EXAMEN Av única Gener 2019. TEORIA

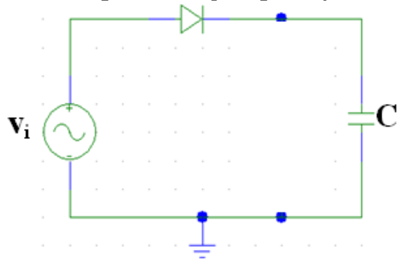
Indicar nom o NIUB i la resposta correcta a la taula del final del qüestionari

1. Una resistència ideal és un component electrònic no-linial per què:
a) es comporta diferent segons per on entri el corrent.
b) es comporta diferent segons el valor de la diferència de tensió.
c) ens ho diuen les bandes de colors de les resistències.
d) les seves potes no són rectes.
e) Cap de les respostes anteriors és correcte.

2. Podem dir que un condensador:
a) és un component electrònic no-linial.
b) té, generalment, una resistència de valor alt.
c) té memòria, cosa per la qual s'utilitza en alguns tipus de memòries.
d) té el mateix comportament que una bobina.
e) s'utilitza per produir llet condensada.

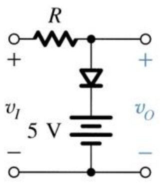
3. El principi de superposició permet resoldre alguns circuits complexos...
a) resolent altres circuits més senzills, tants com resistències te el circuit.
b) resolent altres circuits més senzills, tants com fonts de tensió té el circuit.
c) resolent altres circuits més senzills, tants com fonts té el circuit.
d) resolent altres circuits més senzills, tants com branques té el circuit.
e) separant la part real i la imaginària del circuit complexe.

4. Quina funció fa aquest circuit (suposem Vi sinusoidal amb amplitud major que Vγ, i sortida V_C):



a) Quan Vi és positiva, la sortida es Vi-Vγ. Quan és negativa, Vo=0V.
b) Quan Vi és negativa, la sortida es Vi-Vγ. Quan és positiva, Vo=0V.
c) Una vegada que Vi arriba al seu valor mínim, la sortida es manté sempre constant.
d) Una vegada que Vi arriba al seu valor màxim, la sortida es manté sempre constant.

5. Quin valor té V_o quan V_i=5V (prenent V_γ=0.7V):
a) 0V.
b) 5V.
c) 5.7V.
d) 10V.
e) Cap resposta anterior és correcta.



6. La resistència del canal d'un NMOS a la regió de tríode...
a) Només depèn de Vgs.
b) Només depèn de Vds.
c) Depèn de Vgs i de Vds.
d) És sempre constant.
e) No existeix cap resistència de canal en un NMOS.

7. En un transistor NMOS en saturació...
a) V_D sempre ha de ser major que V_S.
b) V_D sempre ha de ser major V_G.
c) La font sempre ha de ser a terra.
d) El transistor no funciona correctament.

8. Què són els pols d'una funció a l'espai de Laplace?
a) Les arrels que anul·len el numerador.
b) Les arrels que anul·len el denominador.
c) Les arrels que fan 1 a la funció.
d) Les arrels que fan inservible l'antitransformada de la funció.
e) Els frigo-dedos.

9. De la transformada de Laplace d'una bobina sabem que la corresponent impedància...
a) Augmenta amb la freqüència.
b) Disminueix amb la freqüència.
c) Augmenta amb el temps.
d) Disminueix amb el temps.
e) No depèn de la freqüència.

10. Per poder determinar la transformació completa a l'espai de Laplace d'un condensador, necessitem saber...
a) el valor de C.
b) C i el corrent que l'atravessa a t=0.
c) C i la diferència de tensió del condensador a t=0.
d) No existeix la transformada de Laplace d'un condensador.
e) Un condensador es transforma en una bobina a l'espai de Laplace.

11. La funció de transferència d'un circuit...
a) està definida a l'espai temporal.
b) S'obté de la relació de senyals de sortida i entrada tenint en compte condicions inicials nul·les.
c) S'obté sempre substituint s=0.
d) S'obté multiplicant els senyals d'entrada i sortida.
e) és una aplicació electrònica bancària.

12. Si un diagrama de Bode d'amplitud ens dóna un guany de 40 dB per una determinada freqüència, si l'amplitud del senyal sinusoïdal d'entrada és de 1V, quan val l'amplitud del senyal de sortida:
a) 0V.
b) 1V.
c) 10V.
d) 100V.

13. Tenim un circuit que té dos pols, els quals tenen part imaginària negativa. És estable aquest circuit?
a) Tots els circuits són estables.
b) Sí.
c) No.
d) Tots els circuits amb pols són inestables.
e) No ho podem saber amb aquesta informació.

14. Si un circuit té dos pols i un zero a freqüència w=0, quin pendent tindrà el diagrama de Bode d'amplitud a freqüències molt baixes (menor que qualsevol de la resta de pols i zeros)?
a) 0dB/dècada.
b) 20dB/dècada.
c) 40dB/dècada.
d) -20dB/dècada.
e) -40dB/dècada.

15. En un amplificador operacional que treballa a la zona no-lineal, què succeeix quan $v_+ > v_-$?
a) Que la sortida val zero.
b) Que la sortida val V_{cc-}.
c) Que la sortida val V_{cc+}.
d) Això no pot succeir treballant a la zona no-lineal.
e) Es crema l'amplificador.

