

§ 13. ტექსტური ამოცანები.

I. ამოცანები სიჩქარეზე. ძირითად ფორმულას აქვს სახე:

$$(\text{სიჩქარე}) \times (\text{დრო}) = (\text{მანძილი}) \quad \text{ანუ} \quad v \cdot t = s \quad (1)$$

ფორმულას ვიყენებთ როგორც მუდმივი, ასევე საშუალო სიჩქარის შემთხვევაში.

მაგალითი 1. მანქანა მოძრაობდა 4 სთ-ის განმავლობაში და საშუალო სიჩქარე იყო 60 კმ/სთ. რამდენი კლომეტრი გაიარა მან ამ დროში?

მოხსნა. აქ, $v=60$ კმ/სთ, $t=4$ სთ, ამიტომ გავლილი მანძილი ტოლია:

$$s = 60 \text{ კმ/სთ} \cdot 4 \text{ სთ} = 240 \text{ კმ.}$$

$v \cdot t = s$ ფორმულიდან შეგვიძლია მივიღოთ სიჩქარის და დროის გამოსათვლელი ფორმულები:

$$v = \frac{s}{t} \quad \text{და} \quad t = \frac{s}{v}.$$

მაგალითი 2. გზის ნახევარი მანქანამ გაიარა 40 კმ/სთ სიჩქარით, ხოლო მეორე ნახევარი 60 კმ/სთ სიჩქარით. რისი ტოლია მანქანის საშუალო სიჩქარე?

მოხსნა. გზის პირველი ნახევრის გავლას დასჭირდა $t_1 = \frac{s}{80}$ სთ; გზის მეორე ნახევრის გავლას კი $t_2 = \frac{s}{120}$

სთ. მთლიანი დრო არის

$$t = t_1 + t_2 = \frac{s}{80} + \frac{s}{120} = \frac{s}{48}$$

ამიტომ

$$v = \frac{s}{t} = 48 \text{ კმ/სთ.}$$

შენიშვნა 1. თუ ჩვენ პირდაპირ გავასაშუალებდით $v_1=40$ კმ/სთ და $v_2=60$ კმ/სთ, მივიღებდით $\frac{40+60}{2}$ კმ/სთ=50 კმ/სთ, რაც არასწორია.

შენიშვნა 2. (1) ფორმულის გამოყენებათა სფერო გაცილებით ვრცელია, ვიდრე მხოლოდ ფიზიკური ამოცანები. მაგალითად მარტივი ეკონომიკური ფორმულა $C=P \cdot N$, სადაც C -ლირებულებაა, N -რაოდენობა, P -ფასი, წარმოადგენს (1)-ის სახეცვლილებას.

II. ამოცანები მუშაობაზე. ამ ტიპის ამოცანებში მოცემული არის სიჩქარეები, რომლითაც მუშაობენ ადამიანები (ან მოწყობილობები) ცალ-ცალკე და მოითხოვება სიჩქარის განსაზღვრა მათი ერთობლივი მუშაობის შემთხვევაში (ხშირად შებრუნებული ამოცანა ისმება). მაგალითად, თუ მუშაობს ორი მუშა, ვთქვათ A და B , რომლებიც მთელ სამუშაოს ასრულებენ r საათში (A) და s საათში (B), მაშინ ფორმულას აქვს სახე:

$$\frac{1}{r} + \frac{1}{s} = \frac{1}{t}$$

სადაც t არის საათების ის რაოდენობა, რაც ორივეს ერთად დასჭირდება სამუშაოს შესასრულებლად.

მაგალითი 3. A მოწყობილობაზე ამზადებენ გარკვეული რაოდენობის დეტალებს 4 საათში, ხოლო B მოწყობილობაზე იგივე რაოდენობის დეტალებს ამზადებენ 5 საათში. რამდენი საათი არის საჭირო, რომ ორივე მოწყობილობამ ერთად შეასრულოს მთელი სამუშაო?

ამოხსნა. აქ $r=4$, $s=5$ და გვჭირდება t -ს განსაზღვრა:

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{5} = \frac{1}{t}$$

საიდანაც $t=2\frac{2}{9}$ საათი სჭირდება A და B მოწყობილებებს ერთად ამ დავალების შესასრულებლად.

მაგალითი 4. A და B ერთად ასრულებენ სამუშაო 4 საათში. იგივე საქმეს მხოლოდ A ასრულებს 6 საათში რამდენი საათი დასჭირდება B-ს იგივე სამუშაოს შესასრულებლად?

ამოხსნა. აქ $r=6$, $t=4$ და გვჭირდება s -ს განსაზღვრა:

$$\frac{1}{6} + \frac{1}{s} = \frac{1}{4}$$

საიდანაც $s=12$, ანუ მხოლოდ B-ს დასჭირდება 12 საათი.

