



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ  
BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ  
ENERGETICKÝ ÚSTAV

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING  
ENERGY INSTITUTE

## MODELOVÁNÍ HYDRAULICKÝCH MECHANISMŮ FLUID POWER MECHANISMS MODELING

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE  
BACHELOR'S THESIS

AUTOR PRÁCE  
AUTHOR

LUKÁŠ VYSKOČIL

VEDOUCÍ PRÁCE  
SUPERVISOR

Ing. ROMAN KLAS, Ph.D.

BRNO 2012

Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství

Energetický ústav

Akademický rok: 2011/2012

## **ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE**

student(ka): Lukáš Vyskočil

který/která studuje v **bakalářském studijním programu**

obor: **Strojní inženýrství (2301R016)**

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č.111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma bakalářské práce:

### **Modelování hydraulických mechanismů**

v anglickém jazyce:

### **Fluid power mechanisms modeling**

Stručná charakteristika problematiky úkolu:

Práce by měla představovat řešerši základních postupů a možností v modelování hydraulických mechanismů. Základem pak bude teoretický rozbor, definice hlavních veličin a posouzení využitelnosti jednotlivých přístupů z hlediska jejich přesnosti a náročnosti.

Cíle bakalářské práce:

Student si osvojí hlavní přístupy v matematickém modelování hydraulických prvků. Rozebere a vysvětlí jednotlivé zákonitosti, vymezí podmínky platnosti. Na vhodně zvolených příkladech poukáže na možnosti matematického modelování jednoduchých strojních soustav.

Seznam odborné literatury:

Bláha, J. - Brada, K.: Hydraulické stroje, Praha, 1992.

Peňáz, V. - Benža, D.: Tekutinové mechanismy, VUT v Brně, Brno, 1990.

Vostrovský, J.: Tekutinové a pneumatické mechanismy, ČVUT, Praha, 1991.

Vedoucí bakalářské práce: Ing. Roman Klas, Ph.D.

Termín odevzdání bakalářské práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2011/2012.

V Brně, dne 25.11.2011

L.S.

---

doc. Ing. Zdeněk Skála, CSc.  
Ředitel ústavu

---

prof. RNDr. Miroslav Doupovec, CSc., dr. h. c.  
Děkan fakulty

## **ABSTRAKT**

Tato bakalářská práce uvádí základní problematiku při sestavování obvodů hydraulických mechanismů. Je zde uvedena základní elektrohydraulická analogie, rozbor a použití odporů, působící proti přenosu energie, sestavování odporů do odporových sítí, řazení odporů a současné možnosti způsobů modelování hydraulických systémů. V práci je také proveden rozbor hydraulického mechanismu při rozběhu hydromotoru.

## **KLÍČOVÁ SLOVA**

Modelování hydraulických mechanismů, elektrohydraulická analogie, odpory proti přenosu energie, rozběh hydromotoru.

## **ABSTRACT**

This bachelors thesis deals with basic questions of composition of hydraulic mechanisms. In this work is introduced basic electro-hydraulic analogy, analysis and use of resistances acting against transmission of energy, design of resistances network, ordination of resistances contemporary options of simulation of hydraulic systems. In work is also made analysis of hydraulic mechanism during start of hydraulic motor.

## **KEYWORDS**

Modelling of hydraulic mechanisms, electro-hydraulic analogy, resistances against transmission of energy, start of hydraulic motor.

## **BIBLIOGRAFICKÁ CITACE**

Vyskočil, L. *Modelování hydraulických mechanismů*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2012. 47 s. Vedoucí bakalářské práce Ing. Roman Klas, Ph.D..

## PROHLÁŠENÍ

Prohlašuji, že svou bakalářskou práci na téma Modelování hydraulických mechanismů jsem vypracoval samostatně pod vedením vedoucího bakalářské práce a s použitím odborné literatury a dalších informačních zdrojů, které jsou všechny citovány v práci a uvedeny v seznamu literatury na konci práce.

V Brně dne .....

.....

(podpis autora)

## PODĚKOVÁNÍ

Rád bych poděkoval všem, kteří mi poskytli o dané problematice informace, zejména pak svému vedoucímu bakalářské práce Ing. Romanu Klasovi, Ph.D. za náměty, připomínky a rady, čímž mi významně pomohl ke zpracování daného tématu.

# OBSAH

<b>Seznam obrázků</b>	<b>VIII</b>
<b>Seznam tabulek</b>	<b>IX</b>
<b>Úvod</b>	<b>1</b>
<b>1 Přenos tlakové energie [2]</b>	<b>2</b>
<b>2 Algebra přenosů [2]</b>	<b>3</b>
2.1 Prvky zapojené sériově: .....	3
2.2 Prvky zapojené paralelně: .....	3
2.3 Prvky zapojené semiparalelně: .....	4
2.4 Prvky zapojené paralelně protiběžně: .....	4
<b>3 Odporů působící při přenosu energie [2]</b>	<b>5</b>
3.1 Odpor proti pohybu [2][3] .....	6
3.2 Odpor proti zrychlení [2][3] .....	12
3.3 Odpor proti deformaci [2][3] .....	15
3.4 Časové konstanty odporů [1] .....	18
3.5 Zapojení odporů [2][5].....	18
3.5.1 Sériové řazení odporů stejného druhu .....	18
3.5.2 Paralelní řazení odporů stejného druhu .....	20
3.5.3 Převod zapojení trojúhelníkového na zapojení do hvězdy .....	22
3.5.4 Řešení řetězců odporů různého druhu .....	23
3.6 Odporové sítě .....	25
<b>4 Rozbor odporů R, H</b>	<b>26</b>
4.1 Odpor proti pohybu .....	26
4.2 Odpor proti zrychlení .....	28
<b>5 Rozběh hydraulického mechanismu [5]</b>	<b>30</b>
<b>6 Závěr</b>	<b>35</b>
<b>Literatura</b>	<b>36</b>
<b>Seznam symbolů, veličin a zkratk</b>	<b>37</b>

# SEZNAM OBRÁZKŮ

<i>Obr. 3.1 Linearizace nelineárních odporů [3]</i> .....	5
<i>Obr. 3.2 Schematická značka odporu proti pohybu [3]</i> .....	6
<i>Obr. 3.3 Schematická značka odporu proti zrychlení [3]</i> .....	12
<i>Obr. 3.4 Odpor proti zrychlení sloupce kapaliny [3]</i> .....	12
<i>Obr. 3.5 Odpor proti zrychlení u rotačního pohybu [3]</i> .....	13
<i>Obr. 3.6 Schematická značka odporu proti deformaci [3]</i> .....	15
<i>Obr. 3.7 Působení síly na sloupec kapaliny [2]</i> .....	15
<i>Obr. 3.8 Sériové zapojení odporů [2]</i> .....	19
<i>Obr. 3.9 Paralelní řazení odporů [2]</i> .....	20
<i>Obr. 3.10 Zapojení odporů do hvězdy [2]</i> .....	22
<i>Obr. 4.1 Závislost tlakového úbytku na průtoku při laminárním proudění</i> .....	27
<i>Obr. 4.2 Závislost tlakového úbytku na průtoku při turbulentním proudění</i> .....	27
<i>Obr. 4.3 Závislost průtoku na čase radiálního pístového hydrogenerátoru</i> .....	29
<i>Obr. 4.4 Závislost tlakového úbytku na čase radiálního pístového hydrogenerátoru</i> ...	29
<i>Obr. 5.1 Náhradní schéma hydraulického obvodu [5]</i> .....	30
<i>Obr. 5.2 Zjednodušené náhradní schéma hydraulického obvodu [5]</i> .....	30
<i>Obr. 5.3 Závislost <math>Q</math> na <math>t</math> při rozběhu hydromotoru</i> .....	33
<i>Obr. 5.4 Průběh rozběhu pro změněné hodnoty odporu <math>H</math></i> .....	34
<i>Obr. 5.5 Průběh rozběhu pro změněné hodnoty odporu <math>R</math></i> .....	34



## SEZNAM TABULEK

<i>Tab. 3.1 Přehled základní elektrohydraulické analogie [3]</i> .....	6
<i>Tab. 3.2 Přehled vybraných konstrukcí odporů proti pohybu [1]</i> .....	9
<i>Tab. 3.3 Přehled vybraných konstrukcí odporů proti zrychlení [1]</i> .....	14
<i>Tab. 3.4 Přehled vybraných konstrukcí odporů proti deformaci [1]</i> .....	17
<i>Tab. 4.1 Vstupní hodnoty radiálního pístového hydrogenerátoru</i> .....	28
<i>Tab. 5.1 Vstupní hodnoty hydraulického mechanismu</i> .....	32

## ÚVOD

S neustálým zdokonalováním strojů a zařízení je nutné zdokonalovat také systémy přenosu a přeměny energie. Stroje a zařízení vybavené převážně tuhými mechanismy, které byly součástí většiny systémů v třicátých letech tohoto století, jsou pro současné systémy nedostačující, a proto byl člověk donucen vymyslet jiný, výkonnější a výhodnější přenos energie, jako jsou tekutinové a elektrické mechanismy, případně jejich kombinace. Tekutinovým (hydraulickým) mechanismem se myslí zařízení, které využívá pro přenos energie mezi hnacím a hnaným členem, kapalinu nebo látku v tekutém stavu.

Každý systém přenosu energie je tvořen generátorem (vstupním členem), motorem (výstupním členem) a přenosovými kanály (propojení vstupního a výstupního členu). Na přenosových kanálech může být také umístěn transformační blok, který obsahuje vedení s řídicími prvky. Výhodou těchto systémů je například možnost přenosu energie na velké vzdálenosti, snadné řízení a kontrola parametrů, možnost přenosu velkého výkonu při použití součástí malých rozměrů a hmotností a možnost dokonalého mazání a odvodu tepla samotnou pracovní kapalinou.

Ovšem tekutinové mechanismy mají i své nevýhody. Při přenosu energie dochází k větším ztrátám, a tak klesá účinnost celého stroje. Jsou také kladeny vysoké požadavky na výrobu součástí a na výskyt abrazivních částic v kapalině, které mohou zapříčinit opotřebení součástí. Nevýhodou také může být chování tekutin v závislosti na měnícím se tlaku a teplotě, kdy mění své vlastnosti.

Samotné modelování hydraulických mechanismů pak skýtá různé výhody, jako například možnost s vysokou pravděpodobností zjistit, jak se bude daný systém chovat, popřípadě jej změnit tak, aby vyhovoval počátečním požadavkům. To tedy šetří čas i náklady. Lze také určovat např. tlakové pulzace v hydraulickém obvodu, vykreslovat průběhy závislostí tlakových úbytků na průtoku, modelovat jednotlivé hydraulické prvky a s využitím lineární teorie automatického řízení posuzovat stabilitu systému, případně vlastní frekvence.

Modelování spočívá v sestavení modelů, a to buď přístupem matematických modelů, nebo experimentálních (fyzikálních) modelů. Metodou experimentálního modelování se zkoumají modely různých strojů, pro zjištění jejich základních vlastností, popřípadě objevení a odstranění vad, nebo se mohou ověřovat jejich teoretické předpoklady a závislosti měřených veličin. Získané výsledky se poté aplikují přímo na skutečné zařízení. Zkoumání modelů ale bohužel nelze provést pro některé fyzikální jevy. Je to například přenos tepla. Pro takové případy je nutné zavést modelování matematické, které využívá fyzikálních zákonů. Samotný matematický model je pak tvořen algebraickými rovnicemi, diferenciálními obyčejnými a parciálními rovnicemi. Řešení je pak možné analyticky, užitím Laplaceovy transformace pro linearizované případy, nebo numericky, a to analogově, nebo číslicově. Číslicové metody pak mohou být: Eulerova metoda, metoda Runge-Kutta, metoda charakteristik, obecná diferenční metoda. Matematické modelování je rychlejší, levnější a umožňuje prověřit řadu variant za různých počátečních podmínek.

# 1 PŘENOS TLAKOVÉ ENERGIE [2]

Při průtoku tekutiny mechanismem nastávají děje, které bychom mohli nazývat přenosem tlakové energie. Zjednodušeně můžeme označit  $E^*$  jako vstupní energii, tedy takovou, která se do systému přivádí, a  $E$  jako výstupní energii, tedy energii ze systému odvedenou. Dále pak  $G_E$  označíme jako přenos energie uvnitř systému. Z důvodu možných ztrát, které docházejí při přenosu energie platí vždy v praxi, že  $E^* > E$ . Stav, kdy  $E^* = E$ , je ideální a nelze ho v praxi využít. Přenos energie lze formulovat poměrem výstupní energie  $E$  ke vstupní energii  $E^*$ :

$$G_E = \frac{E}{E^*} = \frac{E^* - \Delta E}{E^*} = 1 - \frac{\Delta E}{E^*} \leq 1 \quad (1.1)$$

kde  $\Delta E$  představuje změnu (úbytek) tlakové energie při průtoku tekutiny mechanismem. Tento vztah je obdobný se vztahem pro účinnost, která značí přenos energie v ustáleném stavu.

