

**EXAMEN Final Gener 2016. TEORIA**

*Indicar nom i/o NIUB i la resposta correcta a la taula del final del qüestionari*

**1. Si a una resistència  $R$  cau una tensió de  $1V$ , podem dir que:**

- a) el corrent que l'atravessa és de  $1mA$ .
- b) per la seva branca passa corrent.
- c) el corrent que l'atravessa és de  $R/1V$ .
- d) el corrent que l'atravessa és de  $R \cdot 1V$ .
- e) si cau, l'hem de recollir i tornar a posar-la al seu lloc.

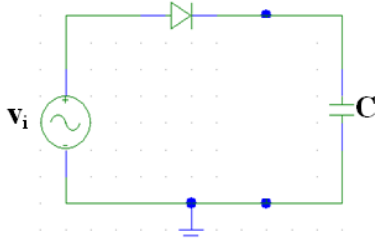
**2. Si a un condensador  $C$  cau  $10V$  de tensió, podem dir que:**

- a) No passa corrent per la seva branca.
- b) Per la seva branca passa un corrent de  $10V/C$ .
- c) Passa corrent per la seva branca.
- d) No podem saber el corrent que passa per la seva branca.

**3. El principi de superposició permet resoldre alguns circuits complexos en diferents problemes. Consisteix en:**

- a) Resoldre els circuits cada vegada només amb una de les fonts del circuit, eliminant la resta. La solució del circuit és qualsevol d'aquestes solucions.
- b) Resoldre els circuits cada vegada només amb una de les fonts del circuit, eliminant la resta. La solució del circuit és el valor més alt obtingut.
- c) Resoldre els circuits cada vegada només amb una de les fonts del circuit, eliminant la resta. La solució del circuit és la suma de totes les solucions.
- d) El principi de superposició no fa més que complicar la resolució del problema ja que consisteix en resoldre el circuit tantes vegades com fonts tenim al circuit.
- e) Si una part del circuit amb fonts és igual a una altre, aquestes es superposen i, per tant, només és necessari resoldre un d'aquests circuits per obtenir la solució final.

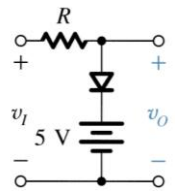
**4. Quina funció fa aquest circuit (suposem  $V_i$  sinusoidal amb amplitud major que  $V_\gamma$ , i sortida  $V_o$ ):**



- a) Una vegada que  $V_i$  arriba al seu valor màxim, la sortida es manté sempre constant.
- b) Quan  $V_i$  és positiva, la sortida es  $V_i - V_\gamma$ . Quan és negativa,  $V_o = 0V$ .
- c) Quan  $V_i$  és negativa, la sortida es  $V_i - V_\gamma$ . Quan és positiva,  $V_o = 0V$ .
- d) Una vegada que  $V_i$  arriba al seu valor mínim, la sortida es manté sempre constant.

**5. Quin valor té  $V_o$  quan  $V_i$  és igual a  $1V$ :**

- a)  $1V$ .
- b)  $-1V$ .
- c)  $5V$ .
- d)  $5.7V$ .
- e)  $0V$ .



**6. Si la tensió de porta d'un transistor NMOS és igual a la de drenador, sabem que...**

- a) El transistor estarà en saturació.
- b) El transistor no estarà en saturació.
- c) El transistor estarà en tríode.
- d) El transistor no estarà en tríode.
- e) Cap d'aquestes respostes és correcta.

**7. La tensió llindar  $V_T$  d'un transistor MOSFET:**

- a) Sempre ha de ser major que  $V_{GS}$ .
- b) El seu valor depèn del transistor.
- c) Sempre ha de ser menor que  $V_{GS}$ .
- d) És negatiu per transistors de canal N.

**8. La resistència del canal d'un NMOS a la regió de tríode lineal...**

- a) És constant amb  $V_{ds}$ , però depèn de  $V_{gs}$ .
- b) És constant amb  $V_{gs}$ , però depèn de  $V_{ds}$ .
- c) És sempre constant.
- d) No existeix cap resistència de canal en un NMOS.

**9. Si  $u(t)$  és la funció esglaió, quin és el valor de  $5 \cdot u(5)$ ?**

- a) 0.
- b) 5.
- c) 25.
- d) 10.
- e) És una funció amb 5 esglaons d'amplitud 5.

**10. Degut a la propietat de linealitat de la transformada de Laplace, podem dir que...**

- a) la transformada d'una funció sempre és una línia recta.
- b) la transformada del producte de dues funcions és el producte de les seves transformades.
- c) la transformada de la suma de dues funcions és la suma de les seves transformades.
- d) la transformada d'una recta és igual al seu pendent.

