

# Inteligencia Artificial

# Resolución de problemas:

# Búsqueda informada





# Búsqueda informada

- Heurísticas
- Estrategias de búsqueda informada
  - Búsqueda voraz (greedy) o primero mejor
  - Búsqueda A\*



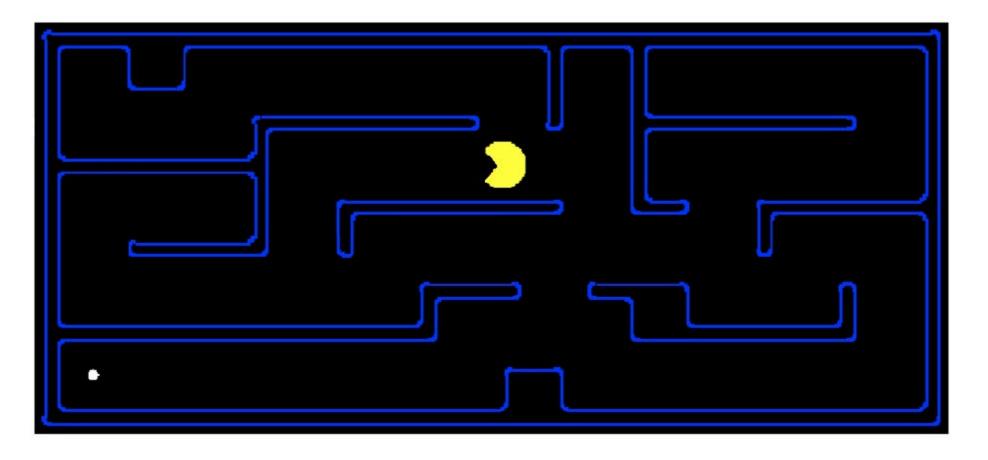
#### Heurísticas

- La búsqueda informada mejora a la búsqueda no informada mediante la introducción en el proceso de búsqueda, de información específica del problema que permita acelerar la búsqueda.
- Una heurística h(n) es una estimación de lo cercano que se encuentra un nodo al objetivo
- Las heurísticas únicamente son válidas para un problema (no son generales).



### Heurísticas

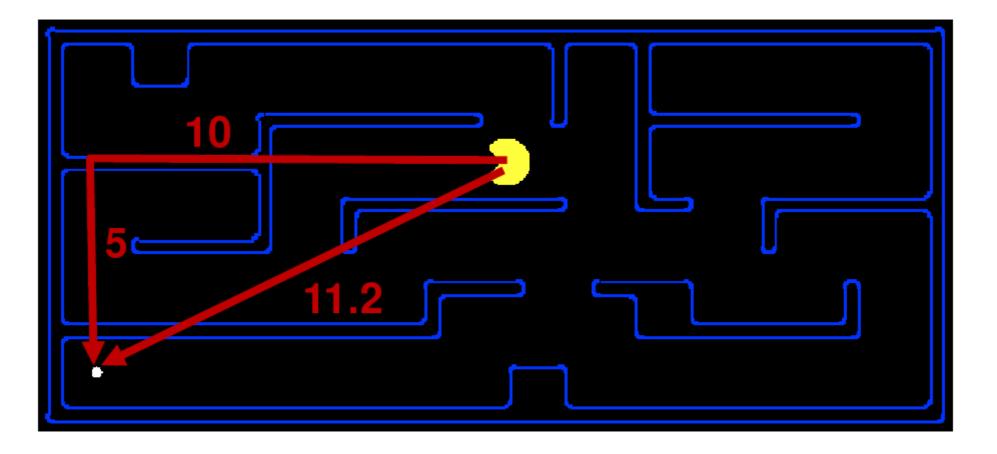
Ejemplos en Pacman: ?





#### Heurísticas

 Ejemplos en Pacman: distancia Euclídea, distancia Manhattan.





 Expande el nodo que parece estar más cerca del objetivo (aquel que minimiza h(n))



- Expande el nodo que parece estar más cerca del objetivo (aquel que minimiza h(n))
- Implementación:
  - La frontera se ordena siguiendo un orden creciente de la heurística: se sacan primero los nodos de menor heurística

```
función BEST-FIRST-SEARCH(problema, f) devuelve una solución o fallo
nodo ← CREAR-NODO(problema.estado-inicial), alcanzados ← Ø, frontera ← Ø
INSERTAR((problema.estado-inicial, nodo), alcanzados)
INSERTAR(nodo, frontera)
bucle while not VACIA? (frontera) hacer
nodo ←SACAR-BORRANDO-PRIMERO(frontera)
si ES-OBJETIVO (nodo.estado) entonces devolver SOLUCION(nodo)
bucle for each sucesor en EXPANDIR(nodo, problema) hacer
s ← sucesor.estado
si s no está en alcanzados o (sucesor.coste-camino < alcanzados[s].coste-camino) entonces
alcanzados[s] ← sucesor
INSERTAR(sucesor, frontera)
devolver fallo
```

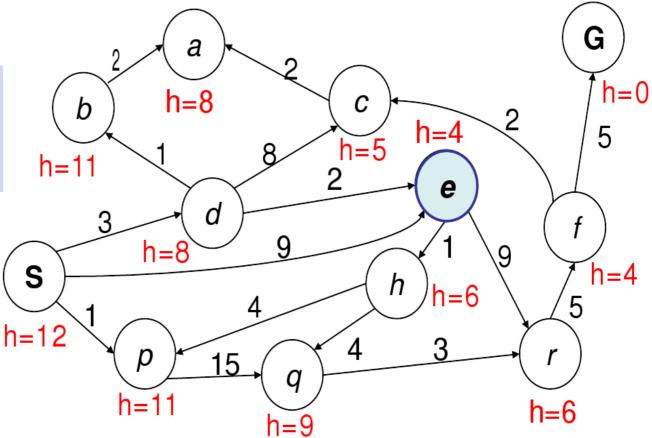


- Expande el nodo que parece estar más cerca del objetivo (aquel que minimiza h(n))
- Función de evaluación f(n)=h(n)

#### Solución?

- Nodo inicial: e

- Nodo objetivo: **G** 





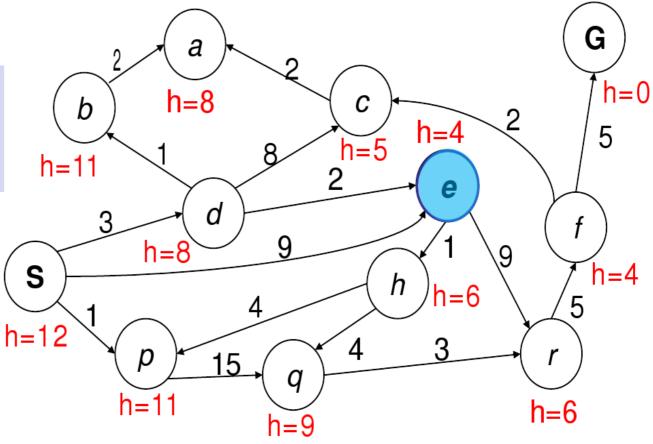
- Expande el nodo que parece estar más cerca del objetivo (aquel que minimiza h(n))
- Función de evaluación f(n)=h(n)

#### Solución?

- Nodo inicial: e

- Nodo objetivo: **G** 

al={e} f={e} It1: n=e≠G al={e,h,r} f={h(6),r(6)}





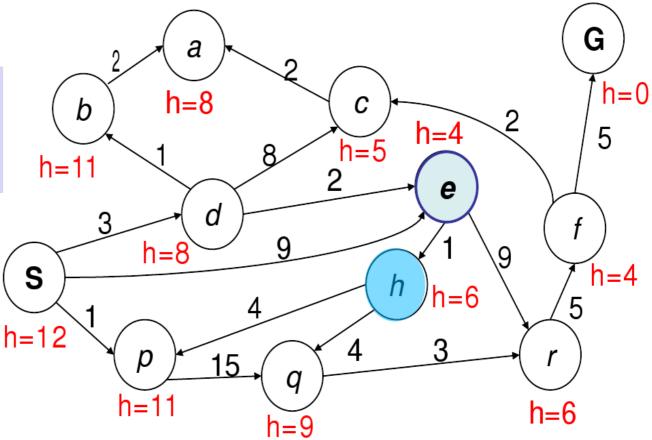
- Expande el nodo que parece estar más cerca del objetivo (aquel que minimiza h(n))
- Función de evaluación f(n)=h(n)

