

LLEIS NEWTON

1. tot sistema en repòs o en MRU: $\Sigma \vec{F} = 0$
2. tot sistema amb a: $\Sigma \vec{F} = m \cdot a$
3. força acció – reacció:

Llei Gravitació Universal

$$F = \frac{G \cdot M \cdot m}{r^2}$$

$$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ (N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2\text{)}$$

F. FREGAMENT

$$F_f = \mu \cdot N \text{ (N)}$$

μ_e estàtic

μ_c cinètic

ENERGIAS

$$E_c = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \text{ (J)}$$

$$E_p = m \cdot g \cdot h \text{ (J)}$$

$$E_m = E_c + E_p \text{ (J) (constante)}$$

MRU

$$\vec{V}_m = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$$

MRUA

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \text{ (m/s}^2\text{)}$$

$$v^2 - v_0^2 = 2 \cdot a \cdot X$$

$$v = v_0 + a \cdot \Delta t$$

$$x = x_0 + v_0 \cdot \Delta t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot \Delta t^2$$

VECTORS

$$\text{mòdul: } v = |\vec{v}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$$

$$\text{direcció: } \cos \alpha = \frac{v_x}{v}$$

$$\cos \alpha = \frac{\vec{v} \cdot \vec{u}}{|\vec{v}| \cdot |\vec{u}|}$$

E. Potencial MOLLA

$$E_p = \frac{1}{2} \cdot k \cdot y^2 \text{ (J = N} \cdot \text{m)}$$

$$P = m \cdot g \text{ (N)}$$

$$g = 9,81 \text{ (m/s}^2\text{)}$$

$$N = P_y \text{ (N) } \perp \text{ superfície}$$

$$1 \text{ volta} = 2\pi \text{ rad}$$

Quantitat moviment

$$\vec{p} = m \cdot \vec{v} \text{ (N} \cdot \text{s = kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1}\text{)}$$

MCU

$$v = w \cdot r \text{ (m/s)}$$

$$v = \frac{\Delta S}{\Delta t}$$

$$w = \sqrt{\frac{g}{l}}$$

$$w_m = \frac{\Delta \varphi}{\Delta t} \text{ (rad/s)}$$

$$r = \frac{\Delta S}{\Delta \varphi} = \frac{v}{w}$$

$$\varphi = \varphi_0 + w \cdot \Delta t \text{ (rad)}$$

$$S = S_0 + v \cdot \Delta t \text{ (m)}$$

MCUA

$$a_n = \frac{v^2}{r} = w^2 \cdot r \text{ (m/s}^2\text{)}$$

$$a_t = \frac{d|\vec{v}|}{dt} = \sqrt{a_t^2 + a_n^2} \text{ (m/s}^2\text{)}$$

$$\vec{a}_i = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

M. PARABÒLIC (caiguda lliure)

eix x: v constant

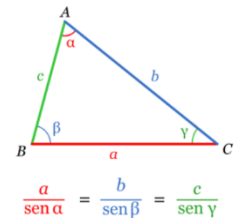
eix y: a = 9,81 m/s²

Submúltiples

d	10 ⁻¹
c	10 ⁻²
m	10 ⁻³
μ	10 ⁻⁶
η	10 ⁻⁹
p	10 ⁻¹²
f	10 ⁻¹⁵
a	10 ⁻¹⁸

Múltiples

da	10
h	10 ²
k	10 ³
M	10 ⁶
G	10 ⁹
T	10 ¹²
P	10 ¹⁵
E	10 ¹⁸



MHS

F_f = 0; A constant; E_m constant

Llei de Hooke: $F = -k \cdot \Delta y \text{ (N)}$

$$\varphi = w \cdot t \text{ (}^\circ\text{)}$$

$$y = A \cdot \sin(w \cdot t + \varphi_0) \text{ (m)}$$

$$x = A \cdot \cos(w \cdot t + \varphi_0) \text{ (m)}$$

$$v = \frac{dy}{dt} = A \cdot w \cdot \cos(w \cdot t + \varphi_0) \text{ (m/s)}$$

