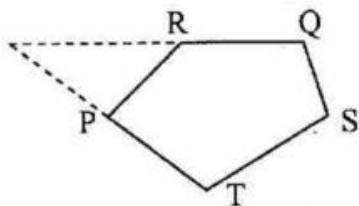


§5. მრავალკუთხედები: პარალელოგრამი, მართკუთხედი, რომბი, კვადრატი, ტრაპეცია

1. ზოგადი ცნობები ამოზნექილი მრავალკუთხედების შესახებ. როგორც კუთხეების შემთხვევაში, მრავალკუთხედის ცნების ქვეშ ვიგულისხმებთ მხოლოდ ამოზნექილ მრავალკუთხედებს.

ყოველი კუთხე, რაც არ უნდა მცირე იყოს მისი გრადუსული ზომა, შემოუსაზღვრელი სიმრავლეა. თუ რამდენიმე კუთხის თანაკვეთა შემოსაზღვრული სიმრავლეა (ანუ შესაძლებელია მისი მოთავსება რომელიმე წრეწირის შიგნით), მაშინ თანაკვეთაში მიღებულ სიმრავლეს **მრავალკუთხედი** ეწოდება. მრავალკუთხედის საზღვარი ჩაკეტილი ტეხილია, რომლის მონაკვეთებსაც **მრავალკუთხედის გვერდები** ეწოდებათ. ორ გვერდს **მეზობელი** ეწოდება თუ მათი თანაკვეთის წერტილი ისევ მრავალკუთხედს ეკუთვნის. ნახ. 1-ზე RQ და PT არაა მეზობელი გვერდები, ხოლო RQ და QS არის.



ნახ. 1.

მეზობელი გვერდების საერთო წერტილებს **მრავალკუთხედის წვეროები** ეწოდებათ. მრავალკუთხედი აღინიშნება, როგორც მისი წვეროების მიმდევრობა. მაგ., შეგვიძლია ვთქვათ, რომ ნახ. 1-ზე გამოსახულია PRQST ან QSTPR მრავალკუთხედი. მრავალკუთხედის წვეროებს **მეზობელი** ეწოდება თუ ისინი ერთი გვერდის ბოლოებია. მეზობელი გვერდებით შედგენილ კუთხეს **მრავალკუთხედის კუთხე** ეწოდება. გვერდით და მისი მეზობელი გვერდის გაგრძელებით შედგენილ კუთხეს **მრავალკუთხედის გარე კუთხე** ეწოდება.

მრავალკუთხედის ძირითადი მახასიათებელი მისი კუთხეების (ან გვერდების) რაოდენობაა. სამკუთხედი მრავალკუთხედი კუთხეების მინიმალური რაოდენობით.

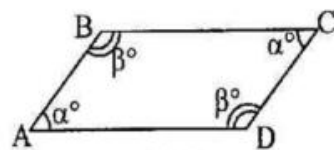
მონაკვეთს, რომელიც მრავალკუთხედის არამეზობელ ორ წვეროს აერთებს, დიაგონალი ეწოდება. n -კუთხედში დიაგონალების რაოდენობა ტოლია $\frac{n(n-3)}{2}$ -ის,

რადგან ყოველი ფიქსირებული წვეროდან შესაძლებელია $(n-3)$ დიაგონალის გაყვლა. ამ დროს მიიღება $(n-2)$ სამკუთხედი, მათი კუთხეების ჯამი ტოლია მრავალკუთხედის კუთხეების ჯამის და ამიტომ **n -კუთხედის კუთხეების ჯამია $(n-2) \cdot 180^\circ$.** ადვილი საჩვენებელია, აგრეთვე, რომ n -კუთხედის თითო წვეროსთან თუ ავიღებთ თითო გარე კუთხეს, მათი ჯამი 360° იქნება.

მრავალკუთხედის გვერდების სიგრძეების ჯამს მისი **პერიმეტრი** ეწოდება. ტეხილის და ორ წერტილს შორის მანძილის განმარტებიდან გამომდინარე, მრავალკუთხედის ყოველი გვერდის სიგრძე ნაკლებია დანარჩენი გვერდების სიგრძეთა ჯამზე.

