

# EXAMEN Parcial Novembre 2021. TEORIA

Indicar nom o NIUB i la resposta correcta a la taula del final del qüestionari

## 1. Si tenim tres resistències ( $R_1$ , $R_2$ , $R_3$ ) en paral·lel...

- El valor de la resistència equivalent és  $R_1 \cdot R_2 \cdot R_3 / (R_1 + R_2 + R_3)$ .
- La diferència de tensió a les tres resistències és la mateixa.
- Els corrents que hi circulen per totes tres tenen el mateix valor.
- Si el corrent va en un sentit per dues resistències, per l'altra anirà en sentit oposat.
- Segur que estan a Barcelona.

## 2. Què no es pot connectar d'aquesta forma?

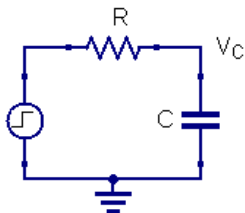
- dos fonts de corrent en sèrie.
- dos fonts de tensió a la mateixa branca.
- dos fonts de corrent en paral·lel.
- dos fonts de tensió en branques paral·leles, tot i que també tinguin resistències.
- les fonts no es poden connectar ni en sèrie ni en paral·lel.

## 3. La llei d'Ohm ens diu que:

- la resistència té unitats de Ohms.
- la resistència és el factor proporcional entre la tensió i el corrent que circula per una resistència.
- el corrent que entra per una resistència és el mateix que el que surt.
- la tensió i el corrent que circula per una bobina són proporcionals.
- la resistència es resisteix quan es clava a un protoboard.

## 4. Al circuit de la figura, quin valor tindrà $V_C$ just després de què la font passi de donar 0V a -5V? (considerant que el condensador està totalment descarregat abans del canvi)

- 0V.
- 10V.
- 10V.
- 5V.
- 5V.



## 5. Si tenim una branca amb només un condensador (C) i una resistència (R) en sèrie coneguts, si a la resistència cau 2V en un moment determinat, podem dir que:

- el condensador està carregat amb  $q = C \cdot 2V$ .
- al condensador també hi cau una tensió de 2V.
- al condensador li arriba un corrent  $2V/R$ .
- no és possible que tenim aquest situació.
- la branca es trencarà pel pes del corrent.

## 6. Si a una bobina (L) hi cau una tensió de 2V en un moment determinat, del corrent que hi passa sabem que:

- està variant amb el temps.
- ha de ser 0.
- és diferent de 0.
- és exactament  $1mV/L$ .
- la bobina s'electrocutarà pel corrent que hi passa.

## 7. Que un interruptor estigui tancat vol dir que...

- la diferència de tensió és 0V.
- la diferència de tensió és infinita.
- el corrent que hi pot circular és 0mA.
- el corrent que hi pot circular és infinit.
- no podem entrar a comprar res.

## 8. Quan apliquem els teorema de Thevenin o principi de superposició, eliminar una font implica:

- Treure-la del circuit.
- El seu valor (tensió o corrent) es posa a 0.
- Curt-circuitar la font.
- Deixar oberta la branca on hi és.
- Cremar-la.

## 9. Una condició per poder aplicar el teorema de Thevenin a una part d'un circuit consisteix en què en aquesta part del circuit:

- Les fonts només poden ser de tensió.
- No hi podem tenir elements con condensadors o bobines.
- Ha de quedar independent de la resta del circuit.
- Ha de tenir el terra.

## 10. El principi de superposició és útil per...

- resoldre circuits amb molts condensadors i bobines.
- resoldre circuits amb moltes fonts.
- resoldre circuits amb moltes resistències.
- resoldre circuits amb molts nodes.
- aconseguir el primer lloc de la fila.

NOM (complet) o NIUB:

Indicar aquí l'única resposta correcta

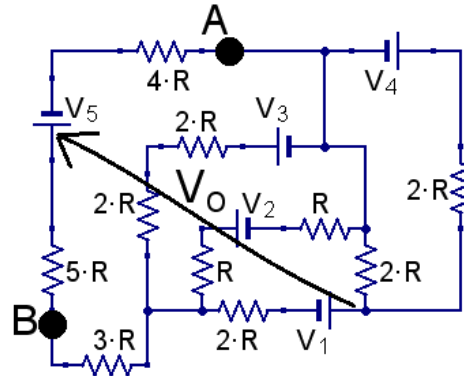
Pregunta	Resp.
1	b
2	a
3	b
4	a
5	c
6	a
7	a
8	b
9	c
10	b

