9. წრფივი ფუნქცია. წრფივი განტოლება და უტოლობა. წრფივ განტოლებათა და უტოლობათა სისტემები.

წრფივი ფუნქცია

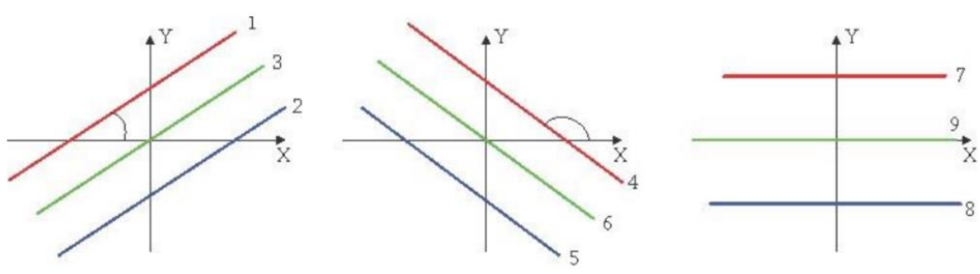
ზოგადად, წრფივი ფუნქცია ჩაიწერება შემდეგი სახით: **y=kx+b**

აქ x და y, შესაბამისად, **ფუნქციის არგუმენტი** და **მნიშვნელობაა,** ხოლო k და b **კოეფიციენტები,** ანუ გარკვეული რიცხვები, რომლებიც განსაზღვრავენ წრფივი ფუნქციის კონკრეტულ სახეს.

ზოგიერთი სხვა ფუნქციისგან განსხვავებით, წრფივი ფუნქციის არგუმენტს და მნიშვნელობას არანაირი შეზღუდვა არ ედება, ანუ ისინი ნამდვილ რიცხვთა სიმრავლეს ეკუთვნიან **($x \in R$, $y \in \mathrm{R}$)**

k-ს ეწოდება **საკუთხო კოეფიციენტი.** K კოეფიციენტი ახასიათებს კუთხეს რომელსაც y=kx წრფე ადგენს OX ღერძის დადები მიმართუელბასთან.

k და b კოეფიციენტები განსაზღვრავენ წრფივი ფუნქციის გრაფიკის სახეს. ადვილი დასანახია, რომ თუ $\boldsymbol{k}$ **>0**, მაშინ შესაბამისი წრფის დახრის კუთხე OX ღერძის დადებით მიმართულებასთან მახვილია და ეს ფუნცია **ზრდადია**, ხოლო თუ $\boldsymbol{k}$**<0,** მაშინ – ბლაგვი და ეს ფუნქცია **კლებადია**. თუ k=0 y=kx წრფე ემთხვევა OX ღერძს.



ნახაზი მათ. 2.3

1) $k > 0, b > 0$
2) $k > 0, b < 0$
3) $k > 0, b = 0$
4) $k < 0, b > 0$
5) $k < 0, b < 0$
6) $k < 0, b = 0$
7) $k = 0, b > 0$
8) $k = 0, b < 0$
9) $k = 0, b = 0$

როგორც ვხედავთ, როცა $k = 0, b = 0$, ფუნქციის გრაფიკი ემთხვევა OX ღერძს.

წრფივი განტოლება:

$ax+b=0$ სახის განტოლებას, სადაც x ცვლადია, ხოლო a და b ნებისმიერი ნამდვილი რიცხვებია, წრფივი ერთცვლადიანი განტოლება ეწოდება, თუ $a \neq 0$. მას აქვს ერთადერთი ამონახსნი

$$x=-\frac{b}{a}.$$

მნიშვნელოვანია გავითვალისწინოთ რომ:

თუ $a \neq 0$, მაშინ განტოლებას აქვს ერთი ამონახნი;

თუ $a=0$ და $b=0$, მაშინ ყოველი ნამდვილი რიცხვი განტოლების ამონახსნია ($x \in R$).

თუ $a=0$ და $b \neq 0$, მაშინ განტოლებას ამონახსნი არ გააჩნია ($x \in \varnothing$).

წრფივ განტოლებათა სისტემა:

$a_1x_1+a_2x_2+\cdots+a_nx_n=b$ სახის განტოლებას, სადაც $x_1,x_2,\ldots,x_n$ ცვლადებია, ხოლო $a_1,a_2,\ldots,a_n,b$ ნებისმიერი ნამდვილი რიცხვებია, n ცვლადიანი წრფივი განტოლება ეწოდება. $a_1,a_2,\ldots,a_n$ რიცხვებს ცვლადების კოეფიციენტები ეწოდება, ხოლო b-ს თავისუფალი წევრი.

n ცვლადიან m წრფივ განტოლებათა სისტემას აქვს სახე

$$\begin{cases} a_{11}x_1+a_{12}x_2+\cdots+a_{1n}x_n=b_1 \\ a_{21}x_1+a_{22}x_2+\cdots+a_{2n}x_n=b_2 \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ a_{m1}x_1+a_{m2}x_2+\cdots+a_{mn}x_n=b_m. \end{cases}$$

