UNIVERSITAT DE BARCELONA

Departament de Matemàtiques i Informàtica
Gran Via de les Corts Catalanes, 585
08007 Barcelona
Tel . 93 402 16 50, Fax . 93 403 16 01

Ejemplos de problemas de Inteligencia Artificial: Juegos con oponente

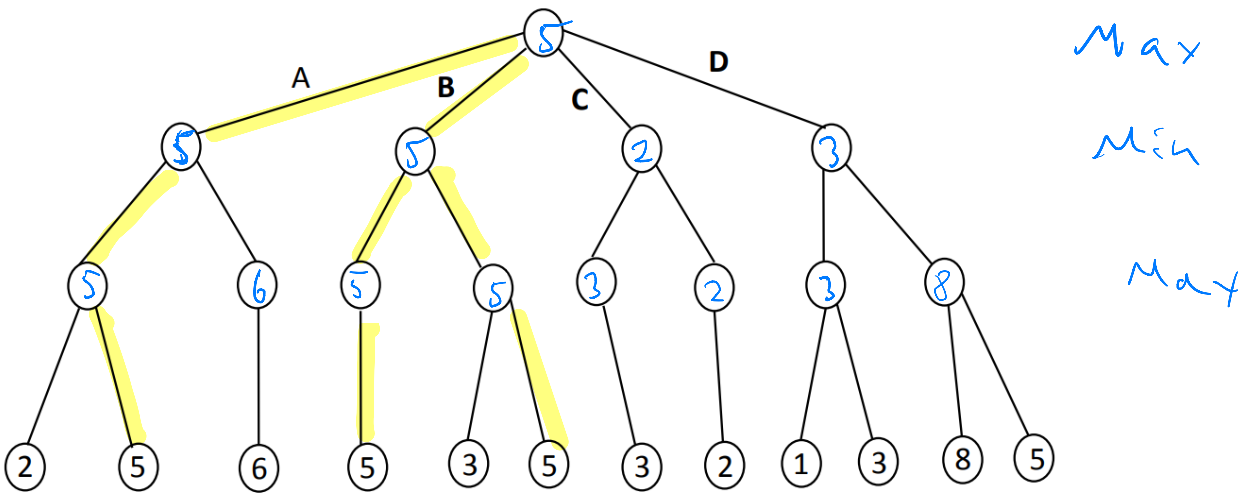
UNIVERSITAT DE BARCELONA

Departament de Matemàtiques i Informàtica
Gran Via de les Corts Catalanes, 585
08007 Barcelona
Tel . 93 402 16 50, Fax . 93 403 16 01

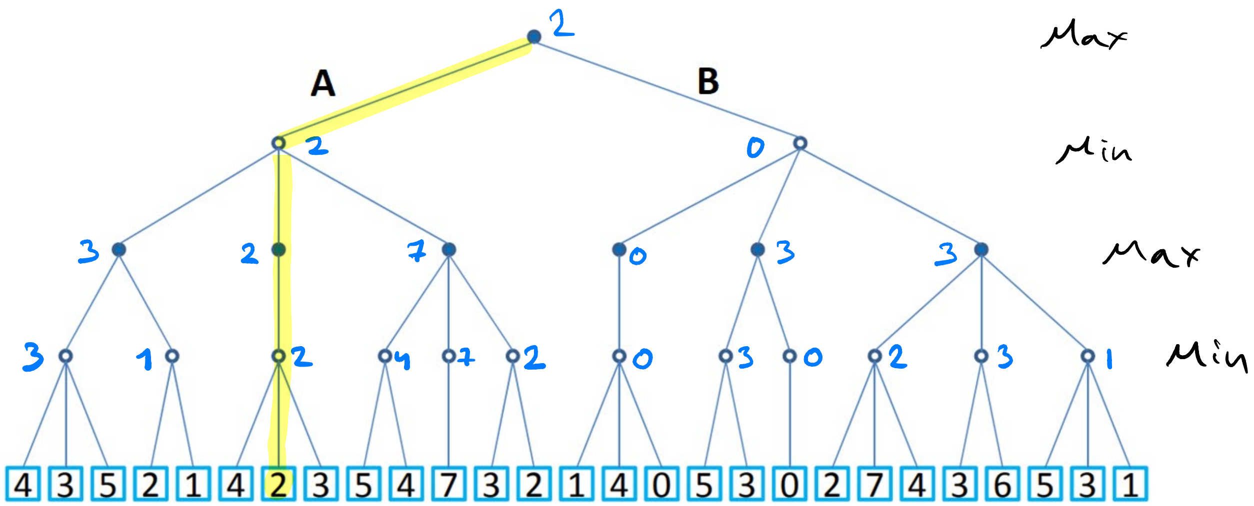
Problema 8: Árboles de minimax

Dad los valores del algoritmo minimax para cada estado de cada árbol de juego. No uséis poda alfa-beta. Indicad también la rama que deberá escoger el agente en el nodo raíz. Considerad siempre que el nodo inicial es un nodo MÁX.

1.



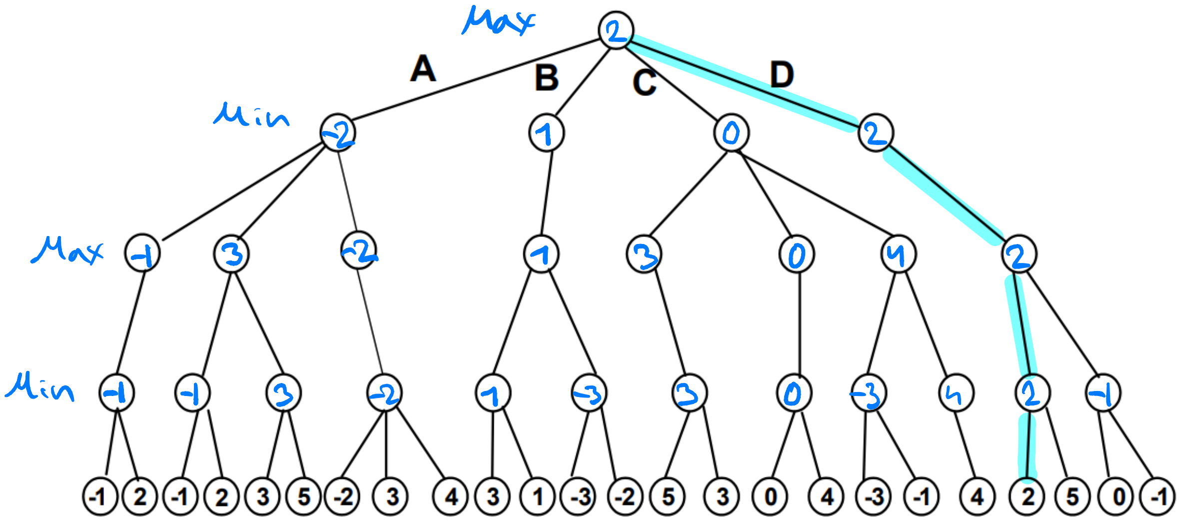
2.



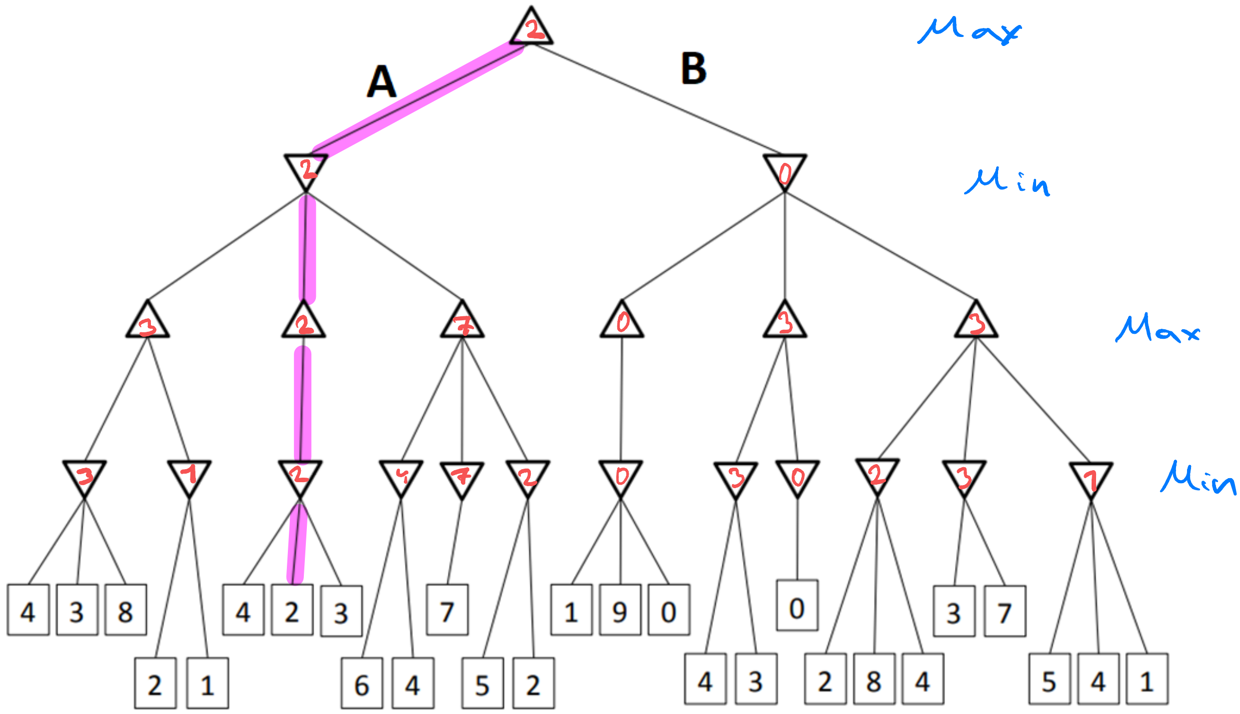
UNIVERSITAT DE BARCELONA

Departament de Matemàtiques i Informàtica
Gran Via de les Corts Catalanes, 585
08007 Barcelona
Tel . 93 402 16 50, Fax . 93 403 16 01

3.