Tlaková energie  $E$  je rovna součinu tlaku  $p$  a objemu  $V$ . Při dosazení těchto veličin do rovnice přenosu energie dostaneme vztah ve složkovém tvaru:

$$G_E = G_p \cdot G_V = \frac{p \cdot V}{p^* \cdot V^*} = \frac{(p^* - \Delta p) \cdot (V^* - \Delta V)}{p^* \cdot V^*} \quad (1.2)$$

kde  $G_p$  je přenos tlaku tekutiny,  $G_V$  přenos objemu tekutiny,  $p$  resp.  $p^*$  je výstupní resp. vstupní tlak,  $\Delta p$  je změna tlaku,  $V$  resp.  $V^*$  je výstupní resp. vstupní objem a  $\Delta V$  je změna objemu. Podobným způsobem lze vyjádřit také přenos výkonu  $G_P$ :

$$G_P = G_p \cdot G_Q = \frac{P}{P^*} = \frac{(P^* - \Delta P)}{P^*} = \frac{p \cdot Q}{p^* \cdot Q^*} = \frac{p \cdot (Q^* - \Delta Q)}{p^* \cdot Q^*} \quad (1.3)$$

kde  $G_Q$  je přenos průtoku,  $P$  resp.  $P^*$  je výstupní resp. vstupní výkon,  $\Delta P$  je změna výkonu,  $Q$  resp.  $Q^*$  je výstupní resp. vstupní průtok a  $\Delta Q$  je změna průtoku.

Pro jednotlivé přenosy v ustáleném stavu odpovídají také jednotlivé účinnosti. Pro přenos tlaku  $G_p$  odpovídá účinnost tlaková (hydraulická)  $\eta_p$  ( $\eta_h$ ), pro přenos objemu  $G_V$  odpovídá účinnost objemová  $\eta_v$ , pro přenos průtoku  $G_Q$  odpovídá účinnost průtoková  $\eta_Q$  a pro přenos výkonu  $G_P$  odpovídá účinnost celková  $\eta_c$  ( $\eta_p$ ).

## 2 ALGEBRA PŘENOSŮ [2]

Ve skutečných systémech není uvažováno jen jednoho prvku, ale z pravidla je využíváno více prvků, které plní každý svojí funkci. Tyto prvky jsou vzájemně propojeny sériově, paralelně nebo sérioparalelně. U paralelních se navíc musí rozlišovat parametry, které se větví a které ne. Průtok, energie a výkon jsou větvící se parametry, a mohou tedy být na každé větvi rozdílné. Tlak je parametr, který se nevětví, a tak bude na každé větvi stejný. Určení celkového přenosu bude znázorněno na jednoduchých příkladech, kde zvolíme  $x$  jako obecný parametr:

### 2.1 Prvky zapojené sériově:

Pro přenos na jednotlivých prvcích platí vztahy:

$$G_1 = \frac{x_1}{x^*} \Rightarrow x_1 = G_1 \cdot x^* ; \quad G_2 = \frac{x_2}{x_1} \Rightarrow x_1 = \frac{x_2}{G_2} \quad (2.1)$$

a tedy

$$\frac{x_2}{G_2} = G_1 \cdot x^* \Rightarrow \frac{x_2}{x^*} = G_1 \cdot G_2 = G_C \quad (2.2)$$

Pro prvky zapojené sériově tedy platí, že celkový přenos je roven součinu přenosů na jednotlivých prvcích.

### 2.2 Prvky zapojené paralelně:

Pro prvky na dvou různých větvích platí vztahy:

$$G_1 = \frac{x_1}{x_1^*} \Rightarrow x_1 = G_1 \cdot x_1^* ; \quad G_2 = \frac{x_2}{x_2^*} \Rightarrow x_2 = G_2 \cdot x_2^* \quad (2.3)$$

dále platí, že  $x = x_1 + x_2$  ;  $x^* = x_1^* + x_2^*$

pro výstupní parametr tedy dostaneme:

$$x = G_1 \cdot x_1^* + G_2 \cdot x_2^* \quad (2.4)$$

a pro celkový přenos platí:

$$G_C = \frac{x}{x^*} = \frac{x_1^*}{x^*} \cdot G_1 + \frac{x_2^*}{x^*} \cdot G_2 \quad (2.5)$$

tyto vztahy platí pro parametry, které se větví. Pro parametry které se nevětví, platí rovnosti  $x = x_1 = x_2$ ;  $x^* = x_1^* = x_2^*$ ;  $G_C = G_1 = G_2$

## 2.3 Prvky zapojené semiparalelně:

Zde mají prvky oddělené vstupy (a), nebo oddělené výstupy (b), a není možné stanovit celkový přenos.

a) Pro výstup platí stejný vztah, jako pro paralelní zapojení:

$$x = G_1 \cdot x_1^* + G_2 \cdot x_2^* \quad (2.6)$$

V případě parametru, který se nevětví, lze psát:

$$x = x_1 = x_2$$

b) Hodnoty  $x_1$  a  $x_2$  se stanoví z rovnic:

$$x_1 = (x^* - x_2^*) \cdot G_1 = \left(x^* - \frac{x_2}{G_2}\right) \cdot G_1 \quad (2.7)$$

$$x_2 = (x^* - x_1^*) \cdot G_2 = \left(x^* - \frac{x_1}{G_1}\right) \cdot G_2 \quad (2.8)$$

Pro nevětvící se parametry, kde jsou vstupní hodnoty stejné, platí pro výstup:

$$x_1 = G_1 \cdot x^* \quad ; \quad x_2 = G_2 \cdot x^* \quad (2.9)$$

## 2.4 Prvky zapojené paralelně protiběžně:

Část výstupu jednoho prvku se vrací na vstup druhého prvku a naopak.

Pro výstup platí:

$$\begin{aligned} x = x_1 - x_2^* &= x_1^* \cdot G_1 - x_2^* = (x^* + x_2) \cdot G_1 - x_2^* \\ &= x^* \cdot G_1 - x_2^* \cdot (1 - G_1 \cdot G_2) \end{aligned} \quad (2.10)$$

a celkový přenos:

$$G_C = \frac{x}{x^*} = G_1 - \frac{x_2^*}{x^*} \cdot (1 - G_1 \cdot G_2) \quad (2.11)$$

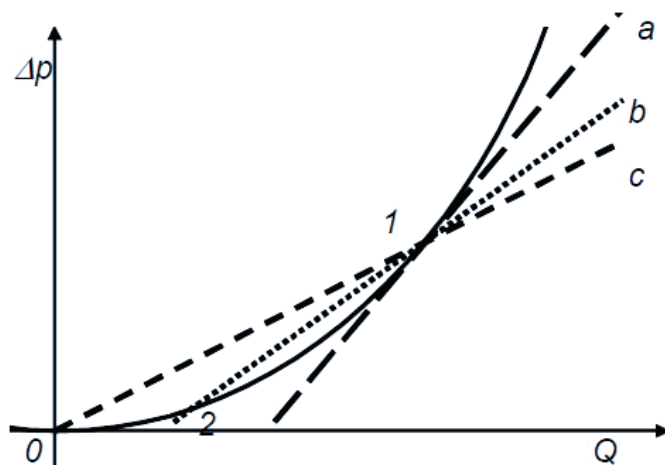
### 3 ODPORY PŮSOBÍCÍ PŘI PŘENOSU ENERGIE [2]

Při přenosu energie v mechanismu dochází vlivem odporů k přeměně jedné formy energie na jinou formu, nebo její modifikaci. V tekutinových mechanismech takto rozlišujeme tři druhy těchto odporů, a to odpor proti pohybu ( $R$  - odpor), kde dochází k nevratné změně části energie tlakové na energii tepelnou, odpor proti zrychlení ( $H$  - odpor), kde dochází k vratné změně energie tlakové na energii pohybovou a odpor proti deformaci ( $D$  - odpory), kde dochází také k vratné změně energie a to energie tlakové na energii deformační. Převrácené hodnoty těchto odporů se nazývají propustnost  $Z=R^{-1}$ , pohyblivost  $L=H^{-1}$  a kapacita  $C=D^{-1}$ .

Odpory při přenosu energie jsou závislé na mnoha faktorech, jako jsou například geometrie, rozměry a stav vnitřního povrchu přenosového kanálu, měrná hmotnost a viskozita tekutiny, modul pružnosti tekutiny, ztrátové součinitele, přítokové součinitele, Reynoldsovo číslo, hmotnost pohybujících se částí, teplota a pod.

Výpočet a velikost těchto odporů je třeba znát pro stanovení tlakových úbytků při přenosu. Jejich znalostí a znalostí vstupního tlaku nám umožňuje určit celkový přenos tlakové energie a tlak na výstupu z generátoru. Odpory mohou být lineární, nebo nelineární, a také statické, nebo dynamické. Pro zjednodušení nelineárních odporů lze použít tzv. linearizaci. Příklad linearizace je zřejmý na obr. 3.1. Lze ji provést buď z počáteční charakteristiky odporu (0), nebo pak v nějakém pracovním bodě (1), a to pomocí a) tečny, b) sečny, procházející dvěma pracovními body, c) sečny, procházející počátkem a jedním pracovním bodem.

V praxi lze odpory najít například při modelování řízených ztrát v potrubí, kde máme určité podmínky na vstupu a požadujeme jiné na výstupu.



Obr. 3.1 Linearizace nelineárních odporů [3]

### 3.1 Odpor proti pohybu [2][3]

Při zkoumání hydraulických prvků je možné užít elektrických obvodů, a tím si zjednodušit simulaci celého mechanismu. Jde o tzv. elektrohydraulickou analogii, kde jednotlivé veličiny v hydraulickém systému odpovídají analogickým veličinám v elektrickém systému. Pro užití této analogie je potřeba splnit možnost odvození zapojení prvků elektrického obvodu ze zapojení hydraulických prvků v systému a musí být známy fyzikální veličiny v hydraulickém systému. Pro analogii se pak používá:

Tab. 3.1 Přehled základní elektrohydraulické analogie [3]

Hydraulická veličina	Elektrická veličina
tlak <b>p</b>	elektrické napětí <b>U</b>
průtok <b>Q</b>	elektrický proud <b>I</b>



Obr. 3.2 Schematická značka odporu proti pohybu [3]

Pro definici odporu proti pohybu je analogií Ohmův zákon ( $R = \frac{U}{I}$ )

$$R = \frac{\Delta p}{Q} \quad ; \quad \Delta p = R \cdot Q \quad (3.1)$$

Obecná rovnice pro tlakový úbytek je dána

$$\Delta p = R \cdot Q^n \quad (3.2)$$

kde  $n=1$  platí pro laminární proudění a  $n=2$  pro turbulentní proudění.

Pro určení samotného odporu proti pohybu vyjdeme z Weisbachova vztahu pro tlakový úbytek

$$\Delta p = \lambda \cdot \frac{l}{d} \cdot \rho \cdot \frac{v^2}{2} \quad (3.3)$$

kde součinitel odporu  $\lambda$  je funkcí hodnoty  $Re$  pro laminární a turbulentní proudění v případě, že tekutina proudí v tzv. hydraulicky hladkém potrubí. Pro hydraulicky drsné potrubí je součinitel odporu  $\lambda$  závislý na relativní drsnosti  $K_r$  a pro přechodnou oblast turbulentního proudění je součinitel odporu  $\lambda$  závislý na jak na  $Re$ , tak na  $K_r$ .

Pro laminární proudění hladkým ocelovým kruhovým potrubím platí vztah

$$\lambda = \frac{64}{\text{Re}} \quad (3.4)$$

Pro turbulentní proudění v hydraulicky hladkém potrubí odvodil vzorec Blasius [4]

$$\lambda = \frac{0,3164}{\sqrt[4]{\text{Re}}} \quad \text{pro } \text{Re}_k \leq \text{Re} \leq 8 \cdot 10^4 \quad (3.5)$$

$$\lambda = \frac{0,184}{\sqrt[5]{\text{Re}}} \quad \text{pro } 10^5 \leq \text{Re} \leq 10^6 \quad (3.6)$$

kde  $\text{Re}_k = 2320$  je kritická hodnota Reynoldsova čísla, určující mez mezi laminárním a turbulentním prouděním.

