

46

(d) $(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$, démontrarem la double inclusion.1er: $(A \cup B)^c \subset A^c \cap B^c$

$$\text{Signi } x \in (A \cup B)^c \Leftrightarrow x \notin A \cup B \Leftrightarrow x \notin A \wedge x \notin B \Leftrightarrow x \in A^c \wedge x \in B^c \Leftrightarrow x \in \underline{A^c \cap B^c}$$

2e: $A^c \cap B^c \subset (A \cup B)^c$

$$\text{Signi } x \in A^c \cap B^c \Leftrightarrow x \in A^c \wedge x \in B^c \Leftrightarrow x \notin A \wedge x \notin B \Leftrightarrow x \notin A \cup B \Leftrightarrow x \in \underline{(A \cup B)^c}$$

(e) $(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$ 1er: $(A \cap B)^c \subset A^c \cup B^c$

$$\text{Signi } x \in (A \cap B)^c \Leftrightarrow x \notin A \cap B \Leftrightarrow x \notin A \vee x \notin B \Leftrightarrow x \in A^c \vee x \in B^c \Leftrightarrow x \in \underline{A^c \cup B^c}$$

2e: $A^c \cup B^c \subset (A \cap B)^c$

$$\text{Signi } x \in A^c \cup B^c \Leftrightarrow x \in A^c \vee x \in B^c \Leftrightarrow x \notin A \vee x \notin B \Leftrightarrow \underbrace{x \notin A \cap B}_Q \vee \underbrace{x \notin A \cap B}_Q \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x \notin A \cap B \Leftrightarrow x \in \underline{(A \cap B)^c}$$

50

$$(g) \{2, 5\} \in \mathcal{P}(X) \Leftrightarrow \{2, 5\} \subseteq X \Leftrightarrow 2 \in X \wedge 5 \in X. \text{ Fals}$$

$$(h) \{2, 5\} \subseteq \mathcal{P}(X) \Leftrightarrow 2, 5 \in \mathcal{P}(X) \Leftrightarrow \underbrace{2 \subseteq X \wedge 5 \subseteq X}_{\text{no le rendit}}. \text{ Fals}$$

$$(i) \{\emptyset\} \subseteq \mathcal{P}(X) \Leftrightarrow \emptyset \in \mathcal{P}(X) \Leftrightarrow \emptyset \subseteq X \text{ sempre cert.}$$

cert $\forall X$ (conjunt)

$$(j) \{\emptyset\} \in \mathcal{P}(X) \Leftrightarrow \{\emptyset\} \subseteq X \Leftrightarrow \emptyset \in X \text{ cert.}$$

52.

$$x \in \mathcal{P}(X) \Leftrightarrow x \subseteq X$$

(a) $\mathcal{P}(X \cup Y) \subseteq \mathcal{P}(X) \cup \mathcal{P}(Y)$ Falsa

$$\text{Signi } X = \{1, 2, 3\}, \mathcal{P}(X) = \{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}, \{1, 2, 3\}\}$$

$$\text{Signi } Y = \{4, 5\}, \mathcal{P}(Y) = \{\emptyset, \{4\}, \{5\}, \{4, 5\}\}$$

$$X \cup Y = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$\mathcal{P}(X \cup Y) = \{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{4\}, \{5\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{1, 4\}, \{1, 5\}, \{2, 3\}, \{2, 4\}, \{2, 5\}, \{3, 4\}, \{3, 5\}, \{4, 5\}, \{1, 2, 3\}, \{1, 2, 4\}, \{1, 2, 5\}, \{2, 3, 4\}, \{2, 3, 5\}, \{3, 4, 5\}, \{1, 2, 3, 4, 5\}\}$$

$$\mathcal{P}(X \cup Y) \not\subseteq \mathcal{P}(X) \cup \mathcal{P}(Y).$$

(b) $P(X \cup Y) \supseteq P(X) \cup P(Y)$. Cor.

$$\text{Siqui } x \in P(X) \cup P(Y) \Leftrightarrow x \in P(X) \vee x \in P(Y) \Leftrightarrow x \subseteq X \vee x \subseteq Y \Leftrightarrow x \subseteq X \cup Y \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x \in P(X \cup Y)$$

(c) $P(X \setminus Y) \subseteq P(X) \setminus P(Y)$ Cor.

$$x \in P(X \setminus Y) \Leftrightarrow x \subseteq X \setminus Y \Leftrightarrow x \subseteq X \wedge x \not\subseteq Y \Leftrightarrow x \in P(X) \wedge x \notin P(Y) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x \in P(X) \setminus P(Y)$$

(d) $P(X \setminus Y) \supseteq P(X) \setminus P(Y)$. Fals.

$$\text{Siqui } X = \{1, 2\} \quad X \setminus Y = \{1\}.$$

$$\text{Siqui } Y = \{2, 3\}$$

$$P(X) = \{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{1, 2\}\}$$

$$P(Y) = \{\emptyset, \{2\}, \{3\}, \{2, 3\}\}$$

$$P(X \setminus Y) = \{\emptyset, \{1\}\}.$$

$$P(X \setminus Y) \not\supseteq P(X) \setminus P(Y).$$