

Col·lecció de Problemes. Mecànica Newtoniana.

1. Mesura i vectors

1.1. Senyaleu les dues afirmacions falses:

- a) $1 \text{ m/s} = 3,6 \text{ km/h}$
- b) $1 \text{ g/l} = 1 \text{ kg/m}^3$
- c) $1 \text{ m}^2 = 1000 \text{ mm}^2$
- d) $1 \text{ }\mu\text{m} = 1 \text{ mil·lèsima de centímetre}$
- e) $1 \text{ Gm} = \text{mil milions de metres}$

1.2. Calculeu les dimensions del coeficient C en l'expressió per la força $F = CAv^2$, on A és l'àrea i v la velocitat.

1.3. En les equacions següents, la distància x està en metres, el temps t en segons, i la velocitat v en metres per segon. Quines són les unitats de les constants C_1 i C_2 en els següents casos?

- a) $x = C_1 + C_2 t$
- b) $x = \frac{1}{2} C_1 t^2$
- c) $v^2 = 2 C_1 x$
- d) $x = C_1 \cos C_2 t$
- e) $v^2 = 2 C_1 - (C_2 x)^2$

1.4. Determineu el resultat de les següents operacions, donant el resultat amb el nombre de xifres significatives adients:

- a) $1,58333 \times 0,01$
- b) $0,00014 + 0,0002$
- c) $2,32 \cdot 5,3 \times 10^{-3}$
- d) $2,77 \times 10^{-8} + 3,27 \times 10^{-7}$
- e) $4\pi/5 + 0,00432$
- f) $(2,37)^3$

1.5. El vector \vec{v} té les següents components cartesianes $(-4, 0, 3)$. Calculeu el seu mòdul. Doneu un vector amb el mateix mòdul i diferent direcció, i un amb el mateix mòdul i direcció però sentit diferent. Calculeu un vector unitari que tingui la direcció de \vec{v} .

1.6. Expressen el vector $\vec{v} = (2, -6, 1)$ analíticament fent anar els vectors \hat{i} , \hat{j} i \hat{k} . Feu el mateix amb el vector $\vec{u} = (0, 1, 0)$. Quant valen els productes $\vec{v} \cdot \hat{i}$, $\vec{v} \cdot \hat{j}$ i $\vec{v} \cdot \hat{k}$? Calculeu l'angle que fa el vector \vec{v} amb cada un dels eixos.

1.7. El vector \vec{u} forma un angle de 45° amb els eixos x i y i té un mòdul igual a $\sqrt{2}$. Determineu les seves components u_x i u_y .

1.8. Calculeu un vector unitari de la direcció del vector $\vec{v} = 5\hat{i} + 4\hat{j} - 3\hat{k}$. Doneu un vector d'igual direcció i mòdul 10.

1.9. Determineu el valor de n per a que els vectors $(2, 3, 4)$ i $(-2, 6, n)$ siguin perpendiculars. Quant ha de valer per a que siguin paral·lels?

1.10. Donats els vectors $\vec{a} = -\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$, $\vec{b} = \hat{j} + 2\hat{k}$ i $\vec{c} = \hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$, determineu:

- $3\vec{a} + 2\vec{b} - \vec{c}$,
- el producte escalar de \vec{b} i $-2\vec{c}$,
- el mòdul del producte vectorial de $2\vec{a}$ i \vec{c} ,
- si els vectors \vec{a} i \vec{b} són paral·lels o perpendiculars,
- el producte mixte de \vec{a} , $2\vec{b}$ i \vec{c} .

1.11. Demostreu que la suma de dos vectors té un mòdul igual o inferior a la suma dels seus mòduls.

1.12. Considereu els vectors $\vec{a} = 2\hat{i} + 2\hat{j}$, $\vec{b} = 4\hat{j}$ i $\vec{c} = \hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$. Trobeu:

- L'àrea de la cara definida per \vec{a} i \vec{c} .
- El volum del paral·lelepíped definit pels tres vectors.
- La distància entre els vèrtexs on acaben \vec{a} i \vec{c} .