Pro turbulentní proudění v přechodné oblasti odvodil vzorec Moody [4]

$$\lambda = 0,0055 \cdot \left[ 1 + \left( \frac{10^6}{\text{Re}} + 2 \cdot 10^4 \cdot \frac{K_r}{d} \right)^{\frac{1}{3}} \right] \quad (3.7)$$

Pro turbulentní proudění v hydraulicky drsném potrubí odvodil vzorec Nikuradse [4]

$$\lambda = \frac{1}{\left( 2 \cdot \log \frac{d}{K_r} + 1,138 \right)^2} \quad (3.8)$$

Hodnota Reynoldsova čísla  $\text{Re} = \frac{v \cdot d}{\nu}$  a rychlost je  $v = \frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot d^2}$ , kde  $v$  [ $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ ] je střední rychlost kapaliny v přenosovém kanálu,  $d$  [m] je hydraulický průměr,  $K_r$  je relativní drsnost,  $\nu$  [ $\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ ] je kinematická viskozita a  $Q$  [ $\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ ] je objemový průtok kapaliny. Dosazením těchto vztahů do rovnice pro tlakový úbytek a následnými úpravami pak dostaneme konečný vztah pro tlakový úbytek při laminárním proudění kapaliny

$$\Delta p = \frac{128 \cdot \nu}{\pi \cdot d^4} \cdot l \cdot \rho \cdot Q = R \cdot Q \quad (3.9)$$



Odpor proti pohybu je tedy určen vztahem

$$R = \frac{128 \cdot v}{\pi \cdot d^4} \cdot l \cdot \rho \quad [\text{kg} \cdot \text{m}^{-4} \cdot \text{s}^{-1} ; \text{N} \cdot \text{m}^{-5} \cdot \text{s}] \quad (3.10)$$

Po dosazení rovnice (3.5), hodnoty  $\text{Re} = \frac{v \cdot d}{\nu}$  a rychlosti  $v = \frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot d^2}$  do rovnice (3.3) dostaneme konečný vztah pro tlakový úbytek při turbulentním proudění kapaliny pro hydraulicky hladké potrubí

$$\Delta p = \frac{2,528 \cdot v^{0,25}}{\pi^2 \cdot d^{5,25} \cdot \nu^{0,25}} \cdot l \cdot \rho \cdot Q^2 = R \cdot Q^2 \quad (3.11)$$

Odpor proti pohybu je tedy určen vztahem:

$$R = \frac{2,528 \cdot \nu^{0,25}}{\pi^2 \cdot d^{5,25} \cdot \nu^{0,25}} \cdot l \cdot \rho \quad [\text{kg} \cdot \text{m}^{-7} ; \text{N} \cdot \text{m}^{-8} \cdot \text{s}^2] \quad (3.12)$$

V tekutinových mechanismech se uplatňují také odpory proti pohybu, vyvolané tuhým nositelem energie při relativním pohybu částí prvků. Jde o tzv. suché, nebo polosuché tření. Pro tlakový úbytek na stykové ploše  $S$  můžeme napsat

$$\Delta p = \frac{4 \cdot F_N \cdot f}{\pi \cdot d^4} \quad (3.13)$$

kde  $f$  je součinitel tření, závisející na normálové síle  $F_N$ , měrném tlaku, teplotě, rychlosti, opracování a druhu kluzných dvojic. Závislost součinitele tření na rychlosti je dána lineární funkcí

$$f = f_0 + a \cdot v \quad (3.14)$$

kde  $f_0$  je součinitel tření v klidu,  $v$  [ $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ ] je relativní rychlost pohybu součásti prvku a konstanta  $a$  je pro laminární proudění rovna 64 a pro všechny režimy turbulentního proudění rovna 0,316. Po dosazení do vztahu pro tlakový úbytek (3.13) dostaneme

$$\Delta p = \frac{4 \cdot F_N}{\pi \cdot d^4} \cdot (f_0 + a \cdot v) = \frac{4 \cdot F_N \cdot f_0}{\pi \cdot d^4} + \frac{4 \cdot F_N \cdot a \cdot v}{\pi \cdot d^4} = \Delta p_0 + R_p \cdot Q \quad (3.15)$$

Tlakový úbytek v klidu je

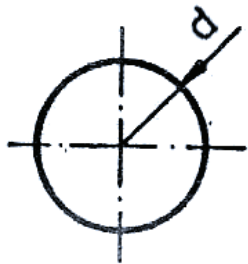
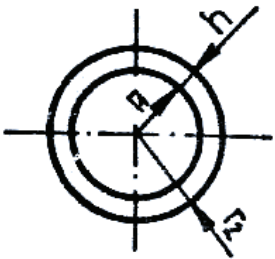
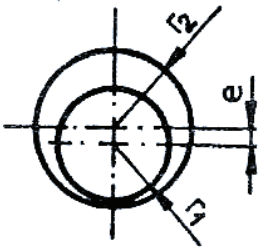
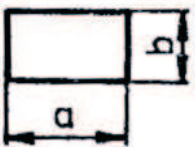
$$\Delta p_0 = \frac{4 \cdot F_N \cdot f_0}{\pi \cdot d^4} \quad (3.16)$$


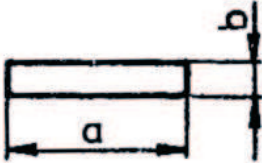
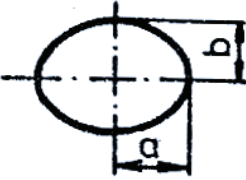

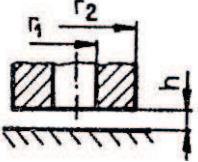
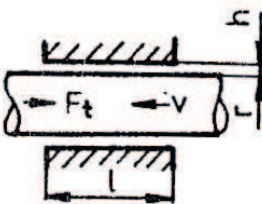
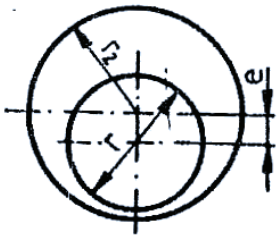
Odpor proti pohybu je tedy


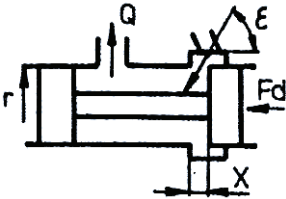

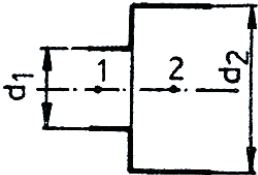
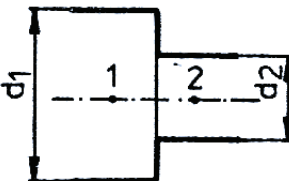
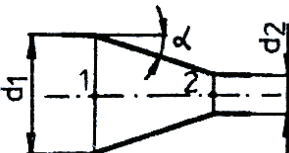
$$R_p = \frac{4 \cdot F_N \cdot a}{\pi \cdot d^4} \quad (3.17)$$

Některé druhy konstrukcí odporů proti pohybu jsou uvedeny v tab. 3.2.

Tab. 3.2 Přehled vybraných konstrukcí odporů proti pohybu [1]

Číslo odporu	Konstrukce odporu	Vyjádření odporu proti pohybu R	Poznámka
1		$\frac{128 \cdot v}{\pi \cdot d^4} \cdot l \cdot \rho ; \lambda = \frac{64}{Re}$	- laminární proud. $Re = \frac{v \cdot d}{\nu}$
		$\frac{2,528 \cdot v^{0,25}}{\pi^2 \cdot d^{5,25} \cdot \nu^{0,25}} \cdot l \cdot \rho$ $\lambda = \frac{0,316}{Re^{0,25}}$	- turbulentní proud. l - délka vedení
2		$\frac{12 \cdot v}{\pi \cdot (r_1 + r_2) \cdot h^3} \cdot l \cdot \rho$	- laminární proud. $h = r_2 - r_1$ l - délka vedení $h \ll r_1$ $l \gg h$
3		$\frac{12 \cdot v \cdot l \cdot \rho}{\pi \cdot (r_1 + r_2) \cdot h^3 \left[ 1 + 1,5 \left( \frac{e}{h} \right)^2 \right]}$	- laminární proud. $h = r_2 - r_1$ l - délka vedení $e < h$
		$\frac{12 \cdot v \cdot l \cdot \rho}{2,5 \cdot \pi \cdot (r_1 + r_2) \cdot h^3}$	- laminární proud. $e = h$
4		$\frac{12 \cdot v \cdot l \cdot \rho}{a \cdot b^3 \left[ 1 - \frac{192b}{\pi^5 a} \cdot \operatorname{tg} h \cdot \left( \frac{\pi \cdot a}{2 \cdot b} \right) \right]}$	- laminární proud.

Číslo odporu	Konstrukce odporu	Vyjádření odporu proti pohybu R	Poznámka
5		$\frac{32,2 \cdot v \cdot l \cdot \rho}{a^4}$	- laminární proud. a = b
6		$\frac{12 \cdot v \cdot l \cdot \rho}{a \cdot b^3}$	- laminární proud. a >> b
7		$\frac{4 \cdot v \cdot l \cdot \rho \cdot (a^2 + b^2)}{\pi \cdot a^3 \cdot b^3}$	- laminární proud.
8		$\frac{185 \cdot v \cdot l \cdot \rho}{a^4}$	- laminární proud.
9		$\frac{6 \cdot v \cdot \rho \cdot \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}{\pi \cdot h^3}$	- laminární proud. h << r <sub>1</sub> h << (r <sub>2</sub> - r <sub>1</sub> )
10		$\frac{2 \cdot \pi \cdot v \cdot \rho \cdot l}{S^2 \ln(1 + \psi_p)} = \frac{\pi \cdot v \cdot \rho \cdot l \cdot d}{S^2 \cdot h}$ $S = \frac{\pi \cdot d^2}{4} ; \psi_p = \frac{2h}{d}$ nebo $R = \frac{b}{S^2}$	viskózní tření pístu při postup. pohybu - laminární proud. h << r S - plocha pístu F <sub>t</sub> = S <sup>2</sup> · R · v
11		$\frac{2 \cdot \pi \cdot v \cdot \rho \cdot l \cdot d}{S^2 \cdot h \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{e}{h}\right)^2}}$ $\frac{b}{S^2} ; b - \text{experimentálně}$	viskózní tření pístu při postup. pohybu - laminární proud. h << r h = r <sub>2</sub> - r F <sub>t</sub> = b · p · v

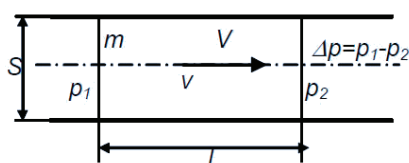
Číslo odporu	Konstrukce odporu	Vyjádření odporu proti pohybu R	Poznámka
12		$\frac{\pi \cdot d^2 \cdot \nu \cdot \rho \cdot h \cdot (1 + \varphi)^2}{\varphi \cdot (\varphi + 1)}$	viskózní tření při rotaci hřídele $h \ll r$ $\varphi = \frac{2h}{d}$ $M_t = k_\omega \cdot \omega$
13		$\frac{\rho \cdot \cos \varepsilon}{S \cdot S_x}$ $S_x = \frac{\pi \cdot d \cdot x}{2} ; S = \frac{\pi \cdot d^2}{4}$ $F_d = S^2 \cdot R_n \cdot Q^2$	Stacionární složka hydrodyn. síly působí vždy ve směru uzavírání posouvače i při změně směru průtoku - laminární proud.
14	Nelineární odpor 	$\frac{\rho}{2 \cdot S^2 \cdot \mu^2} = \frac{\rho \cdot \xi}{2 \cdot S^2}$ $\xi$ - ztrátový součinitel	- turbulentní proudění $\mu$ - průtokový souč.
15		$\frac{8 \cdot \rho}{\pi^2 \cdot d_1^4} \cdot \left[ 1 - \left( \frac{d_1}{d_2} \right)^2 \right]^2$	vztažné k bodu 1
		$\frac{8 \cdot \rho}{\pi^2 \cdot d_2^4} \cdot \left[ \left( \frac{d_2}{d_1} \right)^2 - 1 \right]^2$	vztažné k bodu 2
16		$\frac{4 \cdot \rho}{\pi^2 \cdot d_1^4} \cdot \left[ 1 - \left( \frac{d_1}{d_2} \right)^2 \right]^2$	vztažné k bodu 1
		$\frac{4 \cdot \rho}{\pi^2 \cdot d_2^4} \cdot \left[ \left( \frac{d_2}{d_1} \right)^2 - 1 \right]^2$	vztažné k bodu 2
17		$\frac{\lambda \cdot \rho}{16 \cdot \pi^2 \cdot \sin \alpha} \cdot \left[ 1 - \left( \frac{d_2}{d_1} \right)^4 \right] \cdot \frac{1}{d_1^4}$	vztažné k bodu 1 pro $\alpha < 5^\circ$

### 3.2 Odpor proti zrychlení [2][3]

Příčinou odporu proti zrychlení je setrvačnost kapaliny nebo setrvačnost pohybujících se hmotností (píst, pístnice, pružina, apod.).



