

LÒGICA I LLENGUATGES

Curso 2022-23

Examen final de problemas

Problema 4. La siguiente gramática incontextual G genera una clase de instrucciones en un lenguaje de programación.

1. $S \longrightarrow \underline{do} Y \underline{while} (C)$
2. $Y \longrightarrow \{L\}$
3. $L \longrightarrow L ; \underline{id} = E$
4. $L \longrightarrow \underline{id} = E$
5. $E \longrightarrow E + T$
6. $E \longrightarrow E - T$
7. $E \longrightarrow T$
8. $T \longrightarrow \underline{id}$
9. $T \longrightarrow \underline{int}$
10. $T \longrightarrow \underline{float}$
11. $C \longrightarrow E \leq E$
12. $C \longrightarrow E < E$

Se pide entonces:

- (a) Dar una derivación en G para la palabra
 $\underline{do} \{ \underline{id} = \underline{int} - \underline{float} + \underline{id} ; \underline{id} = \underline{id} - \underline{id} ; \underline{id} = \underline{float} \} \underline{while} (\underline{id} - \underline{int} < \underline{id})$.

- (1,5 puntos)
- (b) Siguiendo el método visto en clase, construir el autómata con pila M asociado a G . (2,5 puntos)
- (c) Explicar por qué G no es una gramática LL(1). (1 punto)
- (d) Aplicar las reglas de factorización y recursión a la gramática G . (2 puntos)
- (e) Construir la tabla de análisis de la gramática obtenida en (d). (3 puntos)

SOLUCIÓN:

(a) $S \Rightarrow^1 \underline{doY \ while} (C) \Rightarrow^{12} \underline{doY \ while} (E < E) \Rightarrow^{7,8} \underline{doY \ while} (E < \underline{id}) \Rightarrow^6 \underline{doY \ while} (E - T < \underline{id}) \Rightarrow^7 \underline{doY \ while} (T - T < \underline{id}) \Rightarrow^{8,9} \underline{doY \ while} (\underline{id} - \underline{int} < \underline{id}) \Rightarrow^2 \underline{do} \{L\} \underline{while} (\underline{id} - \underline{int} < \underline{id}) \Rightarrow^3 \underline{do} \{L; \underline{id} = E\} \underline{while} (\underline{id} - \underline{int} < \underline{id}) \Rightarrow^3 \underline{do} \{L; \underline{id} = E; \underline{id} = E\} \underline{while} (\underline{id} - \underline{int} < \underline{id}) \Rightarrow^4 \underline{do} \{\underline{id} = E; \underline{id} = E; \underline{id} = E\} \underline{while} (\underline{id} - \underline{int} < \underline{id}) \Rightarrow^{7,10} \underline{do} \{\underline{id} = E; \underline{id} = E; \underline{id} = \underline{float}\} \underline{while} (\underline{id} - \underline{int} < \underline{id}) \Rightarrow^{6,7} \underline{do} \{\underline{id} = E; \underline{id} = T - T; \underline{id} = \underline{float}\} \underline{while} (\underline{id} - \underline{int} < \underline{id}) \Rightarrow^8 \underline{do} \{\underline{id} = E; \underline{id} = T - \underline{id}; \underline{id} = \underline{float}\} \underline{while} (\underline{id} - \underline{int} < \underline{id}) \Rightarrow^8 \underline{do} \{\underline{id} = E; \underline{id} = \underline{id} - \underline{id}; \underline{id} = \underline{float}\} \underline{while} (\underline{id} - \underline{int} < \underline{id}) \Rightarrow^5 \underline{do} \{\underline{id} = E + T; \underline{id} = \underline{id} - \underline{id}; \underline{id} = \underline{float}\} \underline{while} (\underline{id} - \underline{int} < \underline{id}) \Rightarrow^6 \underline{do} \{\underline{id} = E - T + T; \underline{id} = \underline{id} - \underline{id}; \underline{id} = \underline{float}\} \underline{while} (\underline{id} - \underline{int} < \underline{id}) \Rightarrow^7 \underline{do} \{\underline{id} = T - T + T; \underline{id} = \underline{id} - \underline{id}; \underline{id} = \underline{float}\} \underline{while} (\underline{id} - \underline{int} < \underline{id}) \Rightarrow^{8,9,10} \underline{do} \{\underline{id} = \underline{int} - \underline{float} + \underline{id}; \underline{id} = \underline{id} - \underline{id}; \underline{id} = \underline{float}\} \underline{while} (\underline{id} - \underline{int} < \underline{id})$

