FÍSICA PARA CIENCIAS E INGENIERÍA

SERWAY, H. & JEWETT, J. W.

México, Cengage Learning, 2005

Caps. 7-8 (págs. 163-226)

Energía de un sistema y conservación de la energía

En una granja de viento, el aire en movimiento realiza trabajo sobre las aspas de los molinos, lo que hace girar las aspas y el rotor de un generador eléctrico. La energía se transfiere afuera del sistema del molino de viento mediante electricidad. (Billy Hustace/Getty Images)

7 Energía de un sistema

Las definiciones de cantidades como posición, velocidad, aceleración y fuerza junto a principios como la segunda ley de Newton han permitido encontrar muchas soluciones. Sin embargo algunos problemas, que podrían resolverse teóricamente con las leyes de Newton, son muy difíciles en la práctica, pero es posible simplificarlos con un planteamiento diferente. Aquí, y en los capítulos siguientes, se investigará este nuevo planteamiento que incluirá definiciones de cantidades que tal vez no le sean familiares. Otras cantidades pueden sonar familiares, pero adquieren significados más específicos en física que en la vida cotidiana. El análisis comienza al explorar la noción de *energía*.

El concepto de energía es uno de los temas más importantes en ciencia e ingeniería. En la vida cotidiana se piensa en la energía en términos de combustible para transporte y calentamiento, electricidad para luz y electrodomésticos, y alimentos para el consumo. No obstante, estas ideas no definen la energía; sólo dejan ver que los combustibles son necesarios para realizar un trabajo y que dichos combustibles proporcionan algo que se llama energía.

La energía está presente en el Universo en varias formas. *Todo* proceso físico que ocurra en el Universo involucra energía y transferencias o transformaciones de energía. Por desgracia, a pesar de su extrema importancia, la energía no es fácil de definir. Las variables en los capítulos previos fueron relativamente concretas; se tiene experiencia cotidiana con velocidades y fuerzas, por ejemplo. Aunque se tengan *experiencias* con la energía, como cuando se acaba la gasolina o con la pérdida del servicio eléctrico después de una tormenta violenta, la *noción* de energía es más abstracta.

El concepto de energía se aplica a sistemas mecánicos sin recurrir a las leyes de Newton. Además, en capítulos posteriores del libro la aproximación de energía permite comprender fenómenos térmicos y eléctricos, para los que las leyes de Newton no son útiles.

Las técnicas para resolución de problemas que se presentaron en capítulos anteriores respecto al movimiento de una partícula o un objeto que podría representarse como una partícula. Dichas técnicas aplican el *modelo de partícula*. El nuevo planteamiento comienza al dirigir la atención sobre un *sistema* y desarrollar técnicas para aplicar en un *modelo de sistema*.

7.1 Sistemas y entornos

PREVENCIÓN DE RIESGOS OCULTOS 7.1

Identifique el sistema

La primera etapa más importante a considerar en la solución de un problema aplicando el planteamiento de energía es identificar el sistema de interés adecuado.

En el modelo de sistema la atención se dirige a una porción pequeña del Universo, el **sistema**, y se ignoran detalles del resto del Universo afuera del sistema. Una habilidad vital para aplicar el modelo de sistema a problemas es la *identificación del sistema*. Un sistema válido

- puede ser un objeto simple o partícula
- puede ser una colección de objetos o partículas
- puede ser una región de espacio (como el interior del cilindro de combustión de un motor de automóvil)
- puede variar en tamaño y forma (como una bola de goma, que se deforma al golpear una pared)

Identificar la necesidad de un enfoque de sistema para resolver un problema (en oposición al enfoque de partícula) es parte del paso Categorizar en la "Estrategia general para resolver problemas" que se destacó en el capítulo 2. Identificar el sistema particular es una segunda parte de esta etapa.

No importa cuál sea el sistema particular en un problema dado, se identifica una **frontera de sistema**, una superficie imaginaria (que no necesariamente coincide con una superficie física) que divide al Universo del sistema y el **entorno** que lo rodea.

Como ejemplo, examine una fuerza aplicada a un objeto en el espacio vacío. Se puede definir el objeto como el sistema y su superficie como la frontera del sistema. La fuerza aplicada a él es una influencia sobre el sistema desde el entorno que actúa a través de la frontera del sistema. Se verá cómo analizar esta situación desde un enfoque de sistema en una sección posterior de este capítulo.

Otro ejemplo se vio en el ejemplo 5.10, donde el sistema se define como la combinación de la bola, el bloque y la cuerda. La influencia del entorno incluye las fuerzas gravitacionales sobre la bola y el bloque, las fuerzas normal y de fricción sobre el bloque, y la fuerza ejercida por la polea sobre la cuerda. Las fuerzas que ejerce la cuerda sobre la bola y el bloque son internas al sistema y debido a eso no se incluyen como una influencia del entorno.

Existen algunos mecanismos mediante los cuales un sistema recibe influencia de su entorno. El primero que se investigará es el *trabajo*.

7.2 Trabajo invertido por una fuerza constante

Casi todos los términos utilizados hasta el momento (velocidad, aceleración, fuerza, etcétera) tienen un significado similar en física como en la vida diaria. Sin embargo, ahora se encuentra un término cuyo significado en física es particularmente diferente de su significado cotidiano: *trabajo*.

Charles D. Winters

a) b) c)

Figura 7.1 Un borrador se empuja a lo largo de un riel del pizarrón mediante una fuerza que actúa a diferentes ángulos respecto de la dirección horizontal.

PREVENCIÓN DE RIESGOS OCULTOS 7.2
¿Qué se desplaza?

El desplazamiento en la ecuación 7.1 es el *del punto de aplicación de la fuerza*. Si la fuerza se aplica a una partícula o un sistema no deformable, este desplazamiento es el mismo que el desplazamiento de la partícula o sistema. Sin embargo, para sistemas deformables, estos dos desplazamientos con frecuencia no son los mismos.

Para comprender qué significa trabajo en física, considere la situación que se ilustra en la figura 7.1. Se aplica una fuerza $\vec{\mathbf{F}}$ a un borrador, qué se identifica como el sistema, y el borrador se desliza a lo largo del riel. Si quiere saber qué tan efectiva es la fuerza para mover el borrador, debe considerar no sólo la magnitud de la fuerza sino también su dirección. Si supone que la magnitud de la fuerza aplicada es la misma en las tres fotografías, el empujón que se aplica en la figura 7.1b hace más para mover el borrador que el empujón de la figura 7.1a. Por otra parte, la figura 7.1c muestra una situación en que la fuerza aplicada no mueve el borrador en absoluto, sin importar cuán fuerte se empuje (a menos, desde luego, ¡que se aplique una fuerza tan grande que rompa el riel!). Estos resultados sugieren que, cuando se analizan fuerzas para determinar el trabajo que realizan, se debe considerar la naturaleza vectorial de las fuerzas. También se debe conocer el desplazamiento $\Delta\vec{\mathbf{r}}$ del borrador mientras se mueve a lo largo del riel si se quiere determinar el trabajo invertido sobre él por la fuerza. Mover el borrador 3 m a lo largo del riel requiere más trabajo que moverlo 2 cm.

Examine la situación de la figura 7.2, donde el objeto (el sistema) experimenta un desplazamiento a lo largo de una línea recta mientras sobre él actúa una fuerza constante de magnitud F que forma un ángulo θ con la dirección del desplazamiento.

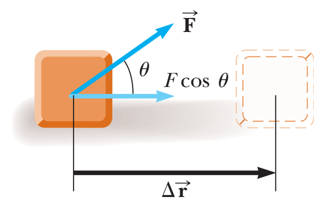


Figura 7.2 Si un objeto se somete a un desplazamiento $\Delta\vec{\mathbf{r}}$ bajo la acción de una fuerza constante $\vec{\mathbf{F}}$, el trabajo invertido por la fuerza es $F\,\Delta r\cos\theta$.

El **trabajo** W invertido sobre un sistema por un agente que ejerce una fuerza constante sobre el sistema es el producto de la magnitud F de la fuerza, la magnitud Δr del desplazamiento del punto de aplicación de la fuerza y $\cos\theta$, donde θ es el ángulo entre los vectores fuerza y desplazamiento:

$$W \equiv F\,\Delta r\cos\theta \tag{7.1}$$

◄ Trabajo invertido por una fuerza constante

Note en la ecuación 7.1 que el trabajo es un escalar, aun cuando se defina en términos de dos vectores, una fuerza $\vec{\mathbf{F}}$ y un desplazamiento $\Delta\vec{\mathbf{r}}$. En la sección 7.3 se explora cómo combinar dos vectores para generar una cantidad escalar.

Como ejemplo de la distinción entre la definición de trabajo y la comprensión cotidiana de la palabra, considere sostener una pesada silla con los brazos extendidos durante 3 minutos. Al final de este intervalo de tiempo, sus cansados brazos pueden hacerle creer que realizó una cantidad considerable de trabajo sobre la silla. Sin embargo, de acuerdo con la definición, sobre ella no ha realizado ningún trabajo. Usted ejerce una fuerza para sostener la silla, pero no la mueve. Una fuerza no realiza trabajo sobre un objeto si la fuerza no se mueve a través de un desplazamiento. Si $\Delta r = 0$, la ecuación 7.1 da $W = 0$, que es la situación que se muestra en la figura 7.1c.

Advierta también de la ecuación 7.1 que el trabajo invertido por una fuerza sobre un objeto en movimiento es cero cuando la fuerza aplicada es perpendicular al desplazamiento de su punto de aplicación. Esto es, si $\theta = 90°$, por lo tanto $W = 0$ porque $\cos 90° = 0$. Por ejemplo, en la figura 7.3, el trabajo invertido por la fuerza normal sobre el objeto y el trabajo invertido por la fuerza gravitacional sobre el objeto son ambos cero porque ambas

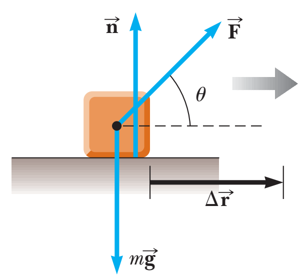


Figura 7.3 Un objeto se desplaza sobre una superficie horizontal sin fricción. La fuerza normal $\vec{\mathbf{n}}$ y la fuerza gravitacional $m\vec{\mathbf{g}}$ no trabajan sobre el objeto. En la situación que se muestra aquí, $\vec{\mathbf{F}}$ es la única fuerza que realiza trabajo sobre el objeto.

PREVENCIÓN DE RIESGOS OCULTOS 7.3
Trabajo realizado por… sobre…

No sólo debe identificar el sistema, también debe saber qué agente en el entorno realiza trabajo sobre el sistema. Cuando se analice el trabajo, siempre use la frase "el trabajo realizado por… sobre…". Después de "por", inserte la parte del entorno que interactúa directamente con el sistema. Después de "sobre", inserte el sistema. Por ejemplo, "el trabajo realizado por el martillo sobre el clavo" identifica al clavo como el sistema y la fuerza del martillo representa la interacción con el entorno.

PREVENCIÓN DE RIESGOS OCULTOS 7.4
Causa del desplazamiento

Es posible calcular el trabajo realizado por una fuerza sobre un objeto, pero dicha fuerza *no* necesariamente es la causa del desplazamiento del objeto. Por ejemplo, si levanta un objeto, la fuerza gravitacional realiza trabajo sobre el objeto, ¡aunque la gravedad no es la causa de que el objeto se mueva hacia arriba!

fuerzas son perpendiculares al desplazamiento y tienen componentes cero a lo largo de un eje en la dirección de $\Delta\vec{\mathbf{r}}$.

El signo del trabajo también depende de la dirección de $\vec{\mathbf{F}}$ en relación con $\Delta\vec{\mathbf{r}}$. El trabajo invertido por la fuerza aplicada sobre un sistema es positivo cuando la proyección de $\vec{\mathbf{F}}$ sobre $\Delta\vec{\mathbf{r}}$ está en la misma dirección que el desplazamiento. Por ejemplo, cuando un objeto se levanta, el trabajo invertido por la fuerza aplicada sobre el objeto es positivo, porque la dirección de dicha fuerza es hacia arriba, en la misma dirección que el desplazamiento de su punto de aplicación. Cuando la proyección de $\vec{\mathbf{F}}$ sobre $\Delta\vec{\mathbf{r}}$ está en la dirección opuesta al desplazamiento, W es negativo. Por ejemplo, conforme se levanta un objeto, el trabajo invertido por la fuerza gravitacional sobre el objeto es negativo. El factor cos θ en la definición de W (ecuación 7.1) automáticamente toma en cuenta el signo.

Si una fuerza aplicada $\vec{\mathbf{F}}$ está en la misma dirección que el desplazamiento $\Delta\vec{\mathbf{r}}$, por lo tanto $\theta = 0$ y $\cos 0 = 1$. En este caso, la ecuación 7.1 produce

$$W = F\,\Delta r$$

Las unidades de trabajo son las de fuerza multiplicada por longitud. En consecuencia, la unidad del SI de trabajo es el **newton·metro** ($\text{N}\cdot\text{m} = \text{kg}\cdot\text{m}^2/\text{s}^2$). Esta combinación de unidades se usa con tanta frecuencia que se le ha dado un nombre propio, **joule** (J).

Una consideración importante para un enfoque de sistema a los problemas es que **el trabajo es una transferencia de energía**. Si W es el trabajo realizado sobre un sistema y W es positivo, la energía se transfiere *al* sistema; si W es negativo, la energía se transfiere *desde* el sistema. Por lo tanto, si un sistema interactúa con su entorno, esta interacción se describe como una transferencia de energía a través de las fronteras del sistema. El resultado es un cambio en la energía almacenada en el sistema. En la sección 7.5 se aprenderá acerca del primer tipo de almacenamiento de energía, después de investigar más aspectos del trabajo.

Pregunta rápida 7.1 La fuerza gravitacional que ejerce el Sol sobre la Tierra mantiene a ésta en una órbita alrededor de aquél. Suponga que la órbita es perfectamente circular. El trabajo realizado por esta fuerza gravitacional durante un intervalo de tiempo breve, en el que la Tierra se mueve a través de un desplazamiento en su trayectoria orbital, es a) cero, b) positivo, c) negativo, d) imposible de determinar.

Pregunta rápida 7.2 La figura 7.4 muestra cuatro situaciones en las que una fuerza se aplica a un objeto. En los cuatro casos, la fuerza tiene la misma magnitud y el desplazamiento del objeto es hacia la derecha y de la misma magnitud. Clasifique las situaciones en orden del trabajo invertido por la fuerza sobre el objeto, del más positivo al más negativo.

