

Exerici 10. Heu comprat llapis a 1, 01 euros i retoladors a 1, 40 euros. Si, en total, us heu gastat 29, 93 euros, quants llapis i quants retoladors heu comprat?

Solucio 10.

Expressem l'enunciat amb la següent equació, $1,01x + 1,40y = 29,93$, com que 1,01, 1,40, 29,93, no són enters multipliquem per 100, $101x + 140y = 2993$, tenim que $\text{mcd}(101, 140) = \text{mcd}(101, 39) = \text{mcd}(39, 23) = \text{mcd}(23, 16) = \text{mcd}(16, 7) = \text{mcd}(7, 2) = \text{mcd}(2, 1) = \text{mcd}(1, 0) = 1$, per tant com $1 \mid 2993$, la equació té solució, calculem els coeficients de Bezout i després multipliquem per 2993, tenim que $1 = 7 - 2 \cdot 3 = 7 - (16 - 7 \cdot 2) \cdot 3 = 7 \cdot 7 - 16 \cdot 3 = (23 - 16) \cdot 7 - 16 \cdot 3 = 23 \cdot 7 - 16 \cdot 10 = 23 \cdot 7 - (39 - 23) \cdot 10 = 23 \cdot 17 - 39 \cdot 10 = (101 - 39 \cdot 2) \cdot 17 - 39 \cdot 10 = 101 \cdot 17 - 39 \cdot 44 = 101 \cdot 17 - (140 - 101) \cdot 44 = 101 \cdot 61 - 140 \cdot 44$, per tant $x = 61 \cdot 2993 = 182573$, i $y = -44 \cdot 2993 = -131692$. Tenim que qualsevol altra solució de l'equació diofantina és de la forma $(182573 + k140, -131692 - k101)$. Cercquem les solucions positives ja que considerar una quantitat negativa de material tenim que $-131692 - k101 > 0 \iff k < \frac{-131692}{101} = -1302,8$, i per altra banda tenim que $182573 + k140 > 0 \iff k > \frac{-182573}{140} = -1304,09$, per tant l'únic valor enter que compleix ambdues condicions és $k = -1304$, per tant ens queda que $x = 182573 - 1304 \cdot 140 = 13$, i $y = -131692 + 1304 \cdot 101 = 12$.

Per tant hem comprat 13 llapis i 12 retoladors