Obr. 3.3 Schematická značka odporu proti zrychlení [3]



U přímočarého pohybu lze vztah pro výpočet odvodit z jednoduchého modelu, představující část přímého vedení, znázorněného na obr. 3.4. Pro zrychlení tekutiny platí známý vztah

Obr. 3.4 Odpor proti zrychlení sloupce kapaliny [3]

$$F = \Delta p \cdot S = m \cdot a = m \cdot \frac{dv}{dt} \quad (3.18)$$

pro objemový průtok platí  $Q = v \cdot S$ , a tedy pro rychlost dostaneme  $v = \frac{Q}{S}$ . Jestliže tento vztah dosadíme do rovnice (3.18), můžeme si vyjádřit tlakový spád  $\Delta p$

$$\Delta p \cdot S = \frac{m}{S} \cdot \frac{dQ}{dt} \rightarrow \Delta p = \frac{m}{S^2} \cdot \frac{dQ}{dt} = H \cdot \frac{dQ}{dt} = H \cdot \frac{d^2V}{dt^2} \quad (3.19)$$

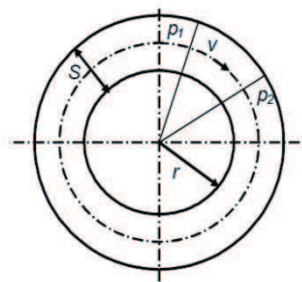
$$\text{kde } Q = \frac{dV}{dt}$$

Odpor proti zrychlení pro kapalinu v potrubí je tedy určen vztahem

$$H = \frac{m}{S^2} = \frac{l \cdot \rho}{S} \quad [\text{kg} \cdot \text{m}^{-4} ; \text{N} \cdot \text{m}^{-5} \cdot \text{s}^{-2}] \quad (3.20)$$

kde  $m$  [kg] je hmotnost tekutiny v části přenosového kanálu,  $l$  [m] je délka části přenosového kanálu,  $S$  [m<sup>2</sup>] je obsah průřezu přenosového kanálu, kolmého na směr toku tekutiny a  $\rho$  [kg · m<sup>-3</sup>] je hustota tekutiny.

V případě, že nositel energie nekoná přímočarý, ale rotační pohyb, počítá se odpor proti zrychlení obdobně.



Obr. 3.5 Odpor proti zrychlení u rotačního pohybu [3]

$$M = \Delta p \cdot \frac{V_0}{2\pi} = J \cdot \varepsilon = J \cdot \frac{d\omega}{dt} \quad (3.21)$$

kde  $J$  [ $\text{kg} \cdot \text{m}^2$ ] je moment setrvačnosti,  $\varepsilon$  [ $\text{rad} \cdot \text{s}^{-2}$ ] je úhlové zrychlení a  $\omega$  [ $\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$ ] je úhlová rychlost. Tu lze vyjádřit

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{V_0} \cdot Q \quad (3.22)$$

derivací podle času pak dostaneme vyjádření

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{2\pi}{V_0} \cdot \frac{dQ}{dt} \quad (3.23)$$

po dosazení tohoto vztahu do rovnice (3.21) si vyjádříme tlakový spád pro rotační pohyb

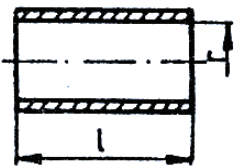
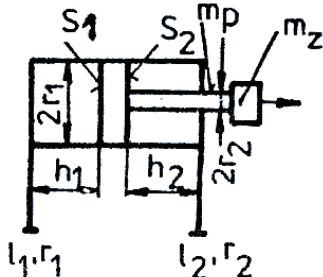
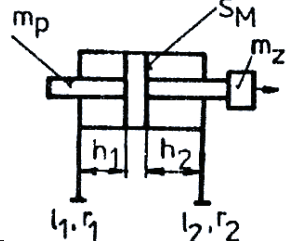
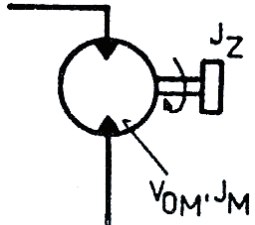
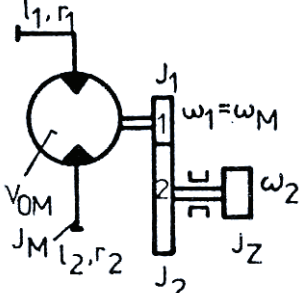
$$\Delta p \cdot \frac{V_0}{2\pi} = J \cdot \frac{2\pi}{V_0} \cdot \frac{dQ}{dt} \rightarrow \Delta p = J \cdot \left(\frac{2\pi}{V_0}\right)^2 \cdot \frac{dQ}{dt} = H \cdot \frac{dQ}{dt} \quad (3.24)$$

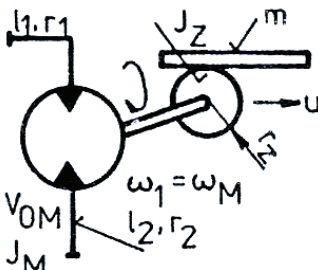
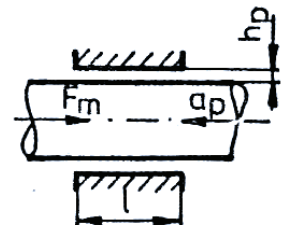
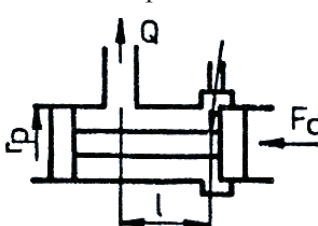
Odpor proti zrychlení je tedy určen vztahem

$$H = J \cdot \left(\frac{2\pi}{V_0}\right)^2 \quad [\text{kg} \cdot \text{m}^{-4} ; \text{N} \cdot \text{m}^{-5} \cdot \text{s}^{-2}] \quad (3.25)$$

Některé druhy konstrukcí odporů proti zrychlení jsou uvedeny v tab. 3.3.

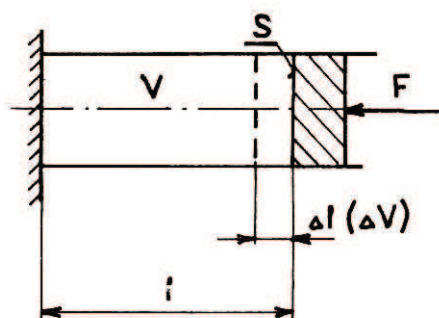
Tab. 3.3 Přehled vybraných konstrukcí odporů proti zrychlení [1]

Číslo odporu	Konstrukce odporu	Vyjádření odporu proti zrychlení $H$	Poznámka
1	Vedení kruhového průřezu 	$\frac{l \cdot \rho}{S} = \frac{4 \cdot l \cdot \rho}{\pi \cdot d^2}$	$l \ll \lambda_V$ $\lambda_V$ -vlnová délka oscilačních změn tlaku nebo průtoku $\rho$ -hustota tekutiny
2	Přímočarý motor s jednostrannou pístnicí 	$\frac{m_p + m_z + \rho(S_1 h_1 + S_2 h_2)}{S_1^2} + \frac{\rho l_1}{S_{p1}} \cdot \frac{\rho l_2}{S_{p2}} \cdot \left(\frac{S_2}{S_1}\right)^2$ $S_1 = \frac{\pi d_1^2}{4} ; S_2 = \frac{\pi(d_1^2 - d_2^2)}{4}$ $S_{p1} = \frac{\pi d_1^2}{4} ; S_{p2} = \frac{\pi d_2^2}{4}$	Uvažované s přívodním a odpadním vedením  Hmota kapaliny soustředěná na pístnici HM
3	Přímočarý motor s oboustrannou pístnicí 	$\frac{m_p + m_z}{S_M^2} + \frac{\rho(l_1 + l_2)}{S_M^2} + \rho \left( \frac{l_1}{S_1} + \frac{l_2}{S_2} \right)$ $S_M = S_1 = S_2$	Ostatní jako při konstrukci č. 2
4	Rotační motor 	$\left( \frac{2\pi}{V_{0M}} \right)^2 \cdot (J_M + J_Z)$	$V_{0M}$ -geometrický objem HM $J$ - moment setrvačnosti
5	Rotační motor s vedením 	$\left( \frac{2\pi}{V_{0M}} \right)^2 \cdot \left[ J_M + J_1 + J_2 + J_Z \left( \frac{\omega_2}{\omega_1} \right)^2 \right] + \rho \left( \frac{l_1}{S_{p1}} + \frac{l_2}{S_{p2}} \right)$	Připojený mechanický převod  Ostatní jako při konstrukci č. 4

Číslo odporu	Konstrukce odporu	Vyjádření odporu proti zrychlení $H$	Poznámka
6	Rotační motor s vedením 	$\left(\frac{2\pi}{V_{0M}}\right)^2 \cdot [J_M + J_Z + mr_z^2] + \rho \left(\frac{l_1}{S_{p1}} + \frac{l_2}{S_{p2}}\right)$	Ostatní jako při konstrukci č. 4
7	Mezikruhová mezera 	$\frac{\rho \cdot l}{S} \left[ 1 - \frac{\Psi(2 + \Psi)}{2 \cdot \ln(1 + \Psi)} - 1 \right]$ $S = \frac{\pi d^2}{4} ; \quad \Psi = \frac{2h}{d}$	Zrychlení kapaliny v mezeře  S-průřez pístu  l-délka náboje  Psi-poměrná tloušťka mezery
8	Řídící posouvač 	$\frac{\rho \cdot l}{S}$ $S = \frac{\pi d^2}{4}$	Dynamická složka hydrodynamické síly, působící vždy ve směru průtoku

### 3.3 Odpor proti deformaci [2][3]

Působením tlaku na kapalinu dochází k jejímu stlačování, a tedy ke změně objemu tohoto nositele energie. Závislost této změny vyplývá z fyzikálních vlastností kapaliny, tedy hlavně pružnosti, a na tlaku, který na ní působí. Vztah mezi těmito veličinami vychází ze známého Hookova zákona o pružné deformaci



Obr. 3.7 Působení síly na sloupec kapaliny [2]



Obr. 3.6 Schematická značka odporu proti deformaci [3]



$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l} = \frac{\sigma}{E} \quad (3.26)$$

pro sloupec kapaliny na obr. 3.7 můžeme tedy napsat

$$\frac{\Delta V}{V} = \frac{\Delta p}{K} \quad (3.27)$$

kde  $K$  [ $\text{N} \cdot \text{m}^{-2}$ ] je modul objemové pružnosti kapaliny. Nyní si opět můžeme vyjádřit tlakový úbytek a určit odpor proti deformaci

$$\Delta p = \frac{K}{V} \cdot \Delta V = D \cdot \Delta V = D \cdot \int_0^t Q dt \quad (3.28)$$

Odpor proti deformaci je tedy určen

$$D = \frac{K}{V} \quad [\text{kg} \cdot \text{m}^{-4} \cdot \text{s}^{-2} ; \text{N} \cdot \text{m}^{-5}] \quad (3.29)$$

Velikost změny objemu tekutiny při změně tlaku o  $\Delta p$  se stanoví z rovnice

$$\Delta V = \frac{V}{K} \cdot \Delta p = D^{-1} \cdot \Delta p = C \cdot \Delta p \quad (3.30)$$

kde  $C$  [ $\text{kg}^{-1} \cdot \text{m}^4 \cdot \text{s}^2 ; \text{N}^{-1} \cdot \text{m}^5$ ] je kapacita kapaliny.

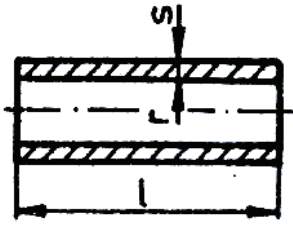
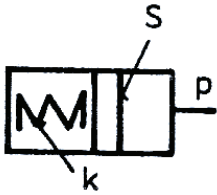
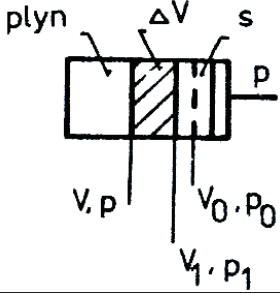
Při uvažování deformace kapaliny i deformace ocelového válce (potrubí), se vztah pro odpor proti deformaci změní na:

$$D = \frac{1}{V} \cdot \frac{K \cdot E \cdot s}{K \cdot d + E \cdot s} \quad [\text{kg} \cdot \text{m}^{-4} \cdot \text{s}^{-2}] \quad (3.31)$$

kde  $E$  [ $2,06 \cdot 10^{11} \text{ N} \cdot \text{m}^{-2}$ ] je modul pružnosti oceli v tahu nebo tlaku,  $s$  [m] je tloušťka stěny potrubí a  $d$  [m] je vnitřní průměr potrubí.