2. Cinemàtica

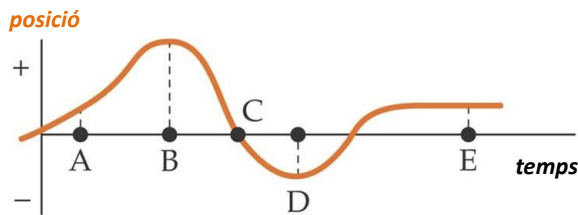
2.1. El mòdul del vector desplaçament d'una partícula, pot ser menor que la distància recorreguda per la partícula en la seva trajectòria? Pot aquest mòdul ser major que la distància recorreguda? Raoneu la resposta.

2.2. El vector posició d'un mòbil, expressat en unitats del S.I. és:

$$\vec{r} = 2t^2\hat{i} + (t - 2)\hat{j}.$$

Calcula:

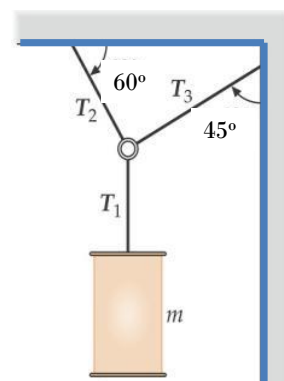
- El vector desplaçament entre els instants $t = 2\text{s}$ i $t = 4\text{s}$.
 - La velocitat mitjana entre aquests instants.
 - La velocitat instantània en els instants anteriors.
 - El vector acceleració mitjana.
 - El vector acceleració instantània en els instants anteriors.
- 2.3.** El vector posició d'una partícula vé donat per l'expressió $\vec{r} = (30t)\hat{i} + (40t - 5t^2)\hat{j}$, on r s'expressa en metres i t en segons. Determineu $\vec{v}(t)$ i $\vec{a}(t)$. Determineu l'angle entre \vec{v} i \vec{a} . Quin tipus de moviment és?
- 2.4.** Dels cinc temps que es mostren a la figura, quin temps representa que l'objecte està a les següents situacions?
- En el màxim allunyament de l'origen.
 - En repòs per un instant.
 - En repòs durant un cert temps.
 - Allunyant-se de l'origen.
 - Té la velocitat mínima.
 - Té l'acceleració positiva.
 - Té velocitat negativa.
 - $a = 0$



