LÒGICA I LLENGUATGES

PROBLEMES

Llenguatges regulars

del 1 al 8 en el campus

Imprimir just amb les funcions

Exercici 1. Sigui $\Sigma = \{0, 1, 2\}$. Siguin $L_1 = \{1, 02, 10\}$ i $L_2 = \{\lambda, 112, 0\}$. Determinar els llenguatges L_1L_2, L_2L_1, $L_1L_2 \cup L_2L_1$ i $L_1L_2 \cap L_2L_1$.

Exercici 2. Sobre l'alfabet $\Sigma = \{0, 1\}$, siguin:

$L_1 =$ el conjunt de paraules de bits que tenen exactament tants 0's com 1's,

$L_2 =$ el conjunt de paraules de bits que tenen almenys tants 0's com 1's,

$L_3 =$ el conjunt de paraules de bits que tenen almenys tants 1's com 0's.

Aleshores, determineu els següents L_1L_1, L_1L_2, L_1L_3, L_2L_1, L_2L_2, L_2L_3, L_3L_1, L_3L_2, L_3L_3.

Exercici 3. Considerem els llenguatges $L_1 = \{x \in \{0, 1\}^* : n_0(x)$ és parell $\}$ i $L_2 = \{x \in \{0, 1\}^* : n_0(x)$ és senar $\}$. Determineu L_1^* i L_2^*.

Exercici 4. Demostreu que per a tot llenguatge L, $(L^*)^* = L^*$.

Exercici 5. Determineu si son certes les següents condicions:
(a) $11001001 \in L((00 \cup 1)^*)$.
(b) $000 \in L((00 \cup 1)^*)$.
(c) $1101100 \in L((00 \cup 1)^*)$.
(d) $10000111 \in L((00 \cup 1)^*)$.
(e) $L(1^*0^*) \cap L(0^*1^*) = L(0^* \cup 1^*)$.
(f) $L(0^*1^*) \cap L(2^*3^*) = \emptyset$.
(g) $0123 \in L((0(23)^*1)^*)$.

Exercici 6 Determineu els llenguatges corresponents a les següents expressions regulars:
(a) 1^*10.

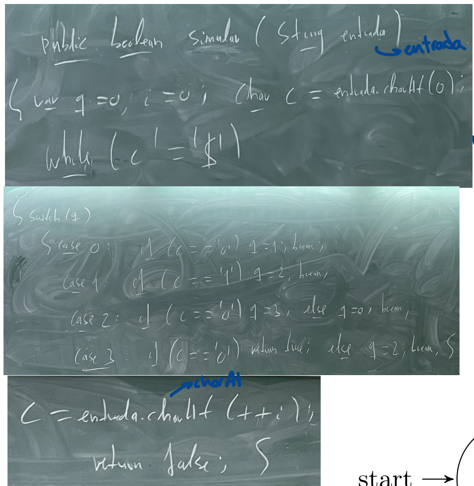
(b) $(0 \cup 1)^*1(0 \cup 1)^*$.
(c) $(0 \cup 10)(1 \cup 01)^*$.
(d) $(0^*10^*10^*1)0^*$.
(e) $(1 \cup 01)^*00(10 \cup 1)^*$.
(f) $0(0 \cup 1)^*0 \cup 1(0 \cup 1)^*1 \cup 0 \cup 1$.

Exercici 7. Demostrar que els següents parells de'expressions regulars no son equivalents:
(a) $\alpha = (0 \cup 1)^*$ y $\beta = 0^* \cup 1^*$.
(b) $\alpha = (0 \cup 1)^*$ y $\beta = (01)^*$.
(c) $\alpha = 00^*1$ y $\beta = 0^*1$.
(d) $\alpha = (0^*1)^*$ y $\beta = (0 \cup 1)^*1$.