III. ამოცანები ხსნარებზე და შენარევებზე. ამ ტიპის ამოცანებში, ხდება განსხვავებულ მასასიათებლების მქონე ნივთიერებების შერევა და საჭიროა მიღებული ნარევის შესაბამისი მასასიათებლი განსაზღვრა.

მაგალითი 5. 5 კგ ვაშლი, რომელიც ღირს 2 ლარი ერთი კილოგრამი, შეურიეს 15 კგ 1 ლარი/კგ ფასი მქონე ვაშლს. რა იქნება ერთი კგ ნარევი ვაშლის ფასი?

ამოხსნა. ფასი იქნება მთლიანი ღირებულება გაყოფილი მთლიანი (შერეული) ვაშლის წონაზე. მთლიან წონაა 5 კგ + 15 კგ = 20 კგ. მთლიანი ღირებულებაა:

$$5 \text{ კგ} \cdot 2 \text{ ლ/კგ} + 15 \text{ კგ} \cdot 1 \text{ ლ/კგ} = 25 \text{ ლ},$$

ე.ი. ფასი არის $\frac{25}{20} \text{ ლ/კგ} = 1\frac{1}{4} \text{ ლ/კგ}$, ანუ 1 კგ ღირს 1 ლ და 25 თ.

მაგალითი 6. რამდენი ლიტრი ხსნარი, რომელიც შეიცავს 15% მარილს, უნდა დავამატოთ 8%-იან მარილის შემცველობის 5 ლიტრ ხსნარს, რომ მივიღოთ ხსნარი, მარილის 10%-იანი შემცველობით.

ამოხსნა. x -ით აღვნიშნოთ იმ ხსნარის რაოდენობა ლიტრებში, რომელიც შეიცავს 15% მარილს. მაშინ მარილის რაოდენობა არის:

15%-იან ხსნარში 0,15x ლიტრი (ხსნარის რაოდ. x ლიტრი)

8%-იან ხსნარში 0,08·5 ლიტრი (ხსნარის რაოდ. x ლიტრი)

10%-იან ხსნარში 0,1·(5+x) ლიტრი (ხსნარის რაოდ. x+5 ლიტრი)

ამიტომ

$$0,15x + 0,08 \cdot 5 = 0,1 \cdot (5+x) \Rightarrow$$

$$x=2 \text{ ლიტრი.}$$

IV. უტოლობის გამოყენება ტექსტური ამოცანების ამოსახსნელად.

მაგალითი 7. ორი მგზავრი სოფლიდან ქალაქისაკენ გაემგზავრა. პირველმა მგზავრმა გზის ნახევარზე ავტობუსით გაიარა, ხოლო მეორე ნახევარი ფეხით. მეორე მგზავრმა იმავე გზის გაელისას დახარჯულ დროის ნახევარი ავტობუსით გაიარა, ხოლო მეორე ნახევარი ფეხით. რომელმა მგზავრმა მოანდომა უფრო ნაკლები დრო სოფლიდან ქალაქში ჩასვლას? იგულისხმება, რომ ორივე შემთხვევაში ფეხით მოსიარულები სიჩქარე ერთნაირია და ავტობუსების სიჩქარეც ასევე ერთმანეთის ტოლია. აგრეთვე იგულისხმება, რომ ავტობუსის სიჩქარე ფეხით მოსიარულის სიჩქარეზე მეტია.

პიკნა. ვთქვათ მანძილი სოფლიდან ქალაქამდე s -ის ტოლია, ფეხით მოსიარულის სიჩქარე — v_1 , ტობუის სიჩქარე — v_2 . მაშინ პირველი მგზავრის მიერ დახარჯული დრო იქნება $\frac{s}{2v_1} + \frac{s}{2v_2}$, მეორე მგზავრის მიერ კი $\frac{2s}{v_1 + v_2}$. დავუშვათ, რომ პირველმა მგზავრმა მეტი დრო დახარჯა, ე.ი.

$$\frac{s}{2v_1} + \frac{s}{2v_2} > \frac{2s}{v_1 + v_2}.$$

ჩვენოთ, რომ მიღებული უტოლობა სამართლიანია, როცა $v_2 > v_1$.

რადგან $s > 0$, გვაქვს

$$\frac{v_1 + v_2}{2v_1v_2} > \frac{2}{v_1 + v_2}.$$

და v_2 დადებითი სიდიდეებია, ამიტომ

$$(v_1 + v_2)^2 > 4v_1v_2,$$

უ

$$(v_2 - v_1)^2 > 0,$$

აც ჭეშმარიტი უტოლობაა. ე.ი. ქალაქში ჩასვლას ნაკლები დრო მოანდობა მეორე მგზავრმა.