

EXAMEN Final Gener 2014. TEORIA

Indicar nom i/o NIUB i la resposta correcta a la taula del final del qüestionari

1. Un pol d'un sistema és:

- a) L'invers d'un zero.
- b) Una arrel que anul·la el numerador a l'espai de Laplace.
- c) Una arrel que anul·la el denominador a l'espai de Laplace.
- d) Un sistema gelat.

2. Per resoldre un circuit amb senyals variables amb el temps (dinàmics) mitjançant l'espai de Laplace?

- a) Resolem el circuit a l'espai de Laplace.
- b) Resolem el circuit a l'espai temporal.
- c) Resolem el circuit a l'espai temporal només per condensadors i bobines.
- d) Resolem el circuit a l'espai de Laplace només per condensadors i bobines.

3. Quan fem l'antitransformada d'un senyal...

- a) Només coneixerem el senyal a l'espai temporal per $t > 0$.
- b) Coneixerem el senyal a l'espai de Laplace per $s > 0$.
- c) No serveix de res fer l'antitransformada d'un senyal per què tornem a obtenir el mateix senyal.
- d) No sabrem res del senyal per què, en general, serà un senyal complex.

4. La funció de transferència d'un circuit ens proporciona la relació:

- a) entre entrada i sortida a l'espai temporal.
- b) entre entrada i sortida a l'espai temporal, però amb condicions inicials nul·les.
- c) entre entrada i sortida a l'espai de Laplace.
- d) entre entrada i sortida a l'espai de Laplace, però amb condicions inicials nul·les.
- e) entre components mascles i femelles.

5. Per un circuit no lineal, si l'entrada és sinusoidal, la sortida és:

- a) Quadrada.
- b) També sinusoidal amb una amplitud igual a la d'entrada.
- c) També sinusoidal amb una amplitud depenent del temps.
- d) També sinusoidal amb una amplitud que es pot extreure de la funció de transferència.
- e) No ho sabem a priori.

6. Si un diagrama de Bode d'amplitud ens dona un guany de -20 dB per una determinada freqüència, si l'amplitud del senyal sinusoidal d'entrada és de 1V, quan val l'amplitud del senyal de sortida:

- a) -10V.
- b) 0V.
- c) 0.1V.
- d) 1V.
- e) 10V.

7. Tenim un circuit que té aquests dos zeros: $z_1 = -2$, i $z_2 = 0$. És estable aquest circuit?

- a) Depèn de quina sortida triem del circuit.
- b) Sí.
- c) No.
- d) Tots els circuits amb dos pols són inestables, per definició.
- e) No ho podem saber.

8. Com afecten els pols i zeros al diagrama de Bode (d'amplituds)?

- a) El diagrama de Bode no té res a veure amb els pols i zeros.
- b) Els zeros donen un valor 0 del guany i els pols un guany infinit.
- c) Cada zero introdueix un canvi de pendent de -20dB/dècada, i cada pol de +20dB/dècada.
- d) Cada zero introdueix un canvi de pendent de +20dB/dècada, i cada pol de -20dB/dècada.
- e) Depèn de si el pol és nord o sud.

9. Què ens indica el diagrama de Bode (d'amplitud)?

- a) És l'evolució temporal del senyal de sortida quan l'entrada és un senyal sinusoidal.
- b) Les amplituds del senyal sinusoidal d'entrada en funció de la seva freqüència.
- c) L'amplitud del senyal sinusoidal de sortida en funció de la seva freqüència.
- d) El guany d'amplituds quan l'entrada és un senyal sinusoidal per diferents freqüències d'aquest senyal d'entrada sinusoidal.
- e) La forma del senyal de sortida quan l'entrada és un senyal esglaó.

10. Si coneixem la transformada de Laplace de dues senyals, podem conèixer fàcilment la transformada d'un senyal que és suma d'aquests senyals.

- a) Cert, per una de les propietats de la transformada de Laplace.
- b) Cert, i coincideix amb la multiplicació dels dos senyals.
- c) Fals. S'ha de obtenir el senyal resultant i calcular la seva transformada.
- d) Fals, ja que podria succeir que el senyal resultant no tingui transformada de Laplace.
- e) Fals, ja que només és cert per un rang limitat de freqüències.

