

# EXAMEN Final Gener 2013. TEORIA

Indicar nom i/o NIUB i la resposta correcta a la taula del final del qüestionari

## 1. Amb el diagrama de pols i zeros representem:

- Les arrels que anulen el denominador i el numerador respectivament en la transformada de Laplace d'una funció.
- Les arrels que anulen el numerador i el denominador respectivament en la transformada de Laplace d'una funció.
- Les arrels que anulen el denominador en la transformada de Laplace d'una funció.
- Les arrels que anulen el denominador i el numerador respectivament d'una funció.

## 2. Per resoldre un circuit amb senyals variables amb el temps (dinàmics) mitjançant l'espai de Laplace?

- El primer que hem de fer és resoldre el circuit a l'espai temporal.
- El primer que hem de fer és resoldre el circuit a l'espai.
- El primer que hem de fer és transformar el circuit a l'espai temporal.
- El primer que hem de fer és transformar el circuit a l'espai de Laplace.

## 3. Quan fem l'antitransformada d'un senyal...

- Obtenim un senyal complex, variable amb s.
- Obtenim un senyal real, variable amb s.
- Obtenim un senyal complex, variable amb t.
- Obtenim un senyal real, variable amb t.
- No serveix de res fer l'antitransformada havent transformat prèviament.

## 4. La funció de transferència d'un circuit:

- No te cap utilitat.
- Ens serveix per obtenir els valors dels components del circuit per qualsevol senyal d'entrada.
- Ens serveix per obtenir el guany entre la sortida i l'entrada per entrades sinusoidals amb condicions inicials nul·les.
- Ens serveix per obtenir la tensió de sortida en funció del temps en qualsevol situació.
- Ens serveix per obtenir la tensió de sortida en funció de 's' en qualsevol situació.

## 5. Per un circuit no lineal, si l'entrada és sinusoidal, la sortida és:

- No ho sabem a priori.
- Quadrada.
- També sinusoidal amb una amplitud igual a la d'entrada.
- També sinusoidal amb una amplitud depenent del temps.
- També sinusoidal amb una amplitud que es pot extreure de la funció de transferència.

## 6. Si un diagrama de Bode d'amplitud ens dona un guany de 0 dB per una determinada freqüència, si l'amplitud del senyal sinusoidal d'entrada és de 1V, quan val l'amplitud del senyal de sortida:

- 0V.
- 1V.
- 10V.
- 100V.

## 7. Tenim un circuit que té aquests dos pols: $p_1 = -2$ , i $p_2 = 0$ . És estable aquest circuit?

- Depèn de quina sortida triem del circuit.
- Sí.
- No.
- Tots els circuits amb dos pols són inestables, per definició.

## 8. Com afecten els pols i zeros al diagrama de Bode (d'amplituds)?

- Cada zero introdueix un canvi de pendent de -20dB/dècada, i cada pol de +20dB/dècada.
- Cada zero introdueix un canvi de pendent de +20dB/dècada, i cada pol de -20dB/dècada.
- El diagrama de Bode no té res a veure amb els pols i zeros.
- Els zeros donen un valor 0 del guany i els pols un guany infinit.
- Depèn de si el pol és nord o sud.

## 9. De la transformada de Laplace d'un condensador, sabem que la corresponent impedància ...

- Augmenta amb la freqüència.
- Disminueix amb la freqüència.
- Augmenta amb el temps.
- Disminueix amb el temps.
- No depèn de la freqüència.

## 10. Si coneixem la transformada de Laplace de dues senyals, podem conèixer fàcilment la transformada d'un senyal que és suma d'aquests senyals.

- Cert, i coincideix amb la multiplicació dels dos senyals.
- Cert, per una de les propietats de la transformada de Laplace.
- Fals. S'ha de obtenir el senyal resultant i calcular la seva transformada.
- Fals, ja que podria succeir que el senyal resultant no tingui transformada de Laplace.
- Fals, ja que només és cert per un rang limitat de freqüències.