Některé typy odporů proti deformaci jsou uvedeny v tab. 3.4.

Tab. 3.4 Přehled vybraných konstrukcí odporů proti deformaci [1]

Číslo odporu	Konstrukce odporu	Vyjádření odporu proti deformaci D	Poznámka
1	Válcová nádoba 	$\frac{K}{V_0} \cdot \frac{\frac{E}{K} \cdot s}{2 \cdot r + \frac{E \cdot s}{K}}$	tenkostěnn. nádoba E-modul pružnosti materiálu vedení K-objemový modul pružnosti kapaliny
		$\frac{K}{V_0}$	Tuhá nádoba $E \rightarrow \infty$
		$\frac{D_1 \cdot D_2}{D_1 + D_2} ; D_1 = \frac{K}{V_0}$ $D_2 = 0,1 \frac{K}{V_0} \cdot \frac{\Psi(4 + \Psi)}{0,25\Psi^2 + \Psi + 1}$	Silnostěnná nádoba $V_0 = \pi \cdot r^2 \cdot l$  $\Psi = \frac{s}{r}$
2	Píst zatížený pružinou 	$\frac{k}{s^2}$	k-tuhost pružiny
3	Píst zatížený sloupcem plynu 	$\frac{p_0 V_0}{V_1^2} = \frac{p_1^2}{p_0 V_0} = \frac{p_1}{V_1}$	izotermická změna
		jestliže $\Delta V \ll V_0 \rightarrow \frac{p_1}{V_0}$	
		$\frac{n \cdot p_1}{V_1} \cdot \frac{n \cdot p_1^{\frac{n+1}{n}}}{p_0^{1/n} \cdot V_0} \cdot \frac{n \cdot p_0 \cdot V^n}{V_1^{n+1}}$	adiabatická změna $n=1,4$
4	Směs vzduchu a oleje	$\frac{1}{V_Z} \cdot \frac{K \cdot n \cdot p}{n \cdot p + \varphi(K - n \cdot p)}$ <p>Pro olej OTH 3 PND 23 - 107 - 71 <math>K_d = 1710\text{MPa}</math> - adiab. změna <math>K_s = 1460\text{MPa}</math> - izoter. změna</p>	izotermická změna $n=1$ $\varphi$ -objemová konst. $K_d$ -dynamický objemový modul pružnosti $K_s$ -statický objemový modul pružnosti

### 3.4 Časové konstanty odporů [1]

Jestliže porovnáme jednotlivé lineární odpory a jejich velikosti, vidíme, že se odlišují jen v rozměru času. Pak i poměrné hodnoty odporů budou například:

$$\frac{R}{D} ; \frac{H}{R} \text{ resp. } \frac{H}{D}$$

Tyto poměry nazýváme časovými konstantami, které představují čas, za který přestoupí energie z jednoho typu odporu na druhý.

Pro přenosový kanál kruhového průřezu jsou časové konstanty

$$T_1 = \frac{H}{R} = \frac{d^2}{32 \cdot \nu} \quad (3.32)$$

$$T_2^2 = \frac{H}{D} = \frac{l^2 \cdot \rho}{K} \quad (3.33)$$

$$\frac{T_2^2}{T_1} = \frac{32 \cdot l^2 \cdot \eta}{d^2 \cdot K} \quad (3.34)$$

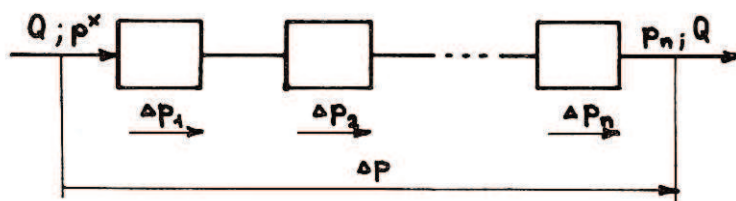
Jestliže je nositelem energie kapalina, pak se časová konstanta  $T_1$  nazývá mechanická časová konstanta a  $T_2$  hydraulická časová konstanta.

### 3.5 Zapojení odporů [2][5]

Odpory se v tekutinových mechanismech při přenosu energie řadí za sebou, vedle sebe, nebo se řazení kombinuje. Mohou se řadit jak odpory stejného druhu, tak odpory různého druhu. Při zkoumání řetězce několika odporů řešíme nejprve problém náhrady jedním ekvivalentním odporem. Při řazení odporů stejného druhu vede řešení v algebraické rovnice. Při řazení různých odporů je řešení z diferenciální rovnice nemožné, ale může být symbolicky určeno např. z Laplaceovy transformace.

#### 3.5.1 Sériové řazení odporů stejného druhu

Podmínka pro ekvivalentní odpor při sériovém řazení odporů stejného druhu je taková, že celkový tlakový úbytek na sledovaném řetězci je roven součtu tlakových úbytků na jednotlivých odporech. Schéma sériového řazení odporů je vidět na obr. 3.8.



Obr. 3.8 Sériové zapojení odporů [2]

Pro hodnotu celkového tlakového úbytku pak platí

$$\Delta p = \sum_{i=1}^n \Delta p_i \quad (3.35)$$

Ekvivalentní odpor proti zrychlení  $H_e$  je dán

$$\Delta p_i = H_i \cdot \frac{dQ}{dt}$$

$$\Delta p = \sum_{i=1}^n H_i \cdot \frac{dQ}{dt} = \frac{dQ}{dt} \cdot \sum_{i=1}^n H_i = H_e \cdot \frac{dQ}{dt} \quad (3.36)$$

$$H_e = \sum_{i=1}^n H_i \quad (3.37)$$

Ekvivalentní odpor proti pohybu  $R_e$  je dán

$$\Delta p_i = R_i \cdot Q$$

$$\Delta p = \sum_{i=1}^n R_i \cdot Q = Q \cdot \sum_{i=1}^n R_i = R_e \cdot Q \quad (3.38)$$

$$R_e = \sum_{i=1}^n R_i \quad (3.39)$$

Ekvivalentní odpor proti deformaci  $D_e$  je dán

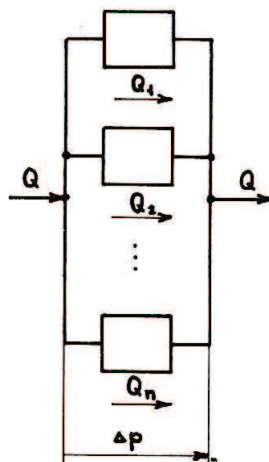
$$\Delta p_i = D_i \int Q \cdot dt$$

$$\Delta p = \sum_{i=1}^n D_i \int Q \cdot dt = \left( \int Q \cdot dt \right) \cdot \sum_{i=1}^n D_i = D_e \int Q \cdot dt \quad (3.40)$$

$$D_e = \sum_{i=1}^n D_i \quad (3.41)$$

### 3.5.2 Paralelní řazení odporů stejného druhu

Na rozdíl od sériového řazení odporů je u paralelního řazení tlakový úbytek na všech jeho větvích, a tedy na všech odporech, stejný. Pro ekvivalentní odpor pro odpory stejného druhu se vychází z podmínky, která udává, že celkový průtok řetězcem je dán součtem průtoků jednotlivými odpory. Schéma paralelního zapojení lze vidět na obr. 3.9.



Obr. 3.9 Paralelní řazení odporů [2]

Pro hodnotu celkového průtoku pak platí

$$Q = \sum_{i=1}^n Q_i \quad (3.42)$$

Ekvivalentní odpor proti zrychlení  $H_e$  je dán

$$Q_i = \frac{1}{H_i} \int \Delta p \cdot dt$$
$$Q = \sum_{i=1}^n \frac{1}{H_i} \int \Delta p \cdot dt = \int \Delta p \cdot dt \cdot \sum_{i=1}^n \frac{1}{H_i} = \frac{1}{H_e} \int \Delta p \cdot dt \quad (3.43)$$

$$\frac{1}{H_e} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{H_i} \quad (3.44)$$

Ekvivalentní odpor proti pohybu  $R_e$  je dán

$$Q_i = \frac{\Delta p}{R_i}$$
$$Q = \sum_{i=1}^n \frac{\Delta p}{R_i} = \Delta p \cdot \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i} = \frac{\Delta p}{R_e} \quad (3.45)$$

$$\frac{1}{R_e} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i} \quad (3.46)$$

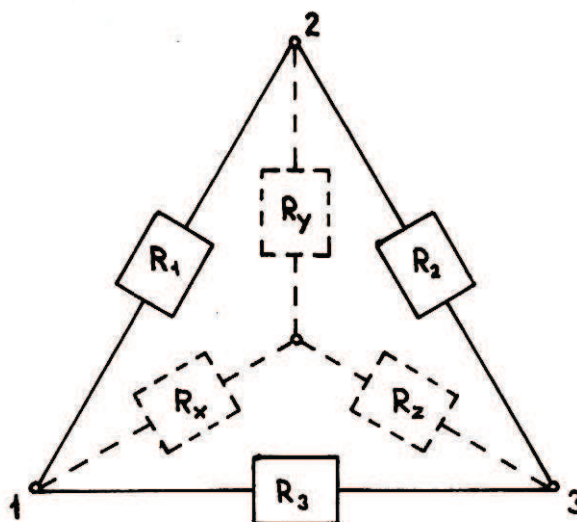
Ekvivalentní odpor proti deformaci  $D_e$  je dán

$$Q_i = \frac{1}{D_i} \cdot \frac{d\Delta p}{dt}$$
$$Q = \sum_{i=1}^n \frac{1}{D_i} \cdot \frac{d\Delta p}{dt} = \frac{d\Delta p}{dt} \cdot \sum_{i=1}^n \frac{1}{D_i} = \frac{1}{D_e} \cdot \frac{d\Delta p}{dt} \quad (3.47)$$

$$\frac{1}{D_e} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{D_i} \quad (3.48)$$

### 3.5.3 Převod zapojení trojúhelníkového na zapojení do hvězdy

Při řešení některých obvodů nelze přímo, uvedenými postupy, určit výsledný odpor. Je tedy nutné dané zapojení převést na takové zapojení, kde je možné využít vtahy pro paralelní a sériové zapojení odporů. Převod ze zapojení do trojúhelníka na zapojení do hvězdy (obr. 3.10) je často využíváno v praxi. Snahou je tedy nahradit odpory  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$  odpory  $R_x$ ,  $R_y$ ,  $R_z$ , které jsou zapojené do hvězdy. Výsledné odpory mezi body 1, 2, 3 ( $R_{12}$ ,  $R_{23}$ ,  $R_{13}$ ) musí zůstat totožné.



Obr. 3.10 Zapojení odporů do hvězdy [2]

Pro jednotlivé odpory mezi body 1, 2 a 3 platí

$$R_{12} = \frac{R_1 \cdot (R_2 + R_3)}{R_1 + R_2 + R_3} = R_x + R_y \quad (3.49)$$

$$R_{23} = \frac{R_2 \cdot (R_1 + R_3)}{R_1 + R_2 + R_3} = R_y + R_z \quad (3.50)$$

$$R_{13} = \frac{R_3 \cdot (R_1 + R_2)}{R_1 + R_2 + R_3} = R_x + R_z \quad (3.51)$$

Z těchto rovnic lze pak určit velikosti ekvivalentních odporů

$$R_x = \frac{R_1 \cdot R_3}{R_1 + R_2 + R_3} \quad (3.52)$$

$$R_y = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2 + R_3} \quad (3.53)$$

$$R_z = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_1 + R_2 + R_3} \quad (3.54)$$

V případě opačného postupu, tj. jestliže jsou odpory  $R_x$ ,  $R_y$ ,  $R_z$  zapojené do hvězdy a převádíme je do trojúhelníkového zapojení, vypočítáme ekvivalentní odpory dle následujících vztahů

$$R_1 = R_x + R_y + \frac{R_x \cdot R_y}{R_z} \quad (3.55)$$

$$R_2 = R_y + R_z + \frac{R_y \cdot R_z}{R_x} \quad (3.56)$$

$$R_3 = R_x + R_z + \frac{R_x \cdot R_z}{R_y} \quad (3.57)$$

### 3.5.4 Řešení řetězců odporů různého druhu

Při řešení spojení několika odporů různého druhu se vychází z obdobného způsobu, jako při řešení odporů stejného druhu. Tedy pro sériové zapojení se snažíme určit sumu všech tlakových úbytků na odporech, při konstantním průtoku, a na paralelním zapojení naopak celkový průtok všemi dílčími odpory při konstantním tlakovém úbytku na každém z nich.

