EXAMEN Reavaluació Gener 2019. TEORIA

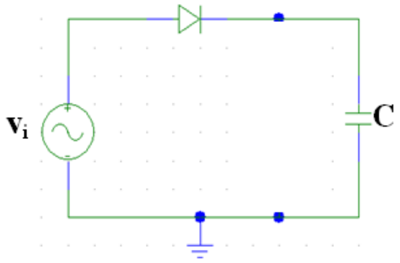
Indicar nom i/o NIUB i la resposta correcta a la taula del final del qüestionari

1. Quan resolem un circuit i calculem una tensió negativa, significa que...
a) Si els corrents són positius, això no pot passar.
b) No passa corrent per la branca de la tensió.
c) Les càrregues del circuit són electrons.
d) El circuit es trencarà per la tensió.
e) Cap dels anteriors.

2. Podem dir de una bobina que:
a) Com és un cable, mai cau tensió, però pot passar corrent.
b) Pot caure tensió, però mai corrent.
c) Pot caure tensió i passar corrent.
d) No pot caure tensió ni passar corrent.
e) Menja herba.

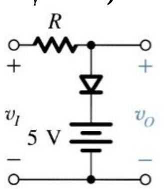
3. Si dues resistències estan en sèrie sempre succeirà que...
a) La diferència de tensió a les dues resistències és la mateixa.
b) El corrent que travessa les dues resistències és el mateix.
c) El producte de diferència de tensió i corrent és el mateix per les dues resistència.
d) Les dues resistències tenen el mateix valor de resistència.
e) S'han fabricat a una cadena de muntatge.

4. Si el díode (suposem model ideal) del circuit té una V_γ=3V, quina tensió caurà al condensador (ideal) a temps grans? (suposem V_i sinusoïdal amb amplitud de 3V):



a) 0V.
b) 1V.
c) 2V.
d) 3V.
e) 6V.

5. Si V_o val 7V, quant val V_i? (prenent V_γ=0.7V):
a) 5V.
b) 7V.
c) 7.7V.
d) 5.7V.
e) Cap de les respostes anteriors és correcta.



6. En un transistor MOSFET...
a) El corrent del drenador té el mateix valor que el de font.
b) Només hi circula corrent quan està en saturació.
c) En tríode, hi circula corrent pels tres terminals (drenador, font i porta).
d) En tall només hi circula corrent per la porta.
e) En saturació el corrent de drenador no depèn de la tensió de porta.

7. La tensió Vds que separa la regió de tríode i la regió de saturació d'un transistor MOSFET:
a) Depèn de Vgs.
b) Depèn només de les propietats del transistor.
c) Sempre té el mateix valor ja que sempre es compleix la mateixa relació.
d) Depèn de si connectem el terra a la font o no.

8. Una diferència entre un NMOS i un PMOS es dona en...
a) el corrent del terminal de porta.
b) que el PMOS no té regió de tríode.
c) que al PMOS el corrent entra per la font.
d) que al PMOS V_D és major que V_S.
e) el NMOS és negre i el PMOS vermell.

9. Un dels avantatges principals de la utilització de la transformada de Laplace per resoldre circuits variables amb el temps és que...
a) les resistències no s'han de tenir en compte per resoldre el circuit.
b) els condensadors es consideren com si fossin cables.
c) les bobines es consideren com si fossin cables.
d) no hem de resoldre equacions diferencials quan tenim condensadors.
e) només hem de tractar amb números senzills.

10. La funció de transferència d'un circuit s'obté:
a) fent la relació del senyal de sortida amb el d'entrada amb els condensadors en circuit obert i les bobines com a cables.
b) fent la relació del senyal de sortida amb el d'entrada amb els condensadors com a cables i les bobines en circuit obert.
c) fent la relació del senyal de sortida amb el d'entrada tenint en compte les condicions inicials del circuit.
d) fent la relació del senyal de sortida amb el d'entrada i antitransformant.
e) Cap de les respostes anteriors és correcta.

11. Si un diagrama de Bode d'amplitud ens dóna un guany de –80 dB per una determinada freqüència, si l'amplitud del senyal sinusoïdal d'entrada és de 50V, quan val l'amplitud del senyal de sortida:
a) 5000V.
b) 50V.
c) 0.5V.
d) 0.005V.
e) Cap de les respostes anteriors és correcta.

12. Tenim un circuit que té en total quatre pols i cap zero. Un dels pols és $p_1 = 1+i$. És estable aquest circuit?
a) p_1 fa que sigui inestable.
b) Com que no hi ha cap zero, això fa que sigui inestable.
c) Sí, per què si tenim més de tres pols, el circuit és inestable.
d) No ho podem saber només amb aquesta informació.
e) Cap de les respostes anteriors és correcta.

13. Si Vo(s) només té un pol a freqüència de 0rad/s i cap zero, llavors el diagrama de Bode del circuit tindrà...
a) Un pendent de +20dB/dec des de freqüències baixes.
b) Un pendent de -20dB/dec des de freqüències baixes.
c) Un pendent de +40dB/dec des de freqüències baixes.
d) Un pendent de -40dB/dec des de freqüències baixes.
e) Cap de les respostes anteriors és correcta.

14. Si coneixem la transformada de Laplace de dos senyals, podem conèixer fàcilment la transformada d'un senyal que és el producte d'aquests senyals.
a) Cert, i coincideix amb el producte d'aquestes transformades.
b) Cert, per la propietat de multiplicació de la transformada.
c) Fals. S'ha de obtenir el senyal resultant i calcular la seva transformada.
d) Cert, ja que aquesta transformació apareix a la taula de transformades vist a classe.
e) Fals, ja que no es poden multiplicar dos senyals per obtenir la seva transformada.