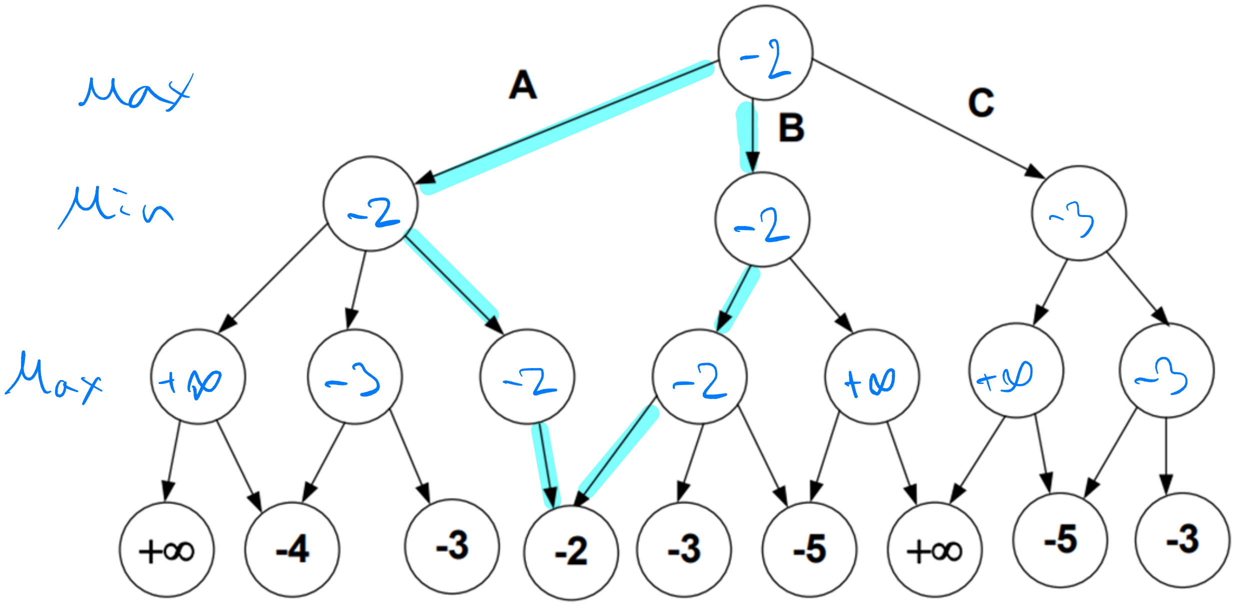
4.



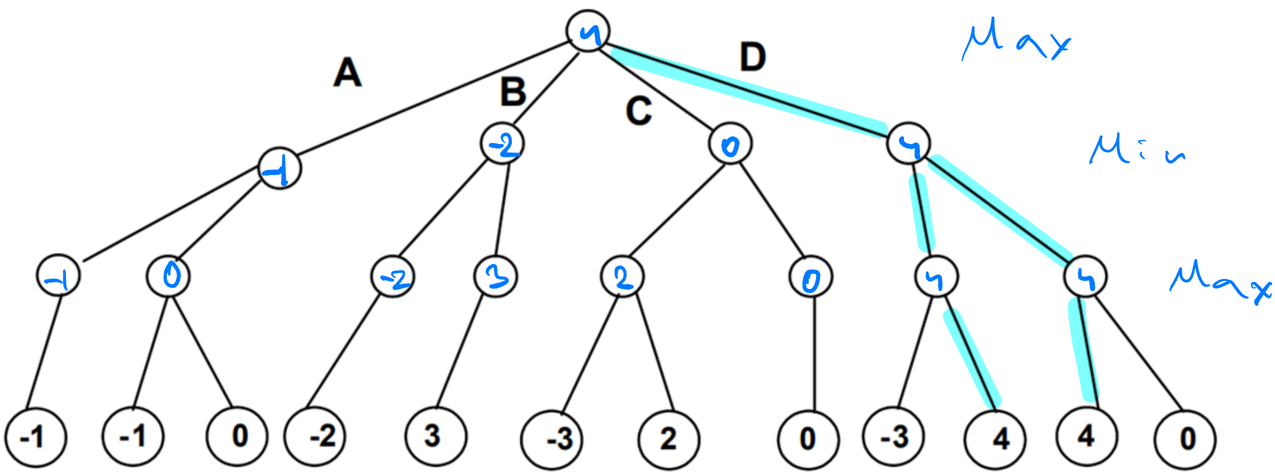
UNIVERSITAT DE BARCELONA

Departament de Matemàtiques i Informàtica
Gran Via de les Corts Catalanes, 585
08007 Barcelona
Tel . 93 402 16 50, Fax . 93 403 16 01

5.



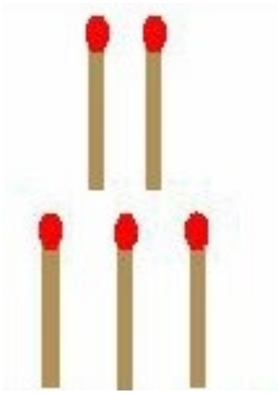
6.



UNIVERSITAT DE BARCELONA

Departament de Matemàtiques i Informàtica
Gran Via de les Corts Catalanes, 585
08007 Barcelona
Tel . 93 402 16 50, Fax . 93 403 16 01

Problema 9: El juego del nim



David y Ariana se disponen a jugar a una versión simplificado del juego del nim, por lo que colocan un total de 5 palillos sobre una superficie. En cada turno, se pueden recoger entre 1 y 3 palillos y dejarlos en un rincón aparte. Pierde el jugador o jugadora que recoja el último palillo sobre la mesa.

En esta ocasión, Ariana comienza la partida. Ariana os pide consejo sobre cuál es el mejor movimiento para garantizarle una victoria. Para ello, podréis usar el algoritmo de minimax. En concreto, tenéis que:

1. Formalizar con claridad el conjunto de estados y acciones del problema.

2. Desarrollar el árbol del juego para Ariana. ¿Cuál es la mejor jugada inicial?

3. Aplicar el algoritmo minimax al árbol del juego, sin poda alfa-beta. Considerad que la utilidad de un estado perdedor es -1, la de un estado vencedor es +1, y la de cualquier otro es 0. ¿Qué opináis del resultado?

4. Tras calcular todo, recomendad una acción inicial a Ariana.

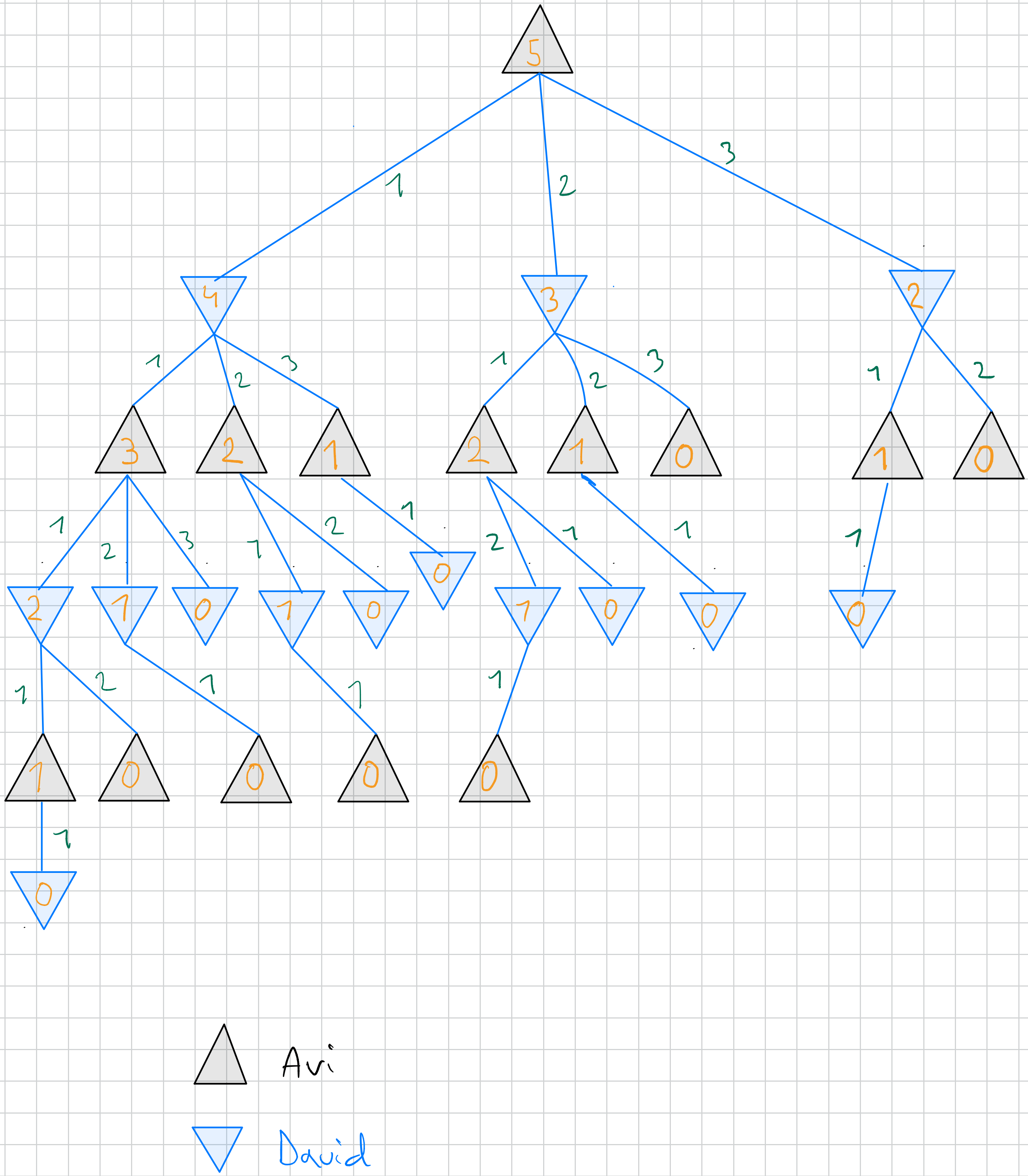
1. Estats: $E = \{ x \mid x \in [0,5] \}$ $0 \leq x \leq 5$

