EXAMEN Final Gener 2016. Avaluació Única. TEORIA

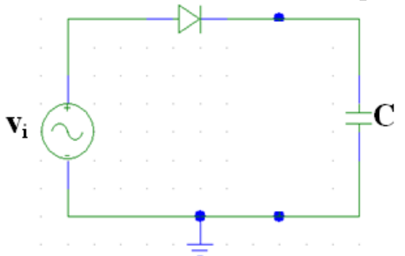
Indicar nom i/o NIUB i la resposta correcta a la taula del final del qüestionari

1. La llei d'Ohm ens diu que:
a) aquesta és la unitat de la resistència.
b) el corrent augmenta quan la tensió augmenta en un condensador.
c) la resistència és el factor proporcional entre la tensió i el corrent que circula per la resistència.
d) els electrons no poden circular per materials públics.

2. Podem dir que un condensador:
a) és un component electrònic no-linial.
b) emmagatzema càrregues obtingudes de l'ambient.
c) té el mateix comportament que una bobina.
d) té memòria.
e) s'utilitza per produir llet condensada.

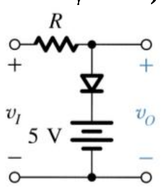
3. El principi de superposició és útil per...
a) resoldre circuits amb diverses fonts per parts més senzilles de resoldre.
b) resoldre circuits amb condensador i bobines no-linials.
c) resoldre circuits amb fonts no-linials.
d) resoldre circuits amb molts nodes per parts més senzilles de resoldre.
e) disposar d'una situació superbona per resoldre circuits.

4. Quina funció fa el símbol de terra en aquest circuit:



a) Permet que s'evacui la càrrega del circuit i no arribi a la font.
b) Permet que el condensador funcioni correctament.
c) Permet que el díode es pugui posar en directa.
d) El circuit funcionaria de la mateixa forma sense la indicació de terra.

5. Quin valor té V_o quan V_i=10V (prenent V_γ=0.7V):



a) 0V.
b) 5V.
c) 5.7V.
d) 10V.
e) Cap resposta anterior és correcta.

6. En un transistor NMOS en saturació...
a) V_D sempre ha de ser major que V_S.
b) V_D sempre ha de ser major V_G.
c) La font sempre ha de ser a terra.
d) El transistor no funciona correctament.

7. La tensió Vds que separa la regió de tríode i la regió de saturació d'un transistor MOSFET:
a) Depèn només de les propietats del transistor.
b) Sempre és el mateix ja que sempre es compleix la mateixa relació.
c) Depèn de Vgs.
d) No depèn de V_T.

8. La resistència del canal d'un NMOS a la regió de tríode...
a) Només depèn de Vgs.
b) Només depèn de Vds.
c) Depèn de Vgs i de Vds.
d) És sempre constant.
e) No existeix cap resistència de canal en un NMOS.

9. Degut a la propietat de linealitat de la transformada de Laplace, podem dir que...
a) la transformada d'una funció sempre és una línia recta.
b) la transformada del producte d'una constant i una funció és el producte de la constant per la transformada de la funció.
c) la transformada de la divisió de dues funcions és la divisió de les seves transformades.
d) la transformada d'una recta és igual al seu pendent.

10. Què són els pols d'una funció a l'espai de Laplace?
a) Les arrels que anul·len el numerador.
b) Les arrels que anul·len el denominador.
c) Les arrels que fan 1 a la funció.
d) Les arrels que fan inservible l'antitransformada de la funció.
e) Els frigo-dedos.

11. Per poder determinar la transformació completa a l'espai de Laplace d'un condensador, necessitem saber...
a) el valor de C.
b) C i el corrent que l'atravessa a t=0.
c) C i la diferència de tensió del condensador a t=0.
d) No existeix la transformada de Laplace d'un condensador.
e) Un condensador es transforma en una bobina a l'espai de Laplace.

12. La funció de transferència d'un circuit...
a) està definida a l'espai temporal.
b) S'obté de la relació de senyals de sortida i entrada tenint en compte condicions inicials nul·les.
c) S'obté sempre substituint s=0.
d) S'obté multiplicant els senyals d'entrada i sortida.
e) és una aplicació electrònica bancària.

13. Si un diagrama de Bode d'amplitud ens dóna un guany de 40 dB per una determinada freqüència, si l'amplitud del senyal sinusoïdal d'entrada és de 1V, quan val l'amplitud del senyal de sortida:

a) 0V.
b) 1V.
c) 10V.
d) 100V.

