Exercici 22. Calculeu, si existeixen, els inversos de 6 (mod 11), 6 (mod 17), 6 (mod 10), 7 (mod 11), 7 (mod 17), i 7 (mod 10).

Solucio 22

Tenim que un enter x te invers modul n $\iff$ $\text{mcd}(x, n) = 1$, i per calcular-ho es suficent amb resoldere la seguent equacio diafontiana $p|xa - 1$, per tant $\exists$ c tal que $xa - pc = 1$, com $\text{mcd}(x, p) = 1$, no es mes que una Id. de Bezout.

Com $\text{mcd}(6, 11) = 1$, te invers, per calcular-ho resoldrem la seguent Id de Bezout $6x - 11y = 1$, i per $x = 2$ i $y = 1$, es compleix la equacio, per tant l'invers de 6 mod 11, es 2.

Com $\text{mcd}(6, 11) = 1$, te invers i tenim que $6x - 17y = 1$, per $x = 3$ i $y = 1$, es compleix la equacio,i per tant 3 es l'invers de 6 modul 17.

Podem denotar que $2|10$ i $2|6 \implies 2 \leq \text{mcd}(6, 10)$ i per tant $\nexists$ invers de 6 modul 10.

Tenim que $\text{mcd}(7, 11) = 1$, per tant resolem la seguent equacio per $7x - 11y = 1$, per $x = -3$ i $y = -1$, es compleix la igualta per tant l'invers de 7 modul 11 es -3.

$\text{mcd}(7, 17) = 1$, tenim que per $7x - 17y = 1$, com tenim que $17 = 7 \cdot 2 + 3$ i $7 = 3 \cdot 2 + 1$, tenim que $1 = 7 - 3 \cdot 2 = 7 - 17 \cdot 2 + 7 \cdot 4 = 7 \cdot 5 - 17 \cdot 2$, per tant per $x = 5$ i $y = -2$, es compleix la igualtat anterior,i per tant 5 es linvers de 7 mod 17.

Com $\text{mcd}(7, 10) = 1$, i tenim que per l'equacio $7x - 10y = 1$, i per $x = 3$ i $y = 1$, es compleix la igualtat i per tant 3 es l'invers de 7 modul 10.