

Inducció electromagnètica

Fluxe elèctric

$$\Phi_E = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q_{int}}{\epsilon_r \epsilon_0}$$

[Teorema de Gauss]

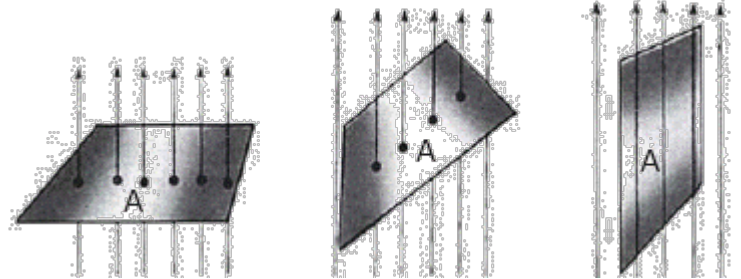
Fluxe magnètic

$$\Phi_M = \oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$$

$[\Phi] = [BS] \Rightarrow \text{Te} \cdot \text{m}^2 \equiv \text{Weber}$

$$d\Phi = \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

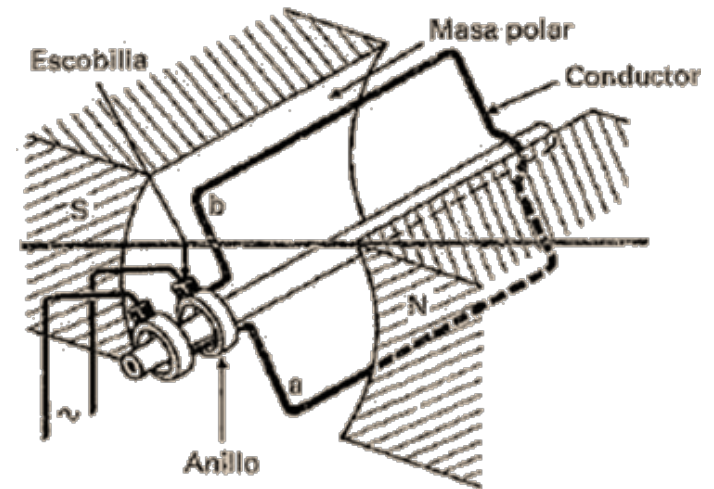
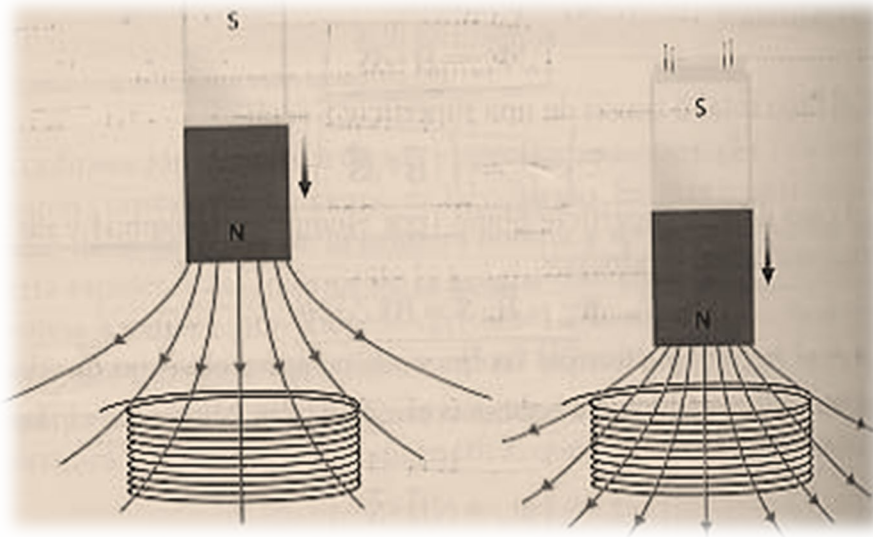
$$\Phi = \oint \vec{B} \cdot d\vec{S} = BS \cos \theta$$



Llei de Faraday

$$\varepsilon = - \frac{d\Phi}{dt}$$

Força electromotriu induïda

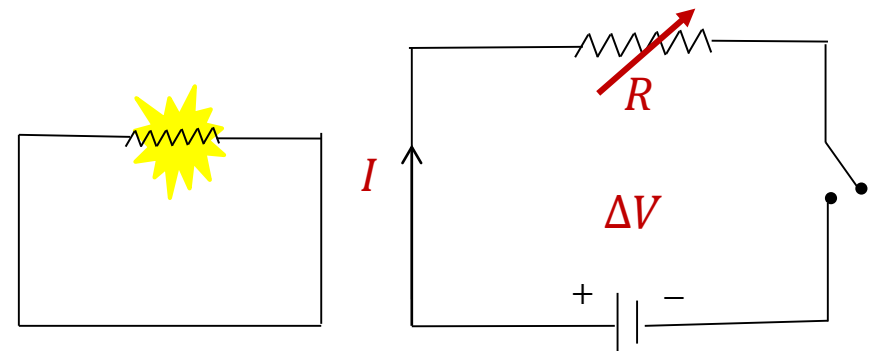


Llei de Faraday

$$\varepsilon = - \frac{d\Phi}{dt}$$

Força electromotriu induïda

- Tota variació de fluxe que travessa un circuit hi produeix una f.e.m. induïda
- Només hi ha f.e.m. mentre hi ha variació de fluxe
- Aquesta f.e.m. crea corrents induïts