11. La funció esglaó $u(-t)$ és ...

- a) Zero per $t < 0$ i 1 per $t > 0$.
- b) Zero per $t > 0$ i -1 per $t < 0$.
- c) 1 per $t < 0$ i zero per $t > 0$.
- d) Zero per $t > 0$ i 1 per $t < 0$.
- e) Zero per $t < 0$ i -1 per $t > 0$.

12. La sortida d'un amplificador operacional es comporta com:

- a) Una font de corrent governada per tensió.
- b) Una font de corrent governada per corrent.
- c) Una font de tensió governada per corrent.
- d) Una font de tensió governada per tensió.

13. En un amplificador operacional sense realimentació, polaritzat segons $V_{cc+}=+10V$ i $V_{cc-}=-5V$, què succeeix quan $v_p > v_n$?

- a) Que la sortida val zero.
- b) Que la sortida val $-5V$.
- c) Que la sortida val $+10V$.
- d) Que la sortida val $+15V$.
- e) Les alimentacions no poden ser diferents.

14. Els filtres actius

- a) Són els utilitzats pels fumadors actius.
- b) Utilitzen amplificadors operacionals.
- c) El guany és com a màxim 1.
- d) Només són vàlids en un rang determinat de freqüències.

15. En un amplificador operacional, V_+ i V_- :

- a) són del mateix valor, però signe oposat.
- b) són sempre iguals
- c) V_+ sempre serà major o igual a V_- .
- d) Estan unides per una font de tensió controlada per tensió.
- e) no tenen cap relació en el cas ideal.

16. En un amplificador operacional ideal s'assumeix:

- a) Impedàncies d'entrada infinites i sortida com a font de tensió ideal.
- b) Impedàncies d'entrada infinites i sortida com a font de tensió amb resistència de sortida.
- c) Impedàncies d'entrada grans i sortida com a font de tensió ideal amb resistència sèrie petita.
- d) Impedàncies d'entrada petites i impedància de sortida gran.

17. En un amplificador operacional sense realimentació negativa polaritzat segons $V_{cc+}=+15V$ i $V_{cc-}=-15V$, què succeeix quan la sortida és $-10V$?

- a) Que $V_+=V_-$.
- b) Que V_- també és $-10V$.
- c) Que V_+ també és $-10V$.
- d) Això no pot succeir.

18. Què haig de considerar per resoldre circuits amb amplificadors operacionals treballant a la zona lineal?

- a) $V_- = V_+$ i els corrents d'entrada són nuls sempre.
- b) $V_- = V_+$ i el corrent de sortida és nul sempre.
- c) $V_o = V_+$ i el corrent de sortida és nul sempre.
- d) $V_o = V_-$ i el corrent de sortida és nul sempre.
- e) $V_o = V_+$ i els corrents d'entrada són nuls sempre.

19. Es pot utilitzar la transformada de Laplace amb un circuit amb amplificadors operacionals?

- a) Sí, sempre.
- b) No, mai.
- c) Sí, però només quan treballa a la zona lineal.
- d) Sí, però només quan treballa a la zona no-lineal.

20. Per implementar filtres actius podem fer servir:

- a) Transistors.
- b) Díodes.
- c) La transformada de Laplace.
- d) Cel·les de Sallen & Key.
- e) Resistències, bobines i condensadors.

NOM:

NIUB:

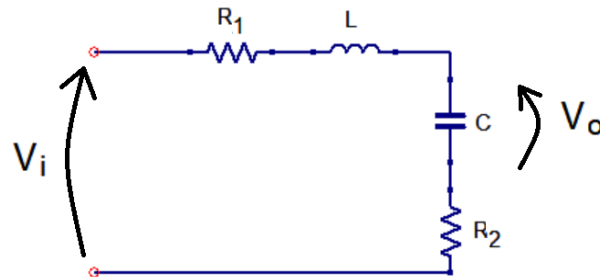
Indicar aquí l'única resposta correcta

Pregunta	Resp.	Pregunta	Resp.
1	c	11	d
2	a	12	d
3	a	13	c
4	d	14	b
5	e	15	e
6	c	16	a
7	e	17	d
8	d	18	a
9	d	19	c
10	a	20	d

Resposta Correcta=0.15 Resposta Incorrecta=-0.05

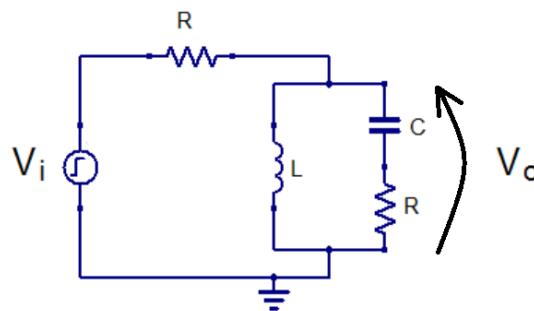
EXAMEN Final Gener 2014. Problemes.