14. Tenim un circuit que té dos pols, els quals tenen part imaginària negativa. És estable aquest circuit?

a) Tots els circuits són estables.
b) Sí.
c) No.
d) Tots els circuits amb pols són inestables.
e) No ho podem saber amb aquesta informació.

15. La freqüència de tall d'un filtre passa-baixos es defineix com...

a) la freqüència per la qual el guany es de 0dB.
b) la freqüència per la qual el guany es de -3dB.
c) la freqüència per la qual el guany ha disminuït en 3dB respecte el guany a baixes freqüències.
d) la freqüència per la qual el guany ha augmentat en 3dB respecte el guany a baixes freqüències.
e) la freqüència per la qual el gràfic presenta un tall.

16. De les entrades + i — d'un amplificador operacional ideal, sabem que:

a) Les seves tensions són sempre iguals.
b) Les seves tensions sempre són iguals però amb diferent signe, per exemple +5V i -5V.
c) Els seus corrents són sempre iguals.
d) No tenen res en comú.
e) Serveixen per sumar o restar senyals a la sortida.

17. Un amplificador operacional treballant en zona lineal té un valor de tensió de sortida 15V. Llavors podem dir que:

a) Això no és possible.
b) Vcc+=15V.
c) Vcc-=-15V.
d) Vcc+=30V.
e) No podem assegurar cap de les respostes anteriors.

18. Amb les cel·les de Sallen & Key podem:

a) Ficar algú a la presó.
b) Només crear filtres de Butterworth.
c) Crear filtres de diferents tipus.
d) Crear sumadors i restadors.
e) Crear comparadors.

19. En comparació als filtres passius, amb un filtre actiu podem aconseguir...

a) Guanys variables amb el temps.
b) guanys superiors a 1.
c) freqüències de tall superiors a 1 rad/s.
d) freqüències de tall variables amb el temps.

20. Es pot utilitzar la transformada de Laplace amb un circuit amb amplificadors operacionals?

a) Sí, sempre.
b) No, mai.
c) Sí, però només quan treballa a la zona linial.
d) Sí, però només quan treballa a la zona no-linial.

NOM (o NIUB):

Indicar aquí l'única resposta correcta

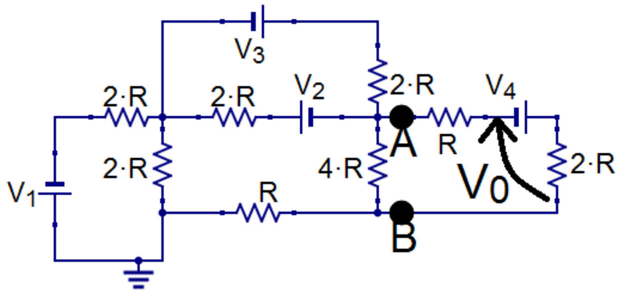
Pregunta	Resp.	Pregunta	Resp.
1	c	11	c
2	d	12	b
3	a	13	d
4	d	14	e
5	c	15	c
6	a	16	c
7	c	17	e
8	c	18	c
9	b	19	b
10	b	20	c

Resposta Correcta=0.15 Resposta Incorrecta=-0.05

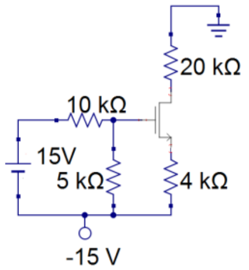
EXAMEN Final Gener 2016. Avaluació Única. Problemes.

P1) (1.5 punt) Feu els següents passos aplicats al circuit de la figura:

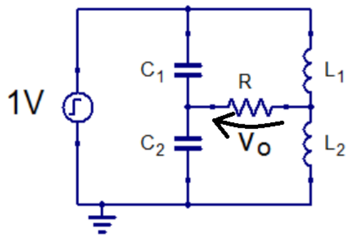
- Dona les equacions per resoldre aquest circuit aplicant únicament les lleis de Kirchhoff. (no s'han de resoldre; només mostrar les equacions aplicant les lleis per resoldre'l). Doneu també l'expressió per obtenir V_o suposant que hem obtingut la solució del circuit.
- Obté l'equivalent Thevenin entre els punts A i B de la part esquerra del circuit. Per obtenir V_{th}, apliqueu el principi de superposició.
- Fent ús d'aquest equivalent Thevenin, calcula V_o. (Si no heu pogut fer l'apartat anterior o queda massa complicat, utilitzeu: $V_{th}=V_1+V_2+V_3$ i $R_{th}=R$ en aquest apartat).