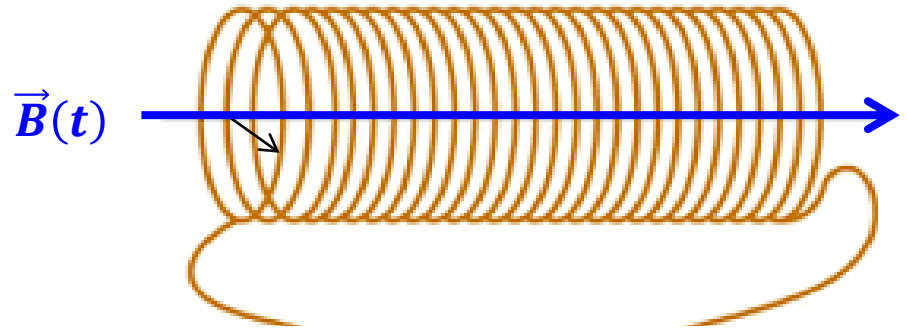
Per exemple

$$N = 100$$

$$S = 2 \cdot 10^{-2} \text{ m}^2$$

$$\left\{ \begin{array}{l} B = 0,6 \text{ Te} \rightarrow 0,3 \text{ Te} \\ \Delta t = 0,1 \text{ s} \end{array} \right.$$

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} = 100 \cdot \frac{0,006}{0,1} = 6 \text{ volts}$$



1. Electrostàtica

1.1 Introducció. Les lleis de Maxwell

1.2 Llei de Coulomb

1.3 Camp elèctric. Línies de força

1.4 Energia potencial electrostàtica

1.5 Teorema de Gauss. Condensadors planoparalels

2. Corrent elèctric

2.1 Intensitat i resistència

2.2 Llei d'Ohm

2.3 Bateria i aparells de mesura

2.4 Energia i potència en circuits. Llei de Kirchhoff

3. Magnetisme

3.1 Força magnètica

4.2 Llei de Biot-Savart

4.3 Fonts elèctriques de camps magnètics

4.4 Llei d'Ampère

4. Inducció electromagnètica

4.1 Inducció electromagnètica

4.2 Llei de Faraday. Generadors

4.3 Llei de Lenz

4.4 Autoinducció

5. Teoria de la relativitat

Llei de Lenz

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt}$$

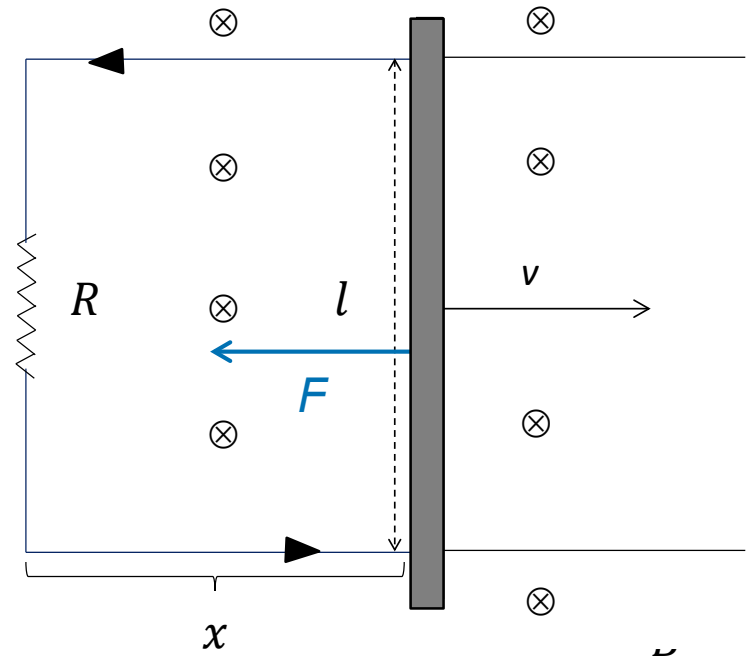
La força electromotriu induïda s'oposa a l'efecte que provoca

$$\Phi = \oint \vec{B} \cdot d\vec{S} = Blx$$

$$\frac{d\Phi}{dt} = Bl \frac{dx}{dt} = Blv \Rightarrow \varepsilon = -Blv$$

En aparèixer una intensitat també apareix una força magnètica F sobre el circuit.

