# 3

**3.1** Siguin $u_1, u_2, u_3, u_4$ vectors tals que les ternes

$$\{u_1, u_2, u_3\}, \quad \{u_1, u_2, u_4\}, \quad \{u_1, u_3, u_4\}, \quad \{u_2, u_3, u_4\}$$

són de vectors linealment independents. Podem assegurar que els vectors $u_1, u_2, u_3, u_4$ són linealment independents? Demostreu-ho en cas afirmatiu o doneu-ne un contraexemple en cas negatiu.

**3.2** Doneu una base i la dimensió de

**(a)** L'espai de les matrius amb dues files i tres columnes.

**(b)** L'espai de les matrius amb $m$ files i $n$ columnes, $m, n$ enters positius.

**3.3** Demostreu que els següents subconjunts de l'espai de les matrius quadrades de dimensió $n$ són subespais; determineu una base i la dimensió de cadascun.

*Notació:* escrivim

$$M = (a^i_j)_{i,j=1,\ldots,n} = \begin{pmatrix} a^1_1 & \cdots & a^1_n \\ \vdots & & \vdots \\ a^n_1 & \cdots & a^n_n \end{pmatrix}.$$

**(a)** $\{M | a^i_j = 0 \text{ si } i \neq j\}$ (matrius diagonals).

**(b)** $\{M | a^i_j = 0 \text{ si } i > j\}$ (matrius triangulars superiors).

**(c)** $\{M | a^i_j = a^j_i \text{ per a qualsevols } i, j\}$ (matrius simètriques).

**(d)** $\{M | a^i_j = -a^j_i \text{ per a qualsevols } i, j\}$ (matrius antisimètriques).

**3.4** Comproveu que $\mathcal{B}_1 = \{(1,2,3), (4,5,6), (7,8,10)\}$ és una base de $\mathbb{R}^3$. Trobeu les components de $(1,1,1)$ en aquesta base.

**3.5** A $\mathbb{R}^3$ considerem les bases

$$\mathcal{B}_1 = ((1,0,1), (-1,1,1), (1,-1,0))$$

i

$$\mathcal{B}_2 = ((2,1,1), (1,1,1), (1,-1,1)).$$

Calculeu les components en la base $\mathcal{B}_1$ del vector que en la base $\mathcal{B}_2$ té components $(3,-2,2)$.

**3.6** Designem per $\mathcal{B}_e = \{e_1, e_2, e_3, e_4\}$ la base canònica de $\mathbb{R}^4$.

(i) Comproveu que els vectors

$$u_1 = (1,2,3,4), \; u_2 = (1,2,-3,0), \; u_3 = (3,1,2,1), \; u_4 = (3,1,1,1)$$

formen una base de $\mathbb{R}^4$, que denotarem per $\mathcal{B}_u$.

(ii) Escolliu dos dels vectors de la base $\mathcal{B}_u$, $u_k, u_h$, de forma que $\mathcal{B} = \{u_k, u_h, e_3, e_4\}$ sigui també una base de $\mathbb{R}^4$.

(iii) Trobeu les components dels altres dos vectors de $\mathcal{B}_u$ en la base $\mathcal{B}$ que hagueu escollit a (ii).

**3.7** Considerem una base $(e_1, e_2, e_3)$ d'un espai vectorial $E$.

(i) Demostreu que els vectors $u_1 = e_1$, $u_2 = e_1 - e_2$ i $u_3 = e_1 - e_3$ formen una base de $E$.

(ii) Trobeu les components dels vectors $w_1 = 6e_1 - 2e_2 - 3e_3$, $w_2 = 3e_1 - e_2 - e_3$ i $w_3 = 2e_1 - e_2$ en la base $\mathcal{B}_u = (u_1, u_2, u_3)$.