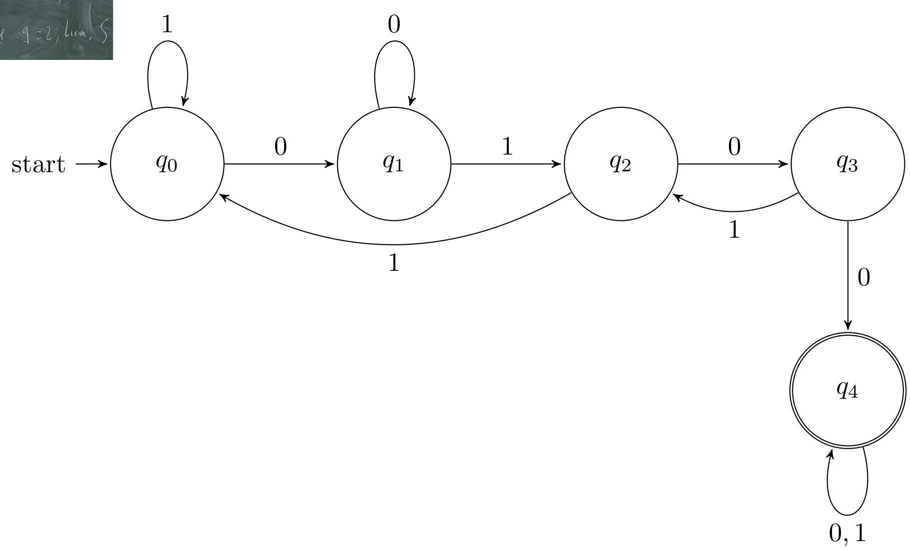
Exercici 8. Simplifica les següents expressions regulars, trobant per cadascuna d'elles una expressió regular més simple i equivalent.
(a) $(0 \cup \lambda)^*$.
(b) $(0 \cup \lambda)(0 \cup \lambda)^*$.
(c) $\lambda \cup 0^* \cup 1^* \cup (0 \cup 1)^*$.
(d) $0^*1 \cup (0^*1)0^*$.
(e) $(0^*1)^* \cup (1^*0)^*$.
(f) $(0 \cup 1)^*0(0 \cup 1)^*$.

Exercici 9. Considerem el següent autòmat determinista M, on q_4 es l'únic estat acceptador:

(c)



'$' como final de la palabra



Llavors, es demana:

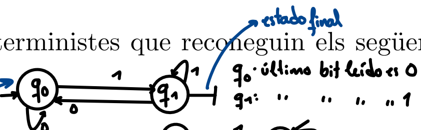
(a) Descriure $L(M)$ informalment. $L(M) = \{x \in \{0,1\}^* : x$ contiene 0100 como subpalabra$\}$

(b) Descriure $L(M)$ mitjançant una expressió regular. $L(M) = L(\varphi)$ donde $\varphi = (0 \vee 1)^* 0100 (0 \vee 1)^*$

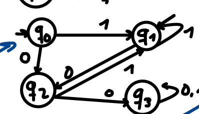
(c) Simular M mitjançant un programa en JAVA.

Exercici 10. Construir autòmats deterministes que reconeguin els següents llenguatges:

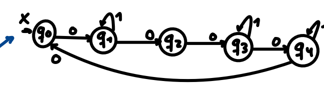
(a) $\{x \in \{0,1\}^* : x$ acaba en $1\}$.



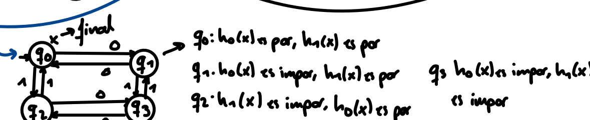
(b) $\{x \in \{0,1\}^* : x$ acaba en 1 i no conté $00\}$.



(c) $\{x \in \{0,1\}^* : n_0(x)$ és un múltiple de $5\}$.

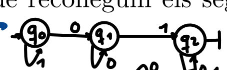


(d) $\{x \in \{0,1\}^* : n_0(x)$ és parell i $n_1(x)$ és parell $\}$.

