Implementació de funcions lògiques amb MUXs

Expressió de la sortida en un MUX de n entrades:

$$f = \sum_{i=o}^{i=2^n-1} D_i \cdot m_i \cdot \overline{E}$$

on m_i és el minterm i-èssim, D_i és l'i-èssim canal d'entrada i /E és l'entrada d'habilitació (en lògica inversa en aquest exemple).

Pel teorema d'expansió de Shannon podem expandir la funció de n variables com a suma de dues funcions de n-1 variables:

$$f(x_{n-1}, x_{n-2}, \ldots, x_1, x_0) = f_0(0, x_{n-2}, \ldots, x_1, x_0) \cdot \overline{x}_{n-1} + f_1(1, x_{n-2}, \ldots, x_1, x_0) \cdot x_{n-1}$$

on f_0 i f_1 són funcions de n-1 variables.

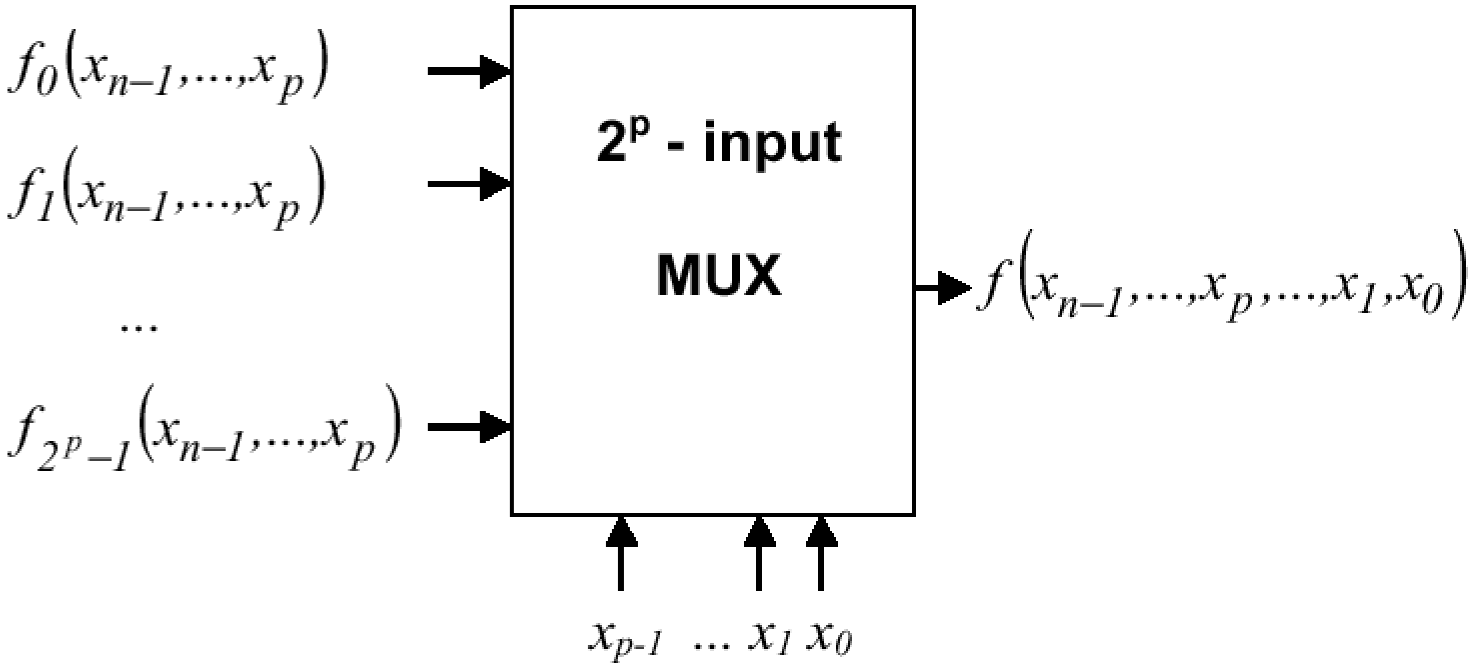
Continuant aquesta expansió:

$$f(x_{n-1},x_{n-2},\ldots,x_1,x_0)=f_{00}(0,0,x_{n-3},\ldots,x_1,x_0)\cdot\bar{x}_{n-1}\,\bar{x}_{n-2}+f_{01}(0,1,x_{n-3},\ldots,x_1,x_0)\cdot\bar{x}_{n-1}\,x_{n-2}+$$
$$+f_{10}(1,0,x_{n-3},\ldots,x_1,x_0)\cdot x_{n-1}\,\bar{x}_{n-2}+f_{11}(1,1,x_{n-3},\ldots,x_1,x_0)\cdot x_{n-1}\,x_{n-2}$$

$$f(x_{n-1},..,x_p,..,x_0)=\sum_{i=0}^{2^p-1} m_i(x_{p-1},\ldots,x_1,x_0)\cdot f_i(x_{n-1},\ldots,x_p)$$

f és una funció de n variables, $m_i(x_{p-1},x_{p-2},\ldots,x_1,x_0)$ són tots els possibles minterms de p variables i f_i són funcions residuals de n-p variables.

