

9.1 Trobeu per a quins valors dels paràmetres les matrius següents tenen inversa i calculeu-la:

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 & a & b \\ a & 0 & c \\ b & c & 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 & a & b \\ -a & 0 & c \\ -b & -c & 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 3 & a & a & a \\ a & 3 & a & a \\ a & a & 3 & a \\ a & a & a & 3 \end{pmatrix}.$$

9.2 Discutiu, segons els valors dels paràmetres $a, b \in \mathbb{R}$, el rang de les matrius

$$\begin{pmatrix} a & -1 & 0 \\ 1 & a^2 & 1+a^2 \\ 2 & 2 & 2+2a \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ b & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

9.3 Per a cada un dels sistemes d'equacions lineals que segueixen, trobeu, sense usar reducció, quines condicions han de complir els paràmetres $a, b, c \in \mathbb{R}$ per tal que siguin compatibles i, en aquest cas, trobeu-ne la solució.

$$\begin{cases} 3x + 2y + z = a \\ 5x + 3y + 3z = b \\ x + y - z = c \end{cases} \quad \begin{cases} 3x + 2y + z = a \\ 5x + 3y + 4z = b \\ x + y - z = c \end{cases} \quad \begin{cases} ax + y + z = 1 \\ x + ay + z = 1 \\ x + y + az = 1 \end{cases}.$$

9.4 Es consideren els subespais de \mathbb{R}^4

$$F = \langle (1, -1, -1, -1), (1, -1, 3, 1), (1, -1, 1, 0) \rangle$$

i G , donat per les equacions

$$x + y + z - 2t = 0 \quad , \quad 2x - y - 2z + 4t = 0.$$

Sense usar reducció, calculeu unes equacions de F , així com bases i les dimensions de F i G ; determineu $F \cap G$ i $F + G$, mitjançant una base o un sistema d'equacions, i doneu-ne les dimensions.