#### Solución?

- Nodo inicial: e

- Nodo objetivo: **G** 

al={e,h,r} f={h(6),r(6)} It2: n=h≠G al={e,h,r,p,q} f={r(6),q(9),p(11)}



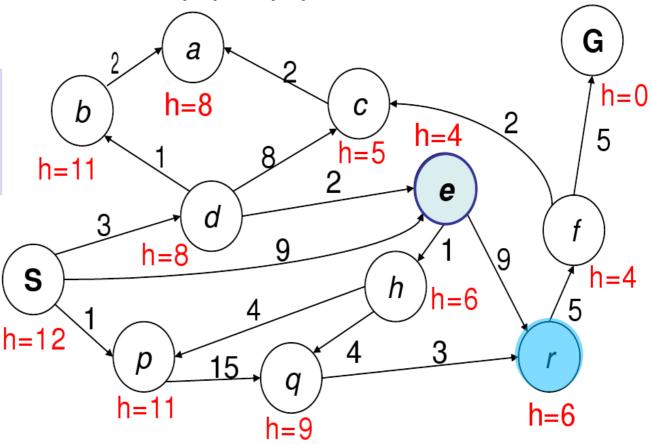


- Expande el nodo que parece estar más cerca del objetivo (aquel que minimiza h(n))
- Función de evaluación f(n)=h(n)

#### Solución?

- Nodo inicial: e

- Nodo objetivo: **G** 





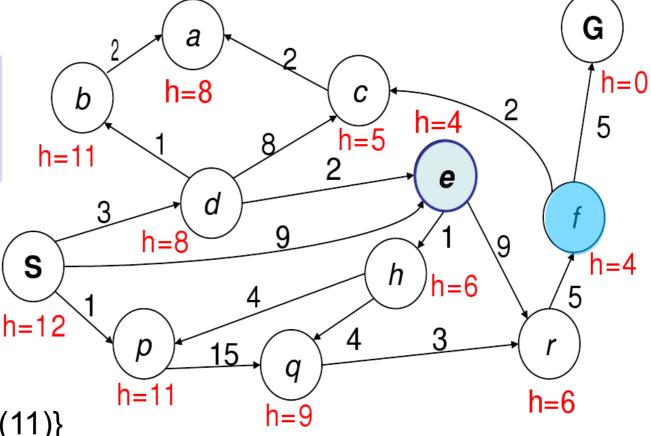
- Expande el nodo que parece estar más cerca del objetivo (aquel que minimiza h(n))
- Función de evaluación f(n)=h(n)

#### Solución?

- Nodo inicial: e

- Nodo objetivo: **G** 

al={e,h,r,p,q,f} f={f(4),q(9),p(11)} It4: n=f $\neq$ G al={e,h,r,p,q,f,c,G} f={G(0),c(5),q(9),p(11)}



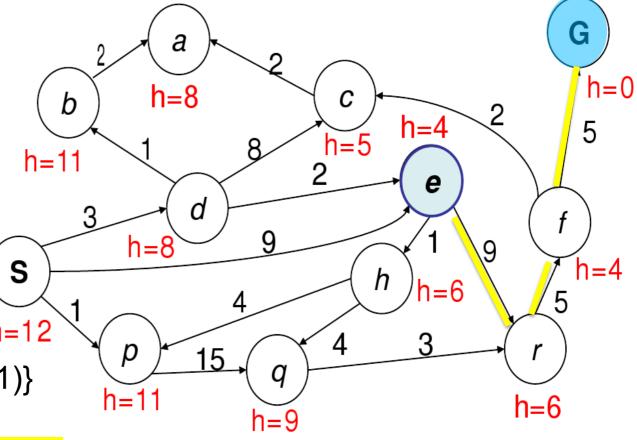


- Expande el nodo que parece estar más cerca del objetivo (aquel que minimiza h(n))
- Función de evaluación f(n)=h(n)

#### Solución?

- Nodo inicial: e

- Nodo objetivo: **G** 



al={e,h,r,p,q,f,c,G} h=12f={G(0),c(5),q(9),p(11)} It5: n=G=G



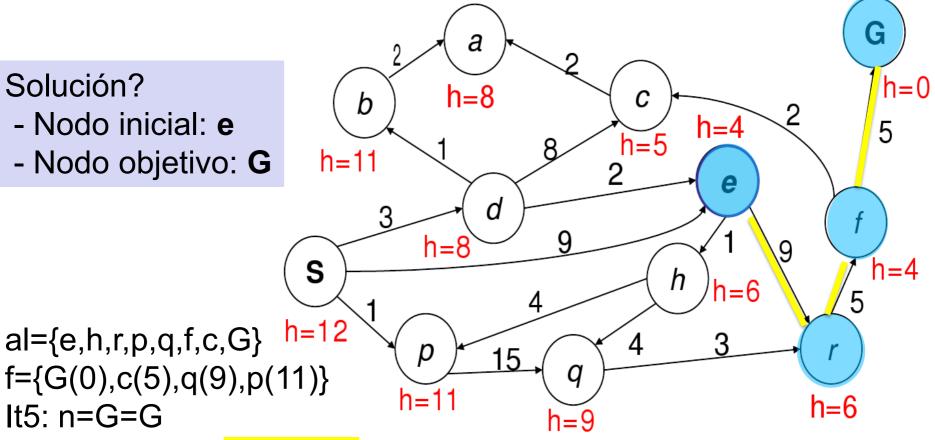
- Expande el nodo que parece estar más cerca del objetivo (aquel que minimiza h(n))
- Función de evaluación f(n)=h(n)

#### Solución?

- Nodo inicial: e

- Nodo objetivo: **G** 

 $al=\{e,h,r,p,q,f,c,G\}$ 



Inteligencia Artificial

[]NIVERSITAT DE



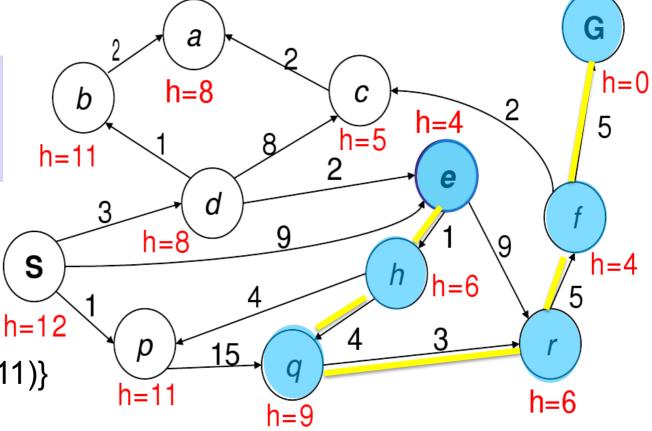
Inteligencia Artificial

- Expande el nodo que parece estar más cerca del objetivo (aquel que minimiza h(n))
- Función de evaluación f(n)=h(n)

#### Solución?

- Nodo inicial: e

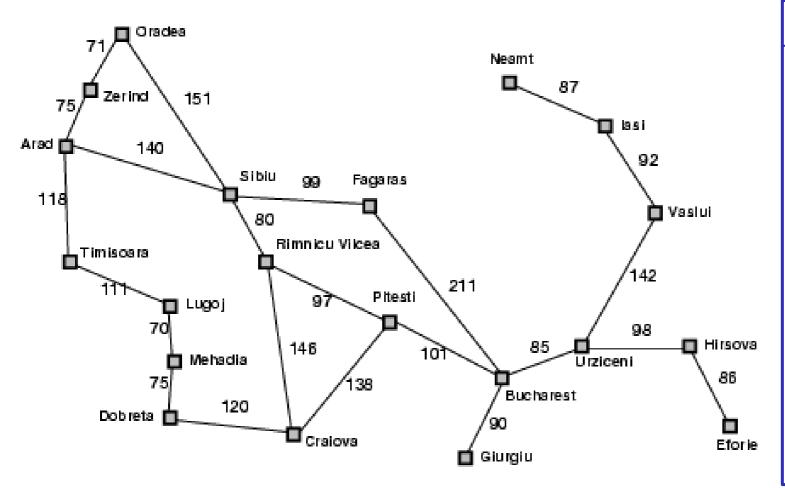
- Nodo objetivo: **G** 



al={e,h,r,p,q,f,c,G} h=12f={G(0),c(5),q(9),p(11)} It5: n=G=G



# Romania (distancias en km)



Straight-line distan to Bucharest	ce
Arad	366
Bucharest	0
Craiova	160
Dobreta	242
Eforie	161
Fagaras	176
Giurgiu	77
Hirsova	151
Iasi	2.26
Lugoj	244
Mehadia	241
Neamt	2.34
Oradea	380
Pitesti	10
Rimnicu Vilcea Sibiu	193
	253
Timisoara	329
Urziceni	80
Vaslui Zerind	199
Zerina	374