**11. Per poder determinar la transformació completa a l'espai de Laplace d'un condensador, necessitem saber...**

- a) el valor de  $C$ .
- b)  $C$  i el corrent que l'atravessa a  $t=0$ .
- c)  $C$  i la diferència de tensió del condensador a  $t=0$ .
- d) No existeix la transformada de Laplace d'un condensador.
- e) Un condensador es transforma en una bobina a l'espai de Laplace.

### 12. La funció de transferència d'un circuit...

- a) està definida a l'espai temporal.
- b) S'obté de la relació de senyals de sortida i entrada tenint en compte condicions inicials nul·les.
- c) S'obté sempre substituint  $s=0$ .
- d) S'obté multiplicant els senyals d'entrada i sortida.
- e) és una aplicació electrònica bancària.

### 13. Si un diagrama de Bode d'amplitud ens dona un guany de 0 dB per una determinada freqüència, si l'amplitud del senyal sinusoidal d'entrada és de 10V, quan val l'amplitud del senyal de sortida:

- a) 0V.
- b) 1V.
- c) 10V.
- d) 100V.

### 14. Tenim un circuit que té quatre pols. Un d'aquests pols es $p_1 = -2+2j$ . És estable aquest circuit?

- a) Tots els circuits són estables.
- b) Sí.
- c) No.
- d) Tots els circuits amb pols són inestables.
- e) No ho podem saber amb aquesta informació.

### 15. La freqüència de tall d'un filtre passa-baixos es defineix com...

- a) la freqüència per la qual el guany es de 0dB.
- b) la freqüència per la qual el guany es de -3dB.
- c) la freqüència per la qual el guany ha disminuït en 3dB respecte el guany a baixes freqüències.
- d) la freqüència per la qual el guany ha augmentat en 3dB respecte el guany a baixes freqüències.
- e) la freqüència per la qual el gràfic presenta un tall.

### 16. En un amplificador operacional que treballa a la zona no-lineal, què succeeix quan $v_+ < v_-$ ?

- a) Que la sortida val zero.
- b) Que la sortida val  $V_{cc-}$ .
- c) Que la sortida val  $V_{cc+}$ .
- d) Això no pot succeir treballant a la zona no-lineal.
- e) Es crema l'amplificador.

### 17. De les entrades + i - d'un amplificador operacional ideal, sabem que:

- a) Les seves tensions són sempre iguals.
- b) Les seves tensions sempre són iguals però amb diferent signe, per exemple +5V i -5V.
- c) Els seus corrents són sempre iguals.
- d) No tenen res en comú.
- e) Serveixen per sumar o restar senyals a la sortida.

### 18. Què haig de considerar per resoldre circuits amb amplificadors operacionals treballant a la zona no-lineal?

- a)  $V_- = V_+$  i els corrents d'entrada són nuls.
- b) Només que els corrents d'entrada són nuls.
- c) Que  $V_o$  només pot prendre dos valors de tensió diferents i  $V_- = V_+$ .
- d) Que  $V_o$  només pot prendre dos valors de tensió diferents i que els corrents d'entrada són nuls.
- e)  $V_- = V_+$  i són iguals a 0V.

### 19. Un amplificador operacional treballant en zona lineal té un valor de tensió de sortida 15V. Llavors podem dir que:

- a) Això no és possible.
- b)  $V_{cc+}=15V$ .
- c)  $V_{cc-}=-15V$ .
- d)  $V_{cc+}\geq 15V$ .
- e)  $V_{cc-}\leq -15V$ .

### 20. Amb les cel·les de Sallen & Key podem:

- a) Ficar algú a la presó.
- b) Només crear filtres de Butterworth.
- c) Crear filtres de diferents tipus.
- d) Crear sumadors i restadors.
- e) Crear comparadors.

### NOM:

### Indicar aquí l'única resposta correcta

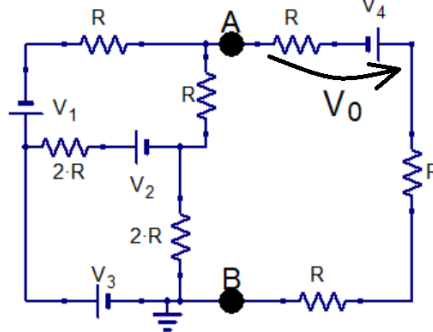
Pregunta	Resp.	Pregunta	Resp.
1	b	11	c
2	d	12	b
3	c	13	c
4	a	14	e
5	a	15	c
6	d	16	b
7	b	17	c
8	a	18	d
9	b	19	d
10	c	20	c

Resposta Correcta=0.15 Resposta Incorrecta=-0.05

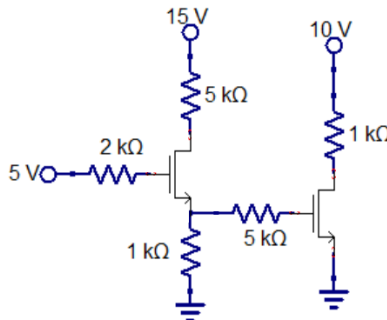
## EXAMEN Final Gener 2015. Problemes.

