UNIVERSITAT DE BARCELONA

Enric Pérez Canals

FÍSICA

MECÀNICA NEWTONIANA

Semestre de primavera, curs 2020/2021

Enginyeria Informàtica

1. **Introducció**
   - Magnitud física
   - Vectors
2. **Cinemàtica**
   - Posició, velocitat, acceleració
   - Movimients bàsics
3. **Dinàmica**
   - Lleis de Newton
   - Masses ligades
   - Forces de contacte
   - Llei de Hooke
   - Movimient circular
4. **Energia mecànica**
   - Treball
   - Teorema de l’energia cinètica
   - Forces conservatives. Energia potencial
   - Forces no conservatives. Fregament
   - Potència

Magnitud física

- Ha de ser un concepte quantificable, matematizable

- **Magnitud escalar**: amb un nombre n'hi ha prou. Per exemple: energia, temperatura, longitud, temps, densitat, etc.

- **Magnitud vectorial**: són magnituds que tenen direcció i sentit. La primera magnitud vectorial va ser la velocitat. En 3 dimensions, requereix 3 números (components):

$$\vec{v} = (v_x, v_y, v_z)$$

Un vector té: mòdul, sentit, direcció. Les components són les projeccions en els eixos cartesians.

Dimensions

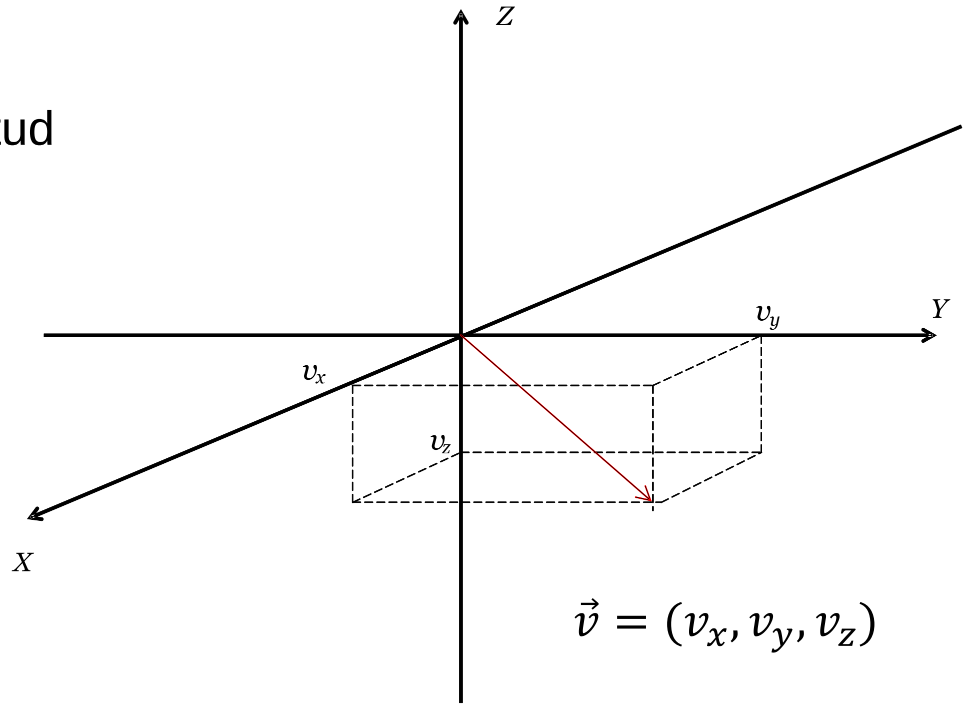
- Per a donar el valor quantitatiu d'una magnitud necessitem un valor patró. Les dimensions més usuals amb les que donem un valor són: *Longitud* (L), *Temps* (T), *Massa* (M). Aquestes serán les nostres dimensions fonamentals. [en electromagnetisme la intensitat de corrent o la càrrega elèctrica]

- Donades unes dimensions hi ha múltiples sistemes d'unitats en què podem donar els valors numèrics. Nosaltres utilizarem el ***sistema internacional***:

  Longitud : metre [m]
  Temps : segon [s]
  Massa : kilogram [Kg]

Magnitud vectorial

- ***Mòdul***: valor absolut de la seva longitud
- ***Direcció***: orientació
- ***Sentit***: cap a on apunta