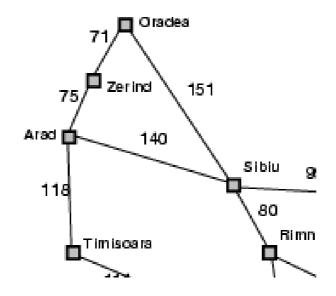


Inteligencia Artificial

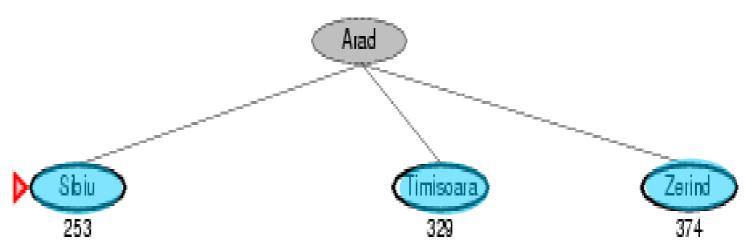


frontera

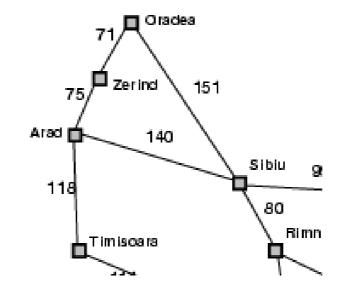
Arad	366	Mehadia	241
<b>Bucharest</b>	0	Neamt	234
Craiova	160	Oradea	380
Drobeta	242	Pitesti	100
<b>Eforie</b>	161	Rimnicu V	ilcea 193
Fagaras	176	Sibiu	253
Giurgiu	77	Timisoara	329
Hirsova	151	Urziceni	80
Iasi	226	Vaslui	199
Lugoj	244	Zerind	374



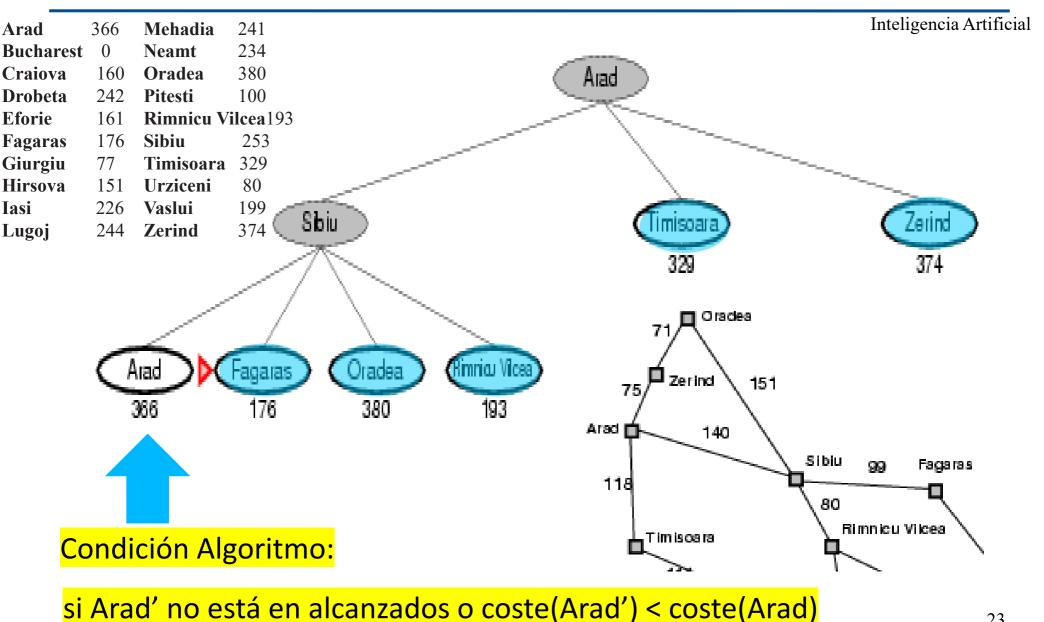




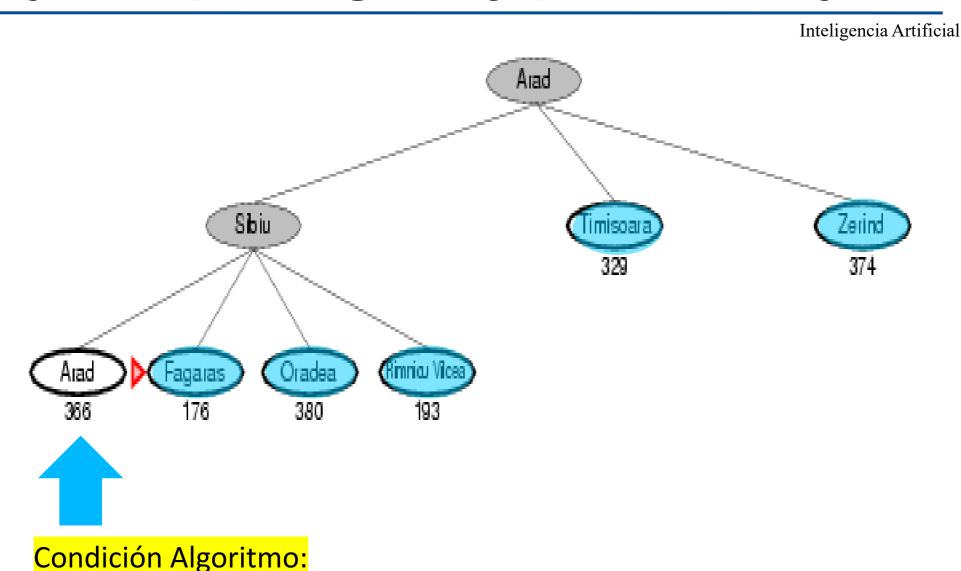
Arad	366	Mehadia	241
<b>Bucharest</b>	0	Neamt	234
Craiova	160	Oradea	380
Drobeta	242	Pitesti	100
<b>Eforie</b>	161	Rimnicu V	ilcea 193
Fagaras	176	Sibiu	253
Giurgiu	77	Timisoara	329
Hirsova	151	Urziceni	80
Iasi	226	Vaslui	199
Lugoj	244	Zerind	374





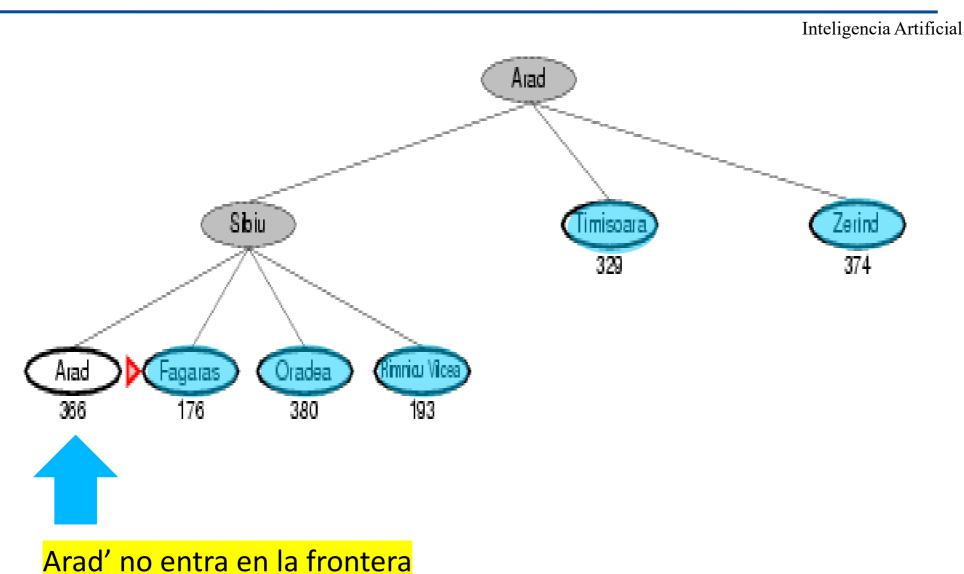




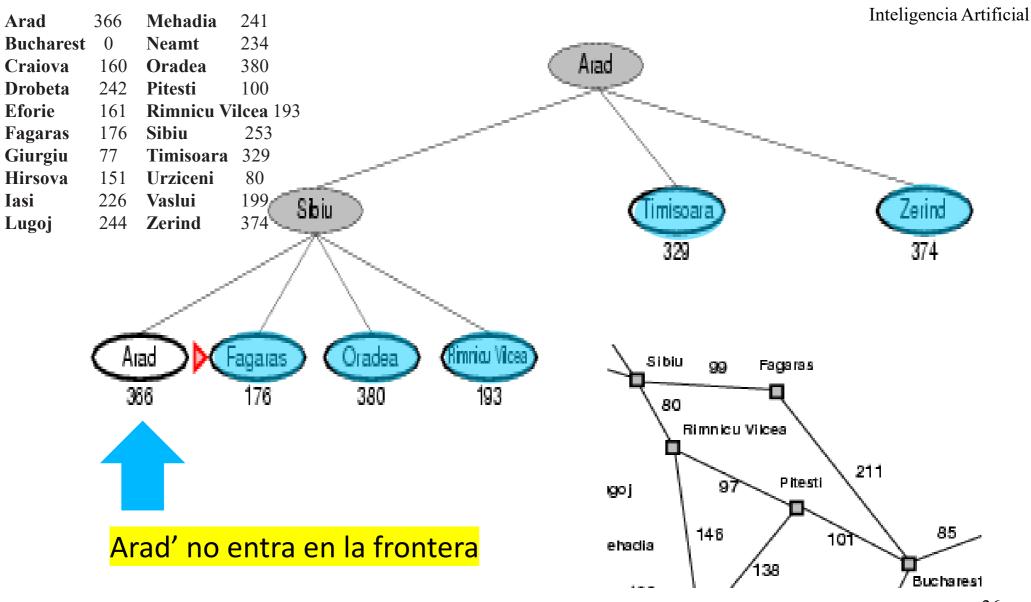


si Arad' no está en alcanzados o coste(Arad') < coste(Arad)

