EXAMEN Final Gener 2017. TEORIA

Indicar nom o NIUB i la resposta correcta a la taula del final del qüestionari

1. Si u(t) és la funció esglaó, quin és el valor de 2+u(1)?
a) 1.
b) 2.
c) 3.
d) 20.
e) No es pot fer aquesta suma.

2. Degut a la propietat de linealitat de la transformada de Laplace, podem dir que...
a) la transformada d’una funció sempre és una línia recta.
b) la transformada del producte d'una constant i una funció és el producte de la constant per la transformada de la funció.
c) la transformada de la divisió de dues funcions és la divisió de les seves transformades.
d) la transformada d’una recta és igual al seu pendent.

3. Què són els pols d'una funció a l'espai de Laplace?
a) Les arrels que anul·len el numerador.
b) Les arrels que anul·len el denominador.
c) Les arrels que fan 1 a la funció.
d) Les arrels que fan inservible l'antitransformada de la funció.
e) Els frigo-dedos.

4. De la transformada de Laplace d'una bobina sabem que la corresponent impedància...
a) Augmenta amb la freqüència.
b) Disminueix amb la freqüència.
c) Augmenta amb el temps.
d) Disminueix amb el temps.
e) No depèn de la freqüència.

5. Per poder determinar la transformació completa a l’espai de Laplace d’un condensador, necessitem saber...
a) el valor de C.
b) C i el corrent que l’atravessa a t=0.
c) C i la diferència de tensió del condensador a t=0.
d) No existeix la transformada de Laplace d’un condensador.
e) Un condensador es transforma en una bobina a l’espai de Laplace.

6. Si obtenim l'antitransformada de Laplace x(t) d’un senyal X(s), el valor de x(t=−1)...
a) serà menor que 0.
b) serà igual que x(t=1).
c) serà igual a -1.
d) No podrem saber el seu valor.

7. La funció de transferència d’un circuit...
a) està definida a l’espai temporal.
b) S'obté de la relació de senyals de sortida i entrada tenint en compte condicions inicials nul·les.
c) S'obté sempre substituint s=0.
d) S'obté multiplicant els senyals d'entrada i sortida.
e) és una aplicació electrònica bancària.

8. Per un circuit lineal, si l’entrada és sinusoïdal, la sortida és:
a) No ho sabem a priori.
b) Quadrada.
c) Exponencial.
d) Sinusoïdal.
e) Una recta.

9. Si un diagrama de Bode d'amplitud ens dóna un guany de 40 dB per una determinada freqüència, si l'amplitud del senyal sinusoïdal d'entrada és de 1V, quan val l'amplitud del senyal de sortida:
a) 0V.
b) 1V.
c) 10V.
d) 100V.

10. Tenim un circuit que té dos pols, els quals tenen part imaginària negativa. És estable aquest circuit?
a) Tots els circuits són estables.
b) Sí.
c) No.
d) Tots els circuits amb pols són inestables.
e) No ho podem saber amb aquesta informació.

11. Si un circuit té dos pols i un zero a freqüència w=0, quin pendent tindrà el diagrama de Bode d'amplitud a freqüències molt baixes (menor que qualsevol de la resta de pols i zeros)?
a) 0dB/dècada.
b) 20dB/dècada.
c) 40dB/dècada.
d) -20dB/dècada.
e) -40dB/dècada.

12. La freqüència de tall d’un filtre passa-baixos es defineix com...
a) la freqüència per la qual el guany es de 0dB.
b) la freqüència per la qual el guany es de -3dB.
c) la freqüència per la qual el guany ha disminuït en 3dB respecte el guany a baixes freqüències.
d) la freqüència per la qual el guany ha augmentat en 3dB respecte el guany a baixes freqüències.
e) la freqüència per la qual el gràfic presenta un tall.

13. En un amplificador operacional que treballa a la zona no-lineal, què succeeix quan $v_+ > v_-$?

a) Que la sortida val zero.
b) Que la sortida val V_{cc-}.
c) Que la sortida val V_{cc+}.
d) Això no pot succeir treballant a la zona no-lineal.
e) Es crema l'amplificador.

14. De les entrades + i — d'un amplificador operacional ideal, sabem que:

a) Les seves tensions són sempre iguals.
b) Les seves tensions sempre són iguals però amb diferent signe, per exemple +5V i -5V.
c) Els seus corrents són sempre iguals.
d) No tenen res en comú.
e) Serveixen per sumar o restar senyals a la sortida.