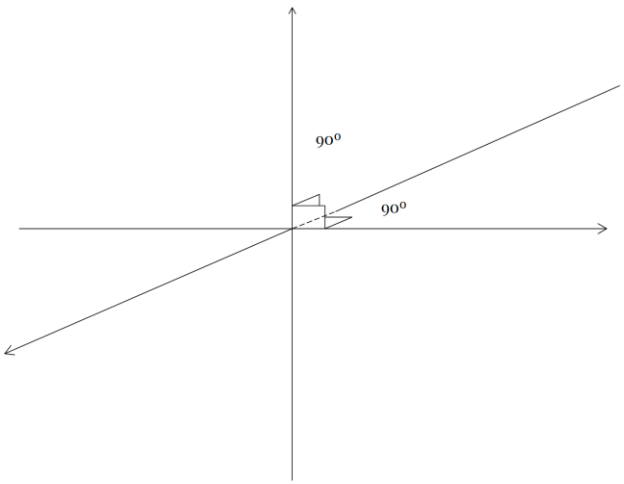
$$\vec{v} = (v_x, v_y, v_z)$$

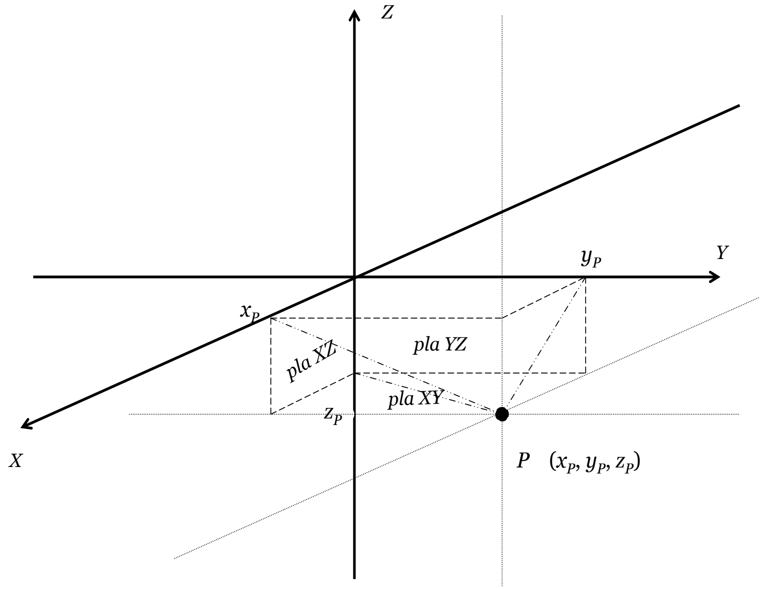
Per exemple:

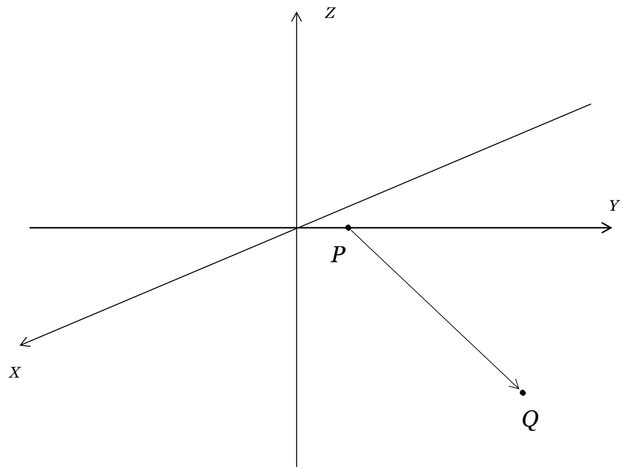
moment lineal : $\vec{p} = m\vec{v}$ té direcció