$$F = IlB$$



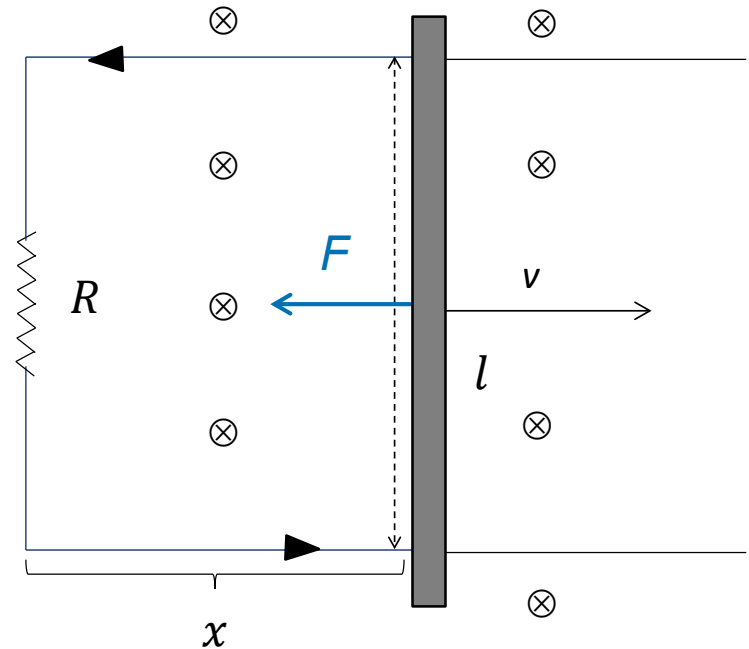
Llei de Lenz

$$\varepsilon = -Blv$$

La força sobre la barra mòbil serà:

$$F = IlB$$

*I podem comprovar que **l'energia es conserva** comparant el treball fet per la força i l'energia dissipada en el circuit:*



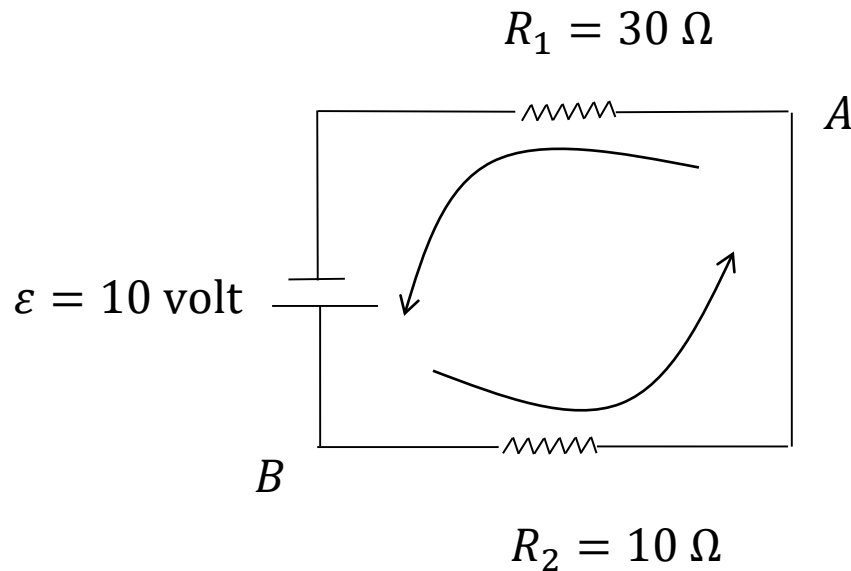
$$dW_F = F \cdot dx = \frac{B^2 l^2 v}{R} dx \Rightarrow P_F = \frac{(Blv)^2}{R}$$

$$P_{\text{joule}} = RI^2 = R \left(\frac{Blv}{R} \right)^2 = P_F$$

Llei de Faraday

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d}{dt} \int \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

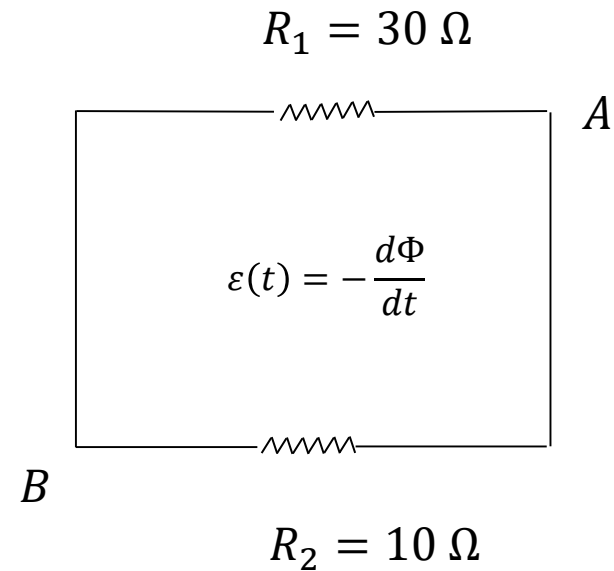
[= 0 si el fluxe no varia]