Resposta Correcta=0.3 Resposta Incorrecta=-0.1

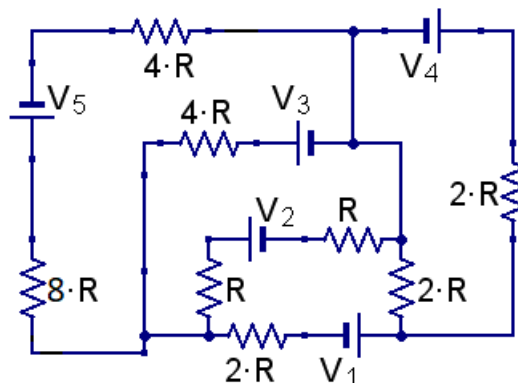


P1) (1.5 punts) Amb el circuit de la figura, feu els següents apartats:

- Plantejar (però no resoldre) les equacions del circuit aplicant únicament les lleis de Kirchhoff. Doneu també l'expressió per poder calcular  $V_o$  com si sabéssim els corrents del circuit. Obteniu també la tensió al node a l'esquerra de la font  $V_3$  respecte al node a la dreta de la font  $V_1$ .
- Per resoldre el circuit (obtenir  $V_{AB}$ ), apliqueu Thevenin a la part dreta del circuit, entre els punts A i B (treient la branca entre A i B que conté la font  $V_5$ ). La part que hem de resoldre per obtenir  $V_{th}$ , resoleu-la aplicant el principi de superposició. Per  $R_{th}$ , mostreu tots els passos. (Si heu de resoldre un sistema d'equacions, l'heu de fer "a mà", mostrant els passos). (Per obtenir  $V_{AB}$  final, podeu fer servir  $V_{th}=V_1+V_2+V_3+V_4$  i  $R_{th}=R$ )

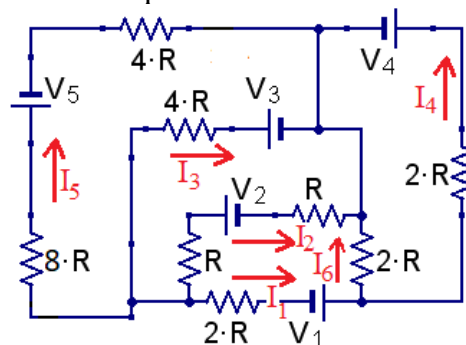


Per aplicar les lleis de Kirchhoff, en primer lloc veiem que podem simplificar dues combinacions sèrie de resistències.



El primer pas és determinar el nombre de nodes i el de branques. Aquest circuit té 3 nodes (amb més de dues branques connectades) i 6 branques (i, per tant, 6 corrents).

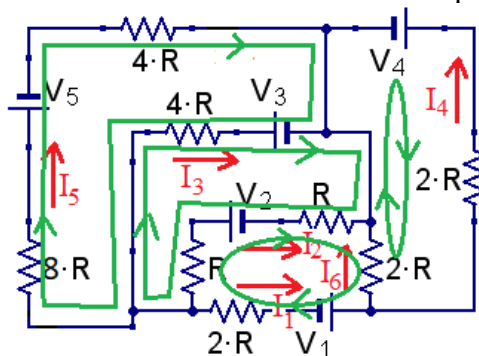
Ara, assignem els corrents a totes les branques de circuit. Podem assignar la direcció que vulguem:



Com que hi ha 6 branques, necessitem 6 equacions. En aquest circuit hi ha 3 nodes amb més de dues branques connectades. Per tant, hem d'aplicar la primera llei de Kirchhoff (lleis de nusos) a 2 d'aquests nodes. Jo descartaré el node de la part superior-centre. Per tant:

$$\left. \begin{aligned} I_1 &= I_4 + I_6 \\ 0 &= I_1 + I_2 + I_3 + I_5 \end{aligned} \right\}$$

Ara manca aplicar la segona llei de Kirchhoff (lleis de malles) a quatre malles (per tenir les 6 equacions en total). Jo aplicaré aquestes lleis a les malles "més òbvies" i sempre les recorreré en sentit horari:



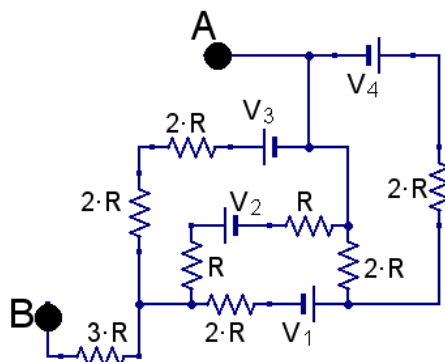
I les equacions per les malles són:

$$\left. \begin{aligned} -V_5 - I_5 \cdot 4 \cdot R + V_3 + I_3 \cdot 4 \cdot R - I_5 \cdot 8 \cdot R &= 0 \\ -I_3 \cdot 4 \cdot R - V_3 + I_2 \cdot R + V_2 + I_2 \cdot R &= 0 \\ -V_2 - I_2 \cdot R + I_6 \cdot 2 \cdot R - V_1 + I_1 \cdot 2 \cdot R - I_2 \cdot R &= 0 \\ -I_6 \cdot 2 \cdot R + V_4 + I_4 \cdot 2 \cdot R &= 0 \end{aligned} \right\}$$

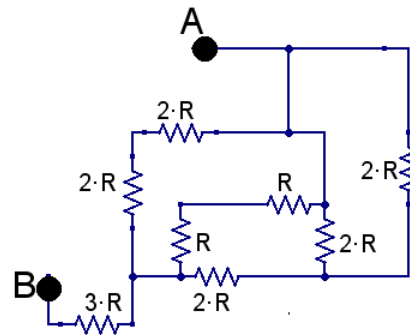
Ara només ens queda, per finalitzar la primera part del problema, calcular les tensions que ens demanen (hi ha diferents opcions):

$$\begin{aligned} V_o &= -V_1 + I_1 \cdot 2 \cdot R - I_5 \cdot 8 \cdot R \\ V_x &= -I_6 \cdot 2 \cdot R + V_3 \end{aligned}$$

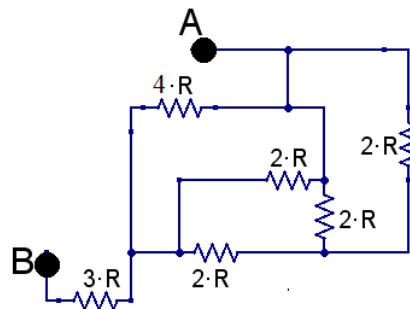
Anem a fer el segon apartat. Per això hem de "tallar" el circuit pels punts A i B, i quedar-nos amb la part de la dreta:



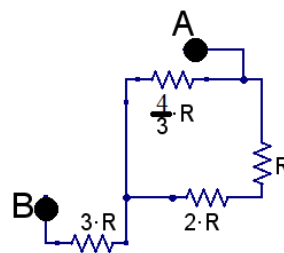
En primer lloc, anem a obtenir  $R_{th}$ . Per això, hem d'eliminar les fonts i anant fent combinacions sèrie / paral·lel de resistències fins que només ens quedi una entre els punts A i B. El circuit anterior eliminant les fonts ens queda:



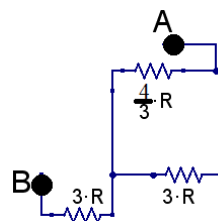
Combinant resistències:



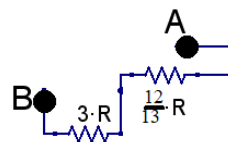
Sèrie de les dues resistències  $2R$  de la part superior-esquerra i de les dues  $R$  a sota d'aquestes.



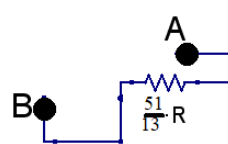
Paral·lel de les dues resistències horitzontals de la part superior i de les dues  $2R$  de la dreta



Sèrie de les dues resistències de sota-dreta



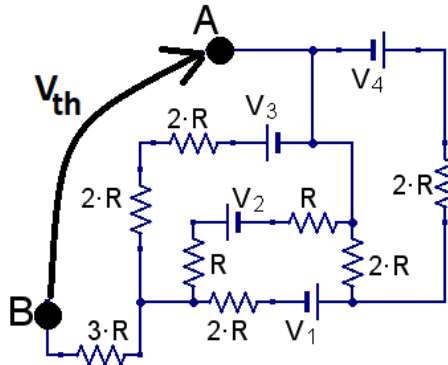
Paral·lel de les dues resistències centrals



Sèrie de les dues resistències restants

Per tant,  $R_{th} = \frac{51}{13} \cdot R$

Ara anem a obtenir  $V_{th}$ . Per això, hem de començar amb el mateix circuit amb el que vam començar a obtenir  $R_{th}$ . L'hem de resoldre i obtenir  $V_{AB}$ :