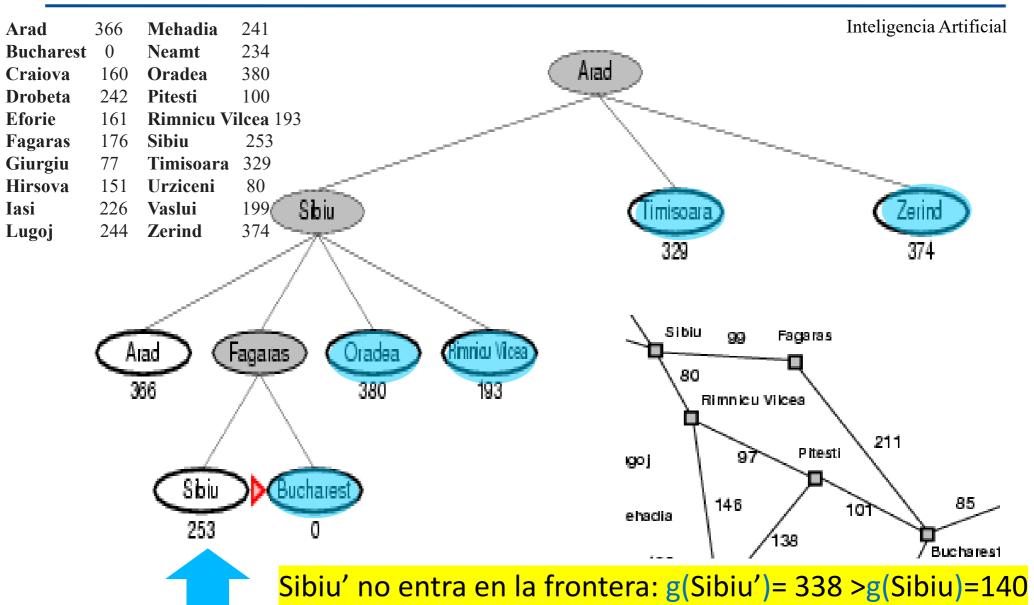




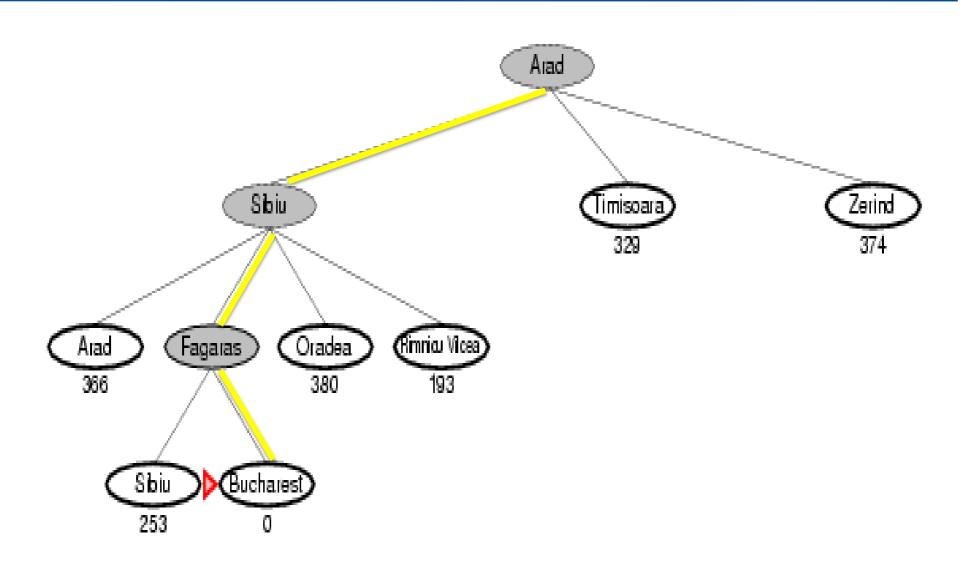






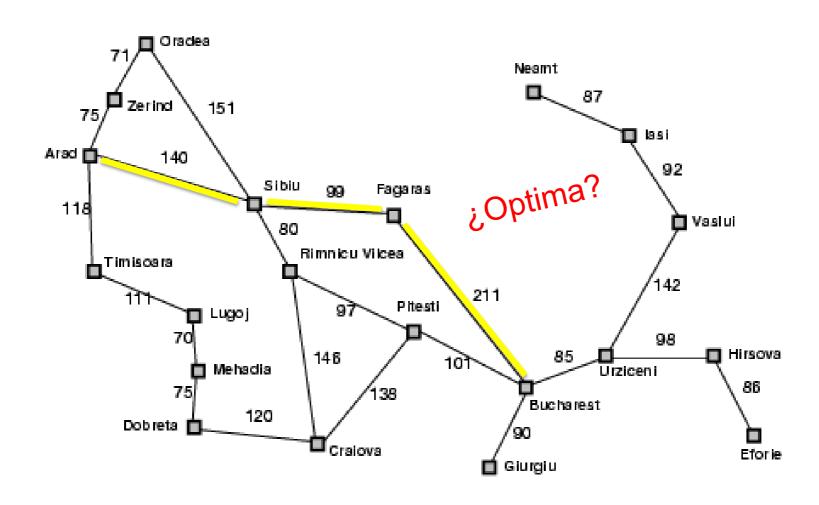








Inteligencia Artificial

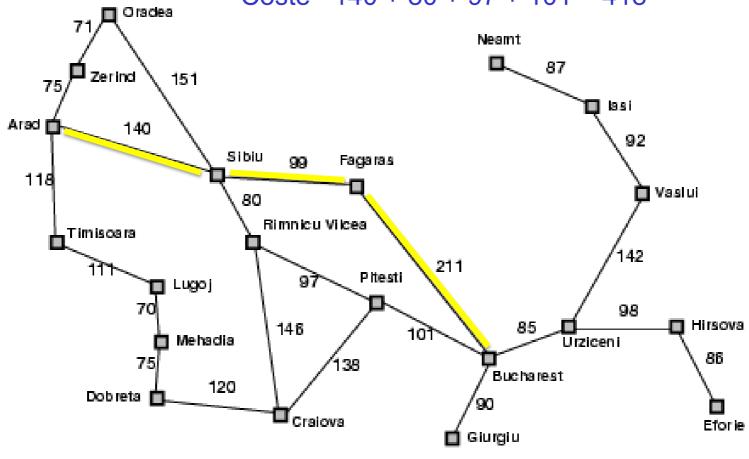


Sol.=<irSibiu, irFagaras, irBuchar.> Coste= 140 + 99 + 211 = 450



Inteligencia Artificial

Sol.=<irSibiu, irRimmicu Vikea, irPitesti, irBuchar.> Coste= 140 + 80 + 97 + 101 = 418



Sol.=<irSibiu, irFagaras, irBuchar.> Coste= 140 + 99 + 211 = 450



### Búsqueda A\*

- Idea: evitar expandir caminos que ya son caros
- Función de evaluación f(n) = g(n) + h(n)
- g(n) = coste de alcanzar n desde el estado inicial
- h(n) = coste estimado desde n hasta el objetivo
- f(n) = coste estimado de la mejor solución que pase por n