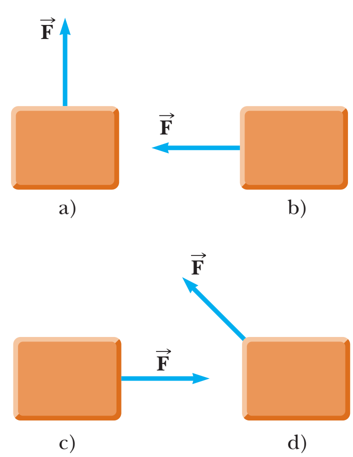


Figura 7.4 (Pregunta rápida 7.2) Se jala un bloque mediante una fuerza en cuatro direcciones diferentes. En cada caso, el desplazamiento del bloque es hacia la derecha y de la misma magnitud.

EJEMPLO 7.1 Sr. Limpio

Un hombre que limpia un piso jala una aspiradora con una fuerza de magnitud $F = 50.0$ N en un ángulo de 30.0° con la horizontal (figura 7.5). Calcule el trabajo consumido por la fuerza sobre la aspiradora a medida que ésta se desplaza 3.00 m hacia la derecha.

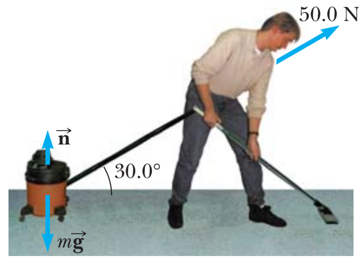


Figura 7.5 (Ejemplo 7.1) Una aspiradora se jala con un ángulo de 30.0° de la horizontal.

SOLUCIÓN

Conceptualizar La figura 7.5 ayuda a formar ideas de la situación. Piense en una experiencia de su vida en la que jaló un objeto a través del piso con una soga o cuerda.

Categorizar Se aplica una fuerza sobre un objeto, un desplazamiento del objeto y el ángulo entre los dos vectores, de modo que este ejemplo se clasifica como un problema de sustitución. La aspiradora se identifica como el sistema.

Aplique la definición de trabajo (ecuación 7.1):

$$W = F\,\Delta r \cos\theta = (50.0\text{ N})(3.00\text{ m})(\cos 30.0°)$$
$$= \boxed{130\text{ J}}$$

Observe en esta situación que la fuerza normal $\vec{\mathbf{n}}$ y la gravitacional $\vec{\mathbf{F}}_g = m\vec{\mathbf{g}}$ no realizan trabajo sobre la aspiradora porque estas fuerzas son perpendiculares a su desplazamiento.

7.3 Producto escalar de dos vectores

Debido a la manera en que los vectores fuerza y desplazamiento se combinan en la ecuación 7.1, es útil aplicar una herramienta matemática conveniente denominada **producto escalar** de dos vectores. Este producto escalar de los vectores $\vec{\mathbf{A}}$ y $\vec{\mathbf{B}}$ se escribe como $\vec{\mathbf{A}}\cdot\vec{\mathbf{B}}$ (Debido al símbolo punto, con frecuencia al producto escalar se le llama **producto punto**.)

El producto escalar de dos vectores cualesquiera $\vec{\mathbf{A}}$ y $\vec{\mathbf{B}}$ es una cantidad escalar igual al producto de las magnitudes de los dos vectores y el coseno del ángulo θ entre ellos:

$$\boxed{\vec{\mathbf{A}}\cdot\vec{\mathbf{B}} \equiv AB\cos\theta} \quad \textbf{(7.2)}$$

◀ Producto escalar de dos vectores cualesquiera $\vec{\mathbf{A}}$ y $\vec{\mathbf{B}}$

Como es el caso con cualquier multiplicación, $\vec{\mathbf{A}}$ y $\vec{\mathbf{B}}$ no necesitan tener las mismas unidades.

Al comparar esta definición con la ecuación 7.1, esta ecuación se expresa como un producto escalar:

$$\boxed{W = F\,\Delta r\cos\theta = \vec{\mathbf{F}}\cdot\Delta\vec{\mathbf{r}}} \quad \textbf{(7.3)}$$

En otras palabras, $\vec{\mathbf{F}}\cdot\Delta\vec{\mathbf{r}}$ es una notación abreviada de $F\,\Delta r\cos\theta$.

Antes de continuar con el análisis del trabajo, se investigan algunas propiedades del producto punto. La figura 7.6 muestra dos vectores $\vec{\mathbf{A}}$ y $\vec{\mathbf{B}}$ y el ángulo θ entre ellos, que se aplica en la definición del producto punto. En la figura 7.6, $B\cos\theta$ es la proyección de $\vec{\mathbf{B}}$ sobre $\vec{\mathbf{A}}$. Debido a eso, la ecuación 7.2 significa que $\vec{\mathbf{A}}\cdot\vec{\mathbf{B}}$ es el producto de la magnitud de $\vec{\mathbf{A}}$ y la proyección de $\vec{\mathbf{B}}$ sobre $\vec{\mathbf{A}}$.[1]

Del lado derecho de la ecuación 7.2, también se ve que el producto escalar es **conmutativo**.[2] Esto es,

$$\vec{\mathbf{A}}\cdot\vec{\mathbf{B}} = \vec{\mathbf{B}}\cdot\vec{\mathbf{A}}$$

Por último, el producto escalar obedece la **ley distributiva de la multiplicación**, de este modo

$$\vec{\mathbf{A}}\cdot(\vec{\mathbf{B}}+\vec{\mathbf{C}}) = \vec{\mathbf{A}}\cdot\vec{\mathbf{B}} + \vec{\mathbf{A}}\cdot\vec{\mathbf{C}}$$

PREVENCIÓN DE RIESGOS OCULTOS 7.5

El trabajo es un escalar

Aunque la ecuación 7.3 define el trabajo en términos de dos vectores, *el trabajo es un escalar*; no hay dirección asociada con él. *Todas* las clases de energía y de transferencia de energía son escalares. Este hecho es una gran ventaja de la aproximación de energía, ¡porque no se necesitan cálculos vectoriales!

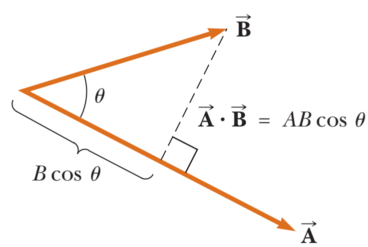


Figura 7.6 El producto escalar $\vec{\mathbf{A}}\cdot\vec{\mathbf{B}}$ es igual a la magnitud de $\vec{\mathbf{A}}$ multiplicada por $B\cos\theta$, que es la proyección de $\vec{\mathbf{B}}$ sobre $\vec{\mathbf{A}}$.

[1] Este enunciado es equivalente a afirmar que $\vec{\mathbf{A}}\cdot\vec{\mathbf{B}}$ es igual al producto de la magnitud de $\vec{\mathbf{B}}$ y la proyección de $\vec{\mathbf{A}}$ sobre $\vec{\mathbf{B}}$.

[2] En el capítulo 11 se verá otra forma de combinar vectores que resulta ser útil en física y no es conmutativa.

El producto punto es simple de evaluar a partir de la ecuación 7.2 cuando $\vec{\mathbf{A}}$ es perpendicular o paralelo a $\vec{\mathbf{B}}$. Si $\vec{\mathbf{A}}$ es perpendicular a $\vec{\mathbf{B}}$ ($\theta = 90°$), en tal caso $\vec{\mathbf{A}} \cdot \vec{\mathbf{B}} = 0$. (La igualdad $\vec{\mathbf{A}} \cdot \vec{\mathbf{B}} = 0$ también se cumple en el caso más trivial en el que $\vec{\mathbf{A}}$ o $\vec{\mathbf{B}}$ es cero.) Si el vector $\vec{\mathbf{A}}$ es paralelo al vector $\vec{\mathbf{B}}$ y los dos apuntan en la misma dirección ($\theta = 0$), por lo tanto $\vec{\mathbf{A}} \cdot \vec{\mathbf{B}} = AB$. Si el vector $\vec{\mathbf{A}}$ es paralelo al vector $\vec{\mathbf{B}}$ pero los dos apuntan en direcciones opuestas ($\theta = 180°$), en consecuencia $\vec{\mathbf{A}} \cdot \vec{\mathbf{B}} = -AB$. El producto escalar es negativo cuando $90° < \theta \leq 180°$.

Los vectores unitarios $\hat{\mathbf{i}}$, $\hat{\mathbf{j}}$ y $\hat{\mathbf{k}}$, que se definieron en el capítulo 3, se encuentran en las direcciones *x*, *y* y *z* positivas, respectivamente, de un sistema coordenado de mano derecha. Por lo tanto, se sigue de la definición de $\vec{\mathbf{A}} \cdot \vec{\mathbf{B}}$ que los productos escalares de estos vectores unitarios son

$$\hat{\mathbf{i}} \cdot \hat{\mathbf{i}} = \hat{\mathbf{j}} \cdot \hat{\mathbf{j}} = \hat{\mathbf{k}} \cdot \hat{\mathbf{k}} = 1 \qquad \textbf{(7.4)}$$

Productos punto de vectores unitarios ▶

$$\hat{\mathbf{i}} \cdot \hat{\mathbf{j}} = \hat{\mathbf{i}} \cdot \hat{\mathbf{k}} = \hat{\mathbf{j}} \cdot \hat{\mathbf{k}} = 0 \qquad \textbf{(7.5)}$$

Las ecuaciones 3.18 y 3.19 establecen que dos vectores $\vec{\mathbf{A}}$ y $\vec{\mathbf{B}}$ se expresan en forma de vector unitario como

$$\vec{\mathbf{A}} = A_x\hat{\mathbf{i}} + A_y\hat{\mathbf{j}} + A_z\hat{\mathbf{k}}$$

$$\vec{\mathbf{B}} = B_x\hat{\mathbf{i}} + B_y\hat{\mathbf{j}} + B_z\hat{\mathbf{k}}$$

Con la información que se proporciona en las ecuaciones 7.4 y 7.5 se muestra que el producto escalar de $\vec{\mathbf{A}}$ y $\vec{\mathbf{B}}$ se reduce a

$$\vec{\mathbf{A}} \cdot \vec{\mathbf{B}} = A_xB_x + A_yB_y + A_zB_z \qquad \textbf{(7.6)}$$

(Los detalles de la deducción se le dejan en el problema 5 al final del capítulo.) En el caso especial en el que $\vec{\mathbf{A}} = \vec{\mathbf{B}}$, se ve que

$$\vec{\mathbf{A}} \cdot \vec{\mathbf{A}} = A_x^2 + A_y^2 + A_z^2 = A^2$$

Pregunta rápida 7.3 ¿Cuál de los siguientes enunciados es verdadero respecto a la correspondencia entre el producto punto de dos vectores y el producto de las magnitudes de los vectores? a) $\vec{\mathbf{A}} \cdot \vec{\mathbf{B}}$ es mayor que AB. b) $\vec{\mathbf{A}} \cdot \vec{\mathbf{B}}$ es menor que AB. c) $\vec{\mathbf{A}} \cdot \vec{\mathbf{B}}$ podría ser mayor o menor que AB, dependiendo del ángulo entre los vectores. d) $\vec{\mathbf{A}} \cdot \vec{\mathbf{B}}$ podría ser igual a AB.

EJEMPLO 7.2 El producto escalar

Los vectores $\vec{\mathbf{A}}$ y $\vec{\mathbf{B}}$ se conocen por $\vec{\mathbf{A}} = 2\hat{\mathbf{i}} + 3\hat{\mathbf{j}}$ y $\vec{\mathbf{B}} = -\hat{\mathbf{i}} + 2\hat{\mathbf{j}}$.

A) Determine el producto escalar $\vec{\mathbf{A}} \cdot \vec{\mathbf{B}}$.

SOLUCIÓN

Conceptualizar No hay sistema físico a imaginar aquí. En vez de ello, es un ejercicio matemático que involucra dos vectores.

Categorizar Puesto que se tiene una definición para el producto escalar, este ejemplo se clasifica como un problema de sustitución.

Sustituya las expresiones vectoriales específicas para $\vec{\mathbf{A}}$ y $\vec{\mathbf{B}}$:

$$\begin{aligned}\vec{\mathbf{A}} \cdot \vec{\mathbf{B}} &= (2\hat{\mathbf{i}} + 3\hat{\mathbf{j}}) \cdot (-\hat{\mathbf{i}} + 2\hat{\mathbf{j}}) \\ &= -2\hat{\mathbf{i}} \cdot \hat{\mathbf{i}} + 2\hat{\mathbf{i}} \cdot 2\hat{\mathbf{j}} - 3\hat{\mathbf{j}} \cdot \hat{\mathbf{i}} + 3\hat{\mathbf{j}} \cdot 2\hat{\mathbf{j}} \\ &= -2(1) + 4(0) - 3(0) + 6(1) = -2 + 6 = \boxed{4}\end{aligned}$$

Se obtiene el mismo resultado cuando se aplica directamente la ecuación 7.6, donde $A_x = 2$, $A_y = 3$, $B_x = -1$ y $B_y = 2$.

B) Encuentre el ángulo θ entre $\vec{\mathbf{A}}$ y $\vec{\mathbf{B}}$.

SOLUCIÓN

Evalúe las magnitudes de $\vec{\mathbf{A}}$ y $\vec{\mathbf{B}}$ con el teorema de Pitágoras:

$$A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2} = \sqrt{(2)^2 + (3)^2} = \sqrt{13}$$

$$B = \sqrt{B_x^2 + B_y^2} = \sqrt{(-1)^2 + (2)^2} = \sqrt{5}$$

Aplique la ecuación 7.2 y el resultado del inciso (A) para encontrar el ángulo:

$$\cos\theta = \frac{\vec{\mathbf{A}}\cdot\vec{\mathbf{B}}}{AB} = \frac{4}{\sqrt{13}\sqrt{5}} = \frac{4}{\sqrt{65}}$$

$$\theta = \cos^{-1}\frac{4}{\sqrt{65}} = \boxed{60.3°}$$

EJEMPLO 7.3 **Trabajo consumido por una fuerza constante**

Una partícula móvil en el plano xy se somete a un desplazamiento conocido por $\Delta\vec{\mathbf{r}} = (2.0\hat{\mathbf{i}} + 3.0\hat{\mathbf{j}})$ m cuando una fuerza constante $\vec{\mathbf{F}} = (5.0\hat{\mathbf{i}} + 2.0\hat{\mathbf{j}})$ N actúa sobre la partícula.

A) Calcule las magnitudes de la fuerza y el desplazamiento de la partícula.

SOLUCIÓN

Conceptualizar Aunque este ejemplo es un poco más físico que el anterior, en cuanto que identifica una fuerza y un desplazamiento, es similar en términos de su estructura matemática.

Categorizar Ya que se proporcionan dos vectores y se pide encontrar sus magnitudes, este ejemplo se clasifica como un problema de sustitución.