P1) (1.5 punt) Feu els següents passos aplicats al circuit de la figura:

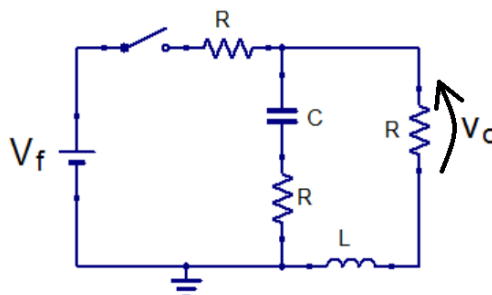
- Dona les equacions per resoldre aquest circuit aplicant únicament les lleis de Kirchhoff. (no s'han de resoldre; només mostrar les equacions aplicant les lleis per resoldre'l). Doneu també l'expressió per obtenir  $V_o$  suposant que hem obtingut la solució del circuit.
- Obté l'equivalent Thevenin entre els punts A i B de la part esquerra del circuit. Per obtenir  $V_{th}$ , apliqueu el principi de superposició.
- Fent ús d'aquest equivalent Thevenin, calcula  $V_o$ . (Si no heu pogut fer l'apartat anterior o queda massa complicat, utilitzeu:  $V_{th}=V_1+V_2+V_3$  i  $R_{th}=R$  en aquest apartat).



P2) (1 punt) Resol el circuit de la figura (obtenir totes les tensions i corrents). Pels dos transistors, preneu  $K_n' \cdot W/L = 1 \text{ mA/V}^2$ ,  $V_T = 2 \text{ V}$ . (Si heu de resoldre en tríode, feu-lo en tríode lineal).



P3) (1.5 punts) Obtenir  $v_o(t)$  pel circuit següent:



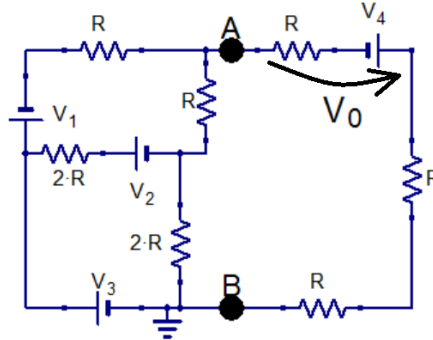
L'interruptor ha estat sempre tancat i a  $t=0$  s'ha obert.

(Si no us refieu de  $V_o(s)$  que heu obtingut, utilitzeu  $V_o(s) = \frac{2s+10}{3 \cdot s^2 + 12 \cdot s + 15}$ ).

(Per simplificar els càlculs, utilitzeu els següents valors (poc realistes):  $R = 1 \Omega$ ,  $C = 0.5 \text{ F}$ ,  $L = 1 \text{ H}$ ).

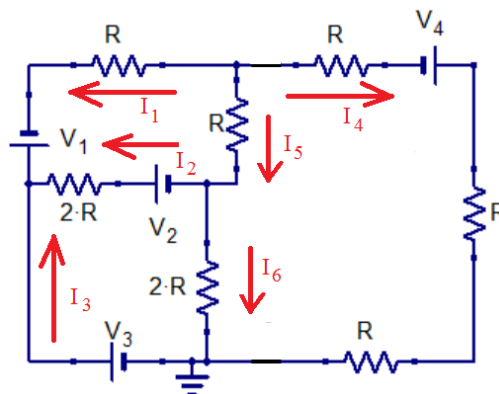
P1) (1.5 punt) Feu els següents passos aplicats al circuit de la figura:

- Dona les equacions per resoldre aquest circuit aplicant únicament les lleis de Kirchhoff. (no s'han de resoldre; només mostrar les equacions aplicant les lleis per resoldre'l). Doneu també l'expressió per obtenir  $V_0$  suposant que hem obtingut la solució del circuit.
- Obté l'equivalent Thevenin entre els punts A i B de la part esquerra del circuit. Per obtenir  $V_{th}$ , apliqueu el principi de superposició.
- Fent ús d'aquest equivalent Thevenin, calcula  $V_0$ . (Si no heu pogut fer l'apartat anterior o queda massa complicat, utilitzeu:  $V_{th}=V_1+V_2+V_3$  i  $R_{th}=R$  en aquest apartat).



