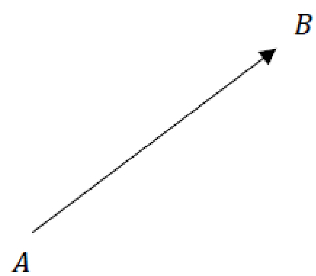
11. ვექტორები სიბრტყესა და სივრცეში

ვექტორული სიდიდე - სიდიდე, რომელიც განსაზღვრულია არა მხოლოდ რიცხვითი სიდიდით, არამედ მიმართულებითაც.

ნულოვანი ვექტორი - ვექტორი რომელსაც არც საწყისი აქვს და არც ბოლო.

ვექტორი -მონაკვეთი, რომელსაც გააჩნია სიგრძე და მიმართულება.

აღნიშვნა: $\vec{a}$; $\vec{b}$; $\vec{c}$; $\vec{d}$; <u>*ან*</u>

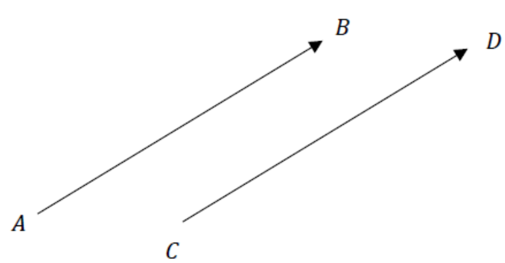


ანუ $\overrightarrow{AB}$

პირველი წერტილი -
მოდების წერტილი

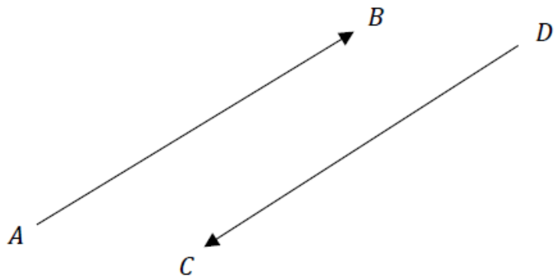
ვექტორის სიგრძე - აღინიშნება შემდეგნაირად; $|\vec{a}|$; $|\vec{b}|$; $|\vec{c}|$

ერთნაირად მიმართული ვექტორები



$\overrightarrow{AB} \uparrow\uparrow \overrightarrow{CD}$

საწინააღმდეგოდ მიმართული ვექტორები



$\overrightarrow{AB} \downarrow\uparrow \overrightarrow{CD}$

ვექტორის კოორდინატები

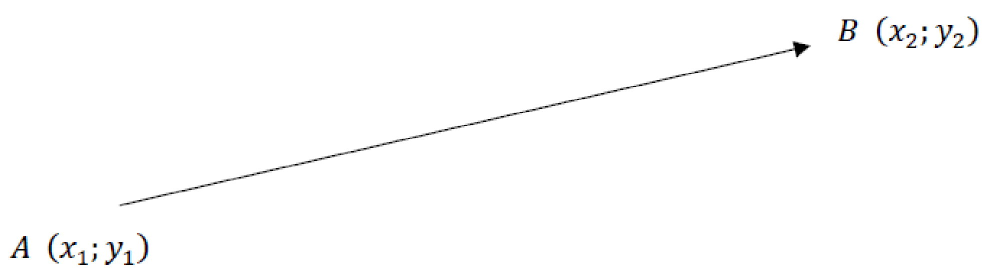
ჩაიწერება შემდეგნაირად;

- · $\vec{a}$ $(x;y)$ –სიბრტყეში

- · $\vec{a}$ $(x;y;z)$ –სივრცეში

ვექტორების ჩაწერა კოორდინატების მეშვეობით

1. **სიბრტყეზე**



- *ვექტორის ჩაწერა* $\overrightarrow{AB}(x_2 - x_1;\ y_2 - y_1)$
- *ვექტორის სიგრძის ჩაწერა* $|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

2. **სივრცეში**

პრინციპი უცვლელია, კოორდინატებს დაემატება აპლიკატთა ღერძის Z კოორდინატები.