## 11. La funció esglaó $u(t-3)$ és ...

- Zero per  $t < 3$  i 1 per  $t > 3$ .
- Zero per  $t > 3$  i 1 per  $t < 3$ .
- 1 per  $t < 3$  i zero per  $t > 3$ .
- zero per  $t < -3$  i 1 per  $t > -3$ .

### 12. La resistència d'entrada d'un amplificador operacional és:

- a) Petita, usualment de l'ordre de 10 Ohm.
- b) Gran, usualment de l'ordre de 500 KOhm.
- c) Pràcticament zero.
- d) Pràcticament infinita.

### 13. En un amplificador operacional sense realimentació, polaritzat segons $+V_{cc}=+15V$ i $-V_{cc}=-15V$ , què succeeix quan $v_p < v_n$ ?

- a) Que la sortida val zero.
- b) Que la sortida val -15V.
- c) Que la sortida val +15V.
- d) Això no pot succeir, si treballa a la zona lineal.

### 14. Els filtres actius

- a) Són filtres que es mouen molt.
- b) Són filtres que no necessiten cap tipus font per què funcionin.
- c) Poden tenir un guany superior a 1.
- d) Només són vàlids en un rang determinat de freqüències.

### 15. En un amplificador operacional, $V_+$ i $V_-$ són:

- a) Sempre iguals.
- b) Sempre iguals però el mateix signe, per exemple +15A.
- c) De forma general, no tenen cap relació; estan separats per una resistència molt gran.
- d) Estan unides per una font de tensió controlada per tensió.
- e) Es poden deixar sense connectar.

### 16. En un amplificador operacional ideal s'assumeix:

- a) Impedàncies d'entrada infinites i sortida com a font de tensió ideal.
- b) Impedàncies d'entrada infinites i sortida com a font de tensió amb resistència de sortida.
- c) Impedàncies d'entrada grans i sortida com a font de tensió ideal amb resistència sèrie petita.
- d) Impedàncies d'entrada petites i impedància de sortida gran.

### 17. Què haig de considerar per resoldre circuits amb amplificadors operacionals treballant a la zona lineal?

- a)  $V_o = V_+$  i el corrent de sortida és nul sempre.
- b)  $V_o = V_-$  i el corrent de sortida és nul sempre.
- c)  $V_o = V_+$  i els corrents d'entrada són nuls sempre.
- d)  $V_- = V_+$  i els corrents d'entrada són nuls sempre.
- e)  $V_- = V_+$  i el corrent de sortida és nul sempre.

### 18. Un circuit amb amplificadors operacionals amb realimentació negativa?

- a) Sempre treballa a la zona lineal.
- b) Sempre treballa en saturació.
- c) Treballa en zona lineal excepte quan la sortida està dins del rang de les tensions d'alimentació.
- d) Treballa en zona lineal excepte quan la sortida no està dins del rang delimitat per les tensions d'alimentació.

### 19. Si augmentem el grau (n) del filtre actiu de Butterworth, aconseguim:

- a) un augment del seu grau d'alcohol.
- b) un augment del seu guany a freqüències baixes.
- c) que s'apropi la seva resposta a la d'un filtre més ideal.
- d) que la zona de guany constant sigui menys ample.
- e) que sigui més fàcil d'implementar a un circuit.

### 20. Les cel·les de Sallen & Key són útils per:

- a) fer pràctiques.
- b) implementar senyals de diferents formes (quadrades, sinusoidals, etc).
- c) No són útils per res.
- d) implementar filtres de diferents tipus (com els de Butterworth).

