Exercici 18. Resoleu el sistema de congruencies

$$3x \equiv 2(mod 4), 4x \equiv 7(mod 15), 5x \equiv -1(mod 17)$$

Solucio 22

Tenim que l'invers de 3 mod 4 es -1, per tant si multipilquem per -1 per tots dos costats de la congrueincia tenim que $x \equiv -2 \equiv 2(mod 4)$, i tenim que l'invres de 4 mod 15 es 4, per tant $x \equiv 7 \cdot 4 \equiv 13(mod 15)$, i tenim que l'invers de 5 mod 17 es 7, per tant $x \equiv -7 \equiv 10(mod 17)$, per tant reslodrem el seguent sistema de congruencies:

$$x \equiv 2(mod 4) x \equiv 13(mod 15) x \equiv 10(mod 17)$$

-

Tenim que mcd$(4, 15) = 1$, i mcd$(4, 17) = 1$, i mcd$(15, 17)$, per tant tenim que 4, 15, 17 son coprimers dos a dos. Ara trobarem $15 \cdot 17 \cdot n_1 \equiv 1(mod 4)$, com els nombres son coprimers dos a dos $\exists n_1 \in \mathbb{Z}$, tal que es invers de 255, per calcular-ho resolem $1 = 255x - 4y$, ara com $255 = 63 \cdot 4 + 3$ i $4 = 3 \cdot 1 + 1$, per tant $1 = 4 - 3 = 4 - 255 + 4 \cdot 63 = 4 \cdot 64 - 255$, per tant per $x = -1$ i $y = -64$ es compleix la igulatat anterior, per tant tenim que $n_1 = 1$; ara tenim que solucionarem $68n_2 \equiv 1(mod 15)$, per $n_2 = 2$, es compleix la igualtat; ara solucionem $60n_3 \equiv 1(mod 17)$, solucionem $1 = 60x - 17y$, ara com tenim que $60 = 17 \cdot 3 + 9$ i $17 = 9 \cdot 2 - 1$, tenim que $1 = 9 \cdot 2 - 17 = 60 \cdot 2 - 17 \cdot 6 - 17 = 60 \cdot 2 - 17 \cdot 7$, per tant l'invers de 60 mod 17 es 2, ara la x que busquem es $x = 255 \cdot -1 \cdot 2 + 68 \cdot 2 \cdot 13 + 60 \cdot 2 \cdot 10 = 2458$, i tenim que aquesta solucio es unica modul $4 \cdot 15 \cdot 17 = 1020$, per tant tambe seran solucons

$$2458 \equiv 1438 \equiv 418(mod 1020)$$