15. En un amplificador operacional ideal s'assumeix:

a) Impedàncies d'entrada nul·les i sortida com a font de corrent ideal.
b) Impedàncies d'entrada nul·les i sortida com a font de tensió ideal.
c) Impedàncies d'entrada infinites i sortida com a font de corrent ideal.
d) Impedàncies d'entrada infinites i sortida com a font de tensió ideal.

16. Amb amplificadors operacionals treballant a la zona no-lineal...

a) $V_- = V_+$.
b) $I_+=I_-$.
c) Vo pot prendre qualsevol valor entre Vcc+ i Vcc-.
d) Vo només pot prendre dos valors de tensió diferents.
e) $V_- = V_+=0$V.

17. Un amplificador operacional treballant en zona lineal té un valor de tensió de sortida 15V. Llavors podem dir que:

a) Això no és possible.
b) Vcc+=15V.
c) Vcc-=-15V.
d) Vcc+=30V.
e) No podem assegurar cap de les respostes anteriors.

18. Amb les cel·les de Sallen & Key podem:

a) Ficar algú a la presó.
b) Només crear filtres de Butterworth.
c) Crear filtres de diferents tipus.
d) Crear sumadors i restadors.
e) Crear comparadors.

19. En comparació als filtres passius, amb un filtre actiu podem aconseguir...

a) Guanys variables amb el temps.
b) guanys superiors a 1.
c) freqüències de tall superiors a 1 rad/s.
d) freqüències de tall variables amb el temps.

20. Es pot utilitzar la transformada de Laplace amb un circuit amb amplificadors operacionals?

a) Sí, sempre.
b) No, mai.
c) Sí, però només quan treballa a la zona linial.
d) Sí, però només quan treballa a la zona no-linial.

NOM:

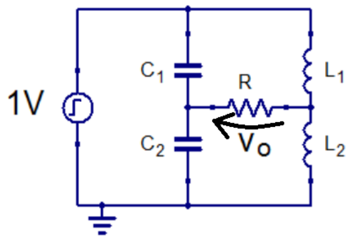
Indicar aquí l'única resposta correcta

Pregunta	Resp.	Pregunta	Resp.
1	c	11	d
2	b	12	c
3	b	13	c
4	a	14	c
5	c	15	d
6	d	16	d
7	b	17	e
8	d	18	c
9	d	19	b
10	e	20	c

Resposta Correcta=0.15 Resposta Incorrecta=-0.05

EXAMEN Final Gener 2017. Problemes.

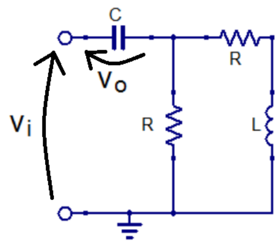
P1) (1.5 punts) Obtenir $v_o(t)$ pel circuit següent:



Preneu condicions inicials nul·les. I per tal de facilitar els càlculs, apliqueu Thevenin entre els dos nodes de la resistència. Preneu també els següents valors dels components (encara que poc realistes): R = 1 Ω, C_1 = 0.25 F, C_2 = 0.75 F, L_1=1 H, L_2=1 H).

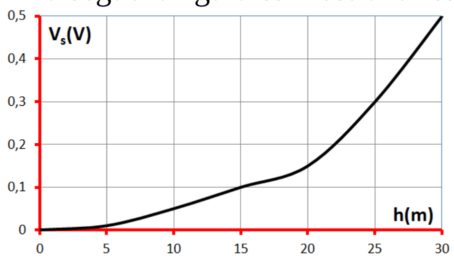
(Si no us refieu de $V_o(s)$ que heu obtingut, utilitzeu $V_o(s) = 0.05 \cdot \frac{10}{3 \cdot s^2 + 6 \cdot s + 6}$).

P2) (1.5 punt) Pel següent circuit:



- Obtenir la funció de transferència del següent circuit, prenent v_o com el senyal de sortida i v_i el d'entrada.
- Dibuixa de forma aproximada el diagrama de Bode d'amplitud prenent els següents valors: R = 100 Ω, C = 1 F, L=1H. Indica també els pendents. (si surten números complexes, preneu com a freqüència associada el seu mòdul). (Si no heu pogut obtenir la funció de transferència al primer apartat, utilitzeu $H(s) = \frac{2 \cdot s + 2}{2s^2 + 20.2 \cdot s + 2}$).