16. De les entrades + i — d'un amplificador operacional ideal, sabem que:
a) Les seves tensions són sempre iguals.
b) Les seves tensions sempre són iguals però amb diferent signe, per exemple +5V i -5V.
c) Els seus corrents són sempre iguals.
d) No tenen res en comú.
e) Serveixen per sumar o restar senyals a la sortida.

17. En un amplificador operacional ideal s'assumeix:
a) Impedàncies d'entrada nul·les i sortida com a font de corrent ideal.
b) Impedàncies d'entrada nul·les i sortida com a font de tensió ideal.
c) Impedàncies d'entrada infinites i sortida com a font de corrent ideal.
d) Impedàncies d'entrada infinites i sortida com a font de tensió ideal.

18. Amb amplificadors operacionals treballant a la zona no-lineal...
a) $V_- = V_+$.
b) $I_+ = I_-$.
c) Vo pot prendre qualsevol valor entre Vcc+ i Vcc-.
d) Vo només pot prendre dos valors de tensió diferents.
e) $V_- = V_+ = 0V$.

19. Un amplificador operacional treballant en zona lineal té un valor de tensió de sortida 15V. Llavors podem dir que:
a) Això no és possible.
b) Vcc+=15V.
c) Vcc-=-15V.
d) Vcc+=30V.
e) No podem assegurar cap de les respostes anteriors.

20. Es pot utilitzar la transformada de Laplace amb un circuit amb amplificadors operacionals?
a) Sí, sempre.
b) No, mai.
c) Sí, però només quan treballa a la zona linial.
d) Sí, però només quan treballa a la zona no-linial.

NOM (o NIUB):

Indicar aquí l'única resposta correcta

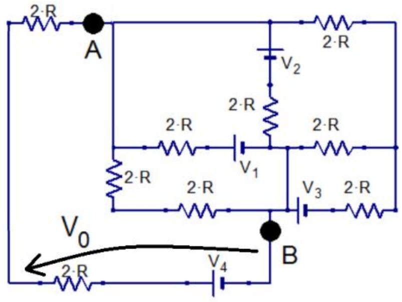
Pregunta	Resp.	Pregunta	Resp.
1	e	11	b
2	c	12	d
3	c	13	e
4	d	14	d
5	b	15	c
6	c	16	c
7	a	17	d
8	b	18	d
9	a	19	e
10	c	20	c

Resposta Correcta=0.15 Resposta Incorrecta=-0.05

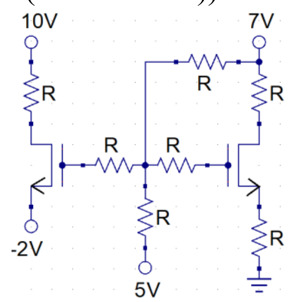
EXAMEN Av. única Gener 2019. Problemes.

P1) (1.5 punt) Feu els següents passos aplicats al circuit de la figura:

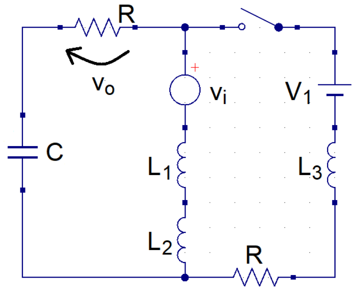
- Dona les equacions per resoldre aquest circuit aplicant únicament les lleis de Kirchhoff. (no s'han de resoldre; només mostrar les equacions aplicant les lleis per resoldre'l). Doneu també l'expressió per obtenir V_o suposant que hem obtingut la solució del circuit. Calcula també la tensió al punt que hi ha entre la font V_3 i la resistència de la seva dreta respecte el punt A.
- Obté l'equivalent Thevenin entre els punts A i B de la part dreta del circuit. Per obtenir V_{th}, apliqueu el principi de superposició.
- Fent ús d'aquest equivalent Thevenin, calcula V_o. (Si no heu pogut fer l'apartat anterior o queda massa complicat, utilitzeu: $V_{th}=V_1+V_2+V_3$ i $R_{th}=R$ en aquest apartat).



P2) (1.0 punts) Resoleu el circuit de la figura (doneu totes les tensions i corrents del circuit), prenent els següents valors: $K_n'\cdot W/L=1\ mA/V^2$, $V_T=2V$. Preneu també R com $1k\Omega$. (Si heu de resoldre en tríode, feu-lo en tríode lineal). Comproveu sempre si es compleixen les equacions en cada estat (tall, saturació i tríode (si s'ha resolt))



P3) (1.5 punt) Pel següent circuit, l'interruptor sempre ha estat abans de t=0 tancat, i a partir de t=0 l'interruptor s'obre. v_i proporciona 0V abans de t=0.