$$I = \frac{\varepsilon}{(R_1 + R_2)} = 0,25 \text{ A}$$

$$V_{AB} = -R_2 I = -2,5 \text{ volt}$$

$$V_{AB} = R_1 I - \varepsilon = -2,5 \text{ volt}$$



$$\varepsilon(t_0) = 10 \text{ volt}$$

$$V_{AB} = -R_2 I = -2,5 \text{ volt}$$

$$V'_{AB} = R_1 I = 7,5 \text{ volt}$$

*No és un camp conservatiu
No es compleixen les lleis de Kirchhoff*

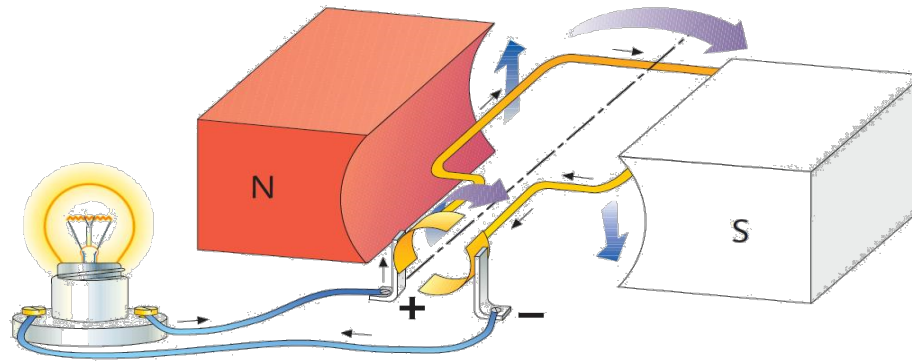
Aplicacions de la inducció magnètica

- **ALTERNADORS**
- **TRANSFORMADORS**
- **AUTOINDUCCIÓ**



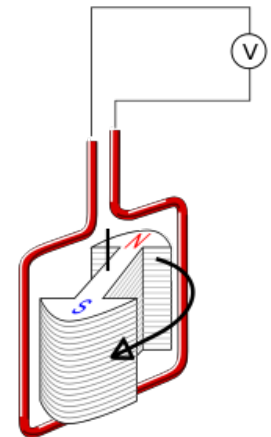
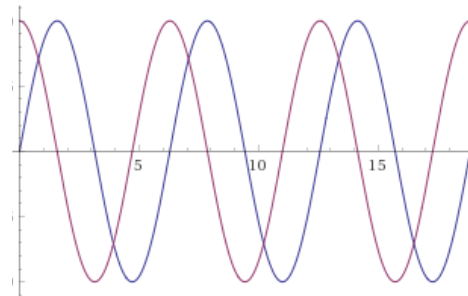
Motors elèctrics (II)

Alternadors



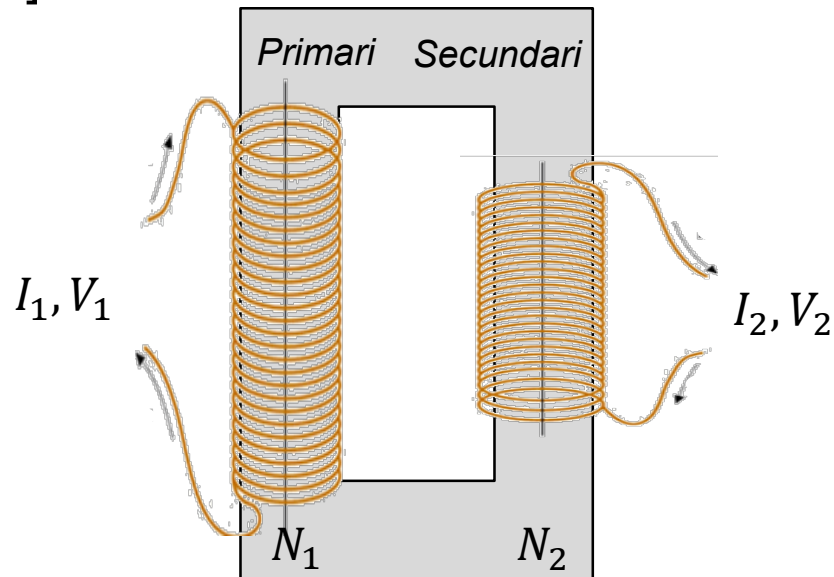
$$\Phi = N\vec{B} \cdot \vec{S} = NBS\cos\omega t$$

$$\frac{d\Phi}{dt} = -NBS\omega\sin\omega t = \varepsilon(t) = \varepsilon_m\sin\omega t$$



