Llista 5

Problema 1

X: "pes llauna de conserves"

$X \sim N(\mu, \sigma^2)$ $\sigma^2 = 19$

Contrast per a μ, amb σ^2 coneguda amb nivell de significància $\alpha = 0'05$

$H_0: \mu = 1000$
$H_1: \mu \neq 1000$

L'estadistic de contrast és

$$EC = \frac{\overline{X} - \mu}{\sigma}\sqrt{n} \overset{H_0}{\sim} N(0,1)$$

El valor observat a la mostra de l'estadistic de contrast és

$$VOEC = \frac{998 - 1000}{\sqrt{19}}\sqrt{5} = -1'02598$$

ja que $\overline{x} = 998$ $\mu_0 = 1000$
$\sigma^2 = 19$
$n = 5$

Per decidir si acceptem o rebutgem la hipòtesi nul·la $\mu = 1000$ utilitzem el p-valor.

Com la hipòtesi alternativa és bilateral H_1 és $\mu \neq 1000$

el p-valor és

p-valor $= 2 \cdot P(Z > |\text{valor } z_{est}|)$

on $Z \sim N(0,1)$

p-valor $= 2 \cdot P(Z > |-1'02598|)$

$= 2 \cdot P(Z > 1'02598)$

$= 2 \cdot (1 - P(Z \leq 1'02598))$

$= 2 \, (1 - \text{pnorm}(1'02598))$

$= 0'3098$

Com el p-valor és més gran que el nivell α no podem rebutjar H_0, $0'3098 > 0'05$

Per tant acceptem que el pes de les llaunes és 1000 grams.

Problema 2 Llista 5

X = " pH de la bilis"

$X \sim N(\mu, \sigma^2)$ $\sigma^2 = 0'25$

Contrast per a μ, amb σ^2 coneguda amb nivell de significància $\alpha = 0'05$

$H_0: \mu = 7$

$H_1: \mu > 7$

H_0:

L'estadístic de contrast és

$$EC = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma}\sqrt{n} \overset{H_0}{\sim} N(0,1)$$

El valor observat de l'estadístic a la mostra és

$$VOEC = \frac{7'8086 - 7}{\sqrt{0'25}}\sqrt{7} = 4'2786$$

ja que $\bar{x} = 7'8086$ $n = 7$

$\sigma^2 = 0'25$ $\mu_0 = 7$

Com la hipotesi alternativa H_1 és $\mu > 7$ el contrast és unilateral i el p-valor és

$$p\text{-valor} = P(Z > VOEC)$$

on $Z \sim N(0,1)$

$$p\text{-valor} = P(Z > 4'2786)$$
$$= 1 - P(Z \leq 4'2786)$$
$$= 1 - \text{pnorm}(4'2786) = 1 - 1$$
$$= 0$$

Com $p\text{-valor} = 0 < \alpha = 0'05$

$\Rightarrow$ Rebutgem H_0

Per tant $\mu > 7$, és a dir el PH de la bilis és més gran que 7.

Problema 3

Volem fer un contrast per a la proporció p de número de famílies d'una població que sopen veient el televisor.

$H_0: p = 0'7$

$H_1: p \neq 0'7$

amb nivell de significància

$\alpha = 0'01$

L'estadistic de contrast és

$$EC = \frac{\bar{X} - p}{\sqrt{p(1-p)}} \sqrt{n} \underset{H_0}{\sim} N(0,1)$$

per el teorema central del límit.

(aproximem la binomial per la normal)

$$VOEC = \frac{0'68 - 0'7}{\sqrt{0'7 \cdot 0'3}} \sqrt{50} = -0'3086$$

ja que $\bar{X} = \frac{34}{50} = 0'68$, $p = 0'7$ $n = 50$

Com la hipòtesi alternativa

H_1 és $p \neq 0'7$ és bilateral

el p-valor és

p-valor $= 2 \cdot P(Z > |\overline{\text{VOEC}}|)$

$= 2 \cdot P(Z > |-0'3086|)$

$= 2 \cdot P(Z > 0'3086)$

$= 2\,(1 - P(Z \leq 0'3086))$

$= 0'7576 = 2\,(1 - \text{pnorm}(0'3086))$

Com p-valor $= 0'7576 > 0'01 = \alpha$

$\Rightarrow$ Acceptem H_0, per tant la

proporció poblacional es

del 70 %

Problema 4

Volem fer un contrast per a la proporció p de votants d'un partit polític.

$H_0: p = 0'35$

$H_1: p < 0'35$

amb nivell de significància $\alpha = 0'01$.

L'estadístic de contrast és

$$EC = \frac{\bar{x} - p}{\sqrt{p(1-p)}} \sqrt{n} \underset{H_0}{\approx} N(0,1)$$

el valor observat de la mostra és

$$VOEC = \frac{0'28 - 0'35}{\sqrt{0'35 \cdot 0'65}} \sqrt{1200}$$

$$= -5'084$$

ja que $\bar{x} = \frac{336}{1200} = 0'28$

$p = 0'35$ $\quad n = 1200$

Com la hipotesi alternativa

H_1 és $p < 0'35$ és unilateral

el p-valor és

p-valor = $P(Z < VOEG)$

$= P(Z < -5'084) =$ pnorm$(-5'084)$

$= 0$

Com p-valor $= 0 < \alpha = 0'01$

rebutgem H_0.

Pertant la conclusió es

$p < 0'35$ es a dir

la proporció de votants a la població del partit polític és inferior al 35%.