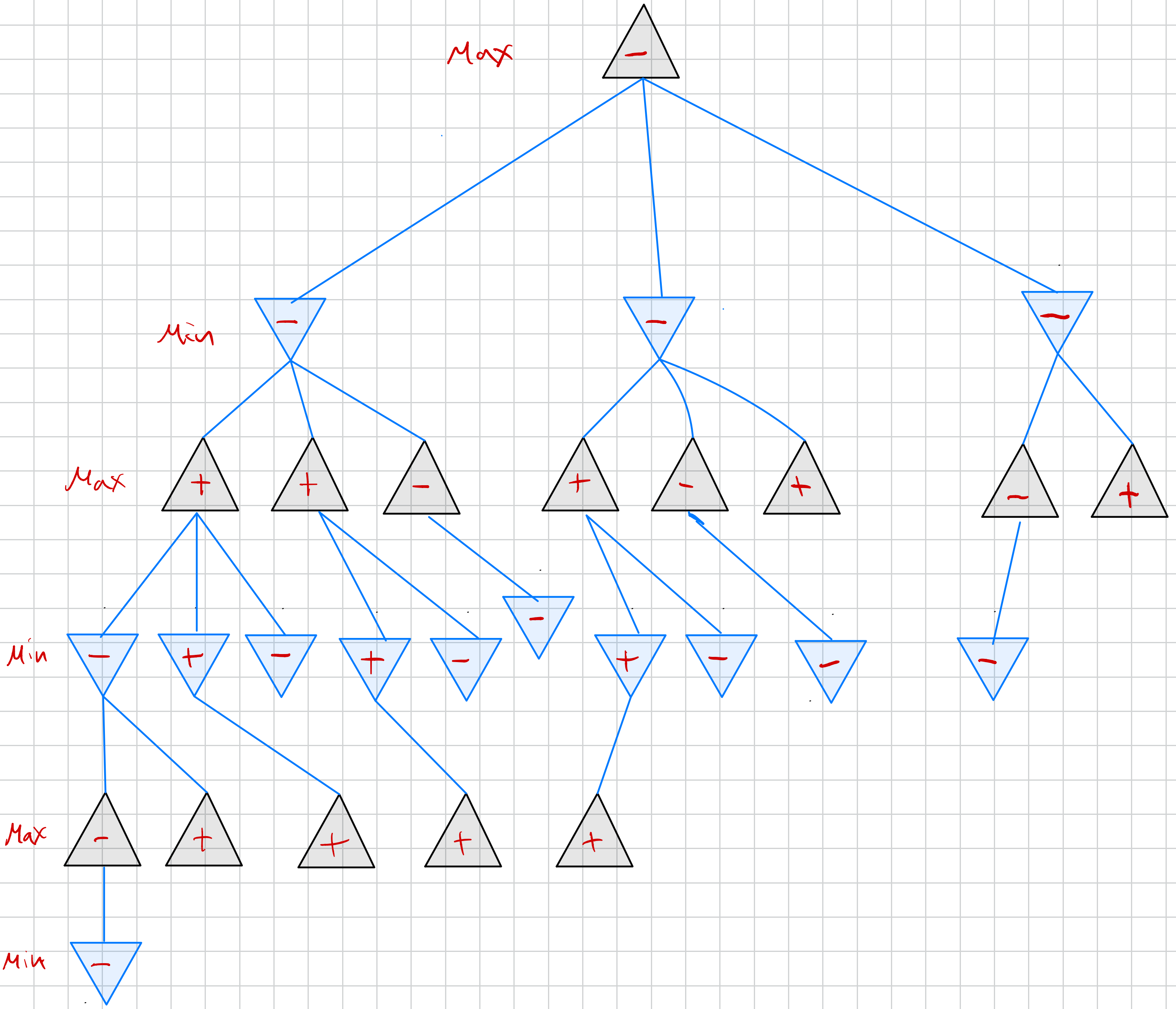
Un altre opció: $E : \{ (P_1, P_2, P_3, P_4, P_5)$ $P_i \in [0,1]$

Estat Inicial = 5 Estat Final = 0 $1 \leq i \leq 5$

Accions: Agafar de 1-3 pals. $A = a_i$ $i \in [1,3]$

2. Arbre:





Posar + a tots els estats 0 on guanya Avi
Posar - a '' '' '' '' '' '' David

A partir de aquí vam fent minimax amb - i +
per veure on arribem.

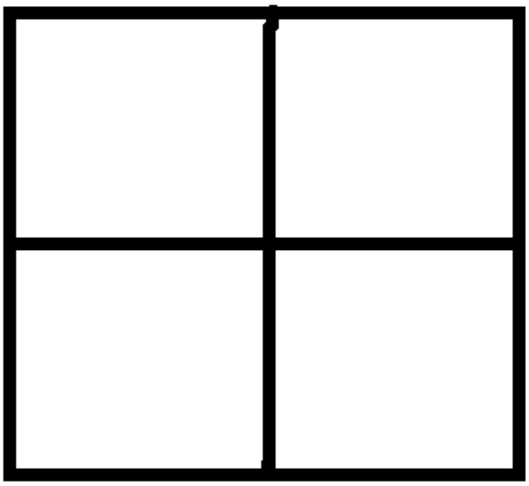
Finalment arribem a veure que Avi no te cap
posibilitat de guanyar.

UNIVERSITAT DE BARCELONA

Departament de Matemàtiques i Informàtica
Gran Via de les Corts Catalanes, 585
08007 Barcelona
Tel . 93 402 16 50, Fax . 93 403 16 01

Problema 10: Dos en raya

Consideremos el juego del 2 en raya al que juegan dos personas, donde el objetivo de cada persona es conseguir colocar dos de sus piezas alineadas en el siguiente tablero.



Quien comienza coloca piezas con forma de X, mientras que quien le sigue las coloca en forma de O, y se turnan hasta que se acaba la partida.

Además, cada jugador o jugadora tiene la posibilidad de pasar, es decir, de perder su turno a propósito.

Considerando estos datos, se os pide lo siguiente:

1. Dibujad el árbol de búsqueda completo del juego hasta profundidad 2 (considerando que el nodo raíz tiene profundidad 0). Podéis saltaros los estados repetidos. Consideraremos estados repetidos también a rotaciones o reflexiones de otros estados.

2. Supongamos que la función de evaluación es **el número de X menos el número de O**. Marcad los valores de todos los estados en profundidad 2.

3. Aplicad el algoritmo minimax al árbol de búsqueda que habéis calculado en la pregunta 1, a partir de los valores que habéis calculado en la pregunta 2. ¿Cuál es la mejor jugada inicial para la persona que coloca las X?

Estados: $E = \{ P_1, P_2, P_3, P_4 \}$

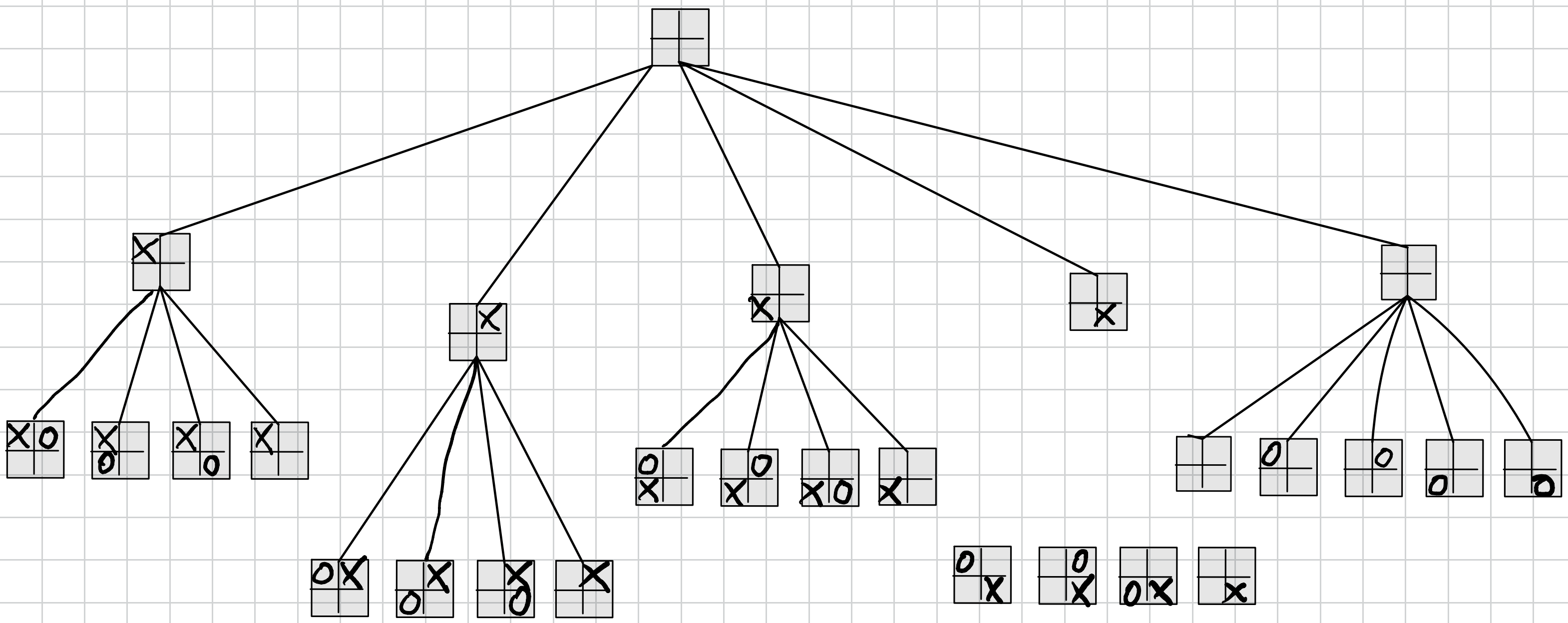
P_{ij}, $ij \in [0,1]$, $P_{ij} \in [0,1]$ /

