

1. Sigui  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  la funció definida per  $f(x) = 2x^5 + 5x^2 - 2$ .
- (a) Determineu els intervals de creixement i decreixement de  $f$ .
  - (b) Calculeu els valors màxim i mínim de  $f$  en  $[-1, 1]$ .
  - (c) Quants zeros té  $f$  en  $\mathbb{R}$ ?
  - (d) Determineu els intervals de convexitat i concavitat de  $f$ .
2. Trobeu els extrems relatius i absoluts de  $f(x) = \sin(2x) - x$  en  $[-\pi/2, \pi/2]$ .
3. (a) Estudieu la convexitat i concavitat de la funció  $f(x) = e^x - ax^2$  en funció de  $a \in \mathbb{R}$ .
- (b) Per a  $a \leq 1/2$ , estudieu el nombre de zeros de  $f(x) = 0$ .
4. De tots els rectangles d'igual perímetre digueu quin té àrea màxima.
5. Representeu gràficament les funcions:

$$f(x) = \frac{x^2 + 1}{\sqrt{x^2 - 1}}, \quad g(x) = \frac{2x^2 + 5x - 3}{x^2 - 2x}.$$

6. Considerem la funció

$$f(x) = \begin{cases} x^2 \cos(1/x) & \text{si } x \neq 0 \\ 0 & \text{si } x = 0. \end{cases}$$

És  $x = 0$  un punt d'inflexió de  $f$ ? Justifiqueu la resposta.

7. Demostreu les desigualtats

$$x \log(1/x) \leq 1 - x \leq \log(1/x)$$

per a  $x \in (0, 1)$ .