Noah Márquez Vara
Grup TF

26 $\forall n \geq 1$, $\sum_{i=1}^{n} \frac{i}{2^i} = 2 - \frac{n+2}{2^n}$.

→ **Pas inicial:** $n=1$: , $\frac{1}{2^1} = 2 - \frac{1+2}{2^1} \rightarrow \frac{1}{2} = \frac{4-3}{2} = \frac{1}{2}$ ✓ Cert

→ **Pas d'inducció:** Sigui $n \geq 1$, suposem que $\sum_{i=1}^{n} \frac{i}{2^i} = 2 - \frac{n+2}{2^n}$ → H.I

Hem de demostrar: $\frac{n}{2^n} + \frac{n+1}{2^{n+1}} = 2 - \frac{(n+1)+2}{2^{n+1}} \Rightarrow$

H.I.

$$\Rightarrow \cancel{2} - \frac{n+2}{2^n} + \frac{n+1}{2^{n+1}} = \cancel{2} - \frac{n+3}{2^{n+1}}$$

$$\Rightarrow \frac{n+1}{2^{n+1}} + \frac{n+3}{2^{n+1}} = \frac{n+2}{2^n}$$

$$\Rightarrow \frac{2n+4}{2^{n+1}} = \frac{n+2}{2^n}$$

$$\Rightarrow \frac{2(n+2)}{2^{n+1}} = \frac{n+2}{2^n}$$

$$\Rightarrow \frac{n+2}{2^n} = \frac{n+2}{2^n} \checkmark\checkmark \text{ Cert}$$

R: Hem demostrat que per $n+1$ també es compleix la igualtat. Per tant $\sum_{i=1}^{n} \frac{i}{2^i} = 2 - \frac{n+2}{2^n}$ es compleix.

30 Successió $\{X_n\}_{n\geq 1}$ definida recursivament:

$$\{X_n\}_{n\geq 1} = \begin{cases} X_1 := 1 \\ X_{n+1} := \sqrt{X_n + 5}, \; n \geq 1 \end{cases}$$

→ Funció definidora.

Demostrar que $\forall n \geq 2$ es compleix $2 < X_n < 3$.

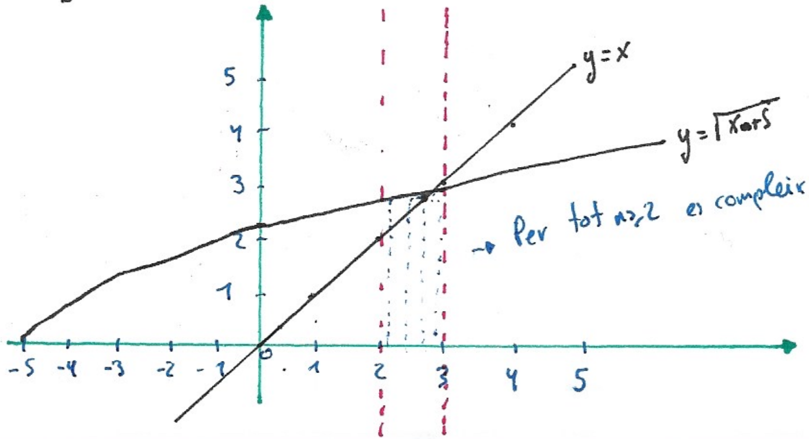
→ **Pas inicial:** $n=2$: $X_2 = \sqrt{X_1 + 5} = \sqrt{1+5} = \sqrt{6} \simeq 2'4$ ✓ Cert $2 < X_2 < 3$ ✓.

→ **Pas d'inducció:** Sigui $n \geq 2$, suposem que es compleix $2 < X_n < 3$.

Hem de demostrar: $2 \overset{(i)}{<} X_{n+1} \overset{(ii)}{<} 3$.

(i) $2 < X_{n+1} \Rightarrow 2 < \sqrt{X_n + 5} \Rightarrow 2^2 < X_n + 5 \Rightarrow -1 < X_n$ ✓ Cert per H.I.

(ii) $X_{n+1} < 3 \Rightarrow \sqrt{X_n+5} < 3 \Rightarrow X_n + 5 < 9 \Rightarrow X_n < 4$ ✓ Cert per H.I.



→ Per tot $n \geq 2$ es compleix que $2 < X_n < 3$.

35' Sigui $\{a_n\}_{n\geq 0}$ on $a_0 = 0$ $a_2=1$ $a_4=3$ $a_6=8$ $a_8=21$

$a_1 = 1$ $a_3=2$ $a_5=5$ $a_7=13$ $\vdots$

$a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$, $\forall n \geq 2$.

Demostrar que $\forall n\geq 0$ satisfà que el terme $a_{n+6} = 4a_{n+3} + a_n$.

→ Pas inicial: $n=0$: : $a_{0+6} = 4a_{0+3} + a_0 \Rightarrow a_6 = 4a_3 + 0 \Rightarrow 8 = 4\cdot 2 + 0$ ✓✓ Cert.

→ Sigui $n\geq 0$, suposem que $a_{n+6} = 4a_{n+3} + a_n$. → H.I

Hem de demostrar: $a_{(n+1)+6} = 4a_{(n+1)+3} + a_{(n+1)} \Rightarrow$

$\Rightarrow a_{(n+6)+1} = 4a_{(n+3)+1} + a_{(n)+1}$

H.I $\Rightarrow 4a_{(n+3)+1} + a_{(n)+1} = 4a_{(n+3)+1} + a_{(n)+1}$ ✓✓ Cert

R: Hem demostrat que $\forall n\geq 0$ es satisfà el terme $a_{n+6} = 4a_{n+3} + a_n$.