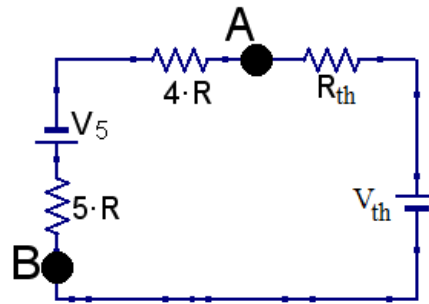
L'enunciat ens diu que hem de resoldre aquesta part utilitzant el principi de superposició. Aquest circuit té quatre fonts; per tant, hem de resoldre quatre "subproblemes", utilitzant una font i eliminant la resta en cada cas. Hem de tenir en compte que la resistència  $3 \cdot R$  no influencia el resultat de  $V_{th}$  ja que no hi cau tensió (es troba a una branca oberta); per tant, obviem aquesta resistència per obtenir  $V_{th}$ . Resolem els diferents "subcircuit" fent ús de la fórmula del divisor de tensió quan ens vagi bé usar-la (si no veieu clar com es fa aquí, resoleu directament cada subcircuit aplicant Kirchhoff i no feu servir la fórmula del divisor de tensió):

1)		$V_{th1} = V_1 \cdot \frac{\frac{4}{3} \cdot R}{\frac{4}{3} \cdot R + R + 2 \cdot R} = \frac{4}{13} \cdot V_1$
2)		$V_{th2} = -V_2 \cdot \frac{\frac{12}{7} \cdot R}{\frac{12}{7} \cdot R + R + R} = -\frac{6}{13} \cdot V_2$
3)		$V_{th3} = -V_3 \cdot \frac{\frac{6}{5} \cdot R}{\frac{6}{5} \cdot R + 4 \cdot R} = -\frac{3}{13} \cdot V_3$
4)		$V_{th4} = \frac{2}{5} \cdot V_x = \frac{2}{5} \cdot \left( -\frac{\frac{5}{4} \cdot R}{\frac{5}{4} \cdot R + 2 \cdot R} \cdot V_4 \right) = -\frac{2}{13} \cdot V_4$

El principi de superposició ens diu que la solució final és la suma de totes les solucions parcials. Per tant:

$$V_{th} = V_{th1} + V_{th2} + V_{th3} + V_{th4} = \frac{4}{13} \cdot V_1 - \frac{6}{13} \cdot V_2 - \frac{3}{13} \cdot V_3 - \frac{2}{13} \cdot V_4 = \frac{1}{13} \cdot (4 \cdot V_1 - 6 \cdot V_2 - 3 \cdot V_3 - 2 \cdot V_4)$$

Ara ja podem substituir l'equivalent Thevenin al nostre circuit inicial:



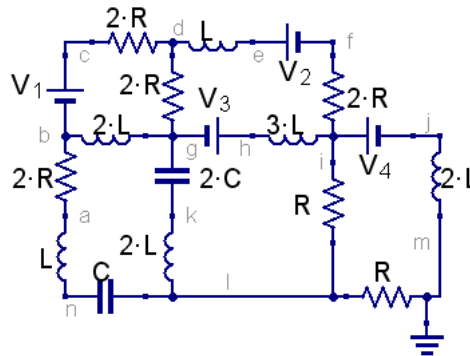
Aquest circuit és fàcil de resoldre utilitzant Kirchhoff ja que només té una malla. Aplicant la segona llei de Kirchhoff a aquesta malla en sentit antihorari obtenim (i amb el corrent I anant cap a l'esquerra a la part superior):

$$V_{th} - I \cdot R_{th} - I \cdot 4 \cdot R + V_5 - I \cdot 5 \cdot R = 0 \Rightarrow I = \frac{V_{th} + V_5}{R_{th} + 9 \cdot R}$$