energia cinètica: $\frac{1}{2}mv^2$ és un escalar: no té direcció

Punts i vectors

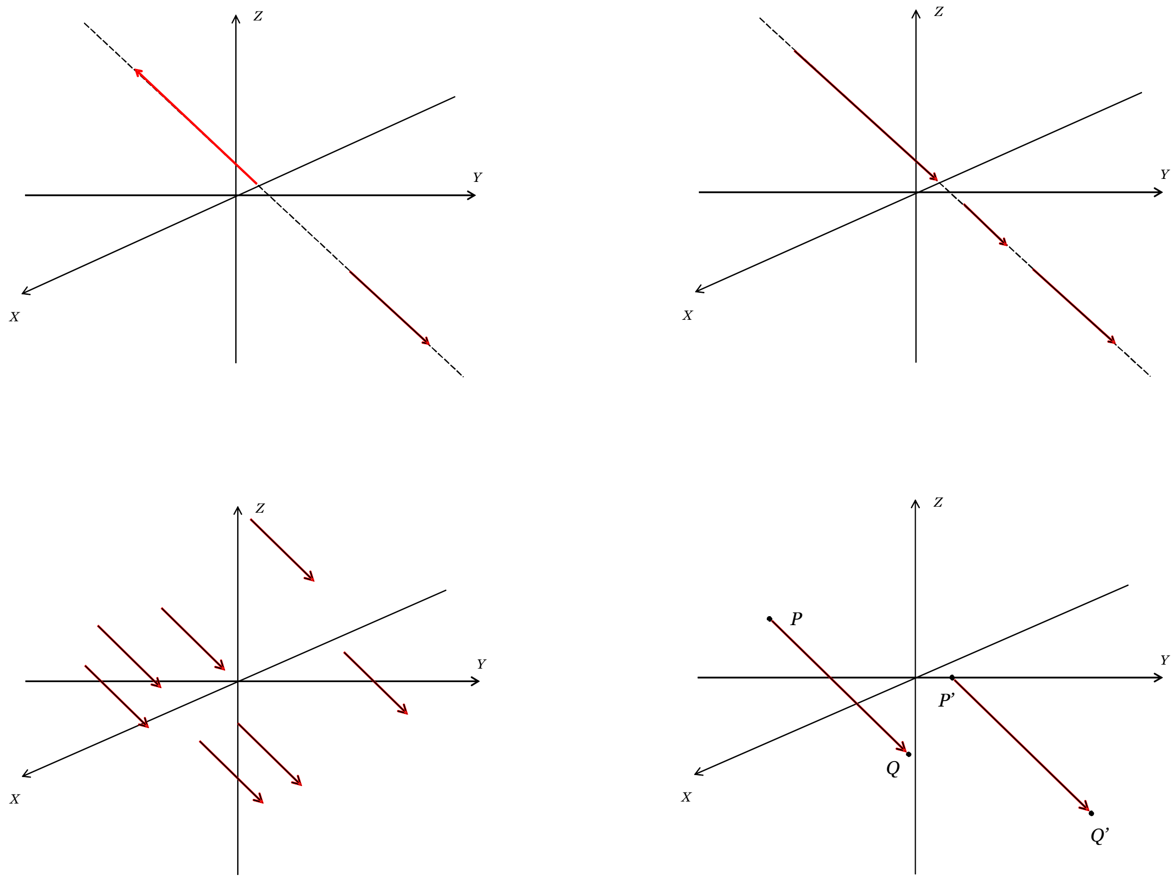






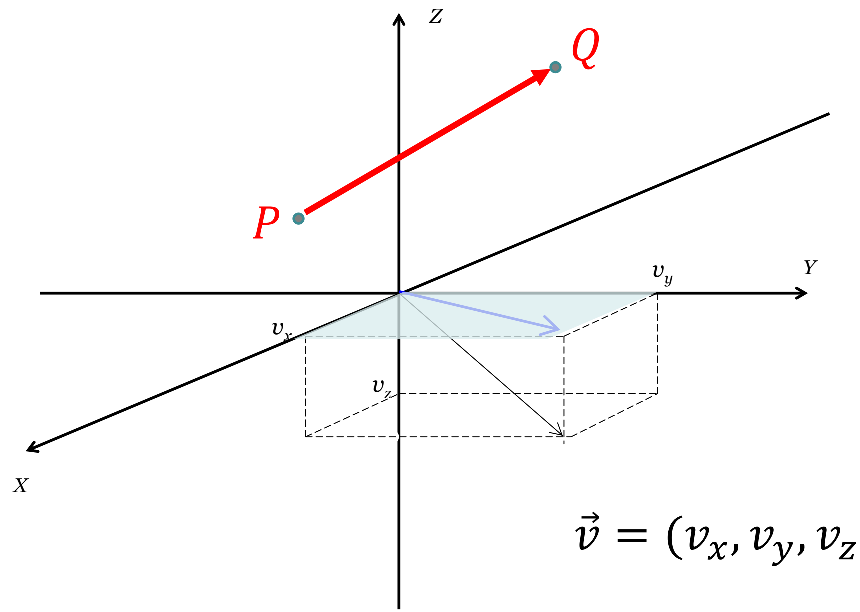
Vector: [DGLC] *Que transporta, que condueix*