**3.8** Els vectors $u_1 = (0, 1, -1)$, $u_2 = (1, 2, -1)$ i $u_3 = (1, -1, 1)$ de $\mathbb{R}^3$ tenen components

$$u_1 = (1, 2, -1)_{\mathcal{B}}, \quad u_2 = (1, 1, 1)_{\mathcal{B}}, \qquad u_3 = (1, -1, 0)_{\mathcal{B}}$$

en una base desconeguda $\mathcal{B} = (v_1, v_2, v_3)$. Trobeu $v_1, v_2$ i $v_3$.

**3.9** D'una base $\mathcal{B} = (u_1, u_2, u_3)$ de $\mathbb{R}^3$ coneixem els vectors $u_1 = (1, 2, 3)$ i $u_2 = (4, 5, 6)$ però no el tercer vector $u_3$. En canvi sabem que el vector $w = (1, 1, 1)$ té components $(1, 1, 1)$ en la base $\mathcal{B}$: $w = (1, 1, 1)_{\mathcal{B}}$. Trobeu $u_3$ o demostreu que no existeix la base $\mathcal{B}$.

3.2 a) Espai de les matrius de dues files i dues columnes } base, dimensió

$$\mathbb{M}^2_3 \quad \begin{pmatrix} a^1_1 & a^1_2 & a^1_3 \\ a^2_1 & a^2_2 & a^2_3 \end{pmatrix} \quad a_i \in \mathbb{R}$$

Bases de $\mathbb{M}^2_3 = \left\{ \begin{pmatrix} 1&0&0\\0&0&0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0&1&0\\0&0&0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0&0&1\\0&0&0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0&0&0\\1&0&0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0&0&0\\0&1&0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0&0&0\\0&0&1 \end{pmatrix} \right\}$

Son independientes → solo se puede generar la combinación lineal nula con coeficientes nulos

cualquier matriz $\begin{pmatrix} a^1_1 & a^1_2 & a^1_3 \\ a^2_1 & a^2_2 & a^2_3 \end{pmatrix}$ se puede escribir como combinación lineal

$$a^1_1 \begin{pmatrix} 1&0&0\\0&0&0 \end{pmatrix} + a^1_2 \begin{pmatrix} 0&1&0\\0&0&0 \end{pmatrix} + a^1_3 \begin{pmatrix} 0&0&1\\0&0&0 \end{pmatrix} + a^2_1 \begin{pmatrix} 0&0&0\\1&0&0 \end{pmatrix} + a^2_2 \begin{pmatrix} 0&0&0\\0&1&0 \end{pmatrix} +$$

$$+ a^2_3 \begin{pmatrix} 0&0&0\\0&0&1 \end{pmatrix}$$

b) Espai de les matrius amb n files i m columnes

$$\mathbb{M}^n_m \quad \begin{pmatrix} a^1_1 & a^1_2 & \cdots & a^1_m \\ a^2_1 & a^2_2 & \cdots & a^2_m \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a^n_1 & a^n_2 & \cdots & a^n_m \end{pmatrix} = (a^i_j) \quad \begin{matrix} i = 1, \dots, n \\ j = 1, \dots, m \end{matrix}$$

Base de $\mathbb{M}^n_m$
↓
independientes
generadoras

$N^1_1 = (a^i_j)$ $\quad a^1_1 = 1$, otros $0$ $\quad \begin{pmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & & & \\ 0 & & & 0 \end{pmatrix}$

$N^1_2 = (a^i_j)$ $\quad a^1_2 = 1$, otros $0$ $\quad \begin{pmatrix} 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & & & \\ 0 & & & 0 \end{pmatrix}$

- Son matrices independientes si $\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} b^i_j \, N^i_j = 0$ → si la combinación lineal cero se obtiene solo por coeficientes nulos, las matrices son independientes

