

Ejercicio 18. Resuelva el sistema de congruencias $3x \equiv 2(mod4)$, $4x \equiv 7(mod15)$, $5x \equiv -1(mod17)$.

Solución 18.

$$\left. \begin{array}{l} 3x \equiv 2(mod4) \\ 4x \equiv 7(mod15) \\ 5x \equiv -1(mod17) \end{array} \right\}$$

De la primera ecuación sacamos: $3x \equiv 2(mod4) \iff x \equiv 6(mod4) \Rightarrow x = 6 + 4k, k \in \mathbb{Z}$

Sustituyendo la expresión anterior en la segunda ecuación tenemos: $4(6 + 4k) \equiv 7(mod15) \iff 4k \equiv -17(mod15) \iff k \equiv 13(mod15) \Rightarrow k = 13 + 15m, m \in \mathbb{Z}$

Sustituyendo posteriormente el resultado de k en x obtenemos: $x = 6 + 4(13 + 15m) = 58 + 60m$

Finalmente, sustituyendo de nuevo la expresión de x en la última ecuación tenemos: $5(58 + 60m) \equiv -1(mod17) \iff 300m \equiv -291(mod17) \iff 11m \equiv 15(mod17) \iff m \equiv -45(mod17) \iff m \equiv 6(mod17) \Rightarrow m = 6 + 17n, n \in \mathbb{Z}$

Despejando nos queda que el conjunto de soluciones del sistema es: $x = 58 + 60(6 + 17n) = 418 + 1020n, n \in \mathbb{Z}$, que expresado en forma modular es $x \equiv 418(mod1020)$