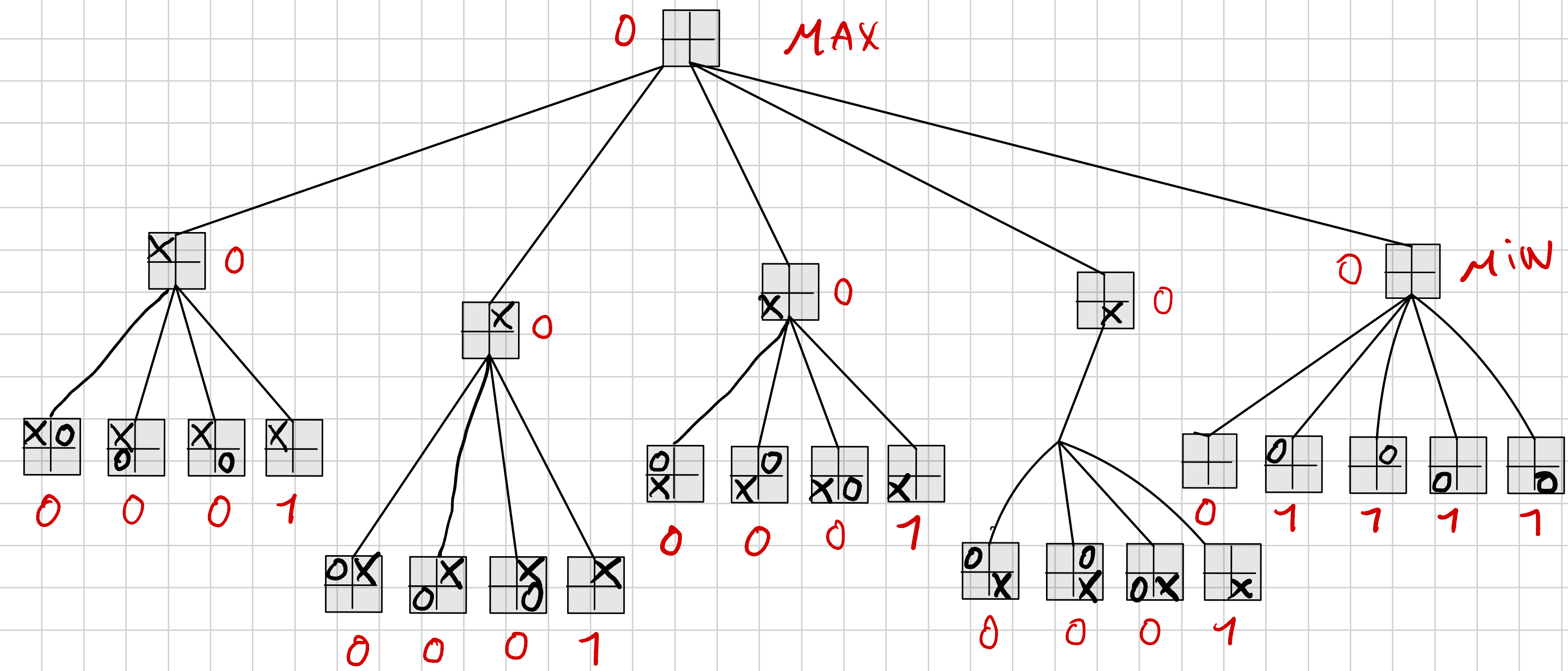
$P_{ij} = P_{ij-1}$ / $P_{ij} = P_{ij+1}$

$P_{ij} = P_{i-1j}$ / $P_{ij} = P_{i+1j}$

$P_{ij} = P_{i-1j-1}$ / $P_{ij} = P_{i+1j+1}$

Acciones: $A = P_{ij} = [0,1]$



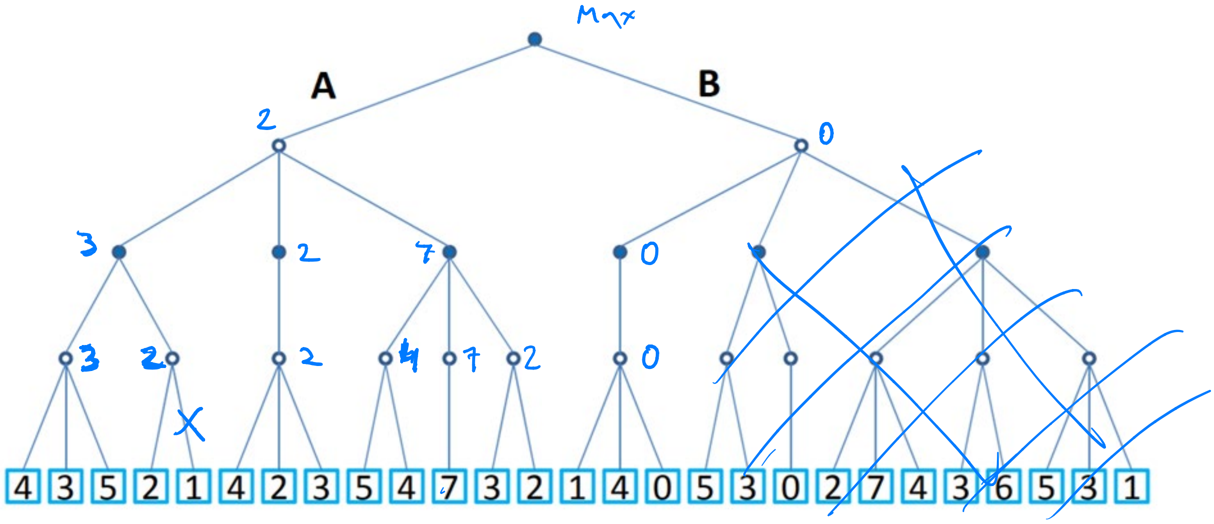


UNIVERSITAT DE BARCELONA

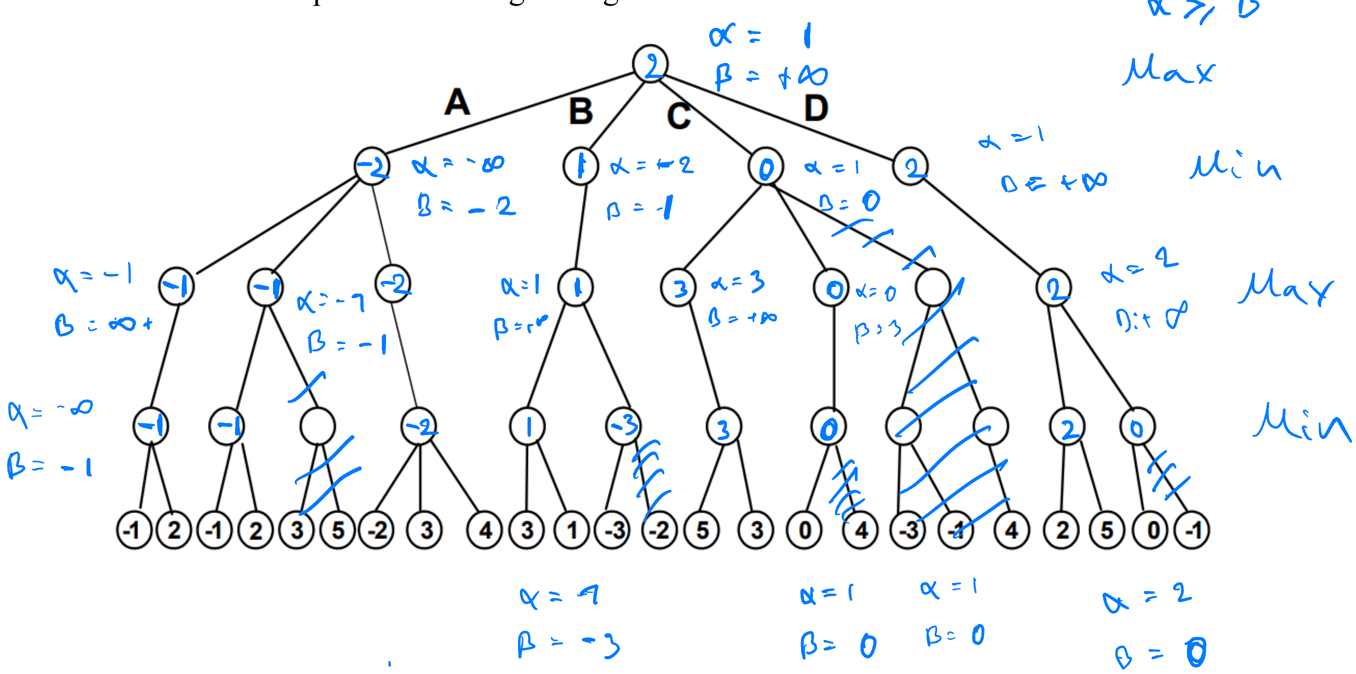
Departament de Matemàtiques i Informàtica
Gran Via de les Corts Catalanes, 585
08007 Barcelona
Tel . 93 402 16 50, Fax . 93 403 16 01

Problema 11: Árboles de mínimax (bis)

1. Utilizad el algoritmo minimax con poda alfa-beta para resolver el siguiente árbol de juego. Indicad los nodos que pode el algoritmo tachando las aristas hacia ellos. Indicad también la rama que deberá escoger el agente en el nodo raíz. Considerad que el nodo inicial es un nodo MÁX.