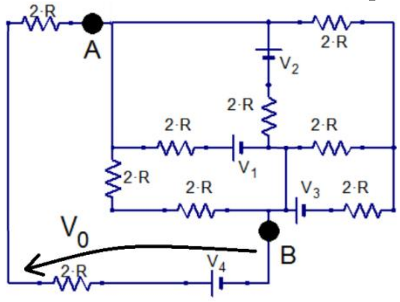


- Obteniu $V_o(s)$ prenent v_i com una font general amb transformada $V_i(s)$.
- Obteniu la funció de transferència prenent v_o com el senyal de sortida i v_i el d'entrada. Preneu els següents valors: $R = 1\ \Omega$, $C= 1$ F, $L_1 = L_2 = L_3 = 1$ H, V_1=1V. Dibuixa de forma aproximada el diagrama de Bode d'amplitud, indicant tota la informació necessària (pendents, i guany en algun punt). (Si no heu pogut obtenir la funció de transferència anteriorment, utilitzeu $H(s) = 5 \cdot \frac{s}{2\cdot s^2+s+2}$).

- Obteniu $v_o(t)$ fent ús d'una v_i igual a un esglaó unitari (u(t)). (Si surten números complexes, preneu com a freqüència associada el seu mòdul). (Si no heu pogut obtenir Vo(s) al primer apartat, utilitzeu $V_o(s) = 5 \cdot \frac{s+1}{2\cdot s^2+s+2}$).

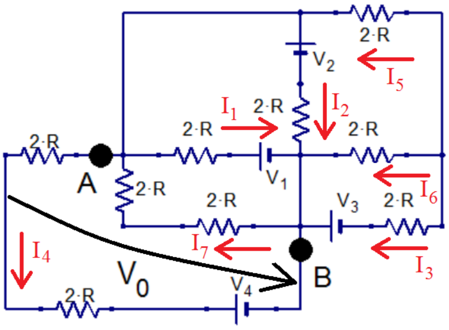
P1) (1.5 punt) Feu els següents passos aplicats al circuit de la figura:

- Dona les equacions per resoldre aquest circuit aplicant únicament les lleis de Kirchhoff. (no s'han de resoldre; només mostrar les equacions aplicant les lleis per resoldre'l). Doneu també l'expressió per obtenir V_o suposant que hem obtingut la solució del circuit. Calcula també la tensió al punt que hi ha entre la font V_3 i la resistència de la seva dreta respecte el punt A.
- Obté l'equivalent Thevenin entre els punts A i B de la part dreta del circuit. Per obtenir V_{th}, apliqueu el principi de superposició.
- Fent ús d'aquest equivalent Thevenin, calcula V_o. (Si no heu pogut fer l'apartat anterior o queda massa complicat, utilitzeu: $V_{th}=V_1+V_2+V_3$ i $R_{th}=R$ en aquest apartat).



-

En primer lloc, veiem que aquest circuit té 7 branques diferents i, per tant, hi ha 7 corrents que haurem de determinar. Per tant, haurem de tenir 7 equacions.
El primer pas consisteix sempre en definir els corrents de les diferents branques (assignem nom i sentit):

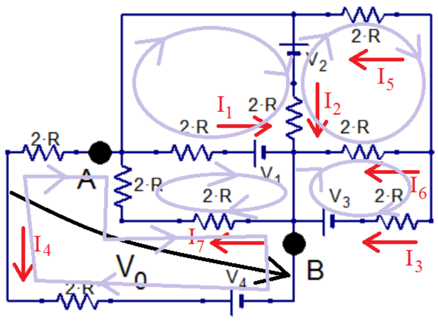


Com sempre, el sentit agafat pels corrents és totalment arbitrari. Es podria haver escollit qualsevol altre sentit pels corrents. La solució serà sempre el mateix (amb corrents canviades de signe segons els sentit escollit). Adoneu-vos que les 'branques' que no tenen components no les hem de considerar branques. Només connecten punts del circuit i constitueixen el mateix node.

Ara apliquem les lleis de Kirchhoff. Pel que fa a la lleis de nodes, veiem que hem d'aplicar-la a dos nodes ja que tenim tres nodes amb més de dues branques. Hem d'aplicar la llei a aquests nodes menys un. Per aquest "un" escollim el node del centre per què conflueixen moltes branques en aquest node (però es podria haver escollit qualsevol dels altres). Per tant, aplicant la llei de nusos:

$$I_1 + I_4 + I_2 = I_5 + I_7$$
$$I_3 + I_5 + I_6 = 0$$

Com que sabem que necessitem 7 equacions, ens manquen encara cinc equacions. Aquestes surten d'aplicar la segona llei de Kirchhoff (llei de malles). Les cinc malles més evidents per utilitzar són les indicades a la següent figura, i les recorrerem en sentit horari. Les malles escollides no poden deixar cap branca sense recòrrer:



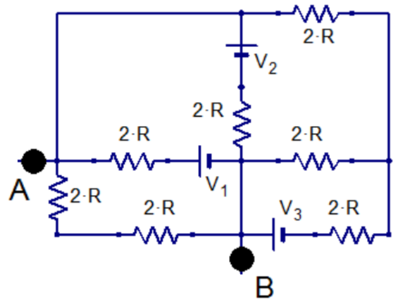
Apliquem donçs la llei de malles a aquestes cinc malles:

$$M1:\quad -V_2 - I_2\cdot 2\cdot R + V_1 + I_1\cdot 2\cdot R = 0$$
$$M2:\quad V_2 + I_5\cdot 2\cdot R - I_6\cdot 2\cdot R + I_2\cdot 2\cdot R = 0$$
$$M3:\quad -I_7\cdot 2\cdot R - I_7\cdot 2\cdot R - I_1\cdot 2\cdot R - V_1 = 0$$
$$M4:\quad V_3 + I_6\cdot 2\cdot R - I_3\cdot 2\cdot R = 0$$
$$M5:\quad I_4\cdot 4\cdot R + I_7\cdot 4\cdot R + V_4 = 0$$