P3) (1 punt) A dues preses d'un mateix riu hem disposat sensors de nivell (ens proporciona un senyal relacionat amb l'altura de l'aigua de la presa corresponent). Volem dissenyar un circuit per tal de què la capacitat total de les dues preses no superi un cert valor. Per aquest objectiu farem saltar una alarma quan la suma de les altures de les dues preses sigui superior a aproximadament 40 metres. A la següent figura es mostra la resposta dels sensors de nivell:

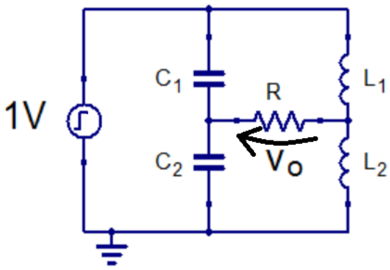


Per fer-ho, feu aquests pasos:

- Per cada sensor, dissenya un circuit amb amplificadors operacionals per obtenir una tensió entre 0 i 15V pel rang d'altures entre 15m i 25m. Dibuixeu també el diagrama de blocs.
. Per l'alarma, dissenya una segona part per obtenir 5V quan la suma de les sortides dels circuits dissenyats superi els 15V, i 0V quan sigui inferior als 15V.

Indiqueu també els valors d'alimentació dels amplificadors operacionals raonadament.

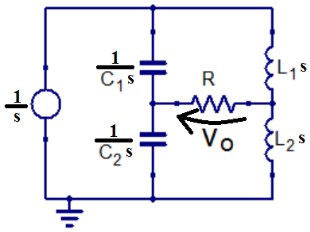
P1) (1.5 punts) Obtenir $v_o(t)$ pel circuit següent:



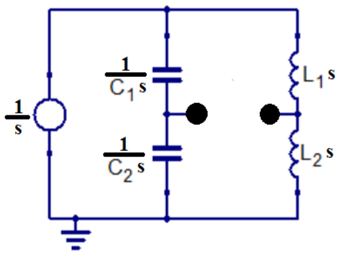
Preneu condicions inicials nul·les.
Per tal de facilitar els càlculs, apliqueu Thevenin entre els dos nodes de la resistència. Preneu també els següents valors dels components (encara que poc realistes): R = 1 Ω, C_1 = 0.25 F, C_2 = 0.75 F, L_1=1 H, L_2=1 H).

(Si no us refieu de $V_o(s)$ que heu obtingut al problema, utilitzeu $V_o(s) = 0.05 \cdot \frac{10}{3 \cdot s^2 + 6 \cdot s + 6}$).

Ens diuen explícitament que hem de prendre condicions inicials nul·les. Per tant, $v_c(0)$= 0 i $i_L(0)$=0. Per tant, el circuit a l'espai de Laplace serà el següent:



Per resoldre aquest circuit amb Kirchhoff necessitaríem massa equacions, així que fem com ens demana l'enunciat que és aplicant Thevenin entre els dos terminals de la resistència. Per tant, el circuit que ens queda per aplicar Thevenin és el següent:



Ara hem d'obtenir Z_{th} i V_{th}. Per obtenir V_{th} hem de resoldre aquest circuit i obtenir la diferència de tensió entre els dos punts pels quals hem tallat el circuit. Jo prendré A a l'esquerra i B a la dreta. Aquest circuit és bastant fàcil de resoldre ja que tenim dos divisors de tensió i per tant V_{th} és la diferència de les dues tensions obtingudes:

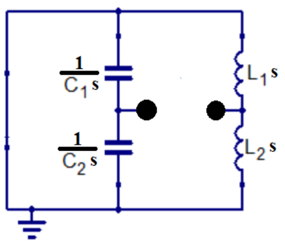
$$V_A(s) = \frac{\frac{1}{C_2 \cdot s}}{\frac{1}{C_1 \cdot s} + \frac{1}{C_2 \cdot s}} \cdot \frac{1}{s} = \frac{1}{\frac{C_2}{C_1} + 1} \cdot \frac{1}{s} = \frac{C_1}{C_1 + C_2} \cdot \frac{1}{s}$$

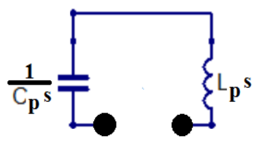
$$V_B(s) = \frac{L_2 \cdot s}{L_1 \cdot s + L_2 \cdot s} \cdot \frac{1}{s} = \frac{L_2}{L_1 + L_2} \cdot \frac{1}{s}$$

$$\Rightarrow V_{th} = V_A - V_B = \left(\frac{C_1}{C_1 + C_2} - \frac{L_2}{L_1 + L_2} \right) \cdot \frac{1}{s} = p \cdot \frac{1}{s}$$

a on $p \equiv \frac{C_1}{C_1+C_2} - \frac{L_2}{L_1+L_2}$, és una constant amb valor -0.25.