Aplique el teorema de Pitágoras para encontrar las magnitudes de la fuerza y el desplazamiento:

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \sqrt{(5.0)^2 + (2.0)^2} = \boxed{5.4\text{ N}}$$

$$\Delta r = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2} = \sqrt{(2.0)^2 + (3.0)^2} = \boxed{3.6\text{ m}}$$

B) Calcule el trabajo consumido por $\vec{\mathbf{F}}$ en la partícula.

SOLUCIÓN

Sustituya las expresiones para $\vec{\mathbf{F}}$ y $\Delta\vec{\mathbf{r}}$ en la ecuación 7.3 y aplique las ecuaciones 7.4 y 7.5:

$$W = \vec{\mathbf{F}}\cdot\Delta\vec{\mathbf{r}} = [(5.0\hat{\mathbf{i}} + 2.0\hat{\mathbf{j}})\text{ N}]\cdot[(2.0\hat{\mathbf{i}} + 3.0\hat{\mathbf{j}})\text{ m}]$$

$$= (5.0\hat{\mathbf{i}}\cdot 2.0\hat{\mathbf{i}} + 5.0\hat{\mathbf{i}}\cdot 3.0\hat{\mathbf{j}} + 2.0\hat{\mathbf{j}}\cdot 2.0\hat{\mathbf{i}} + 2.0\hat{\mathbf{j}}\cdot 3.0\hat{\mathbf{j}})\text{ N}\cdot\text{m}$$

$$= [10 + 0 + 0 + 6]\text{ N}\cdot\text{m} = \boxed{16\text{ J}}$$

7.4 Trabajo consumido por una fuerza variable

Considere una partícula que se desplaza a lo largo del eje x bajo la acción de una fuerza que varía con la posición. La partícula se desplaza en la dirección de x creciente, desde $x = x_i$ a $x = x_f$. En tal situación, no se aplica $W = F\,\Delta r\cos\theta$ para calcular el trabajo consumido por la fuerza, porque esta correspondencia sólo se aplica cuando $\vec{\mathbf{F}}$ es constante en magnitud y dirección. Sin embargo, si piensa que la partícula se somete a un desplazamiento muy pequeño Δx, como se muestra en la figura 7.7a, la componente x de la fuerza, F_x, es aproximadamente constante en este intervalo pequeño; para este desplazamiento pequeño, se puede aproximar el trabajo invertido en la partícula mediante la fuerza como

$$W \approx F_x\,\Delta x$$

que es el área del rectángulo sombreado en la figura 7.7a. Si toma en cuenta F_x en función de la curva x dividida en un gran número de tales intervalos, el trabajo total consumido por

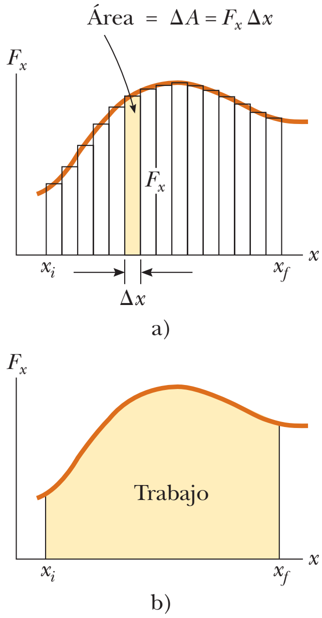


Figura 7.7 a) El trabajo consumido en una partícula por la componente de fuerza F_x para el desplazamiento pequeño Δx es $F_x \Delta x$, que es igual al área del rectángulo sombreado. El trabajo total consumido por el desplazamiento de x_i a x_f es aproximadamente igual a la suma de las áreas de todos los rectángulos. b) El trabajo invertido por la componente F_x de la fuerza variable cuando la partícula se traslada de x_i a x_f es *exactamente* igual al área bajo esta curva.

el desplazamiento desde x_i a x_f es aproximadamente igual a la suma de un gran número de tales términos:

$$W \approx \sum_{x_i}^{x_f} F_x \Delta x$$

Si se permite que el tamaño de los desplazamientos pequeños se aproxime a cero, el número de términos en la suma aumenta sin límite, pero el valor de la suma se aproxima a un valor definido que es igual al área limitada por la curva F_x y el eje x:

$$\lim_{\Delta x \to 0} \sum_{x_i}^{x_f} F_x \Delta x = \int_{x_i}^{x_f} F_x \, dx$$

En consecuencia, el trabajo invertido por F_x en la partícula conforme se traslada de x_i a x_f se puede expresar como

$$\boxed{W = \int_{x_i}^{x_f} F_x \, dx} \qquad \textbf{(7.7)}$$

Esta ecuación se reduce a la ecuación 7.1 cuando la componente $F_x = F \cos \theta$ es constante.

Si más de una fuerza actúa sobre un sistema *y el sistema se puede modelar como una partícula*, el trabajo total consumido en el sistema es justo el trabajo invertido por la fuerza neta. Si la fuerza neta en la dirección x se expresa como $\sum F_x$, el trabajo total, o *trabajo neto*, consumido cuando la partícula se traslada de x_i a x_f es

$$\sum W = W_{\text{neto}} = \int_{x_i}^{x_f} \left(\sum F_x\right) dx$$

Para el caso general de una fuerza neta $\sum \vec{\mathbf{F}}$ cuya magnitud y dirección puede variar, se aplica el producto escalar,

$$\sum W = W_{\text{neto}} = \int \left(\sum \vec{\mathbf{F}}\right) \cdot d\vec{\mathbf{r}} \qquad \textbf{(7.8)}$$

donde la integral se calcula sobre la trayectoria que toma la partícula a través del espacio.

Si no es posible modelar el sistema como una partícula (por ejemplo, si el sistema consiste de múltiples partículas que se mueven unas respecto de otras), no se puede usar la ecuación 7.8, porque fuerzas diferentes sobre el sistema pueden moverse a través de diferentes desplazamientos. En este caso, se debe evaluar el trabajo invertido por cada fuerza por separado y después sumar algebraicamente los trabajos para encontrar el trabajo neto invertido en el sistema.

EJEMPLO 7.4 Cálculo del trabajo total a partir de una gráfica

Una fuerza que actúa sobre una partícula varía con x como se muestra en la figura 7.8. Calcule el trabajo consumido por la fuerza en la partícula conforme se traslada de $x = 0$ a $x = 6.0$ m.

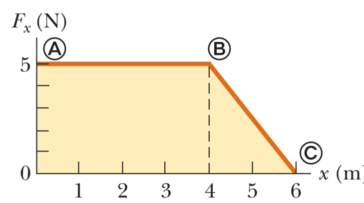


Figura 7.8 (Ejemplo 7.4) La fuerza que actúa sobre una partícula es constante para los primeros 4.0 m de movimiento y después disminuye linealmente con x de $x_Ⓑ = 4.0$ m a $x_Ⓒ = 6.0$ m. El trabajo neto invertido por esta fuerza es el área bajo la curva.

SOLUCIÓN

Conceptualizar Considere una partícula sometida a la fuerza de la figura 7.8. Observe que la fuerza permanece constante a medida que la partícula se traslada a través de los primeros 4.0 m y después disminuye linealmente a cero en 6.0 m.

Categorizar Ya que la fuerza varía durante todo el movimiento de la partícula, se deben aplicar las técnicas para el trabajo invertido por fuerzas variables. En este caso, se aplica la representación gráfica de la figura 7.8 para evaluar el trabajo consumido.

Analizar El trabajo consumido por la fuerza es igual al área bajo la curva de $x_Ⓐ = 0$ a $x_Ⓒ = 6.0$ m. Esta área es igual al área de la sección rectangular de Ⓐ hasta Ⓑ más el área de la sección triangular de Ⓑ hasta Ⓒ.

Evalúe el área del rectángulo: $W_{Ⓐ Ⓑ} = (5.0\ \text{N})(4.0\ \text{m}) = 20\ \text{J}$

Hallar el valor numérico del área del triángulo: $W_{Ⓑ Ⓒ} = \frac{1}{2}(5.0\ \text{N})(2.0\ \text{m}) = 5.0\ \text{J}$

Encuentre el trabajo total consumido por la fuerza en la partícula: $W_{Ⓐ Ⓒ} = W_{Ⓐ Ⓑ} + W_{Ⓑ Ⓒ} = 20\ \text{J} + 5.0\ \text{J} = \boxed{25\ \text{J}}$

Finalizar Ya que la gráfica de la fuerza consiste de líneas rectas, se pueden usar reglas para la búsqueda de las áreas de formas geométricas simples para evaluar el trabajo total invertido en este ejemplo. En un caso en el que la fuerza no varíe linealmente, tales reglas no se pueden aplicar y la función fuerza se debe integrar como en las ecuaciones 7.7 o 7.8.

Trabajo consumido en un resorte

En la figura 7.9 se muestra un modelo de sistema físico común para el que la fuerza varía con la posición. Un bloque sobre una superficie horizontal sin fricción se conecta a un resorte. Para muchos resortes, si el resorte está estirado o comprimido una distancia pequeña desde su configuración sin estirar (en equilibrio), ejerce en el bloque una fuerza que se puede representar matemáticamente como

$$\boxed{F_s = -kx} \quad \textbf{(7.9)}$$

◀ Fuerza de resorte

donde x es la posición del bloque en relación con su posición de equilibrio ($x = 0$) y k es una constante positiva llamada **constante de fuerza** o **constante de resorte** del resorte.

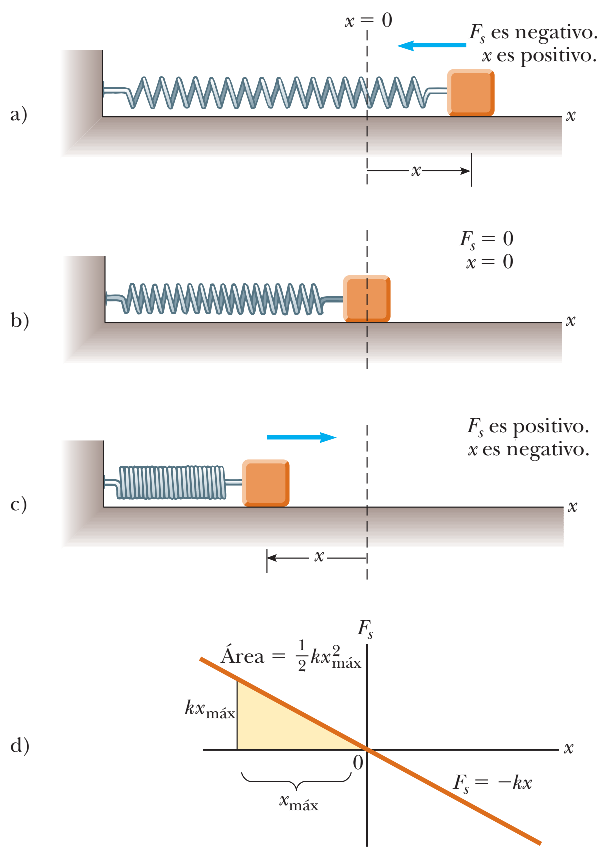


Figura 7.9 La fuerza que ejerce un resorte sobre un bloque varía con la posición x del bloque en relación con la posición de equilibrio $x = 0$. a) Cuando x es positivo (resorte estirado), la fuerza del resorte se dirige hacia la izquierda. b) Cuando x es cero (longitud natural del resorte), la fuerza del resorte es cero. c) Cuando x es negativo (resorte comprimido), la fuerza del resorte se dirige hacia la derecha. d) Gráfica de F_s en función de x para el sistema bloque–resorte. El trabajo invertido por la fuerza del resorte en el bloque cuando se traslada desde $-x_{máx}$ a 0 es el área del triángulo sombreado, $\frac{1}{2}kx^2_{máx}$.

En otras palabras, la fuerza que se requiere para estirar o comprimir un resorte es proporcional a la cantidad de estiramiento o compresión x. Esta ley de fuerza para resortes se conoce como **ley de Hooke**. El valor de k es una medida de la *rigidez* del resorte. Los resortes rígidos tienen grandes valores k, y los resortes suaves tienen pequeños valores k. Como se puede ver de la ecuación 7.9, las unidades de k son N/m.

La forma vectorial de la ecuación 7.9 es

$$\vec{\mathbf{F}}_s = F_s\hat{\mathbf{i}} = -kx\hat{\mathbf{i}} \tag{7.10}$$

donde el eje x se eligió en la dirección de extensión o compresión del resorte.

El signo negativo en las ecuaciones 7.9 y 7.10 significa que la fuerza que ejerce el resorte siempre tiene una dirección *opuesta* al desplazamiento de equilibrio. Cuando $x > 0$, como en la figura 7.9a, de modo que el bloque está a la derecha de la posición de equilibrio, la fuerza del resorte se dirige hacia la izquierda, en la dirección x negativa. Cuando $x < 0$, como en la figura 7.9c, el bloque está a la izquierda del equilibrio y la fuerza del resorte se dirige hacia la derecha, en la dirección x positiva. Cuando $x = 0$, como en la figura 7.9b, el resorte no está estirado y $F_s = 0$. Puesto que la fuerza del resorte siempre actúa hacia la posición de equilibrio ($x = 0$), a veces se le llama *fuerza de restitución*.

Si el resorte se comprime hasta que el bloque está en el punto $-x_{\text{máx}}$ y después se libera, el bloque se traslada de $-x_{\text{máx}}$ a través de cero hasta $+x_{\text{máx}}$. Después invierte la dirección, regresa a $-x_{\text{máx}}$ y continúa oscilando de ida y vuelta.

Suponga que el bloque se empuja hacia la izquierda a una posición $-x_{\text{máx}}$ y después se libera. Identifique el bloque como el sistema y calcule el trabajo W_s invertido por la fuerza del resorte en el bloque conforme éste se traslada de $x_i = -x_{\text{máx}}$ a $x_f = 0$. Al aplicar la ecuación 7.8 y suponer que el bloque se puede modelar como una partícula, se obtiene

$$W_s = \int \vec{\mathbf{F}}_s \cdot d\vec{\mathbf{r}} = \int_{x_i}^{x_f} (-kx\hat{\mathbf{i}}) \cdot (dx\hat{\mathbf{i}}) = \int_{-x_{\text{máx}}}^{0} (-kx)\,dx = \tfrac{1}{2}kx_{\text{máx}}^2 \tag{7.11}$$

donde se aplicó la integral $\int x^n dx = x^{n+1}/(n+1)$ con $n = 1$. El trabajo consumido por la fuerza del resorte es positivo porque la fuerza está en la misma dirección que su desplazamiento (ambos hacia la derecha). Puesto que el bloque llega en $x = 0$ con cierta rapidez, continuará móvil hasta que alcance una posición $+x_{\text{máx}}$. El trabajo invertido por la fuerza del resorte sobre el bloque conforme se traslada de $x_i = 0$ a $x_f = x_{\text{máx}}$ es $W_s = -\frac{1}{2}kx_{\text{máx}}^2$ porque para esta parte del movimiento la fuerza del resorte es hacia la izquierda y su desplazamiento es hacia la derecha. En consecuencia, el trabajo *neto* invertido por la fuerza del resorte en el bloque conforme se traslada de $x_i = -x_{\text{máx}}$ a $x_f = x_{\text{máx}}$ es *cero*.