$N^i_j \neq 0$

$b^i_j = 0 \quad \forall i, j$

- generan
  se puede generar cualquier matriz como combinación lineal de la base

$$\begin{pmatrix} a^1_1 & a^1_2 & \cdots & a^1_m \\ a^2_1 & a^2_2 & \cdots & a^2_m \\ \vdots & & & \vdots \\ a^n_1 & a^n_2 & \cdots & a^n_m \end{pmatrix} = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} a^i_j \, N^i_j$$

3.3. $n = (a^i_j)$ $i = 1, \ldots, n$
$j = 1, \ldots, n$

matriz cuadrada:

$$\begin{pmatrix} a^1_1 & \cdots & a^1_n \\ \vdots & & \vdots \\ a^n_1 & \cdots & a^n_n \end{pmatrix}$$

- matriz diagonal
  $a^i_j = 0 \rightarrow i \neq j \rightarrow$ los elementos que no estan en la diagonal son ceros

$$\begin{pmatrix} a^1_1 & & \\ & \ddots & \\ & & a^n_n \end{pmatrix}$$

dim = n

ej: $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

- matriz simetrica
  $a^i_j = a^j_i \rightarrow$ simetrica respecto la diagonal

$$\begin{pmatrix} \ddots & & a \\ & & \\ a & & \ddots \end{pmatrix}$$

dim = n

ej: matrices de la forma
$(a^j_i)(a^i_j) = 1$ si $(i,j) = (r,s)$
$(i,j) = (s,r)$
otros cero

$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

si r = s el elemento está en la diagonal

- matriz antisimétrica
  $a^i_j = -a^j_i \rightarrow$ la diagonal tiene todo ceros

$$\begin{pmatrix} 0 & & -a \\ & 0 & \\ a & & 0 \end{pmatrix}$$

ej: $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

Matrius i vectors

3.1. $\{u_1, u_2, u_3\}$
$\{u_1, u_2, u_4\}$
$\{u_1, u_3, u_4\}$
$\{u_2, u_3, u_4\}$ lin. independents → $\{u_1, u_2, u_3, u_4\}$ independents?

No → CONTRAEXEMPLE. $\boxed{u_4 = \alpha u_1 + \beta u_2 + \gamma u_3 \quad \alpha, \beta, \gamma \neq 0}$

siguin $u_1 = (1,0,0)$
$u_2 = (0,1,0)$
$u_3 = (0,0,1)$
$u_4 = (1,1,1)$

① $\{u_1, u_2, u_3\}$
(1,0,0)
(0,1,0)
(0 0,1) → linealment independents

② $\{u_1, u_2, u_4\}$
(1,0,0)
(0 1,0)
(1,1,1)
lineal. indep.

③ $\{u_1, u_3, u_4\}$
(1,0,0)
(0,0,1)
(1,1,1)
lineal. indep.

④ $\{u_2, u_3, u_4\}$
(0,1,0)
(0,0,1)
(1,1,1)
linealment indep.

3.5. A $\mathbb{R}^3$ $B_1 = ((1,0,1), (-1,1,1), (1,-1,0))$
$B_2 = ((2,1,1), (1,1,1), (1,-1,1))$

$v = (3,-2,2)_{B_2}$ → calcular les components en $B_1$

$v = (3,-2,2)_{B_2} \Leftrightarrow v = 3(2,1,1) - 2(1,1,1) + 2(1,-1,1) = (6,-1,3)$

primera component per primer vector
segona component per segon vector
tercera component per tercer vector

| | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $e_1$ | 1 | 0 | 1 | $e'_1 = e_1$ | 1 | 0 | 1 | $e''_1 = e'_1$ | 1 | 0 | 1 |
| $e_2$ | -1 | 1 | 1 | $e'_2 = e_2 + e_1$ | 0 | 1 | 2 | $e''_2 = e'_2$ | 0 | 1 | 2 |
| $e_3$ | 1 | -1 | 0 | $e'_3 = e_3 - e_1$ | 0 | -1 | -1 | $e''_3 = e'_3 + e'_2$ | 0 | 0 | 1 |
| $v$ | 6 | -1 | 3 | $v' = v - 6e_1$ | 0 | -1 | 3 | $v'' = v' + e'_2$ | 0 | 0 | -1 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| $e'''_1 = e''_1$ | 1 | 0 | 1 |
| $e'''_2 = e''_2$ | 0 | 1 | 2 |
| $e'''_3 = e''_3$ | 0 | 0 | 1 |
| $v''' = v'' + e''_3$ | 0 | 0 | 0 |