Si les f_i es col·loquen a les entrades de dades d'un multiplexor, podem generar una funció lògica, ja que els minterms són les entrades de selecció (senyals de control) del multiplexor.



La forma més senzilla és, per a n variables, utilitzar un multiplexor de n-1 entrades de selecció, és a dir, MUX 2^{n-1}-1.

Realització de la funció:
$f(A,B,C,D)=\Sigma m_4(1,5,7,11,12,14,15)$ amb un MUX's.
Desenvolupant en minterms ens queda:

$$f(A,B,C,D) = m(1,5,7,11,12,14,15) =$$
$$\overline{A}\cdot\overline{B}\cdot\overline{C}\cdot D+\overline{A}\cdot B\cdot\overline{C}\cdot D+\overline{A}\cdot B\cdot C\cdot D+A\cdot\overline{B}\cdot C\cdot D+A\cdot B\cdot\overline{C}\cdot\overline{D}+A\cdot B\cdot C\cdot\overline{D}+A\cdot B\cdot C\cdot D=$$
$$\overline{A}\cdot\overline{B}\cdot\overline{C}\cdot D+\overline{A}\cdot B\cdot\overline{C}\cdot D+\overline{A}\cdot B\cdot C\cdot D+A\cdot\overline{B}\cdot C\cdot D+A\cdot B\cdot\overline{C}\cdot\overline{D}+A\cdot B\cdot C\cdot(\overline{D}+D)$$

Amb el teorema de Shannon tenim:

$$f(A,B,C,D)=\overline{A}\cdot f_0(B,C,D)+A\cdot f_1(B,C,D)$$ amb una variable de selecció

$$f(A,B,C,D)= \overline{A}\cdot\overline{B}\cdot f_{00}(C,D)+\overline{A}\cdot B\cdot f_{01}(C,D)+A\cdot\overline{B}\cdot f_{10}(C,D)+A\cdot B\cdot f_{11}(C,D)$$
amb dues variables de selecció

$$f(A,B,C,D)= \overline{A}\cdot\overline{B}\cdot\overline{C}\cdot f_{000}(D)+\overline{A}\cdot\overline{B}\cdot C\cdot f_{001}(D)+\overline{A}\cdot B\cdot\overline{C}\cdot f_{010}(D)+\overline{A}\cdot B\cdot C\cdot f_{011}(D)+$$
$$A\cdot\overline{B}\cdot\overline{C}\cdot f_{100}(D)+A\cdot\overline{B}\cdot C\cdot f_{101}(D)+A\cdot B\cdot\overline{C}\cdot f_{110}(D)+A\cdot B\cdot C\cdot f_{111}(D)$$
amb tres variables de selecció