Ara ens queda obtenir Z_{th}. Per això eliminem les fonts i fem les combinacions dels components, mantenint sempre A i B intactes:



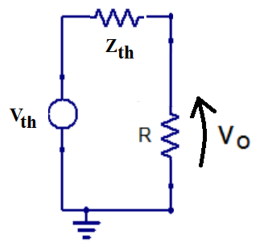


Combinació paral·lel dels condensadors i de les bobines

C_p i L_p són el condensador i inductància equivalents paral·lels: $C_p = C_1 + C_2$, $L_p = \frac{L_1 \cdot L_2}{L_1 + L_2}$.
Aquestes expressions també s'obtenen aplicant directament el càlcul del paral·lel dels components. I aquests dos components estan en sèrie, per tant:

$$Z_{th} = \frac{1}{C_p \cdot s} + L_p \cdot s = \frac{1 + C_p \cdot L_p \cdot s^2}{C_p \cdot s}$$

El circuit resultant resulta ser un divisor de tensió:



Per tant:

$$V_o(s) = \frac{R}{R + Z_{th}} \cdot V_{th} = \frac{R}{R + \frac{1 + C_p \cdot L_p \cdot s^2}{C_p \cdot s}} \cdot p \cdot \frac{1}{s} = p \cdot R \cdot \frac{C_p \cdot s}{R \cdot C_p \cdot s + 1 + C_p \cdot L_p \cdot s^2} \cdot \frac{1}{s}$$

$$\Rightarrow V_o(s) = \frac{p \cdot R}{L_p} \cdot \frac{1}{s^2 + \frac{R}{L_p} \cdot s + \frac{1}{C_p \cdot L_p}}$$

Prenent els valors de R, C i L del problema en el SI d'unitats:

$$V_o(s) = -0.5 \cdot \frac{1}{s^2 + 2 \cdot s + 2}$$

Ara hem d'antitransformar aquest senyal. Si ens adonem, aquesta expressió apareix a la taula de transformades si podem el denominador com $(s+1)^2+1$. Per tant, podríem directament obtenir l'antitransformada de la taula del formulari. Però si no ens adonem, podem utilitzar igualment el procediment general. Jo faré aquest procediment. El primer pas de posar el coeficient 1 als termes de s de major exponent ja està realitzat. El següent pas consisteix en trobar els pols:

$$s^2 + 2 \cdot s + 2 = 0 \quad \Rightarrow p_{1,2} = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2}}{2 \cdot 1} = -1 \pm i$$

Per tant, sabem que podem posar aquesta funció com:

$$V_o(s) = \frac{k_1}{s - (-1 + i)} + \frac{k_2}{s - (-1 - i)}$$

I obtenim k_1 i k_2 com:

$$k_1 = V_o(s) \cdot (s - [-1 + i])\Big|_{s=-1+i} = -0.5 \cdot \frac{1}{(s - [-1 + i]) \cdot (s - [-1 - i])} \cdot (s - [-1 + i])\Bigg|_{s=-1+i} =$$

$$= -0.5 \cdot \frac{1}{(s - [-1 - i])}\Bigg|_{s=-1+i} = -0.5 \cdot \frac{1}{(-1 + i - [-1 - i])} = -0.5 \cdot \frac{1}{2 \cdot i} = -0.5 \cdot \frac{1}{2} \cdot (-i) = 0.25 \cdot i$$

k_2 s'obté de la mateixa forma. Però com que sabem que per dos pols complexes conjugats, les solucions de k_i són també complexes conjugades:

$$\Rightarrow k_2 = -0.25 \cdot i$$

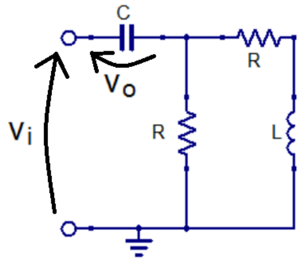
Ara ja podem antitransformar, ja que sabem l'antitransformada de 1/(s+a) (o el que és similar, 1/(s-a)):