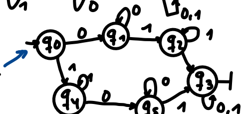


Exercici 11. Construir autòmats deterministes que reconeguin els següents llenguatges:

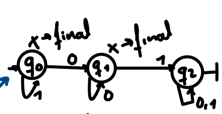
(a) $\{x \in \{0,1\}^* : x$ conté com a subparaula $01\}$.



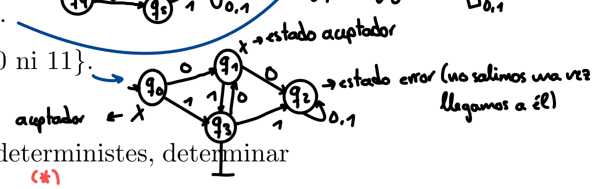
(b) $\{x \in \{0,1\}^* : x$ conté com subparaules 01 i $10\}$.



(c) $\{x \in \{0,1\}^* : x$ no conté com a subparaula $01\}$.



(d) $\{x \in \{0,1\}^* : x$ no conté com subparaules ni 00 ni $11\}$.

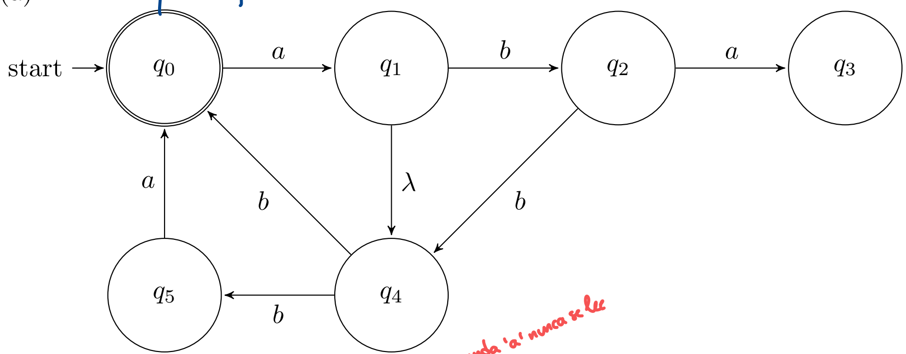


Exercici 12. Per cada un dels següents autòmats indeterministes, determinar (*)

(*) Un autómata indeterminista es una estructura $M = (K, I, \Delta, q_0, F)$ donde K, I, q_0, F son como en la definición de AD y Δ (delta) es un subconjunto de $K \times (\Sigma \cup \{\lambda\}) \times K$. En el caso determinista, Δ es una función de $K \times \Sigma$ en K.

les paraules de les llistes corresponents que són reconegudas:

(a)



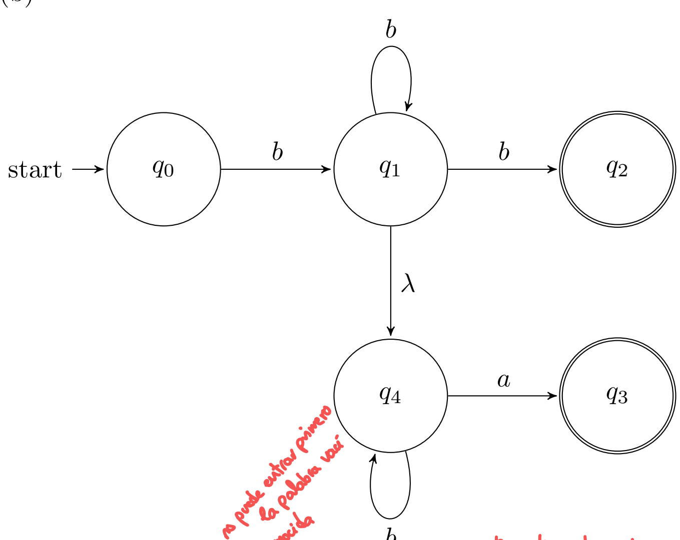
$q_0 \to q_1 \to q_4 \to q_0$ ×2 la segunda 'a' nunca se lee $q_0 \to q_1 \to q_4 \to q_5 \to q_0$ ✓ (2n recorrido 3 veces)