Magnitud vectorial [mòdul, sentit, direcció]



Magnitud vectorial

- *Mòdul*: valor absolut de la seva longitud
- *Direcció*: orientació
- *Sentit*: cap a on apunta



$$\vec{v} = (v_x, v_y, v_z)$$

$$Q = P + \vec{v}$$

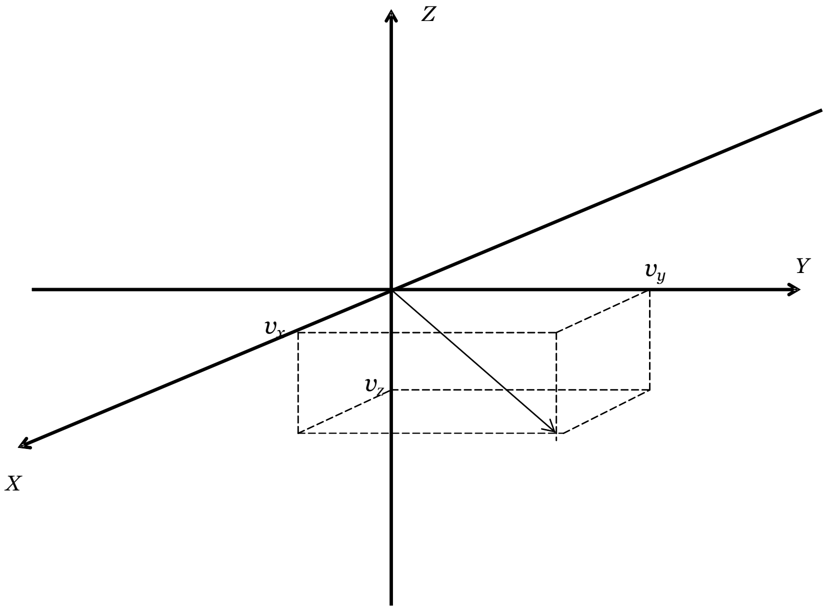
$$\vec{v} = Q - P = (x_Q, y_Q, z_Q) - (x_P, y_P, z_P) = (x_Q - x_P, y_Q - y_P, z_Q - z_P)$$

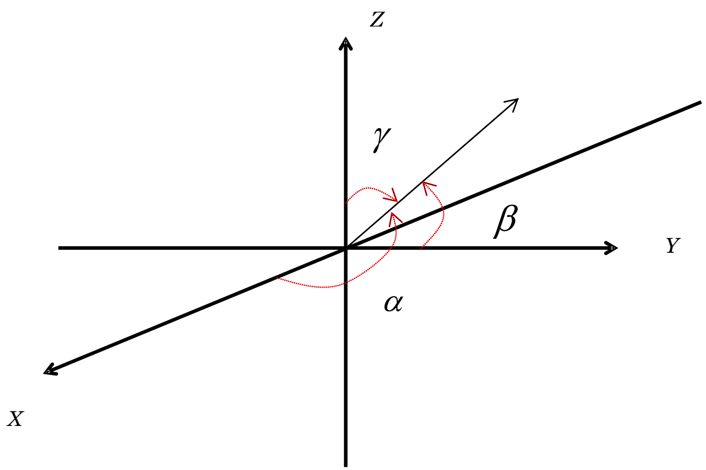
$$|\vec{v}|^2 = v_x^2 + v_y^2 + v_z^2$$

$$|v| \geq 0 \qquad |v| = 0 \;\Rightarrow\; \vec{v} = 0$$

Magnitud vectorial

- *Mòdul*: valor absolut de la seva longitud
- *Direcció*: orientació
- *Sentit*: cap a on apunta