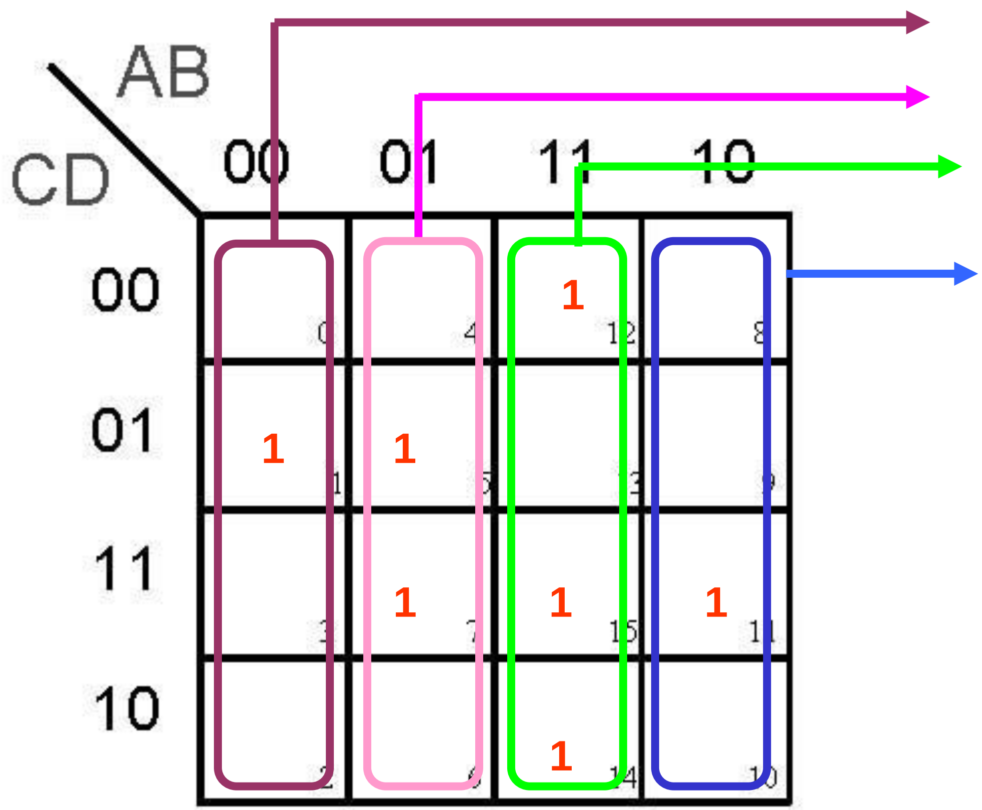
Comparant podem identificar les funcions residuals

$$\overline{A}\cdot\overline{B}\cdot\overline{C}\cdot D+\overline{A}\cdot B\cdot\overline{C}\cdot D+\overline{A}\cdot B\cdot C\cdot D+A\cdot\overline{B}\cdot C\cdot D+A\cdot B\cdot\overline{C}\cdot\overline{D}+A\cdot B\cdot C\cdot\overline{D}+A\cdot B\cdot C\cdot D$$

A	B	C	D	f	Funcions residuals (3 variables de selecció)	Funcions residuals (2 variables de selecció)
0	0	0	0	0	$f_{000}=D$	$f_{00}=\overline{C}\cdot D$
0	0	0	1	1		
0	0	1	0	0	$f_{001}=0$	
0	0	1	1	0		
0	1	0	0	0	$f_{010}=D$	$f_{01}=D$
0	1	0	1	1		
0	1	1	0	0	$f_{011}=D$	
0	1	1	1	1		
1	0	0	0	0	$f_{100}=0$	$f_{10}=C\cdot D$
1	0	0	1	0		
1	0	1	0	0	$f_{101}=D$	
1	0	1	1	1		
1	1	0	0	1	$f_{110}=\overline{D}$	$f_{11}=C+\overline{D}$
1	1	0	1	0		
1	1	1	0	1	$f_{111}=1$	
1	1	1	1	1		

També podem determinar les funcions residuals a partir del mapa de Karnaugh: $f(A,B,C,D)=\Sigma m(1,5,7,11,12,14,15)$