Llista de paraules: λ, ab, $abab$, aaa, aba, abb, ab, $ababab$.

la segunda 'b' no se lee nunca

palabra vacía (transición sin leer símbolo de entrada)

(b)



no puede entrar primero la palabra vací

no reconocida

$q_0 \overset{b}{\mapsto} q_1 \overset{b}{\mapsto} q_2$ $q_0 \overset{b}{\mapsto} q_1 \overset{b}{\mapsto} q_1 \overset{b}{\mapsto} q_1 \overset{b}{\mapsto} q_2$

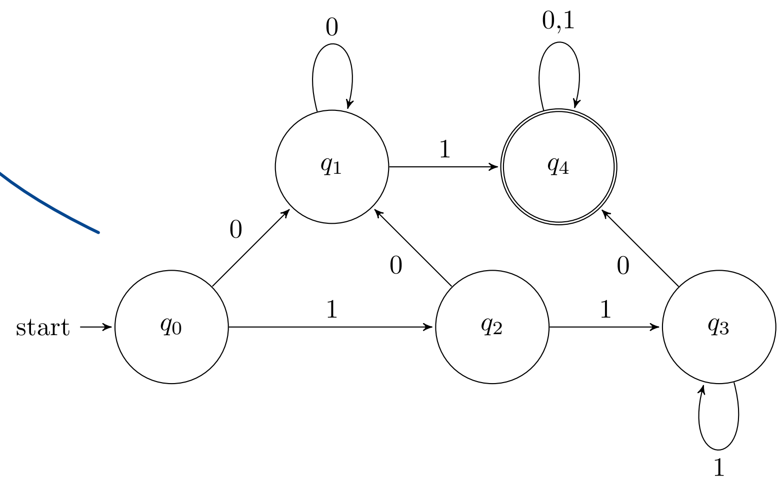
Llista de paraules: λ, b, bb, $bbba$, $bbbb$, $baaa$.

$q_0 \overset{b}{\mapsto} q_1 \overset{\lambda}{\mapsto} q_4 \overset{b}{\mapsto} q_4 \overset{a}{\mapsto} q_2$

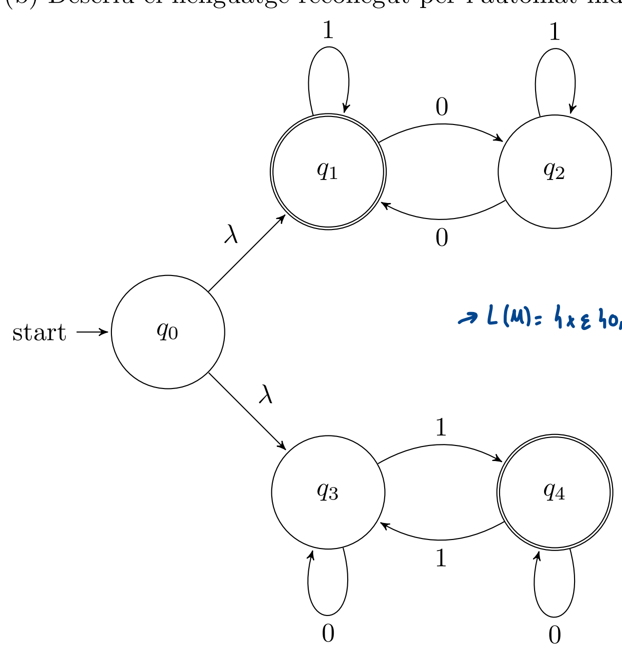
se bloquea en q_1 o q_4

Exercici 13. (a) Descriu el llenguatge reconegut per l'autòmat determinista següent:

$L(M) = \{\bar{x} \in \{0,1\}^*: x$ contiene '01' o '110'$\}$



(b) Descriu el llenguatge reconegut per l'autòmat indeterminista següent:



$\rightarrow L(M) = \{x \in \{0,1\}^*: m_0(x)$ es par, $m_1(x)$ es impar.

