

**Exercici 17**

Resoleu el sistema de congruències:

$$x \equiv 1 \pmod{6}, x \equiv 2 \pmod{7}, x \equiv 3 \pmod{17}$$

doneu la solució més petita.

**Solució 17.**

Com s'observa  $\text{mcd}(6, 7) = \text{mcd}(7, 17) = \text{mcd}(6, 17) = 1 \Rightarrow \exists$  una solució al sistema de congruències.

$$\text{Com } x \equiv 1 \pmod{6} \Rightarrow x = 6l + 1$$

$$\text{Com } x \equiv 2 \pmod{7} \Rightarrow [x]_7 = [6l + 1]_7 = [2]_7$$

$$\Rightarrow [6l]_7 = [1]_7$$

$$\Rightarrow [l]_7 = ([6]_7)^{-1}[1]_7$$

$$\Rightarrow [l]_7 = [6]_7[1]_7$$

$$\Rightarrow l = 7q + 6 \Rightarrow x = 6(7q + 6) + 1 = 42q + 37$$

$$\text{Com } x \equiv 3 \pmod{17} \Rightarrow [x]_{17} = [42q + 37]_{17} = [3]_{17}$$

$$\Rightarrow [42q]_{17} = [-34]_{17}$$

$$\Rightarrow [q]_{17} = ([42]_{17})^{-1}[0]_{17} = [0]_{17}$$

$$\Rightarrow q = 17r \Rightarrow x = 42(17r) + 37 = 714r + 37$$

Totes les solucions del sistema és:  $x = 714r + 37 \forall r \in \mathbb{Z}$  o  $x \equiv 37 \pmod{714}$

La solució més petita positiu del sistema seria 37.