Existují čtyři základní kombinace zapojení různých druhů odporů, a to:

H	-	R
H	-	D
R	-	D
H	-	R - D

Při kombinaci odporů do série dostaneme:

- a) Spojení odporů proti zrychlení a odporů proti pohybu (H - R):



$$\Delta p = \Delta p_H + \Delta p_R = H \cdot \frac{dQ}{dt} + R \cdot Q \rightarrow \frac{dQ}{dt} + \frac{R}{H} \cdot Q = \frac{\Delta p}{H} \quad (3.58)$$

b) Spojení odporů proti zrychlení a odporů proti deformaci (H - D):

$$\Delta p = \Delta p_H + \Delta p_D = H \cdot \frac{dQ}{dt} + D \int Q \cdot dt \rightarrow \frac{d^2 Q}{dt^2} + \frac{D}{H} \cdot Q = \frac{1}{H} \cdot \frac{d\Delta p}{dt} \quad (3.59)$$

c) Spojení odporů proti pohybu a odporů proti deformaci (R - D):

$$\Delta p = \Delta p_R + \Delta p_D = R \cdot Q + D \int Q \cdot dt \rightarrow \frac{dQ}{dt} + \frac{D}{R} \cdot Q = \frac{1}{R} \cdot \frac{d\Delta p}{dt} \quad (3.60)$$

d) Spojení odporů proti zrychlení, pohybu i deformaci (H - R - D):

$$\begin{aligned} \Delta p = \Delta p_H + \Delta p_R + \Delta p_D &= H \cdot \frac{dQ}{dt} + R \cdot Q + D \int Q \cdot dt \\ &\rightarrow \frac{d^2 Q}{dt^2} + \frac{R}{H} \cdot \frac{dQ}{dt} + \frac{D}{H} \cdot Q = \frac{1}{H} \cdot \frac{d\Delta p}{dt} \end{aligned} \quad (3.61)$$

Při kombinaci odporů paralelně dostaneme:

a) Spojení odporů proti zrychlení a odporů proti pohybu (H - R):

$$Q = Q_H + Q_R = \frac{1}{H} \cdot \int \Delta p \cdot dt + \frac{1}{R} \cdot \Delta p \rightarrow \frac{d\Delta p}{dt} + \frac{R}{H} \cdot \Delta p = R \cdot \frac{dQ}{dt} \quad (3.62)$$

b) Spojení odporů proti zrychlení a odporů proti deformaci (H - D):

$$\begin{aligned} Q = Q_H + Q_D &= \frac{1}{H} \cdot \int \Delta p \cdot dt + \frac{1}{D} \cdot \frac{d\Delta p}{dt} \rightarrow \frac{d^2 \Delta p}{dt^2} + \frac{D}{H} \cdot \Delta p \\ &= D \cdot \frac{dQ}{dt} \end{aligned} \quad (3.63)$$

c) Spojení odporů proti pohybu a odporů proti deformaci (R - D):

$$Q = Q_R + Q_D = \frac{1}{R} \cdot \Delta p + \frac{1}{D} \cdot \frac{d\Delta p}{dt} \rightarrow \frac{d\Delta p}{dt} + \frac{D}{R} \cdot \Delta p = D \cdot Q \quad (3.64)$$

d) Spojení odporů proti zrychlení, pohybu i deformaci (H - R - D):

$$\begin{aligned}
Q &= Q_H + Q_R + Q_D = \frac{1}{H} \cdot \int \Delta p \cdot dt + \frac{1}{R} \cdot \Delta p + \frac{1}{D} \cdot \frac{d\Delta p}{dt} \\
&\rightarrow \frac{d^2 \Delta p}{dt^2} + \frac{D}{R} \cdot \frac{d\Delta p}{dt} + \frac{D}{H} \cdot \Delta p = D \cdot \frac{dQ}{dt}
\end{aligned}
\tag{3.65}$$

### 3.6 Odporové síť

Každý prvek tekutinového mechanismu, stejně jako celý mechanismus, lze charakterizovat jako sérioparalelní zapojení odporů. Takové seskupení odporů se nazývá odporová síť. Odporovou síť si můžeme představit jako schéma elektrického obvodu s uzavřenými smyčkami a uzly. V případě elektrických obvodů platí pro jednotlivé uzly resp. smyčky první resp. druhý Kirchhoffův zákon. Pro odporové síť je postup obdobný:

- 1) Součet průtoků vstupujících a vystupujících z jednoho uzlu je roven nule:

$$\sum_{i=1}^n Q_i = 0 \tag{3.66}$$

- 2) Součet tlakových úbytků na prvcích v jedné smyčce je nulový:

$$\sum_{j=1}^m \Delta p_j = 0 \tag{3.67}$$

## 4 ROZBOR ODPORŮ R, H

### 4.1 Odpor proti pohybu

Pro závislost tlakového úbytku na průtoku je dána rovnice (3.2):

$$\Delta p = R \cdot Q^n$$

V případě, že se jedná o závislost při laminárním proudění, musí být splněny tyto podmínky:

1. Reynoldsovo číslo  $Re < Re_k$ , kde kritické Reynoldsovo číslo  $Re_k = 2320$ . Protože je průtok závislý na rychlosti proudící kapaliny a ta je zase závislá na Reynoldsově čísle, musí být splněno:

$$Q = \frac{v}{S} ; \quad v < \frac{Re_k \cdot v}{d} = \frac{2320 \cdot v}{d}$$

2. Exponent  $n$  je roven 1

Vyjádření odporu proti pohybu pro délkové ztráty plyne z rovnice (3.10):

$$R = \frac{128 \cdot v}{\pi \cdot d^4} \cdot l \cdot \rho$$

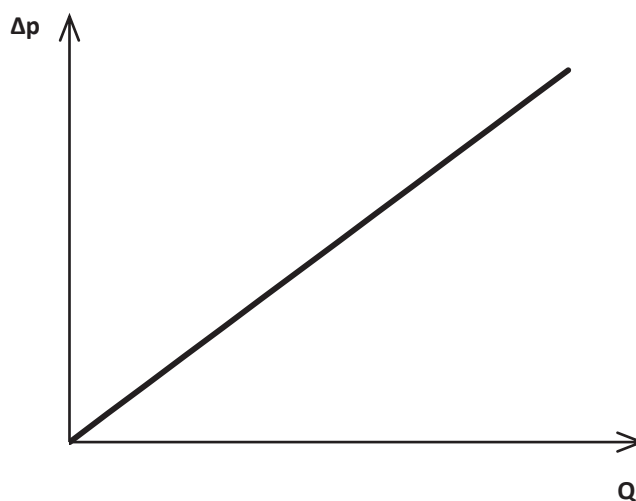
Jak lze vidět, zde  $R$  závisí na viskozitě a hustotě kapaliny, a na průměru a délce potrubí. Lze předpokládat, že všechny tyto veličiny zůstanou konstantní (v případě, že neuvažujeme měnící se teplotu pracovní kapaliny). Pak i odpor  $R$  bude konstantní.

Vyjádření odporu proti pohybu pro místní ztráty je:

$$R = \frac{\rho \cdot \xi}{2 \cdot S^2} \quad (4.1)$$

$S$  je obecný průtočný průřez, platí tedy i pro nekruhový. Součinitel místního odporu  $\xi$  zde není obecnou konstantou a může se tedy měnit v závislosti na změně průtoku. V takovém případě již závislost tlakového úbytku na průtoku nemusí být lineární, a tedy proudění bude ve většině případech turbulentní. Takovou změnu může způsobit například závislost průtoku na poloze šoupátka, kde může platit  $Q = k \cdot x \cdot \sqrt{\Delta p}$ , kde  $x$  je posunutí a  $k$  konstanta, která zahrnuje vliv geometrie šoupátka.

Zjednodušeně pro laminární proudění, jestliže uvažujeme  $R$  konstantní, je závislost tlakového úbytku přímo úměrná průtoku, a tedy průběh funkce je lineární, jak lze vidět v grafu na obr. 4.1.

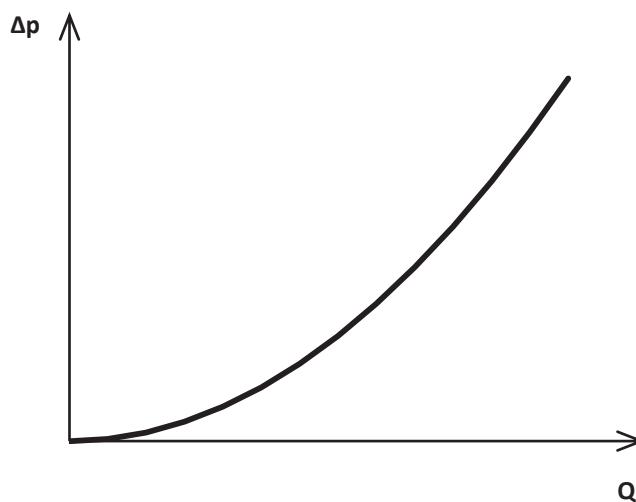


Obr. 4.1 Závislost tlakového úbytku na průtoku při laminárním proudění

Jestliže je zkoumána závislost při turbulentním proudění, je nutné splnit tyto podmínky:

1. Reynoldsovo číslo  $Re \geq Re_k$ , a tedy i rychlost  $v \geq \frac{Re_k \cdot v}{d} = \frac{2320 \cdot v}{d}$
2. Exponent  $n$  je roven 2

Jedná se tedy o kvadratickou funkci, jejíž průběh je znázorněn v grafu na obr. 4.2.



Obr. 4.2 Závislost tlakového úbytku na průtoku při turbulentním proudění

## 4.2 Odpor proti zrychlení

Pro závislost tlakového úbytku na průtoku je dána rovnice (3.19):

$$\Delta p = H \cdot \frac{dQ}{dt}$$

Tlakový úbytek je zde přímo závislý na časové změně průtoku. Odpor proti zrychlení  $H$  je vyjádřen rovnicí (3.20):

$$H = \frac{m}{S^2} = \frac{l \cdot \rho}{S}$$

Jak lze vidět, samotný odpor závisí pouze na konstantních veličinách, jako je délka, hustota a průřez. Nebude mít tedy žádný vliv na průběh závislosti tlakového úbytku na průtoku.

Pro určení závislosti tlakového úbytku na průtoku je nutné znát časovou závislost průtoku hydrogenerátoru. Jako příklad lze uvést radiální pístový hydrogenerátor. Pro dráhu jednoho pístku platí vztah [6]

$$x = e + R - \left( e \cdot \cos \omega t + \sqrt{R^2 - e^2 \cdot \sin^2 \omega t} \right) \quad (4.2)$$

derivací dráhy podle času a následnou úpravou získáme rychlost jednoho pístku

$$v = \frac{dx}{dt} = \omega \cdot e \cdot \left( \sin \omega t + \frac{e \cdot \sin \omega t \cdot \cos \omega t}{\sqrt{R^2 - e^2 \cdot \sin^2 \omega t}} \right) \quad (4.3)$$

průtok je dán součinem rychlosti a průřezu

$$Q = v \cdot S = \omega \cdot e \cdot \left( \sin \omega t + \frac{e \cdot \sin \omega t \cdot \cos \omega t}{\sqrt{R^2 - e^2 \cdot \sin^2 \omega t}} \right) \cdot S \quad (4.4)$$