15. En un amplificador operacional treballant en zona no-lineal, polaritzat segons Vcc_+=+15V i Vcc-=-15V, què succeeix quan V_o=0?
a) Això no pot succeïr.
b) v_+=0V.
c) v_-=0V.
d) $v_+=v_-$=0V.
e) Cap de les respostes anteriors és correcta.

16. Els filtres actius...
a) Permeten especificar la freqüència de tall, al contrari que els passius.
b) Permeten obtenir guanys alts, en contraposició als passius.
c) Son filtres més barats que els passius.
d) Són filtres molt més complicats que els passius.
e) Permeten fer café molt carregat.

17. En un amplificador operacional ideal es compleix:
a) $v_+=v_-$.
b) $V_{cc+} = -V_{cc-}$.
c) i_+ = 0 mA.
d) v_+ = 0 V.
e) i_o = 0 mA.

18. Un amplificador operacional sense cap realimentació...
a) Treballa a la zona lineal.
b) Treballa a la zona no-lineal.
c) Treballa en zona lineal excepte quan la sortida està dins del rang de les tensions d'alimentació.
d) Treballa en zona no-lineal excepte quan la sortida no està dins del rang delimitat per les tensions d'alimentació.

19. Amb el grau (n) d'un filtre actiu de Butterworth podem aconseguir...
a) modificar la freqüència de tall.
b) modificar el guany de les zones de guany constant.
c) modificar les tensions d'alimentació dels amplificadors.
d) modificar els seus pendents.
e) que sigui més fàcil d'implementar a un circuit.

20. Les cel·les de Sallen & Key s'utilitzen per:
a) aconseguir que un circuit sigui estable.
b) aconseguir filtres amb formes complicades.
c) aconseguir un senyal quadrat de sortida.
d) aconseguir filtres actius.
e) construir filtres més ràpids.

NOM (o NIUB):

Indicar aquí l'única resposta correcta

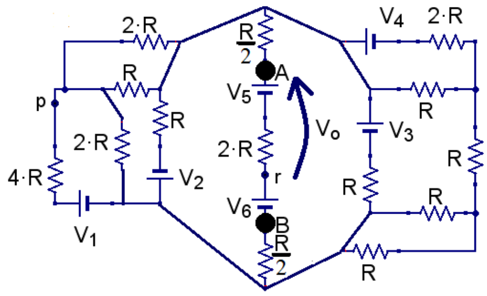
Pregunta	Resp.	Pregunta	Resp.
1	e	11	d
2	c	12	a
3	b	13	e
4	a	14	c
5	e	15	a
6	a	16	b
7	a	17	c
8	c	18	b
9	d	19	d
10	e	20	d

Resposta Correcta=0.15 Resposta Incorrecta=-0.05

EXAMEN Reavaluació Gener 2019. Problemes.

P1) (1.5 punt) Feu els següents pasos aplicats al circuit de la figura:

- Dona les equacions per resoldre aquest circuit aplicant únicament les lleis de Kirchhoff. (no s'han de resoldre; només mostrar les equacions aplicant les lleis per resoldre'l). Doneu també l'expressió per obtenir V_o i la tensió al punt p respecte r suposant que hem obtingut la solució del circuit. Indiqueu clarament quants nodes té el circuit i quantes branques.
- Obté l'equivalent Thevenin entre els punts A i B de la part esquerra del circuit. Per obtenir V_{th}, apliqueu el principi de superposició.
- Fent ús d'aquest equivalent Thevenin, calcula V_o. (Utilitzeu: $V_{th}=V_1+V_2+V_3+V_4$ i $R_{th}=R$ en aquest apartat).



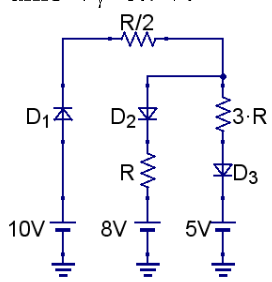
P2) (1 punt) Expliqueu raonadament (sense tenir en compte cap solució) en quin estat es podrien trobar els díodes d'aquest circuit. Definiu clarament per quins díodes es coneix segur el seu estat, i per quins no se sap a priori (abans de resoldre).

Resol (obtenir els corrents a totes les branques i tensions a tots els nodes) en els següents casos:

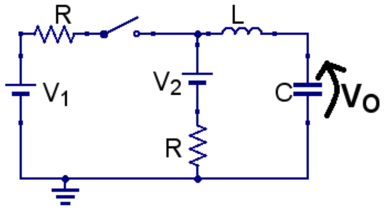
- Cas 1: D_1 i D_2 en directa i D_3 en inversa.
- Cas 2: D_1 i D_3 en directa i D_2 en inversa.

Comproveu en tots els casos resolts, si la solució és la correcta o no comprovant si l'estat suposat de tots tres díodes quadra amb la solució.

Utilitzeu el model ideal dels díodes amb V_γ=0.7V.