2. პარალელოგრამი. ოთხკუთხედს, რომლის მოპირდაპირე გვერდები წყვილ-წყვილად პარალელურია, პარალელოგრამი ეწოდება. პარალელოგრამისთვის სამართლიანია დებულებები:

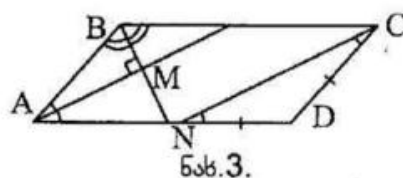
- 1) მოპირდაპირე გვერდები ტოლია $AB=CD$, $AD=BC$;
- 2) თუ $\angle A=\alpha$ და $\angle B=\beta$, მაშინ დანარჩენი კუთხეები იღებენ ნახ. 3-ზე მითითებულ მნიშვნელობებს და $\alpha+\beta=180^\circ$. კერძოდ, **მოპირდაპირე კუთხეები ერთმანეთის ტოლია და ოთხივე კუთხის ჯამი 360° -ის ტოლია;**



ნახ. 2.

- 3) დიაგონალები გადაკვეთის წერტილით შუაზე იყოფიან.
- 4) **ერთ გვერდთან მდებარე ორი ბისექტრისა გადაკვეთისას მართ კუთხეს ადგენს: $\angle AMB=90^\circ$.**

5) ნებისმიერი კუთხის ბისექტრისა პარალელოგრამში ტოლფერდა სამკუთხედს ქმნის: $CD=DN$.

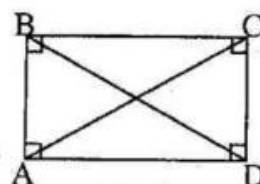


რამდენიმე სხვა დებულებას შემდეგ პარაგრაფებში შევხვდებით.

მონაკვეთს, რომელიც ერთ-ერთ წვეროს აერთებს მის წინამდებარე ერთ-ერთ გვერდთან ან მის გაგრძელებასთან და ამ გვერდის ან მისი გაგრძელების მართობულია, სიმაღლე ეწოდება.

3. მართკუთხედი. პარალელოგრამს, რომლის ოთხივე კუთხე ერთმანეთის ტოლია, მართკუთხედი ეწოდება. მართკუთხედისთვის სამართლიანია დებულებები (ნახ.4):

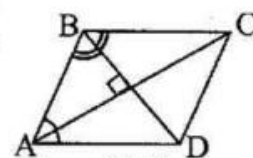
- 1) მართკუთხედის ყველა კუთხე 90° -ის ტოლია;
- 2) მართკუთხედის დიაგონალები ტოლია;
- 3) მართკუთხედის სიმაღლეები გვერდებს ემთხვევა.



ნახ.4.

4. რომბი. პარალელოგრამს, რომლის ოთხივე გვერდი ერთმანეთის ტოლია, რომბი ეწოდება (ნახ.5). რომბს აქვს პარალელოგრამის ყველა თვისება და დამატებით სრულდება:

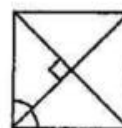
- 1) რომბის დიაგონალები კუთხის ბისექტრისებია;
- 2) დიაგონალები მართი კუთხით იკვეთებიან;
- 3) რომბის სიმაღლეები ტოლია.



ნახ.5.

5. კვადრატი. მართკუთხედს, რომლის ოთხივე გვერდი ერთმანეთის ტოლია, კვადრატი ეწოდება. კვადრატს აქვს მართკუთხედის ყველა თვისება და დამატებით სრულდება:

- 1) კვადრატის დიაგონალები კუთხის ბისექტრისებია;
- 2) დიაგონალები მართი კუთხით იკვეთებიან.

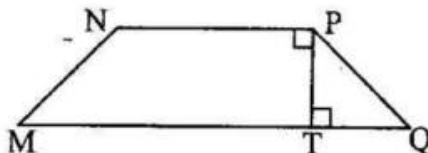


ნახ.6.