$$v_o(t) = k_1 \cdot e^{[-1+i] \cdot t} + k_2 \cdot e^{[-1-i] \cdot t} = 0.25 \cdot e^{-t} \cdot i \cdot \left[e^{i \cdot t} - e^{-i \cdot t}\right] = 0.25 \cdot e^{-t} \cdot i \cdot [\cos(t) + i \cdot \sin(t) - \cos(-t) - i \cdot \sin(-t)]$$

$$= 0.25 \cdot e^{-t} \cdot i \cdot [\cos(t) + i \cdot \sin(t) - \cos(t) + i \cdot \sin(t)] = 0.25 \cdot e^{-t} \cdot i \cdot 2 \cdot i \cdot \sin(t) = -0.5 \cdot e^{-t} \cdot \sin(t)$$

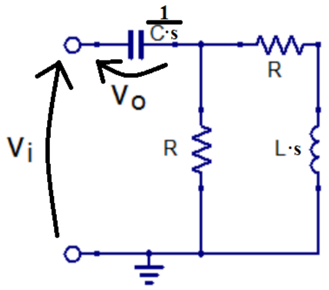
Aquesta expressió és vàlida només per t>0.

P2) (1.5 punt) Pel següent circuit:



- Obtenir la funció de transferència del següent circuit, prenent v_o com el senyal de sortida i v_i el d'entrada.
- Dibuixa de forma aproximada el diagrama de Bode d'amplitud prenent els següents valors: R = 100 Ω, C = 1 F, L = 1 H. Indica també els pendents. (si surten números complexes, preneu com a freqüència associada el seu mòdul). (Si no heu pogut obtenir la funció de transferència al primer apartat, utilitzeu $H(s) = \dfrac{2 \cdot s + 2}{2s^2 + 20.2 \cdot s + 2}$).

Per obtenir la funció de transferència hem de prendre condicions inicials nul·les (per definició). Per tant, la transformació del circuit és bastant immediata:



Aquí podem fer les combinacions dels components de la dreta sense afectar $V_i(s)$ ni $V_o(s)$. R està en paral·lel amb L, i aquesta combinació en paral·lel amb la R vertical:

$$Z_p = \frac{(R + L \cdot s) \cdot R}{R + L \cdot s + R} = \frac{R^2 + R \cdot L \cdot s}{L \cdot s + 2 \cdot R}$$

I ara tenim un divisor de tensió amb el condensador, i la caiguda de tensió al condensador serà:

$$V_o(s) = \frac{\frac{1}{C \cdot s}}{\frac{1}{C \cdot s} + Z_p} \cdot V_i(s) = \frac{1}{1 + C \cdot s \cdot \frac{R^2 + R \cdot L \cdot s}{L \cdot s + 2 \cdot R}} \cdot V_i(s) = \frac{L \cdot s + 2 \cdot R}{L \cdot s + 2 \cdot R + R^2 \cdot C \cdot s + R \cdot C \cdot L \cdot s^2} \cdot V_i(s) =$$

$$= \frac{1}{R \cdot C} \cdot \frac{s + \frac{2 \cdot R}{L}}{s^2 + \left(\frac{1}{R \cdot C} + \frac{R}{L} \right) \cdot s + \frac{2}{C \cdot L}} \cdot V_i(s)$$

Per tant, la funció de transferència ens queda:

$$H(s) = \left.\frac{V_o}{V_i}\right|_{CI=0} = \frac{1}{R \cdot C} \cdot \frac{s + \dfrac{2 \cdot R}{L}}{s^2 + \left(\dfrac{1}{R \cdot C} + \dfrac{R}{L}\right) \cdot s + \dfrac{2}{C \cdot L}}$$