La figura 7.9d es una gráfica de F_s en función de x. El trabajo calculado en la ecuación 7.11 es el área del triángulo sombreada, que corresponde al desplazamiento desde $-x_{\text{máx}}$ hasta 0. Ya que el triángulo tiene base $x_{\text{máx}}$ y altura $kx_{\text{máx}}$, su área es $\frac{1}{2}kx_{\text{máx}}^2$, el trabajo invertido por el resorte que se proporciona por la ecuación 7.11.

Si el bloque se somete a un desplazamiento arbitrario desde $x = x_i$ hasta $x = x_f$, el trabajo invertido por la fuerza del resorte en el bloque es

Trabajo consumido por un resorte ▶

$$W_s = \int_{x_i}^{x_f} (-kx)\,dx = \tfrac{1}{2}kx_i^2 - \tfrac{1}{2}kx_f^2 \tag{7.12}$$

De la ecuación 7.12 se ve que el trabajo invertido por la fuerza del resorte es cero para cualquier movimiento que termine donde comenzó ($x_i = x_f$). En el capítulo 8 se usará este resultado importante cuando se describa con mayor detalle el movimiento de este sistema.

Las ecuaciones 7.11 y 7.12 describen el trabajo empleado por el resorte sobre el bloque. Ahora considere el trabajo invertido en el bloque por un *agente externo* conforme el agente aplica una fuerza sobre el bloque y el bloque se mueve *muy lentamente* de $x_i = -x_{\text{máx}}$ a $x_f = 0$, como en la figura 7.10. Se puede calcular este trabajo al notar que, en cualquier valor de la posición, la *fuerza aplicada* $\vec{\mathbf{F}}_{\text{ap}}$ es igual en magnitud y opuesta en dirección a la fuerza del resorte $\vec{\mathbf{F}}_s$, de modo que $\vec{\mathbf{F}}_{\text{ap}} = F_{\text{ap}}\hat{\mathbf{i}} = -\vec{\mathbf{F}}_s = -(-kx\hat{\mathbf{i}}) = kx\hat{\mathbf{i}}$. Debido a eso, el trabajo realizado por esta fuerza aplicada (el agente externo) en el sistema bloque–resorte es

$$W_{ap} = \int \vec{\mathbf{F}}_{ap} \cdot d\vec{\mathbf{r}} = \int_{x_i}^{x_f} (kx\hat{\mathbf{i}}) \cdot (dx\hat{\mathbf{i}}) = \int_{-x_{máx}}^{0} kx\,dx = -\tfrac{1}{2}kx_{máx}^2$$

Este trabajo es igual al negativo del trabajo invertido por la fuerza del resorte para este desplazamiento (ecuación 7.11). El trabajo es negativo porque el agente externo debe empujar hacia adentro sobre el resorte para evitar que se expanda y esta dirección es opuesta a la dirección del desplazamiento del punto de aplicación de la fuerza conforme el bloque se traslada desde $-x_{máx}$ a 0.

Para un desplazamiento arbitrario del bloque, el trabajo consumido en el sistema por el agente externo es

$$W_{ap} = \int_{x_i}^{x_f} kx\,dx = \tfrac{1}{2}kx_f^{\,2} - \tfrac{1}{2}kx_i^{\,2} \quad \textbf{(7.13)}$$

Advierta que esta ecuación es el negativo de la ecuación 7.12.

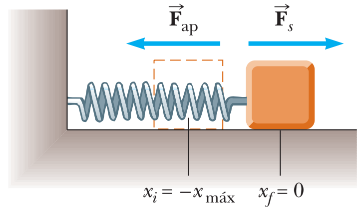


Figura 7.10 Un bloque se traslada desde $x_i = -x_{máx}$ a $x_f = 0$ sobre una superficie sin fricción conforme se aplica una fuerza $\vec{\mathbf{F}}_{ap}$ al bloque. Si el proceso se realiza muy lentamente, la fuerza aplicada es igual en magnitud y opuesta en dirección a la fuerza del resorte en todo momento.

Pregunta rápida 7.4 Un dardo se carga en una pistola de juguete, la cual se activa por un resorte al empujarlo hacia adentro una distancia x. Para la carga siguiente, el resorte se comprime una distancia $2x$. ¿Cuánto trabajo se requiere para cargar el segundo dardo en comparación con el que se requiere para cargar el primero? a) cuatro veces más, b) dos veces más, c) el mismo, d) la mitad, e) una cuarta parte.

EJEMPLO 7.5 Medición de *k* para un resorte

Una técnica común aplicada para medir la constante de fuerza de un resorte se demuestra por la configuración de la figura 7.11. El resorte cuelga verticalmente (figura 7.11a) y un objeto de masa m se une a su extremo inferior. Bajo la acción de la "carga" mg, el resorte se estira una distancia d desde su posición de equilibrio (figura 7.11b).

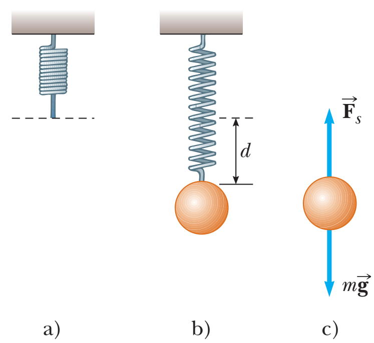


Figura 7.11 (Ejemplo 7.5) Determinación de la constante de fuerza k de un resorte. La elongación d la produce un objeto unido, que tiene un peso mg.

A) Si un resorte se estira 2.0 cm por un objeto suspendido que tiene una masa de 0.55 kg, ¿cuál es la constante de fuerza del resorte?

SOLUCIÓN

Conceptualizar Considere la figura 7.11b, que muestra lo que le ocurre al resorte cuando el objeto se une a él. Simule esta situación al colgar un objeto sobre una banda elástica.

Categorizar El objeto en la figura 7.11b no acelera, de modo que se le modela como una partícula en equilibrio.

Analizar Puesto que el objeto está en equilibrio, la fuerza neta sobre él es cero y la fuerza hacia arriba del resorte equilibra la fuerza gravitacional hacia abajo $m\vec{\mathbf{g}}$ (figura 7.11c).

Al aplicar la ley de Hooke produce $|\vec{\mathbf{F}}_s| = kd = mg$ y al resolver para k:

$$k = \frac{mg}{d} = \frac{(0.55\text{ kg})(9.80\text{ m/s}^2)}{2.0 \times 10^{-2}\text{ m}} = \boxed{2.7 \times 10^2\text{ N/m}}$$

B) ¿Cuánto trabajo invierte el resorte sobre el objeto conforme se estira esta distancia?

SOLUCIÓN

Aplique la ecuación 7.12 para encontrar el trabajo invertido por el resorte sobre el objeto:

$$W_s = 0 - \tfrac{1}{2}kd^2 = -\tfrac{1}{2}(2.7 \times 10^2\text{ N/m})(2.0 \times 10^{-2}\text{ m})^2$$
$$= \boxed{-5.4 \times 10^{-2}\text{ J}}$$

Finalizar A medida que el objeto se mueve a través de los 2.0 cm de distancia, la fuerza gravitacional también realiza trabajo sobre él. Este trabajo es positivo porque la fuerza gravitacional es hacia abajo y así es el desplazamiento del punto de aplicación de esta fuerza. Respecto a la ecuación 7.12 y la discusión posterior, ¿esperaría que el trabajo realizado por la fuerza gravitacional sea $+5.4 \times 10^{-2}$ J? Descúbralo.

Evalúe el trabajo invertido por la fuerza gravitacional en el objeto:

$$W = \vec{\mathbf{F}} \cdot \Delta\vec{\mathbf{r}} = (mg)(d)\cos 0 = mgd$$

$$= (0.55 \text{ kg})(9.80 \text{ m/s}^2)(2.0 \times 10^{-2} \text{ m}) = 1.1 \times 10^{-1} \text{ J}$$

Si usted esperaba que el trabajo invertido por la gravedad simplemente fuera el invertido por el resorte con un signo positivo, ¡es posible que le sorprenda este resultado! Para comprender por qué éste no es el caso, es necesario explorar más, como se hace en la siguiente sección.

7.5 Energía cinética y el teorema trabajo–energía cinética

Ya se investigó el trabajo y se le identificó como un mecanismo de transferencia de energía en un sistema. Un resultado posible de hacer trabajo sobre un sistema es que el sistema cambia su rapidez. En esta sección se investiga esta situación y se introduce el primer tipo de energía que un sistema puede tener, llamada *energía cinética.*

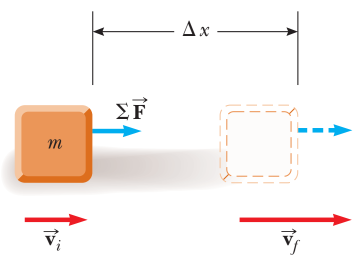


Figura 7.12 Un objeto que se somete a un desplazamiento $\Delta\vec{\mathbf{r}} = \Delta x\hat{\mathbf{i}}$ y un cambio en velocidad bajo la acción de una fuerza neta constante $\Sigma\,\vec{\mathbf{F}}$.

Considere un sistema que consiste de un solo objeto. La figura 7.12 muestra un bloque de masa m que se mueve a través de un desplazamiento dirigido hacia la derecha bajo la acción de una fuerza neta $\Sigma\,\vec{\mathbf{F}}$, también dirigida hacia la derecha. Se sabe de la segunda ley de Newton que el bloque se mueve con una aceleración $\vec{\mathbf{a}}$. Si el bloque (y por tanto la fuerza) se mueven a través de un desplazamiento $\Delta\vec{\mathbf{r}} = \Delta x\hat{\mathbf{i}} = (x_f - x_i)\,\hat{\mathbf{i}}$, el trabajo neto realizado sobre el bloque por la fuerza neta $\Sigma\,\vec{\mathbf{F}}$ es

$$W_{\text{neto}} = \int_{x_i}^{x_f} \sum F\,dx \tag{7.14}$$

Al aplicar la segunda ley de Newton, se sustituye para la magnitud de la fuerza neta $\Sigma F = ma$ y después se realizan las siguientes manipulaciones de la regla de la cadena en el integrando:

$$W_{\text{neto}} = \int_{x_i}^{x_f} ma\,dx = \int_{x_i}^{x_f} m\frac{dv}{dt}\,dx = \int_{x_i}^{x_f} m\frac{dv}{dx}\frac{dx}{dt}\,dx = \int_{v_i}^{v_f} mv\,dv \tag{7.15}$$

$$\boxed{W_{\text{neto}} = \tfrac{1}{2}mv_f^{\,2} - \tfrac{1}{2}mv_i^{\,2}}$$

donde v_i es la rapidez del bloque cuando está en $x = x_i$ y v_f es su rapidez en x_f.

La ecuación 7.15 se generó por la situación específica de movimiento unidimensional, pero es un resultado general. Dice que el trabajo invertido por la fuerza neta en una partícula de masa m es igual a la diferencia entre los valores inicial y final de una cantidad $\frac{1}{2}mv^2$. La cantidad $\frac{1}{2}mv^2$ representa la energía asociada con el movimiento de la partícula. Esta cantidad es tan importante que se le ha dado un nombre especial, **energía cinética**:

Energía cinética ►

$$\boxed{K \equiv \tfrac{1}{2}mv^2} \tag{7.16}$$

La energía cinética es una cantidad escalar y tiene las mismas unidades que el trabajo. Por ejemplo, un objeto de 2.0 kg que se mueve con una rapidez de 4.0 m/s tiene una energía cinética de 16 J. La tabla 7.1 menciona las energías cinéticas de diferentes objetos.

La ecuación 7.15 afirma que el trabajo realizado en una partícula por una fuerza neta $\Sigma\,\vec{\mathbf{F}}$ que actúa sobre él es igual al cambio en energía cinética de la partícula. Con frecuencia es conveniente escribir la ecuación 7.15 en la forma

$$\boxed{W_{\text{neto}} = K_f - K_i = \Delta K} \tag{7.17}$$

Otra forma de escribirla es $K_f = K_i + W_{\text{neto}}$, que dice que la energía cinética final de un objeto es igual a su energía cinética inicial más el cambio debido al trabajo neto invertido sobre él.

TABLA 7.1

Energías cinéticas de diferentes objetos

Objeto	Masa (kg)	Rapidez (m/s)	Energía cinética (J)
Tierra que orbita el Sol	5.98×10^{24}	2.98×10^{4}	2.66×10^{33}
Luna que orbita la Tierra	7.35×10^{22}	1.02×10^{3}	3.82×10^{28}
Cohete que se mueve con rapidez de escape[a]	500	1.12×10^{4}	3.14×10^{10}
Automóvil a 65 mi/h	2 000	29	8.4×10^{5}
Atleta que corre	70	10	3 500
Piedra que se deja caer desde 10 m	1.0	14	98
Pelota de golf con rapidez terminal	0.046	44	45
Gota de lluvia con rapidez terminal	3.5×10^{-5}	9.0	1.4×10^{-3}
Molécula de oxígeno en aire	5.3×10^{-26}	500	6.6×10^{-21}

[a] Rapidez de escape es la rapidez mínima que un objeto debe lograr cerca de la superficie de la Tierra para alejarse infinitamente de ésta.

La ecuación 7.17 se generó al suponer que se realiza trabajo en una partícula. También se podría hacer trabajo sobre un sistema deformable, en el que las partes del sistema se muevan unas respecto de otras. En este caso, también se encuentra que la ecuación 7.17 es válida en tanto el trabajo neto se encuentre al sumar los trabajos invertidos por cada fuerza y sumarlos, tal como se discutió anteriormente en relación con la ecuación 7.8.

La ecuación 7.17 es un resultado importante conocido como **teorema trabajo–energía cinética**:

> Cuando se consume trabajo en un sistema, y el único cambio en el sistema es en su rapidez, el trabajo neto consumido en el sistema es igual al cambio en energía cinética del sistema.

◀ Teorema trabajo–energía cinética

El teorema trabajo–energía cinética indica que la rapidez de un sistema *aumenta* si el trabajo neto invertido sobre él es *positivo* porque la energía cinética final es mayor que la energía cinética inicial. La rapidez *disminuye* si el trabajo neto es *negativo* porque la energía cinética final es menor que la energía cinética inicial.