En primer lloc, veiem que aquest circuit té 6 branques diferents i, per tant, hi ha 6 corrents que haurem de determinar. Per tant, haurem de tenir 6 equacions.

El primer pas consisteix sempre en definir els corrents de les diferents branques (assignem nom i sentit):



Com sempre, el sentit agafat pels corrents és totalment arbitrari. Es podria haver escollit qualsevol altre sentit pels corrents. El resultat serà sempre el mateix.

Ara apliquem les lleis de Kirchhoff. Pel que fa a la llei de nodes, veiem que hem d'aplicar-la a tres nodes ja que tenim quatre nodes amb més de dues branques. Hem d'aplicar la llei a aquests nodes menys un. Per aquest "un" escollim el node connectat al terra indicat al circuit (però es podria haver escollit qualsevol dels altres). Per tant, aplicant la llei de nusos:

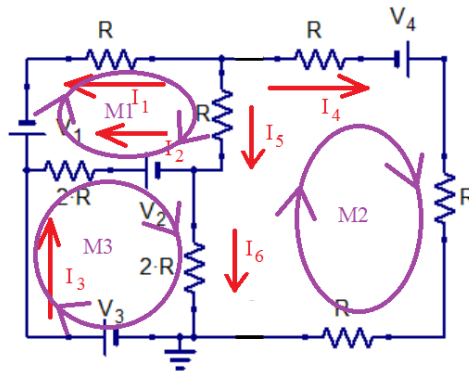
$$I_1 + I_4 + I_5 = 0$$

$$I_2 + I_6 = I_5$$

$$I_1 + I_2 + I_3 = 0$$

Com que sabem que necessitem 6 equacions, ens manquen encara tres equacions. Aquestes surten d'aplicar la segona llei de Kirchhoff (lleis de malles). Les tres malles més evidents per utilitzar són

les indicades a la següent figura, i les recorrerem en sentit horari. Les malles escollides no poden deixar cap branca sense recórrer:



Apliquem doncs la llei de malles a aquestes tres malles:

$$M1: -V_1 + I_1 \cdot R - I_5 \cdot R + V_2 - I_2 \cdot 2 \cdot R = 0$$

$$M2: I_6 \cdot 2 \cdot R + I_5 \cdot R - I_4 \cdot R + V_4 - I_4 \cdot R - I_4 \cdot R = 0$$

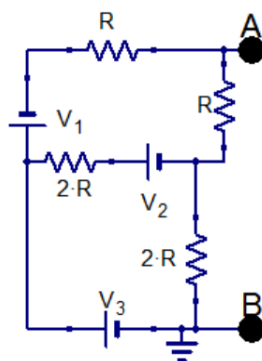
$$M3: V_3 + I_2 \cdot 2 \cdot R - V_2 - I_6 \cdot 2 \cdot R = 0$$

Amb la qual cosa ja tenim les 6 equacions.

El problema ens indica que no la ressolem, però sí que donem l'expressió per obtenir  $V_o$  suposant que haguéssim resolt les equacions:

$$V_o = -I_4 \cdot R + V_4$$

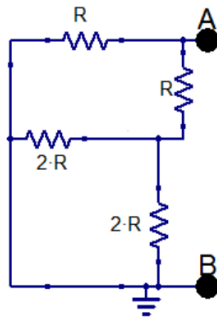
Anem ara a obtenir l'equivalent Thevenin de la part del circuit que ens demana el problema. Per això, obrim el circuit pels punts A i B. Ens adonem que aplicar el teorema de Thevenin és possible ja que les dues parts en que dividim el circuit estan aïllades. Per tant, hem d'aplicar el teorema al següent circuit:



Les branques on hi són A i B queden obertes i, per tant, no hi circula corrent. Per tant, no influiran en el funcionament d'aquesta part del circuit.

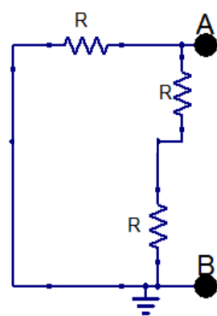
Hem d'obtenir  $R_{th}$  i  $V_{th}$ . Ambdós càlculs són independents l'un de l'altre, però tots dos comencen amb el mateix circuit anterior.

