EXAMEN Final Gener 2015. TEORIA

<u>Indicar nom i/o NIUB i la resposta correcta a la taula del final del güestionari</u>

1. La llei d'Ohm ens diu que:

- a) A una bobina, el corrent és proporcional a la derivada de la diferència de tensió.
- b) A una resistència, la tensió és proporcional al corrent que la travessa.
- c) A un condensador, la diferència de tensió es proporcional a la derivada del corrent que el travessa.
- d) A un condensador, mai l'atravessa cap corrent.
- e) Aquesta llei només la practiquen budistes.

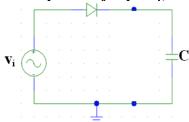
Quina afirmació és correcta respecte a ur condensador:

- a) Mai travessen càrregues pel material aïllant i, per tant, la tensió al condensador és sempre de 0V.
- b)Quan s'està carregant, travessen càrregues pel material aïllant. Quan ja s'ha carregat, no.
- c) Mai travessen càrregues pel material aïllant, acumulant les càrregues degudes als corrents a les plaques metàl·liques.
- d)Quan s'està carregant, condensa càrregues de l'ambient, fent circular un corrent pel condensador.

3. El principi de superposició permet resoldre alguns circuits complexos en diferents problemes. Consisteix en

- a) Resoldre els circuits cada vegada només amb una de les fonts del circuit, eliminant la resta. La solució del circuit és qualsevol d'aquestes solucions.
- b)Resoldre els circuits cada vegada només amb una de les fonts del circuit, eliminant la resta. La solució del circuit és el valor més alt obtingut.
- c) El principi de superposició no fa més que complicar la resolució del problema ja que consisteix en resoldre el circuit tantes vegades com fonts tenim al circuit.
- d)Si una part del circuit amb fonts és igual a una altre, aquestes es superposen i, per tant, només és necessari resoldre un d'aquests circuits per obtenir la solució final.
- e) Resoldre els circuits cada vegada només amb una de les fonts del circuit, eliminant la resta. La solució del circuit és la suma de totes les solucions.

4. Quina funció fa aquest circuit (suposem Vi sinusoidal amb amplitud major que $V\gamma$, i sortida V_C):



- a) Una vegada que Vi arriba al seu valor màxim, la sortida es manté sempre constant.
- b) Quan Vi és positiva, la sortida es Vi-V γ . Quan és negativa, Vo=0V.
- c) Quan Vi és negativa, la sortida es Vi-V γ . Quan és positiva, Vo=0V.
- d)Una vegada que Vi arriba al seu valor mínim, la sortida es manté sempre constant.

5. Quin valor té Vo quan Vi és igual a 10V:

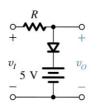
a) 10V.

b)-10V.

c)5V.

d)5.7V.

e)0V.



6. Si la tensió de porta d' un transistor NMOS és igual a la de drenador, sabem que...

- a) El transistor estarà en saturació.
- b)El transistor no estarà en saturació.
- c) El transistor estarà en tríode.
- d)El transistor no estarà en tríode.
- e) Cap d'aquestes respostes és correcte.

7. La tensió llindar V_T d'un transistor MOSFET:

- a) Sempre ha de ser major que V_{GS}.
- b)El seu valor depèn del transistor.
- c) Sempre ha de ser menor que V_{GS}.
- d)Es negatiu per transistors de canal N.

8. La resistència del canal d'un NMOS a la regió de tríode lineal...

- a) És constant amb Vds, però depèn de Vgs.
- b) Es constant amb Vgs, però depèn de Vds.
- c) És sempre constant.
- d)No existeix cap resistència de canal en un NMOS.

9. La família lògica CMOS fa ús...

- a) de díodes.
- b) de combinacions de transistors MOS i díodes
- c) de combinacions de transistors NMOS i PMOS.
- d)de combinacions de transistors NMOS, connectats de forma oposades.

10. Què són els pols d'una funció a l'espai de Laplace?

- a) Les arrels que anul·len el numerador.
- b)Les arrels que anul·len el denominador.
- c) Les arrels que fan 0 a tota la funció.
- d)Les arrels que fan 0 l'antitransformada de la funció.
- e) Les arrels de l'arbre de Laplace.