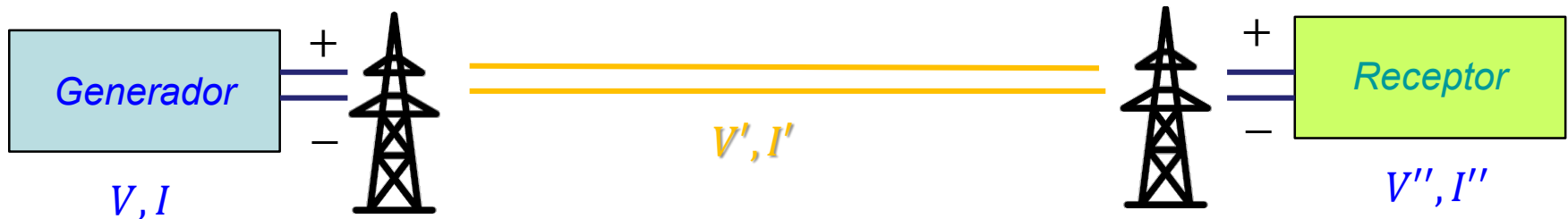
Transformadors

[corrent altern]



$$V_1 I_1 \approx V_2 I_2$$

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{V_2}{V_1} \approx \frac{I_1}{I_2}$$

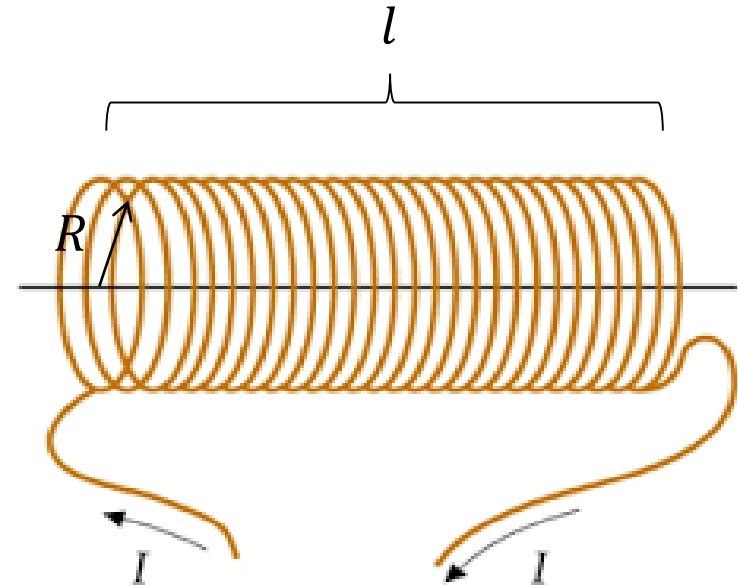
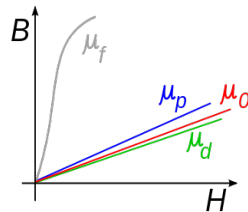


Solenoide

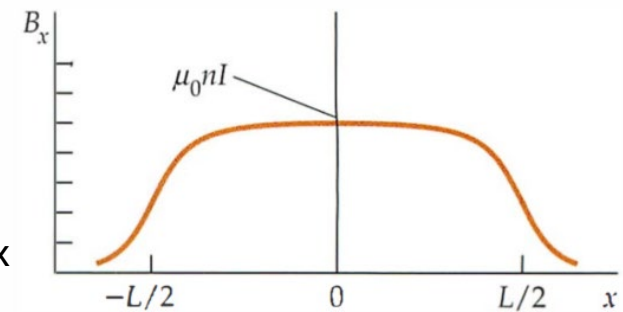
Si $l > 10R$ el camp a l'eix és uniforme excepte en els extrems