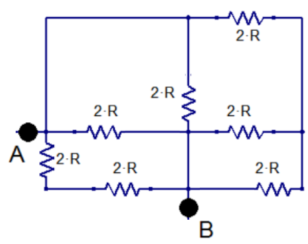
Amb la qual cosa ja tenim les 7 equacions.
El problema ens indica que no la ressolem, però sí que donem l'expressió per obtenir V_o suposant que haguéssim resolt les equacions i la tensió entre V3 i la resistència de la dreta respecte A:

$$V_o = -I_4\cdot 2\cdot R - V_4$$
$$V_x = I_5\cdot 2\cdot R - I_3\cdot 2\cdot R$$

Anem ara a obtenir l'equivalent Thevenin de la part del circuit que ens demana el problema. Per això, obrim el circuit pels punts A i B. Ens adonem que aplicar el teorema de Thevenin és possible ja que les dues parts en que dividim el circuit estan aïllades. Per tant, hem d'aplicar el teorema al següent circuit:

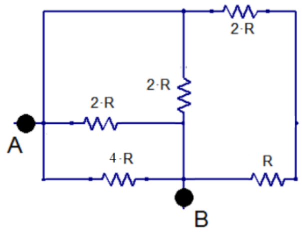


Hem d'obtenir R_{th} i V_{th}. Ambdós càlculs són independents l'un de l'altre, però tots dos comencen amb el mateix circuit anterior.
En primer lloc calculem el valor de R_{th}. Per això hem d'eliminar les fonts. Com que totes són de tensió, això equival a "curt-circuitar-les" (és a dir, substituir-les per un "cable"):

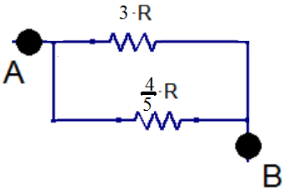


Ara hem de combinar totes les resistències, mantenint els nodes A i B intactes, fins que només ens quedi una. Aquesta resistència serà R_{th}. Per tant:

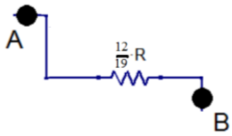
Paral·lel de les dues d'abaix esquerra i paral·lel de les dues d'abaix dreta



Paral·lel de les tres de l'esquerra i sèrie de les dues de la dreta

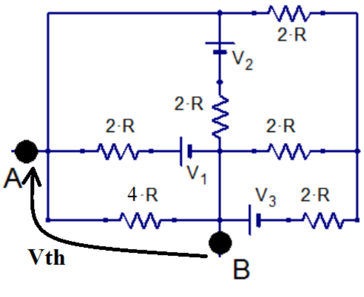


Paral·lel de les dues resistències restants



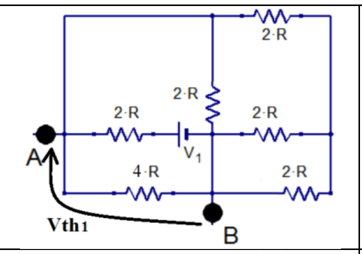
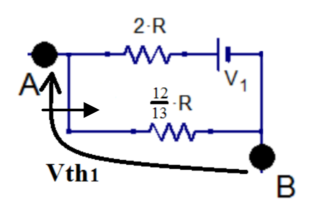
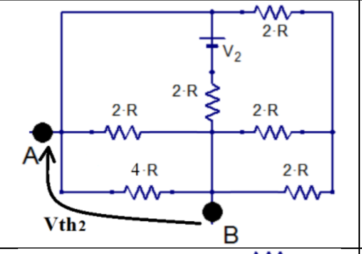
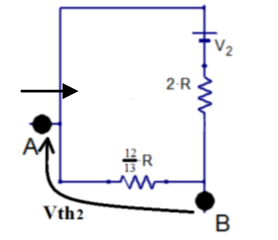
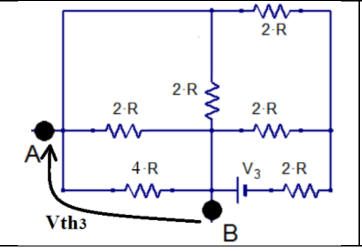
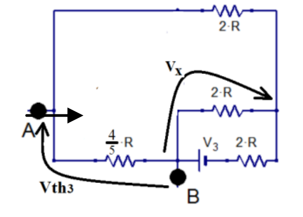
Per tant $R_{th} = \frac{12}{19} \cdot R$

Ara hem d'obtenir V_{th}. Per això, hem "d'oblidar" el pas anterior. Tornem a començar amb el circuit inicial. L'hem de resoldre i calcular V_{AB}. Aquesta serà V_{th}. Les branques on hi són A i B queden obertes i, per tant, no hi circula corrent. Per tant, no influiran en el funcionament d'aquesta part del circuit. Per tant, el circuit original queda com (ja hem fet la combinació sèrie de les dues resistències d'abaix):