2 variables de selecció

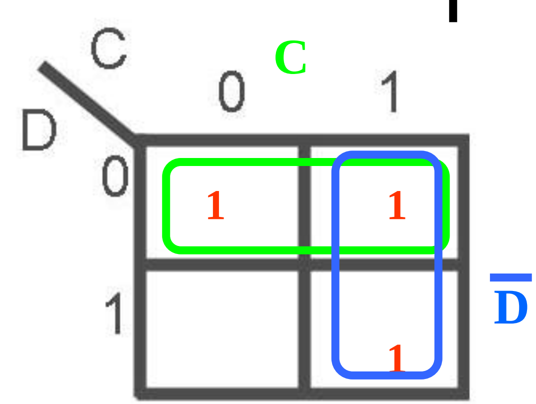


$f_{00}=\overline{C}\cdot D$

$f_{01}=D$

$f_{11}=C+\overline{D}$

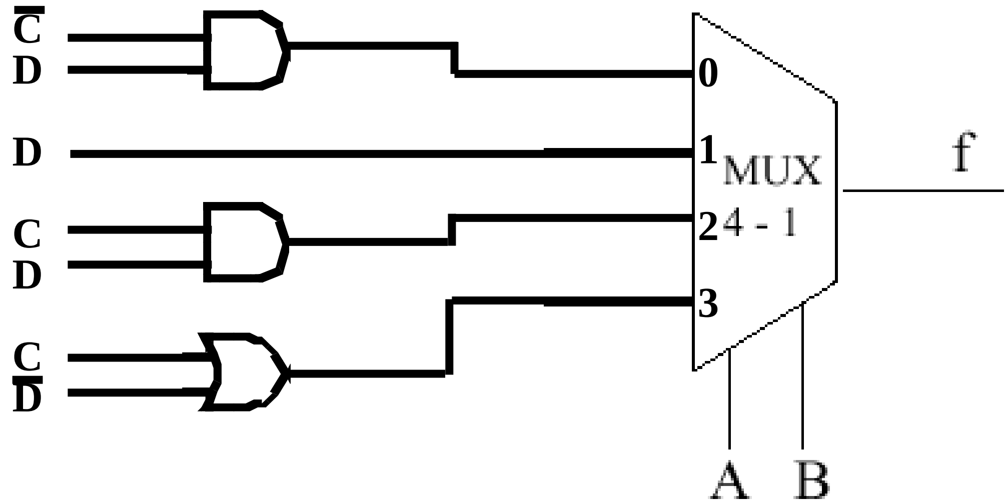
$f_{10}=C\cdot D$



$\overline{A}\cdot\overline{B}\cdot(\overline{C}\cdot D)+\overline{A}\cdot B\cdot(\overline{C}\cdot D+C\cdot D)+A\cdot\overline{B}\cdot(C\cdot D)+A\cdot B\cdot(\overline{C}\cdot\overline{D}+C\cdot\overline{D}+C\cdot D)$

Implementació de la funció amb un MUX de 4-a-1
(dues variables de selecció) $f(A,B,C,D)=\Sigma m(1,5,7,11,12,14,15)$

Implementació de la funció amb un MUX de 4-a-1 (dues variables de selecció)