$$B = \mu \frac{N}{l} I$$

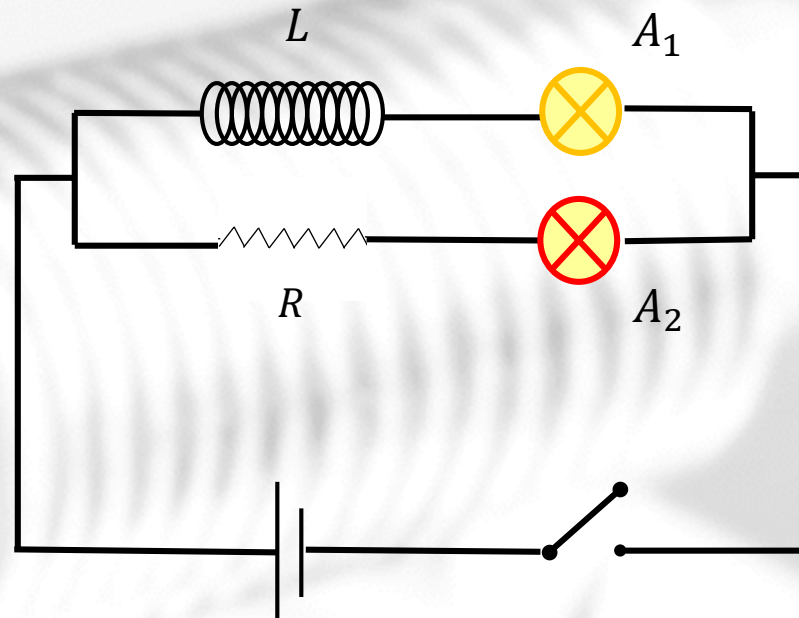
- N : número d'espises
- $\mu = \mu_r \mu_0$: μ_r : permeabilitat relativa al buit



Camp a l'eix



Autoinducció



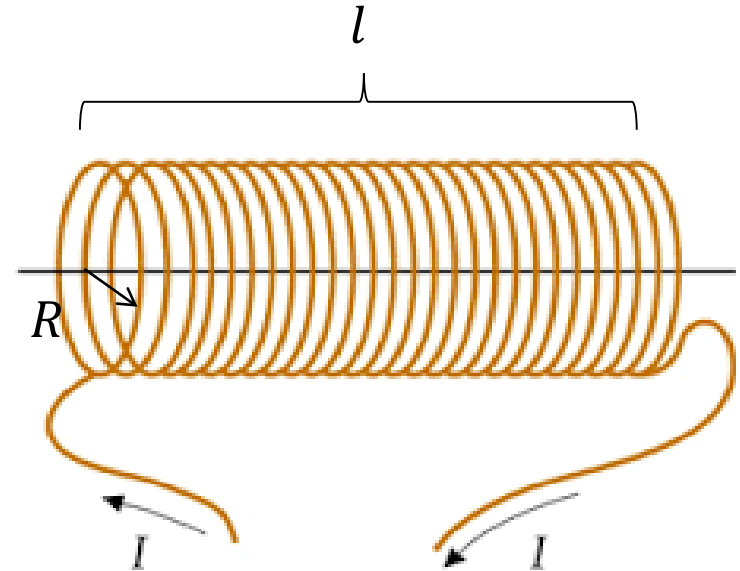
$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d}{dt}\left(NS\mu\frac{N}{l}I\right) = -\mu\frac{N^2}{l}S\frac{dI}{dt} \Rightarrow L \equiv \mu\frac{N^2}{l}S \Rightarrow \varepsilon_i = -L\frac{dI}{dt}$$

$$V_L = -L\frac{dI}{dt}$$

Solenoide

Si $l > 10R$ el camp a l'eix és uniforme excepte en els extrems

$$B = \mu \frac{N}{l} I$$



$$\left\{ \begin{array}{l} N \text{ número d'espires} \\ \mu = \mu_r \mu_0 \quad \mu_r : \text{permeabilitat relativa al buit} \end{array} \right.$$

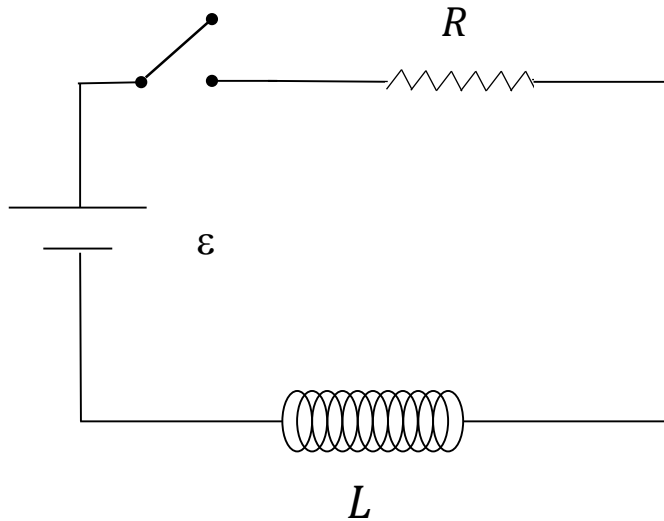
$$L \equiv \mu \frac{N^2}{l} S = \frac{\Phi}{I} \quad \text{coeficient d'autoinducció (o inductància)}$$

$$\Phi = \oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} \quad \text{es el fluxe}$$

$$[L] = \frac{[\Phi]}{[I]} \quad \text{s. i.} \quad \frac{\text{Weber}}{\text{Ampère}} = \frac{\text{Te} \cdot \text{m}^2}{\text{A}} \equiv \text{Henry}$$

Com es combinen les
L's? (sèrie i paral·lel)
Com R o com C ?