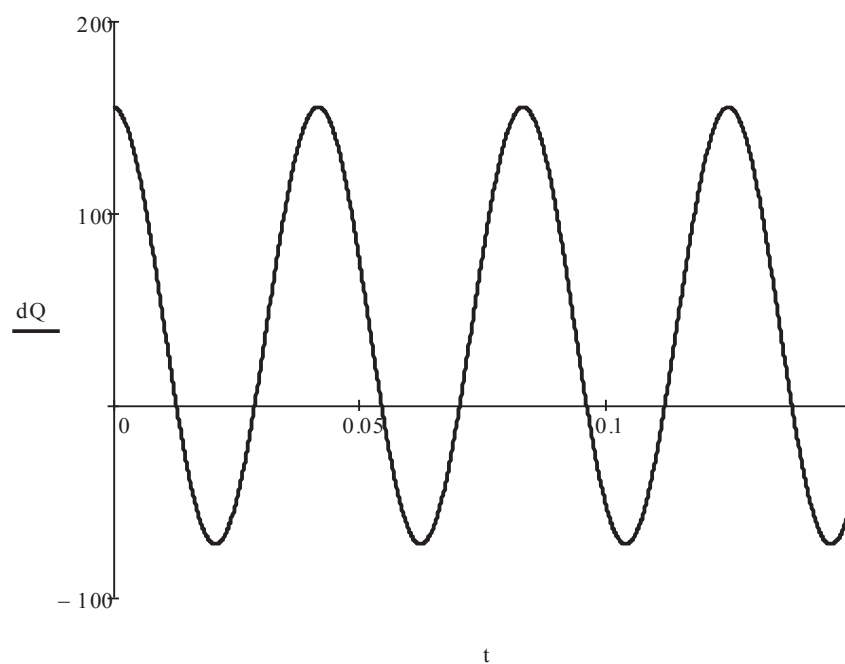
derivace průtoku za čas je následně dána vztahem

$$\frac{dQ}{dt} = S \cdot \omega \cdot e \cdot \left[ \omega \cdot \sin(\omega t) + \frac{e \cdot \left( \sqrt{R^2 - e^2 \cdot \sin^2(\omega t)} \cdot (\omega \cdot \cos^2(\omega t) - \omega \cdot \sin^2(\omega t)) + \frac{\omega e^2 \cos^2(\omega t) \sin^2(\omega t)}{\sqrt{R^2 - e^2 \cdot \sin^2(\omega t)}} \right)}{R^2 - e^2 \cdot \sin^2(\omega t)} \right] \quad (4.5)$$

nyin lze zvolit konstanty a vykreslit průběh do grafu (obr. ) pro  $t=0..0,15s$

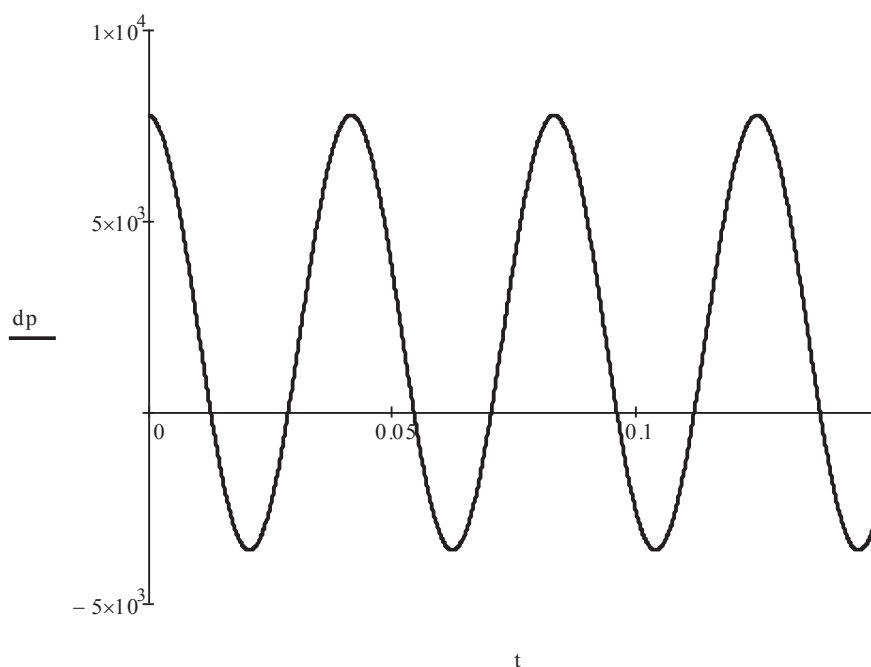
Excentricita	$e$	mm	5
Poloměr oběžné dráhy	$R$	mm	100
Úhlová rychlost	$\omega$	rad · s <sup>-1</sup>	150

Tab. 4.1 Vstupní hodnoty radiálního pístového hydrogenerátoru



Obr. 4.3 Závislost průtoku na čase radiálního pístového hydrogenerátoru

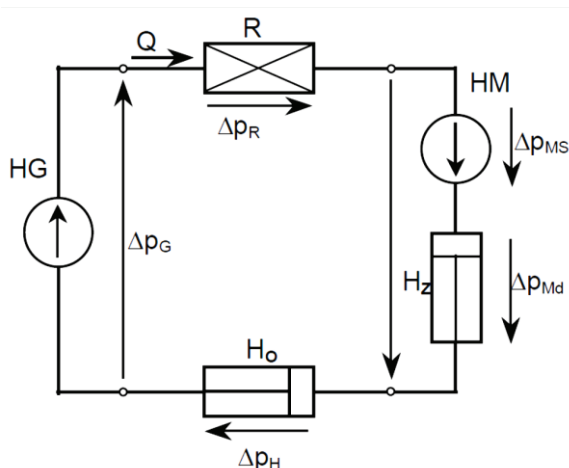
tlakový úbytek je přímo úměrný časové změně průtoku, pouze navýšený o hodnotu odporu proti zrychlení  $H$  z rovnice (3.20). Průběh této závislosti je na obr. 4.4.



Obr. 4.4 Závislost tlakového úbytku na čase radiálního pístového hydrogenerátoru

## 5 ROZBĚH HYDRAULICKÉHO MECHANISMU [5]

Jako příklad užití odporů v soustavě hydraulického systému lze uvést obvod při rozběhu hydraulického mechanismu. Zjednodušeně tato soustava obsahuje hydrogenerátor, který dodává pracovní kapalině energii, a hydromotor, který energii spotřebovává. Pro zařazení odporů R a H do soustavy se využívá tzv. náhradní schéma, které lze vidět na obr. 5.1.



Obr. 5.1 Náhradní schéma hydraulického obvodu [5]

HG - hydrogenerátor

HM - hydromotor

R - Odpor proti pohybu

H<sub>O</sub> - Celkový odpor proti zrychlení

H<sub>Z</sub> - Odpor proti zrychlení posuvných nebo rotačních hmot hydromotoru

$\Delta p_G$  - Zdroj konstantního tlaku

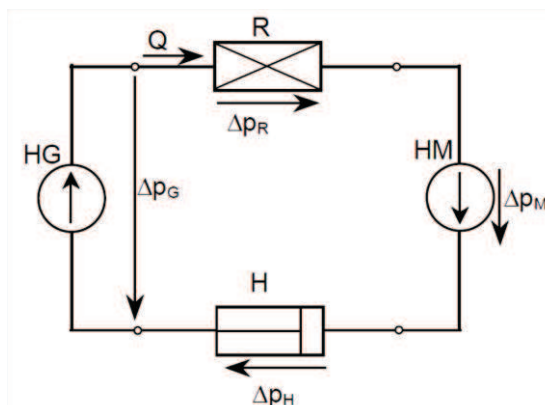
$\Delta p_R$  - Tlakový úbytek na odporu R

$\Delta p_H$  - Tlakový úbytek na odporu H

$\Delta p_{MS}$  - Tlakový úbytek, připadající na ideální spotřebič tlakové energie

$\Delta p_{Md}$  - Tlakový úbytek, potřebný pro překonání odporu H<sub>Z</sub>

Hydrogenerátor pracuje jako zdroj konstantního tlaku. Tento tlak je snižován tlakovými úbytky na odporech R, H a na hydromotoru, kde se tlaková energie přeměňuje na mechanickou práci dodávanou stroji (do náhradního schématu zakreslíme jako ideální spotřebič s tlakovým úbytkem  $\Delta p_{MS}$ ) a na kinetickou energii urychlovaných hmot (v náhradním schématu jako odpor proti zrychlení H<sub>Z</sub> s tlakovým úbytkem  $\Delta p_{Md}$ ). Odpory R a H a jejich poměr (časová konstanta) nastavuje strmost průběhu a tedy rychlejší, nebo naopak pomalejší rozběh hydromotoru. Odpory H<sub>O</sub> a H<sub>Z</sub> jsou zapojeny sériově a lze je, pro zjednodušení, sečíst ( $H = H_O + H_Z$ ). Takto zjednodušené schéma je znázorněno na obr. 5.2.



Obr. 5.2 Zjednodušené náhradní schéma hydraulického obvodu [5]

Pro rozběh dle hydraulického obvodu na obr. 5.2 využijeme vztahu (3.67) pro součet tlakových úbytků v uzavřené smyčce.

$$\Delta p_G - \Delta p_R - \Delta p_M - \Delta p_H = 0 \quad (5.1)$$

Dosazení rovnice (3.2) za  $\Delta p_R$  a rovnice (3.19) za  $\Delta p_H$  dostaneme

$$\Delta p_G - \Delta p_M = R \cdot Q^n + H \cdot \frac{dQ}{dt} \quad (5.2)$$

Pro laminární proudění ( $n=1$ ) lze rovnici přepsat do tvaru

$$\frac{dQ}{dt} + \frac{R}{H} \cdot Q = \frac{1}{H} \cdot (\Delta p_G - \Delta p_M) \quad (5.3)$$

Tuto diferenciální rovnici poté řešíme pomocí homogenního a partikulárního integrálu. Homogenní integrál řešíme bez pravé strany

$$\frac{dQ}{dt} + \frac{R}{H} \cdot Q = 0$$

rovnici vhodně upravíme a poté integrujeme

$$\int_{Q_0}^Q \frac{dQ}{Q} = - \int_0^t \frac{R}{H} \cdot dt \rightarrow \ln Q - \ln Q_0 = -\frac{R}{H} \cdot t$$

pomocí exponenciální funkce se zbavíme logaritmů a získáme homogenní řešení

$$e^{\ln Q} - e^{\ln Q_0} = e^{-\frac{R}{H}t} \rightarrow Q_H = Q_0 \cdot e^{-\frac{R}{H}t}$$

Partikulární integrál předpokládáme ve tvaru obdobném, jako homogenní řešení

$$Q_P = K_1 + K_2 \cdot e^{-\frac{R}{H}t}$$

Výsledné řešení je dáno součtem partikulárního a homogenního řešení

$$Q = Q_P + Q_H = K_1 + (Q_0 + K_2) \cdot e^{-\frac{R}{H}t} \quad (5.4)$$

dosazením okrajových podmínek (pro  $t=0$  je  $Q=Q_0$ ) do rovnice (5.4) zjistíme



integrační konstanty  $K_1$  a  $K_2$

$$Q_0 = K_1 + Q_0 + K_2 \rightarrow K_2 = -K_1$$

rovnici (5.4) lze přepsat do tvaru

$$Q = K_1 + (Q_0 - K_1) \cdot e^{-\frac{R}{H}t} \quad (5.5)$$

rovnici (5.5) následně zderivujeme podle času a za  $\frac{dQ}{dt}$  dosadíme z rovnice (5.3)

$$\frac{dQ}{dt} = -\frac{R}{H} \cdot (Q_0 - K_1) \cdot e^{-\frac{R}{H}t} = -\frac{R}{H} \cdot Q + \frac{1}{H} \cdot (\Delta p_G - \Delta p_M) \quad (5.6)$$

dosazením rovnice (5.5) do rovnice (5.6) a následnou úpravou dostaneme

$$K_1 = \frac{1}{R} \cdot (\Delta p_G - \Delta p_M)$$

zavedením časové konstanty  $T = \frac{H}{R}$  a dosazením do rovnice (5.5) získáme rovnici závislosti průtoku  $Q$  na čase  $t$  při rozběhu hydraulického mechanismu

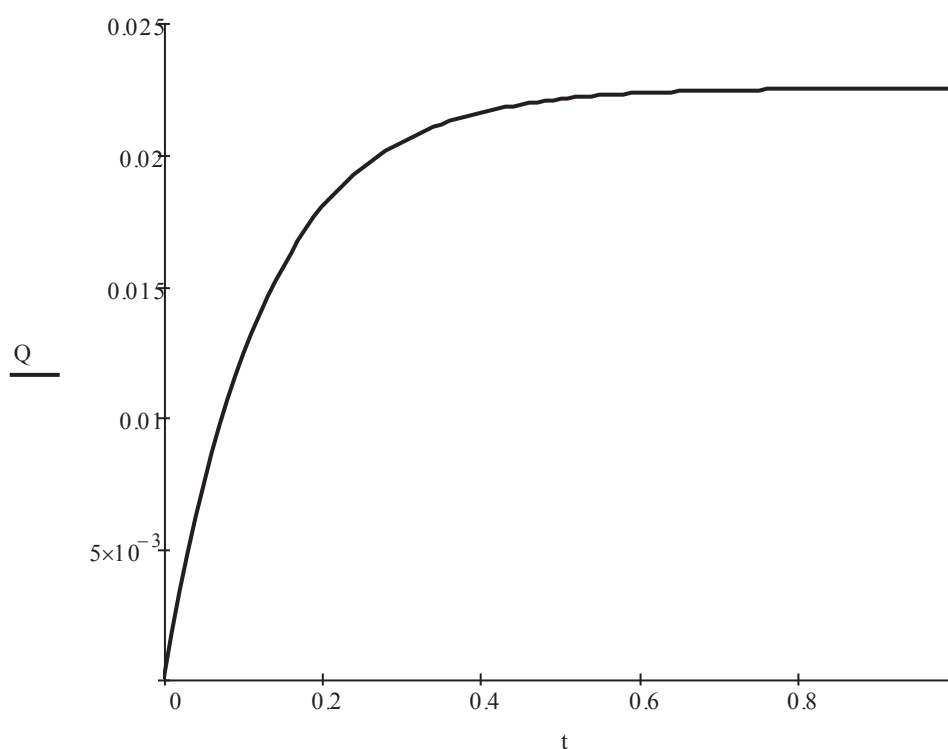
$$Q = \frac{1}{R} \cdot (\Delta p_G - \Delta p_M) \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{T}}\right) + Q_0 \cdot e^{-\frac{t}{T}} \quad (5.7)$$