Puesto que hasta el momento sólo se ha investigado movimiento traslacional a través del espacio, se llegó al teorema trabajo–energía cinética al analizar situaciones que involucran movimiento traslacional. Otro tipo de movimiento es el *movimiento rotacional*, en el que un objeto gira en torno a un eje. Este tipo de movimiento se estudiará en el capítulo 10. El teorema trabajo–energía cinética también es válido para sistemas que se someten a un cambio en la rapidez rotacional debido al trabajo realizado sobre el sistema. El molino de viento en la fotografía al principio de este capítulo es un ejemplo de trabajo que causa movimiento rotacional.

El teorema trabajo–energía cinética pondrá en claro un resultado visto anteriormente en este capítulo que puede parecer extraño. En la sección 7.4 se llegó a un resultado de trabajo neto realizado cero cuando un resorte empujó un bloque de $x_i = -x_{\text{máx}}$ a $x_f = x_{\text{máx}}$. Note que, ya que la rapidez del bloque cambia continuamente, puede parecer complicado analizar este proceso. Sin embargo, la cantidad ΔK en el teorema trabajo–energía cinética sólo se refiere a los puntos inicial y final para las magnitudes de velocidad; no depende de los detalles de la trayectoria seguida entre dichos puntos. Por lo tanto, dado que la rapidez es cero tanto en el punto inicial como en el final del movimiento, el trabajo neto invertido en el bloque es cero. Con frecuencia este concepto de independencia con la trayectoria se verá en planteamientos similares de problemas.

Además se regresa al final del ejemplo 7.5 para el misterio en la etapa finalizar. ¿Por qué el trabajo invertido por la gravedad no fue sólo el trabajo consumido por el resorte con un signo positivo? Note que el trabajo invertido por la gravedad es mayor que la magnitud del trabajo consumido por el resorte. Por lo tanto, el trabajo total invertido por todas las fuerzas en el objeto es positivo. Ahora piense cómo crear la situación en que las *únicas* fuerzas sobre el objeto son la fuerza del resorte y la fuerza gravitacional. Debe soportar el objeto en el punto más alto y después *quitar* su mano y dejar que el objeto caiga. Si lo hace,

PREVENCIÓN DE RIESGOS OCULTOS 7.6

Condiciones para el teorema trabajo–energía cinética

El teorema trabajo–energía cinética es importante pero limitado en su aplicación; no es un principio general. En muchas situaciones, otros cambios en el sistema ocurren además de su rapidez, y existen otras interacciones con el entorno además del trabajo. Un principio más general que involucra energía es la *conservación de energía* en la sección 8.1.

PREVENCIÓN DE RIESGOS OCULTOS 7.7

El teorema trabajo–energía cinética: rapidez, no velocidad

El teorema trabajo–energía cinética relaciona el trabajo con un cambio en la *rapidez* de un sistema, no con un cambio en su velocidad. Por ejemplo, si un objeto está en movimiento circular uniforme, su rapidez es constante. Aun cuando su velocidad cambie, no se realiza trabajo sobre el objeto por la fuerza que causa el movimiento circular.

sabe que, cuando el objeto alcanza una posición 2.0 cm abajo de su mano, se estará *moviendo*, que es consistente con la ecuación 7.17. En el objeto se invierte trabajo neto positivo y el resultado es que tiene una energía cinética conforme pasa a través del punto 2.0 cm. La única manera de evitar que el objeto tenga una energía cinética después de moverse 2.0 cm es bajarlo lentamente con su mano. Sin embargo, después, existe una tercera fuerza invirtiendo trabajo en el objeto, la fuerza normal de su mano. Si este trabajo se calcula y suma al invertido por la fuerza del resorte y la fuerza gravitacional, el trabajo neto invertido en el objeto es cero, que es consistente porque no es móvil en el punto 2.0 cm.

Antes se indicó que el trabajo se considera un mecanismo para la transferencia de energía en un sistema. La ecuación 7.17 es un enunciado matemático de este concepto. Cuando se invierte trabajo en un sistema W_{neto}, el resultado es una transferencia de energía a través de la frontera del sistema. El resultado en el sistema, en el caso de la ecuación 7.17, es un cambio ΔK de energía cinética. En la siguiente sección se investiga otro tipo de energía que se puede almacenar en un sistema como resultado de realizar trabajo en el sistema.

Pregunta rápida 7.5 Se carga un dardo en una pistola de juguete, accionada por resorte, al empujar el resorte hacia adentro una distancia x. Para la siguiente carga, el resorte se comprime una distancia $2x$. ¿Qué tan rápido deja la pistola el segundo dardo, en comparación con el primero? a) cuatro veces más rápido, b) dos veces más rápido, c) la misma, d) la mitad de rápido, e) un cuarto de rápido.

EJEMPLO 7.6 Un bloque que se jala sobre una superficie sin fricción

Un bloque de 6.0 kg, inicialmente en reposo, se jala hacia la derecha, a lo largo de una superficie horizontal sin fricción, mediante una fuerza horizontal constante de 12 N. Encuentre la rapidez del bloque después de que se ha movido 3.0 m.

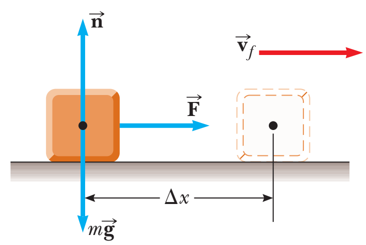


Figura 7.13 (Ejemplo 7.6) Bloque que se jala hacia la derecha sobre una superficie sin fricción mediante una fuerza horizontal constante.

SOLUCIÓN

Conceptualizar La figura 7.13 ilustra esta situación. Suponga que jala un carro de juguete a través de una mesa con una banda elástica horizontal unida al frente del carro. La fuerza se mantiene constante al asegurar que la banda elástica estirada siempre tiene la misma longitud.

Categorizar Se podrían aplicar las ecuaciones de cinemática para determinar la respuesta, pero practique la aproximación de energía. El bloque es el sistema y tres fuerzas externas actúan en el sistema. La fuerza normal equilibra la fuerza gravitacional en el bloque y ninguna de estas fuerzas que actúan verticalmente realiza trabajo sobre el bloque porque sus puntos de aplicación se desplazan horizontalmente.

Analizar La fuerza externa neta que actúa sobre el bloque es la fuerza horizontal de 12 N.

Hallar el trabajo invertido por esta fuerza en el bloque:

$$W = F\,\Delta x = (12\text{ N})(3.0\text{ m}) = 36\text{ J}$$

Use el teorema trabajo–energía para el bloque y note que su energía cinética inicial es cero:

$$W = K_f - K_i = \tfrac{1}{2}mv_f^2 - 0$$

Resuelva para v_f:

$$v_f = \sqrt{\frac{2W}{m}} = \sqrt{\frac{2(36\text{ J})}{6.0\text{ kg}}} = \boxed{3.5\text{ m/s}}$$

Finalizar Le sería útil resolver este problema de nuevo, al representar el bloque como una partícula bajo una fuerza neta para encontrar su aceleración y luego como una partícula bajo aceleración constante para encontrar su velocidad final.

¿Qué pasaría si? Suponga que la magnitud de la fuerza en este ejemplo se duplica a $F' = 2F$. El bloque de 6.0 kg acelera a 3.5 m/s debido a esta fuerza aplicada mientras se mueve a través de un desplazamiento $\Delta x'$. ¿Cómo se compara el desplazamiento $\Delta x'$ con el desplazamiento original Δx?

Respuesta Si se jala más fuerte, el bloque debe acelerar a una cierta rapidez en una distancia más corta, así que se espera que $\Delta x' < \Delta x$. En ambos casos, el bloque experimenta el mismo cambio en energía cinética ΔK. Matemáticamente, a partir del teorema trabajo–energía cinética, se encuentra que

$$W = F'\Delta x' = \Delta K = F\Delta x$$

$$\Delta x' = \frac{F}{F'}\Delta x = \frac{F}{2F}\Delta x = \tfrac{1}{2}\Delta x$$

y la distancia es más corta, como se sugiere por el argumento conceptual.

EJEMPLO CONCEPTUAL 7.7 **¿La rampa reduce el trabajo requerido?**

Un hombre quiere cargar un refrigerador en una camioneta con el uso de una rampa a un ángulo θ, como se muestra en la figura 7.14. Él afirma que se debe requerir menos trabajo para cargar la camioneta si la longitud L de la rampa aumenta. ¿Esta afirmación es válida?

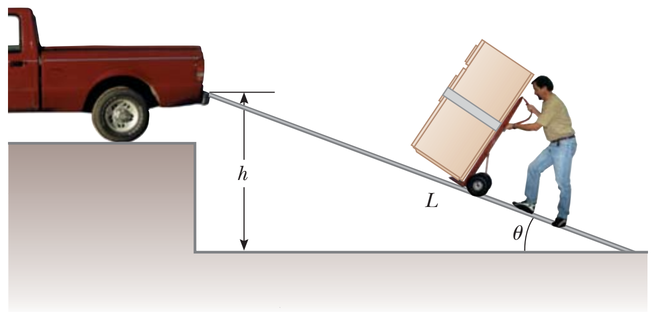


Figura 7.14 (Ejemplo conceptual 7.7) Un refrigerador unido a una carretilla con ruedas sin fricción se mueve por una rampa con rapidez constante.

SOLUCIÓN

No. Suponga que el refrigerador se sube por la rampa en una carretilla con rapidez constante. En este caso, para el sistema del refrigerador y la carretilla, $\Delta K = 0$. La fuerza normal que ejerce la rampa sobre el sistema se dirige 90° al desplazamiento de su punto de aplicación y por lo tanto no realiza trabajo sobre el sistema. Puesto que $\Delta K = 0$, el teorema trabajo–energía cinética produce

$$W_{\text{neto}} = W_{\text{por hombre}} + W_{\text{por gravedad}} = 0$$

El trabajo invertido por la fuerza gravitacional es igual al producto del peso mg del sistema, la distancia L a través de la que se desplaza el refrigerador y cos $(\theta + 90°)$. En consecuencia,

$$W_{\text{por hombre}} = -W_{\text{por gravedad}} = -(mg)(L)[\cos(\theta + 90°)]$$
$$= mgL \operatorname{sen}\theta = mgh$$

donde $h = L \operatorname{sen}\theta$ es la altura de la rampa. Por lo tanto, el hombre debe realizar la misma cantidad de trabajo mgh sobre el sistema *sin importar* la longitud de la rampa. El trabajo sólo depende de la altura de la rampa. Aunque se requiere menos fuerza con una rampa más larga, el punto de aplicación de dicha fuerza se mueve a través de un mayor desplazamiento.

7.6 Energía potencial de un sistema

Hasta el momento en este capítulo se ha definido un sistema en general, pero la atención se ha enfocado principalmente sobre partículas u objetos solos bajo la influencia de fuerzas externas. Considere ahora sistemas de dos o más partículas u objetos que interactúan a través de una fuerza que es *interna* al sistema. La energía cinética de tal sistema es la suma algebraica de las energías cinéticas de todos los integrantes del sistema. Sin embargo, puede haber sistemas en los que un objeto sea tan masivo que se pueda modelar como fijo y su energía cinética sea despreciable. Por ejemplo, si se considera un sistema bola–Tierra mientras la bola cae a la Tierra, la energía cinética del sistema se puede considerar sólo como la energía cinética de la bola. La Tierra se mueve tan lentamente en este proceso que se puede ignorar su energía cinética. Por otra parte, la energía cinética de un sistema de dos electrones debe incluir las energías cinéticas de ambas partículas.

Piense en un sistema que consiste de un libro y la Tierra, que interactúa a través de la fuerza gravitacional. Se hace algo de trabajo sobre el sistema al levantar el libro lentamente desde el reposo a través de una desplazamiento vertical $\Delta\vec{\mathbf{r}} = (y_f - y_i)\hat{\mathbf{j}}$, como en la figura 7.15. De acuerdo con la discusión del trabajo como una transferencia de energía, este trabajo invertido en el sistema debe aparecer como un aumento en energía del sistema.

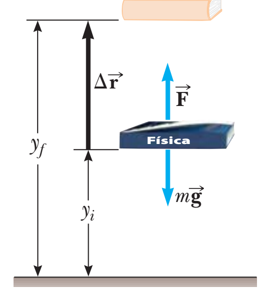


Figura 7.15 El trabajo invertido por un agente externo en el sistema del libro y la Tierra a medida que el libro se levanta lentamente desde una altura y_i a una altura y_f es igual a $mgy_f - mgy_i$.

El libro está en reposo antes de realizar el trabajo y está en reposo después de realizar el trabajo. Por lo tanto, no hay cambio en la energía cinética del sistema.

Puesto que el cambio de energía del sistema no es en la forma de energía cinética, debe aparecer como alguna otra forma de almacenamiento de energía. Después de levantar el libro, se le podría liberar y dejar que caiga de vuelta a la posición y_i. Note que el libro (y, por lo tanto, el sistema) ahora tiene energía cinética y su fuente está en el trabajo que se hizo al levantar el libro. Mientras el libro estaba en el punto más alto, la energía del sistema tenía el *potencial* para convertirse en energía cinética, pero no lo hizo hasta que al libro se le permitió caer. En consecuencia, al mecanismo de almacenamiento de energía antes de que el libro se libere se le llama **energía potencial**. Se encontrará que la energía potencial de un sistema sólo se asocia con tipos específicos de fuerzas que actúan entre integrantes de un sistema. La cantidad de energía potencial en el sistema se determina mediante la *configuración* del mismo. Mover los integrantes del sistema a diferentes posiciones o girarlos cambia su configuración y por ende su energía potencial.

PREVENCIÓN DE RIESGOS OCULTOS 7.8
Energía potencial

La frase *energía potencial* no se refiere a algo que tenga el potencial de convertirse en energía. La energía potencial *es* energía.

PREVENCIÓN DE RIESGOS OCULTOS 7.9
La energía potencial pertenece a un sistema

La energía potencial siempre se asocia con un *sistema* de dos o más objetos en interacción. Cuando un objeto pequeño se mueve cerca de la superficie de la Tierra bajo la influencia de la gravedad, a veces se puede hacer referencia a la energía potencial "asociada con el objeto" en lugar de "asociada con el sistema", que es lo más apropiado, porque la Tierra no se mueve significativamente. Sin embargo, en el texto no se hará alusión a la energía potencial "del objeto" porque esta frase ignora el papel de la Tierra.