Circuits RL



P.e. $L = 0,4 \text{ He}$
 $\varepsilon = 12 \text{ v}$

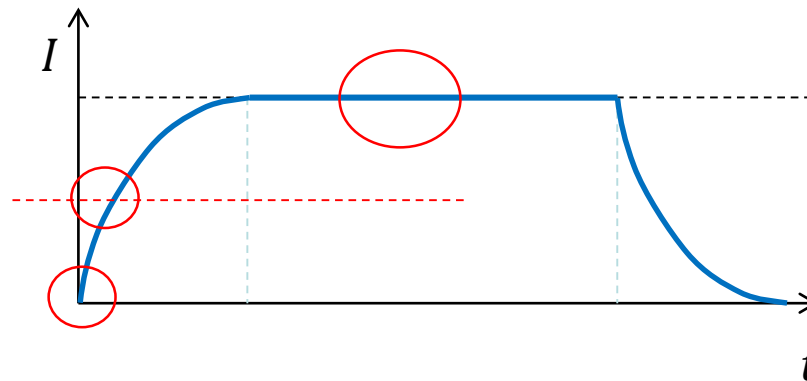
Estat estacionari $I_o = \frac{\varepsilon}{R}$ $\frac{dI}{dt} = 0$ $\varepsilon_i = 0$

$t = 0$ $I = 0$ $\frac{dI}{dt} = 30 \text{ A/s}$ $\varepsilon_i = L \frac{dI}{dt} = 12 \text{ v}$

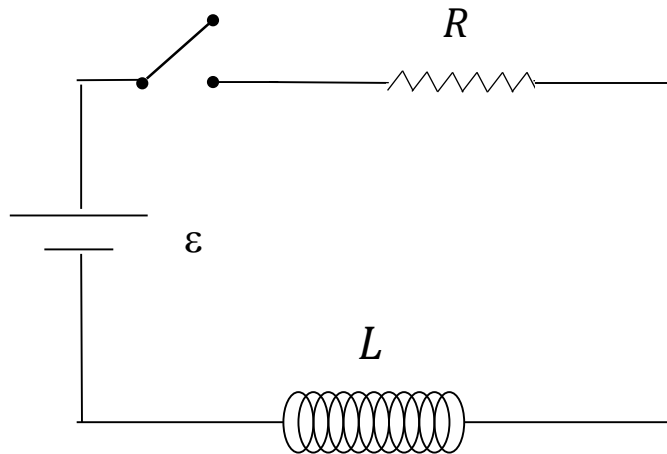
t' $I = \frac{I_o}{2}$ $\frac{dI}{dt} = \frac{\varepsilon}{L} - \frac{RI_o}{2L} = 15 \text{ A/s}$ $\varepsilon_i = 6 \text{ v}$

$$\varepsilon = RI + L \frac{dI}{dt}$$

$$V_L = L \frac{dI}{dt}$$



Circuits RL. Càlcul de $I(t)$



$$\frac{dI}{dt} = \frac{\varepsilon}{L} - \frac{RI}{L}$$

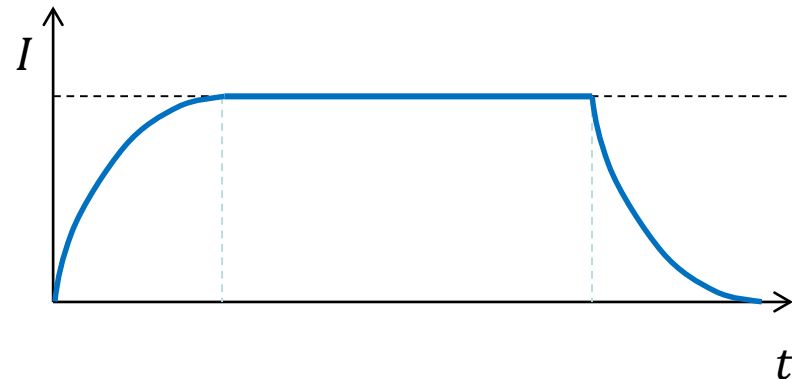
Canvi de variables

$$i \equiv I - \frac{\varepsilon}{R} \Rightarrow \frac{di}{dt} = -\frac{Ri}{L}$$

$$\left\{ \begin{array}{ll} I(t) = \frac{\varepsilon}{R} (1 - e^{-\frac{R}{L}t}) & \text{[connectem]} \\ I(t) = \frac{\varepsilon}{R} e^{-\frac{R}{L}t} & \text{[desconnectem]} \end{array} \right.$$