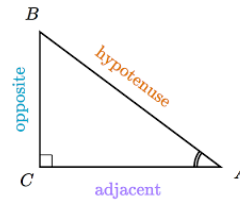
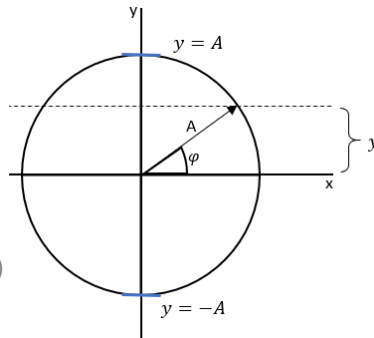
$$v = w \cdot \sqrt{A^2 - y^2} \text{ (m/s)}$$

$$a = \frac{dv}{dt} = -A \cdot w^2 \cdot \sin(w \cdot t + \varphi_0) \text{ (m/s}^2\text{)}$$

$$v_{max} = A \cdot w \quad a_{max} = -A \cdot w^2$$

$$E = E_c + E_p \text{ (J = N} \cdot \text{m)}$$

$$E_c = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \text{ (J = N} \cdot \text{m)} \quad E_p = \frac{1}{2} \cdot k \cdot y^2 \text{ (J = N} \cdot \text{m)}$$



$$\sin(\angle A) = \frac{\text{opposite}}{\text{hypotenuse}}$$

$$\cos(\angle A) = \frac{\text{adjacent}}{\text{hypotenuse}}$$

$$\tan(\angle A) = \frac{\text{opposite}}{\text{adjacent}}$$

TREBALL

$$W = \vec{F} \cdot \vec{r} = F \cdot r \cdot \cos \alpha \text{ (J)}$$

$$W_{TOTAL} = \Delta E_c$$

$$W_{F.CONST.} = -\Delta E_p$$

$$W_{F.NO CONST.} = \Delta E_c + \Delta E_p$$

$$\text{Període: } T = \frac{2\pi}{w} \text{ (s)}$$

$$\text{Freqüència: } f = \frac{1}{T} \text{ (Hz)}$$

Sabemos que:

$$M = 20 \text{ Kg}$$

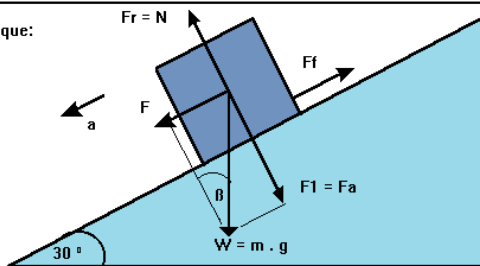
$$\beta = 30^\circ$$

$$U_k = 0,02$$

$$a = ?$$

$$F = ?$$

$$F_f = ?$$



Por la 2 da ley de NEWTON:

$$F - F_f = m \cdot a, \text{ despejando } a$$

$$a = \frac{F - F_f}{m} \quad (1)$$

Por trigonometría sabemos que:

$$F = m \cdot g \cdot \sin 30^\circ \quad (2)$$

Sabemos $F_f = U_k \cdot N$, donde $N = F_a$

$$\text{De donde } N = m \cdot g \cdot \cos 30^\circ$$

$$\text{Luego } F_f = U_k \cdot m \cdot g \cdot \cos 30^\circ \quad (3)$$

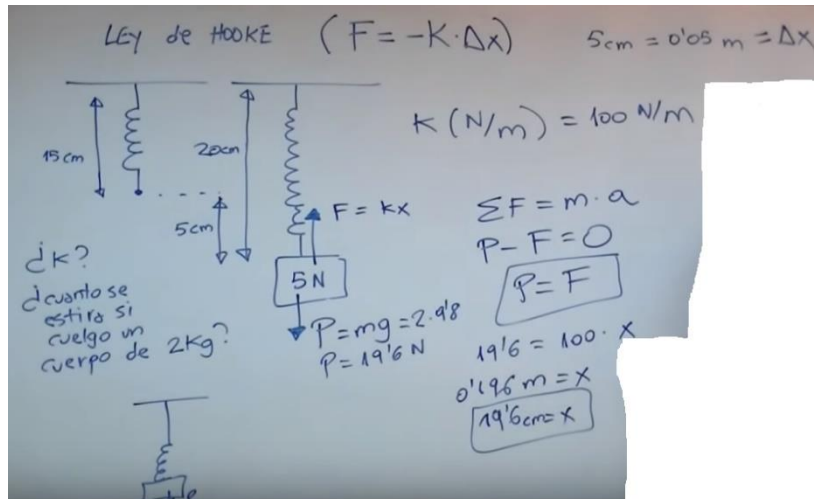
Reemplazando 2 y 3 en 1, tenemos:

$$a = \frac{m \cdot g \cdot \sin 30^\circ - U_k \cdot m \cdot g \cdot \cos 30^\circ}{m}$$