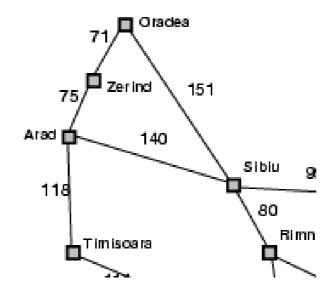


Inteligencia Artificial

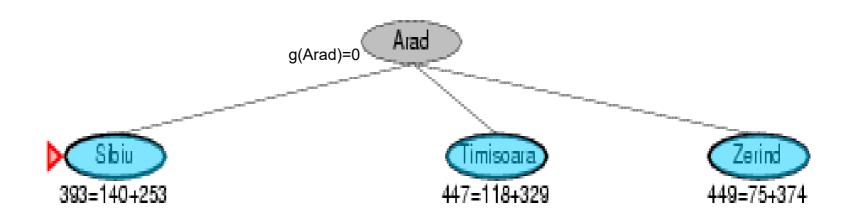


frontera

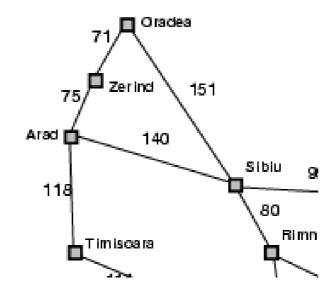
Arad	366	Mehadia	241
<b>Bucharest</b>	0	Neamt	234
Craiova	160	Oradea	380
Drobeta	242	Pitesti	100
<b>Eforie</b>	161	Rimnicu V	ilcea 193
Fagaras	176	Sibiu	253
Giurgiu	77	Timisoara	329
Hirsova	151	Urziceni	80
Iasi	226	Vaslui	199
Lugoj	244	Zerind	374



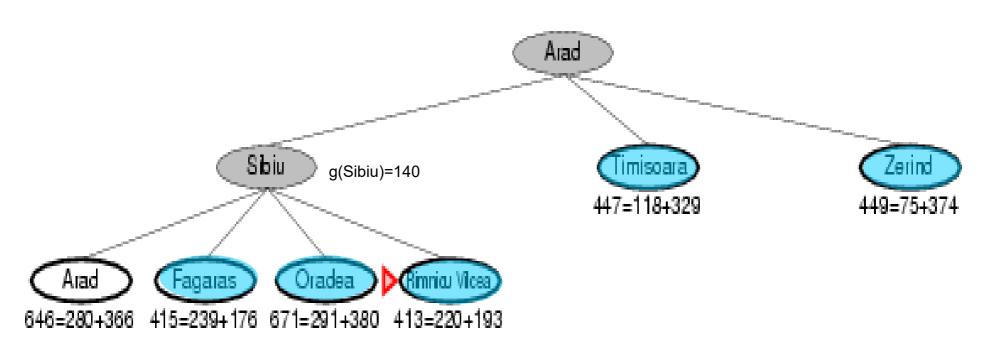




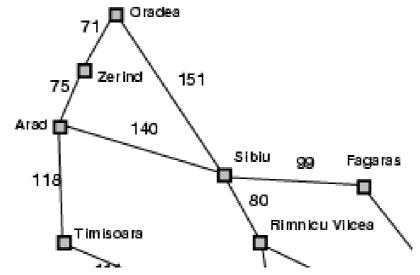
Arad	366	Mehadia	241
Bucharest	0	Neamt	234
Craiova	160	Oradea	380
Drobeta	242	Pitesti	100
Eforie	161	Rimnicu Vilcea 193	
Fagaras	176	Sibiu	253
Giurgiu	77	Timisoara	329
Hirsova	151	Urziceni	80
Iasi	226	Vaslui	199
Lugoj	244	Zerind	374



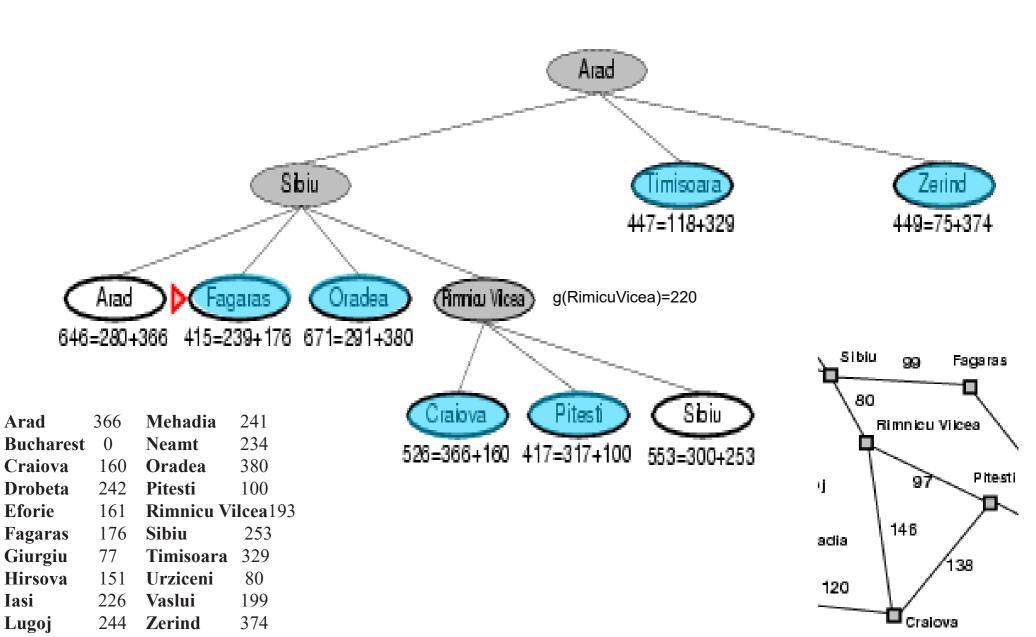




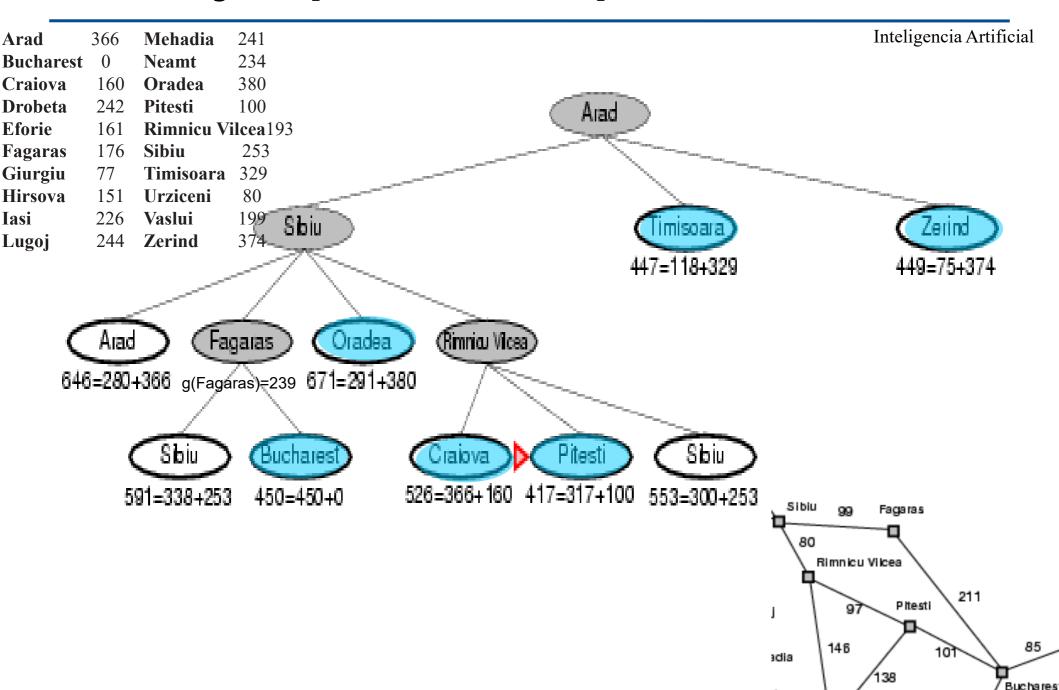
Arad	366	Mehadia	241
<b>Bucharest</b>	0	Neamt	234
Craiova	160	Oradea	380
Drobeta	242	Pitesti	100
<b>Eforie</b>	161	Rimnicu V	ilcea193
Fagaras	176	Sibiu	253
Giurgiu	77	Timisoara	329
Hirsova	151	Urziceni	80
Iasi	226	Vaslui	199
Lugoj	244	Zerind	374