Ahora deduzca una expresión para la energía potencial asociada con un objeto en cierta ubicación sobre la superficie de la Tierra. Considere un agente externo que levanta un objeto de masa m desde una altura inicial y_i sobre el suelo a una altura final y_f, como en la figura 7.15. Se supone que el levantamiento se hace lentamente, sin aceleración, de modo que la fuerza aplicada del agente se representa como igual en magnitud a la fuerza gravitacional en el objeto: el objeto se modela como una partícula en equilibrio que se mueve con velocidad constante. El trabajo invertido por el agente externo sobre el sistema (objeto y Tierra) conforme el objeto se somete a este desplazamiento hacia arriba, se conoce por el producto de la fuerza aplicada hacia arriba $\vec{\mathbf{F}}_{\text{ap}}$ y el desplazamiento hacia arriba de esta fuerza, $\Delta\vec{\mathbf{r}} = \Delta y\,\hat{\mathbf{j}}$:

$$W_{\text{neto}} = (\vec{\mathbf{F}}_{\text{ap}}) \cdot \Delta\vec{\mathbf{r}} = (mg\hat{\mathbf{j}}) \cdot [(y_f - y_i)\hat{\mathbf{j}}] = mgy_f - mgy_i \qquad \textbf{(7.18)}$$

donde este resultado es el trabajo neto invertido en el sistema porque la fuerza aplicada es la única fuerza sobre el sistema desde el entorno. Advierta la similitud entre la ecuación 7.18 y la ecuación 7.15. En cada ecuación, el trabajo invertido en un sistema es igual a una diferencia entre los valores final e inicial de una cantidad. En la ecuación 7.15, el trabajo representa una transferencia de energía en el sistema y el incremento en energía del sistema es cinética en forma. En la ecuación 7.18, el trabajo representa una transferencia de energía al sistema y la energía del sistema aparece en una forma diferente, a lo que se llamó energía potencial.

En consecuencia, la cantidad mgy se puede identificar como la **energía potencial gravitacional** U_g:

Energía potencial gravitacional ▶

$$U_g \equiv mgy \qquad \textbf{(7.19)}$$

Las unidades de la energía potencial gravitacional son joules, las mismas unidades que el trabajo y la energía cinética. La energía potencial, como el trabajo y la energía cinética, es una cantidad escalar. Note que la ecuación 7.19 sólo es válida para objetos cerca de la superficie de la Tierra, donde g es aproximadamente constante.[3]

Al usar la definición de energía potencial gravitacional, la ecuación 7.18 ahora se puede rescribir como

$$W_{\text{neto}} = \Delta U_g \qquad \textbf{(7.20)}$$

que matemáticamente describe que el trabajo neto invertido en el sistema en esta situación aparece como un cambio en la energía potencial gravitacional del sistema.

La energía potencial gravitacional sólo depende de la altura vertical del objeto sobre la superficie de la Tierra. La misma cantidad de trabajo se debe invertir sobre un sistema objeto–Tierra ya sea que el objeto se levante verticalmente desde la Tierra o se empuje desde el mismo punto hacia arriba de un plano inclinado sin fricción para terminar en la misma altura. Este enunciado se verifica para una situación específica como empujar un refrigerador sobre una rampa en el ejemplo conceptual 7.7. Se puede demostrar que

[3] La suposición de que g es constante es válida en tanto que el desplazamiento vertical del objeto sea pequeño en comparación con el radio de la Tierra.

este enunciado es verdadero en general al calcular el trabajo invertido en un objeto por un agente que mueve el objeto a lo largo de un desplazamiento que tiene componentes tanto vertical como horizontal:

$$W_{\text{neto}} = (\vec{\mathbf{F}}_{\text{ap}}) \cdot \Delta\vec{\mathbf{r}} = (mg\hat{\mathbf{j}}) \cdot [(x_f - x_i)\hat{\mathbf{i}} + (y_f - y_i)\hat{\mathbf{j}}] = mgy_f - mgy_i$$

donde no hay término que involucre a x en el resultado final porque $\hat{\mathbf{j}} \cdot \hat{\mathbf{i}} = 0$.

Al resolver problemas, debe elegir una configuración de referencia para la cual la energía potencial gravitacional del sistema se haga igual a algún valor de referencia, que normalmente es cero. La elección de configuración de referencia es completamente arbitraria porque la cantidad importante es la *diferencia* en energía potencial, y esta diferencia es independiente de la elección de la configuración de referencia.

Con frecuencia es conveniente elegir como la configuración de referencia para la energía potencial gravitacional la configuración en la que un objeto está en la superficie de la Tierra, pero esta elección no es esencial. Frecuentemente el enunciado del problema sugiere aplicar una configuración conveniente.

Pregunta rápida 7.6 Elija la respuesta correcta. La energía potencial gravitacional de un sistema a) siempre es positiva, b) siempre es negativa, c) puede ser negativa o positiva.

EJEMPLO 7.8 El bolichista y el dedo lastimado

Una bola de boliche sostenida por un bolichista descuidado se desliza de sus manos y cae sobre un dedo de su pie. Si elige el nivel del suelo como el punto $y = 0$ de su sistema coordenado, estime el cambio en energía potencial gravitacional del sistema bola–Tierra mientras cae la bola. Repita el cálculo usando la coronilla de la cabeza del bolichista como el origen de coordenadas.

SOLUCIÓN

Conceptualizar La bola de boliche cambia su posición vertical en relación con la superficie de la Tierra. Asociado con este cambio de posición, hay un cambio en la energía potencial gravitacional del sistema.

Categorizar Se evalúa un cambio de energía potencial gravitacional definido en esta sección, de modo que este ejemplo se clasifique como un problema de sustitución.

El enunciado del problema dice que la configuración de referencia del sistema bola–Tierra que corresponde a energía potencial cero es cuando el punto más bajo de la bola está en el suelo. Para encontrar el cambio de energía del sistema, es necesario estimar unos cuantos valores. Una bola de boliche tiene una masa de aproximadamente 7 kg, y la parte superior del dedo del pie de una persona está aproximadamente a 0.03 m sobre el suelo. Además, se debe suponer que la bola cae desde una altura de 0.5 m.

Calcule la energía potencial gravitacional del sistema bola–Tierra justo antes de que la bola de boliche se libere:

$$U_i = mgy_i = (7\text{ kg})(9.80\text{ m/s}^2)(0.5\text{ m}) = 34.3\text{ J}$$

Calcule la energía potencial gravitacional del sistema bola–Tierra cuando la bola llega al dedo del bolichista:

$$U_f = mgy_f = (7\text{ kg})(9.80\text{ m/s}^2)(0.03\text{ m}) = 2.06\text{ J}$$

Evalúe el cambio en energía potencial gravitacional del sistema bola–Tierra:

$$\Delta U_g = 2.06\text{ J} - 34.3\text{ J} = -32.24\text{ J}$$

En este caso probablemente se conserve sólo un dígito debido a lo burdo de las estimaciones; en consecuencia, se estima que el cambio en energía potencial gravitacional es -30 J. El sistema tiene 30 J de energía potencial gravitacional antes de que la bola inicie su caída y aproximadamente cero de energía potencial cuando la bola llega a la parte superior del dedo.

El segundo caso indica que la configuración de referencia del sistema para energía potencial cero se elige cuando la bola está en la cabeza del bolichista (aun cuando la bola nunca está en tal posición en su movimiento). Se estima que esta posición es 1.50 m sobre el suelo.

Calcule la energía potencial gravitacional del sistema bola–Tierra justo antes de que la bola de boliche se libere desde su posición 1 m abajo de la cabeza del bolichista:

$$U_i = mgy_i = (7\text{ kg})(9.80\text{ m/s}^2)(-1\text{ m}) = -68.6\text{ J}$$

Calcule la energía potencial gravitacional del sistema bola–Tierra cuando la bola llega al dedo del bolichista ubicado 1.47 m bajo la cabeza del bolichista:

$$U_f = mgy_f = (7\text{ kg})(9.80\text{ m/s}^2)(-1.47\text{ m}) = -100.8\text{ J}$$

Evalúe el cambio en la energía potencial gravitacional del sistema bola–Tierra:

$$\Delta U_g = -100.8\text{ J} - (-68.6\text{ J}) = -32.2\text{ J} \approx \boxed{-30\text{ J}}$$

Este valor es el mismo que antes, como debe ser.

Energía potencial elástica

Ahora que está familiarizado con la energía potencial gravitacional de un sistema, explore un segundo tipo de energía potencial que puede tener un sistema. Considere un sistema que consta de un bloque y un resorte, como se muestra en la figura 7.16. La fuerza que el resorte ejerce sobre el bloque se conoce por $F_s = -kx$ (ecuación 7.9). El trabajo invertido por una fuerza aplicada externa F_{ap} en un sistema que consiste de un bloque conectado al resorte se proporciona por la ecuación 7.13:

$$W_{\text{ap}} = \tfrac{1}{2}kx_f^{\,2} - \tfrac{1}{2}kx_i^{\,2} \qquad \textbf{(7.21)}$$

En esta situación, las coordenadas inicial y final x del bloque se miden desde su posición de equilibrio, $x = 0$. De nuevo (como en el caso gravitacional) se ve que el trabajo invertido en el sistema es igual a la diferencia entre los valores inicial y final de una expresión relacionada con la configuración del sistema. La función de **energía potencial elástica** asociada con el sistema bloque–resorte se define mediante

Energía potencial elástica ▶

$$\boxed{U_s \equiv \tfrac{1}{2}kx^2} \qquad \textbf{(7.22)}$$

La energía potencial elástica del sistema se puede percibir como la energía almacenada en el resorte deformado (uno que está comprimido o estirado desde su posición de equilibrio). La energía potencial elástica almacenada en un resorte es cero siempre que

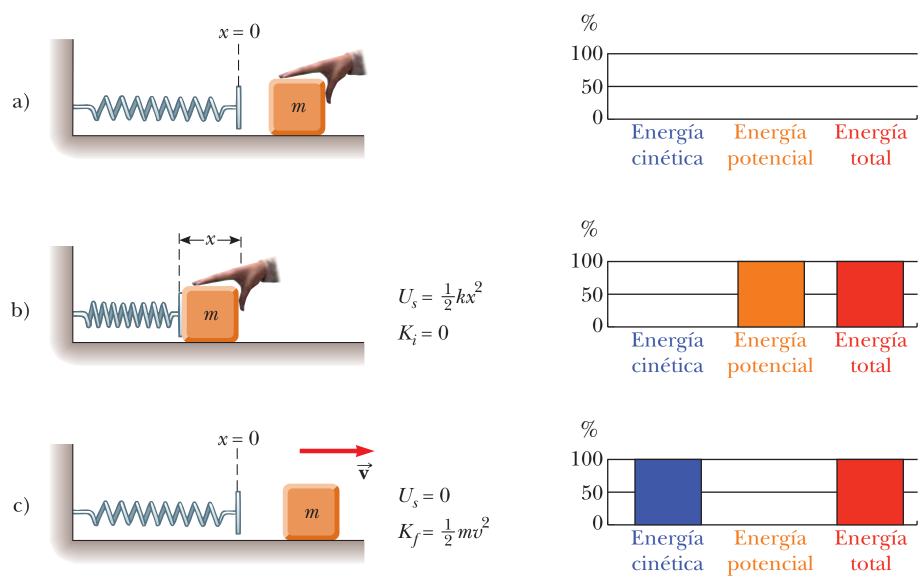


Figura 7.16 a) Un resorte no deformado sobre una superficie horizontal sin fricción. b) Se empuja un bloque de masa m contra el resorte y lo comprime una distancia x. La energía potencial elástica se almacena en el sistema resorte–bloque. c) Cuando el bloque se libera desde el reposo, la energía potencial elástica se transforma en energía cinética del bloque. Las gráficas de barras de energía a la derecha de cada parte de la figura ayudan a seguir la pista de la energía en el sistema.

el resorte no esté deformado ($x = 0$). La energía se almacena en el resorte sólo cuando el resorte está estirado o comprimido. Puesto que la energía potencial elástica es proporcional a x^2, se ve que U_s siempre es positiva en un resorte deformado.

Considere la figura 7.16, que muestra un resorte sobre una superficie horizontal sin fricción. Cuando se empuja un bloque contra el resorte y el resorte se comprime una distancia x (figura 7.16b), la energía potencial elástica almacenada en el resorte es $\frac{1}{2}kx^2$. Cuando el bloque se libera desde el reposo, el resorte ejerce una fuerza sobre el bloque y regresa a su longitud original. La energía potencial elástica almacenada se transforma en energía cinética del bloque (figura 7.16c).

La figura 7.16 muestra una representación gráfica importante de información relacionada con energía de sistemas llamada **gráfica de barras de energía**. El eje vertical representa la cantidad de energía de una clase determinada en el sistema. El eje horizontal muestra las clases de energía en el sistema. La gráfica de barras de la figura 7.16a muestra que el sistema contiene energía cero porque el resorte está relajado y el bloque no se mueve. Entre la figura 7.16a y 7.16b, la mano realiza trabajo sobre el sistema, comprime el resorte y almacena energía potencial elástica en el sistema. En la figura 7.16c, el resorte regresó a su longitud relajada y el sistema ahora contiene energía cinética asociada con el bloque en movimiento.

Pregunta rápida 7.7 Una bola se conecta a un resorte ligero suspendido verticalmente, como se muestra en la figura 7.17. Cuando se jala hacia abajo desde su posición de equilibrio y se libera, la bola oscila arriba y abajo. **i)** En el sistema de *la bola, el resorte y la Tierra*, ¿qué formas de energía existen durante el movimiento? a) cinética y potencial elástica, b) cinética y potencial gravitacional, c) cinética, potencial elástica y potencial gravitacional, d) potencial elástica y potencial gravitacional. **ii)** En el sistema de *la bola y el resorte*, ¿qué formas de energía existen durante el movimiento? Elija de las mismas posibilidades de la a) a la d).

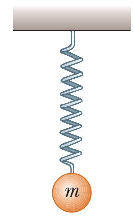


Figura 7.17 (Pregunta rápida 7.7) Una bola conectada a un resorte sin masa suspendido verticalmente. ¿Qué formas de energía potencial se asocian con el sistema cuando la bola se desplaza hacia abajo?

7.7 Fuerzas conservativas y no conservativas

Ahora se introduce un tercer tipo de energía que tiene un sistema. Imagine que usted acelera con su mano el libro en la figura 7.18a y lo desliza hacia la derecha sobre la superficie de una mesa pesada y frena debido a la fuerza de fricción. Suponga que la *superficie* es el sistema. Debido a eso la fuerza de fricción al deslizarse el libro realiza trabajo sobre la superficie. La fuerza sobre la superficie es hacia la derecha y el desplazamiento del punto de aplicación de la fuerza es hacia la derecha. El trabajo invertido en la superficie es positivo, pero la superficie no se mueve después de que el libro se detiene. Sobre la superficie se realizó trabajo positivo, aunque no hay aumento en la energía cinética de la superficie o la energía potencial de sistema alguno.