Cancelando términos semejantes:

$$a = g [\sin 30^\circ - U_k \cos 30^\circ]$$

$$a = 4,73 \text{ m / Seg}^2$$



1. IDENTIFICAR EL CONCEPTO → CONSERVACION DE ENERGIA

2. PLANTEAR EL PROBLEMA → DIAGRAMA DE LA SITUACION

Ecuaciones involucradas

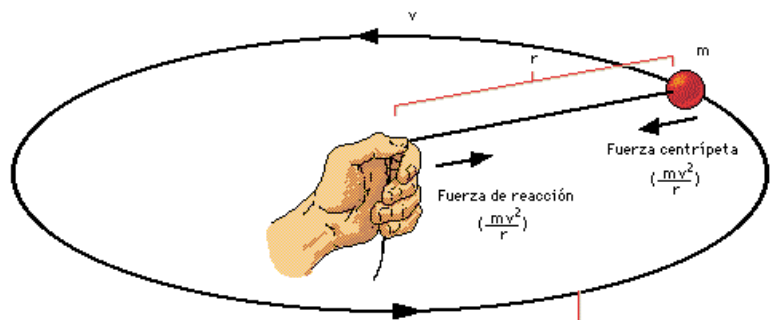
$$E_i = E_f$$

$$E_{ci} + E_{pi} = E_{cf} + E_{pf} + W_{RESISTIVA}$$

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2 \quad E_p = m g h$$

$$0 + m g d \sin \theta = 0 + 0 + \frac{1}{2} k x^2 \Rightarrow m g d \sin \theta = \frac{1}{2} k x^2$$

3. SOLUCION EJERCICIO → $M = 25 \text{ KJ} \quad k = 4.5 \times 10^3 \text{ N/m}$



m = masa de la pelota
r = radio de la circunferencia
v = velocidad de la pelota

Un niño de 35 kg se columpia con una amplitud de 50 cm en un columpio de 4 m de longitud.

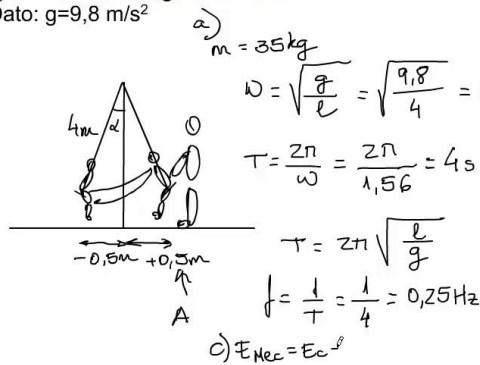
Calcula:

a) El periodo de su movimiento, la frecuencia y su frecuencia angular.

b) Si su movimiento partió de uno de sus extremos, deduce su ecuación de movimiento.

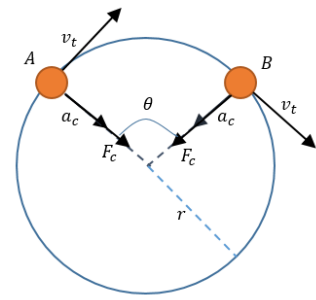
c) Calcula su energía mecánica.

Dato: $g = 9,8 \text{ m/s}^2$



Handwritten equations for Simple Harmonic Motion (M.A.S):

- $X = A \cdot \sin(\omega t + \phi)$
- $t = 0 \rightarrow X = A$
- $A = A \cdot \sin(\omega t + \phi)$
- $1 = \sin \phi; \phi = \pi/2$
- $X = 0,5 \cdot \sin(1,56 \cdot t + \pi/2)$



2.7. Una nedadora intenta creuar perpendicularment un riu nedant a una velocitat de 1,6 m/s respecte l'aigua en repòs. Quan arriba a l'altra vora, ho fa en un punt situat 40 m més lluny en la direcció del corrent. Sabent que el riu té una amplitud de 80 m,

- Quina és la velocitat del corrent?
- Quina és la velocitat de la nedadora respecte la vora?
- En quina direcció hauria de nedar per arribar al punt oposat al punt de partida?
- Si tarda el mateix en creuar, li costarà més?