11. Quan transformem components $(R,\,C,\,L)$ a l'espai de Laplace...

- a) Suposem sempre condicions inicials nul·les.
- b)Hem de conèixer quin voltatge cau als components a t=0 per conèixer les condicions inicials.
- c) Hem de conèixer quin corrent passa pels components a t=0 per conèixer les condicions inicials.
- d)Depenent del component, hem de conèixer voltatge o corrent que cau o passa pel component per determinar les condicions inicials.
- e) La transformació no depèn de les condicions inicials.

1/14

12. Per un circuit lineal, si l'entrada és sinusoïdal, la sortida és:

- a) No ho sabem a priori.
- b) Quadrada.
- c) També sinusoïdal amb una amplitud igual a la d'entrada.
- d)També sinusoïdal amb una amplitud depenent del temps.
- e) També sinusoïdal amb una amplitud que es pot extreure de la funció de transferència.
- 13. Si un diagrama de Bode d'amplitud ens dóna un guany de -20 dB per una determinada freqüència, si l'amplitud del senyal sinusoïdal d'entrada és de 10V, quan val l'amplitud del senyal de sortida:
- a) 0V.
- b)1V.
- c) 10V.
- d) 100V.
- 14. Tenim un circuit que té aquests dos pols: $p_1 = -2+2j$, i $p_2 = 2-2j$. És estable aquest circuit?
- a) Depèn de quina sortida triem del circuit.
- b)Sí.
- c) No.
- d)Tots els circuits amb dos pols són inestables, per definició.
- 15. Si un circuit té dos zeros i tres pols, quina pendent tindrà el diagrama de Bode d'amplitud a freqüències molt altes (major que els pols i zeros)?
- a) 0dB/dècada.
- b)20dB/dècada.
- c) 40dB/dècada.
- d)-20dB/dècada.
- e)-40dB/dècada.
- 16. De la transformada de Laplace d'una resistència sabem que la corresponent impedància...
- a) Augmenta amb la freqüència.
- b)Disminueix amb la frequència.
- c) Augmenta amb el temps.
- d) Disminueix amb el temps.
- e) No depèn de la frequència.
- 17. Quan val u(-3), essent u la funció esglaó?
- a) 0.
- b)1.
- c)-1.
- d)-3.
- 18. En un amplificador operacional, polaritzat segons $Vcc_+=+15V$ i $Vcc_-=-15V$, què succeeix quan $v_+=v$?
- a) Que la sortida val zero.
- b) Que la sortida val -15V.
- c) Que la sortida val +15V.
- d) Això no pot succeir, si treballa a la zona lineal.

19. Què haig de considerar per resoldre circuits amb amplificadors operacionals treballant a la zona lineal?

- a) V- = V+ i els corrents d'entrada són nuls sempre.
- b) Vo = V+ i els corrents d'entrada són nuls sempre.
- c) Vo = V+ i el corrent de sortida és nul sempre.
- d) Vo = V- i el corrent de sortida és nul sempre.
- e) $V_{-} = V_{+} i$ el corrent de sortida és nul sempre.

20. Un amplificador operacional amb realimentació negativa té un valor de tensió de sortida de Vcc+. Llavors podem dir que l'amplificador:

a) probablement està treballant en zona lineal.

- b)probablement està treballant en zona no-lineal.
- c) treballa en zona lineal, però $V_+ = V_-$.
- d)treballa en zona no-lineal amb V₊=15V.

NOM:

NIUB:

Indicar aquí l'única resposta correcta

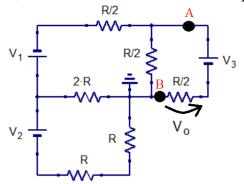
		D .	ъ
Pregunta	Resp.	Pregunta	Resp.
1	b	11	d
2	c	12	e
3	e	13	b
4	a	14	c
5	d	15	d
6	a ó e	16	e
7	b	17	a
8	a	18	a
9	c	19	a
10	b	20	b

Resposta Correcta=0.15 Resposta Incorrecta=-0.05

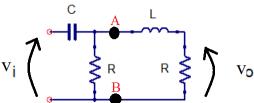
2/14

EXAMEN Final Gener 2015. Problemes.