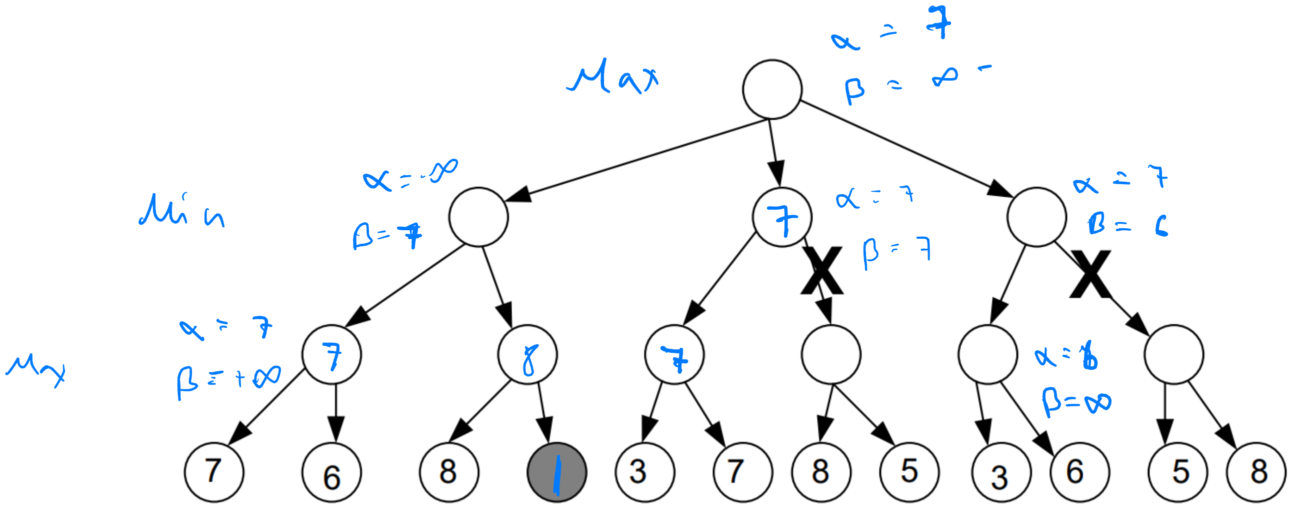
2. Utilizad el algoritmo minimax con poda alfa-beta para resolver el siguiente árbol de juego. Indicad los nodos que pode el algoritmo tachando las aristas hacia ellos. Indicad también la rama que deberá escoger el agente en el nodo raíz.



UNIVERSITAT DE BARCELONA

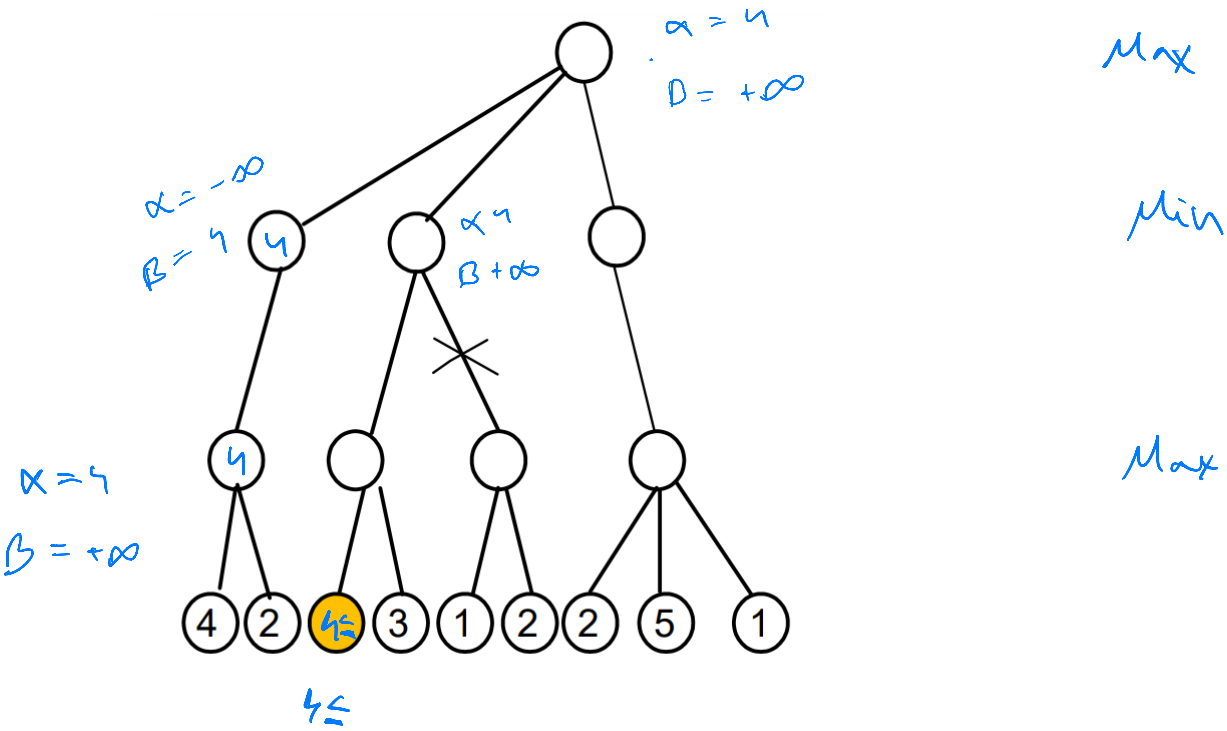
Departament de Matemàtiques i Informàtica
Gran Via de les Corts Catalanes, 585
08007 Barcelona
Tel . 93 402 16 50, Fax . 93 403 16 01

3. Dado el árbol de juego de la figura y aplicando un procedimiento alfa-beta, ¿Qué valor debería tener el nodo terminal sombreado para que se produzcan los cortes indicados en la figura?



Da igual el valor del nodo

4. Dado el árbol de juego de la figura y aplicando un procedimiento alfa-beta, ¿Qué valor debería tener el nodo terminal sombreado para que se produzcan los cortes indicados en la figura?



UNIVERSITAT DE BARCELONA

Departament de Matemàtiques i Informàtica
Gran Via de les Corts Catalanes, 585
08007 Barcelona
Tel . 93 402 16 50, Fax . 93 403 16 01

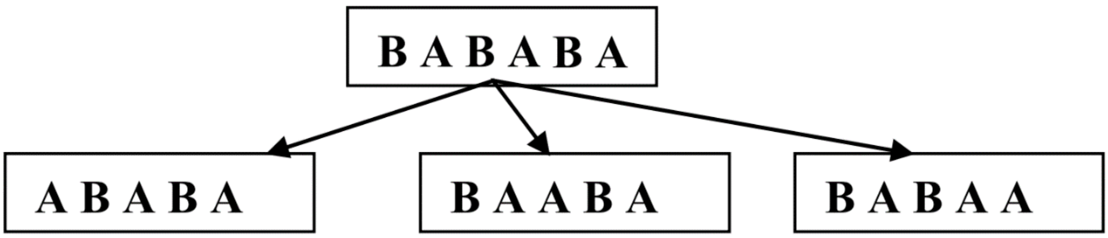
Problema 12: El juego de las letras

Alex y Berta deciden jugar online a un juego en el que aparecen alineadas (en una única fila) un conjunto de fichas. Hay 2 clases de fichas: las de tipo A y las de tipo B. Alex elige las fichas tipo A, mientras que Berta se decanta por las de tipo B. El juego trascurre por turnos hasta que alguien gana.

Para ganar, es necesario hacer que el o la oponente pierda todas sus fichas. En cada turno, es posible "comerse" una ficha de tipo contrario si ésta está rodeada por las propias fichas. En el caso de las posiciones extremas, también puede "comerse" la ficha cuando ésta se encuentra en un extremo y su única posición adyacente está ocupada por una ficha de tipo contrario.

Alex comienza el juego. Las fichas inicialmente se colocan de forma que se lee "BABABA".

Para entender mejor cómo se juega, éstas son las posibles jugadas que inicialmente puede hacer Alex:



Se os pide:

1. Formalizar con claridad el conjunto de estados y acciones del problema.

2. Aplicad un procedimiento de búsqueda con poda alfa-beta a partir de la situación inicial descrita anteriormente [BABABA], suponiendo que empieza Álex y se desarrolla hasta estados finales (es decir, aquellos en los que gane Álex o Berta).

