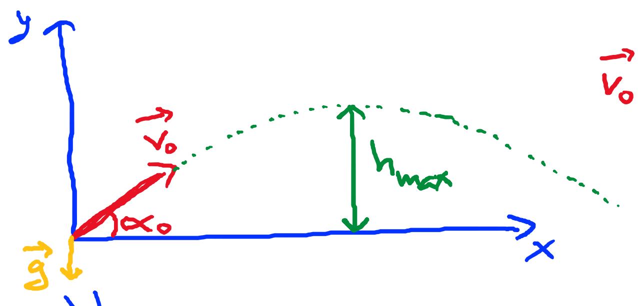
**2.9.** Es llença un projectil amb velocitat de mòdul $v_0 = 50$ m/s i angle $\alpha_0 = 45°$ respecte la horitzontal.

a) Quina és l'altura màxima que assoleix? (negligiu la resistència de l'aire).

b) Podem modificar l'angle de tir per a que sigui major?

c) Quant val la seva velocitat per $t = 5$ s (en mòdul i en components)?

d) Quant valen l'acceleració tangencial i la normal en aquest punt?




$$\vec{v}_0 = v_{0x}\,\hat{i} + v_{0y}\,\hat{j} =$$
$$= v_0 \cos\alpha_0\,\hat{i} + v_0 \sin\alpha_0\,\hat{j}$$

a) $h_{max}$

Quan el projectil arriba a $h_{max}$ => la component y de la velocitat, $v_y$, és cero

Eix y: $v_y = v_0 \sin\alpha_0 - g t$

$$0 = v_0 \sin\alpha_0 - g t$$

$$t = \frac{v_0 \sin\alpha_0}{g} \rightarrow \text{temps que triga en arribar a } y = h_{max}$$

Eix y: $y = y_0 + v_0 \sin\alpha_0\, t - \frac{1}{2} g t^2$

$$\underbrace{y_0 = 0\,,\; y = h_{max}\,,\; t = \frac{v_0 \sin\alpha}{g}}$$

$$h_{max} = v_0 \sin\alpha_0 \cdot \frac{v_0 \sin\alpha_0}{g} - \frac{1}{2} g \frac{v_0^2 \sin^2\alpha_0}{g^2}$$

$$h_{max} = \frac{v_0^2 \sin^2\alpha_0}{2g} = 64\text{ m} \quad (63.71\text{ m})$$

b) Sí $\Rightarrow \alpha \to 90^\circ \Rightarrow h_{max} \uparrow\uparrow$

Per $\alpha = 90^\circ \to h_{max}$ és màxim

$\hookrightarrow \sin 90^\circ = 1$

$$h_{max} = \frac{v_0^2 \sin^2\alpha}{2g} \underset{\alpha = 90^\circ}{=} \frac{v_0^2}{2g} = 127\ m$$

c) $\vec{v}$ per $t = 5\ s$

Eix x: $v_x$ és constant (no component x de l'acceleració)

$$v_x = v_0 \cos\alpha_0 = 35\ \frac{m}{s} \quad \left(35.36\ \frac{m}{s}\right)$$

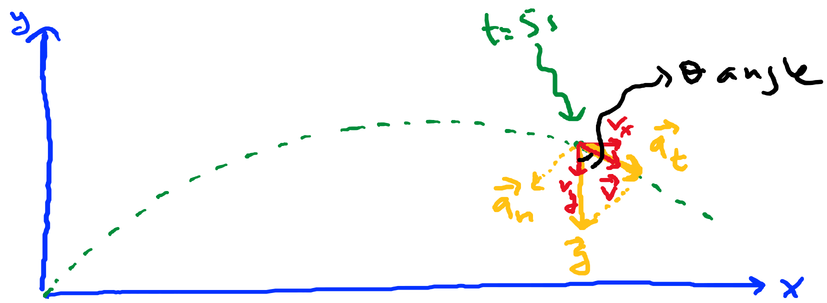
Eix y: $v_y = v_0 \sin\alpha_0 - gt \underset{t=5\,s}{=} -14\ \frac{m}{s} \quad \left(-13.69\ \frac{m}{s}\right)$

Per tant:

$$\boxed{\vec{v}(t = 5s) = 35\ \frac{m}{s}\ \hat{\imath} - 14\ \frac{m}{s}\ \hat{\jmath}}$$

$$t = 5s \to |\vec{v}| = \sqrt{\left(35\ \frac{m}{s}\right)^2 + \left(14\ \frac{m}{s}\right)^2} = 38\ \frac{m}{s} \quad \left(37.92\ \frac{m}{s}\right)$$

d)




$$\vec{g} = -g\hat{j} \qquad |\vec{a}_t| \equiv a_t = g\cos\theta$$

$$\vec{v} \parallel \vec{a}_t \qquad \vec{g}\cdot\vec{v} = |\vec{g}||\vec{v}|\cos\theta$$

$$\Rightarrow |\vec{a}_t| = \frac{\vec{g}\cdot\vec{v}}{|\vec{v}|}$$

Per tant:

$$|\vec{a}_t| = \frac{-9.81\frac{m}{s^2}\cdot\left(-14\frac{m}{s}\right)}{38\frac{m}{s}} = 3.5\frac{m}{s^2} \quad \left(3.542\frac{m}{s^2}\right)$$

$$\left[\vec{a}_t = |\vec{a}_t|\frac{\vec{v}}{|\vec{v}|} = 3.3\frac{m}{s^2}\hat{i} - 1.3\frac{m}{s^2}\hat{j}\right]$$

$\frac{\vec{v}}{|\vec{v}|}$ → vector unitari en la direcció de $\vec{v}$

$$\vec{g} = \vec{a}_n + \vec{a}_t \Rightarrow \vec{a}_n = \vec{g} - \vec{a}_t = -3.3\frac{m}{s^2}\hat{i} + (-9.81+1.3)\frac{m}{s^2}\hat{j} =$$

$$= \boxed{-3.3\frac{m}{s^2}\hat{i} - 8.5\frac{m}{s^2}\hat{j} = \vec{a}_n}$$

$$|\vec{a}_n| = \sqrt{a_{nx}^2 + a_{ny}^2} = 9.1\frac{m}{s^2}$$

Alternativament:

$$|\vec{g}|^2 = |\vec{a}_n|^2 + |\vec{a}_t|^2 \Rightarrow |\vec{a}_n| = 9.1\frac{m}{s^2}$$