$0 = v''_2 + e''_3 = v' + e'_2 + e'_3 + e'_2 = v' + 2e'_2 + e'_3 =$

$= v - 6e_1 + 2e_2 + 2e_1 + e_3 - e_1 = v - 5e_1 + 2e_2 + e_3$

$v = 5e_1 - 2e_1 - e_1$

$\boxed{v = (5,-2,-1)_{B_1}}$

3.4. Comprovar que $B_1 = \{(1,2,3), (4,5,6), (7,8,10)\}$ és base de $\mathbb{R}^3$

Cal comprovar que els vectors són independents i que són generadors

a) $\{(1,2,3), (4,5,6), (7,8,10)\}$ són independents $\Leftrightarrow$ cap vector no és combinació lineal de la resta:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 10 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & -3 & -6 \\ 0 & -6 & -11 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & -3 & -6 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \to \text{Són linealment independents}$$

b) $\{(1,2,3), (4,5,6), (7,8,10)\}$ són generadors

Qualsevol vector en $\mathbb{R}^3$ pot ser expressat com a combinació lineal de la base

$v_1, v_2, v_3$ generen $\mathbb{R}^3 \Leftrightarrow \forall (x,y,z) \in \mathbb{R}^3, \exists \alpha, \beta, \gamma$ tals que

$$(x,y,z) = \alpha(1,2,3) + \beta(4,5,6) + \gamma(7,8,10)$$

$$\Updownarrow$$

$$\begin{cases} x = \alpha + 4\beta + 7\gamma \\ y = 2\alpha + 5\beta + 8\gamma \\ z = 3\alpha + 6\beta + 10\gamma \end{cases} \to \text{és sempre SCD}$$

per tant, $B_1$ és base de $\mathbb{R}^3$

Escriure $(1,1,1)$ en aquesta base

$$(1,1,1) = \alpha(1,2,3) + \beta(4,5,6) + \gamma(7,8,10)$$

$$\begin{cases} 1 = \alpha + 4\beta + 7\alpha \\ 1 = 2\alpha + 5\beta + 8\gamma \\ 1 = 3\alpha + 6\beta + 10\gamma \end{cases}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 4 & 7 & 1 \\ 2 & 5 & 8 & 1 \\ 3 & 6 & 10 & 1 \end{array}\right) \to \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 4 & 7 & 1 \\ 0 & 3 & 6 & 1 \\ 0 & 6 & 11 & 2 \end{array}\right) \to \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 4 & 7 & 1 \\ 0 & 3 & 6 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{array}\right)$$

- $\gamma = 0$
- $\beta \to 3\beta = 1 \to \beta = \frac{1}{3}$
- $\alpha \to \alpha + \frac{4}{3} = 1 \to \alpha = -\frac{1}{3}$

$$(1,1,1) = \left(-\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, 0\right)_{B_1}$$

| | |
|---|---|
| ( ____ ) | vector o matriu |
| { ____ } | conjunt de vectors (i base) |
| < ____ > | espai engendrat |

Scanned by CamScanner

3.8. $u_1 = (0,1,-1) = (1,2,-1)_B$
$u_2 = (1,2,-1) = (1,1,1)_B$
$u_3 = (1,-1,1) = (1,-1,0)_B$ $\quad B = (v_1, v_2, v_3)$

$u_1 \to (0,1,-1) = 1v_1 + 2v_2 - 1v_3$
$u_2 \to (1,2,-1) = v_1 + v_2 + v_3$
$u_3 \to (1,-1,1) = v_1 - v_2 \to v_2 = v_1 - (1,-1,1)$