P2) (1 punt) Resol el circuit de la figura. Preneu: $V_T=2V$, $0.5 \cdot Kn \cdot W/L=1mA/V^2$



P3) (1.5 punts) Obtenir $v_o(t)$ pel circuit següent:

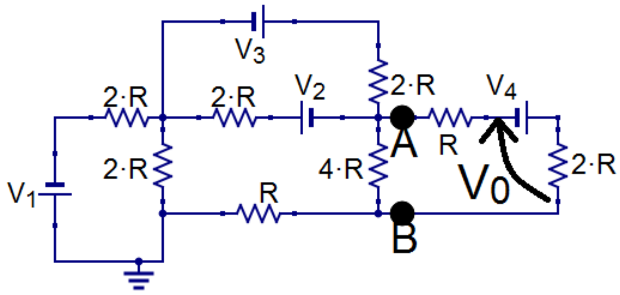


Preneu condicions inicials nul·les. I per tal de facilitar els càlculs, apliqueu Thevenin entre els dos nodes de la resistència. Preneu també els següents valors dels components (encara que poc realistes): R = 1 Ω, C_1 = 0.25 F, C_2 = 0.75 F, L_1=1 H, L_2=1 H).

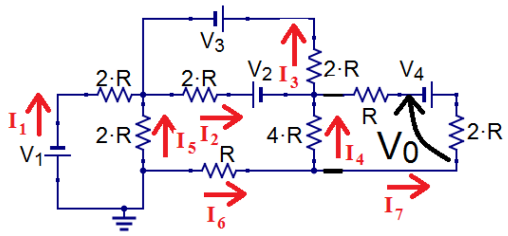
(Si no us refieu de $V_o(s)$ que heu obtingut, utilitzeu $V_o(s)=0.05\cdot\frac{10}{3\cdot s^2+6\cdot s+6}$).

P1) (1.5 punt) Feu els següents passos aplicats al circuit de la figura:

- Dona les equacions per resoldre aquest circuit aplicant únicament les lleis de Kirchhoff. (no s'han de resoldre; només mostrar les equacions aplicant les lleis per resoldre'l). Doneu també l'expressió per obtenir V_o suposant que hem obtingut la solució del circuit.
- Obté l'equivalent Thevenin entre els punts A i B de la part esquerra del circuit. Per obtenir V_{th}, apliqueu el principi de superposició.
- Fent ús d'aquest equivalent Thevenin, calcula V_o. (Si no heu pogut fer l'apartat anterior o queda massa complicat, utilitzeu: $V_{th}=V_1+V_2+V_3$ i $R_{th}=R$ en aquest apartat).



En primer lloc, veiem que aquest circuit té 7 branques diferents i, per tant, hi ha 7 corrents que haurem de determinar. Per tant, haurem de tenir 7 equacions.
El primer pas consisteix sempre en definir els corrents de les diferents branques (assignem nom i sentit):

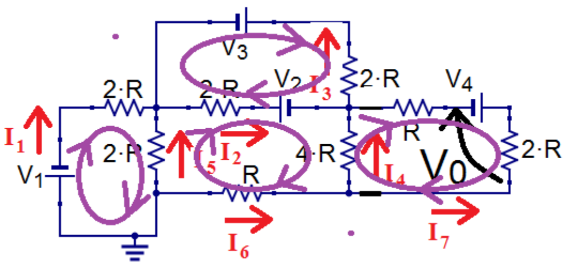


Com sempre, el sentit agafat pels corrents és totalment arbitrari. Es podria haver escollit qualsevol altre sentit pels corrents. El resultat serà sempre el mateix.

