Exercici 7. Demostreu que si n,$n+2$ i $n+4$ són nombres naturals primers, aleshores $n=3$.

Solució 7. Ho podem fer per casos, sobre el residu de a divisió per 3. És a dir, si $n=3q+r$, distingirem els casos $r=0$, $r=1$, $r=2$:

- **Cas r = 0:**
  Si $r=0$, $n=3q$, amb $q \geq 1$, aleshores com n és primer$\Rightarrow q=1$ i per tant, $n=3$.

- **Cas r = 1:**
  Si $r=1$, $n=3q+1$, amb $q \geq 1$, ja que si $q=0 \Rightarrow n=1$ i 1 no és un nombre primer, amb el qual si sumem 2 a banda i banda de la igualtat obtenim que $n+2=3q+3=3(q+1)$, i com $q \geq 1$, concluïm que $n+2$ no és primer, el que és una contradicció.

- **Cas r = 2:**
  Si $r=2$, $n=3q+2$, amb $q \geq 0$, si sumem 4 a cada membre de la igualtat s'obtè que $n+4=3q+6=3(q+2)$ i com $q \geq 0 \Rightarrow n+4$ no és primer.

D'aquests casos podem concloure que si $n=3$, aleshores n, $n+2$ i $n+4$ són primers, en aquest cas 3,5,7, respectivament.