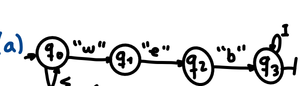
Σ = conjunto de caràcteres

Exercici 14. (a) Definir un autòmat indeterminista que determini si en un text apareix la paraula "web" .

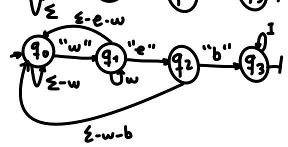
(b) Convertir directament l'autòmat de l'apartat (a) en un autòmat determinista.

(c) Simular l'autòmat del apartat (b) mitjançant un programa en JAVA.

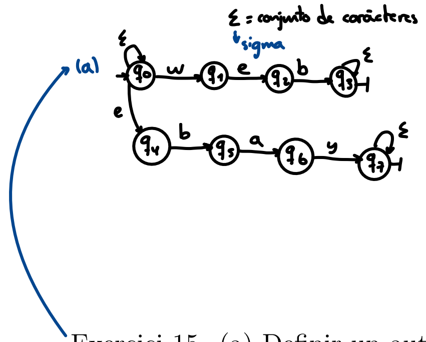
(a)

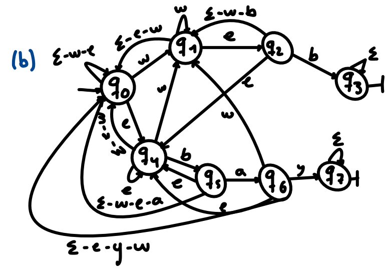


(b)



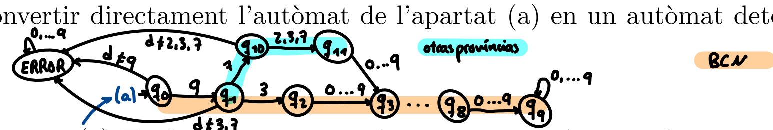
(c)





Exercici 15. (a) Definir un autòmat indeterminista per determinar si en un text apareix la paraula "web" o la paraula "ebay".

(b) Convertir directament l'autòmat de l'apartat (a) en un autòmat determinista.



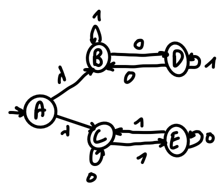
Exercici 16. (a) Explicar com es pot dissenyar un autòmat indeterminista per reconèixer els números de telèfon de les províncies de Catalunya.

(b) Explicar com a partir de l'autòmat de l'apartat (a), es pot dissenyar un programa en JAVA per reconèixer aquests números.

Exercici 17. Mitjançant l'algorisme vist a classe, construir un autòmat determinista equivalent a l'autòmat indeterminista $M = (\{A, B, C, D, E\}, \{0, 1\}, \Delta, A, \{B, C\})$ on Δ està definida per la següent taula:

$A \xmapsto{0} \emptyset$ | $A \xmapsto{1} \emptyset$
$B \xmapsto{0} D$ | $B \xmapsto{1} B$
$C \xmapsto{0} C$ | $C \xmapsto{1} E$
$D \xmapsto{0} B$ | $D \xmapsto{1} D$
$E \xmapsto{0} E$ | $E \xmapsto{1} C$

A	λ	B
A	λ	C
B	0	D
B	1	B
C	0	C
C	1	E
D	0	B
D	1	D
E	0	E
E	1	C



$\Lambda(A) = ABC =: q_0$ $K' = \{ABC, BC, BE, DC, DE\}$
$\Lambda(B) = B$ $q_0' = ABC$ $F' = \{ABC, BC, BE, DC\}$.
$\Lambda(C) = C$
$\Lambda(D) = D$
$\Lambda(E) = E$

