## Introducció al Càlcul Diferencial

Exercicis: Llista 1

Semestre de Tardor 2020-21

1. Resoleu les equacions o inequacions següents:

(a) 
$$\frac{3-x}{2+x} \le 0$$
 (b)  $\left| \frac{3-x}{2+x} \right| \le 1$  (c)  $|x+5| = 7$  (d)  $\left| |6-x| - |x+1| \right| > 1$ .

- **2.** Trobeu els  $x \in \mathbb{R} \setminus \{-2, 2\}$  que compleixen que  $\frac{x^2 4x 2}{4 x^2} 1 \ge 0$ .
- **3.** Expliciteu els nombres  $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$  que compleixen la desigualtat següent:

$$\frac{|x+\sqrt{3}|}{x} \ge -\frac{1}{3}.$$

(Indicació: Estudieu separadament els casos x > 0 i x < 0.)

- **4.** Determineu quins dels conjunts següents són acotats superiorment (inferiorment) i en tal cas trobeu el seu suprem (ínfim) i discutiu si és màxim (mínim):
  - (a) A és el conjunt de les solucions de l'inequació de l'exercici 1(a).
  - (b) B és el conjunt de les solucions de l'inequació de l'exercici 1(b).
  - (c) C és el conjunt dels  $x \in \mathbb{R} \setminus \{-2, 2\}$  que compleixen la designaltat de l'exercici 2.
- **5.** Sigui  $f: \mathbb{R} \setminus \{1, -1\} \longrightarrow \mathbb{R}$  l'aplicació definida per  $f(x) = \frac{1}{x^2 1}$ .
  - (a) Calculeu  $f^{-1}([-1,1])$  i  $f^{-1}([0,1])$ .
  - (b) Calculeu  $f \circ f$  allà on estigui definida.
  - (c) És f injectiva? És f exhaustiva?
- **6.** Sigui f la funció definida per  $f(x) = \sqrt{\frac{x-5}{x+5}}$ .
  - (a) Determineu el domini i el recorregut de f.
  - (b) És f injectiva? En cas afirmatiu, calculeu la seva inversa.
  - (c) Calculeu  $f^{-1}((-\infty,1))$ .
- 7. Sigui  $f: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$  la funció definida per  $f(x) = |x^2 + x 2|$ . Calculeu  $f^{-1}((-\infty, 1])$ .
- **8.** Sigui la funció  $f(x) = \log(\sqrt{x^2 x 6})$ .
  - (a) Trobeu-ne el domini.
  - (b) Determineu el conjunt  $f^{-1}(\{0\})$ . És f injectiva?