Encara que es podria aplicar simplement les lleis de Kirchhoff, el problema ens demana explícitament resoldre'l utilitzant el principi de superposició.
Aquest circuit té tres fonts; per tant, hem de resoldre tres "subproblemes", utilitzant una font i eliminant la resta en cada cas. Cadascun d'aquests casos el podríem resoldre utilitzant les lleis de Kirchhoff ja que els subcircuits tindran com a màxim dues malles i es podrien resoldre 'a mà' sense problemes. Aquest procediment és el més directe, i igualment vàlid que el que utilitzarem en aquesta solució del problema. De fet, és aconsellable utilitzar les lleis de Kirchhoff. Aquí, el que farem serà provar de simplificar el circuit per fer els càlculs més fàcilment. Si no teniu clar com fer-ho, o no veieu massa clar com s'aplica la fórmula del divisor de tensió, és millor fer ús del

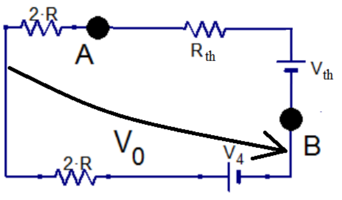
procediment mencionat anteriorment utilitzant les lleis de Kirchhoff. Els tres casos ens queden com es mostra a la taula:

<table>
<tr><td>1)</td><td>
</td><td>
</td><td>$$V_{th1}=\frac{\frac{12}{13}\cdot R}{\frac{12}{13}\cdot R+2\cdot R}\cdot V_1=\frac{12}{38}\cdot V_1=\frac{6}{19}\cdot V_1$$</td></tr>
<tr><td>2)</td><td>
</td><td>
</td><td>$$V_{th2}=\frac{6}{19}\cdot V_2$$</td></tr>
<tr><td>3)</td><td>
</td><td>
</td><td>$$V_{th3}=\frac{\frac{4}{5}\cdot R}{\frac{4}{5}\cdot R+2\cdot R}\cdot V_x=\frac{2}{7}\cdot\left(-\frac{2\cdot R//\frac{14}{5}\cdot R}{\left(2\cdot R//\frac{14}{5}\cdot R\right)+2\cdot R}\cdot V_3\right)=$$
$$=\frac{2}{7}\cdot\left(-\frac{7}{19}V_3\right)=-\frac{2}{19}\cdot V_3$$</td></tr>
</table>

El principi de superposició ens diu que la solució final és la suma de totes les solucions parcials. Per tant:

$$V_{th}=V_{th1}+V_{th2}+V_{th3}=\frac{6}{19}\cdot V_1+\frac{6}{19}\cdot V_2-\frac{2}{19}\cdot V_3=\frac{2}{19}\cdot\left(3\cdot\left(V_1+V_2\right)-V_3\right)$$

Ara ja podem substituir l'equivalent Thevenin al circuit i, així, poder obtenir V_o, que és el que ens demanen en l'últim apartat:



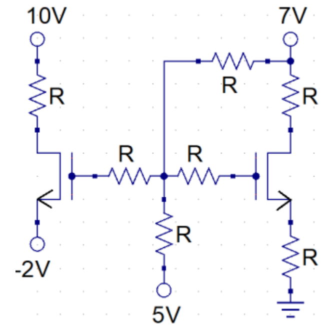
Aquest circuit és molt senzill de resoldre. Només hem d'aplicar les lleis de Kirchhoff a aquesta malla (prenem el corrent I cap a l'esquerra a la branca superior):

$$V_{th}-I\cdot R_{th}-I\cdot 4\cdot R-V_4=0\quad\Rightarrow I=\frac{V_{th}-V_4}{R_{th}+4\cdot R}=\frac{V_{th}-V_4}{\frac{12}{19}\cdot R+4\cdot R}=\frac{19}{88}\cdot\frac{V_{th}-V_4}{R}$$

$$\Rightarrow V_o=-I\cdot 2\cdot R-V_4=-\frac{38}{88}\cdot\left(V_{th}-V_4\right)-V_4=-\frac{38}{88}\cdot\left(\frac{2}{19}\cdot\left(3\cdot\left(V_1+V_2\right)-V_3\right)-V_4\right)-V_4=$$

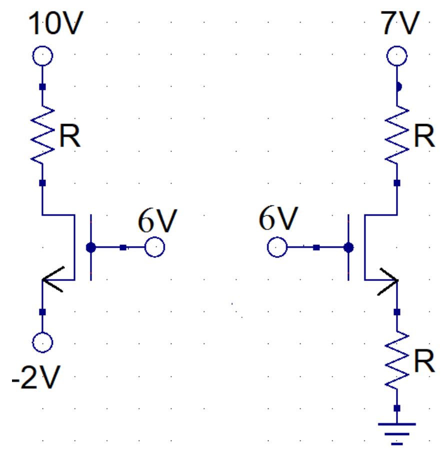
$$=-\frac{1}{44}\cdot\left(6\cdot V_1+6\cdot V_2-2\cdot V_3-19\cdot V_4\right)-V_4=\frac{1}{44}\cdot\left(2\cdot V_3-6\cdot\left(V_1+V_2\right)-25\cdot V_4\right)$$

P2) (1.0 punts) Resoleu el circuit de la figura (doneu totes les tensions i corrents del circuit), prenent els següents valors: Kn'·W/L=1 mA/V^2, V_T=2V. Preneu també R com 1kΩ. (Si heu de resoldre en tríode, feu-lo en tríode lineal). Comproveu sempre si es compleixen les equacions en cada estat (tall, saturació i tríode (si s'ha resolt))



Treballarem sempre en unitats de mA, kΩ i V.