NOM:

NIUB:

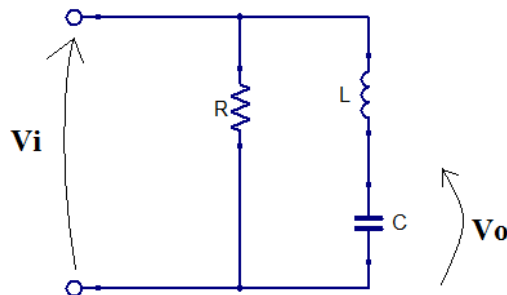
Indicar aquí l'única resposta correcta

Pregunta	Resp.	Pregunta	Resp.
1	a	11	a
2	d	12	d
3	d	13	b
4	c	14	c
5	a	15	c
6	b	16	a
7	b	17	d
8	b	18	d
9	b	19	c
10	b	20	d

Resposta Correcta=0.15 Resposta Incorrecta=-0.05

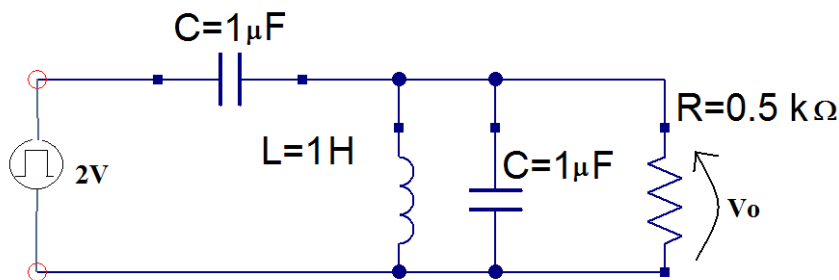
## EXAMEN Final Gener 2013. Problemes.

P1) (1 punt) Pel següent circuit:



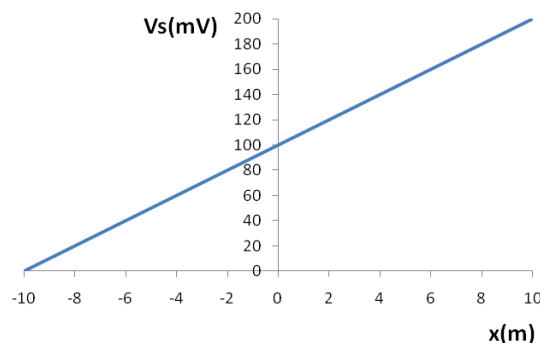
- Obtenir la funció de transferència del següent circuit, prenent  $V_o$  com el senyal de sortida i  $V_i$  el d'entrada.
- Dibuixa de forma aproximada el diagrama de Bode d'amplitud prenent els següents valors:  $R = 1 \text{ k}\Omega$ ,  $C = 1 \text{ }\mu\text{F}$ ,  $L = 1 \text{ H}$ . Indica també els pendents.

P2) (1.5 punts) Obtenir  $v_o(t)$  pel circuit següent, considerant condicions inicials nul·les i amb  $V_i$  un senyal esglaió d'amplitud 2V:



Utilitzeu els següents valors:  $R = 0.5 \text{ k}\Omega$ ,  $C = 1 \text{ }\mu\text{F}$ ,  $L = 1 \text{ H}$ .

P3) (1.5 punt) Un sensor de posició ens proporciona un senyal de tensió de sortida segons la distància de l'objecte (endavant o enrera). Aquesta sortida varia de forma lineal amb el camp en el rang de 0 fins a 200mV, corresponents a distàncies de -10m i 10m respectivament:

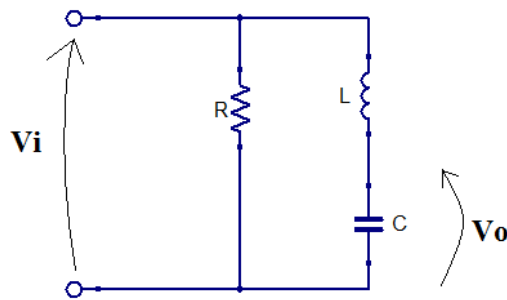


Nosaltres, però, només volem mesurar en el rang de 0m a 10m.