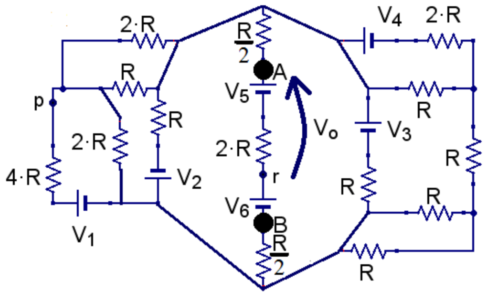
P3) (1.5 punts) En el següent circuit, l'interruptor ha estat sempre obert abans de t = 0 i es tanca per $t \geq 0$. Obteniu $v_o(t)$, obtenint primer $V_o(s)$. Utilitzeu els següents valors: R=4Ω, C=0.5F, L=1H. Raoneu de forma clara les condicions inicials.



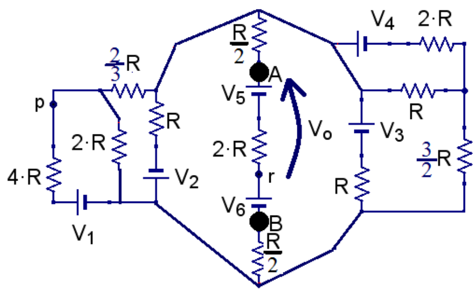
Utilitzeu $V_o(s)=5\cdot\dfrac{1}{s\cdot(3s+2)\cdot(2s^2+4s+4)}$, independentment del $V_o(s)$ que heu obtingut.

P1) (1.5 punt) Feu els següents pasos aplicats al circuit de la figura:

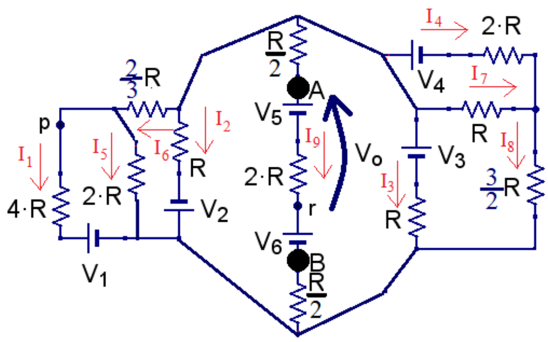
- Dona les equacions per resoldre aquest circuit aplicant únicament les lleis de Kirchhoff. (no s'han de resoldre; només mostrar les equacions aplicant les lleis per resoldre'l). Doneu també l'expressió per obtenir V_o i la tensió al punt p respecte r suposant que hem obtingut la solució del circuit. Indiqueu clarament quants nodes té el circuit i quantes branques.
- Obté l'equivalent Thevenin entre els punts A i B de la part esquerra del circuit. Per obtenir V_{th}, apliqueu el principi de superposició.
- Fent ús d'aquest equivalent Thevenin, calcula V_o. (Utilitzeu: $V_{th}=V_1+V_2+V_3+V_4$ i $R_{th}=R$ en aquest apartat).



En primer lloc, simplificarem tot el que puguem, fent les connexions sèrie i paral·lel que n'hi hagin (sense que desapareguin els punts a on volem obtenir posteriorment valors de tensions: A, B, r, i p). Trobem les dues resistències d'adalt-esquerra en paral·lel, les dues d'abaix-dreta també en paral·lel i aquesta última en sèrie amb la resistència R de la dreta del circuit. Per tant:



Aquest circuit te 4 quatre nodes amb més de dues branques connectades. Per tant, haurem d'obtenir 3 equacions de nodes. També té 9 branques i, per tant, 9 corrents diferents. Com que tenim 3 equacions de nodes, llavors necessitarem 6 de malles. Indiquem els corrents del circuit:

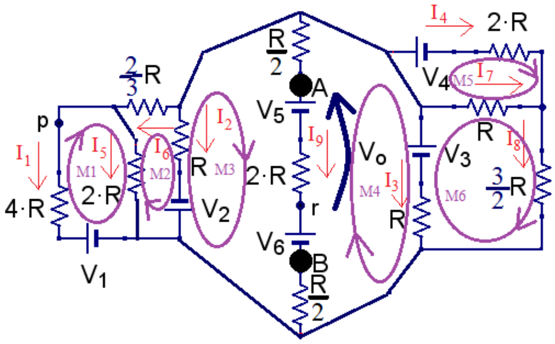


Com sempre, el sentit agafat pels corrents és totalment arbitrari. Es podria haver escollit qualsevol altre sentit pels corrents. El resultat serà sempre el mateix (amb el signe depenent del sentit real del corrent).

Ara apliquem les lleis de Kirchhoff. Pel que fa a la lleis de nodes, veiem que hem d'aplicar-la a tres nodes ja que tenim quatre nodes amb més de dues branques. Hem d'aplicar la llei a aquests nodes menys un. Per aquest "un" escollim el node d'abaix a on conflueixen 6 branques (però es podria haver escollit qualsevol dels altres). Per tant, aplicant la llei de nusos:

$$0 = I_2 + I_3 + I_4 + I_6 + I_7 + I_9$$
$$I_6 = I_5 + I_1$$
$$I_4 + I_7 = I_8$$

Com que sabem que necessitem 9 equacions, ens manquen encara 6 equacions. Aquestes surten d'aplicar la segona llei de Kirchhoff (llei de malles). Les sis malles més evidents per utilitzar (i que no deixen cap branca per recòrrer) són les indicades a la següent figura, i les recorrerem en sentit horari:



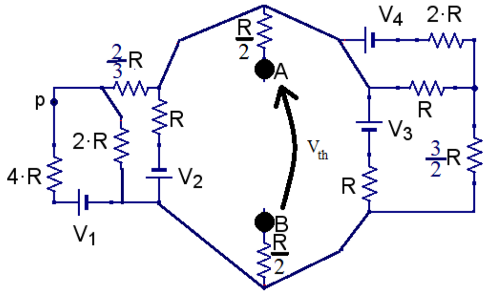
Apliquem doncs la llei de malles a aquestes malles:

$$M1: V_1 + I_1 \cdot 4 \cdot R - I_5 \cdot 2 \cdot R = 0$$
$$M2: V_2 + I_5 \cdot 2 \cdot R + I_6 \cdot \frac{2}{3} \cdot R - I_2 \cdot R = 0$$
$$M3: -V_2 + I_2 \cdot R - I_9 \cdot \frac{R}{2} - V_5 - I_9 \cdot 2 \cdot R - V_6 - I_9 \cdot \frac{R}{2} = 0$$
$$M4: V_6 + I_9 \cdot 2 \cdot R + V_5 + I_9 \cdot \frac{R}{2} - V_3 - I_3 \cdot R + I_9 \cdot \frac{R}{2} = 0$$
$$M5: -V_4 - I_4 \cdot 2 \cdot R + I_7 \cdot R = 0$$
$$M6: V_3 - I_7 \cdot R - I_8 \cdot \frac{3}{2} \cdot R + I_3 \cdot R = 0$$

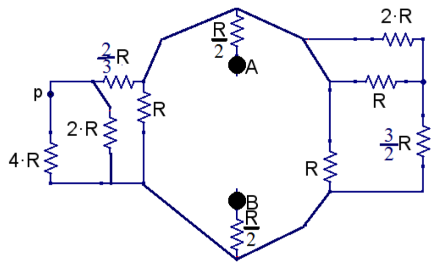
Amb la qual cosa ja tenim les 9 equacions.
El problema ens indica que no la ressolem, però sí que donem les expressions per obtenir dues tensions suposant que haguéssim resolt les equacions (i per tant tenim els valors dels corrents):

$$V_o = I_9 \cdot 2 \cdot R + V_5$$
$$V_{pr} = -V_6 - I_9 \cdot \frac{R}{2} + I_5 \cdot 2 \cdot R$$

Anem ara a obtenir l'equivalent Thevenin de la part del circuit que ens demana el problema. Per això, obrim el circuit pels punts A i B. Ens adonem que aplicar el teorema de Thevenin és possible ja que les dues parts en que dividim el circuit estan aïllades. Per tant, hem d'aplicar el teorema al següent circuit:

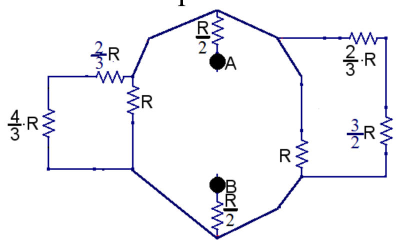


Hem d'obtenir R_{th} i V_{th}. Ambdós càlculs són independents l'un de l'altre, però tots dos comencen amb el mateix circuit anterior.
En primer lloc calculem el valor de R_{th}. Per això hem d'eliminar les fonts. Com que totes són de tensió, això equival a "curt-circuitar-les" (és a dir, substituir-les per un "cable"):

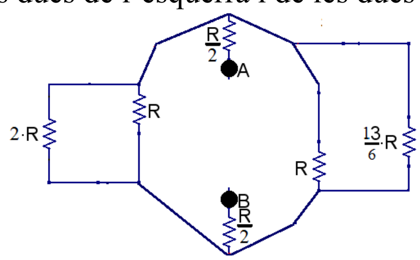


Ara hem de combinar totes les resistències, mantenint els nodes A i B intactes, fins que només ens quedi una. Aquesta resistència serà R_{th}. Com que A i B no poden desaparèixer, hem de tenir molta cura quan fem una combinació sèrie (ja que sempre desapareix un node). Per tant:

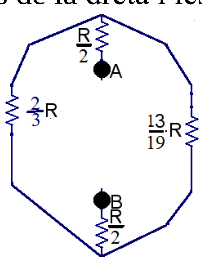
Paral·lel de les dues de l'esquerra de les dues d'adalt dreta



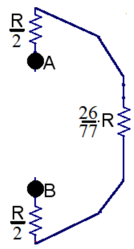
Sèrie de les dues de l'esquerra i de les dues de la dreta



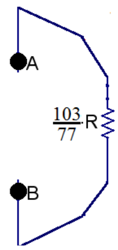
Paral·lel de les dues de la dreta i les dues de l'esquerra