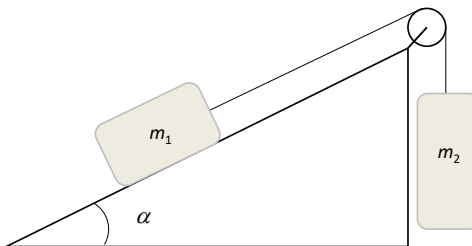
- 2.5.** L'acceleració d'un mòbil té un mòdul de 8 m/s^2 i forma un angle de 30° amb la tangent a la trajectòria. Quines seran les components normal i tangencial de l'acceleració?
- 2.6.** Una persona que condueix un cotxe de nit per una autopista de sobte veu, a una distància de 30 m, un altre cotxe parat i frena fins a aturar-se amb una acceleració de 5 m/s^2 . Si la seva velocitat inicial és 54 Km/h, xocarà?
- 2.7.** Una nedadora intenta creuar perpendicularment un riu nedant a una velocitat de 1,6 m/s respecte l'aigua en repòs. Quan arriba a l'altra vora, ho fa en un punt situat 40 m més lluny en la direcció del corrent. Sabent que el riu té una amplada de 80 m,
- Quina és la velocitat del corrent?
 - Quina és la velocitat de la nedadora respecte el sistema de referència de la vora?
 - En quina direcció hauria de nedar per arribar al punt directament oposat al punt de partida?
 - Si tarda el mateix en creuar, li costarà més?
- 2.8.** Un home tarda 10 minuts en anar de casa a la oficina, que està situada a 5 Km de distància, anant per un carrer recte i a velocitat constant. Sempre arriba puntual. Si un dia surt de casa 5 minuts abans del que surt normalment però es troba amb un semàfor espatllat que fa que la velocitat durant els dos primers kilòmetres sigui de 20 Km/h. Arriba a temps a treballar?
- 2.9.** Es llença un projectil amb velocitat de mòdul $v_o = 50 \text{ m/s}$ i angle $\alpha_o = 45^\circ$ respecte la horitzontal.
- Quina és l'altura màxima que assoleix? (negligiu la resistència de l'aire).
 - Podem modificar l'angle de tir per a que sigui major?
 - Quant val la seva velocitat per $t = 5 \text{ s}$ (en mòdul i en components)?
 - Quant valen l'acceleració tangencial i la normal en aquest punt?
- 2.10.** Un noi es troba a 4 m d'una paret vertical. A dos metres de istància del terra, llença una pilota contra la paret. Si la velocitat inicial és (10, 10) m/s, on caurà la pilota al terra? (negligiu el fregament amb l'aire)
- 2.11.** Quant valen el període i el mòdul de la velocitat d'una persona en uns cavallets que giren a velocitat uniforme si el mòdul de la seva acceleració és de $0,8 \text{ m/s}^2$ quan es troba a 4 m de l'eix? I si es troba a 3 m?
- 2.12.** Un ventilador gira amb una velocitat angular constant de 22 revolucions per segon. Calculeu la velocitat lineal de l'extrem d'una de les aspes, que descriu una circumferència de radi 15 cm. Quina longitud haurà recorregut en aquest punt en 3 hores de funcionament? Quantes voltes ha donat? Quant val l'acceleració normal? Qui la fa?
- 2.13.** La posició d'una partícula vé donada per $x = (7 \text{ cm}) \cos(6\pi t)$, on t vé donat en segons. Determineu
- la freqüència,
 - el període,
 - i la amplitud del moviment de la partícula.
 - Quin és el primer instant poserior a $t = 0$ en el qual la partícula està en la seva posició d'equilibri?
 - En quin sentit s'està movent en aquest instant?
 - Quant espai ha recorregut?
- 2.14.** El període d'una partícula oscil·lant és de 8 s. A $t = 0$ la partícula està en repòs a $x = 10 \text{ cm}$.
- Feu la gràfica de $x(t)$
 - Trobeu la distància recorreguda en el primer, el segon, el tercer i el quart segon després de $t = 0$.

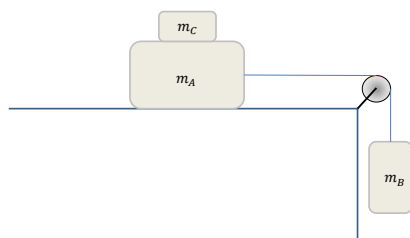
3. Lleis de Newton

- 3.1.** Una força neta de $\vec{F} = (6,0 \text{ N})\hat{i} - (3,0 \text{ N})\hat{j}$ actua sobre un cos de $1,5 \text{ Kg}$. Trobeu l'acceleració. Si inicialment estava en repòs, trobeu les components normal i tangencial de l'acceleració.
- 3.2.** Un bloc de $5,5 \text{ Kg}$ està inicialment en repòs sobre una superfície horitzontal sense fricció ($\mu = 0$). Si l'empenyem amb una força horitzontal constant de $3,8 \text{ N}$,
- quina és la seva acceleració?
 - Quant temps l'hem d'empènyer per a que la seva velocitat sigui de $5,2 \text{ m/s}$?
 - Quant s'allunya en aquest temps?
 - Què passa si el deixem d'empènyer?
 - Si ara posem fregament, $\mu_e = 0,2$ i $\mu_c = 0,15$, refeu els càlculs anteriors. Quant val la força de fregament?
- 3.3.** Un bloc de 20 N de pes descansa sobre una superfície horitzontal. Els coeficients de fregament estàtic i cinètic entre la superfície i el bloc són, respectivament, $\mu_e = 0,8$ i $\mu_c = 0,6$. Una corda horitzontal està lligada al bloc amb una tensió constant T . Quina és la força de fregament que actua sobre el bloc si
- $T = 15 \text{ N}$, o
 - Si $T = 20 \text{ N}$?