$(1,2,-1) = v_1 + v_2 + v_3 \to v_3 = (1,2,-1) - (1,-1,1) - 2v_2 = (0,3,-2) - 2v_2$
$(0,1,-1) = (1,-1,1) + v_2 + 2v_2 - (0,3,-2) + 2v_2$
$(0,1,-1) = (1,-4,3) + 5v_2$
$\to 5v_2 = (-1,5,-4) \to v_2 = \left(-\frac{1}{5}, 1, -\frac{4}{5}\right)$

- $v_1 = (1,-1,1) + (-1/5, 1, -4/5) = (4/5, 0, 1/5)$
- $v_2 = (-1/5, 1, -4/5)$
- $v_3 = (0,3,-2) - 2(-1/5, 1, -4/5) = (2/5, 1, -2/5)$

---

un altre mètode:

$u_1 = (0,1,-1) = (1,2,-1)_B$
$u_2 = (1,2,-1) = (1,1,1)_B$
$u_3 = (1,-1,1) = (1,-1,0)_B$

$$\begin{cases} (0,1,-1) = 1(a,b,c) + 2(d,e,f) - 1(g,h,i) \\ (1,2,-1) = 1(a,b,c) + 1(d,e,f) + 1(g,h,i) \\ (1,-1,0) = 1(a,b,c) - 1(d,e,f) \end{cases}$$

$\Downarrow$

$$\begin{cases} 0 = a + 2d - g \\ 1 = a + d + g \\ 1 = a - d \end{cases}$$

$$\begin{cases} 1 = b + 2e - h \\ 2 = b + e + h \\ -1 = b - e \end{cases}$$

$$\begin{cases} -1 = c + 2f - i \\ -1 = c + f + i \\ 0 = c - f \end{cases}$$

39. $\mathbb{R}^3$, $B = \{u_1, u_2, u_3\}$ → $u_1 = (1,2,3)$
$u_2 = (4,5,6)$
$u_3$ desconegut $(a,b,c)$

$w = (1,1,1) = (1,1,1)_B$
(base canònica)

$\underbrace{(1,1,1)}_{\text{base canònica}} = 1\,(1,2,3) + 1\,(4,5,6) + 1\,(a,b,c)$ base B

$$\begin{cases} 1 = 1+4+a & \rightarrow a = -4 \\ 1 = 2+5+b & \rightarrow b = -6 \\ 1 = 3+5+c & \rightarrow c = -8 \end{cases}$$

$u_3 = (-4,-6,-8)$

· Cal demostrar que $\{(1,2,3), (4,5,6), (-4,-6,-8)\}$ són base

$\{(1,2,3), (4,5,6), (-4,-6,-8)\}$ són linealment independents

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ -4 & -6 & -8 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 2 & 3 & 4 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 3 & 6 \\ 0 & 2 & 4 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$v_1, v_2, v_3$ no són linealment independents i, per tant, no formen base.

no existeix la base

3.8 (ampliació)
expressar $u_4$ amb base B

$u_1 = (0,1,-1) = (1,2,-1)_B$
$u_2 = (1,2,-1) = (1,1,1)_B$
$u_3 = (1,-1,1) = (1,-1,0)_B$
$u_4 = (0,-3,2) = (\_\_\_\_)_B$

· $(0,-3,2) = \alpha v_1 + \beta v_2 + \gamma v_3$
les combinacions lineals de vectors han de funcionar sigui quina sigui la base
(es pot fer Gauss si la combinació no es veu directament)