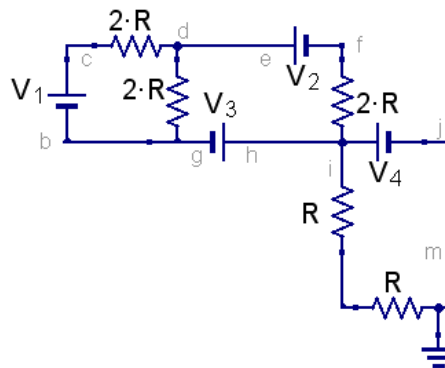
I ara ja podem obtenir  $V_{AB}$ :

$$\begin{aligned} V_{AB} &= I \cdot 9 \cdot R - V_5 = \frac{4 \cdot V_1 - 6 \cdot V_2 - 3 \cdot V_3 - 2 \cdot V_4 + 13 \cdot V_5}{56} \cdot 9 - V_5 \\ &= \frac{1}{56} (12 \cdot V_1 - 18 \cdot V_2 - 9 \cdot V_3 - 6 \cdot V_4 - 17 \cdot V_5) \end{aligned}$$

P2) (1 punts) Indica el valor de tensió a tots els punts del circuit. Teniu en compte que al circuit no hi ha (ni hi ha hagut) cap variació amb el temps.



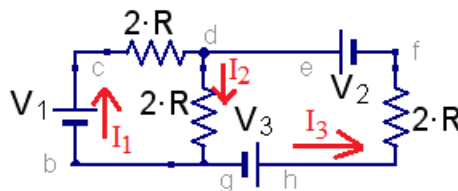
Com que en aquest circuit tot és continu (no hi ha res que estigui variant amb el temps ni l'hagi estat, tal i com diu l'enunciat), podem substituir tots els condensadors per un circuit obert i totes les bobines per un curt-circuit (cable):



Aquest circuit és molt fàcil de resoldre, especialment si ens adonem que els circuit d'abaix-dreta no afecta a la resta del circuit, i viceversa. Això és així ja que només comparteixen un node. Tota la branca a on hi ha la font  $V_4$  és també una malla i, per tant, la podem resoldre sense tenir en compte la resta del circuit (prenem el corrent  $I$  cap a l'esquerra travessant la font  $V_4$ ):

$$-V_4 + I \cdot 2 \cdot R = 0 \Rightarrow I = \frac{V_4}{2 \cdot R}$$

Per la resta del circuit, també podem aplicar Kirchhoff, i només tindrem tres equacions:



$$\begin{aligned} V_1 - I_1 \cdot 2 \cdot R - I_2 \cdot 2 \cdot R &= 0 \\ -V_2 + I_3 \cdot 2 \cdot R - V_3 + I_2 \cdot 2 \cdot R &= 0 \\ I_2 &= I_1 + I_3 \end{aligned}$$

Resolent, obtenim:

$$\begin{aligned} I_1 &= \frac{V_1}{2 \cdot R} - I_2 \\ I_3 &= \frac{V_2 + V_3}{2 \cdot R} - I_2 \end{aligned}$$



$$I_2 = \frac{V_1}{2 \cdot R} - I_2 + \frac{V_2 + V_3}{2 \cdot R} - I_2 \Rightarrow I_2 = \frac{1}{3} \cdot \left( \frac{V_1 + V_2 + V_3}{2 \cdot R} \right)$$

Per tant:

$$\begin{aligned} I_1 &= \frac{1}{3} \cdot \left( \frac{2 \cdot V_1 - V_2 - V_3}{2 \cdot R} \right) \\ I_2 &= \frac{1}{3} \cdot \left( \frac{V_1 + V_2 + V_3}{2 \cdot R} \right) \\ I_3 &= \frac{1}{3} \cdot \left( \frac{-V_1 + 2 \cdot V_2 + 2 \cdot V_3}{2 \cdot R} \right) \end{aligned}$$

Ara ja podem obtenir tots els valors de tensions del circuit:

$$V_m = V_j = 0V$$

$$V_l = V_k = I \cdot R = \frac{V_4}{2}$$

$$V_i = V_h = V_4$$

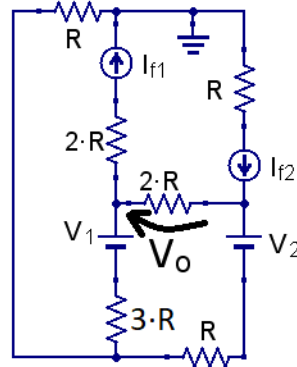
$$V_g = V_b = V_a = V_n = V_h - V_3 = V_4 - V_3$$

$$V_c = V_b + V_1 = V_4 - V_3 + V_1$$

$$V_d = V_e = V_g + I_2 \cdot 2 \cdot R = V_4 - V_3 + \frac{1}{3} \cdot (V_1 + V_2 + V_3) = \frac{1}{3} \cdot (V_1 + V_2 - 2 \cdot V_3 + 3 \cdot V_4)$$