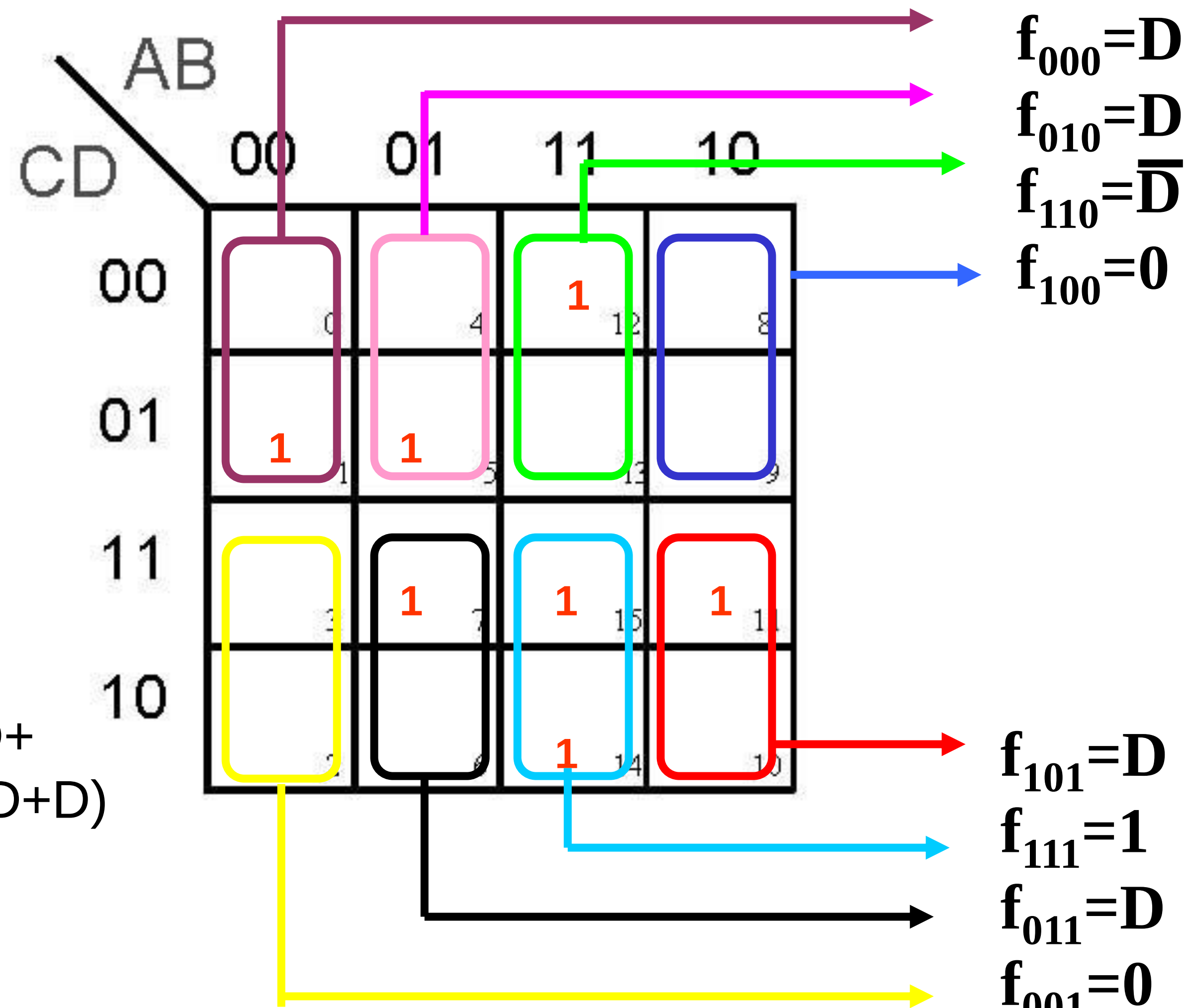


$\bar{A}\cdot\bar{B}\cdot(\bar{C}\cdot D)+\bar{A}\cdot B\cdot(\bar{C}\cdot D+C\cdot D)+A\cdot\bar{B}\cdot(C\cdot D)+A\cdot B\cdot(\bar{C}\cdot\bar{D}+C\cdot\bar{D}+C\cdot D)$

Podem determinar les funcions residuals a partir del mapa de Karnaugh:

$$f(A,B,C,D)=\Sigma m(1,5,7,11,12,14,15)$$

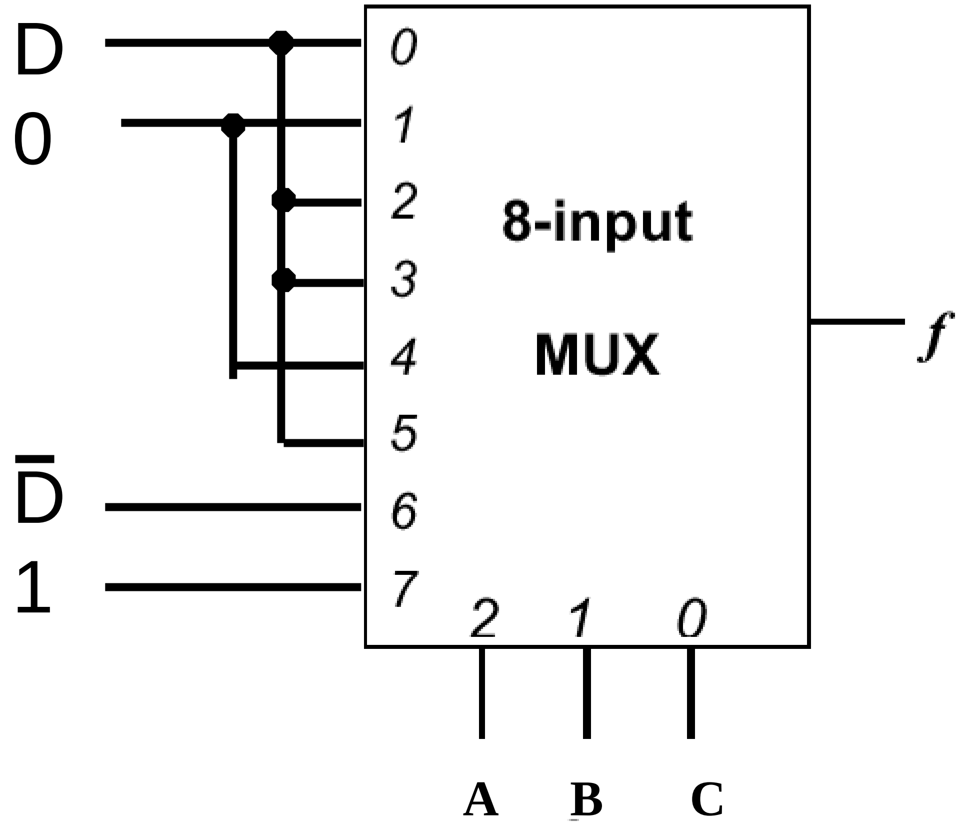
3 variables de selecció



A·B·C·D+A·B·C·D+A·B·C·D+
A·B·C·D+A·B·C·D+A·B·C·(D+D)

Implementació de la funció amb un MUX de 4-a-1
(dues variables de selecció) $f(A,B,C,D)=\Sigma m(1,5,7,11,12,14,15)$

Implementació de la funció amb un MUX de 8-a-1 (3 variables de selecció)



A·B·C·D+A·B·C·D+A·B·C·D+
A·B·C·D+A·B·C·D+A·B·C·(D+D)