Disseny un circuit, amb amplificadors operacionals per obtenir un senyal de sortida en el rang de 0V i 10V corresponents a 0m i 10m. Indiqueu també els valors d'alimentació dels amplificadors operacionals.

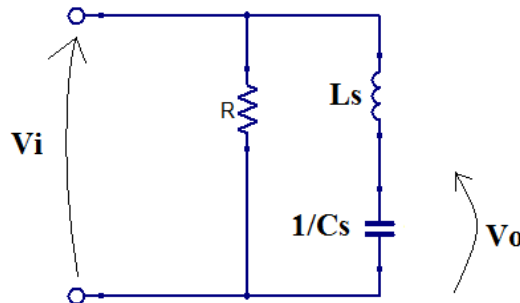
Dibuixa el diagrama de blocs del sistema.

P1) (1 punt) Pel següent circuit:



- Obtenir la funció de transferència del següent circuit, prenent  $V_o$  com el senyal de sortida i  $V_i$  el d'entrada.
- Dibuixa de forma aproximada el diagrama de Bode d'amplitud prenent els següents valors:  $R = 1 \text{ k}\Omega$ ,  $C = 1 \text{ }\mu\text{F}$ ,  $L = 1 \text{ H}$ . Indica també els pendents.

Per obtenir la funció de transferència hem de suposar condicions inicials nul·les, per definició de la funció de transferència. Per tant, la transformació a l'espai de Laplace és bastant "directe":



A l'espai de Laplace,  $L$  i  $C$  són com resistències amb valors  $L \cdot s$  i  $1/(C \cdot s)$ .

Veiem que  $V_i$  està aplicada directament a la branca amb la bobina i el condensador. Per tant, podem considerar aquesta branca com un divisor de tensió. Per tant, podem obtenir  $V_o$  fàcilment:

$$V_o(s) = \frac{\frac{1}{C \cdot s}}{\frac{1}{C \cdot s} + L \cdot s} \cdot V_i = \frac{1}{1 + C \cdot L \cdot s^2} \cdot V_i$$

Per tant, la funció de transferència és:

$$H(s) = \frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \frac{1}{1 + C \cdot L \cdot s^2} = \frac{1}{C \cdot L} \cdot \frac{1}{s^2 + \frac{1}{C \cdot L}}$$

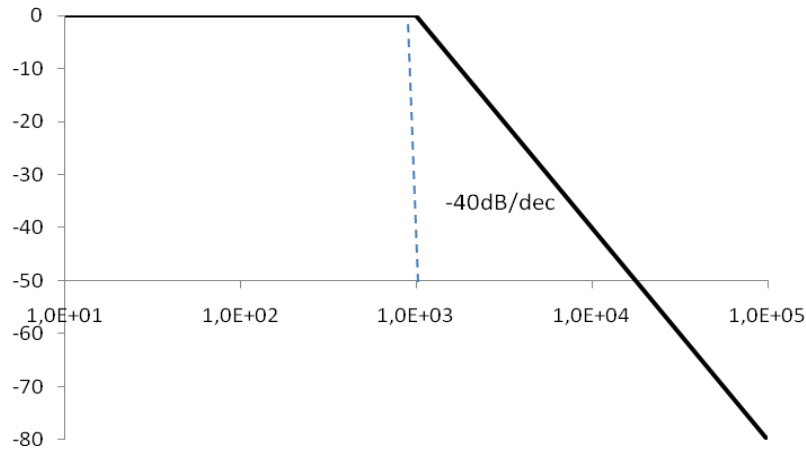
Agafant els valors de  $R$ ,  $L$  i  $C$  donats al segon apartat, obtenim:

$$H(s) = 10^6 \cdot \frac{1}{s^2 + 10^6}$$

Sabem que tenim dos pols (ja que tenim un polinomi al denominador de grau 2). Anem a obtenir aquests dos pols (ja que ens serviran per poder dibuixar de forma aproximada el diagrama de Bode):