P1) (1 punt) Pel següent circuit:



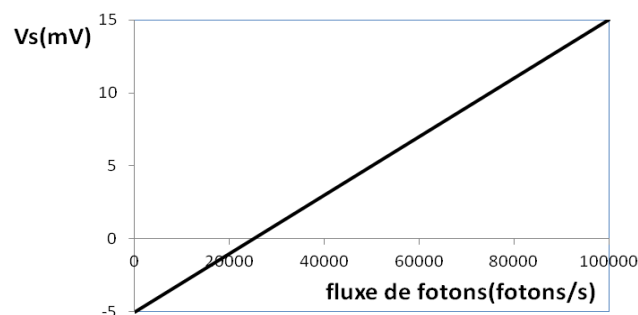
- Obtenir la funció de transferència del següent circuit, prenent v_o com el senyal de sortida i v_i el d'entrada.
- Dibuixa de forma aproximada el diagrama de Bode d'amplitud prenent els següents valors: $R_1 = 4 \text{ k}\Omega$, $R_2 = 6 \text{ k}\Omega$, $C = 1 \text{ nF}$, $L = 10 \text{ mH}$. Indica també els pendents.

P2) (1.5 punts) Obtenir $v_o(t)$ pel circuit següent, considerant condicions inicials nul·les i amb V_i un senyal esglaó d'amplitud 5V:



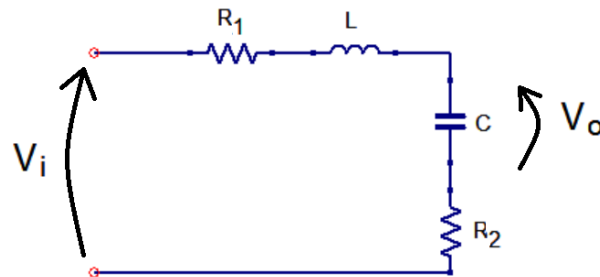
Per simplificar els càlculs, utilitzeu els següents valors (poc realistes): $R = 1 \Omega$, $C = 1 \text{ F}$, $L = 1 \text{ H}$.

P3) (1.5 punt) Tenim instal·lat en un satèl·lit que orbita el sol un sensor òptic que ens dona un senyal de sortida en tensió segons el nombre de fotons que rep del sol per cada segon (unitats: número fotons/s). La seva resposta es mostra en la següent gràfica:



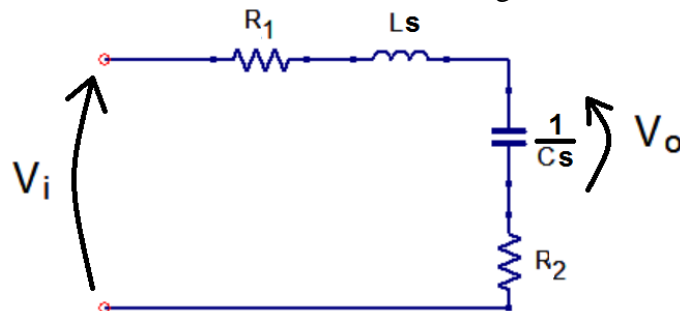
Nosaltres voldríem tenir un rang de tensions de sortida entre 0 i 10V corresponents a nombres de fotons per segon de 0 i 10^5 fotons/s respectivament. Dissenya un circuit amb amplificadors operacionals per aquesta finalitat. Indica els valors de resistències i les tensions d'alimentació. Dibuixa el diagrama de blocs del sistema.