ვთქვათ, მოცემულია სისტემა:

$$\begin{cases} 3x-2y=4 \\ 2x+5y=9. \end{cases} \qquad (1)$$

სისტემის პირველი განტოლებიდან გვაქვს

$$y=\frac{3x-4}{2}. \qquad (2)$$

ჩავსვათ სისტემის მეორე განტოლებაში $y-$ის ეს გამოსახულება და ამოვხსნათ მიღებული განტოლება

$$2x+5\cdot\frac{3x-4}{2}=9 \Leftrightarrow 4x+15x-20=18 \Leftrightarrow 19x=38 \Leftrightarrow x=2,$$

x-ის ამ მნიშვნელობის (2) ტოლობაში შეტანით მივიღებთ

$$y=\frac{3\cdot 2-4}{2}=1.$$

ამრიგად (2;1) წყვილი წარმოადგენს (1) სისტემის ამონახსნს.

განტოლებათა სისტემის ამოხსნის ამ ხერხს ჩასმის ხერხი ეწოდება.

წრფივი ერთცვლადიანი უტოლობა:

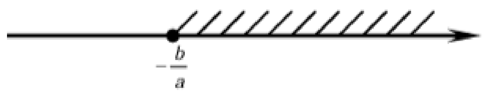
$ax+b>0$ და $ax+b<0$ სახის უტოლობებს, სადაც x ცვლადია, ხოლო a და b ნებისმიერი ნამდვილი რიცხვებია, წრფივი ერთცვლადიანი უტოლობები ეწოდება, თუ $a\neq 0$.

$ax+b>0$ უტოლობა შემდეგნაირად ამოიხსნება:

ა) როცა $a>0$, მაშინ

$$ax+b>0 \Leftrightarrow ax>-b \Leftrightarrow x>-\frac{b}{a},$$

ე. ი. უტოლობის ამონახსნთა სიმრავლეა $\left]-\frac{b}{a};+\infty\right[$. გეომეტრიულად ეს სიმრავლე წარმოადგენს რიცხვითი წრფის ყველა იმ წერტილთა სიმრავლეს, რომლებიც $-\frac{b}{a}$ წერტილის მარჯვნივ მდებარეობენ (ნახ. 29).



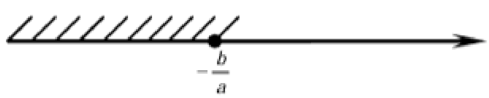
ნახ. 29

ბ) როცა $a<0$, მაშინ

$$ax+b>0 \Leftrightarrow ax>-b \Leftrightarrow x<-\frac{b}{a},$$

ე. ი. უტოლობის ამონახსნთა სიმრავლეა $\left]-\infty;-\frac{b}{a}\right[$. გეომეტრიულად ეს სიმრავლე წარმოადგენს რიცხვითი წრფის ყველა იმ წერტილთა სიმრავლეს, რომლებიც $-\frac{b}{a}$ წერტილის მარცხნივ მდებარეობენ (ნახ. 30).

ანალოგიურად ამოიხსნება $ax+b<0$ წრფივი უტოლობა.



ნახ. 30

წრფივ უტოლობათა სისტემები:

წრფივი ერთუცნობიანი უტოლობების სასრულ სიმრავლეს ეწოდება წრფივ ერთცვლადიან უტოლობატა სისტემა. ასეთი სიტემის ამოსახსნელად, ცალ-ცალკე ვხსნით სისტემაში შემავალ თიოეულ უტოლობას და შემდეგ ვიღებთ ამონახსნთა

სიმრავლეეების თანაკვეთას, რაც წარმოადგენს უტოლობათა სისტემის ამონახსნტა სიმრავლეს.

მაგალითი. ამოვხსნათ წრფივ უტოლობათა სისტემა:

$$\begin{cases} 3x+1>0 \\ x-5\le 0 \\ 3x+2>0 \end{cases} \qquad (1)$$

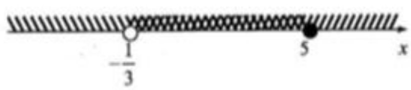
ამოხსნა. (1)-ის ტოლფასი სისტემა არის:

$$\begin{cases} x>-1/3 \\ x\le 5 \\ x>-2/3 \end{cases} \qquad (2)$$

ორი ერთნაირი აზრის $x>-\frac{1}{3}$ და $x>-\frac{2}{3}$ უტოლობიდან დაგვრჩება $x>-\frac{1}{3}$ უტოლობა. მივიღებთ სისტემას

$$\begin{cases} x>-1/3 \\ x\le 5 \end{cases} \qquad (3)$$

თუ (3)-ში შემავალ ინტერვალებს გამოვსახავთ რიცხვით ღერძზე:



ვნახავთ, რომ უტოლობათა სისტემის ამონახსნი წარმოადგენს $-\frac{1}{3}<x\le 5$, ანუ $\left(-\frac{1}{3};5\right]$ სიმრავლე.