Utilitzant els valors de R, L i C que ens donen al segon apartat, la funció de transferència ens queda:

$$H(s) = 0.01 \cdot \frac{s + 200}{s^2 + 100 \cdot s + 2}$$

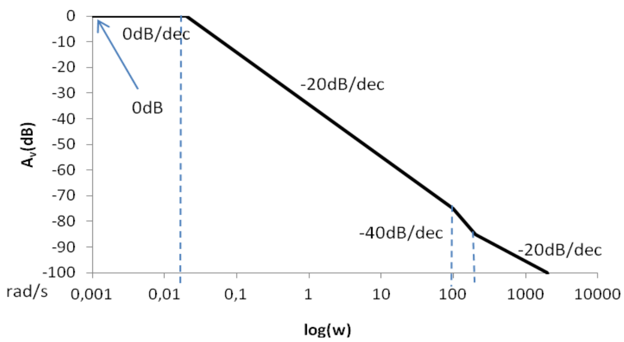
Ara ens demanen que dibuixem el diagrama de Bode aproximat per aquesta funció de transferència. Per això, primer hem d'obtenir els seus pols i zeros. Aquí tenim un zero igual a -200 i dos pols amb valor:

$$s^2 + 100 \cdot s + 2 = 0 \quad \Rightarrow p_{1,2} = \frac{-100 \pm \sqrt{100^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2}}{2 \cdot 1} = -50 \pm 49.98 = \begin{vmatrix} -99.98 \\ -0.02 \end{vmatrix}$$

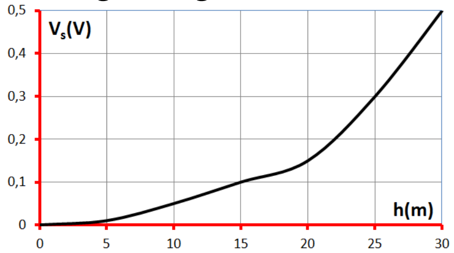
Com que sabem que els zeros augmenten el pendent en 20dB/dec i els pols la disminueixen en la mateixa quantitat, podem dibuixar la forma del diagrama de Bode d'amplitud. La corba vindrà amb pendent 0 ja que no hi ha pols ni zeros a freqüència 0. Quan arribem al pol de freqüència 0.02rad/s, disminuirà el pendent en 20dB/dec, amb la qual cosa el pendent ens quedarà 0dB/dec - 20dB/dec = -20dB/dec. Desprès arriba el segon pol a freqüencia de 100rad/s, disminuint el pendent 20dB/dec més. Per tant, -40dB/dec. I seguidament arribem al zero en freqüencia de 200rad/s, que augmentarà el pendent en 20dB/dec, i per tant canviarà el pendent a -20dB/dec.
Ara només fa falta situar la corba en l'eix y. Per això, hem d'obtenir el valor de la funció de transferència en punts allunyats de pols i zeros fent les aproximacions apropiades. El més fàcil en aquest cas és obtenir el valor en w=0 rad/s. Per això substituïm s=0. Llavors,

$$|H(j0)| = 1 \quad \Rightarrow 20 \cdot \log(|H(j0)|) \approx 0\ dB$$

Per tant, el diagrama de Bode d'amplitud ens quedaria:



P3) (1 punt) A dues preses d'un mateix riu hem disposat sensors de nivell (ens proporciona un senyal relacionat amb l'altura de l'aigua de la presa corresponent). Volem dissenyar un circuit per tal de què la capacitat total de les dues preses no superi un cert valor. Per aquest objectiu farem saltar una alarma quan la suma de les altures de les dues preses sigui superior a aproximadament 40 metres. A la següent figura es mostra la resposta dels sensors de nivell:



Per fer-ho, feu aquests pasos:

- Per cada sensor, dissenya un circuit amb amplificadors operacionals per obtenir una tensió entre 0 i 15V pel rang d'altures entre 15m i 25m. Dibuixeu també el diagrama de blocs.

. Per l'alarma, dissenya una segona part per obtenir 5V quan la suma de les sortides dels circuits dissenyats superi els 15V, i 0V quan sigui inferior als 15V.

Indiqueu també els valors d'alimentació dels amplificadors operacionals raonadament.

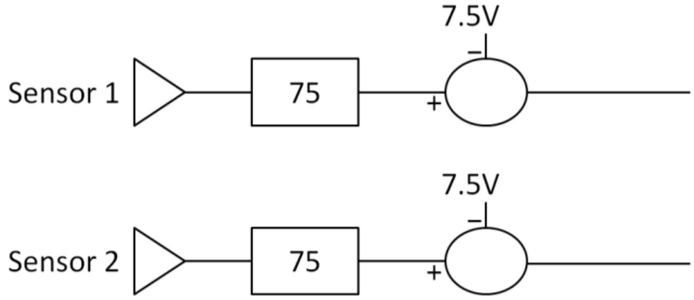
Abans de tot, recordar que no hi ha una solució única per aquest tipus de problema. Aquí s'exposa una d'aquestes solucions.
Primer mirem de trobar el rang de valors de tensió de entrada. Per 15m, el sensor ens dóna un valor de tensió de sortida de 0.1V, mentre que per 25m ens dóna 0.3V.