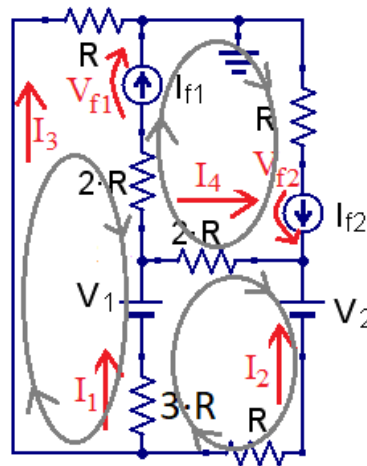
$$V_f = V_e - V_2 = \frac{1}{3} \cdot (V_1 - 2 \cdot V_2 - 2 \cdot V_3 + 3 \cdot V_4)$$

P3) (1.5 punt) Obteniu  $V_o$  en aquest circuit de dues formes diferents: plantejant les equacions amb Kirchhoff (sense resoldre realment els corrents) i aplicant la principi de superposició al circuit.



En primer lloc, plantegem les equacions del circuit aplicant Kirchhoff, tenint en compte que, per les fonts de corrent l'incògnita serà la seva diferència de tensió, en lloc del corrent de la seva branca (que és conegut). Seguim exactament el mateix procediment.

Aquest circuit té 4 nodes (amb més de dues branques connectades) i 6 branques. Per tant, tindrem 3 equacions aplicant la llei de nodes i 3 més aplicant la llei de malles. Dibuixem els corrents i tensions incògnites d'aquest problema; també indiquem les malles que farem servir:



I les equacions ens quedarien:

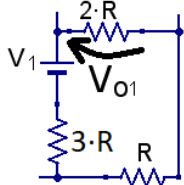
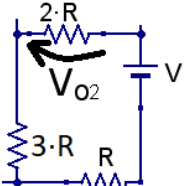
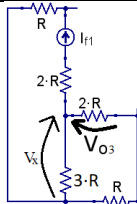
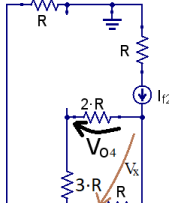
$$\left. \begin{aligned} I_{f1} + I_4 &= I_1 \\ I_4 + I_{f2} + I_2 &= 0 \\ I_{f1} + I_3 &= I_{f2} \\ -I_3 \cdot R - V_{f1} + I_{f1} \cdot 2 \cdot R - V_1 + I_1 \cdot 3 \cdot R &= 0 \\ -I_{f1} \cdot 2 \cdot R + V_{f1} - I_{f2} \cdot R + I_4 \cdot 2 \cdot R &= 0 \\ V_1 - I_4 \cdot 2 \cdot R - V_2 + I_2 \cdot R - I_1 \cdot 3 \cdot R &= 0 \end{aligned} \right\}$$

I  $V_o$  l'obtindríem, per exemple, com:

$$V_o = I_4 \cdot 2 \cdot R$$

Amb el principi de superposició haurem de resoldre aquest circuit tantes vegades com fonts tenim (és a dir, quatre), deixant en cada cas una de les fonts i eliminant les restants. Aquí cal recordar que

eliminar una font de corrent vol dir deixar-la en circuit obert. També hem de tenir en compte que les branques obertes no afecten al circuit i no les hem de tenir en compte per resoldre el circuit. Els resultats són:

1)			$V_{o1} = V_1 \cdot \frac{2 \cdot R}{2 \cdot R + 4 \cdot R} = \frac{1}{3} \cdot V_1$
2)			$V_{o2} = -V_2 \cdot \frac{2 \cdot R}{2 \cdot R + 4 \cdot R} = -\frac{1}{3} \cdot V_2$
3)			$V_{o3} = \frac{2 \cdot R}{2 \cdot R + R} \cdot V_x = \frac{2}{3} \cdot (-I_{f1} \cdot \frac{3}{2} \cdot R) = -I_{f1} \cdot R$
4)			$V_{o4} = \frac{2 \cdot R}{2 \cdot R + 3 \cdot R} \cdot V_x = \frac{2}{5} \cdot (-I_{f2} \cdot \frac{5}{6} \cdot R) = -I_{f2} \cdot \frac{R}{3}$

Per tant, el resultat serà:

$$V_o = V_{o1} + V_{o2} + V_{o3} + V_{o4} = \frac{1}{3} \cdot (V_1 - V_2) - R \cdot \left( I_{f1} + \frac{I_{f2}}{3} \right)$$