P1) (1 punt) Pel següent circuit:



- Obtenir la funció de transferència del següent circuit, prenent V_o com el senyal de sortida i V_i el d'entrada.
- Dibuixa de forma aproximada el diagrama de Bode d'amplitud prenent els següents valors: $R_1 = 4 \text{ k}\Omega$, $R_2 = 6 \text{ k}\Omega$, $C = 1 \text{ nF}$, $L = 10 \text{ mH}$. Indica també els pendents.

Per obtenir la funció de transferència hem de suposar condicions inicials nul·les, per definició de la funció de transferència. Per tant, el circuit transformat és el següent:



A l'espai de Laplace, L i C són com resistències amb valors $L \cdot s$ i $1/(C \cdot s)$.

Per obtenir V_o , podem aplicar la llei de malles de Kirchhoff per obtenir el corrent. Aquest corrent l'agafem anant cap a la dreta a la branca d'adalt. Per tant:

$$V_i(s) - I \cdot R_1 - I \cdot L \cdot s - I \cdot \frac{1}{C \cdot s} - I \cdot R_2 = 0 \Rightarrow I = \frac{V_i(s)}{R_1 + L \cdot s + \frac{1}{C \cdot s} + R_2}$$

V_o es la caiguda de tensió al condensador. Per tant:

$$V_o(s) = I \cdot \frac{1}{C \cdot s} = \frac{V_i(s)}{R_1 \cdot C \cdot s + L \cdot C \cdot s^2 + 1 + R_2 \cdot C \cdot s} = \frac{V_i(s)}{L \cdot C \cdot s^2 + (R_1 + R_2) \cdot C \cdot s + 1}$$

Per tant, la funció de transferència és:

$$H(s) = \frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \frac{1}{L \cdot C \cdot s^2 + (R_1 + R_2) \cdot C \cdot s + 1} = \frac{\frac{1}{L \cdot C}}{s^2 + (R_1 + R_2) \cdot \frac{1}{L} \cdot s + \frac{1}{L \cdot C}}$$

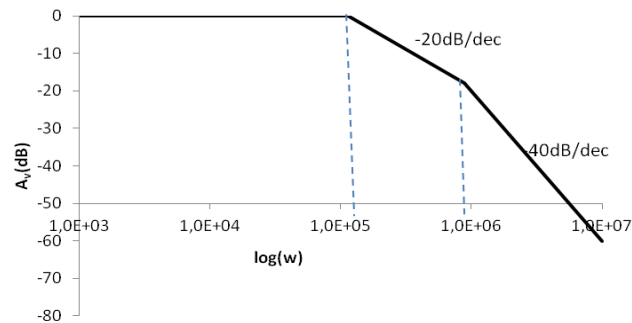
Per obtenir el diagrama de Bode aproximat, substituïm els valors dels components que ens donen:

$$H(s) = \frac{10^{11}}{s^2 + 10^6 \cdot s + 10^{11}}$$

Aquesta funció de transferència té dos pols. Les seves solucions són:

$$p_{1,2} = \frac{-10^6 \pm \sqrt{10^{12} - 4 \cdot 1 \cdot 10^{11}}}{2} = -5 \cdot 10^5 \pm 3.87 \cdot 10^5 = \begin{cases} -8.87 \cdot 10^5 \\ -1.13 \cdot 10^5 \end{cases}$$

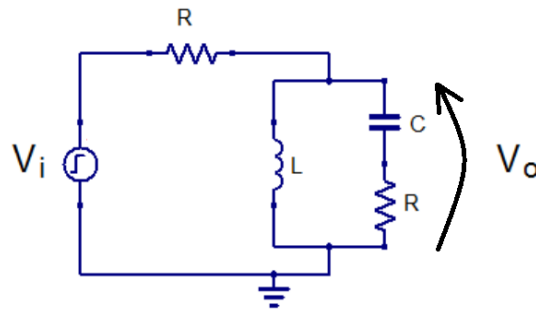
Llavors, el diagrama de Bode té, aproximadament, la forma següent:



És un filtre passa-baixos, com es podia preveure només veient la funció de transferència. Hi ha dos pols, amb la qual cosa el pendent de la corba a partir del primer pol serà de -20dB/dècada , mentre que quan arriba al segon pol, comença a caure amb un pendent de -40dB/dècada .