Paral·lel de les dues resistències dels costats

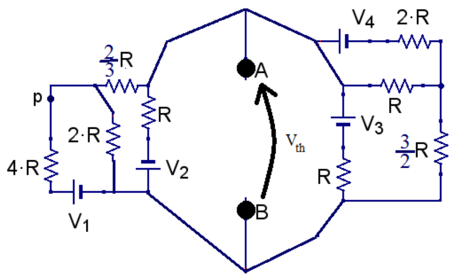


Sèrie de les tres resistències restants

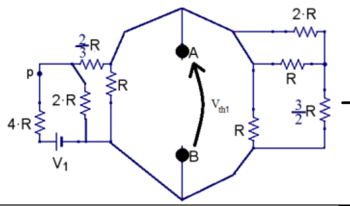
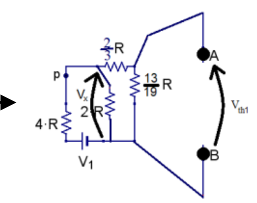
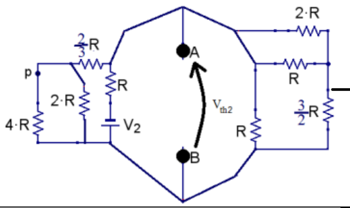
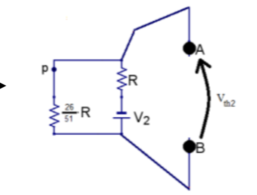
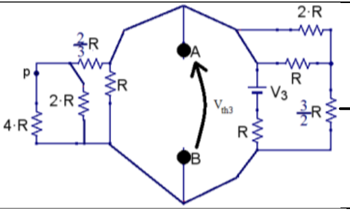
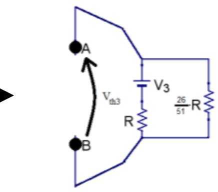
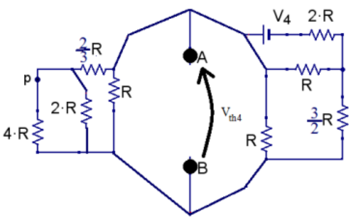
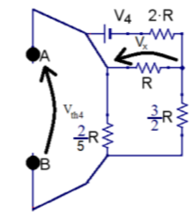


Per tant $R_{th} = \frac{103}{77} \cdot R$

Ara hem d'obtenir V_{th}. Per això, hem "d'oblidar" el pas anterior. Tornem a començar amb el circuit inicial. L'hem de resoldre i calcular V_{AB}. Aquesta serà V_{th}. Les branques on hi són A i B queden obertes i, per tant, no hi circula corrent. Per tant, les resistències en aquestes branques no influiran en el funcionament d'aquesta part del circuit ja que no hi cau tensió. Per tant, el circuit original queda com:



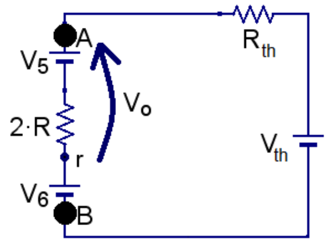
Encara que es podria aplicar simplement les lleis de Kirchhoff, el problema ens demana explícitament resoldre'l utilitzant el principi de superposició.
Aquest circuit té quatre fonts; per tant, hem de resoldre quatre "subproblemes", utilitzant una font i eliminant la resta en cada cas. Per cadascun d'aquests subproblemes, el primer pas seria fer totes les combinacions sèrie/paral·lel que siguin possibles sense que cap dels dos punts que determinen V_{th} desaparegui. Cadascun d'aquests casos els podríem resoldre utilitzant les lleis de Kirchhoff (ja que els subcircuits a resoldre en exàmens tindran com a màxim dues malles) i es podrien resoldre 'a mà' sense problemes. Aquest procediment és el més directe, i igualment vàlid que el que utilitzarem en aquesta solució del problema. De fet, **<u>s'aconsella utilitzar les lleis de Kirchhoff</u>**. Aquí, el que farem serà mostrar un altre mètode, provant de simplificar el circuit per fer els càlculs més fàcilment. Si no teniu clar com fer-ho, o no veieu massa clar com s'aplica la fórmula del divisor de tensió, és millor fer ús del procediment mencionat anteriorment utilitzant les lleis de Kirchhoff ja que aquest segon mètode és més susceptible de cometre errors. Els quatre casos ens queden com es mostra a la taula:

1)			$V_{th1}=\frac{\frac{13}{19}\cdot R}{\frac{2}{3}\cdot R+\frac{13}{19}\cdot R}\cdot V_x=\frac{39}{77}\cdot\frac{\frac{154}{191}\cdot R}{4\cdot R+\frac{154}{191}\cdot R}\cdot V_1=\frac{39}{77}\cdot\frac{154}{918}\cdot V_1=\frac{13}{153}\cdot V_1$
2)			$V_{th2}=-\frac{\frac{26}{51}\cdot R}{R+\frac{26}{51}\cdot R}\cdot V_2=-\frac{26}{77}\cdot V_2$
3)			$V_{th3}=\frac{26}{77}\cdot V_3$
			$V_{th4}=\frac{\frac{2}{5}\cdot R}{\frac{2}{5}\cdot R+\frac{3}{2}\cdot R}\cdot V_x=\frac{4}{19}\cdot\frac{\frac{19}{29}\cdot R}{2\cdot R+\frac{19}{29}\cdot R}\cdot V_4=\frac{4}{19}\cdot\frac{19}{77}\cdot V_4=\frac{4}{77}\cdot V_4$

El principi de superposició ens diu que la solució final és la suma de totes les solucions parcials. Per tant:

$$V_{th}=V_{th1}+V_{th3}+V_{th3}+V_{th4}=\frac{13}{153}\cdot V_1-\frac{26}{77}\cdot V_2+\frac{26}{77}\cdot V_3+\frac{4}{77}\cdot V_4=\frac{13}{153}\cdot V_1+\frac{2}{77}\cdot(13\cdot(V_3-V_2)+2\cdot V_4)$$

Ara ja podem substituir l'equivalent Thevenin al circuit i, així, poder obtenir V_o, que és el que ens demanen en l'últim apartat:



Aquí utilitzaré el resultat que proposa l'enunciat. El circuit és molt senzill de resoldre. Només hem d'aplicar les lleis de Kirchhoff a aquesta malla (prenem el corrent I cap a l'esquerra a la branca superior):

$$V_{th}-I\cdot R_{th}-V_5-I\cdot 2\cdot R-V_6=0$$

$$\Rightarrow\ \mathrm{I}=\frac{\mathrm{V_{th}\text{-}V_5\text{-}V_6}}{\mathrm{2\cdot R+R_{th}}}=\frac{\mathrm{V_1+V_2+V_3+V_4\text{-}V_5\text{-}V_6}}{\mathrm{2\cdot R+R}}=\frac{\mathrm{V_1+V_2+V_3+V_4\text{-}V_5\text{-}V_6}}{\mathrm{3\cdot R}}$$

$$V_o=V_5+I\cdot 2\cdot R+V_6=\frac{2}{3}\cdot(V_1+V_2+V_3+V_4-V_5-V_6)+V_5+V_6=\frac{1}{3}\cdot(2\cdot(V_1+V_2+V_3+V_4)+V_5+V_6)$$

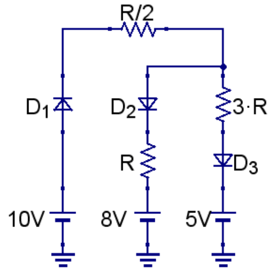
P2) (1 punt) Expliqueu raonadament (sense tenir en compte cap solució) en quin estat es podrien trobar els díodes d'aquest circuit. Definiu clarament per quins díodes es coneix segur el seu estat, i per quins no se sap a priori (abans de resoldre).

Resol (obtenir els corrents a totes les branques i tensions a tots els nodes) en els següents casos:

- Cas 1: D_1 i D_2 en directa i D_3 en inversa.
- Cas 2: D_1 i D_3 en directa i D_2 en inversa.

Comproveu en tots els casos resolts, si la solució és la correcta o no comprovant si l'estat suposat de tots tres díodes quadra amb la solució.

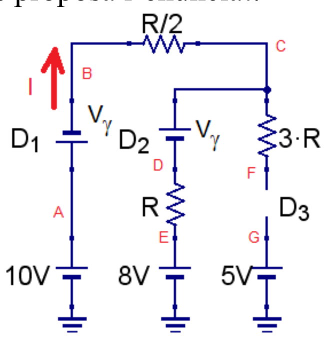
Utilitzeu el model ideal dels díodes amb V_γ=0.7V.



El raonament es pot fer de diverses formes correctament. Jo exposo un possible raonament que podria ser vàlid.

Raonament: Tenim tres branques en paral·lel, cadascuna amb una font de tensió. La tensió més alta del circuit ve donada pels 10V de la font de l'esquerra. Com que D_1 permet el corrent en la direcció en que la font tendeix a generar-la, serà capaç de fer-ho i, per tant, D_1 estarà en directa. Per un raonament equivalent a l'anterior, Els altres dos díodes es troben en la direcció correcta per permetre el pas de corrent. Ambdues branques tenen la mateixa diferència de tensió. De totes formes, la font de 5V s'oposa menys al pas de corrent i, per tant, per la branca de D_3 segur que passa, al menys, part del corrent que ha generat la font de 10V. Per tant D_3 segur que està en directa. D_2 dependrà del valor exacta de tensió al punt d'unió de les tres branques. Si està per sobre de 8.7V, llavors D_2 estaria en directa, i en cas contrari en inversa.

Anem a resoldre el primer cas que ens proposa l'enunciat:



En aquests circuits hem d'anar amb compte amb la "direcció" de les fonts de tensió del model dels díodes.

Ara només hem de resoldre aquest circuit. Només ens queda una malla que és fàcil de resoldre. Apliquem Kirchhoff:

$$10 - V_\gamma - I \cdot \frac{R}{2} - V_\gamma - I \cdot R - 8 = 0$$

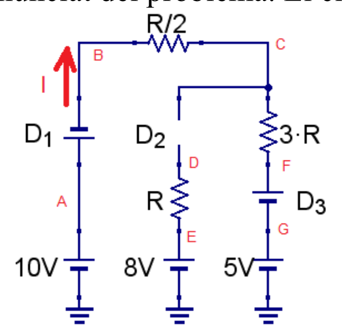
$$\Rightarrow \ I = \frac{2\text{-}2\cdot V_\gamma}{\frac{3}{2}\cdot R} = \frac{4}{3}\cdot\frac{1\text{-}V_\gamma}{R}$$

I surt positiva, amb la qual cosa els dos díodes en directa quadra amb la solució.
Calculem les tensions del circuit per després avaluar si l'estat de D_3 quadra amb la solució:

$$V_A = 10V$$
$$V_B = 10V - V_\gamma = 9.3V$$
$$V_C = V_B - I \cdot \frac{R}{2} = 9.3 - \frac{2}{3} \cdot \left(1 - V_\gamma\right) = 9.1V$$
$$V_D = V_C - V_\gamma = 8.4V$$
$$V_E = 8V$$
$$V_F = V_C = 9.1V$$
$$V_G = 5V$$

Tenint en compte que $V_F > V_G + 0.7V$, està clar que, segons la solució, D_3 estaria en directa, i no en inversa com hem suposat inicialment.