En primer lloc, ens hem d'adonar que per les dues resistències conectades a porta no hi circula corrent i, per tant, tampoc juguen cap paper en aquest circuit. I les dues resistències del mig formen un divisor de tensió respecte la diferència de tensió de la branca. Per tant, de fet podem saber quina és la tensió de porta dels dos transistors: 5V+(7V-5V)/2=6V. Per tant, aquest circuit no és més que dos circuits, cadascun amb el seu transistor amb la tensió de porta de 6V. Per tant, ens queda:



A priori, aquests dos circuits semblen fàcil de resoldre. Comencem amb el de l'esquerra:

$$V_{GS} = 6V - (-2V) = 8V$$

Aquesta tensió és major que V_T. Per tant, no estarà en tall en cap cas. Suposem que està en saturació:

$$I_D = \frac{1}{2} \cdot K_n \cdot \frac{W}{L} \cdot (V_{GS} - V_T)^2 \quad \Rightarrow I_D = 0.5 \cdot (8-2)^2 \quad \Rightarrow I_D = 10mA$$

Independentment de I_D, es compleix que no està en tall. Per tant, comprovem només la condició de saturació:

$$V_D = 10 - I_D \cdot 1 = 0V \Rightarrow V_{DS} = 2V$$
$$2 \geq 8 - 2?$$

Aquesta condició no es compleix, amb la qual cosa està en tríode. Com ens diu l'enunciat, prenem tríode lineal en aquests casos:

$$I_D = K_n \cdot \frac{W}{L} \cdot \left[(V_{GS} - V_T) \cdot V_{DS} \right] \quad \Rightarrow I_D = 1 \cdot \left[(8-2) \cdot (10 - 1 \cdot I_D - (-2V)) \right]$$
$$\Rightarrow I_D = 6 \cdot (12 - \cdot I_D) \quad \Rightarrow 7 \cdot I_D = 72 \quad \Rightarrow I_D = 10.3mA$$

Comprovem la condició de tríode:

$$V_D = 10 - R \cdot I_D = -0.3V$$
$$V_{DS} < V_{GS} - V_T \quad ? \quad \rightarrow \quad -0.3 - (-2) < 8 - 2 \quad \rightarrow \quad 1.7 < 6$$

Aquesta condició és certa. Per tant, està en tríode.

Anem a resoldre el segon circuit de la dreta. Fàcilment podem deduir que no es troba en tall, ja que si fos així, llavors V_S=0 i, per tant V_{GS}=6V què és major que V_T. Assumim saturació:

$$V_{GS} = 6V - 1 \cdot I_D$$
$$I_D = \frac{1}{2} \cdot K_n \cdot \frac{W}{L} \cdot (V_{GS} - V_T)^2 \quad \Rightarrow I_D = 0.5 \cdot (6 - I_D - 2)^2 \quad \Rightarrow 2 \cdot I_D = 16 - 8 \cdot I_D + I_D{}^2$$
$$\Rightarrow I_D{}^2 - 10 \cdot I_D + 16 = 0$$

Resolent aquest equació, obtenim:

$$I_D = \frac{10 \pm \sqrt{10^2 - 4 \cdot 1 \cdot 16}}{2} = \frac{10 \pm 6}{2} = \begin{cases} 8\,mA \\ 2\,mA \end{cases}$$

Comprovem primer la primera solució:

$$V_S = 1 \cdot I_D = 8\,V$$

Aquesta solució no és compatible amb saturació ja que no es compleix la condició de no tall, ja que V_{GS}=6-8=-2V, i estaria en tall.
Comprovem la segona solució:

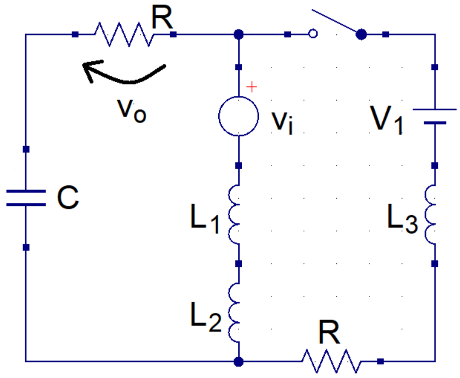
$$V_S = 1 \cdot I_D = 2\,V$$
$$V_D = 7 - 1 \cdot I_D = 5\,V$$

VGS en surt 4V i, per tant es compleix que no està en tall. Comprovem la condició de saturació:

$$V_{DS} \geq V_{GS} - V_T \quad ? \quad \rightarrow \quad 5 - 2 \geq 6 - 2 - 2 \quad \rightarrow \quad 3 \geq 2$$

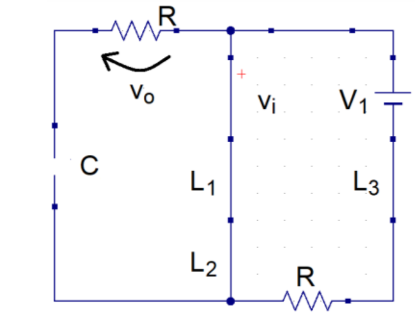
Aquesta relació sí es compleix i, per tant, està en saturació.