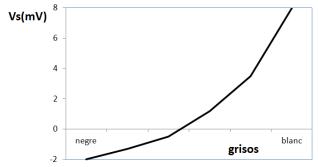
- P1) (1.5 punt) Feu els següents pasos aplicats al circuit de la figura:
 - Dona les equacions per resoldre aquest circuit aplicant únicament les lleis de Kirchhoff. (no s'han de resoldre; només mostrar les equacions aplicant les lleis per resoldre'l).
 - Obté l'equivalent Thevenin entre els punts A i B de la part esquerra del circuit.
 - Fent ús d'aquest equivalent Thevenin, calcula V_o . (Si no heu pogut fer l'apartat anterior o queda massa complicat, utilitzeu: $V_{th}=V_1+V_2$ i $R_{th}=R$ en aquest apartat).



P2) (1.5 punt) Pel següent circuit:



- Obtenir la funció de transferència del següent circuit, prenent v_o com el senyal de sortida i v_i el d'entrada. Per això aplica en primer lloc el teorema de Thevenin entre els punts A i B de la part esquerra del circuit a l'espai de Laplace.
- Dibuixa de forma aproximada el diagrama de Bode d'amplitud prenent els següents valors: $R = 1 \Omega$, C = 1 F, L = 1 H. Indica també els pendents. (si surten números complexes, preneu com a freqüència associada només la seva part real).
- Si v_i és un senyal esglaó d'amplitud 5V, obté $v_o(t)$. Utilitza els valors dels components (R, C i L) indicats a l'apartat anterior. Considera condicions inicials nul·les.
- P3) (1 punt) Un robot té un sensor de colors grisos que ens proporciona un senyal de tensió de sortida segons indica la figura:

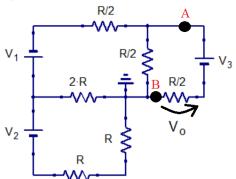


Dissenya un circuit, amb amplificadors operacionals, per obtenir un senyal de sortida en el rang de 0V i 10V per tot el rang de grisos. Indiqueu també els valors d'alimentació dels amplificadors operacionals.

Dibuixa el diagrama de blocs del sistema.

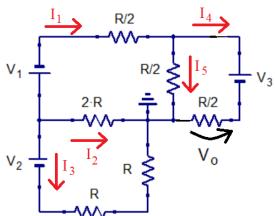
P1) (1.5 punt) Feu els següents pasos aplicats al circuit de la figura:

- Dona les equacions per resoldre aquest circuit aplicant únicament les lleis de Kirchhoff. (no s'han de resoldre; només mostrar les equacions aplicant les lleis per resoldre'l).
- Obté l'equivalent Thevenin entre els punts A i B de la part esquerra del circuit.
- Fent ús d'aquest equivalent Thevenin, calcula V_0 . (Si no heu pogut fer l'apartat anterior o queda massa complicat, utilitzeu: $V_{th}=V_1+V_2$ i $R_{th}=R$ en aquest apartat).



En primer lloc, veiem que aquest circuit té 5 branques diferents i, per tant, hi ha 5 corrents que haurem de determinar. Per tant, haurem de tenir 5 equacions.

El primer pas consisteix sempre en definir els corrents de les diferents branques (assignem nom i sentit):

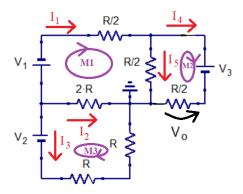


Com sempre, el sentit agafat pels corrents és totalment arbitrari. Es podria haver escollit qualsevol altre sentit pels corrents. El resultat serà el sempre el mateix.