Resolem el segon cas que ens diu l'enunciat del problema. El circuit quedaria:



Igual que abans, només ens queda una malla:

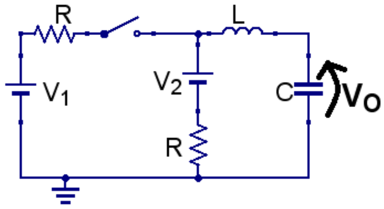
$$10 - V_\gamma - I \cdot \frac{R}{2} - 3 \cdot I \cdot R - V_\gamma - 5 = 0$$
$$\Rightarrow \ I = \frac{5\text{-}2 \cdot V_\gamma}{\frac{7}{2} \cdot R} = \frac{2}{7} \cdot \frac{5\text{-}2 \cdot V_\gamma}{R}$$

I surt positiva, amb la qual cosa els dos díodes en directa quadra amb la solució.
Calculem les tensions del circuit per després avaluar si l'estat de D_2 quadra amb la solució:

$$V_A = 10V$$
$$V_B = 10V - V_\gamma = 9.3V$$
$$V_C = V_B - I \cdot \frac{R}{2} = 9.3 - \frac{1}{7} \cdot \left(5 - 2 \cdot V_\gamma\right) \cong 8.79V$$
$$V_D = 8V$$
$$V_E = 8V$$
$$V_F = 5 + V_\gamma = 5.7V$$
$$V_G = 5V$$

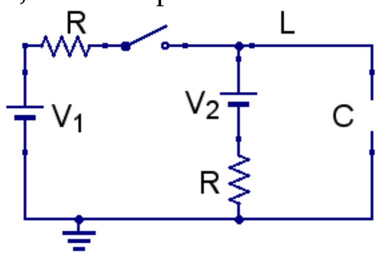
Tenint en compte que $V_C > V_D + 0.7V$, està clar que, segons la solució, D_2 estaria en directa, i no en inversa com hem suposat inicialment.
(Nota: Recordeu sempre de posar les unitats corresponents als resultats).

P3) (1.5 punts) En el següent circuit, l'interruptor ha estat sempre obert abans de t = 0 i es tanca per $t \geq 0$. Obteniu $v_o(t)$, obtenint primer $V_o(s)$. Utilitzeu els següents valors: R=4Ω, C=0.5F, L=1H. Raoneu de forma clara les condicions inicials.



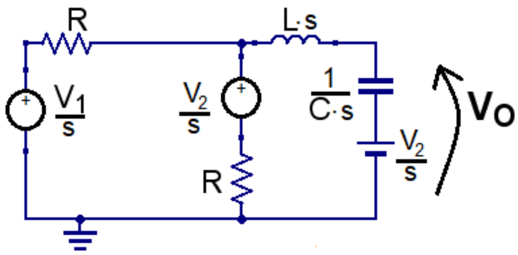
Utilitzeu $V_o(s) = 5 \cdot \frac{1}{s \cdot (3s+2) \cdot (2s^2+4s+4)}$, independentment del $V_o(s)$ que heu obtingut.

Per calcular les condicions inicials del condensador i de les bobines, hem de tenir en compte que els condensadors amb senyals continus són circuits oberts, mentre que les bobines són com un curt-circuit (com si fos un cable). Per tant, el circuit per t<0 és com l'indicat en aquesta figura:

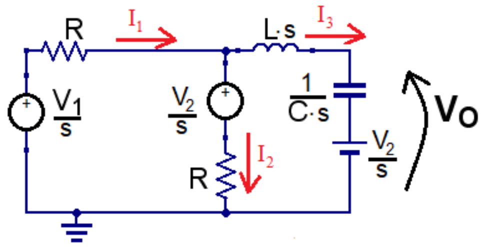


En aquest circuit, no hi circula corrent per cap de les branques ja que totes les branques estan obertes. Per tant, podem veure clarament de la figura que la diferència de tensió del condensador igual a V_2. I per la bobina no circula corrent.

Per tant, ja coneixem les condicions inicials, i ara podem transformar tot el circuit. Les fonts de tensió contínua es transformen com senyals esglaons. Per tant, el circuit transformat ens queda:



Podem resoldre aquest circuit simplement aplicant les lleis de Kirchhoff:



$$\frac{V_1}{s} - I_1 \cdot R - I_3 \cdot L \cdot s - I_3 \cdot \frac{1}{C \cdot s} - \frac{V_2}{s} = 0$$
$$I_2 \cdot R + \frac{V_2}{s} - I_3 \cdot L \cdot s - I_3 \cdot \frac{1}{C \cdot s} - \frac{V_2}{s} = 0$$
$$I_1 = I_2 + I_3$$

$$I_1 = \frac{1}{R}\cdot\left(\frac{V_1 - V_2}{s} - I_3\cdot\frac{L\cdot C\cdot s^2+1}{C\cdot s}\right)$$
$$I_2 = \frac{1}{R}\cdot I_3\cdot\frac{L\cdot C\cdot s^2+1}{C\cdot s}$$

Substituïnt a l'equació de node:

$$\frac{1}{R}\cdot\left(\frac{V_1 - V_2}{s} - I_3\cdot\frac{L\cdot C\cdot s^2+1}{C\cdot s}\right) = \frac{1}{R}\cdot I_3\cdot\frac{L\cdot C\cdot s^2+1}{C\cdot s} + I_3$$
$$\Rightarrow I_3\cdot\left(1+\frac{2}{R}\cdot\frac{L\cdot C\cdot s^2+1}{C\cdot s}\right) = \frac{1}{R}\cdot\frac{V_1 - V_2}{s}$$
$$\Rightarrow I_3 = \frac{1}{R}\cdot\frac{\frac{V_1 - V_2}{s}}{\frac{R\cdot C\cdot s + 2\cdot(L\cdot C\cdot s^2+1)}{R\cdot C\cdot s}} = C\cdot\frac{V_1 - V_2}{2\cdot L\cdot C\cdot s^2 + R\cdot C\cdot s + 2}$$
$$I_3 = \frac{V_1 - V_2}{2\cdot L}\cdot\frac{1}{s^2+\frac{R}{2\cdot L}\cdot s+\frac{1}{L\cdot C}}$$