Ara apliquem les lleis de Kirchhoff. Pel que fa a la lleis de nodes, veiem que hem d'aplicar-la a tres nodes ja que tenim quatre nodes amb més de dues branques. Hem d'aplicar la llei a aquests nodes menys un. Per aquest "un" escollim el node de la dreta adalt (però es podria haver escollit qualsevol dels altres). Per tant, aplicant la llei de nusos:

$$I_2 = I_1 + I_5 + I_3$$
$$I_1 + I_5 + I_6 = 0$$
$$I_7 + I_4 = I_6$$

Com que sabem que necessitem 7 equacions, ens manquen encara quatre equacions. Aquestes surten d'aplicar la segona llei de Kirchhoff (llei de malles). Les quatre malles més evidents per utilitzar són les indicades a la següent figura, i les recorrerem en sentit horari. Les malles escollides no poden deixar cap branca sense recòrrer:



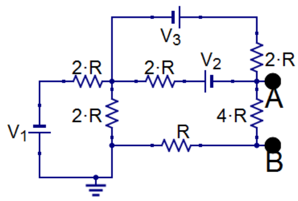
Apliquem donçs la llei de malles a aquestes quatre malles:

$$M1: \quad -V_1 - I_1 \cdot 2 \cdot R + I_5 \cdot 2 \cdot R = 0$$
$$M2: \quad V_3 + I_3 \cdot 2 \cdot R + V_2 + I_2 \cdot 2 \cdot R = 0$$
$$M3: \quad -I_2 \cdot 2 \cdot R - V_2 + I_4 \cdot 4 \cdot R + I_6 \cdot R - I_5 \cdot 2 \cdot R = 0$$
$$M4: \quad -I_4 \cdot 4 \cdot R + I_7 \cdot R + V_4 + I_7 \cdot 2 \cdot R = 0$$

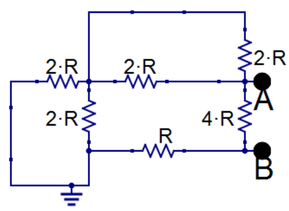
Amb la qual cosa ja tenim les 7 equacions.
El problema ens indica que no la ressolem, però sí que donem l'expressió per obtenir V_o suposant que haguéssim resolt les equacions (i per tant tenim els valors dels corrents):

$$V_o = -I_7 \cdot 2 \cdot R - V_4$$

Anem ara a obtenir l'equivalent Thevenin de la part del circuit que ens demana el problema. Per això, obrim el circuit pels punts A i B. Ens adonem que aplicar el teorema de Thevenin és possible ja que les dues parts en que dividim el circuit estan aïllades. Per tant, hem d'aplicar el teorema al següent circuit:

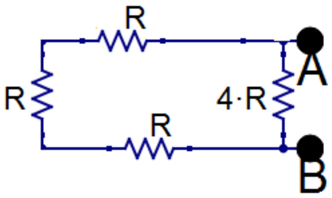


Hem d'obtenir R_{th} i V_{th}. Ambdós càlculs són independents l'un de l'altre, però tots dos comencen amb el mateix circuit anterior.
En primer lloc calculem el valor de R_{th}. Per això hem d'eliminar les fonts. Com que totes són de tensió, això equival a "curt-circuitar-les" (és a dir, substituir-les per un "cable"):

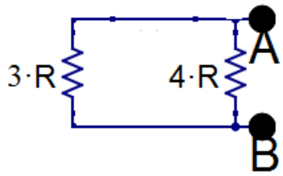


Ara hem de combinar totes les resistències, mantenint els nodes A i B intactes, fins que només ens quedi una. Aquesta resistència serà R_{th}. Per tant:

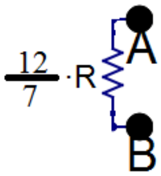
Paral·lel de les dues de l'esquerra i les dues d'adalt



