

Heu d'entregar cada exercici per separat a la tasca corresponent del campus virtual. La data límit per l'entrega és divendres dia 4 de desembre a les 13 hores. En resoldre els exercicis, expliqueu bé els càlculs que feu i justifiqueu correctament els vostres raonaments.

Exercici 1. Considerem els subespais vectorials de \mathbb{R}^4 següents: F generat pels vectors $(1, -1, 2, 2), (2, 3, -1, -4), (1, -6, 7, -2)$ i G_a igual al conjunt de solucions del sistema d'equacions

$$\begin{cases} 2x - y + 2z - 4t = 0 \\ x + ay + z - 2t = 0 \end{cases}$$

Doneu la dimensió, una base i equacions independents de cada un dels subespais $F, G_a, F \cap G_a$ i $F + G_a$, en funció del paràmetre a .

Exercici 2. Sigui E un espai vectorial de dimensió 4 i (e_1, e_2, e_3, e_4) una base de E . Considerem els vectors de E

$$u_1 = e_1 - e_3 + 2e_4, u_2 = -e_1 + e_2, u_3 = -e_1 + e_4, u_4 = 2e_1 - e_2 + e_4.$$

Proveu que (u_1, u_2, u_3, u_4) és base de E . Doneu la matriu de canvi de base de la base (u_1, u_2, u_3, u_4) a la base (e_1, e_2, e_3, e_4) i la matriu de canvi de base de la base (e_1, e_2, e_3, e_4) a la base (u_1, u_2, u_3, u_4) . Calculeu les coordenades del vector $v = u_1 + u_2 + u_3 + u_4$ en la base (e_1, e_2, e_3, e_4) i les coordenades del vector $w = e_1 + e_2 + e_3 + e_4$ en la base (u_1, u_2, u_3, u_4) .

Exercici 3. Sigui E un espai vectorial de dimensió 6. Sigui F, G i H subespais vectorials de E tals que $\dim F = 3, \dim G = 2, \dim H = 1, G \not\subset F, (F + G) \cap H = \{\vec{0}\}$.

- 1) Proveu que $F \cap H = \{\vec{0}\}$ i $G \cap H = \{\vec{0}\}$.
- 2) Proveu que $\dim(F \cap G) = 0$ o 1 i determineu, en cada un dels dos casos, la dimensió de $F + G + H$.
- 3) Doneu un exemple de subespais F, G i H de \mathbb{R}^6 complint les condicions de cada un dels dos casos de l'apartat anterior.