

LÒGICA I LLENGUATGES

CURSO 2021-22

PRIMERA PRUEBA PARCIAL DE PROBLEMAS

(a) Consideremos las siguientes fórmulas:

$$\varphi_1 = (P \rightarrow Q) \rightarrow ((P \vee Q) \rightarrow (P \wedge Q)),$$

$$\varphi_2 = (P \rightarrow \neg(Q \vee R)) \wedge (P \wedge (\neg Q \rightarrow R)),$$

$$\varphi_3 = (\neg P \rightarrow (Q \rightarrow (P \wedge R))) \rightarrow R,$$

$$\varphi_4 = ((P \rightarrow \neg Q) \wedge (R \rightarrow Q)) \rightarrow \neg(P \wedge R).$$

Se pide entonces:

(1) Determinar si $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ y φ_4 son tautologías, satisfactibles o contradicciones.

(2) Calcular formas normales conjuntivas de $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ y φ_4 .

(5 puntos)

(b) Consideremos el siguiente problema. Una academia de idiomas tiene cuatro horas lectivas cada día laborable, es decir 20 horas semanales de clase numeradas de 1 a 20. Además, la academia tiene 10 grupos de estudiantes y 10 profesores. Para cada grupo j (con $j \leq 10$) disponemos de la lista L_j de horas semanales en las que tiene clase el grupo j . Y para cada profesor i (con $i \leq 10$) tenemos una lista R_i , que contiene las horas semanales en las que no puede dar clase el profesor i . Deseamos saber si es posible hacer los horarios de manera que se asigne a cada grupo un solo profesor y a cada profesor un solo grupo, respetando las restricciones de los profesores. Representar entonces este problema mediante una fórmula proposicional en forma normal conjuntiva de manera que pueda ser resuelto por un SAT-solver. Para ello, para $i \in \{1, \dots, 10\}$ y $j \in \{1, \dots, 10\}$, considerar la proposición P_{ij} que significa que “el profesor i da clase al grupo j ”.

(5 puntos)