$\delta'(ABC, 0) = \Lambda(\{C\} \cup \{D\}) = DC$
$\delta'(ABC, 1) = \Lambda(\{B\} \cup \{E\}) = BE$
$\delta'(DC, 0) = \Lambda(\{B\} \cup \{C\}) = BC$
$\delta'(DC, 1) = \Lambda(\{D\} \cup \{E\}) = DE$
$\delta'(BE, 0) = \Lambda(\{D\} \cup \{E\}) = DE$
$\delta'(BE, 1) = \Lambda(\{B\} \cup \{C\}) = BC$
$\delta'(DE, 0) = \Lambda(\{B\} \cup \{E\}) = BE$
$\delta'(DE, 1) = \Lambda(\{D\} \cup \{C\}) = DC$
$\delta'(BC, 0) = \Lambda(\{D\} \cup \{C\}) = DC$
$\delta'(BC, 1) = \Lambda(\{B\} \cup \{E\}) = BE$

Exercici 18. Mitjançant l'algorisme vist a classe, construir un autòmat determinista equivalent a l'autòmat indeterminista $M = (\{A, B, C, D\}, \{0, 1\}, \Delta, A, \{A, D\})$ on Δ està definida per la següent taula:

$\Lambda(A) = ACD$,
$\Lambda(B) = B$,
$\Lambda(C) = CD$,
$\Lambda(D) = D$

$A \xmapsto{0} \emptyset$ | $A \xmapsto{1} B$
$B \xmapsto{0} B, C$ | $B \xmapsto{1} C$
$C \xmapsto{0} A$ | $C \xmapsto{1} \emptyset$
$D \xmapsto{0} B$ | $D \xmapsto{1} B$

A	1	B
A	λ	C
B	0	B
B	0	C
B	1	C
C	0	A
C	λ	D
D	0	B
D	1	B

Estado inicial $= \Lambda(A) = ACD$

$\delta'(ACD, 0) = \Lambda(A) \cup \Lambda(B) = ABCD$,
$\delta'(ACD, 1) = \Lambda(B) = B$,
$\delta'(ABCD, 0) = \Lambda(A) \cup \Lambda(B) \cup \Lambda(C) = ABCD$,
$\delta'(ABCD, 1) = \Lambda(B) \cup \Lambda(C) = BCD$,
$\delta'(B, 0) = \Lambda(B) \cup \Lambda(C) = BCD$,
$\delta'(B, 1) = \Lambda(C) = CD$

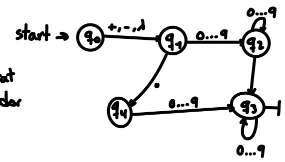
$\delta'(BCD, 0) = \Lambda(A) \cup \Lambda(B) \cup \Lambda(C) = ABCD$,
$\delta'(BCD, 1) = \Lambda(B) \cup \Lambda(C) = BCD$,
$\delta'(CD, 0) = \Lambda(A) \cup \Lambda(B) = ABCD$,
$\delta'(CD, 1) = \Lambda(B) = B$.

Estados aceptadores: ACD, ABCD, BCD, CD

Estados: B, ACD, ABCD, BCD, CD.