$$s^2 + 10^6 = 0 \Rightarrow p_{1,2} = \pm j \cdot 10^3$$

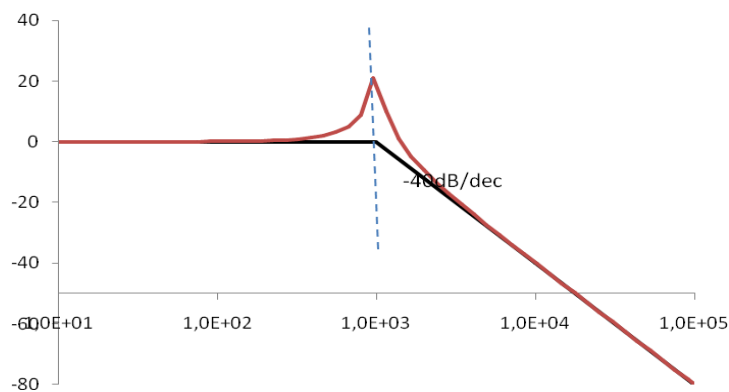
Anem a prendre el valor absolut com els valors de les freqüències de tall. Llavors, el diagrama de Bode té, aproximadament, la forma següent:



Es un filtre passa-baixos, com es podia preveure només veient amb la funció de transferència. Hi ha dos pols al mateix punt, amb la qual cosa el pendent de la corba a partir d'aquest punt serà de -40dB/dècada.

A la gràfica ya s'ha indica el guany en dB, que fàcilment es pot veure que és 0dB (guany 1).

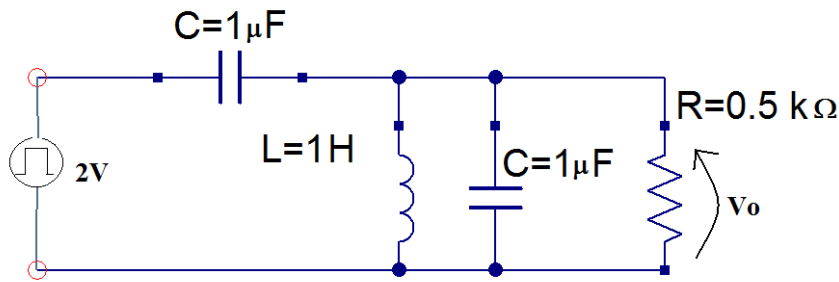
Encara que això no s'ha de saber per aquest examen, la forma real d'aquest filtre té la següent forma (sobreposada a la nostra aproximació anterior):



El pic produït a la freqüència suposadament de tall, es produeix pel que s'anomena resonància elèctrica. El que el provoca és el pol imaginari  $p_1 = j \cdot 10^3$ . El mòdul del terme associat a aquest pol seria:  $(w - 10^3)$ , que és 0 quan  $w = 10^3$  i, per tant, el guany seria infinit.

Tot i que el pic hauria d'anar a infinit, a la pràctica l'amplitud d'aquest pic està limitat degut a efectes "secundaris" com no-idealitats dels components (condensadors i bobines tenen certs components resistius, per exemple).

P2) (1.5 punts) Obtenir  $v_o(t)$  pel circuit següent, considerant condicions inicials nul·les i amb  $V_i$  un senyal esglaó d'amplitud 2V:

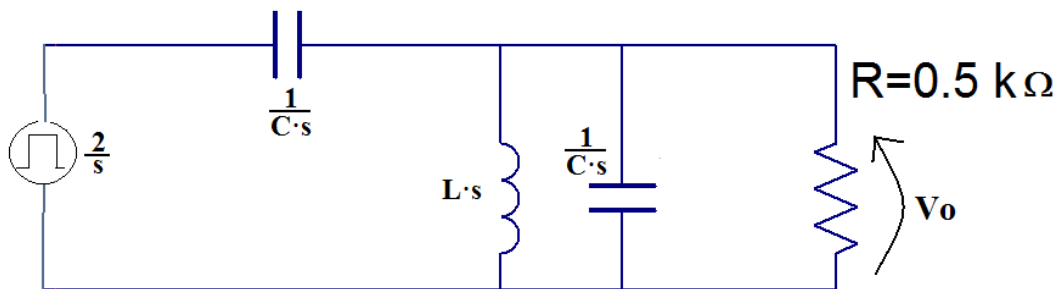


Utilitzeu els següents valors:  $R = 0.5 \text{ k}\Omega$ ,  $C = 1 \text{ }\mu\text{F}$ ,  $L = 1 \text{ H}$ .

Ens diuen que considerem condicions inicials nul·les, amb la qual cosa els condensadors i les bobines es transformen únicament com si fossin resistències de valor  $L \cdot s$  i  $1/C \cdot s$ .

La transformada del senyal esglaó unitari és  $1/s$ .

Per tant:



Per resoldre aquest circuit, simplifiquem tot el que podem. Aquí veiem que els tres components de la dreta estan en paral·lel. Per tant:

$$\frac{1}{Z_p} = \frac{1}{L \cdot s} + \frac{1}{\frac{1}{C \cdot s}} + \frac{1}{R} = \frac{1}{L \cdot s} + C \cdot s + \frac{1}{R} = \frac{R + R \cdot L \cdot C \cdot s^2 + L \cdot s}{R \cdot L \cdot s}$$

$$\Rightarrow Z_p = \frac{R \cdot L \cdot s}{R + R \cdot L \cdot C \cdot s^2 + L \cdot s} = \frac{1}{C} \cdot \frac{s}{s^2 + \frac{1}{R \cdot C} \cdot s + \frac{1}{L \cdot C}}$$

Ara ja podem obtenir  $V_o$ , ja que ens queda un divisor de tensió:

$$V_o = \frac{Z_p}{\frac{1}{C \cdot s} + Z_p} \cdot V_i = \frac{\frac{R \cdot L \cdot s}{R + R \cdot L \cdot C \cdot s^2 + L \cdot s}}{\frac{1}{C \cdot s} + \frac{R \cdot L \cdot s}{R + R \cdot L \cdot C \cdot s^2 + L \cdot s}} \cdot \frac{2}{s} = \frac{R \cdot L \cdot s}{\frac{R + R \cdot L \cdot C \cdot s^2 + L \cdot s}{C \cdot s} + R \cdot L \cdot s} \cdot \frac{2}{s}$$

$$= 2 \cdot \frac{R \cdot L \cdot C \cdot s}{R + R \cdot L \cdot C \cdot s^2 + L \cdot s + R \cdot L \cdot C \cdot s^2} = 2 \cdot \frac{s}{2 \cdot s^2 + \frac{1}{R \cdot C} \cdot s + \frac{1}{L \cdot C}} = \frac{s}{s^2 + \frac{1}{2 \cdot R \cdot C} \cdot s + \frac{1}{2 \cdot L \cdot C}}$$

$$\Rightarrow V_o = \frac{s}{s^2 + \frac{1}{2 \cdot R \cdot C} \cdot s + \frac{1}{2 \cdot L \cdot C}}$$

Aquí hem posat a 1 els coeficients de les 's' de major grau, treient factor comú.