- *ვექტორის ჩაწერა* $\overrightarrow{AB}(x_2 - x_1;\ y_2 - y_1; z_2 - z_1)$
- *ვექტორის სიგრძის ჩაწერა* $|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$

მოქმედებები ვექტორებზე

ორი ვექტორის ჯამი/სხვაობა

ვთქვათ მოცემული გვაქვს $\vec{a}$ $(x1;y1;z1)$ და $\vec{b}$ $(x2;y2;z2)$

აღნიშნული ვექტორთა შეკრება/გამოკლება შესაძლებელია ორნაირად;

$$\vec{a} \pm \vec{b} = (\boldsymbol{x_2 + x_1;\ y_2 + y_1; z_2 + z_1})$$

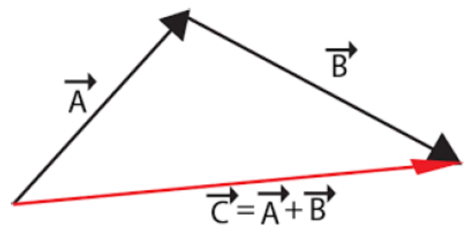
ან

$$\vec{a}(x_1; y_1; z_1) \pm \vec{b}(x_2; y_2; z_2) = (\boldsymbol{x_2 + x_1;\ y_2 + y_1; z_2 + z_1})$$

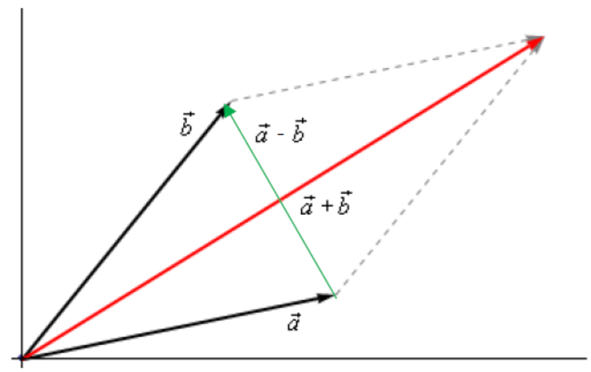
გეომეტრიული _ილუსტრაცია

ორი $\vec{a}$ და $\vec{b}$ ვექტორი რომ შევკრიბოთ, $\vec{a}$ ვექტორის ბოლო უნდა მოვდოთ $\vec{b}$ ვექტორის საწყის წერტილს,ჯამი იქნება $\vec{c}$ ვექტორი რომლის საწყისი ემთხვევა $\vec{a}$ ვექტორის საწყისს,ხოლო ბოლო $\vec{b}$ ვექტორის ბოლოს.

ა) ვექტორთა შეკრების სამკუთხედის წესი



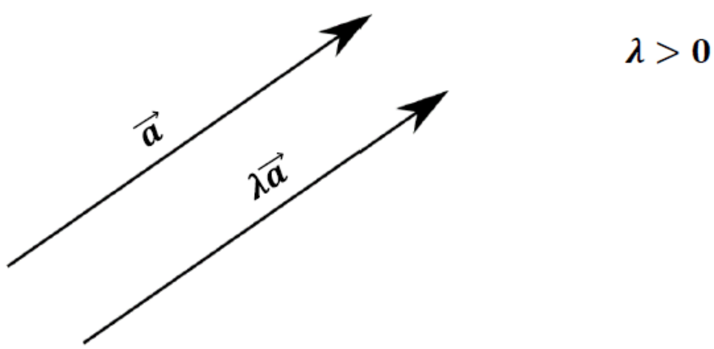
ბ) ვექტორთა შეკრების პარალელოგრამის წესი



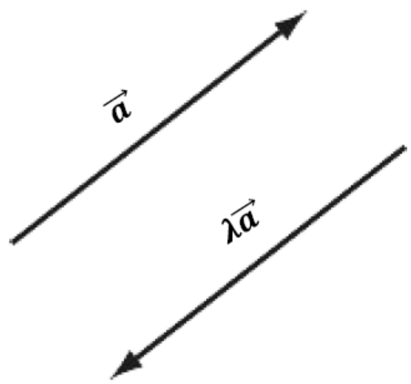
ვექტორის რიცხვზე ნამრავლი

$\vec{a}$ ვექტორის რაიმე $\lambda\neq0$ რიცხვზე ნამრავლი აღინიშნება ასე: $\boldsymbol{\lambda \vec{a}}$ და ეწოდება ისეთ $\vec{b}$ ვექტორს,რომლის სიგრძეა: $|\vec{b}|=|\lambda\cdot\vec{a}|=|\lambda|\cdot|\vec{a}|$

- • თუ $\lambda>0$,$\vec{b}$ ვექტორის მიმართულება ემთხვევა $\vec{a}$ ვექტორის მიმართულებას



- • თუ $\lambda<0$,$\vec{b}$ ვექტორის მიმართულება არ ემთხვევა $\vec{a}$ ვექტორის მიმართულებას.