Com que volem que la tensió de sortida del nostre circuit sigui de 0V fins a 15V, el factor pel qual haurem de multiplicar és:

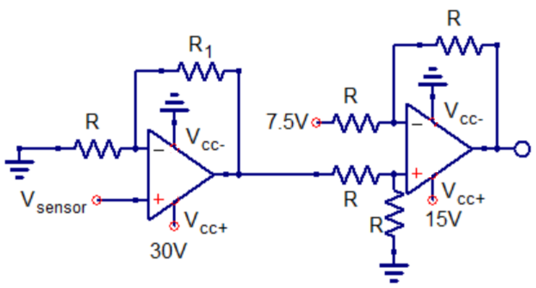
$$amplificació = \frac{15V - 0V}{0.3V - 0.1V} = \frac{15}{0.2} = 75$$

Per aquesta amplificació, jo faré servir un amplificador no-inversor per cada sensor.

Després de l'amplificador, tindrem un senyal que tindrà el rang de valors de 7.5V fins a 22.5V. El que hem de fer ara és restar-li 7.5V a aquest senyal. Per això utilitzarem un restador amb totes les resistències del mateix valor.
El diagrama de blocs ens podria quedar com:



I el circuit d'un dels sensors podria quedar com el següent:



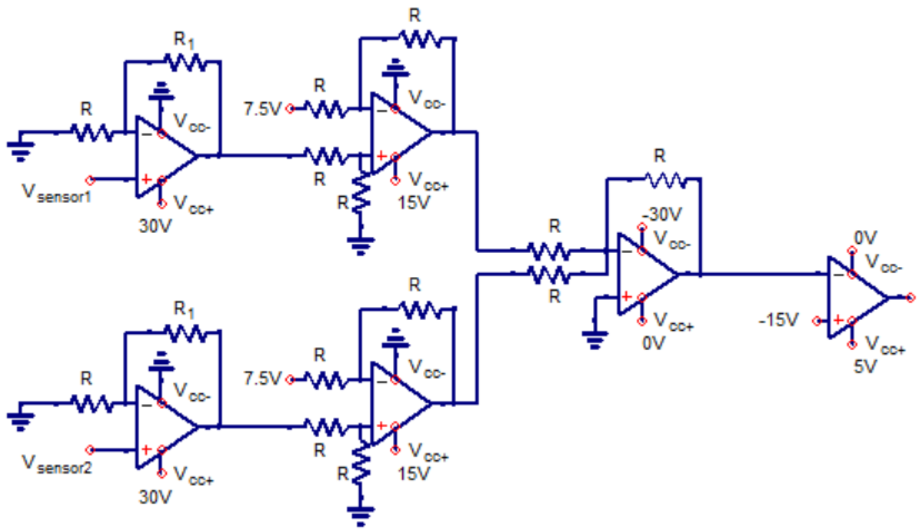
Com R podem prendre el valor de 1kΩ. I per R_1, 74kΩ ja que el guany de l'amplificador no-inversor és $1+\frac{R_1}{R}$

Alimentacions dels amplificadors: Per definir les alimentacions hem d'obtenir els valors de tensions de sortida dels amplificadors:

- Primer amplificador: sortida entre 7.5V i 22V.
- Segon amplificador: sortida entre 0V i 15V.

Per tant, per l'alimentació V_{cc+} podríem fixar un valor per tots els amplificadors que sigui major que el màxim valor de sortida de tots dos amplificadors. Per exemple +25V (també es donaria per vàlid un valor de 22V). I pel que fa a l'alimentació V_{cc-} podríem utilitzar un valor de 0V.

Ara manca l'alarma. Per això, primer hem de sumar les dues sortides amb un sumador (que és inversor). I desprès utilitzarem un comparador amb l'entrada positiva amb el valor de tensió umbral, però canviat de signe (-15V) degut a que la sortida del sumador és inversora. Per tant, el circuit ens quedarà:



Com que el sumador és inversor, l'alimentació de l'operacional serà de 0V i -30V, mentre que pel comparador serà de 0V i 5V, que són els valors que volem tenir a la sortida per l'alarma.