3. Obtened la mejor jugada inicial para Álex.

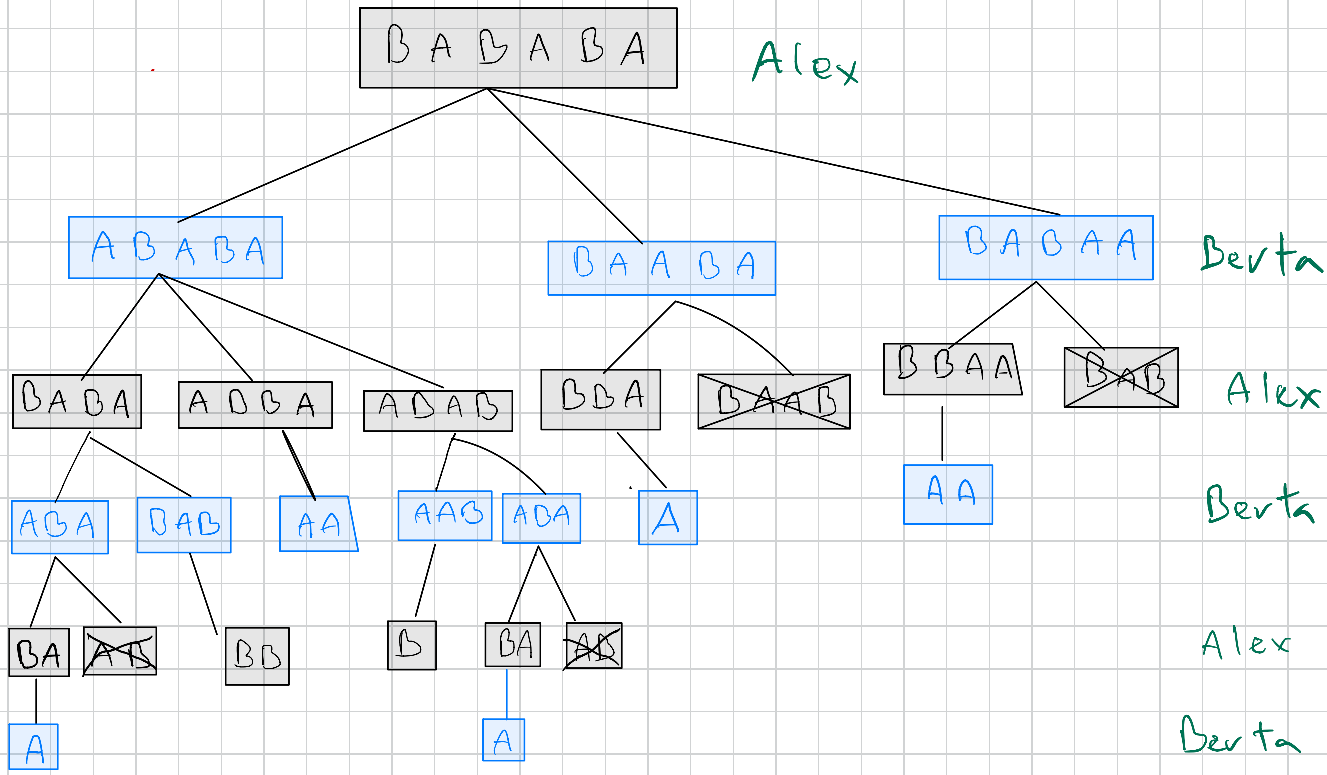
Nota 1: desarrollad el árbol de forma que los sucesores de un nodo se ordenen entre sí con el siguiente criterio: el hijo más a la izquierda sería el que corresponda a la eliminación de las fichas enemigas que estén más a la izquierda.

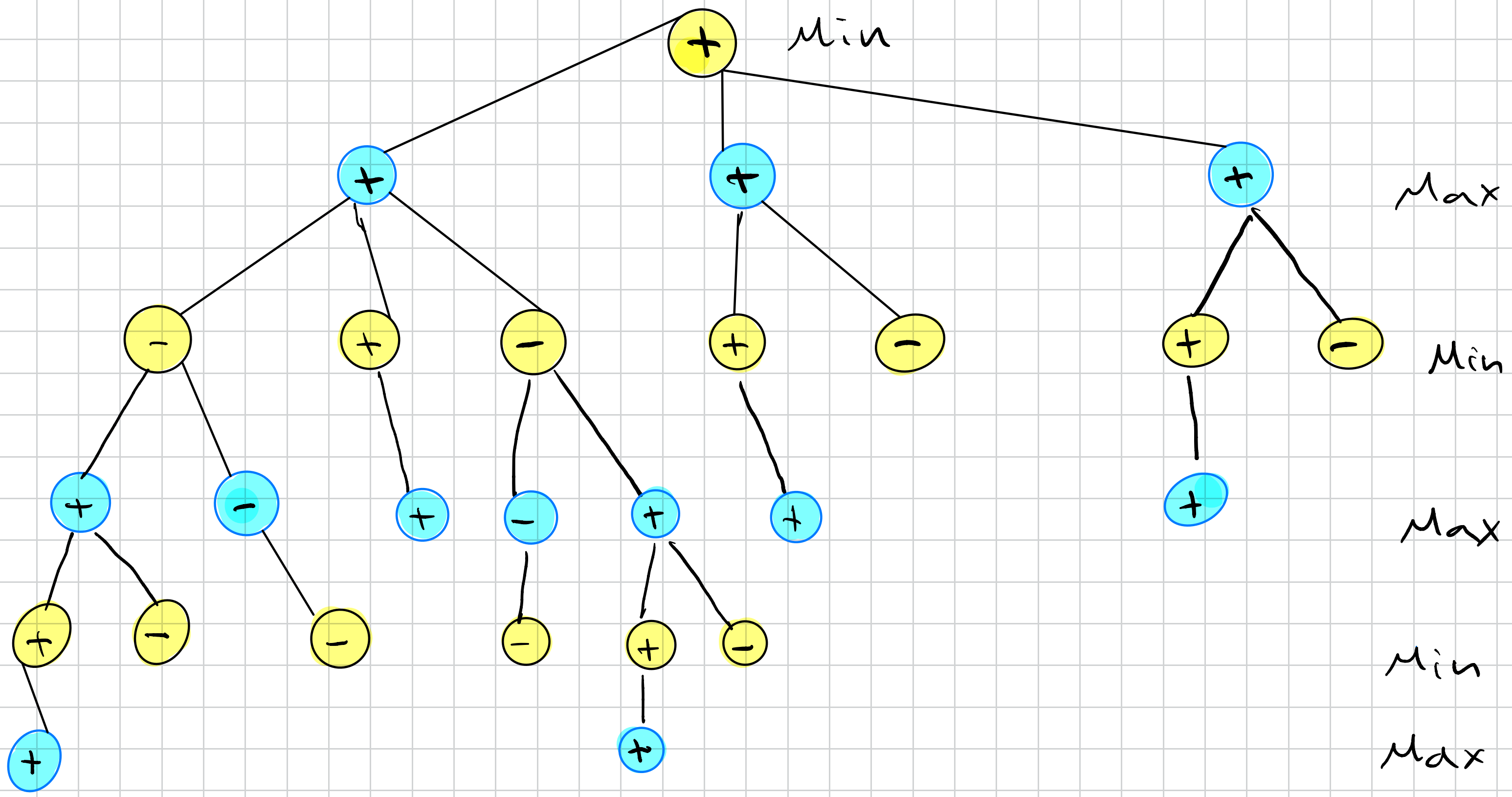
Nota 2: Debe tenerse en cuenta que, dado que se utiliza un procedimiento alfa-beta, no todo el árbol de juego requerirá ser generado: Solo deben aparecer en el árbol los nodos que necesariamente se hayan generado.

1. Estato: $\{ [P_1, P_2, P_3, P_4, P_5, P_6]\ P_i \quad i \in [0,1]$

Accions: $A = a_i \quad , \quad i \in [1,6] \qquad P_i - 1 = P_i + 1$

2.



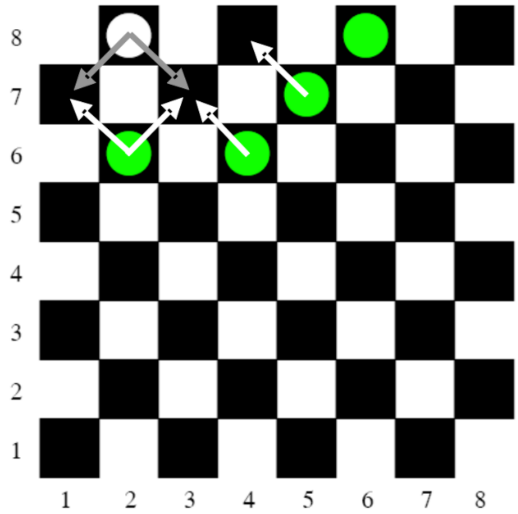


UNIVERSITAT DE BARCELONA

Departament de Matemàtiques i Informàtica
Gran Via de les Corts Catalanes, 585
08007 Barcelona
Tel . 93 402 16 50, Fax . 93 403 16 01

Problema 13: El juego del gato y el ratón

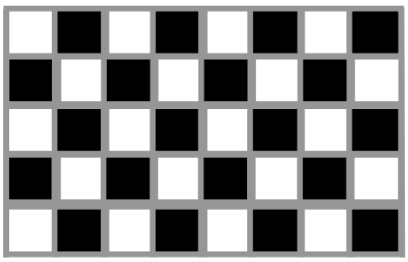
El juego del gato y el ratón se juega en un tablero de ajedrez (8x8), utilizando únicamente las casillas negras.



Los gatos son las fichas verdes, situadas inicialmente en las casillas negras de la primera fila, y el ratón (ficha blanca) está inicialmente en cualquiera de las casillas negras de la última fila.

El juego transcurre por turnos en los que los gatos y el ratón realizan sus movimientos. Los gatos van todos juntos y solo pueden mover una ficha en cada turno y siempre avanzando, ocupando una de las posibles dos casillas negras diagonales contiguas de la fila siguiente. El ratón se puede mover hacia adelante y atrás, es decir, a cualquiera de las cuatro diagonales inmediatas. Los gatos ganan la partida si consiguen acorralar e impedir el movimiento del ratón. El ratón gana si se encuentra en una fila anterior a la del gato más atrasado o bien en línea con el gato. En este problema se os pide que ayudéis al ratón a ganar. En concreto, se os pide:

1. Definir una función de evaluación, tal que resulte +∞ (o -∞) si gana (o pierde) el ratón. Determinad la mejor jugada inicial mediante un procedimiento alfa-beta en profundidad, con nivel máximo de exploración 3 (considerando que el nodo raíz es de nivel 0), efectuando e indicando claramente los cortes que sean necesarios. En la evaluación de los nodos terminales, usad la función de evaluación anterior. Podéis representar cada nodo mediante la siguiente plantilla:

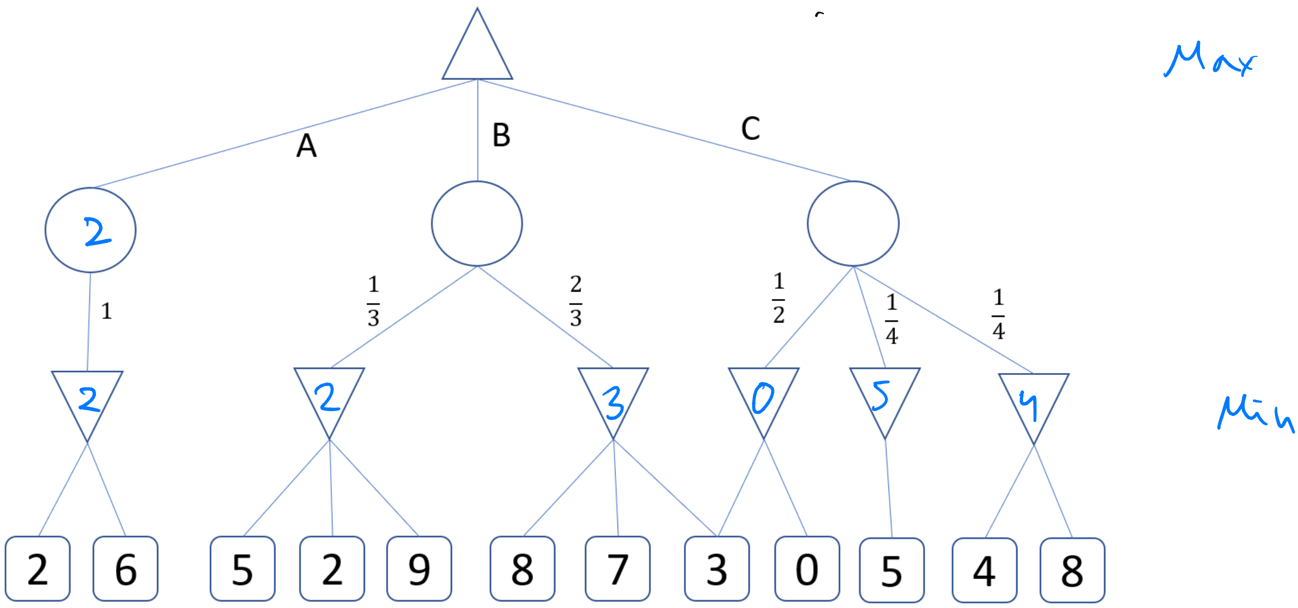


UNIVERSITAT DE BARCELONA

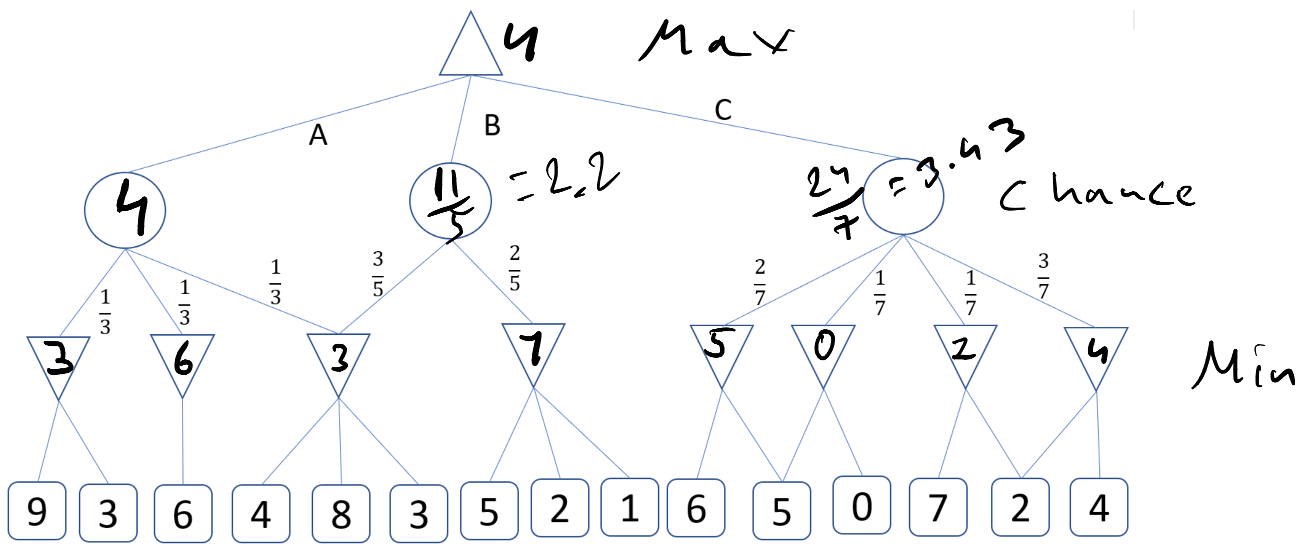
Departament de Matemàtiques i Informàtica
Gran Via de les Corts Catalanes, 585
08007 Barcelona
Tel . 93 402 16 50, Fax . 93 403 16 01

Problema 14: Árboles de expectimax

1. Utilizad el algoritmo expectimax para resolver el siguiente árbol de juego. Entended los círculos como nodos CHANCE, los triángulos invertidos como nodos MÍN y los triángulos normales como nodos MÁX. Indicad también la rama que deberá escoger el agente en el nodo raíz.



2. Utilizad el algoritmo expectimax para resolver el siguiente árbol de juego. Entended los círculos como nodos CHANCE, los triángulos invertidos como nodos MÍN y los triángulos normales como nodos MÁX. Indicad también la rama que deberá escoger el agente en el nodo raíz.

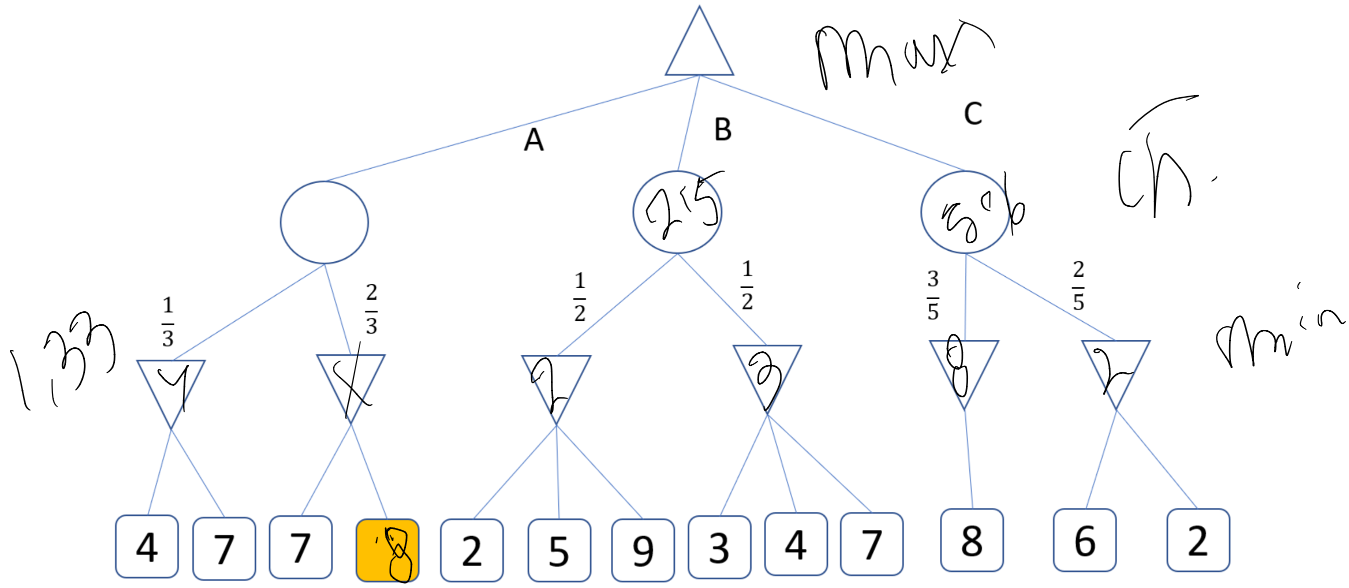


UNIVERSITAT DE BARCELONA

Departament de Matemàtiques i Informàtica
Gran Via de les Corts Catalanes, 585
08007 Barcelona
Tel . 93 402 16 50, Fax . 93 403 16 01

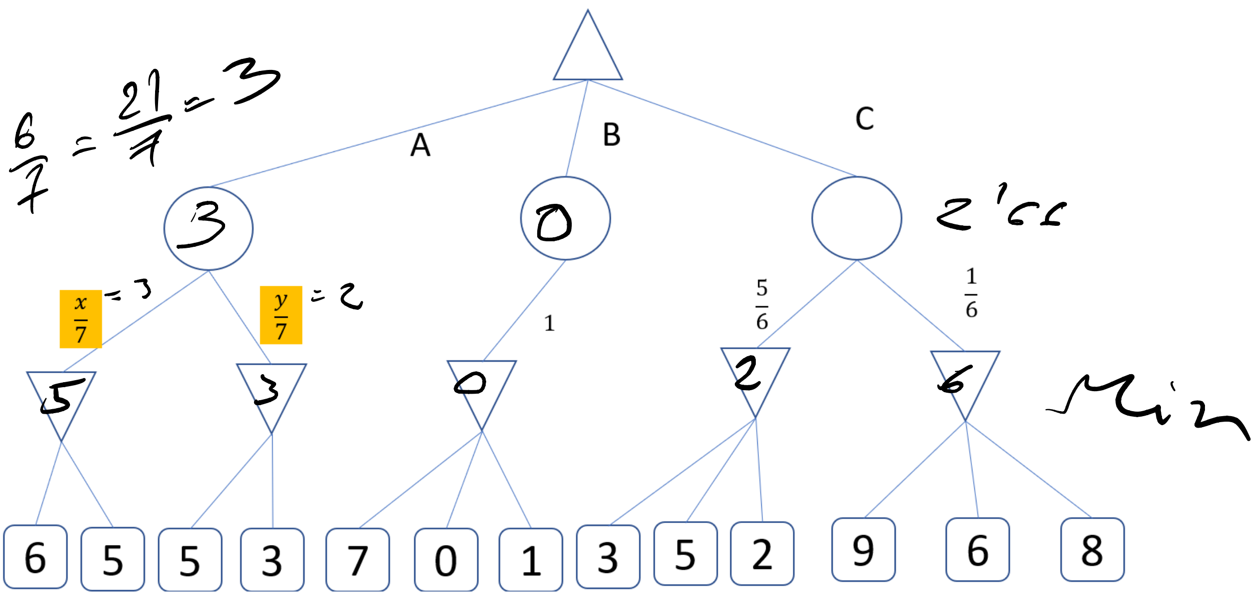
$\frac{2}{3}\cdot x + 1'33 > 7,56$

3. Dado el árbol de juego de la figura y aplicando el algoritmo expectimax, ¿Qué valor debería tener el nodo terminal sombreado para que se el algoritmo elija la rama A como la mejor rama? Entended los círculos como nodos CHANCE, los triángulos invertidos como nodos MÍN y los triángulos normales como nodos MÁX.