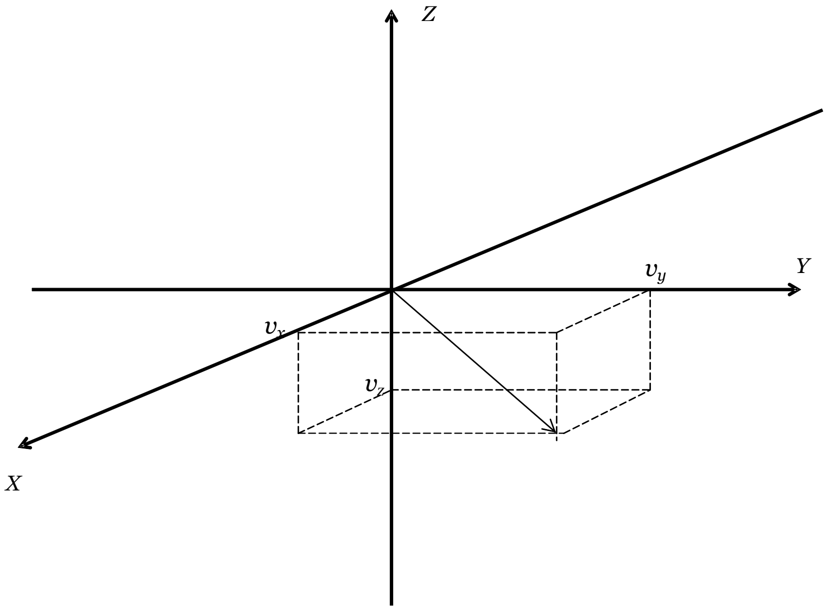
$$\cos\alpha = \frac{v_x}{|\vec{v}|} \qquad \cos\beta = \frac{v_y}{|\vec{v}|} \qquad \cos\gamma = \frac{v_z}{|\vec{v}|}$$

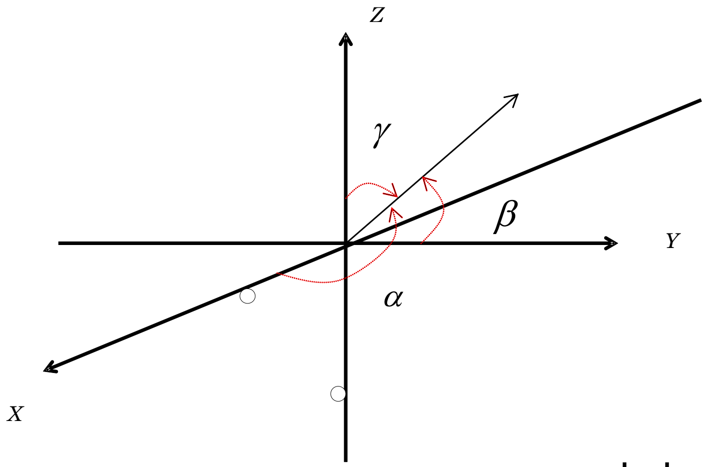
Cosinus directors

$$|\vec{v}|^2 = v_x^2 + v_y^2 + v_z^2 \quad \Rightarrow \quad \cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 1$$

Magnitud vectorial

- *Mòdul*: valor absolut de la seva longitud
- *Direcció*: orientació
- *Sentit*: cap a on apunta





Vector unitari

$$|v| = 1 \quad \Rightarrow \quad \hat{v} = \frac{1}{|\vec{v}|}(v_x, v_y, v_z) = (\cos\alpha, \cos\beta, \cos\gamma)$$