Sèrie de les tres de l'esquerra

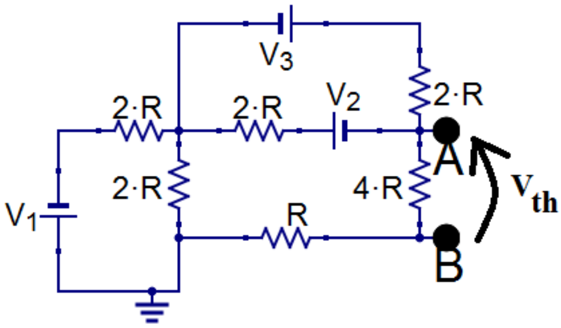


Paral·lel de les dues resistències restants

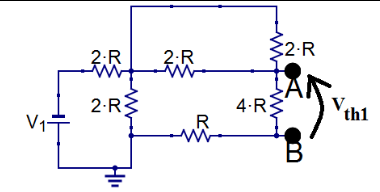
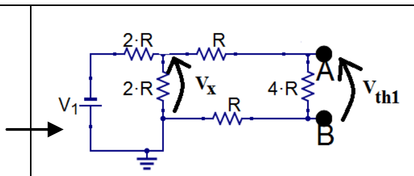
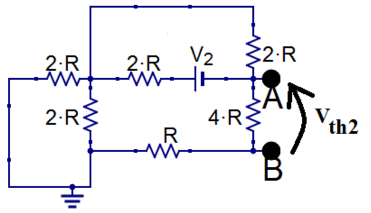
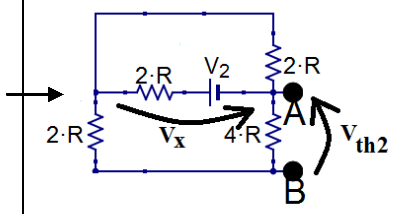
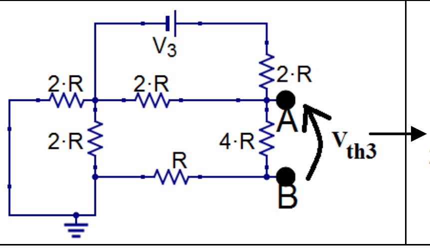
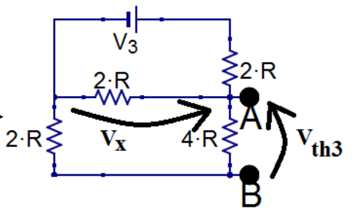


Per tant $R_{th} = \frac{12}{7} \cdot R$

Ara hem d'obtenir V_{th}. Per això, hem "d'oblidar" el pas anterior. Tornem a començar amb el circuit inicial. L'hem de resoldre i calcular V_{AB}. Aquesta serà V_{th}. Les branques on hi són A i B queden obertes i, per tant, no hi circula corrent. Per tant, no influiran en el funcionament d'aquesta part del circuit. La resistència connectada a B no fa tampoc cap funció, ja que no passa corrent i la caiguda de tensió és 0 en aquesta resistència. Per tant, el circuit original queda com:



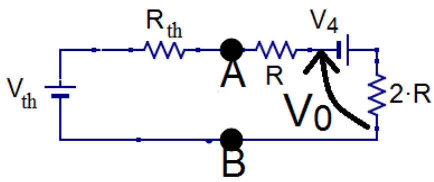
Encara que es podria aplicar simplement les lleis de Kirchhoff, el problema ens demana explícitament resoldre'l utilitzant el principi de superposició.
Aquest circuit té tres fonts; per tant, hem de resoldre tres "subproblemes", utilitzant una font i eliminant la resta en cada cas. Cadascun d'aquests casos el podríem resoldre utilitzant les lleis de Kirchhoff ja que els subcircuits tindran com a màxim dues malles i es podrien resoldre 'a mà' sense problemes. Aquest procediment és el més directe, i igualment vàlid que el que utilitzarem en aquesta solució del problema. De fet, és aconsellable utilitzar les lleis de Kirchhoff. Aquí, el que farem serà provar de simplificar el circuit per fer els càlculs més fàcilment. Si no teniu clar com fer-ho, o no veieu massa clar com s'aplica la fórmula del divisor de tensió, és millor fer ús del procediment mencionat anteriorment utilitzant les lleis de Kirchhoff. Els tres casos ens queden com es mostra a la taula:

1)			$V_{th1}=\frac{4}{6}\cdot V_x=-\frac{2}{3}\cdot\frac{2\cdot R//6\cdot R}{2\cdot R//6\cdot R+2\cdot R}\cdot V_1=$ $=-\frac{2}{3}\cdot\frac{\frac{3}{2}\cdot R}{\frac{3}{2}\cdot R+2\cdot R}\cdot V_1=-\frac{2}{7}\cdot V_1$
2)			$V_{th2}=\frac{4}{6}\cdot V_x=-\frac{2}{3}\cdot\frac{2\cdot R//6\cdot R}{2\cdot R//6\cdot R+2\cdot R}V_2=$ $=-\frac{2}{7}\cdot V_2$
3)			$V_{th3}=\frac{4}{6}\cdot V_x=\frac{2}{3}\cdot\frac{2\cdot R//6\cdot R}{2\cdot R//6\cdot R+2\cdot R}V_3=$ $=\frac{2}{7}\cdot V_3$