(b) Tenemos que $M = (K, \Sigma, \Gamma, \Delta, q_0, F)$, donde el conjunto de los estados es $K = \{q_0, f\}$, el vocabulario de la cinta es $\Sigma = \{\underline{do}, \underline{while}, \underline{id}, \underline{int}, \underline{float}, =, ;, +, -, (,), <, <=, \{, \}\}$, el vocabulario de la pila es $\Gamma = \Sigma \cup V$ siendo $V = \{S, Y, L, E, T, C\}$, el estado inicial es q_0 , el único estado aceptador es f y Δ está formado por las siguientes transiciones:

1. $((q_0, \lambda, \lambda), (f, S))$.
2. $((f, \lambda, S), (f, \underline{do} \{Y\} \underline{while} (C)))$.
3. $((f, \lambda, Y), (f, \{L\}))$.
4. $((f, \lambda, L), (f, L ; \underline{id} = E))$.
5. $((f, \lambda, L), (f, \underline{id} = E))$.

6. $((f, \lambda, E), (f, E + T))$.
7. $((f, \lambda, E), (f, E - T))$.
8. $((f, \lambda, E), (f, T))$.
9. $((f, \lambda, T), (f, \underline{id}))$.
10. $((f, \lambda, T), (f, \underline{int}))$.
11. $((f, \lambda, T), (f, \underline{float}))$.
12. $((f, \lambda, C), (f, E \leq E))$.
13. $((f, \lambda, C), (f, E < E))$.
14. $((f, \underline{do}, \underline{do}), (f, \lambda))$.
15. $((f, \underline{while}, \underline{while}), (f, \lambda))$.
16. $((f, \underline{id}, \underline{id}), (f, \lambda))$.
17. $((f, \underline{int}, \underline{int}), (f, \lambda))$.
18. $((f, \underline{float}, \underline{float}), (f, \lambda))$.
19. $((f, =, =), (f, \lambda))$.
20. $((f, ;, ;), (f, \lambda))$.
21. $((f, +, +), (f, \lambda))$.
22. $((f, -, -), (f, \lambda))$.
23. $((f, (, (), (f, \lambda))$.
24. $((f,),), (f, \lambda))$.
25. $((f, \{, \{), (f, \lambda))$.
26. $((f, \}, \}, (f, \lambda))$.
27. $((f, \leq, \leq), (f, \lambda))$.
28. $((f, <, <), (f, \lambda))$.

(c) La gramática G no es LL(1), porque hay conflictos al construir su tabla de análisis. Por ejemplo, las producciones $5, 6, 7 \in \text{TABLA}[E, \underline{id}]$, ya que $\underline{id} \in \text{Primeros}(E + T)$, $\underline{id} \in \text{Primeros}(E - T)$ e $\underline{id} \in \text{Primeros}(T)$.

(d) Aplicando la regla de recursión, reemplazamos las producciones $L \rightarrow L ; \underline{id} = E$ y $L \rightarrow \underline{id} = E$ por las producciones $L \rightarrow \underline{id} = EL'$, $L' \rightarrow ; \underline{id} = EL'$ y $L' \rightarrow \lambda$.

Aplicando de nuevo la regla de recursión, reemplazamos las producciones $E \rightarrow E + T$, $E \rightarrow E - T$ y $E \rightarrow T$ por las producciones $E \rightarrow TE'$, $E' \rightarrow +TE'$, $E' \rightarrow -TE'$ y $E' \rightarrow \lambda$.

Por último, aplicando la regla de factorización, reemplazamos las producciones $C \rightarrow E \leq E$ y $C \rightarrow E < E$ por las producciones $C \rightarrow EC'$, $C' \rightarrow \leq E$ y $C' \rightarrow < E$.

Por tanto, obtenemos la siguiente gramática G' equivalente a G :

1. $S \rightarrow \underline{do} Y \underline{while} (C)$
2. $Y \rightarrow \{L\}$
3. $L \rightarrow \underline{id} = EL'$
4. $L' \rightarrow ; \underline{id} = EL'$
5. $L' \rightarrow \lambda$
6. $E \rightarrow TE'$
7. $E' \rightarrow +TE'$
8. $E' \rightarrow -TE'$
9. $E' \rightarrow \lambda$
10. $T \rightarrow \underline{id}$
11. $T \rightarrow \underline{int}$
12. $T \rightarrow \underline{float}$
13. $C \rightarrow EC'$
14. $C' \rightarrow \leq E$
15. $C' \rightarrow < E$

(e) La tabla de análisis de G' es la siguiente:

TABLA	<u>do</u>	<u>while</u>	<u>id</u>	<u>int</u>	<u>float</u>	()	=	;	+	-	<=	<	{	}
S	1														
Y														2	
L			3												
L'								4							5
E			6	6	6										
E'						9		9	7	8	9	9			9
T			10	11	12										
C			13	13	13										
C'											14	15			