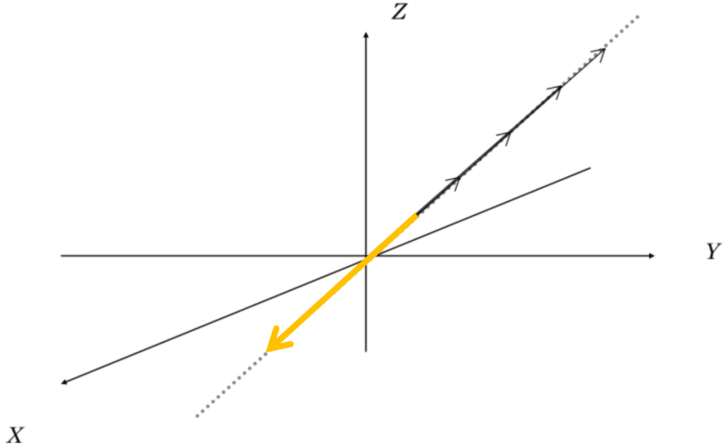
Operacions amb vectors

Escalar x vector

$$a\vec{v} = (av_x, av_y, av_z)$$

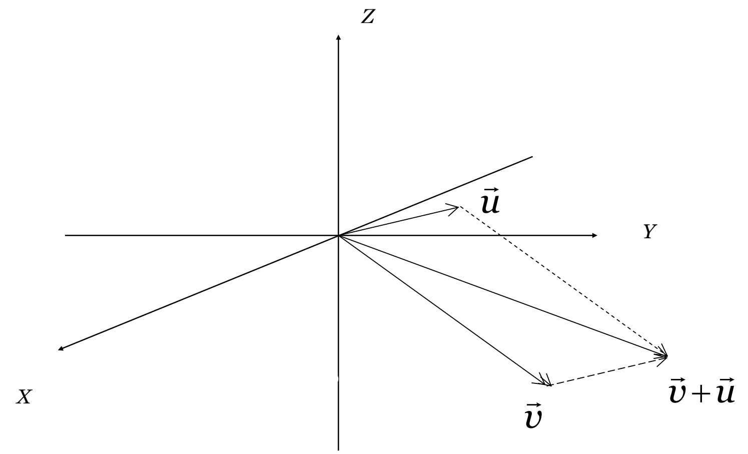
$$|a\vec{v}|^2 = a^2 v_x^2 + a^2 v_y^2 + a^2 v_z^2 \qquad |a\vec{v}| = |a||\vec{v}|$$

$$\cos\alpha = \sigma(a)\frac{v_x}{|\vec{v}|} \qquad \cos\beta = \sigma(a)\frac{v_y}{|\vec{v}|} \qquad \cos\gamma = \sigma(a)\frac{v_z}{|\vec{v}|}$$



Suma. Llei del paral·lelogram

$$\vec{u} + \vec{v} = \left(u_x + v_x, u_y + v_y, u_z + v_z\right) = \vec{v} + \vec{u}$$



Desigualtat triangular

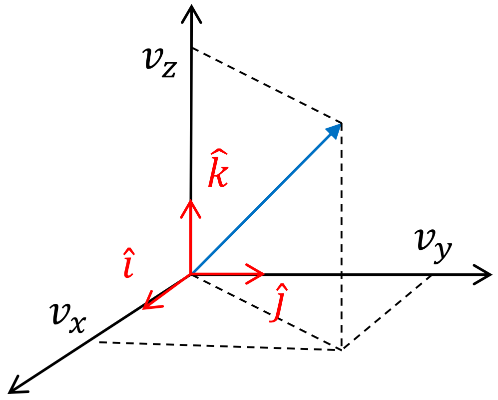
$$|\vec{u} + \vec{v}| \leq |\vec{u}| + |\vec{v}|$$

demostrar-la

Descomposició vectorial

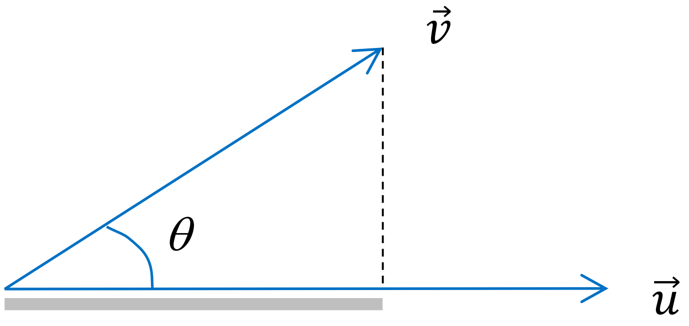
$$\begin{cases} \hat{\imath} = (1,0,0) \\ \hat{\jmath} = (0,1,0) \\ \hat{k} = (0,0,1) \end{cases}$$

$$\vec{v} = v_x\hat{\imath} + v_y\hat{\jmath} + v_z\hat{k}$$



Producte escalar

$$\vec{u}\cdot\vec{v} = |\vec{u}||\vec{v}|\cos\theta$$



$$\vec{u}\cdot\vec{v} = \left(u_x\hat{\imath} + u_y\hat{\jmath} + u_z\hat{k}\right)\cdot\left(v_x\hat{\imath} + v_y\hat{\jmath} + v_z\hat{k}\right)$$

$$\left.\begin{array}{l} \hat{\imath}\cdot\hat{\jmath} = 0 \\ \hat{\imath}\cdot\hat{k} = 0 \\ \hat{k}\cdot\hat{\jmath} = 0 \end{array}\right\} \qquad \vec{u}\cdot\vec{v} = u_x v_x + u_y v_y + u_z v_z$$