A partir de su experiencia cotidiana con el deslizamiento sobre superficies con fricción, probablemente usted puede adivinar que la superficie se *calentará* después de que el libro se deslice sobre ella. (¡Frote sus manos vigorosamente para descubrirlo!) El trabajo que se hizo sobre la superficie se fue en calentar la superficie en lugar de aumentar su rapidez o cambiar la configuración de un sistema. A la energía asociada con la temperatura de un sistema se le llama **energía interna**, que se simboliza E_{int}. (En el capítulo 20 se definirá de manera más general la energía interna.) En este caso, el trabajo invertido en la superficie de hecho representa la energía transferida hacia dentro del sistema, pero aparece en el sistema como energía interna en lugar de energía cinética o potencial.

Considere el libro y la superficie en la figura 7.18a juntos como un sistema. Inicialmente, el sistema tiene energía cinética porque el libro es móvil. Después de que el libro llegó al reposo, la energía interna del sistema aumentó: el libro y la superficie están más calientes que antes. Se puede considerar el trabajo invertido por fricción dentro del

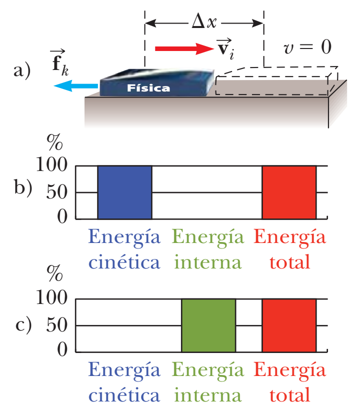


Figura 7.18 a) Un libro que se desliza hacia la derecha sobre una superficie horizontal frena en presencia de una fuerza de fricción cinética que actúa hacia la izquierda. b) Gráfica de barras de energía que muestra la energía en el sistema del libro y la superficie en el instante de tiempo inicial. La energía del sistema es toda energía cinética. c) Después de que el libro se detiene, la energía del sistema es toda energía interna.

sistema (esto es, entre el libro y la superficie) como un *mecanismo de transformación* para energía. Este trabajo transforma la energía cinética del sistema en energía interna. De igual modo, cuando un libro cae recto hacia abajo sin resistencia del aire, el trabajo invertido por la fuerza gravitacional dentro del sistema libro–Tierra transforma la energía potencial gravitacional del sistema a energía cinética.

Las figuras 7.18b y 7.18c muestran gráficas de barras de energía para la situación en la figura 7.18a. En la figura 7.18b, la gráfica de barras muestra que el sistema contiene energía cinética en el instante en que su mano libera el libro. En este instante se define la cantidad de energía interna de referencia en el sistema igual a cero. En la figura 7.18c, después de que el libro deja de deslizarse, la energía cinética es cero y ahora el sistema contiene energía interna. Observe que la cantidad de energía interna en el sistema, después de que el libro se detiene, es igual a la cantidad de energía cinética en el sistema en el instante inicial. Esta igualdad se describe mediante un principio importante llamado *conservación de energía*. Este principio se explorará en el capítulo 8.

Ahora considere con más detalle un objeto que se mueve hacia abajo, cerca de la superficie de la Tierra. El trabajo invertido por la fuerza gravitacional en el objeto no depende de si cae vertical o se desliza hacia abajo de un plano muy inclinado. Todo lo que importa es el cambio en la elevación del objeto. Sin embargo, la transformación de energía a energía interna debida a fricción en dicho plano depende de la distancia que el objeto se desliza. En otras palabras, la trayectoria no hace diferencia cuando se considera el trabajo invertido por la fuerza gravitacional, pero sí hace una diferencia cuando se considera la transformación de energía debida a fuerzas de fricción. Se puede usar esta dependencia variable con la trayectoria para clasificar fuerzas como conservativas o no conservativas. De las dos fuerzas mencionadas, la fuerza gravitacional es conservativa y la fuerza de fricción es no conservativa.

Fuerzas conservativas

Las **fuerzas conservativas** tienen estas dos propiedades equivalentes:

Propiedades de fuerzas conservativas ▶

1. El trabajo invertido por una fuerza conservativa sobre una partícula móvil entre dos puntos cualesquiera es independiente de la trayectoria tomada por la partícula.
2. El trabajo invertido por una fuerza conservativa en una partícula móvil a lo largo de cualquier trayectoria cerrada es cero. (Una trayectoria cerrada es aquella en la que el punto de partida y el punto final son idénticos.)

PREVENCIÓN DE RIESGOS OCULTOS 7.10

Advertencia sobre ecuaciones similares

Compare la ecuación 7.23 con la ecuación 7.20. Estas ecuaciones son similares excepto por el signo negativo, que es una fuente común de confusión. La ecuación 7.20 dice que trabajo positivo se invierte *por un agente externo* en un sistema que causa un aumento en la energía potencial del sistema (sin cambio en la energía cinética o interna). La ecuación 7.23 establece que el trabajo invertido *en una componente de un sistema por una fuerza conservativa interna a un sistema aislado* causa una disminución en la energía potencial del sistema.

La fuerza gravitacional es un ejemplo de fuerza conservativa; la fuerza que un resorte ideal ejerce en cualquier objeto unido al resorte es otra. El trabajo invertido por la fuerza gravitacional en un objeto móvil entre dos puntos cualesquiera cerca de la superficie de la Tierra es $W_g = -mg\hat{\mathbf{j}} \cdot [(y_f - y_i)\hat{\mathbf{j}}] = mgy_i - mgy_f$. A partir de esta ecuación, observe que W_g sólo depende de las coordenadas y inicial y final del objeto y por tanto es independiente de la trayectoria. Además, W_g es cero cuando el objeto se traslada en cualquier trayectoria cerrada (donde $y_i = y_f$).

Para el caso del sistema objeto–resorte, el trabajo W_s invertido por la fuerza del resorte se conoce por $W_s = \frac{1}{2}kx_i^2 - \frac{1}{2}kx_f^2$ (ecuación 7.12). Se ve que la fuerza del resorte es conservativa porque W_s sólo depende de las coordenadas x, inicial y final del objeto y es cero para cualquier trayectoria cerrada.

Es posible asociar una energía potencial para un sistema con una fuerza que actúa entre integrantes del sistema, pero sólo se puede hacer para fuerzas conservativas. En general, el trabajo W_c invertido por una fuerza conservativa en un objeto que es integrante de un sistema conforme el objeto se traslada de una posición a otra es igual al valor inicial de la energía potencial del sistema menos el valor final:

$$W_c = U_i - U_f = -\Delta U \tag{7.23}$$

Como ejemplo, compare esta ecuación general con la ecuación específica para el trabajo invertido por la fuerza de resorte (ecuación 7.12) como la extensión de los cambios del resorte.

Fuerzas no conservativas

Una fuerza es **no conservativa** si no satisface las propiedades 1 y 2 para fuerzas conservativas. Se define la suma de las energías cinética y potencial de un sistema como la **energía mecánica** del sistema:

$$E_{\text{mec}} \equiv K + U \tag{7.24}$$

donde K incluye la energía cinética de todos los integrantes móviles del sistema y U incluye todos los tipos de energía potencial en el sistema. Las fuerzas no conservativas que actúan dentro de un sistema causan un *cambio* en la energía mecánica del sistema. Por ejemplo, para un libro que se desliza sobre una superficie horizontal sin fricción, la energía mecánica del sistema libro–superficie se transforma en energía interna, como se discutió anteriormente. Sólo parte de la energía cinética del libro se transforma en energía interna en el libro. El resto aparece como energía interna en la superficie. (Cuando tropieza y se desliza por el suelo de un gimnasio, no sólo la piel en sus rodillas se calienta, ¡también lo hace el piso!) Puesto que la fuerza de fricción cinética transforma la energía mecánica de un sistema en energía interna, esta es una fuerza no conservativa.

Como ejemplo de la dependencia del trabajo con la trayectoria para una fuerza no conservativa, considere la figura 7.19. Suponga que desplaza un libro entre dos puntos sobre una mesa. Si el libro se desplaza en una línea recta a lo largo de la trayectoria azul entre los puntos Ⓐ y Ⓑ de la figura 7.19, realiza cierta cantidad de trabajo contra la fuerza de fricción cinética para mantener al libro móvil con una rapidez constante. Ahora, piense que empuja el libro a lo largo de la trayectoria semicircular café en la figura 7.19. Realiza más trabajo contra la fricción a lo largo de esta trayectoria curva que a lo largo de la trayectoria recta porque la trayectoria curva es más larga. El trabajo invertido en el libro depende de la trayectoria, así que la fuerza de fricción *no puede* ser conservativa.

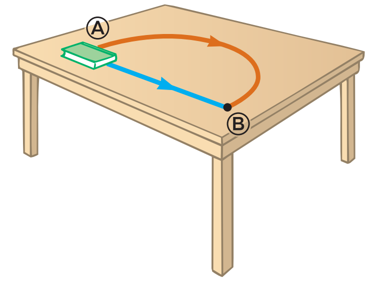


Figura 7.19 El trabajo invertido contra la fuerza de fricción cinética depende de la trayectoria tomada mientras el libro se traslada de Ⓐ a Ⓑ. El trabajo es mayor a lo largo de la trayectoria café que a lo largo de la trayectoria azul.

7.8 Correspondencia entre fuerzas conservativas y energía potencial

En la sección anterior se encontró que el trabajo consumido en un integrante de un sistema por una fuerza conservativa entre los integrantes del sistema no depende de la trayectoria seguida por el integrante en movimiento. El trabajo sólo depende de las coordenadas inicial y final. En consecuencia, se puede definir una **función de energía potencial** $\boldsymbol{U}$ tal que el trabajo invertido dentro del sistema por la fuerza conservativa sea igual a la disminución en la energía potencial del sistema. Conciba un sistema de partículas en el que la configuración cambia debido al movimiento de una partícula a lo largo del eje x. El trabajo realizado por una fuerza conservativa $\vec{\mathbf{F}}$ conforme una partícula se traslada a lo largo del eje x es[4]

$$W_c = \int_{x_i}^{x_f} F_x\,dx = -\Delta U \tag{7.25}$$

donde F_x es la componente de $\vec{\mathbf{F}}$ en la dirección del desplazamiento. Esto es: el trabajo invertido por una fuerza conservativa que actúa entre integrantes de un sistema es igual al negativo del cambio en la energía potencial del sistema asociado con dicha fuerza cuando cambia la configuración del sistema. La ecuación 7.25 también se puede expresar como

$$\Delta U = U_f - U_i = -\int_{x_i}^{x_f} F_x\,dx \tag{7.26}$$

[4] Para un desplazamiento general, el trabajo realizado en dos o tres dimensiones también es igual a $-\Delta U$, donde $U = U(x, y, z)$. Esta ecuación se escribe formalmente como $W_c = \int_i^f \vec{\mathbf{F}} \cdot d\vec{\mathbf{r}} = U_i - U_f$.

En consecuencia, ΔU es negativa cuando F_x y dx están en la misma dirección, como cuando se baja un objeto en un campo gravitacional o cuando un resorte empuja un objeto hacia el equilibrio.

Con frecuencia es conveniente establecer alguna ubicación particular x_i de un integrante de un sistema como representativo de una configuración de referencia y medir todas las diferencias de energía potencial en relación con él. En tal caso es posible definir la función de energía potencial como

$$U_f(x) = -\int_{x_i}^{x_f} F_x\,dx + U_i \tag{7.27}$$

Frecuentemene el valor de U_i se considera cero para la configuración de referencia. No importa qué valor se asigne a U_i porque cualquier valor distinto de cero simplemente desplaza a $U_f(x)$ en una cantidad constante y sólo el *cambio* en energía potencial es físicamente significativo.

Si el punto de aplicación de la fuerza se somete a un desplazamiento infinitesimal dx, el cambio infinitesimal en la energía potencial del sistema dU se expresa como

$$dU = -F_x dx$$

Por lo tanto, la fuerza conservativa se relaciona con la función de energía potencial mediante la correspondencia[5]

Relación de fuerza entre integrantes de un sistema y la energía potencial del sistema

$$F_x = -\frac{dU}{dx} \tag{7.28}$$

Es decir, **la componente *x* de una fuerza conservativa que actúa sobre un objeto dentro de un sistema es igual a la derivada negativa de la energía potencial del sistema en relación con *x*.**

Es fácil comprobar la ecuación 7.28 para los dos ejemplos ya analizados. En el caso del resorte deformado, $U_s = \frac{1}{2}kx^2$; debido a eso,

$$F_s = -\frac{dU_s}{dx} = -\frac{d}{dx}\left(\tfrac{1}{2}kx^2\right) = -kx$$

que corresponde a la fuerza restauradora en el resorte (ley de Hooke). Ya que la función de energía potencial gravitacional es $U_g = mgy$, se sigue de la ecuación 7.28 que $F_g = -mg$ cuando deriva U_g respecto de y en lugar de x.

Ahora se ve que U es una función importante porque de ella se deduce una fuerza conservativa. A más de esto, la ecuación 7.28 pone en claro que sumar una constante a la energía potencial no es importante porque la derivada de una constante es cero.

Pregunta rápida 7.8 ¿Qué representa la pendiente de una gráfica de $U(x)$ en función de x? a) la magnitud de la fuerza sobre el objeto, b) el negativo de la magnitud de la fuerza sobre el objeto, c) la componente x de la fuerza sobre el objeto, d) el negativo de la componente x de la fuerza sobre el objeto.

[5] En tres dimensiones, la expresión es

$$\vec{\mathbf{F}} = -\frac{\partial U}{\partial x}\hat{\mathbf{i}} - \frac{\partial U}{\partial y}\hat{\mathbf{j}} - \frac{\partial U}{\partial z}\hat{\mathbf{k}}$$

donde $(\partial U/\partial x)$ y así sucesivamente son derivadas parciales. En el lenguaje del cálculo vectorial, $\vec{\mathbf{F}}$ es igual al negativo del *gradiente* de la cantidad escalar $U(x, y, z)$.

7.9 Diagramas de energía y equilibrio de un sistema

Con frecuencia el movimiento de un sistema se puede entender cualitativamente mediante una gráfica de su energía potencial en función de la posición de un integrante del sistema. Considere la función energía potencial para un sistema bloque–resorte, dada por $U_s = \frac{1}{2}kx^2$. Esta función se grafica en función de x en la figura 7.20a. La fuerza F_x que ejerce el resorte en el bloque se relaciona con U_s a través de la ecuación 7.28:

$$F_s = -\frac{dU_s}{dx} = -kx$$

Como se vio en la pregunta rápida 7.8, la componente x de la fuerza es igual al negativo de la pendiente de la curva U en función de x. Cuando el bloque se coloca en reposo en la posición de equilibrio del resorte ($x = 0$), donde $F_x = 0$, permanecerá ahí a menos que alguna fuerza externa F_{ext} actúe sobre él. Si esta fuerza externa estira el resorte desde el equilibrio, x es positivo y la pendiente dU/dx es positiva; debido a eso, la fuerza F_s que ejerce el resorte es negativa y el bloque acelera de regreso hacia $x = 0$ cuando se libera. Si la fuerza externa comprime el resorte, x es negativa y la pendiente es negativa; por lo tanto, F_s es positiva y una vez más la masa acelera hacia $x = 0$ al momento de liberarse.