A la gràfica ja s'ha indicat el guany en dB, que fàcilment es pot veure que és 0dB (guany 1) a baixes freqüències. (fent $s=0$)

P2) (1.5 punts) Obtenir $v_o(t)$ pel circuit següent, considerant condicions inicials nul·les i amb V_i un senyal esglaó d'amplitud 5V:

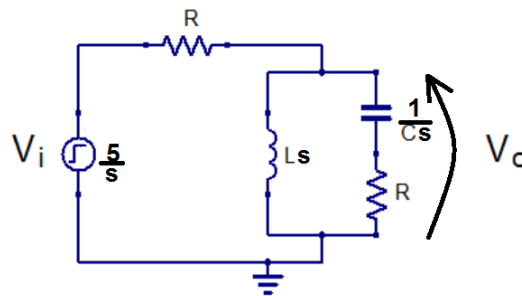


Per simplificar els càlculs, utilitzeu els següents valors (poc realistes): $R = 1 \Omega$, $C = 1 \text{ F}$, $L = 1 \text{ H}$.

Ens diuen que considerem condicions inicials nul·les, amb la qual cosa els condensadors i les bobines es transformen únicament com si fossin resistències de valor $L \cdot s$ i $1/C \cdot s$.

La transformada del senyal esglaó unitari és $1/s$. Per tant, nosaltres tenim una font que té una transformada de $5/s$.

Per tant, el circuit transformat és el següent:



Per resoldre aquest circuit, simplifiquem tot el que podem. Aquí veiem que R i C de la dreta estan en sèrie. I aquest conjunt està en paral·lel amb L . Podem utilitzar els valors que de R , C i L que ens dona el problema, però jo ho faré més endavant. Per tant, tenim:

$$\frac{1}{Z_T} = \frac{1}{L \cdot s} + \frac{1}{R + \frac{1}{C \cdot s}} = \frac{1}{L \cdot s} + \frac{C \cdot s}{R \cdot C \cdot s + 1} = \frac{1 + R \cdot C \cdot s + L \cdot C \cdot s^2}{L \cdot s \cdot (R \cdot C \cdot s + 1)} \Rightarrow Z_T = \frac{L \cdot s \cdot (R \cdot C \cdot s + 1)}{1 + R \cdot C \cdot s + L \cdot C \cdot s^2}$$

Ara ja podem obtenir V_o , ja que ens queda un divisor de tensió (de R adalt amb Z_T):

$$\begin{aligned}
 V_o &= \frac{Z_T}{R + Z_T} \cdot V_i = \frac{\frac{L \cdot s \cdot (R \cdot C \cdot s + 1)}{1 + R \cdot C \cdot s + L \cdot C \cdot s^2}}{R + \frac{L \cdot s \cdot (R \cdot C \cdot s + 1)}{1 + R \cdot C \cdot s + L \cdot C \cdot s^2}} \cdot V_i = \frac{L \cdot s \cdot (R \cdot C \cdot s + 1)}{R \cdot (1 + R \cdot C \cdot s + L \cdot C \cdot s^2) + L \cdot s \cdot (R \cdot C \cdot s + 1)} \cdot \frac{5}{s} = \\
 &= \frac{L \cdot s \cdot (R \cdot C \cdot s + 1)}{s^2 \cdot 2 \cdot R \cdot L \cdot C + s \cdot (R^2 \cdot C + L) + R} \cdot \frac{5}{s} = \frac{L \cdot (R \cdot C \cdot s + 1)}{s^2 \cdot 2 \cdot R \cdot L \cdot C + s \cdot (R^2 \cdot C + L) + R} \cdot 5 \\
 \Rightarrow V_o(s) &= 2.5 \cdot \frac{\left(s + \frac{1}{R \cdot C}\right)}{s^2 + s \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{R}{L} + \frac{1}{R \cdot C}\right) + \frac{1}{2 \cdot C \cdot L}}
 \end{aligned}$$

Aquí hem posat a 1 els coeficients de les 's' de major grau, treient factor comú.