Ara apliquem les lleis de Kirchhoff, que són dues. Pel que fa a la lleis de nodes, veiem que hem d'aplicar-la a dos ja que tenim tres nodes amb més de dues branques. Hem d'aplicar la llei a aquests nodes menys un. Per aquest "un" escollim el node de terra indicat al circuit (però es podria haver escollit qualsevol dels altres). Per tant, aplicant la llei de nusos:

$$I_1 = I_4 + I_5$$
$$I_1 + I_2 + I_3 = 0$$

Com que sabem que necessitem 5 equacions, ens manquen encara tres equacions. Aquestes surten d'aplicar la segona llei de Kirchhoff (llei de malles). Les tres malles més evidents per utilitzar són les indicades a la següent figura, i les recorrerem en sentit horari:



Apliquem donçs la llei de malles a aquestes tres malles:

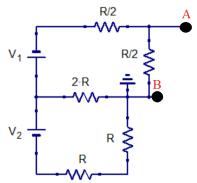
$$M1: -V_1 - I_1 \cdot \frac{R}{2} - I_5 \cdot \frac{R}{2} + I_2 \cdot 2 \cdot R = 0$$

$$M2: +I_5 \cdot \frac{R}{2} - V_3 - I_4 \cdot \frac{R}{2} = 0$$

$$M3: V_2 - I_2 \cdot 2 \cdot R + I_3 \cdot R + I_3 \cdot R = 0$$

Amb la qual cosa ja tenim les 5 equacions.

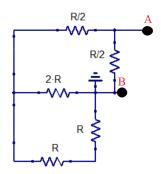
Anem ara a obtenir l'equivalent Thevenin de la part del circuit que ens demana el problema. Per això, obrim el circuit pels punts A i B. Ens adonem que aplicar el teorema de Thevenin és possible ja que les dues parts en que dividim el circuit estan aïllades. Per tant, hem d'aplicar el teorema al següent circuit:



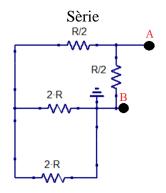
Les branques on hi són A i B queden obertes i, per tant, no hi circula corrent. Per tant, no influiran en el funcionament d'aquesta part del circuit.

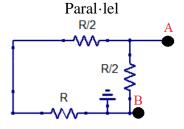
Hem d'obtenir R_{th} i V_{th} . Ambdos càlculs són independents l'un de l'altre, però tots dos comencen amb el mateix circuit anterior.

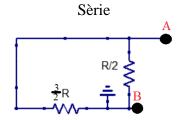
En primer lloc calculem el valor de R_{th} . Per això hem d'eliminar les fonts. Com que totes són de tensió, això equival a "curt-circuitar-les" (és a dir, substituir-les per un "cable"):

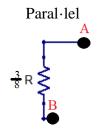


Ara hem de combinar totes les resistències, mantenint els nodes A i B intactes, fins que només ens quedi una. Aquesta resistència serà R_{th} . Per tant:



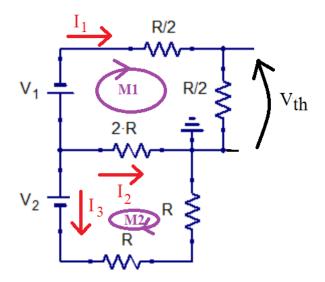






Per tant
$$R_{th} = \frac{3}{8} \cdot R$$

Ara hem d'obtenir V_{th} . Per això, hem "d'oblidar" el pas anterior. Tornem a començar amb el circuit inicial. L'hem de resoldre i calcular V_{AB} . Aquesta serà V_{th} . Nosaltres simplement aplicarem les lleis de Kirchhoff per resoldre'l. Definim, per tant, els corrents de les diferents branques. Veiem, a més, que ara haurem d'aplicar la llei de nodes a un node i la llei de malles a dues malles per obtenir les tres equacions necessàries per obtenir els tres corrents:



Les equacions seran donçs:

$$I_1 + I_2 + I_3 = 0$$

$$M1: -V_1 - I_1 \cdot \frac{R}{2} - I_1 \cdot \frac{R}{2} + I_2 \cdot 2 \cdot R = 0$$

$$M3: V_2 - I_2 \cdot 2 \cdot R + I_3 \cdot R + I_3 \cdot R = 0$$

Aïllem I₁ i I₃ en funció de I₂ en les equacions de malles i les substituïm a la primera equació:

$$M1 \rightarrow I_{1} = 2 \cdot I_{2} - \frac{V_{1}}{R}$$

$$M3 \rightarrow I_{3} = I_{2} - \frac{V_{2}}{2 \cdot R}$$

$$\Rightarrow \left(2 \cdot I_{2} - \frac{V_{1}}{R}\right) + I_{2} + \left(I_{2} - \frac{V_{2}}{2 \cdot R}\right) = 0$$

$$\Rightarrow I_2 = \frac{1}{4 \cdot R} \cdot \left(V_1 + \frac{V_2}{2} \right)$$