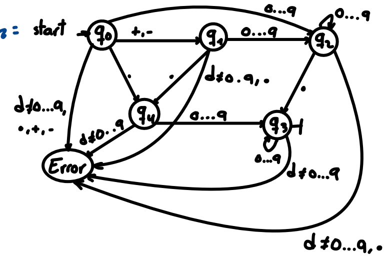
Exercici 19. Mitjançant l'algorisme vist a classe, construir un autòmat

a) M_1 =



q_3 = únic estat acceptador

b) M_2 =



determinista equivalent a l'autòmat indeterminista $M = (\{q_0, q_1, , q_2, q_3, q_4\}, \{0,1\}, \Delta, q_0, \{q_4\})$ on Δ està definida per la següent taula:

$\Lambda(q_i)=q_i$ para $i=1,2,3,4$

$q_0 \overset{0}{\mapsto} q_4$	$q_0 \overset{1}{\mapsto} q_1, q_2$
$q_1 \overset{0}{\mapsto} \emptyset$	$q_1 \overset{1}{\mapsto} q_0$
$q_2 \overset{0}{\mapsto} \emptyset$	$q_2 \overset{1}{\mapsto} q_3$
$q_3 \overset{0}{\mapsto} q_0$	$q_3 \overset{1}{\mapsto} \emptyset$
$q_4 \overset{0}{\mapsto} \emptyset$	$q_4 \overset{1}{\mapsto} \emptyset$

q_0	1	q_1
q_0	1	q_2
q_0	0	q_4
q_1	1	q_0
q_2	1	q_3
q_3	0	q_0

→ único estado aceptador

Estado inicial = $\Lambda(q_0) = q_0$

$\delta'(q_0, 0) = q_4$, $\delta'(q_0q_3, 0) = q_0q_4$,
$\delta'(q_0, 1) = q_1q_2$, $\delta'(q_0q_3, 1) = q_1q_2$,
$\delta'(q_4, 0) = \emptyset$, $\delta'(q_0q_4, 0) = q_4$,
$\delta'(q_4, 1) = \emptyset$, $\delta'(q_0q_4, 1) = q_1q_2$,
$\delta'(q_1q_2, 0) = \emptyset$, $\delta'(\emptyset, 0) = \delta'(\emptyset, 1) = \emptyset$.
$\delta'(q_1q_2, 1) = \Lambda(q_0) \cup \Lambda(q_3) = q_0q_3$,

Estados: $q_0, q_4, q_1q_2, \emptyset, q_0q_4, q_0q_3$.

Estados aceptadores: q_4, q_0q_4.

Exercici 20. (a) Construir un autòmat indeterminista per reconèixer nombres decimals que continguin: (a) un signe + o − opcional; (b) una paraula de dígits; (c) un punt decimal; (d) una segona paraula de dígits. Tant la primera paraula de dígits com la segona poden estar buides, però almenys una de les dues paraules no pot estar buida.

(b) Explicar com es pot dissenyar un programa en JAVA per reconèixer nombres decimals.

Exercici 21. Modificar l'autòmat vist a classe per dissenyar l'analitzador lèxic d'un compilador, de manera que es reconeguin també els nombres decimals segons la definició donada en l'exercici 20.

Exercici 22. Explicar com dissenyar un analitzador lèxic per reconèixer les següents categories sintàctiques:

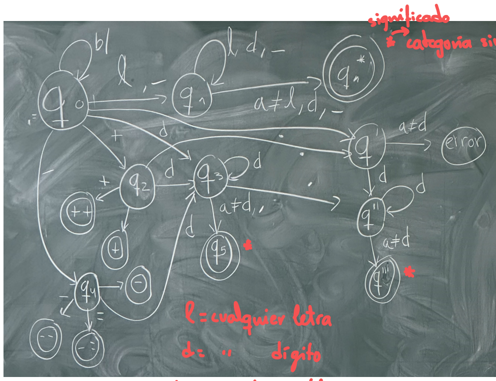
(1) identificadors formats per lletres i dígits de manera que el primer caràcter és una lletra,

(2) nombres enters,

(3) els operadors aritmètics + i −,

(4) els operadors ++ i −−.

significado
* categoría sintáctica que lee el carácter siguiente. Al programarlo y llegar a este estado, no leeríamos el siguiente.



bl : carácter en blanco

estado aceptador y no leer el siguiente carácter.
ya estará leído.
si no hay asterisco, leer.