Ejercicio 19. Resuelva el sistema de congruencias $3x \equiv 6(mod12), 10x \equiv 15(mod25)$; dando todas las soluciones positivas menores que 300.

Solución 19.

Sabemos que $mcd(3, 12) = 3|12$ con lo que dividiendo la primera ecuación por 3 tenemos $x \equiv 2(mod4)$.

De igual forma $mcd(10, 25) = 5$ y dividiendo la segunda expresión por 5 obtenemos $2x \equiv 3(mod5)$

Vimos que las soluciones de estas expresiones obtenidas tras dividir por el mcd(a, n) son equivalentes al conjunto de soluciones de las ecuaciones originales.

Así pues, $x \equiv 2(mod4)$ se puede expresar como x = 2 + 4k, con $k \in \mathbb{Z}$. Y sustituyendo en la segunda expresión tenemos: $4 + 8k \equiv 3(mod5)$

$8k \equiv -1(mod5)$

$k \equiv -2(mod5)$

$k = -2 + 5m, m \in \mathbb{Z}$

$x = 2 + 4(-2 + 5m) = 2 - 8 + 20m = -6 + 20m$

Ahora bien, como el enunciado nos pide soluciones positivas menores que 300, tenemos que exigir: $1 \leqslant m \leqslant 15$