El principi de superposició ens diu que la solució final és la suma de totes les solucions parcials. Per tant:

$$V_{th}=V_{th1}+V_{th2}+V_{th3}=\frac{2}{7}(V_3-V_1-V_2)$$

Ara ja podem substituir l'equivalent Thevenin al circuit i, així, poder obtenir V_o, que és el que ens demanen en l'últim apartat:



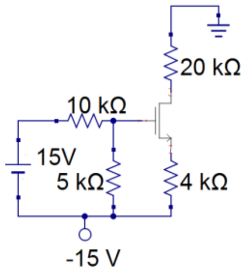
Aquest circuit és molt senzill de resoldre. Només hem d'aplicar les lleis de Kirchhoff a aquesta malla (prenem el corrent I cap a la dreta a la branca superior):

$$V_{th}-I\cdot R_{th}-I\cdot R+V_4-I\cdot 2\cdot R=0\quad\Rightarrow I=\frac{V_{th}+V_4}{R_{th}+3\cdot R}=\frac{V_{th}+V_4}{\frac{12}{7}\cdot R+3\cdot R}=\frac{7}{33}\cdot\frac{V_{th}+V_4}{R}$$

$$\Rightarrow V_o=I\cdot 2\cdot R-V_4=\frac{14}{33}\cdot(V_{th}+V_4)-V_4=\frac{14}{33}\cdot\left(\frac{2}{7}\cdot(V_3-V_1-V_2)+V_4\right)-V_4=$$

$$=\frac{2}{33}\cdot(2\cdot V_3-2\cdot V_1-2\cdot V_2+7\cdot V_4)-V_4=\frac{1}{33}\cdot(4\cdot V_3-4\cdot V_1-4\cdot V_2-19\cdot V_4)$$

P2) (1 punt) Resol el circuit de la figura. Preneu: V_T=2V , 0.5·Kn·W/L=1mA/V^2
Si el transistor estigués en tríode, resoleu en tríode lineal.



Treballarem sempre en unitats de mA, kΩ i V.
El que podem obtenir en primer lloc és la tensió de porta ja que el circuit de l'esquerra és independent del circuit de la dreta ja que per la porta no passa corrent. Per tant, tenim un divisor de tensió, però amb una referència de tensió de -15V. Per tant:

$$V_G = -15 + \frac{5}{5+10} \cdot 15 = -10V$$

Ens podem adonar que el transistor no pot estar en tall, ja que si fos així la tensió de porta val -10V, mentre que la tensió de la font valdria -15V. Per tant, V_{GS} valdria 5V, que és major que V_T.

Ara, suposem que el transistor està en saturació, ja que no podem saber a priori si està en saturació o tríode. En aquest cas, si coneguéssim I_D, les tensions del transistor les podríem obtenir com (I_D ha d'entrar per D i sortir per S en un NMOS):

$$V_G = -10V$$
$$V_S = -15 + 4 \cdot I_D$$
$$V_D = -20 \cdot I_D$$

Utilitzem l'expressió de saturació:

$$I_D = \frac{1}{2} \cdot K_n \cdot \frac{W}{L} \cdot (V_{GS} - V_T)^2 \quad \Rightarrow I_D = 1 \cdot (-10 - (-15 + 4 \cdot I_D) - 2)^2 = (3 - 4 \cdot I_D)^2 \quad \Rightarrow I_D = 9 - 24 \cdot I_D + 16 \cdot I_D{}^2$$
$$\Rightarrow 16 \cdot I_D{}^2 - 25 \cdot I_D + 9 = 0$$

Resolent aquesta equació, obtenim:

$$I_D = \frac{25 \pm \sqrt{25^2 - 4 \cdot 16 \cdot 9}}{2 \cdot 16} = \frac{25 \pm 7}{32} = \begin{cases} 1\, mA \\ 0.56\, mA \end{cases}$$

Per la primera solució:

$$\left. \begin{array}{l} V_G = -10\, V \\ V_S = -15 + 4 \cdot I_D = -11V \end{array} \right\} \quad \Rightarrow V_{GS} = 1V$$

Aquest resultat és incompatible amb saturació, ja que V_{GS} és menor que V_T, i significaria que el transistor està en tall.