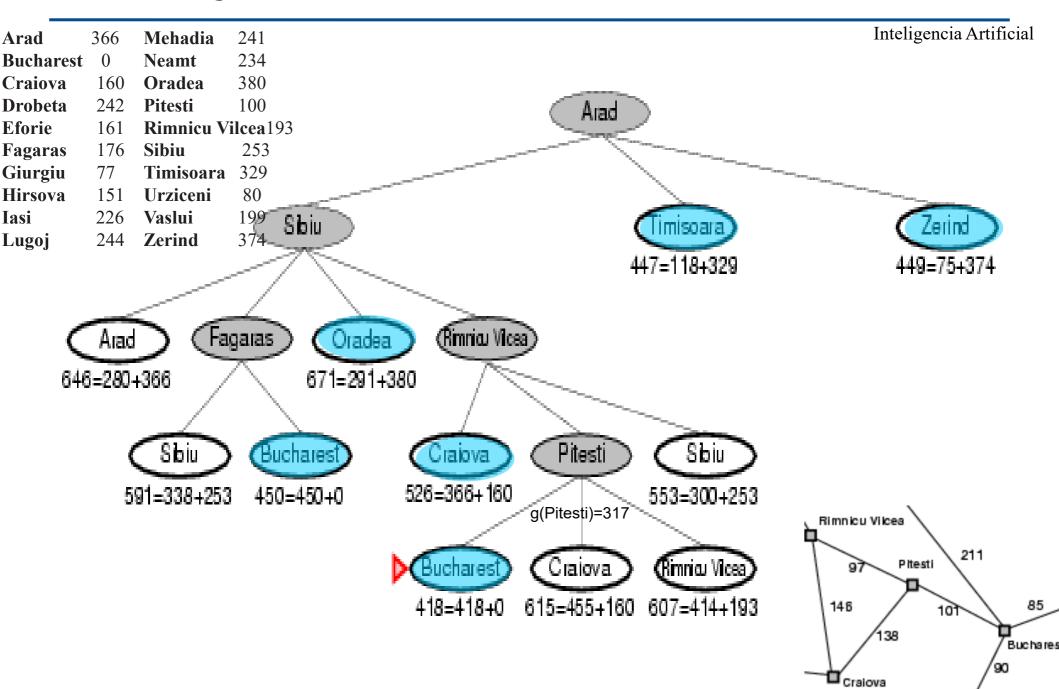














Inteligencia Artificial

función BEST-FIRST-SEARCH(problema, f) devuelve una solución o fallo

nodo ← CREAR-NODO(problema.estado-inicial), alcanzados ← Ø, frontera ← Ø

INSERTAR((problema.estado-inicial, nodo), alcanzados)

INSERTAR(nodo, frontera)

bucle while not VACIA? (frontera) hacer

nodo ←SACAR-BORRANDO-PRIMERO(frontera)

si ES-OBJETIVO (nodo.estado) entonces devolver SOLUCION(nodo)

bucle for each sucesor en EXPANDIR(nodo, problema) hacer

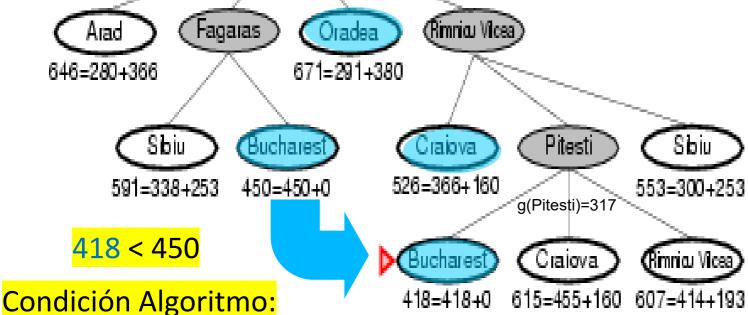
s ← sucesor.estado

si s no está en alcanzados o (sucesor.coste-camino < alcanzados[s].coste-camino) entonces

alcanzados[s] ← sucesor

INSERTAR(sucesor, frontera)

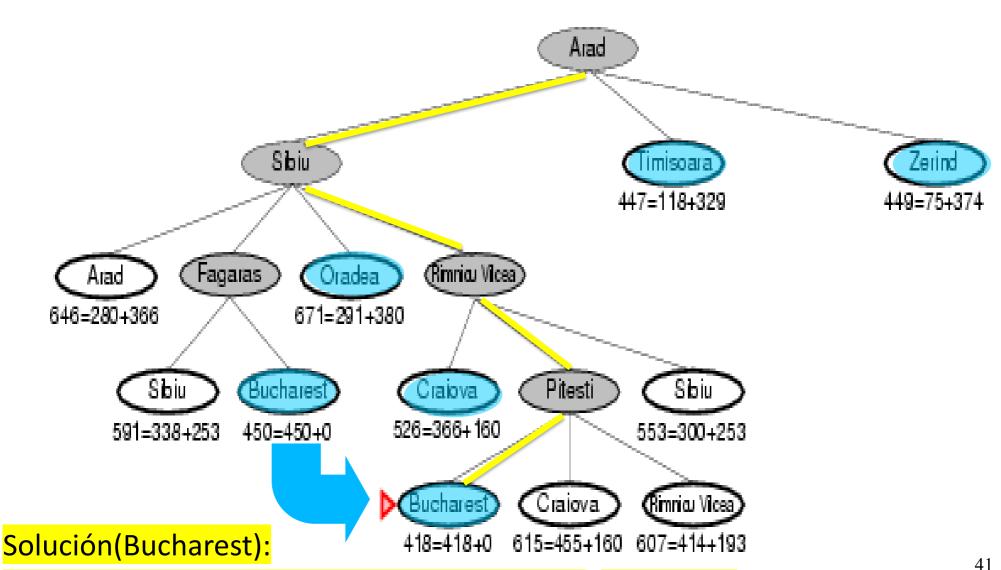
devolver fallo



40

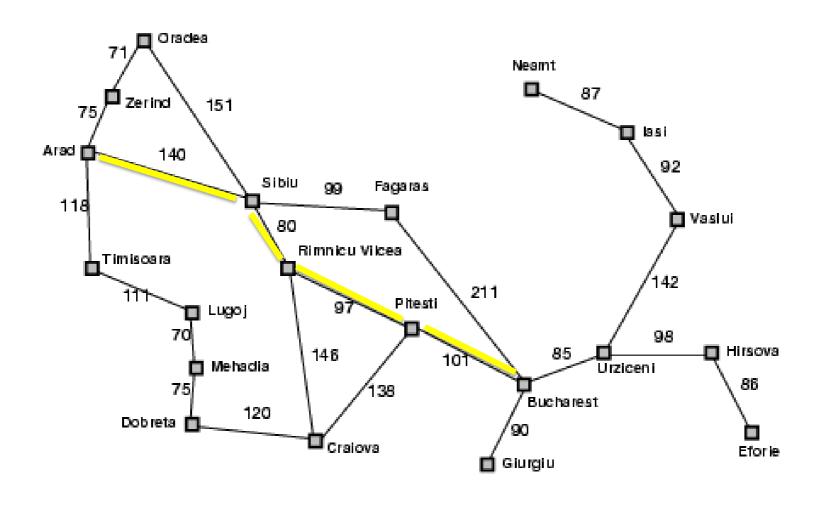
#### UNIVERSITATDE BARCELONA Inteligencia Artificial

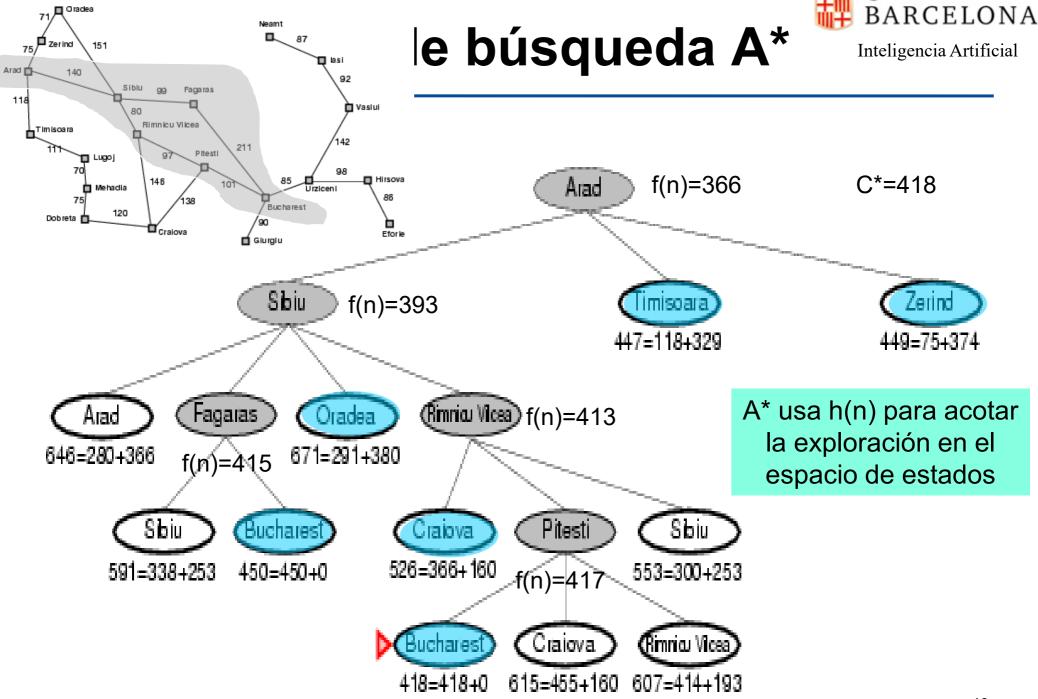
### Ejemplo de búsqueda A\*



<irSibiu, irRimicuVicea, irPitesti, irBucharest> Coste: 418







UNIVERSITATOR

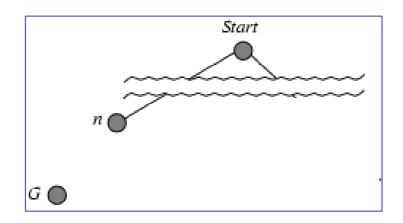


- Una heurística h(n) es admisible si para todo nodo n, h(n) ≤ h\*(n), donde h\*(n) es el coste real de alcanzar el estado objetivo desde n.
- Una heurística admisible nunca sobre-estima el coste de alcanzar el objetivo, es decir, es optimista
- Ejemplo: h<sub>SLD</sub>(n) nunca sobre-estima la distancia por carretera