Ara hem d'antitransformar. Com que aquesta expressió no apareix a la taula de transformades, hem de seguir el procediment general. Ja hem posat els coeficients a 1 per les s de grau major. Ara obtenim els pols:

$$s^2 + \frac{1}{2 \cdot R \cdot C} \cdot s + \frac{1}{2 \cdot L \cdot C} = 0 \Rightarrow p_{1,2} = \frac{-\frac{1}{2 \cdot R \cdot C} \pm \sqrt{\left(\frac{1}{2 \cdot R \cdot C}\right)^2 - 4 \cdot 1 \cdot \frac{1}{2 \cdot L \cdot C}}}{2} = -500 \pm j \cdot 500$$

Lavors, podem posar el senyal com:  $V_o(s) = \frac{s}{(s - [-500 + j \cdot 500]) \cdot (s - [-500 - j \cdot 500])}$

El procediment ens diu que (sempre que tots els pols siguin diferents) podem posar aquesta expressió com:

$$V_o(s) = \frac{k_1}{s - [-500 + j \cdot 500]} + \frac{k_2}{s - [-500 - j \cdot 500]}$$

I obtenim  $k_1$  i  $k_2$  com:

$$\begin{aligned} k_1 &= V_o(s) \cdot (s - [-500 + j \cdot 500]) \Big|_{s=-500+j \cdot 500} = \frac{s}{(s - [-500 + j \cdot 500]) \cdot (s - [-500 - j \cdot 500])} \cdot (s - [-500 + j \cdot 500]) \Big|_{s=-500+j \cdot 500} = \\ &= \frac{s}{(s - [-500 - j \cdot 500])} \Big|_{s=-500+j \cdot 500} = \frac{-500 + j \cdot 500}{(-500 + j \cdot 500 - [-500 - j \cdot 500])} = \frac{-500 + j \cdot 500}{j \cdot 1000} = \frac{-500 + j \cdot 500}{1000} \cdot (-j) = \\ &= 0.5 + j \cdot 0.5 \end{aligned}$$

$k_2$  s'obté de la mateixa forma. Però com que sabem que per dos pols complexos conjugats, les solucions de  $k_i$  són també complexos conjugats:

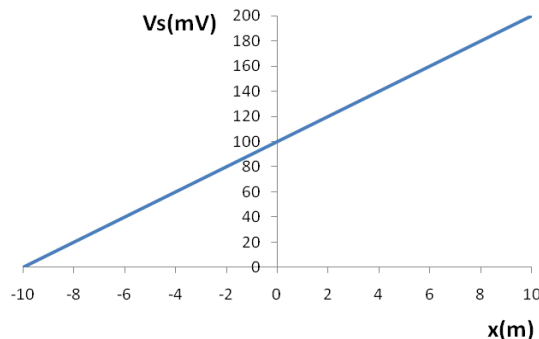
$$\Rightarrow k_2 = 0.5 - j \cdot 0.5$$

Ara ja podem antitransformar, ja que sabem l'antitransformada de  $1/(s+a)$  (o el que és similar,  $1/(s-a)$ ):

$$\begin{aligned} v_o(t) &= k_1 \cdot e^{[-500+j \cdot 500]t} + k_2 \cdot e^{[-500-j \cdot 500]t} = e^{-500t} \cdot [(0.5 + j \cdot 0.5) \cdot e^{j \cdot 500t} + (0.5 - j \cdot 0.5) \cdot e^{-j \cdot 500t}] = \\ &= e^{-500t} \cdot [(0.5 + j \cdot 0.5) \cdot (\cos(500 \cdot t) + j \cdot \sin(500 \cdot t)) + (0.5 - j \cdot 0.5) \cdot (\cos(-500 \cdot t) + j \cdot \sin(-500 \cdot t))] = \\ &= e^{-500t} \cdot [(0.5 + j \cdot 0.5) \cdot (\cos(500 \cdot t) + j \cdot \sin(500 \cdot t)) + (0.5 - j \cdot 0.5) \cdot (\cos(500 \cdot t) - j \cdot \sin(500 \cdot t))] = \\ &= e^{-500t} \cdot [\cos(500 \cdot t) - \sin(500 \cdot t)] \end{aligned}$$

Aquesta expressió és vàlida només per  $t > 0$ .