Provem amb la segona solució:

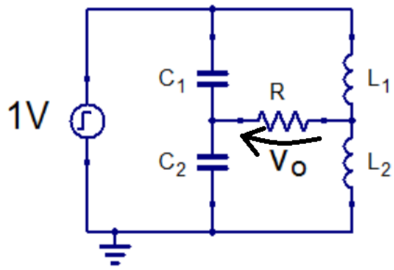
$$V_G = -10\,V$$
$$V_S = -15 + 4 \cdot I_D = -12.76V$$
$$V_D = -20 \cdot I_D = -11.2V$$

El que es pot veure ràpidament es que no implica que estigui en tall, per què $V_{GS}>V_T$. Comprovem ara la condició de saturació:

$$V_{DS} > V_{GS} - V_T \quad ? \quad \rightarrow \quad -11.2 - (-12.76) > -10 - (-12.76) - 2 \quad \rightarrow \quad -1.2 > -2$$

Aquesta condició és certa i, per tant, ja hem finalitzat el problema.

P3) (1.5 punts) Obtenir $v_o(t)$ pel circuit següent:

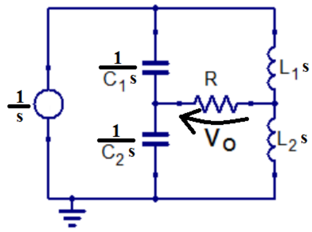


Preneu condicions inicials nul·les.

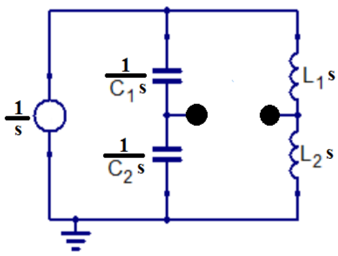
Per tal de facilitar els càlculs, apliqueu Thevenin entre els dos nodes de la resistència. Preneu també els següents valors dels components (encara que poc realistes): R = 1 Ω, C_1 = 0.25 F, C_2 = 0.75 F, L_1=1 H, L_2=1 H).

(Si no us refieu de $V_o(s)$ que heu obtingut al problema, utilitzeu $V_o(s) = 0.05 \cdot \frac{10}{3\cdot s^2 + 6\cdot s + 6}$).

Ens diuen explícitament que hem de prendre condicions inicials nul·les. Per tant, $v_c(0)$= 0 i $i_L(0)$=0. Per tant, el circuit a l'espai de Laplace serà el següent:



Per resoldre aquest circuit amb Kirchhoff necessitaríem massa equacions, així que fem com ens demana l'enunciat que és aplicant Thevenin entre els dos terminals de la resistència. Per tant, el circuit que ens queda per aplicar Thevenin és el següent:



Ara hem d'obtenir Z_{th} i V_{th}. Per obtenir V_{th} hem de resoldre aquest circuit i obtenir la diferència de tensió entre els dos punts pels quals hem tallat el circuit. Jo prendré A a l'esquerra i B a la dreta.

Aquest circuit és bastant fàcil de resoldre ja que tenim dos divisors de tensió i per tant V_{th} és la diferència de les dues tensions obtingudes:

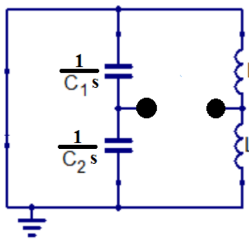
$$V_A(s) = \frac{\frac{1}{C_2 \cdot s}}{\frac{1}{C_1 \cdot s} + \frac{1}{C_2 \cdot s}} \cdot \frac{1}{s} = \frac{1}{\frac{C_2}{C_1} + 1} \cdot \frac{1}{s} = \frac{C_1}{C_1 + C_2} \cdot \frac{1}{s}$$

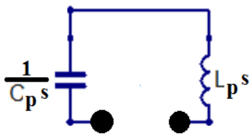
$$V_B(s) = \frac{L_2 \cdot s}{L_1 \cdot s + L_2 \cdot s} \cdot \frac{1}{s} = \frac{L_2}{L_1 + L_2} \cdot \frac{1}{s}$$

$$\Rightarrow V_{th} = V_A - V_B = \left(\frac{C_1}{C_1 + C_2} - \frac{L_2}{L_1 + L_2} \right) \cdot \frac{1}{s} = p \cdot \frac{1}{s}$$

a on $p \equiv \frac{C_1}{C_1+C_2} - \frac{L_2}{L_1+L_2}$, és una constant amb valor -0.25.