P3) (1.5 punt) Pel següent circuit, l'interruptor sempre ha estat abans de t=0 tancat, i a partir de t=0 l'interruptor s'obre. v_i proporciona 0V abans de t=0.



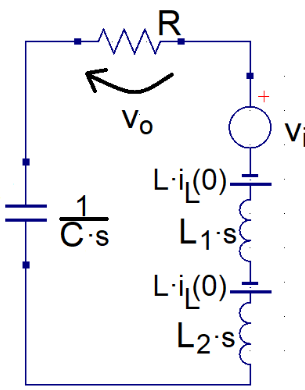
- Obteniu $V_o(s)$ prenent v_i com una font general amb transformada $V_i(s)$.
- Obteniu la funció de transferència prenent v_o com el senyal de sortida i v_i el d'entrada. Preneu els següents valors: R = 1 Ω, C= 1 F, $L_1 = L_2 = L_3$ = 1 H, V_1=1V. Dibuixa de forma aproximada el diagrama de Bode d'amplitud, indicant tota la informació necessària (pendents, i guany en algun punt). (Si no heu pogut obtenir la funció de transferència anteriorment, utilitzeu $H(s) = 5 \cdot \frac{s}{2 \cdot s^2 + s + 2}$).
- Obteniu $v_o(t)$ fent ús d'una v_i igual a un esglaó unitari (u(t)). (Si surten números complexes, preneu com a freqüència associada el seu mòdul). (Si no heu pogut obtenir Vo(s) al primer apartat, utilitzeu $V_o(s) = 5 \cdot \frac{s+1}{2 \cdot s^2 + s + 2}$).

En primer lloc determinem les condicions inicials de condensadors i bobines. Per això dibuixem el circuit abans de t=0:



La branca del condensador queda oberta, i la seva diferència de tensió és 0. Per tant, la diferència de tensió és 0. Per les bobines, el corrent que hi circula és la mateixa que la resistència de sota. Es pot veure fàcilment que el corrent és V_1/R.

Per tant, el circuit que ens queda per t>0 és:



Aquest circuit és molt senzill de resoldre i obtenir $V_o(s)$:

$$V_i(s) - I \cdot R - I \cdot \frac{1}{C \cdot s} - I \cdot L_2 \cdot s - L_2 \cdot i_L(0) - I \cdot L_1 \cdot s - L_1 \cdot i_L(0) = 0$$

$$I = \frac{V_i(s) - i_L(0) \cdot (L_1 + L_2)}{R + \frac{1}{C \cdot s} + L_1 \cdot s + L_2 \cdot s} = \frac{(V_i(s) - i_L(0) \cdot (L_1 + L_2)) \cdot C \cdot s}{(L_1 + L_2) \cdot C \cdot s^2 + R \cdot C \cdot s + 1}$$

$$V_o(s) = -I \cdot R = -\frac{(V_i(s) - i_L(0) \cdot (L_1 + L_2)) \cdot R \cdot C \cdot s}{(L_1 + L_2) \cdot C \cdot s^2 + R \cdot C \cdot s + 1}$$

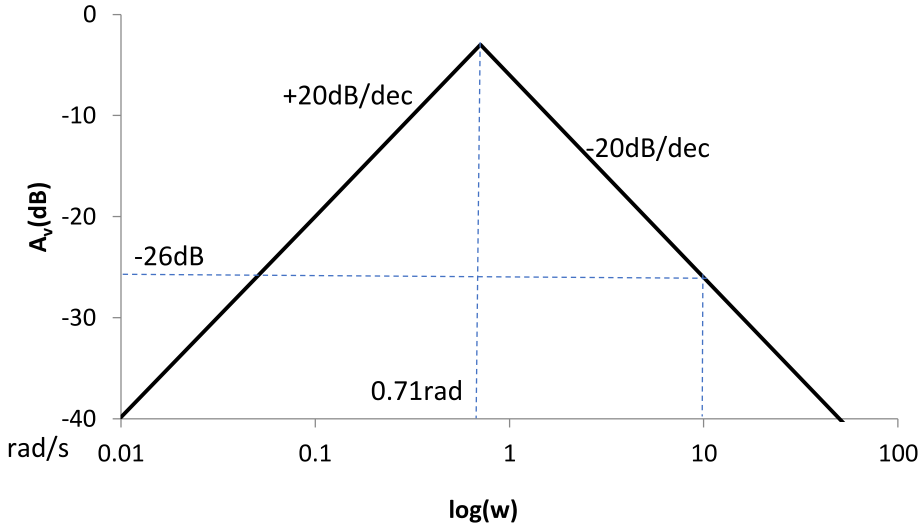
Per obtenir la funció de transferència hem de prendre condicions inicials nul·les (per definició). Per tant, només hem d'agafar $i_L(0)=0$:

$$H(s) = \frac{V_o(s)}{V_i(s)} = -\frac{R \cdot C \cdot s}{(L_1 + L_2) \cdot C \cdot s^2 + R \cdot C \cdot s + 1} = -\frac{s}{2 \cdot s^2 + s + 1} = -0.5 \cdot \frac{s}{s^2 + 0.5 \cdot s + 0.5}$$