- 3.4.** Un llum de massa $m = 42,6 \text{ Kg}$ penja d'uns filferros com s'indica a la figura. L'anell té massa negligible.
- Calculeu la tensió T_1 en el filferro vertical.
 - Calculeu T_2 i T_3 .
- 3.5.** Un pes de 10 Kg se sosté del sostre d'un ascensor mitjançant una corda capaç de resistir 150 N . Poc després que l'ascensor comenci a pujar, la corda es trenca. Quina ha estat l'acceleració màxima de l'ascensor abans que es trenqui la corda?
- 3.6.** Un cos de 50 Kg està en repòs en una superfície horitzontal. Si la força horitzontal mínima que s'ha de fer per aconseguir que s'iniciï el moviment és de 147 N , i la mínima per mantenir-lo amb velocitat constant és de 98 N , calculeu:
- Els coeficients de fregament estàtic i dinàmic.
 - El valor de la força de fregament, si s'aplica al cos en repòs una força horitzontal de 49 N .
- 3.7.** Dos objectes estan connectats amb una corda de massa negligible com s'indica a la figura. El pla inclinat i la politja no presenten fregament. Determineu l'acceleració dels objectes i la tensió de la corda pels valors $\alpha = 30^\circ$, $m_1 = 10 \text{ Kg}$ i $m_2 = 3 \text{ Kg}$. Quant ha de valer el coeficient de fregament estàtic entre la superfície i m_1 per a que no es mogui? Què passarà si és major?





3.8. Considereu que les masses de la figura són $m_A = 10 \text{ Kg}$ i $m_B = 5 \text{ Kg}$. El coeficient de fregament estàtic entre A i la taula és de $0,2$. Determineu:

- La massa mínima de C per evitar el moviment del sistema.
- L'acceleració del sistema si s'elimina C .

- 3.9.** Una galleda està lligada a una corda de 60 cm . La galleda té aigua; la massa de la galleda més la de l'aigua és de 3 Kg . Trobeu la velocitat mínima per aconseguir que no vessi l'aigua en passar la galleda per la posició més desfavorable de la trajectòria circular en el pla vertical. Dibuixeu la tensió en funció de la posició.
- 3.10.** Una barra rígida amb una pilota de $0,05 \text{ Kg}$ en un dels seus extrems rota al voltant de l'altre extrem de tal forma que la pilota es mou a una velocitat que té un mòdul constant i descriu un cercle vertical de $0,2 \text{ m}$ de radi. Quin és el mòdul de la velocitat màxima que pot tenir la pilota de manera que la força de la barra sobre la pilota no superi els 10 N ?
- 3.11.** Un objecte petit de massa m_1 es mou a una velocitat v en una trajectòria circular de radi r sobre una taula horitzontal sense fregament. Està subjecte a una corda que passa a través d'un orifici (sense fregament) situat al centre de la taula. Una segona massa m_2 està subjecte a l'altre extrem de la corda. Deduïu l'expressió per r en funció de m_1 , m_2 , i el temps T d'una revolució. Que passaria si hi hagués fregament?
- 3.12.** Un cos de massa $m = 500 \text{ g}$ es mou de manera que la relació entre la seva posició x i el temps és del tipus $x = 5 \cdot 10^{-2} \sin(\pi t)$ [en metres]. Trobeu la força que actua sobre el cos quan han transcorregut $1,6 \text{ s}$ des de que ha iniciat el seu moviment. Quant temps ha de passar per a que valgui el mateix?
- 3.13.** Un cos de 1 Kg es penja d'una molla i aquesta s'allarga 10 cm . Calculeu quant val la constant recuperadora de la molla. Si ara la estirem fins abaix 3 cm i la deixem oscil·lar, el moviment resultant, serà harmònic? Quant val el període? Escriviu l'equació del moviment.