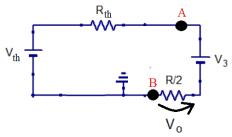
Per obtenir V_{th} necessitem I₁:

$$I_{1} = 2 \cdot I_{2} - \frac{V_{1}}{R} = \frac{1}{2 \cdot R} \cdot \left(V_{1} + \frac{V_{2}}{2}\right) - \frac{V_{1}}{R} = \frac{1}{2 \cdot R} \cdot \left(\frac{V_{2}}{2} - V_{1}\right)$$

Ara ja podem obtenir V_{th}:

$$V_{th} = I_1 \cdot \frac{R}{2} = \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{V_2}{2} - V_1\right)$$

Ara ja podem substituir l'equivalent Thevenin al circuit i, així, poder obtenir Vo, que és el que ens demanen en l'últim apartat:

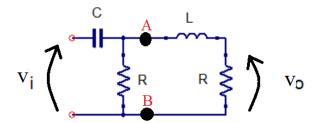


Aquest circuit és molt senzill de resoldre. Només hem d'aplicar les lleis de Kirchhoff a aquesta malla (prenem el corrent I cap a la dreta a la branca superior):

$$V_{th} - I \cdot R_{th} - V_3 - I \cdot \frac{R}{2} = 0 \implies I = \frac{V_{th} - V_3}{R_{th} + \frac{R}{2}} = \frac{V_{th} - V_3}{\frac{3 \cdot R}{8} + \frac{R}{2}} = \frac{8}{7} \cdot \frac{V_{th} - V_3}{R}$$

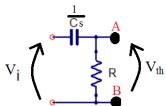
$$\implies V_o = I \cdot \frac{R}{2} = \frac{4}{7} \cdot (V_{th} - V_3) = \frac{4}{7} \cdot \left(\frac{1}{4} \cdot \left(\frac{V_2}{2} - V_1\right) - V_3\right) = \frac{1}{7} \cdot \left(\frac{V_2}{2} - V_1 - 4 \cdot V_3\right)$$

P2) (1.5 punt) Pel següent circuit:



- Obtenir la funció de transferència del següent circuit, prenent v_o com el senyal de sortida i v_i el d'entrada. Per això aplica en primer lloc el teorema de Thevenin entre els punts A i B de la part esquerra del circuit a l'espai de Laplace.
- Dibuixa de forma aproximada el diagrama de Bode d'amplitud prenent els següents valors: $R = 1 \Omega$, C = 1 F, L = 1 H. Indica també els pendents. (si surten números complexes, preneu com a freqüència associada només la seva part real).
- Si v_i és un senyal esglaó d'amplitud 5V, obté v_o(t). Utilitza els valors dels components (R, C i L) indicats a l'apartat anterior. Considera condicions inicials nul·les.

Per obtenir la funció de transferència hem de prendre condicions inicials nul·les (per definició). Per tant, la transformació del circuit és bastant immediata. Com ens demana a l'enunciat, abans de resoldre el circuit, resoldrem una part del circuit aplicant Thevenin entre els punts A i B de la part esquerra:



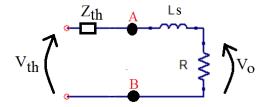
En aquest cas, hauria de ser fàcil obtenir V_{th} i Z_{th}. Z_{th} serà el paral·lel de R i C:

$$Z_{th} = \frac{R \cdot \frac{1}{C \cdot s}}{R + \frac{1}{C \cdot s}} = \frac{R}{R \cdot C \cdot s + 1}$$

V_{th} s'obtè utilitzant l'expressió del divisor de tensió:

$$V_{th} = \frac{R}{R + \frac{1}{C \cdot s}} \cdot V_i = \frac{R \cdot C \cdot s}{R \cdot C \cdot s + 1} \cdot V_i$$

Substituint l'equivalent Thevenin al circuit, ens queda un circuit resultant molt senzill de resoldre ja que només tenim una malla:



Per tant, apliquem la llei de malles de Kirchhoff:

$$V_{th} - Z_{th} \cdot I - I \cdot L \cdot s - I \cdot R = 0 \implies I = \frac{V_{th}}{Z_{th} + L \cdot s + R} = \frac{\frac{R \cdot C \cdot s}{R \cdot C \cdot s + 1} \cdot V_i}{\frac{R}{R \cdot C \cdot s + 1} + L \cdot s + R}$$

$$\implies I = V_i \cdot \frac{R \cdot C \cdot s}{R + L \cdot s + R \cdot C \cdot L \cdot s^2 + R + R^2 \cdot C \cdot s} = V_i \cdot \frac{R \cdot C \cdot s}{R \cdot C \cdot L \cdot s^2 + (L + R^2 \cdot C) \cdot s + 2 \cdot R}$$

Ara podem obtenir Vo:

$$V_o = R \cdot I = V_i \cdot \frac{R^2 \cdot C \cdot s}{R \cdot C \cdot L \cdot s^2 + (L + R^2 \cdot C) \cdot s + 2 \cdot R}$$

Per tant, la funció de transferència és:

$$H(s) = \frac{V_o}{V_i} = \frac{R^2 \cdot C \cdot s}{R \cdot C \cdot L \cdot s^2 + (L + R^2 \cdot C) \cdot s + 2 \cdot R}$$

Utilitzant els valors de R, L i C que ens donen al segon apartat, la funció de transferència ens queda:

$$H(s) = \frac{s}{s^2 + 2 \cdot s + 2}$$

Ara ens demanen que dibuixem el diagrama de Bode aproximat per aquesta funció de transferència. Per això, primer hem d'obtenir els seus pols i zeros. Aquí tenim un zero igual a 0 i dos pols amb valor:

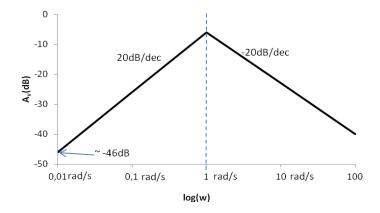
$$s^2 + 2 \cdot s + 2 = 0 \implies p_{1,2} = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2}}{2 \cdot 1} = -1 \pm i$$

Prendrem com a freqüència característica d'aquests pols la seva part real (i valor absolut), tal i com ens indica l'enunciat. Com que sabem que els zeros augmenten el pendent en 20dB/dec i els pols la disminueixen en la mateixa quantitat, podem dibuixar la forma del diagrama de Bode d'amplitud : la corva vindrà des de - amb pendent 20dB/dec i quan arriba als dos pols de freqüència 1rad/s, llavors disminuirà el pendent en 40dB/dec, amb la qual cosa el pendent ens quedarà 20dB/dec - 40dB/dec = -20dB/dec.

Ara només fa falta situar la corba en l'eix y. Per això, hem d'obtenir el valor de la funció de transferència en punts allunyats de pols i zeros (és a dir, ens serveix w=0 ni tampoc w=1 rad/s) fent les aproximacions apropiades. Podem, per exemple, obtenir el valor en w=0.01. Aquesta freqüència és molt menor que els pols i molt major que el zero. Llavors,

$$|H(j0.01)| \approx \frac{0.01}{2} \implies 20 \cdot \log(|H(j0.01)|) \approx -46 \, dB$$

Per tant, el diagrama de Bode d'amplitud ens quedaria:



Per últim, hem d'obtenir $v_o(t)$. Com que ens diuen que hem de prendre condicions inicials nul·les, podem aprofitar la funció de transferència obtinguda anteriorment per obtenir $V_o(s)$:

$$V_o(s) = H(s) \cdot V_i(s) = \frac{s}{s^2 + 2 \cdot s + 2} \cdot \frac{5}{s} = \frac{5}{s^2 + 2 \cdot s + 2}$$