Obsérvese que $1 \in \text{TABLA}[S, \underline{do}]$, porque \underline{do} es el primer símbolo de la parte derecha de la regla 1. Por el mismo motivo, tenemos que $2 \in \text{TABLA}[Y, \{\}]$, $3 \in \text{TABLA}[L, \underline{id}]$, $4 \in \text{TABLA}[L', ;]$, $7 \in \text{TABLA}[E', +]$, $8 \in \text{TABLA}[E', -]$, $10 \in \text{TABLA}[T, \underline{id}]$, $11 \in \text{TABLA}[T, \underline{int}]$, $12 \in \text{TABLA}[T, \underline{float}]$, $14 \in \text{TABLA}[C', <=]$ y $15 \in \text{TABLA}[C', <]$.

Tenemos que 6 pertenece a $\text{TABLA}[E, \underline{id}]$, a $\text{TABLA}[E, \underline{int}]$ y a $\text{TABLA}[E, \underline{float}]$, porque $\text{Primeros}(T) = \{\underline{id}, \underline{int}, \underline{float}\}$. Y tenemos que $13 \in \text{TABLA}[C, \underline{id}]$, a $\text{TABLA}[C, \underline{int}]$ y a $\text{TABLA}[T, \underline{float}]$, porque $\text{Primeros}(E) = \text{Primeros}(T) = \{\underline{id}, \underline{int}, \underline{float}\}$.

Por otra parte, de la derivación

$$S \Rightarrow^1 \underline{do} Y \underline{while} (C) \Rightarrow^2 \underline{do} \{L\} \underline{while} (C) \Rightarrow^3 \underline{do} \{\underline{id} = EL'\} \underline{while} (C)$$

se deduce que $\}$ Siguientes(L') y, por tanto, tenemos que la producción 5 $\in \text{TABLA}[L', \{\}]$.

Y de la derivación

$$S \Rightarrow^1 \underline{do} Y \underline{while} (C) \Rightarrow^2 \underline{do} \{L\} \underline{while} (C) \Rightarrow^3 \underline{do} \{\underline{id} = EL'\} \underline{while} (C) \Rightarrow^5 \underline{do} \{\underline{id} = E\} \underline{while} (C) \Rightarrow^3 \underline{do} \{\underline{id} = TE'\} \underline{while} (C)$$

se deduce que $\}$ \in Siguientes(E') y, por tanto, tenemos que la producción 9 $\in \text{TABLA}[E', \{\}]$.

Por otra parte, de la derivación

$$S \Rightarrow^1 \underline{do} Y \underline{while} (C) \Rightarrow^2 \underline{do} \{L\} \underline{while} (C) \Rightarrow^3 \underline{do} \{\underline{id} = EL'\} \underline{while} (C) \Rightarrow^4 \underline{do} \{\underline{id} = E; \underline{id} = EL'\} \underline{while} (C) \Rightarrow^6 \underline{do} \{\underline{id} = TE'; \underline{id} = EL'\} \underline{while} (C)$$

se deduce que $; \in \text{Siguietes}(E')$ y, por tanto, la producción $9 \in \text{TABLA}[E', ;]$.

También, de la derivación

$$S \Rightarrow^1 \underline{doY\ while}(C) \Rightarrow^{13} \underline{doY\ while}(EC') \Rightarrow^{14} \underline{doY\ while}(E \leq E) \Rightarrow^6 \underline{doY\ while}(E \leq TE')$$

se deduce que $\leq \in \text{Siguietes}(E')$ y, por tanto, tenemos que la producción $9 \in \text{TABLA}[E', \leq]$.

Además, de la derivación

$$S \Rightarrow^1 \underline{doY\ while}(C) \Rightarrow^{13} \underline{doY\ while}(EC') \Rightarrow^{14} \underline{doY\ while}(E \leq E) \Rightarrow^6 \underline{doY\ while}(TE' \leq E)$$

se deduce que $\leq \in \text{Siguietes}(E')$ y, por tanto, tenemos que la producción $9 \in \text{TABLA}[E', \leq]$.

Por último, de la derivación

$$S \Rightarrow^1 \underline{doY\ while}(C) \Rightarrow^{13} \underline{doY\ while}(EC') \Rightarrow^{15} \underline{doY\ while}(E < E) \Rightarrow^6 \underline{doY\ while}(TE' < E)$$

se deduce que $< \in \text{Siguietes}(E')$ y, por tanto, tenemos que la producción $9 \in \text{TABLA}[E', <]$.