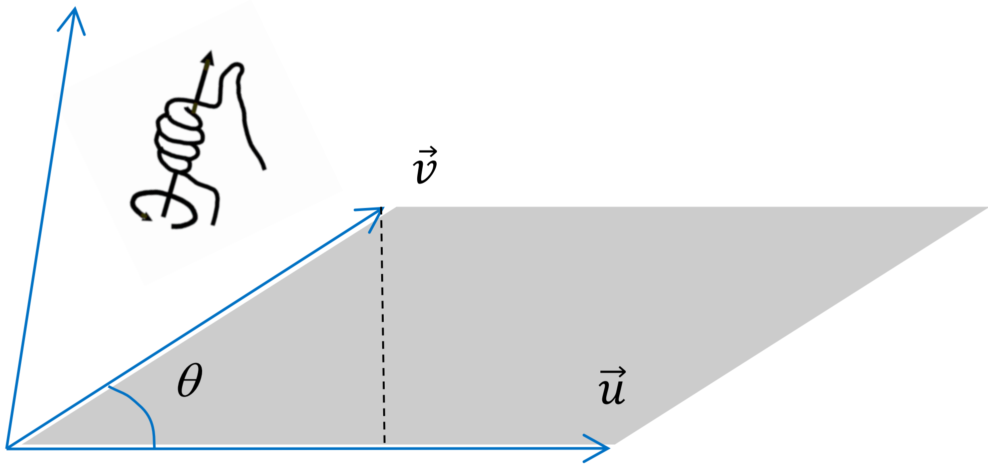
$$|\vec{v}|^2 = v_x^2 + v_y^2 + v_z^2 = \vec{v}\cdot\vec{v}$$

$$\cos\theta = \frac{\vec{u}\cdot\vec{v}}{|\vec{u}||\vec{v}|}$$

$$\vec{u}\cdot\vec{v} = 0 \quad \Longrightarrow \quad \vec{u} \perp \vec{v}$$

Producte vectorial

$$|\vec{u} \times \vec{v}| = \boxed{|\vec{u}||\vec{v}| \sin\theta}$$



$$\vec{u} \times \vec{v} = \left(u_x\hat{\imath} + u_y\hat{\jmath} + u_z\hat{k}\right) \times \left(v_x\hat{\imath} + v_y\hat{\jmath} + v_z\hat{k}\right)$$

$$\left.\begin{array}{ll} \hat{\imath} \times \hat{\jmath} = \hat{k} & \hat{\jmath} \times \hat{\imath} = -\hat{k} \\ \hat{\jmath} \times \hat{k} = \hat{\imath} & \hat{k} \times \hat{\jmath} = -\hat{\imath} \\ \hat{k} \times \hat{\imath} = \hat{\jmath} & \hat{\imath} \times \hat{k} = -\hat{\jmath} \end{array}\right\} \quad \vec{u} \times \vec{v} = \cdots = \left(u_y v_z - u_z v_y\right)\hat{\imath} + (u_z v_x - u_x v_z)\hat{\jmath} + \left(u_x v_y - u_y v_x\right)\hat{k}$$

$$\vec{u} \times \vec{v} = -\vec{v} \times \vec{u}$$

$$\hat{\imath} \times \hat{\imath} = 0$$
$$\hat{\jmath} \times \hat{\jmath} = 0$$
$$\hat{k} \times \hat{k} = 0$$

$$\vec{u} \times \vec{v} = 0 \implies \vec{u} \parallel \vec{v}$$

Producte mixte

$\vec{u} \cdot (\vec{v} \times \vec{\omega})$

$|\vec{u} \cdot (\vec{v} \times \vec{\omega})| = |\vec{u}||\vec{v}||\vec{\omega}| \sin\theta \cos\alpha$