

# Mètode tabular o de Quine-McCluskey

- Una variable contínua es pot representar, geomètricament, com una distància al llarg d'una recta (eixos cartesianes).
- Anàlogament, una variable de commutació (2 valors possibles) es pot representar com els punts extrems d'un segment.
- Els 4 valors de 2 variables de commutació es poden representar com els vèrtexs d'un quadrat (2D).
- En general, les diferents combinacions d' $n$  variables es poden representar en un espai d' $n$  dimensions i tots els  $2^n$  punts possibles formen els vèrtexs d'un  $n$ -cub o un hipercub de Boole.
- Per representar una funció en un  $n$ -cub s'estableix una correspondència entre minterm (si treballem com a suma de productes) i vèrtexs.

Dos cubs 0 (C-0 o minterms) formen un cub-1 C-1.

$C_1^1$	format per	000 i 010 $\rightarrow$ 0X0	0-0
$C_2^1$	" "	010 i 011 $\rightarrow$ 01X	01-
$C_3^1$	" "	011 i 111 $\rightarrow$ X11	-11

Dos C-1 poden formar un C-2.

Els cubs-0    110    111

100    101

formen un cub-2 1XX

El mètode de Karnaugh presenta el problema que és un mètode de prova i error i no sempre és possible “veure” quina és la simplificació correcta, ja que depèn de la vista del qui fa ús.

Existeix el mètode de Quine-McCluskey, que permet fer una simplificació a dos nivells de forma més sistemàtica i que pot ser implementat amb ordinador.

Primer, ordenem els minterms (maxterms) segons els número d'1 que contenen: tindrem el primer grup amb el minterm que no té cap 1, un segon amb els minterms amb un 1, un tercer amb els minterms amb dos 1s, ...

A continuació tindrem present que només podrem eliminar variables entre grups adjacents (per exemple, un terme amb un 1 i un amb dos 1s, com podria ser el 8[1000] i el 9[1001]).

$\overline{A}\overline{B}\overline{C}\overline{D}$  i  $\overline{A}\overline{B}\overline{C}D$  donen  $\overline{A}\overline{B}\overline{C}$ - (o 100-)

Realitzem aquest procés entre els diferents minterms, per tal de formar els cubs-1, marcant quina és la variable que eliminem (sigui amb el seu pes o explícitament). Marquem quins minterms hem fet servir (direm que els hem cobert).

Repetim el procediment entre els diferents cubs-1 per formar cubs-2, marcant els que hem fet servir.

Repetim el procediment fins que no puguem continuar.

## Exemple 1

$$f(A, B, C, D) = \sum m(0, 2, 3, 6, 7, 8, 9, 10, 13)$$

núm. d'1	Mintermes	
0	0	0000 -
1	2 8	0010 - 1000 -
2	3 6 9 10	0011 - 0110 - 1001 - 1010 -
3	7 13	0111 - 1101 -

cubs-1
0-2 (2) - 0-8 (8) -
2-3 (1) - 2-6 (4) - 2-10 (8) - 8-9 (1) * 8-10 (2) -
3-7 (4) - 6-7 (1) - 9-13 (4) *

cubs-2
0-2-8-10 (2-8) *
2-3-6-7 (1-4) *

		AB			
CD		00	01	11	10
	00	1 0			1 8
	01			1 5	1 9
	11	1 3	1 7		
	10	1 2	1 6		1 10

Ara procedim a seleccionar un conjunt òptim d'implicants primers (IP). És el procediment que permet de determinar quins són els cubs-n necessaris per tal de fer la simplificació màxima.

En una taula disposem tots els cubs-n (files) i els minterms (columnes). A continuació mirem quins són les Implicants primers: els cubs-n que són necessaris per cobrir tots els minterms.

Primer, però, mirem quins són els minterms que només són coberts per un dels cubs-n. Aquests cubs-n seran els anomenats Terme Primer Essencial (TPE) (els marquem amb una \*). A continuació mirem quins termes addicionals són coberts per aquests TPE (amb una x). Finalment mirem si encara ens queden termes sense cobrir.

IP↓ m→	0	2	3	6	7	8	9	10	13	
0-2-8-10 (2-8)	*	*				*		*		TPE
2-3-6-7 (1-4)		*	*	*	*					TPE
8-9 (1)						*	*			
9-13 (4)							*		*	TPE
	*	×	*	*	*	×	×	*	*	

$$f = (0 - 2 - 8 - 10) + (2 - 3 - 6 - 7) + (9 - 13)$$

$$f = \overline{B} \cdot \overline{D} + \overline{A} \cdot C + A \cdot \overline{C} \cdot D$$

1s	Mint	Cubs-1	cubs-2	cubs-3
1	1 - 2 -	1-3 (2) - 1-5 (4) * 1-9 (8) - 2-3 (1) - 2-10 (8) - 2-18 (16) -	1-3-9-11 (2-8) * 2-3-9-11 (1-8) - 2-3-18-19 (1-16) - 2-10-18-26 (8-16)-	2-3-10-11-18-19-26-27 (1-8-16)*  <i>A partir d'ara aquest cub-3 l'anomenem C-3</i>
2	3 - 5 - 9 - 10 - 18 - 20 -	3-11 (8) - 3-19 (16) - 9-11 (2) - 9-25 (16) - 10-11 (1) - 10-26 (16) - 18-19 (1) - 18-26 (8) - 5-21 (16) * 20-21 (1) *	3-11-19-27 (8-16)- 9-11-25-27 (2-16) * 10-11-26-27 (1-16)- 18-19-26-27 (1-8) -	
3	11 - 19 - 21 - 25 - 26 -			
4	23 - 27 -	11-27 (16)- 19-23 (4) * 19-27 (8) - 21-23 (2) * 25-27 (2) - 25-27 (2) -		

Exemple 2

$$f = \sum m(1, 2, 3, 5, 9, 10, 11, 18, 19, 20, 21, 23, 25, 26, 27)$$



	1	2	3	5	9	10	11	18	19	20	21	23	25	26	27
C-3 (1-8-16)		*	*			*	*	*	*					*	*
1-3-9-11 (2-8)	*		*		*		*								
9-11-25-27 (2-16)					*		*						*		*
1-5 (4)	*			*											
5-21 (16)				*							*				
20-21 (1)										*	*				
19-23 (4)									*			*			
21-23 (2)											*	*			
		*	×		×	*	×	*	×	*	×		*	*	×

IP	1	5	23
1-3-9-11 (1-8)	*		
1-5 (4)	*	*	
5-21 (16)		*	
19-23 (4)			*
21-23 (2)			*

$$f = C-3 + (9-11-25-27) + (20-21) + (1-5) + (19-23) \\ + (21-23)$$

$$f = \overline{C} \cdot D + B \cdot \overline{C} \cdot E + A \cdot \overline{B} \cdot C \cdot \overline{D} + \overline{A} \cdot \overline{B} \cdot \overline{D} \cdot E + A \cdot \overline{B} \cdot D \cdot E$$