათობით ჩანაწერში ბოლო (მარჯვენა) ციფრი არის 10-ზე გაყოფისას მიღებული ნაშთი, ბოლო ორი ციფრი — 100-ზე გაყოფისას მიღებული ნაშთი და ა.შ., ანუ ათობითი ჩანაწერი მიიღება ამ რიცხვის 10-ზე გაყოფით, განაყოფის კვლავ 10-ზე გაყოფით და ა.შ. ვიდრე განაყოფში არ მივიღებთ ნულს და შემდეგ ნაშთების ერთად ამოწერით ვიღებთ ათობით ჩანაწერს.

ანალოგიურად, რიცხვის ორობითი ჩანაწერის მისაღებად (ანუ თვლის ორობით სისტემაში ჩასაწერად) ამ რიცხვს ვყოფთ 2-ზე, განაყოფს ისევ ვყოფთ 2-ზე და ა.შ., ვიდრე განაყოფში არ მივიღებთ ნულს. ნაშთებისაგან შედგენილი რიცხვი შეადგენს ამ რიცხვის ორობით ჩანაწერს. რადგან ნაშთი გამყოფზე ნაკლებია, ნებისმიერი ნატურალური რიცხვის ორობითი ჩანაწერი მხოლოდ 0-ების და 1-ებისაგან შეიძლება შედგებოდეს. ამისათვის, რომ ორობითი და ათობითი ჩანაწერი არ აგვერიოს, ორობითის შემთხვევაში მივუთითებთ ფუძეს. მაგალითად, ვნახოთ რას უდრის 100-ის ორობითი ჩანაწერი:

$$
\begin{array}{rrrrrrrr}
100 & \multicolumn{1}{|l}{2} & & & & & & \\
0 & \multicolumn{1}{|l}{50} & \multicolumn{1}{|l}{2} & & & & & \\
 & 0 & \multicolumn{1}{|l}{25} & \multicolumn{1}{|l}{2} & & & & \\
 & & 1 & \multicolumn{1}{|l}{12} & \multicolumn{1}{|l}{2} & & & \\
 & & & 0 & \multicolumn{1}{|l}{6} & \multicolumn{1}{|l}{2} & & \\
 & & & & 0 & \multicolumn{1}{|l}{3} & \multicolumn{1}{|l}{2} & \\
 & & & & & 1 & \multicolumn{1}{|l}{1} & \multicolumn{1}{|l}{2} \\
 & & & & & & 1 & \multicolumn{1}{|l}{0}
\end{array}
$$

ამიტომ $(1100100)_2$ არის 100 ორობით სისტემაში:

$$100 = (1100100)_2.$$

მაგალითად $(101)_2$, $(10010)_2$ არის ნატურალური რიცხვები, ხოლო $(10201)_2$, ან $(2031)_2$ აზრსმოკლებული ჩანაწერებია.

ვნახოთ როგორ ხდება რიცხვის ორობითი ჩანაწერის ათობითში გადაყვანა, ან უფრო მარტივად რომ ვთქვათ, ორობითი ჩანაწერის ათობითი მნიშვნელობის გაგება.

ამ შემთხვევაშიც სასარგებლოა კარგად წარმოვიდგინოთ, თუ თვითონ ათობით სისტემაში ჩაწერილი რიცხვის მნიშვნელობას როგორ ვთვლით, მაგალითად:

$$1029 = 1\cdot10^3+0\cdot10^2+2\cdot10^1+9\cdot10^0 = 1000+20+9.$$

ანუ ჩანაწერის მნიშვნელობა ითვლება 10-ის ხარისხების გამოყენებით. ანალოგიურად ორობითი ჩანაწერის მნიშვნელობა ითვლება 2-ის ხარისხების გამოყენებით:

$$(10011)_2 = 1\cdot2^4+0\cdot2^3+0\cdot2^2+1\cdot2^1+1\cdot2^0 = 16+2+1=19.$$

მაგალითი. რომელია მეტი, 35 თუ $(110111)_2$?

ამოხსნა. რადგან $(110111)_2>1\cdot2^5+1\cdot2^4=32+16=48$, ხოლო $48>35$, ამიტომ

$$(110111)_2 > 35.$$

მაგალითი. თუ თქვენმა მეგობარმა ჩაიფიქრა მთელი რიცხვი 1-სა და 1000-ს შორის, შეგიძლიათ თუ არა 10 კითხვაში (პასუხი შეიძლება იყოს "დიახ" და "არა") გამოიცნოთ იგი?

ამოხსნა. პირველი კითხვა: იყოფა თუ არა თქვენი რიცხვი 2-ზე უნაშთოდ? თუ კი, ვწერთ 0-ს, თუ არა 1-ს. მეორე კითხვა: გაყავით ორზე განაყოფი, რომელიც დაგვრჩა წინა კითხვაში 2-ზე გაყოფისას, რჩება ნაშთი? თუ არა ვწერთ 0-ს, თუ კი ვწერთ 1-ს. თუ ასე გავაგრძელებთ მივიღებთ ჩაფიქრებული რიცხვის ორობით ჩანაწერს.