4. Treball i energia

- 4.1.** Sobre un gra de sorra i sobre un automòbil actua una força resultant d' 1 N al llarg de 1 m en la direcció del moviment. Quin dels dos cossos adquirirà més energia cinètica? I més quantitat de moviment? I més velocitat? Comproveu que es satisfà la segona llei de Newton.
- 4.2.** Una massa de 6 Kg en repòs s'eleva a una altura de 3 m amb una força vertical de 80 N . Determineu:
- El treball realitzat per la força,
 - el treball realitzat per la gravetat, i
 - l'energia cinètica final de la massa.
- 4.3.** Una bala de 15 g té una velocitat de $1,2 \text{ Km/s}$.
- Quina és la seva energia cinètica?
 - Si la velocitat es redueix a la meitat, quina serà la seva energia cinètica?
 - I si la velocitat es duplica?
 - Si s'incrusta en una paret, quin treball haurà fet el fregament per a frenar-la?
- 4.4.** Calculeu el treball fet per la força de fregament i pel pes quan desplaçem un bloc de 200 Kg durant dos metres sobre una superfície amb $\mu_c = 0,15$ en els següents casos:

- a) El bloc es troba en una superfície horitzontal.
- b) El bloc es troba en un pla inclinat amb un angle d'inclinació de 30° .
- 4.5. A les catarates Victòria, de 128 m d'altura, l'aigua cau amb un cabdal mitjà de $1,4 \cdot 10^6$ Kg/s. Si la meitat de l'energia potencial de l'aigua es convertís en energia elèctrica, quanta potència es produiria? Quina força ha fet aquest treball?
- 4.6. Un ascensor de 1200 Kg que és mogut per un motor elèctric pot transportar amb seguretat una càrrega màxima de 800 Kg. Quina potència suministra el motor quan l'ascensor puja amb la càrrega màxima a una velocitat constant de 2,3 m/s?
- 4.7. El consum d'aigua a una ciutat de 50,000 habitants és de 200 litres per habitant i dia. Els dipòsits estan a 100 m d'altura respecte el riu. Els motors treballen 12 h al dia. Trobeu la potència dels motors.
- 4.8. Un nen de 16 Kg s'està gronxant al pati de l'escola de manera que porta una velocitat de 3,4 m/s quan el gronxador, de 2 m de longitud, es troba en el punt més baix de les seves oscil·lacions. Quin angle forma el gronxador amb la vertical quan el nen es troba en el punt més elevat? Desprecieu els efectes de la resistència de l'aire i suposeu que el nen no impulsa el gronxador.
- 4.9. Una nena de 20 Kg llisca per un tobogan de 3,2 m d'altura. Quan ha assolit la seva part inferior porta una velocitat de 1,3 m/s.
- a) Quanta energia s'ha dissipat per fregament?
- b) Si el tobogan fa un angle de 20° amb el terra, quin és el coeficient de fregament entre la nena i la superfície de lliscament?
- 4.10. Deixem anar un bloc de massa $m = 1$ Kg des d'una altura $h = 40$ cm per un pla inclinat sense fregament, que forma un angle α amb la horitzontal. El bloc xoca contra una molla de constant elàstica $\kappa = 10000$ N/m, que es troba a $h = 0$ quan està en equilibri. Determineu la compressió de la molla quan el bloc es para momentàniament. Suposeu que el xoc és elàstic. Quina velocitat tenia abans de xocar?
- 4.11. Una massa $m = 1$ Kg està fixada a una molla de constant elàstica $3,5 \cdot 10^5$ N/m. La molla està comprimida 6 cm. Si ara la deixem anar, a quina velocitat arribarà al punt d'equilibri? Quin treball ha fet?
- 4.12. Calculeu l'elongació x de l'exercici anterior en el punt en què l'energia cinètica i l'energia potencial són iguals. Quant valen?
- 4.13. Una molla s'estira 2 cm respecte la seva posició d'equilibri. Si s'estira 2 cm més respecte la posició anterior, quin és el treball necessari del segon estirament en comparació amb el primer?
- 4.14. Un objecte de massa m es mou en un cercle horitzontal de radi r sobre una taula rugosa. Està subjecte a una corda fixa en el centre del cercle. La velocitat del objecte és inicialment v_o . Després de completar una volta, la velocitat és la meitat.
- a) Determineu l'energia dissipada per fregament durant la volta en funció de v_o i m .
- b) Quin és el coeficient de fregament cinètic?
- c) Si no li proporcionem energia suplementària, donarà una segona volta?