Substituïm ara els valors dels components que ens dona el problema:

$$V_o(s) = 2.5 \cdot \frac{(s+1)}{s^2 + s + 0.5}$$

Ara hem d'antitransformar. Com que aquesta expressió no apareix a la taula de transformades, hem de seguir el procediment general. Ja hem posat els coeficients a 1 per les s de grau major. Ara obtenim els pols:

$$s^2 + s + 0.5 = 0 \Rightarrow p_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 1 \cdot 0.5}}{2} = -0.5 \pm j \cdot 0.5$$

Lavors, podem posar el senyal com: $V_o(s) = 2.5 \cdot \frac{s+1}{(s - [-0.5 + j \cdot 0.5]) \cdot (s - [-0.5 - j \cdot 0.5])}$

El procediment ens diu que (sempre que tots els pols siguin diferents) podem posar aquesta expressió com:

$$V_o(s) = \frac{k_1}{s - [-0.5 + j \cdot 0.5]} + \frac{k_2}{s - [-0.5 - j \cdot 0.5]}$$

I obtenim k_1 i k_2 com:

$$\begin{aligned}
 k_1 &= V_o(s) \cdot (s - [-0.5 + j \cdot 0.5]) \Big|_{s=-0.5+j \cdot 0.5} = 2.5 \cdot \frac{s+1}{(s - [-0.5 + j \cdot 0.5]) \cdot (s - [-0.5 - j \cdot 0.5])} \cdot (s - [-0.5 + j \cdot 0.5]) \Big|_{s=-0.5+j \cdot 0.5} = \\
 &= 2.5 \cdot \frac{s+1}{(s - [-0.5 - j \cdot 0.5])} \Big|_{s=-0.5+j \cdot 0.5} = 2.5 \cdot \frac{0.5 + j \cdot 0.5}{(-0.5 + j \cdot 0.5 - [-0.5 - j \cdot 0.5])} = 2.5 \cdot \frac{0.5 + j \cdot 0.5}{j} = 2.5 \cdot (0.5 + j \cdot 0.5) \cdot (-j) = \\
 &= 1.25 - j \cdot 1.25
 \end{aligned}$$

k_2 s'obté de la mateixa forma. Però com que sabem que per dos pols complexos conjugats, les solucions de k_i són també complexos conjugades:

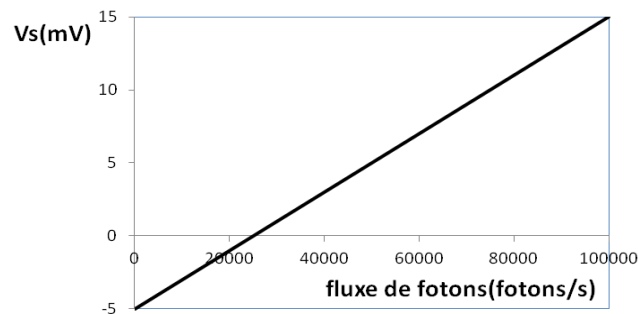
$$\Rightarrow k_2 = 1.25 + j \cdot 1.25$$

Ara ja podem antitransformar, ja que sabem l'antitransformada de $1/(s+a)$ (o el que és similar, $1/(s-a)$):

$$\begin{aligned}
 v_o(t) &= k_1 \cdot e^{[-0.5+j \cdot 0.5]t} + k_2 \cdot e^{[-0.5-j \cdot 0.5]t} = e^{-0.5t} \cdot \left[(1.25 - j \cdot 1.25) \cdot e^{j \cdot 0.5t} + (1.25 + j \cdot 1.25) \cdot e^{-j \cdot 0.5t} \right] = \\
 &= e^{-0.5t} \cdot 1.25 \cdot \left[(1 - j) \cdot (\cos(0.5 \cdot t) + j \cdot \sin(0.5 \cdot t)) + (1 + j) \cdot (\cos(-0.5 \cdot t) + j \cdot \sin(-0.5 \cdot t)) \right] = \\
 &= e^{-0.5t} \cdot 1.25 \cdot \left[(1 - j) \cdot (\cos(0.5 \cdot t) + j \cdot \sin(0.5 \cdot t)) + (1 + j) \cdot (\cos(0.5 \cdot t) - j \cdot \sin(0.5 \cdot t)) \right] = \\
 &= e^{-0.5t} \cdot 1.25 \cdot \left[(\cos(0.5 \cdot t) + j \cdot \sin(0.5 \cdot t) - j \cdot \cos(0.5 \cdot t) + \sin(0.5 \cdot t)) + (\cos(0.5 \cdot t) - j \cdot \sin(0.5 \cdot t) + j \cdot \cos(0.5 \cdot t) + \sin(0.5 \cdot t)) \right] = \\
 &= 2.5 \cdot e^{-0.5t} \cdot (\cos(0.5 \cdot t) + \sin(0.5 \cdot t))
 \end{aligned}$$

Aquesta expressió és vàlida només per $t > 0$.