2.7. En les dues direccions, x i y tenim un moviment rectilini uniforme. Per creuar el riu triga:

$$t = \frac{l}{v_n},$$

on l és l'amplada del riu. Això dona un temps de $t = 50 \text{ s}$. En aquest temps el corrent ha arrossegat la nedadora $x = 40 \text{ m}$. Per tant, la velocitat del corrent és:

$$v_c = \frac{x}{t} = 0,8 \text{ m/s}.$$

Respecte la vora la velocitat és:

$$\vec{v}_{res} = 0,8\hat{i} + 1,6\hat{j}$$

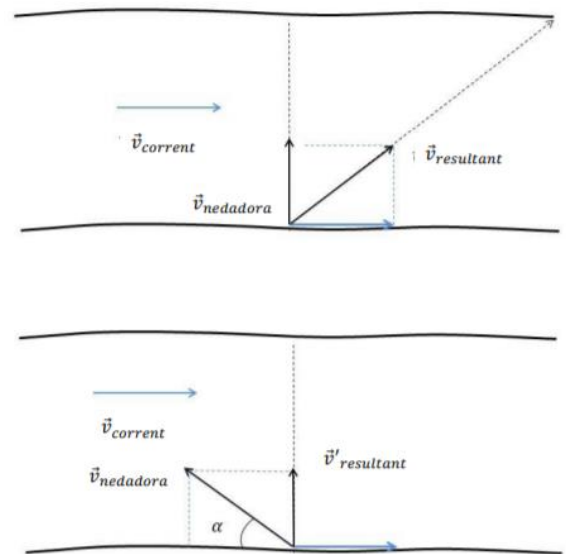
en m/s. $|\vec{v}| \cong 1,8 \text{ m/s}$. Per arribar al punt oposat tindria que nedar una mica a contracorrent:

$$\vec{v}'_n = -0,8\hat{i} + 1,6\hat{j}.$$

L'angle d'aquest vector amb la vora és:

$$\tan \alpha = \frac{1,6}{0,8} = 2,$$

que correspon a 63° .



Li costarà més si tarda el mateix que abans perquè la seva velocitat (en mòdul) és major.

Un objeto de 3 kg conectado a un muelle oscila con una amplitud de 4 cm y un periodo de 2 s. ¿Cuál es la energía total? ¿Cuál es la velocidad máxima del objeto? ¿En qué posición la velocidad es igual a la mitad de su valor máximo?

$$k = m \cdot \omega^2 = m \cdot \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 = 3 \cdot \left(\frac{2\pi}{2}\right)^2 = 3\pi^2 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

$$\text{Energía total} \rightarrow E = \frac{1}{2} k A^2 = \frac{1}{2} \cdot 3\pi^2 \frac{\text{N}}{\text{m}} \cdot (0'04 \text{ m})^2 \rightarrow \boxed{E = 2'37 \cdot 10^{-2} \text{ J}}$$

En el punto de equilibrio, la posición es cero, por lo que la energía potencial se considera nula y toda la energía se encuentra como energía cinética:

$$E_c (\text{máx}) = \frac{1}{2} m v_{\text{máx}}^2 = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot v_{\text{máx}}^2 = 2'37 \cdot 10^{-2} \rightarrow \boxed{v_{\text{máx}} = 0'126 \frac{\text{m}}{\text{s}}}$$

En el punto en que la velocidad es mitad de su valor máximo:

$$E = E_c + E_p = \frac{1}{2} m \left(\frac{v_{\text{máx}}}{2}\right)^2 + \frac{1}{2} k x^2$$

$$2'37 \cdot 10^{-2} = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot \left(\frac{0'126}{2}\right)^2 + \frac{1}{2} \cdot 3\pi^2 \cdot x^2$$

$$\boxed{x = 0'035 \text{ m} = 3'5 \text{ cm}}$$

Un objeto de masa 2 kg está sujeto a un muelle de constante $k = 40 \text{ N/m}$. suponiendo que no hay rozamiento, el objeto se mueve a 25 cm/s cuando pasa por la posición de equilibrio. ¿Cuál es la amplitud del movimiento?

Teniendo en cuenta el principio de conservación de la energía mecánica, la energía cinética cuando el objeto pasa por la posición de equilibrio tiene que ser igual a la energía potencial cuando el objeto se encuentra en la posición de máxima amplitud del movimiento:

$$E_c (\text{máx}) = E_p (\text{máx}) \rightarrow \frac{1}{2} m v_{\text{máx}}^2 = \frac{1}{2} k x_{\text{máx}}^2 \rightarrow m v_{\text{máx}}^2 = k A^2$$

$$A = \sqrt{\frac{m}{k}} \cdot v = \sqrt{\frac{2}{40}} \cdot 0'25 = 5'59 \cdot 10^{-2} \text{ m} \rightarrow \boxed{A = 5'59 \text{ cm}}$$