Nyní lze zvolit vstupní hodnoty pro daný hydraulický obvod:

Tab. 5.1 Vstupní hodnoty hydraulického mechanismu

$\Delta p_G$	[MPa]	10
$\Delta p_M$	[MPa]	1
$H$	[N · m <sup>-5</sup> · s <sup>2</sup> ]	$5 \cdot 10^7$
$R$	[N · m <sup>-5</sup> · s]	$4 \cdot 10^8$
$t$	[s]	0..1 ; krok 0,1

Dosazením vstupních hodnot z tab. 5.1 do rovnice 5.7 získáme průběh rozběhu hydromotoru pro konkrétní případ. Tento průběh je vyneseno do grafu na obr. 5.3



Obr. 5.3 Závislost  $Q$  na  $t$  při rozběhu hydromotoru

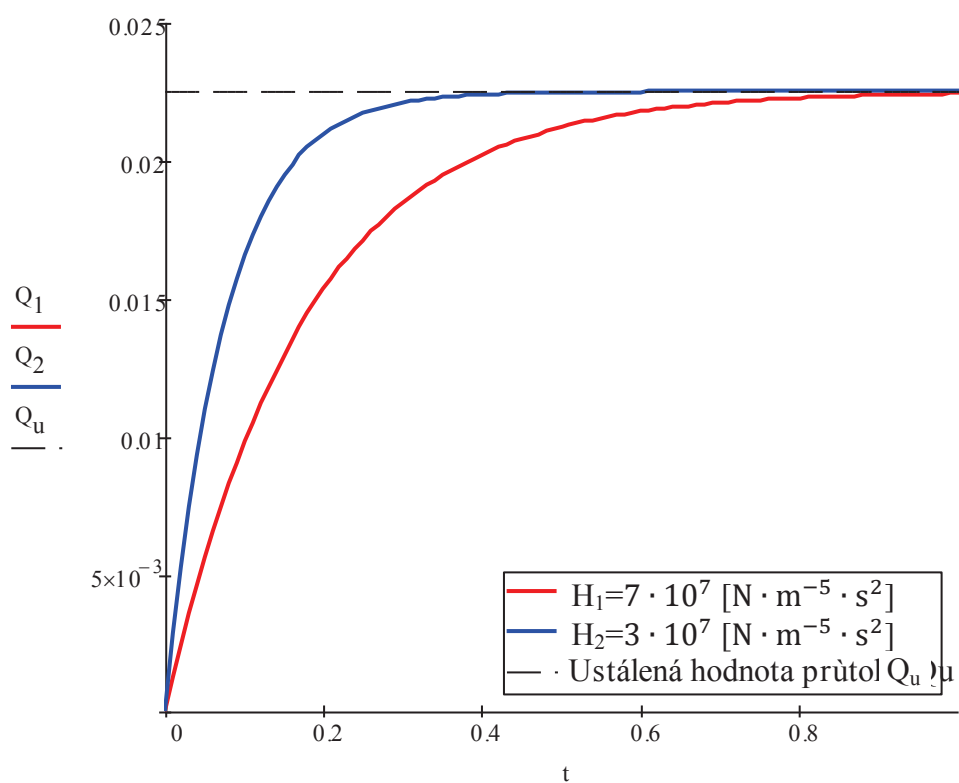
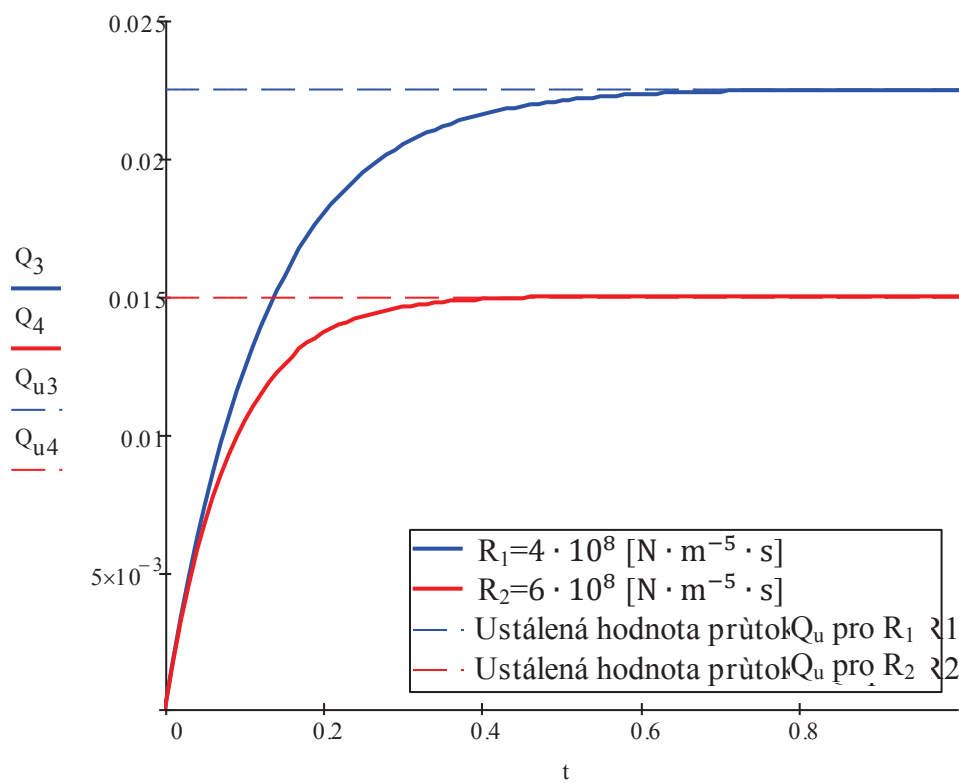
Časová konstanta  $T$  má zde význam, který určuje její velikostí sklon (strmost) průběhu rozběhu v počátku. Je dána poměrem odporu proti zrychlení a odporu proti pohybu, nebo jí lze určit geometricky z grafu průběhu

$$T = \frac{H}{R} = \frac{Q_u}{\tan \alpha}$$

kde  $Q_u$  je ustálená hodnota průtoku a  $\alpha$  úhel sklonu průběhu. Pro ustálený průtok se čas  $t$  blíží k nekonečnu a rovnice (5.7) pak přechází do vztahu

$$Q_u = \frac{1}{R} \cdot (\Delta p_G - \Delta p_M) \quad (5.8)$$

Vliv velikosti odporu  $H$  na průběh rozběhu hydromotoru je patrný v grafu na obr. 5.4. Vliv velikosti odporu  $R$  pak na obr. 5.5.

Obr. 5.4 Průběh rozběhu pro změněné hodnoty odporu  $H$ Obr. 5.5 Průběh rozběhu pro změněné hodnoty odporu  $R$

## 6 ZÁVĚR

Tato bakalářská práce byla zaměřena na problematiku, týkající se modelování hydraulických systémů. Byla rozebrána základní skladba takového systému, analogie hydraulických veličin na elektrické, pomocí kterých poté vyplynuly odpory, působící při přenosu energie. Byly zde také definovány velikosti těchto odporů, a to odporu proti pohybu, odporu proti zrychlení a odporu proti deformaci, dále pak tlakové úbytky v závislosti na průtoku na jednotlivých odporech. Odpor proti pohybu a odpor proti zrychlení byly následně rozebrány a vykresleny do grafů. Z grafů na obr. 4.1 a obr. 4.2 je patrné, že pro laminární proudění odporem proti pohybu je závislost tlakového úbytku na průtoku lineární, pro turbulentní proudění pak kvadratická. Pro rozbor odporu proti zrychlení je nutné znát časovou závislost průtoku. Byl tedy zvolen radiální pístový hydrogenerátor, pro něhož se zjistila závislost průtoku na čase pro jeden píst, která byla následně zakreslena do grafu na obr. 4.3. Samotná závislost tlakového úbytku je pak na obr. 4.4. Práce se dále zmiňuje o řazení odporů sériově, paralelně a kombinovaně, a byly odvozeny potřebné vztahy pro určení ekvivalentních odporů. Byly zmíněny pravidla pro výpočet odporových sítí, tedy uzavřených smyček. Nakonec byla provedena demonstrace užití odporů v praxi, a to na jednoduchém hydraulickém obvodu, který představoval rozběh hydromotoru. Byla vypočtena obecná rovnice závislosti průtoku na čase, pomocí které, a zvolených konstant, se vykreslil průběh rozběhu hydraulického motoru. Dále bylo vysvětleno, jaký vliv na rozběh má časová konstanta a její fyzikální význam. V závěru bylo znázorněno, jak se mění průběh rozběhu, v případě, že budou změněny některé vstupní parametry. Jak lze vidět z grafů z obr. 5.4 a obr. 5.5, velikost odporu proti zrychlení  $H$  má zásadní vliv na rychlost rozběhu hydromotoru. Čím větší je tato hodnota, tím pomaleji roste průtok. Velikost odporu proti pohybu  $R$  určuje velikost ustálené hodnoty průtoku  $Q_u$ , ale má také vliv na rychlost rozběhu mechanismu. Čím větší je tato hodnota, tím je ustálená hodnota průtoku menší a rychlost rozběhu nižší.

## LITERATURA

- [1] ŠEBESTA, S., TURZA, J. *Teória tekutinových mechanizmov*. 1. vyd. Bratislava: ES SVŠT, 1989. 124 s. ISBN 80-227-0120-3
- [2] VOSTROVSKÝ, J. *Hydraulické a pneumatické mechanizmy*. Praha: ES ČVUT, 1991. 248 s. ISBN 80-01-00626-3
- [3] KOZUBKOVÁ, M. *Simulace a modelování hydraulických systémů* [online]. Ostrava: VŠB, 2009 - [cit. 15. dubna 2012]. Dostupné na [www: <http://www.338.vsb.cz/PDF/Simulace2009.pdf>](http://www.338.vsb.cz/PDF/Simulace2009.pdf).
- [4] *Homen.vsb* [online]. [cit. 16. května 2012]. Inženýrské sítě, téma 2 - Vlastnosti větví inženýrských sítí. Dostupné na [www: <http://homen.vsb.cz/~kod31/vyuka/inzsit/InzSite02%20Vetve.pdf>](http://homen.vsb.cz/~kod31/vyuka/inzsit/InzSite02%20Vetve.pdf)
- [5] GERTHOFFER, A. *Hydraulické a pneumatické mechanizmy: návody na cvičenia*. 1. vyd. Bratislava: ES SVŠT, 1984. 161 s.
- [6] PEŇÁZ, V., BENŽA, D. *Tekutinové mechanizmy*. 1. vyd. Brno: ES VUT, 1990. 211 s. ISBN 80-214-0082-X

## SEZNAM SYMBOLŮ, VELIČIN A ZKRATEK

$G_E$	Přenos energie uvnitř systému
$G_p$	Přenos tlakové energie
$G_V$	Přenos objemové energie
$G_Q$	Přenos průtoku
$E^*$	Vstupní energie
$E$	Výstupní energie
$\Delta E$	Změna energie
$p^*$	Vstupní tlak
$p$	Výstupní tlak
$\Delta p$	Změna tlaku
$V^*$	Vstupní objem
$V$	Výstupní objem
$\Delta V$	Změna objemu
$P^*$	Vstupní výkon
$P$	Výstupní výkon
$\Delta P$	Změna výkonu
$Q^*$	Vstupní průtok
$Q$	Výstupní průtok
$\Delta Q$	Změna průtoku
$R$	Odpor proti pohybu
$H$	Odpor proti zrychlení
$D$	Odpor proti deformaci
$R_e$	Ekvivalentní odpor proti pohybu
$H_e$	Ekvivalentní odpor proti zrychlení
$D_e$	Ekvivalentní odpor proti deformaci
$Re$	Reynoldsovo číslo
$K_r$	Relativní drsnost
$T$	Časová konstanta
$\xi$	Součinitel místních ztrát
$\lambda$	Součinitel délkových ztrát

C	Kapacita
K	Modul objemové pružnosti kapaliny
E	Modul pružnosti oceli v tahu a tlaku
$\rho$	Hustota kapaliny
$\nu$	Kinematická viskozita
l	Délka vedení
d	Hydraulický průměr
S	Průřez vedení
s	Tloušťka stěny potrubí
m	Hmotnost tekutiny
v	Střední rychlost proudění kapaliny
f	Součinitel tření
F	Síla
J	Moment setrvačnosti
$\omega$	Úhlová rychlost