Per poder fer la gràfica aproximada del diagrama de Bode d'amplitud, hem d'obtenir els pols i zeros de la funció de transferència. En aquest cas, està clar que tenim un zero a freqüència 0, i tenim dos pols que hem de calcular:

$$2 \cdot s^2 + s + 1 = 0 \Rightarrow p_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 2 \cdot 1}}{2 \cdot 2} \cong -0.25 \pm 0.66 \cdot i$$

Aquests pols es corresponen a una freqüència de $w_{1,2} = \sqrt{0.25^2 + 0.66^2} \cong 0.71\, rad.$
Com que la corba no tindrà cap zona de guany constant, llavors busquem un punt lluny de qualsevol pol i zero (al menys una dècada) per obtenir un valor de guany de la corba. Per exemple, a w=10 rad obtenim: |H(w=10)|≈1/2·1/w=0.05 (-26dB) . Per tant, ens quedarà:



Ens queda obtenir $v_o(t)$. Partim de l'expressió de $V_o(s)$ amb condicions inicials no nul·les i $V_i(s)=1/s$, con ens diu l'enunciat. Per tant:

$$V_o(s) = -\frac{\left(\frac{1}{s} - 2\right) \cdot s}{2 \cdot s^2 + s + 1} = -\frac{1 - 2 \cdot s}{2 \cdot s^2 + s + 1} = \frac{s - 0.5}{s^2 + 0.5 \cdot s + 0.5} =$$

$$= \frac{s-0.5}{\left(s-(-0.25+0.66\cdot i)\right)\cdot\left(s-(-0.25-0.66\cdot i)\right)}$$

A on ja hem deixat les 's' amb major grau amb un coeficient de 1, treient factor comú i posant els polinomis en termes (s-a). Per tant, ara sabem que podem obtenir:

$$V_o = \frac{k_1}{s-(-0.25+i\cdot 0.66)} + \frac{k_2}{s-(-0.25-i\cdot 0.66)}$$

I obtenim els valors de les dues constants k:

$$k_1 = V_o(s)\cdot\left(s-(-0.25+i\cdot 0.66)\right)\Big|_{s=-0.25+i\cdot 0.66} = \frac{s-0.5}{\left(s-(-0.25+i\cdot 0.66)\right)\cdot\left(s-(-0.25-i\cdot 0.66)\right)}\cdot\left(s-(-0.25+i\cdot 0.66)\right)\Big|_{s=-0.25+i\cdot 0.66} =$$

$$= \frac{s-0.5}{\left(s-(-0.25-i\cdot 0.66)\right)}\Bigg|_{s=-0.25+i\cdot 0.66} = \frac{-0.25+i\cdot 0.66-0.5}{\left(-0.25+i\cdot 0.66-(-0.25-i\cdot 0.66)\right)} = \frac{-0.75+i\cdot 0.66}{(i\cdot 1.32)} = 0.5+0.57\cdot i$$

k_2 s'obté de la mateixa forma. Però com que sabem que per dos pols complexes conjugats, les solucions de k_i són també complexes conjugades:

$$k_2 = 0.5-0.57\cdot i$$

Ara ja podem antitransformar, ja que sabem l'antitransformada de 1/(s+a) (o el que és similar, 1/(s-a)):

$$v_o(t) = (0.5+0.57\cdot i)\cdot e^{[-0.25+i\cdot 0.66]t} + (0.5-0.57\cdot i)\cdot e^{[-0.25-i\cdot 0.66]t} = e^{-0.25t}\cdot\left[(0.5+0.57\cdot i)\cdot e^{i\cdot 0.66t} + (0.5-0.57\cdot i)\cdot e^{-i\cdot 0.66t}\right] =$$

$$= e^{-0.25t}\cdot\left[0.5\cdot\left(e^{i\cdot 0.66t}+e^{-i\cdot 0.66t}\right)+0.57\cdot i\cdot\left(e^{i\cdot 0.66t}-e^{-i\cdot 0.66t}\right)\right] =$$

$$= e^{-0.25t}\cdot\left[0.5\cdot\left(\cos(0.66\cdot t)+i\cdot\sin(0.66\cdot t)+\cos(-0.66\cdot t)+i\cdot\sin(-0.66\cdot t)\right)+0.57\cdot i\cdot\left(\cos(0.66\cdot t)+i\cdot\sin(0.66\cdot t)-\cos(-0.66\cdot t)-i\cdot\sin(-0.66\cdot t)\right)\right] =$$

$$= e^{-0.25t}\cdot\left[0.5\cdot\left(\cos(0.66\cdot t)+i\cdot\sin(0.66\cdot t)+\cos(0.66\cdot t)-i\cdot\sin(0.66\cdot t)\right)+0.57\cdot i\cdot\left(\cos(0.66\cdot t)+i\cdot\sin(0.66\cdot t)-\cos(0.66\cdot t)+i\cdot\sin(0.66\cdot t)\right)\right] =$$

$$= e^{-0.25t}\cdot\left[\cos(0.66\cdot t)+1.14\cdot i\cdot i\cdot\sin(0.66\cdot t)\right] = e^{-0.25t}\cdot\left[\cos(0.66\cdot t)-1.14\cdot\sin(0.66\cdot t)\right]$$

Aquesta expressió és vàlida només per t > 0.