En primer lloc calculem el valor de  $R_{th}$ . Per això hem d'eliminar les fonts. Com que totes són de tensió, això equival a "curt-circuitar-les" (és a dir, substituir-les per un "cable"):

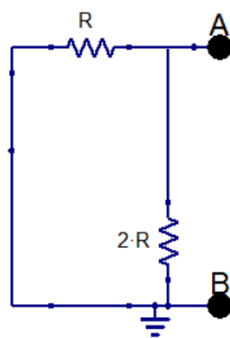


Ara hem de combinar totes les resistències, mantenint els nodes A i B intactes, fins que només ens quedi una. Aquesta resistència serà  $R_{th}$ . Per tant:

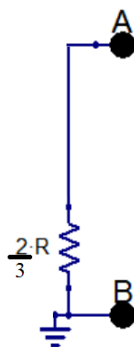
Paral·lel de les dues d'abaix



Sèrie de les dues de la dreta



Paral·lel de les dues resistències restants



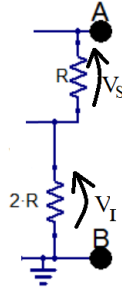
Per tant  $R_{th} = \frac{2}{3} \cdot R$

Ara hem d'obtenir  $V_{th}$ . Per això, hem "d'oblidar" el pas anterior. Tornem a començar amb el circuit inicial. L'hem de resoldre i calcular  $V_{AB}$ . Aquesta serà  $V_{th}$ . Encara que es podria aplicar simplement les lleis de Kirchhoff, el problema ens demana explícitament resoldre'l utilitzant el principi de superposició.

Aquest circuit té tres fonts; per tant, hem de resoldre tres "subproblemes", utilitzant una font i eliminant la resta en cada cas. Cadascun d'aquests casos el podríem resoldre utilitzant les lleis de Kirchhoff ja que els circuits tenen com a màxim dues malles i es podren resoldre sense problemes. Aquest procediment és el més directe, i igualment vàlid que el que utilitzarem en aquesta solució del problema. Aquí, el que farem serà provar de simplificar el circuit per fer els càlculs més fàcilment. Si no teniu clar com fer-ho, o no veieu massa clar com s'aplica la fórmula del divisor de tensió, és millor fer ús del procediment mencionat anteriorment utilitzant les lleis de Kirchhoff. Els tres casos ens queden com es mostra a la taula:

1)			$V_{th1} = \frac{2 \cdot R}{2 \cdot R + R} \cdot (-V_1) = -\frac{2}{3} \cdot V_1$
2)			$V_{th2} = V_1 + V_s = -\frac{R}{2 \cdot R + R} \cdot V_2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{V_2}{3R} \cdot R =$ $= -\frac{1}{3} \cdot V_2 + \frac{1}{6} \cdot V_2 = -\frac{1}{6} \cdot V_2$
3)			$V_{th3} = V_1 + V_s = \frac{2 \cdot R}{2 \cdot R + R} \cdot V_3 + \frac{1}{2} \cdot \frac{V_3}{3R} \cdot R =$ $= \frac{2}{3} \cdot V_3 + \frac{1}{6} \cdot V_3 = \frac{5}{6} \cdot V_3$

Els casos 2 i 3 els resollem en dos passos, ja que  $V_o$  és la suma de les tensions que cauen a les dues resistències de la dreta (jo anomeno aquestes tensions com  $V_S$  i  $V_I$ ):

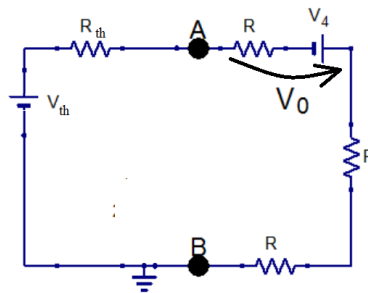


El circuit de la segona columna ens serveix per obtenir aquestes dues tensions (per  $V_S$  tenim en compte que en aquesta resistència cau la meitat de la tensió que cau a les dues resistència  $R$  en sèrie de la part superior).

El principi de superposició ens diu que la solució final és la suma de totes les solucions parcials. Per tant:

$$V_{th} = V_{th1} + V_{th2} + V_{th3} = -\frac{2}{3} \cdot V_1 - \frac{1}{6} \cdot V_2 + \frac{5}{6} \cdot V_3 = \frac{1}{6} \cdot (5 \cdot V_3 - 4 \cdot V_1 - V_2)$$

Ara ja podem substituir l'equivalent Thevenin al circuit i, així, poder obtenir  $V_o$ , que és el que ens demanen en l'últim apartat:

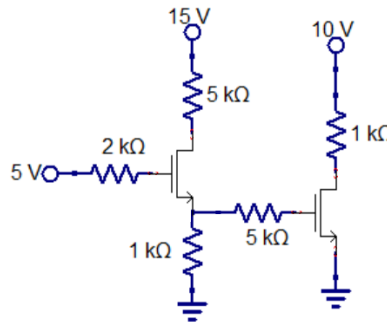


Aquest circuit és molt senzill de resoldre. Només hem d'aplicar les lleis de Kirchhoff a aquesta malla (prenem el corrent  $I$  cap a la dreta a la branca superior):

$$\begin{aligned} V_{th} - I \cdot R_{th} - I \cdot R + V_4 - I \cdot R - I \cdot R &= 0 \Rightarrow I = \frac{V_{th} + V_4}{R_{th} + 3 \cdot R} = \frac{V_{th} + V_4}{\frac{2 \cdot R}{3} + 3 \cdot R} = \frac{3}{11} \cdot \frac{V_{th} + V_4}{R} \\ \Rightarrow V_o = -I \cdot R + V_4 &= -\frac{3}{11} \cdot (V_{th} + V_4) + V_4 = -\frac{3}{11} \cdot \left( \frac{1}{6} \cdot (5 \cdot V_3 - 4 \cdot V_1 - V_2) + V_4 \right) + V_4 = \\ &= -\frac{1}{22} \cdot (5 \cdot V_3 - 4 \cdot V_1 - V_2 + 6 \cdot V_4) + V_4 = -\frac{1}{22} \cdot (5 \cdot V_3 - 4 \cdot V_1 - V_2 - 16 \cdot V_4) = \frac{1}{22} \cdot (4 \cdot V_1 + V_2 + 16 \cdot V_4 - 5 \cdot V_3) \end{aligned}$$



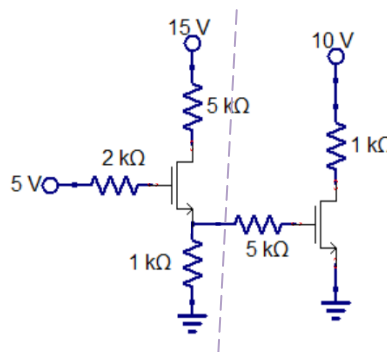
P2) (1 punt) Resol el circuit de la figura (obtenir totes les tensions i corrents). Pels dos transistors, preneu  $K_n' \cdot W/L = 1 \text{ mA/V}^2$ ,  $V_T = 2 \text{ V}$ . (Si heu de resoldre en tríode, feu-lo en tríode lineal).



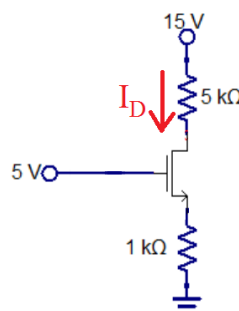
Treballarem sempre en unitats de mA, kΩ i V.

En primer lloc, ens hem d'adonar que les resistències connectades a les portes dels dos transistors no fan cap paper en aquest circuit ja que no hi circularà mai corrent per les seves branques. Per tant, la caiguda de tensió és zero en aquestes dues resistències.

També hem de tenir en compte que podem separar la solució d'aquest circuit en dues parts, corresponents al transistor de l'esquerra i el de la dreta, ja que mai passa corrent pel terminal de porta del transistor de la dreta. De fet, el circuit del primer transistor no se n'adona que té un altre transistor (el de la dreta) connectat. Només hem de tenir en compte que la tensió de porta del transistor de la dreta serà igual a la tensió de font del transistor de l'esquerra. Els circuits llavors els podem separar com:



Per poder obtenir la solució del transistor de la dreta necessitem la tensió de font del de l'esquerra. Per tant, comencem solucionant el circuit del transistor de l'esquerra:



En aquest circuit ja hem prescindit de la resistència de 5kΩ i hem indicat el corrent  $I_D$ , entrant pel drenador (com sempre en els transistors NMOS).

En primer lloc ens podem adonar que aquest transistor no pot estar en tall, ja que si fos així la tensió de font seria de 0V. Per tant,  $V_{GS}$  seria de 5V, que és major que  $V_T$ .

En aquest cas, si coneguéssim  $I_D$ , les tensions del transistor les podríem obtenir com:

$$V_G = 5V$$

$$V_S = 1 \cdot I_D$$

$$V_D = 15 - 5 \cdot I_D$$

Com sempre, suposem primer saturació, i apliquem l'equació corresponent:

$$I_D = \frac{1}{2} \cdot K_n \cdot \frac{W}{L} \cdot (V_{GS} - V_T)^2 \Rightarrow I_D = 0.5 \cdot (5 - 1 \cdot I_D - 2)^2 \Rightarrow 2 \cdot I_D = 9 - 6 \cdot I_D + I_D^2$$

$$\Rightarrow I_D^2 - 8 \cdot I_D + 9 = 0$$

Resolent aquest equació, obtenim:

$$I_D = \frac{8 \pm \sqrt{8^2 - 4 \cdot 1 \cdot 9}}{2} = \frac{8 \pm 5.3}{2} = \begin{cases} 6.65 \text{ mA} \\ 1.35 \text{ mA} \end{cases}$$

Per la primera solució:

$$\left. \begin{array}{l} V_G = 5V \\ V_S = 1 \cdot I_D = 6.65V \end{array} \right\} \Rightarrow V_{GS} = -1.65V$$

Aquest resultat és incompatible amb saturació, ja que  $V_S$  es major que  $V_G$ , i significaria que el transistor està en tall.