4. Dado el árbol de juego de la figura y aplicando el algoritmo expectimax, ¿Qué valor deberían tener *x* e *y* para que se el algoritmo elija la rama A como la mejor rama? Entended los círculos como nodos CHANCE, los triángulos invertidos como nodos MÍN y los triángulos normales como nodos MÁX.

$\frac{15}{7} + \frac{6}{7} = \frac{21}{7} = 3$



$5\frac{x}{7} + 3\frac{y}{7} > 2'66$

$5x + 3y > 18,62$

$x > \frac{18.62 - 3y}{5}$

UNIVERSITAT DE BARCELONA

Departament de Matemàtiques i Informàtica
Gran Via de les Corts Catalanes, 585
08007 Barcelona
Tel . 93 402 16 50, Fax . 93 403 16 01

Problema 15: El juego de la moneda

Andrea y Blas juegan a lanzar una moneda y apostar qué resultado saldrá. Andrea lanza la primera, y su apuesta es que saldrá cara. Si gana, Andrea puede parar el juego y Blas le tiene que dar 2 euros. Si pierde, Andrea también puede parar el juego y entonces pagarle ella 2 euros a Blas.

Pero también puede elegir seguir independientemente del resultado y pedirle a Blas que sea él quien lance la moneda. Si sale cara, Blas le pagará 2 euros a Andrea (que se suman al resultado anterior). Si sale cruz, Andrea le pagará 2 euros a Blas (que también se suman al resultado anterior). Blas también tiene la opción de plantarse y no tirar la moneda, pero entonces tendrá que pagar 1 euro de penalización a Andrea (y solo ese euro).

Se os pide:

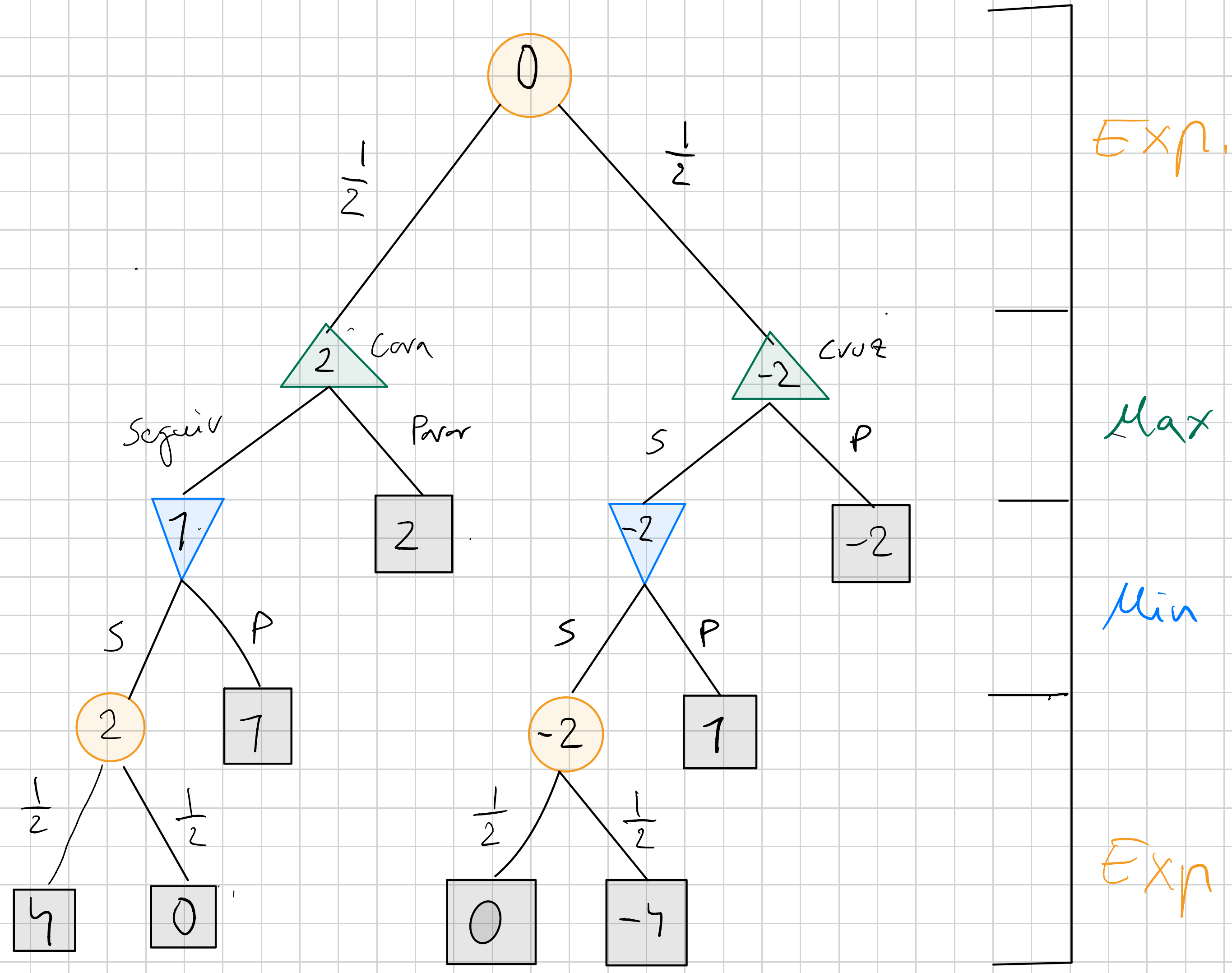
1. Formalizar los estados y acciones del problema.

2. Desarrollar el árbol de expectimax para Andrea y decir cuál es su beneficio esperado por jugar.

3. ¿Tiene sentido en este ejercicio recomendarle una acción inicial? Razona tu respuesta.

1. Estados: $E = e_i$, $i \in \{0, 1, 2, 3\}$ e_i $\{\pm 1, \pm 2\}$

Acciones: $A = a_i$, $i \in \{0, 1\}$ 0 = plantarse
1 = seg. jugando



UNIVERSITAT DE BARCELONA

Departament de Matemàtiques i Informàtica
Gran Via de les Corts Catalanes, 585
08007 Barcelona
Tel . 93 402 16 50, Fax . 93 403 16 01

Problema 16: El combate Pokémon

El intrépido Pikachu se está enfrentando a un feroz Dragonite. El combate ya lleva su tiempo y ambos Pokémon ya están un poco cansados. En particular, a Pikachu le quedan 50 puntos de salud y a Dragonite le quedan 80 puntos de salud. El primer Pokémon que llegue a 0 pierde y el otro es declarado vencedor.

Cada Pokémon en su turno utiliza un ataque y le pasa el turno al otro. Ahora mismo le toca a Pikachu, que puede realizar los siguientes ataques:

Pikachu puede lanzar Trueno, que tiene una precisión del 70%. Si acierta, le hará un daño de 50 puntos.

También puede lanzar Rayo, que es más seguro (precisión del 90%). Si acierta le quitará 30 puntos de salud.

Otra opción que puede hacer Pikachu es usar una poción para curarse y recuperar 50 puntos de salud extra. Pero sólo puede usar una poción una vez en todo el combate.

Dragonite por su parte puede utilizar el ataque Hiperrayo o Atizar. Hiperrayo tiene una precisión del 90% y le hará un daño a Pikachu de 80 puntos de salud. Dragonite, al utilizar Hiperrayo, pierde el siguiente turno porque tiene que recuperar fuerzas (pero sólo si el ataque no ha fallado). Atizar tiene una precisión del 75 % y le hará un daño a Pikachu de 40 puntos de salud.

Se os pide:

1. Formalizad el problema definiendo el conjunto de estados y acciones.

2. Desarrollad el árbol del juego para un turno de Pikachu y un turno de Dragonite.

3. Recomendad una acción inicial para Pikachu utilizando el algoritmo expectimax para

UNIVERSITAT DE BARCELONA

Departament de Matemàtiques i Informàtica
Gran Via de les Corts Catalanes, 585
08007 Barcelona
Tel . 93 402 16 50, Fax . 93 403 16 01

el árbol que habéis hecho. Utilizad como función de evaluación:

```
Si Pikachu tiene puntos de salud > 0: puntos de salud de
     Pikachu – puntos de salud de Dragonite + 25 (si poción
     disponible) + 30 (si Dragonite perderá el próximo
     turno).

Si no: -Puntos de salud de Dragonite.
```

4. Repetid el ejercicio pero ahora asumiendo que Trueno y Rayo tienen los dos una probabilidad de paralizar del 30 %. Si Dragonite se paraliza, pierde el siguiente turno.

UNIVERSITAT DE BARCELONA

Departament de Matemàtiques i Informàtica
Gran Via de les Corts Catalanes, 585
08007 Barcelona
Tel . 93 402 16 50, Fax . 93 403 16 01

el árbol que habéis hecho. Utilizad como función de evaluación:

```
Si Pikachu tiene puntos de salud > 0: puntos de salud de
     Pikachu – puntos de salud de Dragonite + 25 (si poción
     disponible) + 30 (si Dragonite perderá el próximo
     turno).

Si no: -Puntos de salud de Dragonite.
```

4. Repetid el ejercicio pero ahora asumiendo que Trueno y Rayo tienen los dos una probabilidad de paralizar del 30 %. Si Dragonite se paraliza, pierde el siguiente turno.