$$\varepsilon = RI + L \frac{dI}{dt}$$

$$V_L = L \frac{dI}{dt}$$



Energia magnètica en una bobina

$$\varepsilon_i = -L \frac{dI}{dt}$$

$$P = \varepsilon_i I = -LI \frac{dI}{dt}$$

$$dE_M = -LI dI \Rightarrow L \int_0^I dI = \frac{LI^2}{2}$$

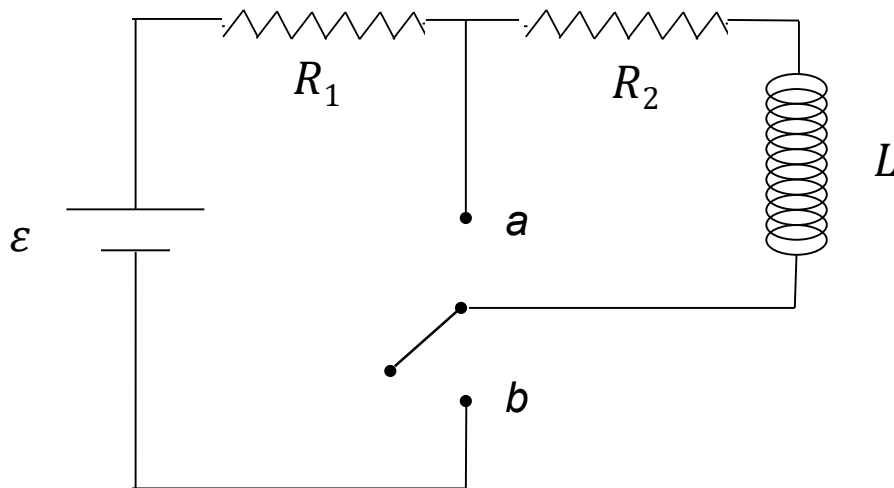
*Energia magnètica
emmagatzemada*

P.e.

$$\begin{aligned} N &= 1000 \\ S &= 0,5 \text{ m}^2 \\ l &= 40 \text{ cm} \\ I &= 5 \text{ A} \end{aligned}$$

$$E_M = \frac{LI^2}{2} = \frac{\mu_0 N^2 SI}{2l} \approx 19,6 \text{ joules}$$

Energia magnètica en una bobina



Inici: posició b

$$I_o = \frac{\varepsilon}{R_1 + R_2}$$

$$I(t) = \frac{\varepsilon}{R_1 + R_2} \left(1 - e^{-\frac{R_1 + R_2}{L}t}\right)$$

$$E_M = \frac{1}{2} L I_o^2 = \frac{1}{2} \frac{L \varepsilon^2}{(R_1 + R_2)^2}$$

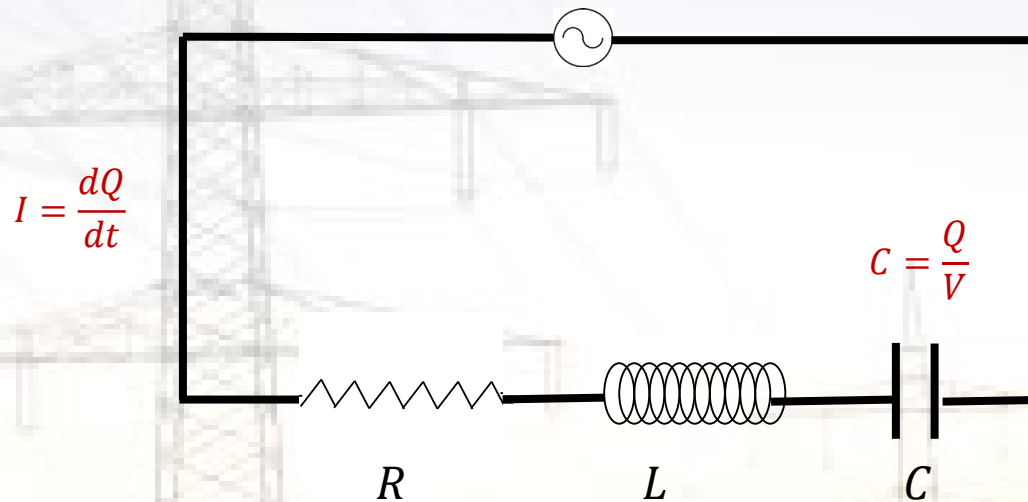
posició a

$$0 = R_2 I' + L \frac{dI'}{dt}$$

$$I'(t) = \frac{\varepsilon}{R_1 + R_2} e^{-\frac{R_2}{L}t} \Rightarrow$$

$$E'_M = \int_0^{\infty} dt L I' \frac{dI'}{dt} = \dots = E_M$$

Circuits RLC



$$V_o \sin \omega t = RI + L \frac{dI}{dt} + \frac{Q}{C} = R \frac{dQ}{dt} + L \frac{d^2 Q}{dt^2} + \frac{Q}{C}$$

$$Q(t) \quad I(t) = \frac{dQ}{dt}$$