Provem amb la segona solució:

$$V_G = 5V$$

$$V_S = 1 \cdot I_D = 1.35V$$

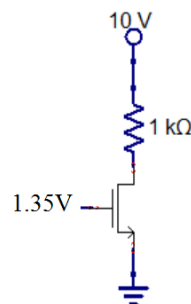
$$V_D = 15 - 5 \cdot I_D = 8.25V$$

El que es pot veure ràpidament es que no implica que estigui en tall, per què  $V_{GS} > V_T$ . Ara comprovem la condició de saturació.

$$V_{DS} > V_{GS} - V_T \quad ? \rightarrow 8.25 - 1.35 > 5 - 1.35 - 2 \quad ? \rightarrow 8.25 > 3 \quad ?$$

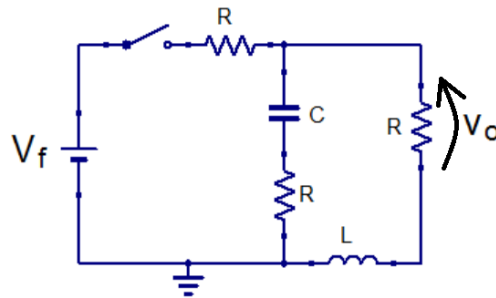
Aquesta condició és certa. Per tant, el transistor està en saturació.

Ara només ens queda obtenir la solució del transistor de la dreta:



Aquest problema, però, és molt fàcil de resoldre ja que  $V_{GS} = 1.35V$ , que és menor que  $V_T$ . Per tant, el transistor està en tall, el seu corrent  $I_D = 0$  i només resta indicar  $V_D$  en aquest cas. Com que el corrent és nul, llavors  $V_D = 10V$ .

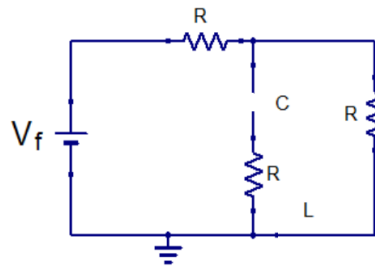
P3) (1.5 punts) Obtenir  $v_o(t)$  pel circuit següent:



L'interruptor ha estat sempre tancat i a  $t=0$  s'ha obert.

Per simplificar els càlculs, utilitzeu els següents valors (poc realistes):  $R = 1 \Omega$ ,  $C = 0.5 \text{ F}$ ,  $L = 1 \text{ H}$ .

Per calcular les condicions inicials del condensador i de la bobina, hem de tenir en compte que els condensadors amb senyals continus són circuits oberts, mentre que les bobines són com un curt-circuit (com si fos un cable). Per tant, el circuit per  $t < 0$  és com l'indicat en aquesta figura:



Podem veure que un costat del condensador té tensió  $0\text{V}$ , mentre que l'altre té una tensió de  $V_f/2$  (aplicant la fórmula del divisor de tensió).

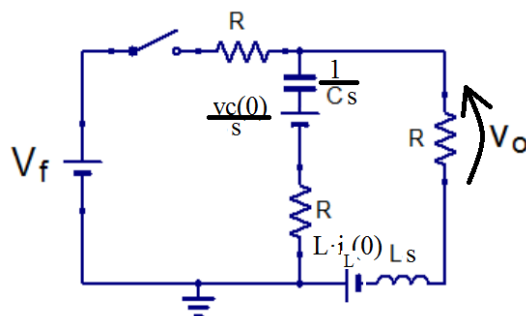
Per la bobina, podem veure fàcilment que el corrent que hi circula és  $V_f/(2 \cdot R)$ .

Per tant:

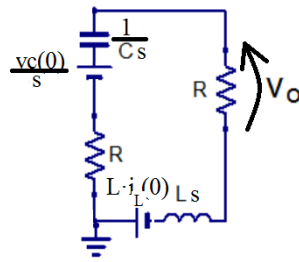
$$v_c(0) = \frac{V_f}{2}$$

$$i_L(0) = \frac{V_f}{2 \cdot R}$$

Ara ja podem obtenir el circuit a l'espai de Laplace amb l'interruptor obert:



Com que la branca de  $V_f$  queda oberta, podem prescindir d'ella:



Aquest circuit és molt fàcil de resoldre ja que només hi ha una malla. Assumim el corrent  $I$  cap a la dreta a la branca d'adalt, i aplicant la llei de malles de Kirchhoff:

$$\begin{aligned} \frac{v_c(0)}{s} - I \cdot \frac{1}{C \cdot s} - I \cdot R - I \cdot L \cdot s + L \cdot i_L(0) - I \cdot R &= 0 \Rightarrow I = \frac{\frac{v_c(0)}{s} + L \cdot i_L(0)}{\frac{1}{C \cdot s} + L \cdot s + 2 \cdot R} \\ \Rightarrow V_o = I \cdot R &= R \cdot C \cdot \frac{v_c(0) + L \cdot i_L(0) \cdot s}{1 + C \cdot L \cdot s^2 + 2 \cdot R \cdot C \cdot s} = R \cdot C \cdot \frac{\frac{V_f}{2} + L \cdot \frac{V_f}{2 \cdot R} \cdot s}{C \cdot L \cdot s^2 + 2 \cdot R \cdot C \cdot s + 1} = \frac{R \cdot C}{C \cdot L} \cdot \frac{\frac{V_f}{2} + L \cdot \frac{V_f}{2 \cdot R} \cdot s}{s^2 + \frac{2 \cdot R}{L} \cdot s + \frac{1}{L \cdot C}} = \\ &= \frac{R}{L} \cdot \frac{V_f}{2 \cdot R} \cdot \frac{s + \frac{L \cdot \frac{V_f}{2 \cdot R}}{\frac{V_f}{2}}}{s^2 + \frac{2 \cdot R}{L} \cdot s + \frac{1}{L \cdot C}} = \frac{V_f}{2} \cdot \frac{s + \frac{R}{L}}{s^2 + \frac{2 \cdot R}{L} \cdot s + \frac{1}{L \cdot C}} \end{aligned}$$

Prenent els valors de  $R$ ,  $C$  i  $L$  del problema en el SI d'unitats:

$$V_o(s) = \frac{V_f}{2} \cdot \frac{s+1}{s^2+2 \cdot s+2}$$

Ara hem d'antitransformar aquest senyal. Aquesta expressió no apareix a la taula de transformades. Per tant, utilitzem el procediment general. El primer pas de posar el coeficient 1 als termes de  $s$  de major exponent ja està realitzat. El següent pas consisteix en trobar els pols:

$$s^2 + 2 \cdot s + 2 = 0 \Rightarrow p_{1,2} = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2}}{2 \cdot 1} = -1 \pm i$$

Per tant, sabem que podem posar aquesta funció com:

$$V_o(s) = \frac{k_1}{s - (-1 + i)} + \frac{k_2}{s - (-1 - i)}$$

I obtenim  $k_1$  i  $k_2$  com:

$$k_1 = V_o(s) \cdot (s - [-1+i]) \Big|_{s=-1+i} = \frac{V_f}{2} \cdot \frac{s+1}{(s-[-1+i]) \cdot (s-[-1-i])} \cdot (s-[-1+i]) \Big|_{s=-1+i} =$$

$$= \frac{V_f}{2} \cdot \frac{s+1}{(s-[-1-i])} \Big|_{s=-1+i} = \frac{V_f}{2} \cdot \frac{-1+i+1}{(-1+i-[-1-i])} = \frac{V_f}{2} \cdot \frac{i}{2i} = \frac{V_f}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{V_f}{4}$$

$k_2$  s'obté de la mateixa forma. Però com que sabem que per dos pols complexos conjugats, les solucions de  $k_i$  són també complexos conjugades:

$$\Rightarrow k_2 = \frac{V_f}{4}$$

Ara ja podem antitransformar, ja que sabem l'antitransformada de  $1/(s+a)$  (o el que és similar,  $1/(s-a)$ ):

$$v_o(t) = k_1 \cdot e^{[-1+i]t} + k_2 \cdot e^{[-1-i]t} = e^{-t} \cdot \left[ \frac{V_f}{4} \cdot e^{it} + \frac{V_f}{4} \cdot e^{-it} \right] = e^{-t} \cdot \frac{V_f}{4} \cdot [e^{it} + e^{-it}]$$

$$= e^{-t} \cdot \frac{V_f}{4} \cdot [(\cos(t) + i \cdot \sin(t)) + (\cos(-t) + i \cdot \sin(-t))] = \frac{V_f}{4} \cdot e^{-t} \cdot [(\cos(t) + i \cdot \sin(t)) + (\cos(t) - i \cdot \sin(t))]$$

$$= \frac{V_f}{4} \cdot e^{-t} \cdot [2 \cdot \cos(t)] = \frac{V_f}{2} \cdot e^{-t} \cdot \cos(t)$$

Aquesta expressió és vàlida només per  $t > 0$ .