$u_4 = u_3 - u_2$
$u_4 = (0,-2,-1)_B$

Matrius i vectors

3.6. a) Comproveu que $v_1 = (1,2,3,4)$
$v_2 = (1,2,-3,0)$
$v_3 = (3,1,2,1)$
$v_4 = (3,1,1,1)$ formen base de $\mathbb{R}^4$

a) Són linealment independents

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & -2 & 0 \\ 3 & 1 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & 6 & -4 \\ 0 & -5 & -7 & +11 \\ 0 & -5 & -8 & -11 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 5 & 7 & 11 \\ 0 & 0 & 3 & -2 \\ 0 & 5 & 8 & 11 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 5 & 7 & 11 \\ 0 & 0 & 3 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

b) Són generadors
qualsevol vector en $\mathbb{R}^4$ es pot expressar com a combinació lineal de la base

$v_1, v_2, v_3, v_4$ generen $\mathbb{R}^4 \Rightarrow \forall (x, y, z, t)\ \exists\ \alpha, \beta, \gamma, \delta$ tals que
$(x, y, z, t) = \alpha v_1 + \beta v_2 + \gamma v_3 + \delta v_4$
$= \alpha(1,2,3,4) + \beta(1,2,-3,0) + \gamma(3,1,2,1) + \delta(3,1,1,1)$

$$\begin{cases} x = \alpha + \beta + 3\gamma + 3\delta \\ y = 2\alpha + 2\beta + 2\gamma + \delta \\ z = 3\alpha - 2\beta + 2\gamma + \delta \\ t = 4\alpha + \gamma + \delta \end{cases} \rightarrow \text{sempre SCD}$$

per tant, $v_1, v_2, v_3, v_4$ base de $\mathbb{R}^4$

b) Escollir dos vectors $u_k, u_n$ tals que $(u_k, u_n, v_3, v_4)$ siguin base en $\mathbb{R}^4$
Siguin $u_k = (0,0,0,1)$
$u_n = (0,1,0,0)$

comprovem que són linealment independents

$$\begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

c) Trobar dos vectors que formin base amb $u_k, u_n$
siguin $u_m = (0,0,1,0)$
$u_n = (1,0,0,0)$

Matrius i vectors

3.7. $\{e_1, e_2, e_3\}$ base de E

a) Demostrar que $u_1 = e_1$, $u_2 = e_1 - e_2$, $u_3 = e_1 - e_3$ formen base de E

Volem veure que:

$a_1 v_1 + a_2 v_2 + a_3 u_3 = 0 \Leftrightarrow a_1 = a_2 = a_3 = 0$

$a_1 e_1 + a_2 (e_1 - e_2) + a_3 (e_1 - e_3) = 0$

$a_1 e_1 + a_2 e_1 - a_2 e_2 + a_3 e_1 - a_3 e_3 = 0$

$(a_1 + a_3 + a_2) e_1 - a_2 e_2 - a_3 e_3 = 0 \rightarrow$ sabem que $(e_1, e_2, e_3) \neq 0$

per tant, $a_1 = a_2 = a_3 = 0$ tal i com volíem demostrar i, per tant, $v_1, v_2, v_3$ són linealment independents

b) $w_1 = 6e_1 - 2e_2 - 3e_3$

$w_2 = 3e_1 - e_2 - e_3$

$w_3 = 2e_1 - e_2$ trobar les coordenades en $B = (u_1, u_2, u_3)$

$u_1 = e_1$

$u_2 = e_1 - e_2 \rightarrow e_2 = e_1 - u_2 \rightarrow e_2 = u_1 - u_2$

$u_3 = e_1 - e_3 \rightarrow e_3 = e_1 - u_3 \rightarrow e_3 = u_1 - u_3$

$w_1 = 6u_1 - 2(u_1 - u_2) - 3(u_1 - u_3) = u_1 + 2u_2 + 3u_3 = (1, 2, 3)_B$

$w_2 = 3u_1 - u_1 + u_2 - u_1 + u_3 = u_1 + u_2 + u_3 = (1, 1, 1)_B$

$w_3 = 2u_1 - u_1 + u_2 = u_1 + u_2 = (1, 1, 0)_B$