Amb I_3 podem obtenir ja $V_o(s)$:

$$V_o = \frac{V_2}{s} + I_3\cdot\frac{1}{C\cdot s} = \frac{V_2}{s} + \frac{V_1 - V_2}{2\cdot L\cdot C}\cdot\frac{1}{s\cdot\left(s^2+\frac{R}{2\cdot L}\cdot s+\frac{1}{L\cdot C}\right)}$$

Substituint els valors que ens dóna el problema:

$$V_o(s) = \frac{V_2}{s} + (V_1 - V_2)\cdot\frac{1}{s\cdot(s^2+4\cdot s+2)}$$

El problema ens indica que continuem amb una altre expressió, donada per:

$$V_o(s) = 5\cdot\frac{1}{s\cdot(3s+2)\cdot(2s^2+4s+4)}$$

Per poder obtenir $v_o(t)$ seguim tot el procediment. Primer hem de treure factor comú de les s de grau major:

$$V_o(s) = \frac{5}{6}\cdot\frac{1}{s\cdot\left(s+\frac{2}{3}\right)\cdot(s^2+2\cdot s+2)}$$

Per poder antitransformar, trobem els pols. Només ens falta saber els pols del polinomi de ordre 2:

$$s^2+2\cdot s+2 = 0 \Rightarrow p_{1,2} = \frac{-2\pm\sqrt{4-8}}{2} = -1\pm i$$

Sabem que podem obtenir $V_o(s)$ com la suma:

$$V_o(s) = \frac{k_1}{s} + \frac{k_2}{s+\frac{2}{3}} + \frac{k_3}{s-(-1+i)} + \frac{k_4}{s-(-1-i)}$$

Apliquem la fórmula general per obtenir el valor de les diferents k_i:

$$k_1 = V_o \cdot \mathrm{s}|_{s=0} = \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{\left(s+\frac{2}{3}\right) \cdot (s^2 + 2 \cdot s + 2)}|_{s=0} = \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{\frac{2}{3} \cdot 2} = \frac{5}{8}$$

$$k_2 = V_o \cdot \left(s+\frac{2}{3}\right)|_{s=-\frac{2}{3}} = \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{s \cdot (s^2 + 2 \cdot s + 2)}|_{s=-\frac{2}{3}} = \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{-\frac{2}{3} \cdot \frac{10}{9}} = -\frac{9}{8}$$

$$k_3 = V_o \cdot \left(s-(-1+i)\right)|_{s=-1+i} = \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{s \cdot \left(s+\frac{2}{3}\right) \cdot \left(s-(-1-i)\right)}|_{s=-1+i}$$

$$= \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{(-1+i) \cdot \left(-\frac{1}{3}+i\right) \cdot 2 \cdot i} = \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{\left(-\frac{2}{3} - \frac{4}{3}i\right) \cdot 2 \cdot i} = -\frac{5}{8} \cdot \frac{1}{i-2}$$

$$= \frac{5}{24} \cdot (2+i)$$

k_4 serà el complexe conjugat de k_3:

$$k_4 = \frac{5}{24} \cdot (2-i)$$

Per tant:

$$V_o(s) = \frac{5}{8} \cdot \frac{1}{s} - \frac{9}{8} \cdot \frac{1}{s+\frac{2}{3}} + \frac{5}{24} \cdot \frac{2+i}{s-(-1+i)} + \frac{5}{24} \cdot \frac{2-i}{s-(-1-i)}$$

Ara ja podem antitransformar:

$$v_o(t) = \frac{5}{8} - \frac{9}{8} \cdot e^{-\frac{2}{3} \cdot t} + \frac{5}{24} \cdot (2+i) \cdot e^{(-1+i) \cdot t} + \frac{5}{24} \cdot (2-i) \cdot e^{(-1-i) \cdot t}$$

Ens concentrarem ara als dos últims termes de vo(t), que anomenaré v'(t):

$$v_o'(t) = \frac{5}{24} \cdot e^{-t} \cdot \left((2+i) \cdot e^{i \cdot t} + (2-i) \cdot e^{-i \cdot t}\right) = \frac{5}{24} \cdot e^{-t} \cdot \left(2 \cdot \left(e^{i \cdot t} + e^{-i \cdot t}\right) + i \cdot \left(e^{i \cdot t} - e^{-i \cdot t}\right)\right) =$$

$$= \frac{5}{24} \cdot e^{-t} \cdot \left(2 \cdot \left(\cos(t) + i \cdot sin(t) + \cos(-t) + i \cdot sin(-t)\right) + i \cdot \left(\cos(t) + i \cdot sin(t) - \cos(-t) - i \cdot sin(-t)\right)\right) =$$

$$= \frac{5}{24} \cdot e^{-t} \cdot \left(2 \cdot 2 \cdot \cos(t) + i \cdot 2 \cdot i \cdot sin(t)\right) = \frac{5}{12} \cdot e^{-t} \cdot \left(2 \cdot \cos(t) - sin(t)\right)$$

Per tant:

$$v_o(t) = \frac{5}{8} - \frac{9}{8} \cdot e^{-\frac{2}{3} \cdot t} + \frac{5}{12} \cdot e^{-t} \cdot \left(2 \cdot \cos(t) - sin(t)\right)$$

que només és vàlid per $t \geq 0$.