Per obtenir $v_0(t)$ seguim el procediment general per antitransformar. El primer pas de posar l'index del terme de s amb coeficient major a 1 ja està fet. Per tant, ara obtenim els pols. Però això ja ho vam fer a l'apartat anterior. Per tant, sabem que podem posar aquesta funció com:

$$V_o(s) = \frac{k_1}{s - (-1 + i)} + \frac{k_2}{s - (-1 - i)}$$

I obtenim k_1 i k_2 com:

$$k_1 = V_o(s) \cdot \left(s - \left[-1 + i\right]\right)\Big|_{s = -1 + i} = \frac{5}{\left(s - \left[-1 + i\right]\right) \cdot \left(s - \left[-1 + i\right]\right)} \cdot \left(s - \left[-1 + i\right]\right)\Big|_{s = -1 + i} = \frac{5}{\left(s - \left[-1 + i\right]\right) \cdot \left(s - \left[-1 + i\right]\right)} \cdot \left(s - \left[-1 + i\right]\right)\Big|_{s = -1 + i} = \frac{5}{\left(s - \left[-1 + i\right]\right) \cdot \left(s - \left[-1 + i\right]\right)} \cdot \left(s - \left[-1 + i\right]\right)\Big|_{s = -1 + i} = \frac{5}{\left(s - \left[-1 + i\right]\right) \cdot \left(s - \left[-1 + i\right]\right)} \cdot \left(s - \left[-1 + i\right]\right)\Big|_{s = -1 + i} = \frac{5}{\left(s - \left[-1 + i\right]\right) \cdot \left(s - \left[-1 + i\right]\right)} \cdot \left(s - \left[-1 + i\right]\right)\Big|_{s = -1 + i} = \frac{5}{\left(s - \left[-1 + i\right]\right) \cdot \left(s - \left[-1 + i\right]\right)} \cdot \left(s - \left[-1 + i\right]\right)\Big|_{s = -1 + i} = \frac{5}{\left(s - \left[-1 + i\right]\right) \cdot \left(s - \left[-1 + i\right]\right)} \cdot \left(s - \left[-1 + i\right]\right)\Big|_{s = -1 + i} = \frac{5}{\left(s - \left[-1 + i\right]\right) \cdot \left(s - \left[-1 + i\right]\right)} \cdot \left(s - \left[-1 + i\right]\right)\Big|_{s = -1 + i} = \frac{5}{\left(s - \left[-1 + i\right]\right) \cdot \left(s - \left[-1 + i\right]\right)} \cdot \left(s - \left[-1 + i\right]\right)\Big|_{s = -1 + i} = \frac{5}{\left(s - \left[-1 + i\right]\right) \cdot \left(s - \left[-1 + i\right]\right)} \cdot \left(s - \left[-1 + i\right]\right)\Big|_{s = -1 + i} = \frac{5}{\left(s - \left[-1 + i\right]\right) \cdot \left(s - \left[-1 + i\right]\right)} \cdot \left(s - \left[-1 + i\right]\right)\Big|_{s = -1 + i} = \frac{5}{\left(s - \left[-1 + i\right]\right) \cdot \left(s - \left[-1 + i\right]\right)} \cdot \left(s - \left[-1 + i\right]\right)\Big|_{s = -1 + i} = \frac{5}{\left(s - \left[-1 + i\right]\right)} \cdot \left(s - \left[-1 + i\right]\right)\Big|_{s = -1 + i} = \frac{5}{\left(s - \left[-1 + i\right]\right)} \cdot \left(s - \left[-1 + i\right]\right)\Big|_{s = -1 + i} = \frac{5}{\left(s - \left[-1 + i\right]\right)} \cdot \left(s - \left[-1 + i\right]\right)\Big|_{s = -1 + i} = \frac{5}{\left(s - \left[-1 + i\right]\right)}$$

$$= \frac{5}{\left(s - \left[-1 - i\right]\right)}\Big|_{s = -1 + i} = \frac{5}{\left(-1 + i - \left[-1 - i\right]\right)} = \frac{5}{2i} = \frac{5}{2} \cdot (-i) = -2.5 \cdot i$$

 k_2 s'obté de la mateixa forma. Però com que sabem que per dos pols complexes conjugats, les solucions de k_i són també complexes conjugades:

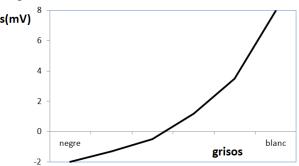
$$\Rightarrow k_2 = 2.5 \cdot i$$

Ara ja podem antitransformar, ja que sabem l'antitransformada de 1/(s+a) (o el que és similar, 1/(s-a)):

$$\begin{split} &v_{o}(t) = k_{1} \cdot e^{[-1+i]t} + k_{2} \cdot e^{[-1-i]t} = e^{-t} \cdot \left[-2.5 \cdot i \cdot e^{it} + 2.5 \cdot i \cdot e^{-it} \right] = e^{-t} \cdot 2.5 \cdot i \cdot \left[-e^{it} + e^{-it} \right] \\ &= e^{-t} \cdot 2.5 \cdot i \cdot \left[-\left(\cos(t) + i \cdot \sin(t)\right) + \left(\cos(-t) + i \cdot \sin(-t)\right) \right] = e^{-t} \cdot 2.5 \cdot i \cdot \left[-\left(\cos(t) + i \cdot \sin(t)\right) + \left(\cos(t) - i \cdot \sin(t)\right) \right] \\ &= e^{-t} \cdot 2.5 \cdot i \cdot \left[-2 \cdot i \cdot \sin(t) \right] = e^{-t} \cdot 5 \cdot \sin(t) \end{split}$$

Aquesta expressió és vàlida només per t>0.

P3) (1 punt) Un robot té un sensor de colors grisos que ens proporciona un senyal de tensió de sortida segons indica la figura:



Dissenya un circuit, amb amplificadors operacionals, per obtenir un senyal de sortida en el rang de 0V i 10V per tot el rang de grisos. Indiqueu també els valors d'alimentació dels amplificadors operacionals.

Dibuixa el diagrama de blocs del sistema.

Abans de tot, recordar que no hi ha una solució única per un problema. Aquí s'exposa una d'aquestes solucions.

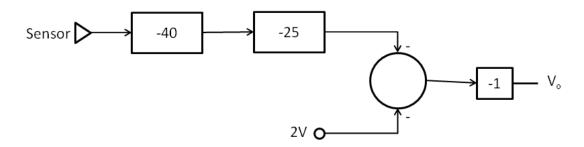
Primer mirem de trobar el rang de valors de tensió de entrada. Com que ens demanen considerar tot el rang de grisos, per la gràfica podem veure que la sortida del sensor ens donarà una tensió en el rang de -2mV fins a 8mV.

Com que volem que la tensió de sortida del nostre circuit sigui de 0V fins a 10V, el factor pel qual haurem de multiplicar és:

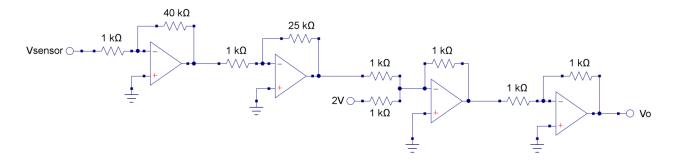
Podem fer ús d'un o dos amplificadors per aconseguir aquest guany. Per exemple, utilitzarem dos amplificadors inversors que tinguin guanys de -40 y -25.

Desprès d'aquests dos amplificadors, tindrem un senyal que tindrà el rang de valors de -2V fins a 8V. El que hem de fer ara és sumar-li 2V a aquest senyal. Per això utilitzarem un sumador amb totes les resistències del mateix valor. Com que el sumador és inversor, podríem també afegir un amplificador inversor amb factor -1 desprès del sumador.

El diagrama de blocs el podríem posar com:



I el circuit podria quedar com el següent:



Alimentacions dels amplificadors: Per definir les alimentacions hem d'obtenir els valors de tensions de sortida dels amplificadors:

- Primer amplificador: sortida entre -320mV i 80mV.
- Segon amplificador: sortida entre -2V i 8V.
- Tercer amplificador (sumador inversor): sortida entre -10V i 0V.
- Quart amplificador: sortida entre 0V i 10V.

Per tant, per l'alimentació V_{cc+} podríem fixar un valor per tots els amplificadors que sigui major que el màxim valor de sortida de tots els amplificadors. Per exemple +15V (també es donaria per vàlid un valor de 10V). I pel que fa a l'alimentació V_{cc-} podríem utilitzar un valor de -15V (també seria vàlid un valor de -10V).