P3) (1.5 punt) Tenim instal·lat en un satèl·lit que orbita el sol un sensor òptic que ens dóna un senyal de sortida en tensió segons el nombre de fotons que rep del sol per cada segon (unitats: número fotons/s). La seva resposta es mostra en la següent gràfica:



Nosaltres voldríem tenir un rang de tensions de sortida entre 0 i 10V corresponents a nombres de fotons per segon de 0 i 10^5 fotons/s respectivament. Dissenya un circuit amb amplificadors operacionals per aquesta finalitat. Indica els valors de resistències i les tensions d'alimentació. Dibuixa el diagrama de blocs del sistema.

Primer mirem de trobar el rang de valors de tensió de entrada. Aquest rang d'entrada serà de -5mV fins a 15mV, ja que només volem amplificar el rang 0 fins a 10^5 fotons/s, i la sortida varia de forma lineal amb l'entrada.

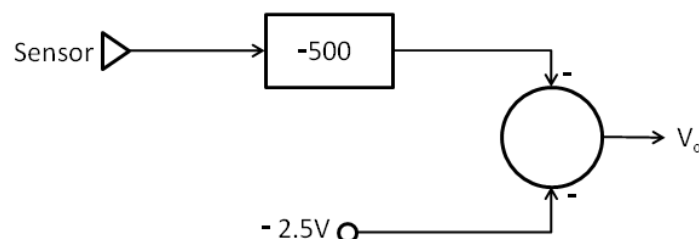
Per tant, el factor d'amplificació necessari serà:

$$\text{amplificació} = \frac{10V - 0V}{15mV - (-5mV)} = \frac{10}{0.02} = 500$$

Podem fer ús d'un o dos amplificadors per aconseguir aquest guany. Jo utilitzaré un amplificador inversor (la raó s'explica al següent paràgraf). Si agafem la resistència del bloc connectada a la font com a $1k\Omega$, llavors l'altre serà $500k\Omega$.

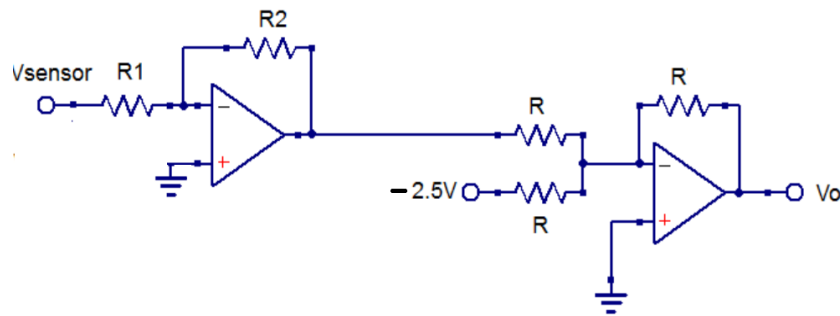
Ara ens queda només fer una suma (o una resta), ja que si multipliquem l'entrada per -500, la sortida ens donaria un rang de $-5mV \cdot (-500) = 2.5V$ fins a $15mV \cdot (-500) = -7.5V$. Per tant, hem de sumar -2.5V. Com que el nostre bloc sumador és inversor, la sortida ja estarà en el rang desitjat de 0V fins a 10V. Utilitzarem totes les resistències iguals i una font de -2.5V. N'hi han moltes altres solucions, totes vàlides si fan el que es demana.

El diagrama de blocs el podríem posar com:



Altres possibles esquemes són possibles per fer la mateixa funció. Qualsevol d'aquests seria vàlid.

I el circuit podria quedar com el següent:



De valors de resistències, podem prendre els següents:

$$R_1 = 1 \text{ k}\Omega$$

$$R_2 = 500 \text{ k}\Omega$$

$$R = 1 \text{ k}\Omega$$

El primer amplificador té una sortida que estarà en el rang de 2.5V fins a -7.5V. Per tant, les fonts d'alimentació poden ser, per exemple, 10V i -10V. El segon operacional té una sortida en el rang de 0V fins a 10V i, per tant, les fonts d'alimentació podrien ser 0V i 15V.