Ara ens queda obtenir Z_{th}. Per això eliminem les fonts i fem les combinacions dels components, mantenint sempre A i B intactes:



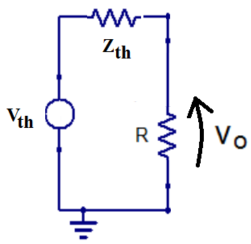


Combinació paral·lel dels condensadors i de les bobines

C_p i L_p són el condensador i inductància equivalents paral·lels: $C_p = C_1 + C_2$, $L_p = \frac{L_1 \cdot L_2}{L_1 + L_2}$.
Aquestes expressions també s'obtenen aplicant directament el càlcul del paral·lel dels components. I aquests dos components estan en sèrie, per tant:

$$Z_{th} = \frac{1}{C_p \cdot s} + L_p \cdot s = \frac{1 + C_p \cdot L_p \cdot s^2}{C_p \cdot s}$$

El circuit resultant resulta ser un divisor de tensió:



Per tant:

$$V_o(s) = \frac{R}{R+Z_{th}} \cdot V_{th} = \frac{R}{R + \frac{1+C_p \cdot L_p \cdot s^2}{C_p \cdot s}} \cdot p \cdot \frac{1}{s} = p \cdot R \cdot \frac{C_p \cdot s}{R \cdot C_p \cdot s + 1 + C_p \cdot L_p \cdot s^2} \cdot \frac{1}{s}$$

$$\Rightarrow V_o(s) = \frac{p \cdot R}{L_p} \cdot \frac{1}{s^2 + \frac{R}{L_p} \cdot s + \frac{1}{C_p \cdot L_p}}$$

Prenent els valors de R, C i L del problema en el SI d'unitats:

$$V_o(s) = -0.5 \cdot \frac{1}{s^2 + 2 \cdot s + 2}$$

Ara hem d'antitransformar aquest senyal. Si ens adonem, aquesta expressió apareix a la taula de transformades si podem el denominador com $(s+1)^2+1$. Per tant, podríem directament obtenir l'antitransformada de la taula del formulari. Però si no ens adonem, podem utilitzar igualment el procediment general. Jo faré aquest procediment. El primer pas de posar el coeficient 1 als termes de s de major exponent ja està realitzat. El següent pas consisteix en trobar els pols:

$$s^2 + 2 \cdot s + 2 = 0 \quad \Rightarrow p_{1,2} = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2}}{2 \cdot 1} = -1 \pm i$$

Per tant, sabem que podem posar aquesta funció com:

$$V_o(s) = \frac{k_1}{s - (-1 + i)} + \frac{k_2}{s - (-1 - i)}$$

I obtenim k_1 i k_2 com:

$$k_1 = V_o(s) \cdot (s - [-1 + i])\Big|_{s=-1+i} = -0.5 \cdot \frac{1}{(s - [-1 + i]) \cdot (s - [-1 - i])} \cdot (s - [-1 + i])\Bigg|_{s=-1+i} =$$

$$= -0.5 \cdot \frac{1}{(s - [-1 - i])}\Bigg|_{s=-1+i} = -0.5 \cdot \frac{1}{(-1 + i - [-1 - i])} = -0.5 \cdot \frac{1}{2 \cdot i} = -0.5 \cdot \frac{1}{2} \cdot (-i) = 0.25 \cdot i$$

k_2 s'obté de la mateixa forma. Però com que sabem que per dos pols complexes conjugats, les solucions de k_i són també complexes conjugades:

$$\Rightarrow k_2 = -0.25 \cdot i$$

Ara ja podem antitransformar, ja que sabem l'antitransformada de 1/(s+a) (o el que és similar, 1/(s-a)):

$$v_o(t) = k_1 \cdot e^{[-1+i] \cdot t} + k_2 \cdot e^{[-1-i] \cdot t} = 0.25 \cdot e^{-t} \cdot i \cdot \left[e^{i \cdot t} - e^{-i \cdot t}\right] = 0.25 \cdot e^{-t} \cdot i \cdot [\cos(t) + i \cdot \sin(t) - \cos(-t) - i \cdot \sin(-t)]$$

$$= 0.25 \cdot e^{-t} \cdot i \cdot [\cos(t) + i \cdot \sin(t) - \cos(t) + i \cdot \sin(t)] = 0.25 \cdot e^{-t} \cdot i \cdot 2 \cdot i \cdot \sin(t) = -0.5 \cdot e^{-t} \cdot \sin(t)$$

Aquesta expressió és vàlida només per t>0.