P3) (1.5 punt) Un sensor de posició ens proporciona un senyal de tensió de sortida segons la distància de l'objecte (endavant o enrera). Aquesta sortida varia de forma lineal amb la distància en el rang de 0 fins a 200mV, corresponents a distàncies de -10m i 10m respectivament:



Nosaltres, però, només volem mesurar en el rang de 0m a 10m.

Dissenya un circuit, amb amplificadors operacionals per obtenir un senyal de sortida en el rang de 0V i 10V corresponents a 0m i 10m. Indiqueu també els valors d'alimentació dels amplificadors operacionals.

Dibuixa el diagrama de blocs del sistema.

Primer mirem de trobar el rang de valors de tensió de entrada. Aquest rang d'entrada serà de 100mV fins a 200mV, ja que només volem amplificar el rang 0m a 10m i la sortida varia de forma lineal amb l'entrada.

Per tant, el factor d'amplificació necessari serà:

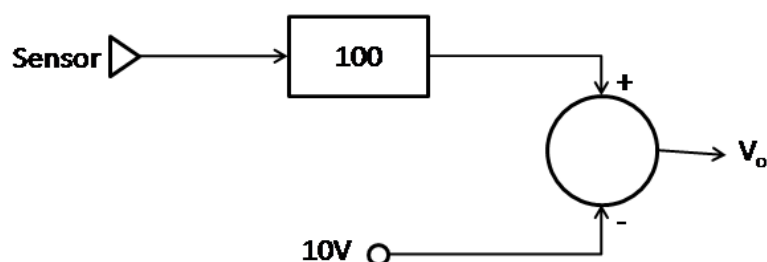
$$\text{amplificació} = \frac{10V - 0V}{200mV - 100mV} = \frac{10}{0.1} = 100$$

Podem fer ús d'un o dos amplificadors per aconseguir aquest guany. Jo utilitzaré un amplificador no inversor. Si agafem la resistència del bloc connectada a terra com a 1kΩ, llavors l'altre serà 99 k.

Ara ens queda només fer una suma, ja que si multipliquem l'entrada per 100, la sortida ens donaria un rang de -10V a 20V. Per tant, hem de restar 10V, que ho farem amb un bloc restador, amb totes les resistències iguals i utilitzant una font de 10V.

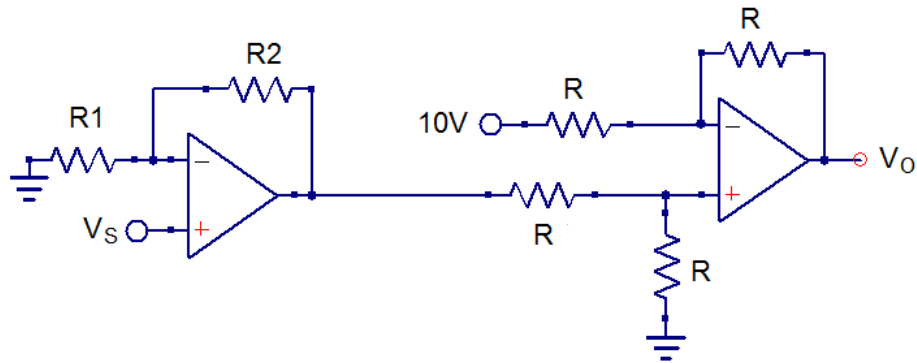
S'ha de tenir en compte que hi han diferents possibilitats d'implementar la mateixa funció i, per tant, aquesta solució no és única.

El diagrama de blocs el podríem posar com:





I el circuit podria quedar com el següent:



De valors de resistències, podem prendre els següents:

$$R_1 = 1 \text{ k}\Omega$$

$$R_2 = 99 \text{ k}\Omega$$

$$R = 1 \text{ k}\Omega$$

El primer amplificador té una sortida que estarà en el rang de 10V fins a 20V. Per tant, les fonts d'alimentació poden ser, per exemple, 30V i 0V. El segon operacional té una sortida en el rang de 0V fins a 10V, per tant, les fonts d'alimentació podrien ser 15V i 0V.