Teorema: Si *h(n)* es admisible, la búsqueda A\* usando *búsqueda en árbol* es óptima

#### Prueba por contradicción:

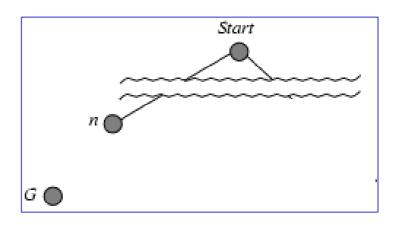
- Suponer que el camino óptimo tiene coste C\* pero que el algoritmo retorna un camino con coste C>C\*.
- Sea n un nodo no expandido en la frontera que pertenece a un camino óptimo.



- g\*(n): coste del camino óptimo desde el inicio hasta n
- h\*(n): coste del camino óptimo desde n hasta el objetivo más cercano

#### Prueba por contradicción:

- Suponer que el camino óptimo tiene coste C\* pero que el algoritmo retorna un camino con coste C>C\*.
- Sea n un nodo no expandido en la frontera que pertenece a un camino óptimo.

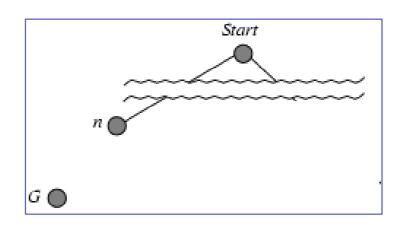


- g\*(n): coste del camino óptimo desde el inicio hasta n
- h\*(n): coste del camino óptimo desde n hasta el objetivo más cercano

- f (n) > C\* (porque si no, n habría sido expandido)
- f(n) = g(n)+h(n) (por definición)

#### Prueba por contradicción:

- Suponer que el camino óptimo tiene coste C\* pero que el algoritmo retorna un camino con coste C>C\*.
- Sea n un nodo no expandido en la frontera que pertenece a un camino óptimo.

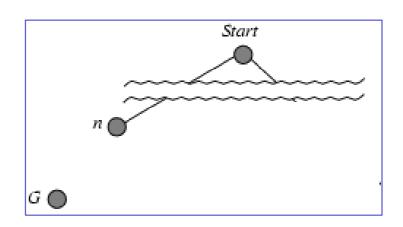


- g\*(n): coste del camino óptimo desde el inicio hasta n
- h\*(n): coste del camino óptimo desde n hasta el objetivo más cercano

- f (n) > C\* (porque si no, n habría sido expandido)
- f(n) = g(n)+h(n) (por definición)
- f (n) = g\*(n)+h(n) (porque n está en el camino óptimo)
- $f(n) \le g^*(n) + h^*(n)$  (por admisibilidad,  $h(n) \le h^*(n)$ )

#### Prueba por contradicción:

- Suponer que el camino óptimo tiene coste C\* pero que el algoritmo retorna un camino con coste C>C\*.
- Sea n un nodo no expandido en la frontera que pertenece a un camino óptimo.

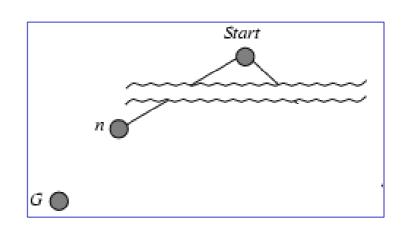


- g\*(n): coste del camino óptimo desde el inicio hasta n
- h\*(n): coste del camino óptimo desde n hasta el objetivo más cercano

- f (n) > C\* (porque si no, n habría sido expandido)
- f(n) = g(n)+h(n) (por definición)
- f (n) = g\*(n)+h(n) (porque n está en el camino óptimo)
- $f(n) \le g^*(n) + h^*(n)$  (por admisibilidad,  $h(n) \le h^*(n)$ )
- $f(n) \le C^*$  (por definición,  $C^* = g^*(n) + h^*(n)$ )

#### Prueba por contradicción:

- Suponer que el camino óptimo tiene coste C\* pero que el algoritmo retorna un camino con coste C>C\*.
- Sea n un nodo no expandido en la frontera que pertenece a un camino óptimo.



- g\*(n): coste del camino óptimo desde el inicio hasta n
- h\*(n): coste del camino óptimo desde n hasta el objetivo más cercano

- f (n) > C\* (porque si no, n habría sido expandido)
- f(n) = g(n)+h(n) (por definición)
- f (n) = g\*(n)+h(n) (porque n está en el camino óptimo)
- $f(n) \le g^*(n) + h^*(n)$  (por admisibilidad,  $h(n) \le h^*(n)$ )
- $f(n) \le C^*$  (por definición,  $C^* = g^*(n) + h^*(n)$ )

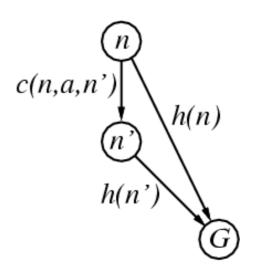




### Heurísticas consistentes

Una heurística es consistente si para cada nodo n, todo sucesor n' de n generado por cualquier acción a, cumple que:

$$h(n) \le c(n, a, n') + h(n')$$





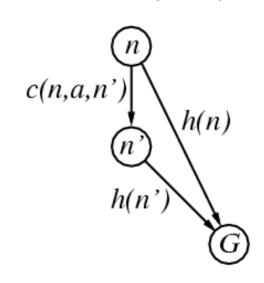
### Heurísticas consistentes

Una heurística es consistente si para cada nodo n, todo sucesor n' de n generado por cualquier acción a, cumple que:

$$h(n) \le c(n, a, n') + h(n')$$

• Si *h* es consistente, tenemos que

$$f(n') = g(n') + h(n')$$
  
=  $g(n) + c(n, a, n') + h(n')$   
\geq  $g(n) + h(n)$   
=  $f(n)$ 



Es decir, f(n) es no decreciente a lo largo de cualquier camino



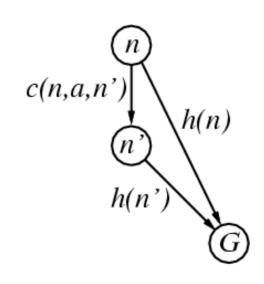
### Heurísticas consistentes

Una heurística es consistente si para cada nodo n, todo sucesor n' de n generado por cualquier acción a, cumple que:

$$h(n) \le c(n, a, n') + h(n')$$

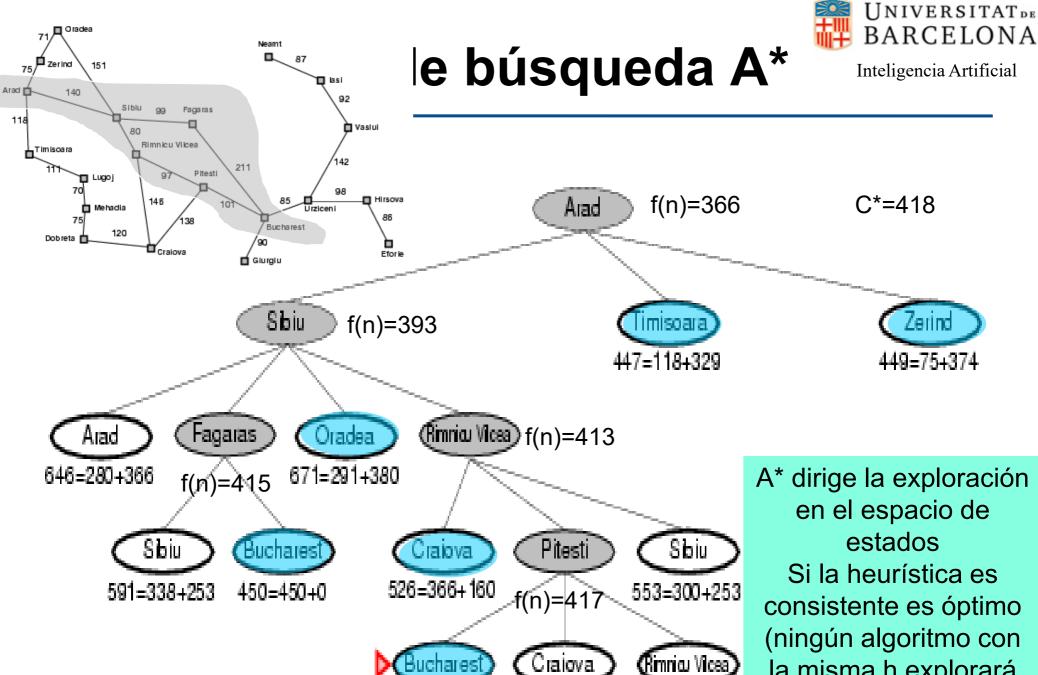
• Si *h* es consistente, tenemos que

$$f(n') = g(n') + h(n')$$
  
=  $g(n) + c(n, a, n') + h(n')$   
\geq  $g(n) + h(n)$   
=  $f(n)$ 



Es decir, f(n) es no decreciente a lo largo de cualquier camino

Teorema: Si *h(n)* es **consistente**, la búsqueda **A\*** utilizando *búsqueda en grafos* es **óptima** 



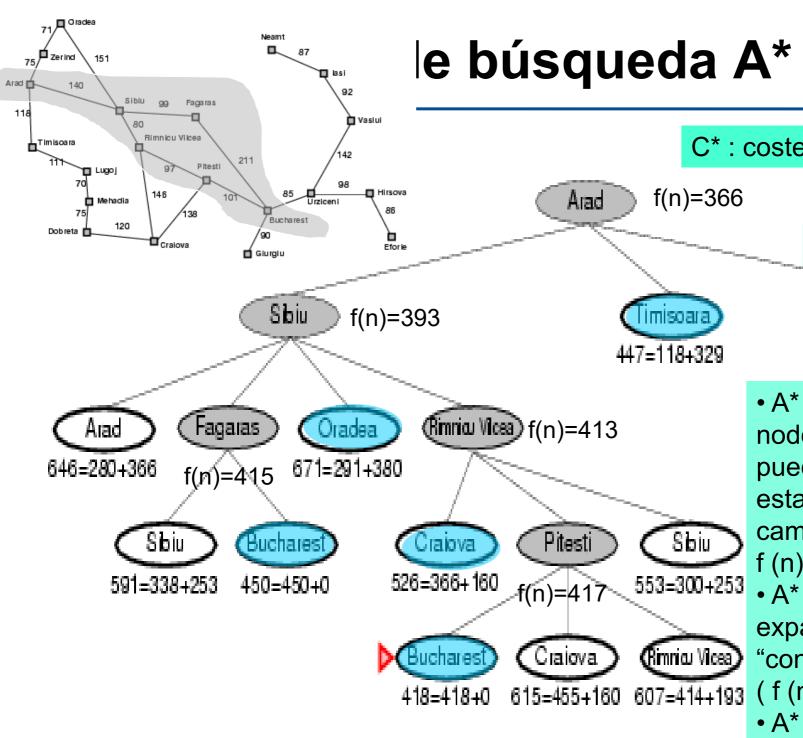
418=418+0

615=455+160

607=414+193

A\* dirige la exploración en el espacio de estados Si la heurística es consistente es óptimo (ningún algoritmo con la misma h explorará menos estados)

Zerina





Inteligencia Artificial

- C\* : coste del camino óptimo
  - Si h(n) consistente

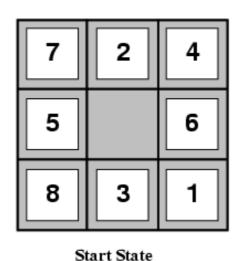
C\*=418

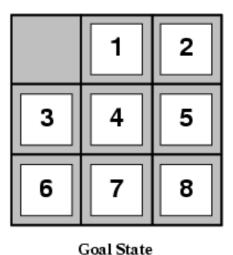
Zerind 449=75+374

- A\* expande todos los nodos a los que se puede llegar desde el estado inicial por caminos que cumplen:  $f(n) < C^*$
- A\* puede llegar a expandir nodos en el "contorno del objetivo"  $( f(n) = C^* )$
- A\* nunca expande nodos con  $f(n) > C^*$ .



Para el 8-puzzle?

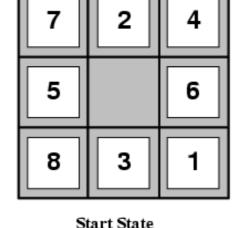


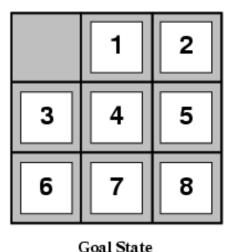




#### Para el 8-puzzle:

- $h_1(n)$  = número de cuadrados fuera de sitio
- h<sub>2</sub>(n) = distancia total de Manhattan (es decir, número de movimientos desde la posición actual hasta la posición objetivo para cada cuadrado)



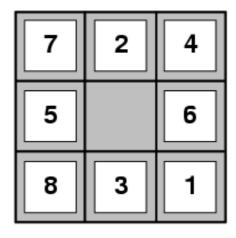


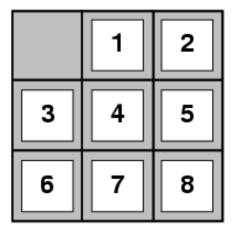
 $h_1(S) = ?$  $h_2(S) = ?$ 



#### Para el 8-puzzle:

- $h_1(n)$  = número de cuadrados fuera de sitio
- h<sub>2</sub>(n) = distancia total de Manhattan (es decir, número de movimientos desde la posición actual hasta la posición objetivo para cada cuadrado)





Goal State

$$h_1(S) = ?8$$
  
 $h_2(S) = ?3+1+2+2+3+2+2+3=18$   
 $7 2 4 5 6 8 3 1$ 



### **Dominancia**

- Si  $h_2(n) \ge h_1(n)$  para todo n (siendo ambas admisibles) entonces  $h_2$  domina  $h_1$
- $h_2$  es mejor para buscar



#### **Dominancia**

- Si  $h_2(n) \ge h_1(n)$  para todo n (siendo ambas admisibles) entonces  $h_2$  domina  $h_1$
- h<sub>2</sub> es mejor para buscar
- Costes típicos de búsqueda (número medio de nodos generados):

8-puzzle: (d: depth (profundidad de la solución))

• 
$$d=10$$
 BFS = 1033 nodos  
 $A^*(h_1) = 116$  nodos  
 $A^*(h_2) = 48$  nodos



#### **Dominancia**

- Si  $h_2(n) \ge h_1(n)$  para todo n (siendo ambas admisibles) entonces  $h_2$  domina  $h_1$
- h<sub>2</sub> es mejor para buscar
- Costes típicos de búsqueda (número medio de nodos generados):

8-puzzle: (d: depth (profundidad de la solución))

- d=10 BFS = 1033 nodos  $A^*(h_1) = 116$  nodos  $A^*(h_2) = 48$  nodos
- d=20 BFS = 91493 nodos  $A^*(h_1) = 9905$  nodos  $A^*(h_2) = 1318$  nodos
- d=28 BFS = 463234 nodos  $A^*(h_1) = 202565$  nodos  $A^*(h_2) = 22055$  nodos



## Problemas relajados

- Un problema con menos restricciones en las acciones se denomina problema relajado.
- El coste de una solución óptima a un problema relajado es una heurística admisible del problema original.



## Problemas relajados

- Un problema con menos restricciones en las acciones se denomina problema relajado.
- El coste de una solución óptima a un problema relajado es una heurística admisible del problema original.
- Si las reglas del 8-puzzle se relajan de forma que un cuadrado se pueda mover a cualquier parte, entonces h<sub>1</sub>(n) proporciona la solución más corta.
- Si las reglas se relajan de forma que un cuadrado se puede mover a cualquier cuadrado adyacente, entonces h<sub>2</sub>(n) nos da la solución más corta.



## Resumen (hasta ahora)

- Las heurísticas nos permiten introducir información particular del problema para guiar la búsqueda
- Si únicamente utilizamos la información de cuánto nos queda para llegar → primero mejor greedy
- Si unimos a lo que nos queda para llegar cuánto llevamos recorrido → A\*
- A\* es óptimo con heurísticas admisibles (y en grafos con heurísticas consistentes)
- El diseño de buenas heurísticas es clave. Se pueden utilizar problemas relajados.