შენიშნოთ, რომ კვადრატი წარმოადგენს რომბის კერძო შემთხვევას და აქვს ყველა მისი თვისება.

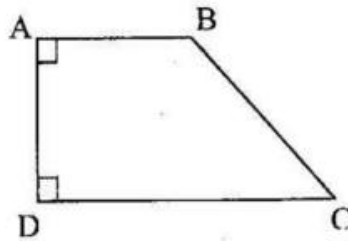
6. ტრაპეცია. ოთხკუთხედს, რომლის ორი გვერდი ერთმანეთის პარალელურია, სოლო დანარჩენი – არა, ტრაპეცია ეწოდება. კერძოდ, ზემოთ მოყვანილი ოთხკუთხედები არ წარმოადგენენ ტრაპეციას.

ტრაპეციაში ერთმანეთის პარალელურ გვერდებს ფუძეები ეწოდებათ, არაპარალელურ გვერდებს – ფერდები. ტრაპეციის სიმაღლე ეწოდება ფუძეების შემაერთებელ მონაკვეთს, რომელიც ორივე ფუძის მართობულია. ტრაპეციაში გვაქვს ერთადერთი სიმაღლე, მაგ., ნახ.7-ზე NP და MQ MNPQ ტრაპეციის ფუძეებია, MN და PQ – ფერდები, PT სიმაღლეა.

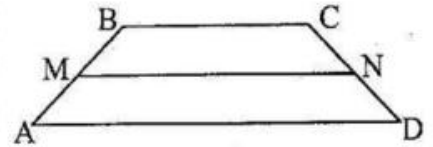


ნახ.7.

ტრაპეციას ტოლფერდა ეწოდება თუ მისი ფერდები ტოლია. ტრაპეციას მართკუთხა ეწოდება თუ მისი ერთი ფერდი (მცირე ფერდი) ფუძეების მართობულია. მართკუთხა ტრაპეციაში მცირე ფერდი სიმაღლეა.



მონაკვეთს, რომელიც ტრაპეციის ფერდობის შუაწერტილებს აერთებს, შუამონაკვეთი ან შუახაზი ეწოდება. ნახ.8-ზე მოცემულ ABCD ტრაპეციაში MN შუახაზია ანუ $AM=MB$ და $CN=ND$.



ნახ.8.

ტრაპეციის თვისებებია:

- 1) შუახაზი ფუძეების პარალელურია და მათი ნახევარჯამის ტოლია

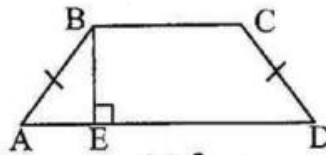
$$MN \parallel AD \parallel BC, \quad MN = \frac{AD + BC}{2} \quad \text{ნახ.8 მიხედვით;}$$

- 2) ფერდობთან მდებარე კუთხეების ჯამია 180°

$$\angle A + \angle B = 180^\circ, \quad \angle C + \angle D = 180^\circ;$$

- 3) ტოლფერდა ტრაპეციაში ბლაგვი კუთხის წვეროდან დაშვებული სიმაღლის მიერ დიდ ფუძეზე მოკვეთილი ორი მონაკვეთიდან უმცირესი ფუძეების ნახევარსხვაობის ტოლია, ხოლო უდიდესი – ნახევარჯამის ანუ შუამონაკვეთის ტოლი (ნახ.9)

$$AE = \frac{AD - BC}{2}, \quad DE = \frac{AD + BC}{2};$$



ნახ.9.

- 4) თუ ტრაპეციაში დიაგონალი მახვილი (ბლაგვი) კუთხის ბისექტრისაა, მაშინ მცირე (დიდი) ფუძე ამ მახვილი კუთხის წვეროდან გამოშვებული ფერდის ტოლია;
 5) თუ ტოლფერდა ტრაპეციაში დიაგონალები ურთიერთმართობულია, მაშინ სიმაღლე შუახაზის ტოლია.
 6) პარალელოგრამში ერთი წვეროდან გავლულ სიმაღლეებს შორის კუთხე პარალელოგრამის კუთხის ტოლია.