$\lambda < 0$

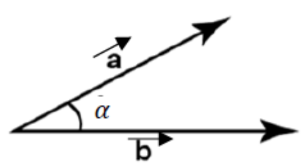
ორი ვექტორის სკალარული ნამრავლი

ორი $\vec{a}$ და $\vec{b}$ ვექტორის სკალარული ნამრავლი აღინიშნება ასე:

$\vec{a}\,.\,\vec{b}$ ან $(\vec{a};\vec{b})$

და უდრის ამ ვექტორების სიგრძეების ნამრავლს მათ შორის მდებარე კუთხის კოსინუსზე.

$$\vec{a}.\vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot cos\alpha$$



$$\cos\ \alpha = \frac{\vec{a}.\vec{b}}{|\vec{a}|\,|\vec{b}|}$$

ან

$$\sin\ \alpha = \frac{|\vec{a} \times \vec{b}|}{|\vec{a}|\,|\vec{b}|}$$

_____________იმ შემთხვევაში თუ ვექტორები მოცემულია კოორდინატებში....___________

$\vec{a}\ (x1;y1;)$ და $\vec{b}\ (x2;y2;)$

იმ შემთხვევაში თუ ვექტორები მოცემულია კოორდინატებში, მაშინ სკალარული ნამრავლი ტოლია ერთსახელა კოორდინატების ნამრავლის ჯამის.

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2$$

სკალარული ნამრავლის თვისებები

1. ორი ვექტორის სკალარული ნამრავლი ნულის ტოლია როდესაც:

- • ერთ-ერთი ვექტორი ნულის ტოლია

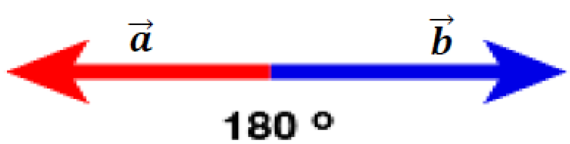
- • თუ $\vec{a}$ და $\vec{b}$ ვექტორები მართობულია.

2. თუ $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$ ვექტორები თანამიმართულია და მათ შორის კუთხე 0-ის ტოლია.

- მართლაც: $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot cos0° = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$

3. თუ $\vec{a} \cdot \vec{b} = -|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$ ვექტორები საწინააღმდეგოდ არიან მიმართულნი.

-
- მართლაც: $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot cos180° = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$



4. $\vec{a} \cdot \vec{a} = \vec{a}^2 = |\vec{a}| \cdot |\vec{a}| \cdot cos0° = |\vec{a}^2|$ ე.ი $\vec{a}^2 = |\vec{a}^2| \Rightarrow$ $\vec{\boldsymbol{a}} = \sqrt{|\vec{\boldsymbol{a}}^2|}$

ან

$|\vec{\boldsymbol{a}}| = \sqrt{\vec{\boldsymbol{a}}^2}$

ორი ვექტორის მართობულობის პირობა

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \quad \Rightarrow \quad x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2 = 0$$

ორი ვექტორის პარალელურობის პირობა

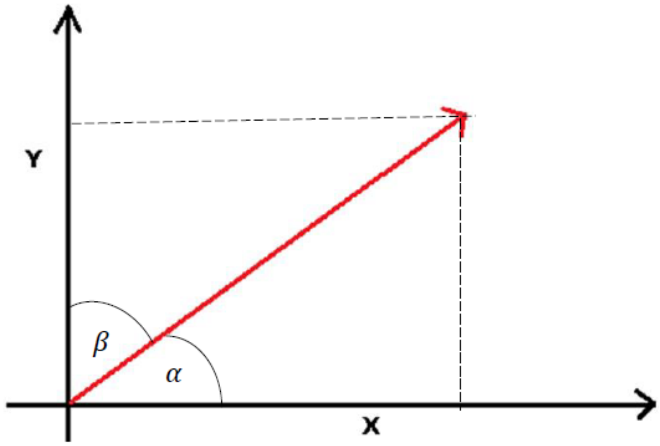
ორი ვექტორი რომ პარალელური იყოს, აუცილებელია ერთი წარმოადგენდეს მეორის რიცხვზე ნამრავლს.

$$\vec{\boldsymbol{a}} || \vec{\boldsymbol{b}} \quad \Rightarrow \quad \vec{\boldsymbol{b}} = \boldsymbol{\lambda}\, \vec{\boldsymbol{a}}$$

ან თუ ვექტორები მოცემულია კოორდინატებში, პარალელურობის პირობა ჩაიწერება შემდეგნაირად:

$$\frac{\boldsymbol{x_2}}{\boldsymbol{x_1}} = \frac{\boldsymbol{y_2}}{\boldsymbol{y_1}} = \boldsymbol{\lambda}$$

მიმართულების კოსინუსები



$$sin\alpha = \frac{x}{|\vec{a}|}$$

$$cos\beta = \frac{y}{|\vec{a}|}$$