

Problema 1 En quina base el nombre (decimal) 136 s'escriu 2 5 3?

Solució 1 .

Sabem que el nombre 136 en decimal s'expressa com

$$1 \cdot 10^2 + 3 \cdot 10 + 6$$

Per tant, el nombre 2 5 3 en una base b desconeguda s'expressa com

$$2 \cdot b^2 + 5 \cdot b + 3$$

El que ens interessa es trobar els valors de b que compleixen

$$2 \cdot b^2 + 5 \cdot b + 3 = 136$$

si reordenem i deixem 0 a una banda tenim

$$2 \cdot b^2 + 5 \cdot b - 133 = 0$$

i treballant amb la fórmula de l'equació de segon grau obtenim

$$b = \frac{-5 \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-133)}}{2 \cdot 2} \implies b = \frac{-5 \pm 33}{4} \implies b = 7, b = \frac{-38}{4}$$

Però com que, per definició de base, aquesta ha de ser estrictament més gran que 1, $b = \frac{-38}{4}$ no és una solució vàlida. Per tant, la solució al problema es

$$b = 7$$

Problema 2 En quina base el nombre (decimal) 621 s'escriu 2 5 1 3?

Solució 2 .

El plantejament de l'exercici és igual que el del problema (1), volem resoldre l'equació

$$2 \cdot b^3 + 5 \cdot b^2 + b + 3 = 621$$

i reordenant obtenim

$$2 \cdot b^3 + 5 \cdot b^2 + b - 618 = 0 \tag{1}$$

Utilitzant el mètode de Ruffini obtenim

$$\begin{array}{r|rrrr} & 2 & 5 & 1 & -618 \\ 6 & 1 & 2 & 3 & 6 \\ \hline & 2 & 17 & 103 & 0 \end{array}$$

i com que l'equació $2 \cdot b^2 + 17 \cdot b + 103$ no té cap solució, l'única solució a l'equació (1) es

$$b = 6$$