A partir de este análisis, se concluye que la posición $x = 0$ para un sistema bloque–resorte es aquella de **equilibrio estable**. Es decir: cualquier movimiento que se aleje de esta posición da como resultado una fuerza que se dirige de regreso hacia $x = 0$. En general, **las configuraciones de un sistema en equilibrio estable corresponden a aquellas para las que $U(x)$ del sistema es un mínimo.**

Si el bloque en la figura 7.20 se mueve hacia una posición inicial $x_{máx}$ y en tal caso se libera del reposo, su energía total inicialmente es la energía potencial $\frac{1}{2}kx^2_{máx}$ almacenada en el resorte. Conforme el bloque comienza a moverse, el sistema adquiere energía cinética y pierde energía potencial. El bloque oscila (se mueve hacia atrás y hacia adelante) entre los dos puntos $x = -x_{máx}$ y $x = +x_{máx}$, llamados *puntos de retorno*. De hecho, puesto que ninguna energía se transforma en energía interna debido a la fricción, el bloque oscila entre $-x_{máx}$ y $+x_{máx}$ por siempre. (Estas oscilaciones se discuten más en el capítulo 15.)

Otro sistema mecánico simple con una configuración de equilibrio estable es una bola que rueda en el fondo de un tazón. En cualquier momento la bola se desplaza de su posición más baja y tiende a regresar a dicha posición cuando se libera.

Ahora considere una partícula móvil a lo largo del eje x bajo la influencia de una fuerza conservativa F_x, donde la curva U con x es como la que se muestra en la figura 7.21. Nuevamente, $F_x = 0$ en $x = 0$, y por ende la partícula está en equilibrio en este punto. Sin embargo, esta posición es de **equilibrio inestable** por la explicación que sigue: suponga que la partícula se desplaza hacia la derecha ($x > 0$). Ya que la pendiente es negativa para $x > 0$, $F_x = -dU/dx$ es positiva y la partícula acelera alejándose de $x = 0$. Si en vez de ello la partícula está en $x = 0$ y se desplaza hacia la izquierda ($x < 0$), la fuerza es negativa porque la pendiente es positiva para $x < 0$ y la partícula de nuevo acelera alejándose de la posición de equilibrio. En esta situación la posición $x = 0$ es de equilibrio inestable porque, para cualquier desplazamiento a partir de este punto, la fuerza empuja la partícula más lejos del equilibrio y hacia una posición de menor energía potencial. Un lápiz que se equilibra sobre su punta está en una posición de equilibrio inestable. Si el lápiz se desplaza un poco de su posición absolutamente vertical y después se libera, es seguro que caerá. En general, **las configuraciones de un sistema en equilibrio inestable corresponden a aquellas para las que $U(x)$ del sistema es un máximo.**

Por último, una configuración llamada **equilibrio neutro** surge cuando U es constante en alguna región. Pequeños desplazamientos de un objeto desde una posición en esta región no producen fuerzas restauradoras ni perturbadoras. Una bola que yace sobre una superficie horizontal plana es un ejemplo de un objeto en equilibrio neutro.

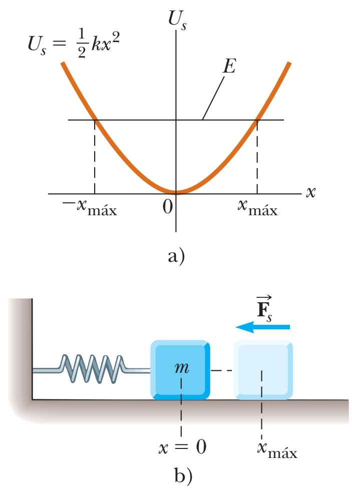


Figura 7.20 a) Energía potencial como función de x para el sistema bloque–resorte sin fricción que se muestra en b). El bloque oscila entre los puntos de retorno, que tienen las coordenadas $x = \pm x_{máx}$. Observe que la fuerza restauradora que ejerce el resorte siempre actúa hacia $x = 0$, la posición de equilibrio estable.

PREVENCIÓN DE RIESGOS OCULTOS 7.11

Diagramas de energía

Un error común es pensar que la energía potencial en la gráfica de un diagrama de energía representa altura. Por ejemplo, no es el caso en la figura 7.20, donde el bloque sólo se mueve horizontalmente.

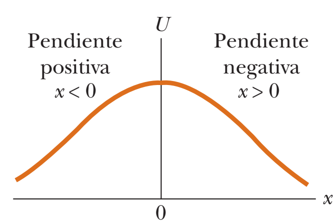


Figura 7.21 Gráfica de U con x para una partícula que tiene una posición de equilibrio inestable ubicada en $x = 0$. Para cualquier desplazamiento finito de la partícula, la fuerza sobre la partícula se dirige alejándose de $x = 0$.

EJEMPLO 7.9 Fuerza y energía a escala atómica

La energía potencial asociada con la fuerza entre dos átomos neutros en una molécula se representa mediante la función energía potencial de Lennard–Jones:

$$U(x) = 4\epsilon\left[\left(\frac{\sigma}{x}\right)^{12} - \left(\frac{\sigma}{x}\right)^{6}\right]$$

donde x es la separación de los átomos. La función $U(x)$ contiene dos parámetros σ y ϵ que están determinados por los experimentos. Valores muestra para la interacción entre dos átomos en una molécula son $\sigma = 0.263$ nm y $\epsilon = 1.51 \times 10^{-22}$ J. Con una hoja de cálculo o herramienta similar, grafique esta función y encuentre la distancia más probable entre los dos átomos.

SOLUCIÓN

Conceptualizar Los dos átomos en la molécula se identifican como un sistema. Respecto a nuestra interpretación de que existen moléculas estables, se espera encontrar equilibrio estable cuando los dos átomos estén separados por cierta distancia de equilibrio.

Categorizar Ya que existe una función energía potencial, la fuerza entre los átomos se clasifica como conservativa. Para una fuerza conservativa, la ecuación 7.28 describe la correspondencia entre la fuerza y la función energía potencial.

Analizar Existe equilibrio estable para una distancia de separación en que la energía potencial del sistema de dos átomos (la molécula) es un mínimo.

Tome la derivada de la función $U(x)$:

$$\frac{dU(x)}{dx} = 4\epsilon\,\frac{d}{dx}\left[\left(\frac{\sigma}{x}\right)^{12} - \left(\frac{\sigma}{x}\right)^{6}\right] = 4\epsilon\left[\frac{-12\sigma^{12}}{x^{13}} + \frac{6\sigma^{6}}{x^{7}}\right]$$

Minimice la función $U(x)$ al hacer su derivada igual a cero:

$$4\epsilon\left[\frac{-12\sigma^{12}}{{x_{\text{eq}}}^{13}} + \frac{6\sigma^{6}}{{x_{\text{eq}}}^{7}}\right] = 0 \quad\rightarrow\quad x_{\text{eq}} = (2)^{1/6}\sigma$$

Evalúe x_{eq}, la separación de equilibrio de los dos átomos en la molécula:

$$x_{\text{eq}} = (2)^{1/6}\,(0.263\text{ nm}) = \boxed{2.95 \times 10^{-10}\text{ m}}$$

Grafique la función de Lennard–Jones en ambos lados de este valor crítico para generar el diagrama de energía como se muestra en la figura 7.22.

Finalizar Note que $U(x)$ es extremadamente grande cuando los átomos están muy cerca uno del otro, es un mínimo cuando los átomos están en su separación crítica y después aumenta de nuevo conforme los átomos se separan. Cuando $U(x)$ es mínima, los átomos están en equilibrio estable, lo que indica que la separación más probable entre ellos se presenta en este punto.

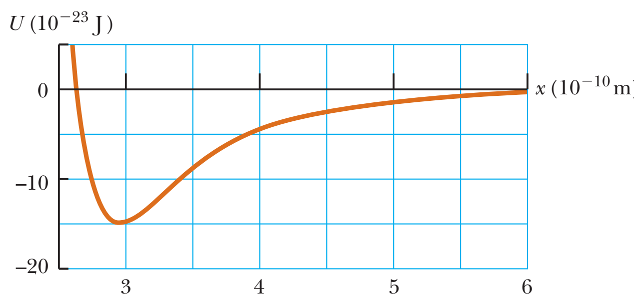


Figura 7.22 (Ejemplo 7.9) Curva de energía potencial asociada con una molécula. La distancia x es la separación entre los dos átomos que conforman la molécula.

Resumen

DEFINICIONES

Con mucha frecuencia, un **sistema** es una sola partícula, un conjunto de partículas o una región del espacio, y puede variar en tamaño y forma. La **frontera del sistema** separa al sistema del **medio ambiente.**

El **trabajo** W invertido en un sistema por un agente que ejerce una fuerza constante $\vec{\mathbf{F}}$ en el sistema es el producto de la magnitud Δr del desplazamiento del punto de aplicación de la fuerza y la componente $F\cos\theta$ de la fuerza a lo largo de la dirección del desplazamiento $\Delta\vec{\mathbf{r}}$:

$$W \equiv F\,\Delta r\cos\theta \qquad \textbf{(7.1)}$$

Si una fuerza variable realiza trabajo en una partícula conforme la partícula se traslada a lo largo del eje x desde x_i hasta x_f, el trabajo consumido por la fuerza en la partícula se proporciona por

$$W = \int_{x_i}^{x_f} F_x\,dx \qquad \textbf{(7.7)}$$

donde F_x es la componente de fuerza en la dirección x.

El **producto escalar** (producto punto) de dos vectores $\vec{\mathbf{A}}$ y $\vec{\mathbf{B}}$ se define mediante la correspondencia

$$\vec{\mathbf{A}}\cdot\vec{\mathbf{B}} \equiv AB\cos\theta \qquad \textbf{(7.2)}$$

donde el resultado es una cantidad escalar y θ es el ángulo entre los dos vectores. El producto escalar obedece a las leyes conmutativa y distributiva.

La **energía cinética** de una partícula de masa m que se mueve con una rapidez v es

$$K \equiv \tfrac{1}{2}mv^2 \qquad \textbf{(7.16)}$$

Si una partícula de masa m está a una distancia y sobre la superficie de la Tierra, la **energía potencial gravitacional** del sistema partícula-Tierra es

$$U_g \equiv mgy \qquad \textbf{(7.19)}$$

La **energía potencial elástica** almacenada en un resorte con constante de fuerza k es

$$U_s \equiv \tfrac{1}{2}kx^2 \qquad \textbf{(7.22)}$$

Una fuerza es **conservativa** si el trabajo que realiza en una partícula que es integrante del sistema, conforme la partícula se mueve entre dos puntos, es independiente de la trayectoria que sigue la partícula entre los dos puntos. Además, una fuerza es conservativa si el trabajo que realiza sobre una partícula es cero cuando la partícula se mueve a través de una trayectoria cerrada arbitraria y regresa a su posición inicial. Una fuerza que no satisface estos criterios se dice que es **no conservativa**.

La **energía mecánica total de un sistema** se define como la suma de la energía cinética y la energía potencial:

$$E_{\text{mec}} \equiv K + U \qquad \textbf{(7.24)}$$

CONCEPTOS Y PRINCIPIOS

El **teorema trabajo–energía cinética** establece que, si una fuerza externa invierte trabajo en un sistema, y el único cambio en el sistema es en su rapidez,

$$W_{\text{neto}} = K_f - K_i = \Delta K = \tfrac{1}{2}mv_f^{\,2} - \tfrac{1}{2}mv_i^{\,2} \qquad \textbf{(7.15, 7.17)}$$

Una **función de energía potencial** U se asocia sólo con una fuerza conservativa. Si una fuerza conservativa $\vec{\mathbf{F}}$ actúa entre integrantes de un sistema mientras un integrante se mueve a lo largo del eje x de x_i a x_f, el cambio en la energía potencial del sistema es igual al negativo del trabajo invertido por dicha fuerza:

$$U_f - U_i = -\int_{x_i}^{x_f} F_x\,dx \qquad \textbf{(7.26)}$$

Los sistemas están en tres clases de configuraciones de equilibrio cuando la fuerza neta en un integrante del sistema es cero. Las configuraciones de **equilibrio estable** corresponden cuando $U(x)$ es un mínimo. Las configuraciones de **equilibrio inestable** corresponden cuando $U(x)$ es un máximo. El **equilibrio neutro** surge cuando U es constante mientras un integrante del sistema se mueve en alguna región.

Preguntas

O Indica pregunta complementaria.

1. Discuta si algún trabajo se invierte por cada uno de los siguientes agentes y, si es así, si el trabajo es positivo o negativo: a) un pollo que rasca la tierra, b) una persona que estudia, c) una grúa que levanta una cubeta de concreto, d) la fuerza gravitacional sobre la cubeta del inciso c), e) los músculos de la pierna de una persona en el acto de sentarse.

2. Cite dos ejemplos en los que se ejerza una fuerza sobre un objeto sin realizar trabajo alguno sobre el objeto.

3. Cuando un péndulo oscila hacia atrás y hacia adelante, las fuerzas que actúan sobre el objeto suspendido son la fuerza gravitacional, la tensión en la cuerda de soporte y la resistencia del aire. a) ¿Cuál de estas fuerzas, si alguna, no realiza trabajo en el péndulo? b) ¿Cuál de estas fuerzas realiza trabajo negativo en todo momento durante su movimiento? c) Describa el trabajo que invierte la fuerza gravitacional mientras el péndulo oscila.

4. **O** Sea $\hat{\mathbf{N}}$ que representa la dirección horizontal al norte, $\widehat{\mathbf{NE}}$ que representa el noreste (la mitad entre norte y este), $\widehat{\mathbf{up}}$ representa la dirección vertical hacia arriba, etcétera. Cada especificación de dirección se considera como un vector unitario. Clasifique de mayor a menor los siguientes productos punto. Observe que cero es mayor que un número negativo. Si dos cantidades son iguales, muestre ese hecho en su clasificación. a) $\hat{\mathbf{N}} \cdot \hat{\mathbf{N}}$, b) $\hat{\mathbf{N}} \cdot \widehat{\mathbf{NE}}$, c) $\hat{\mathbf{N}} \cdot \hat{\mathbf{S}}$, d) $\hat{\mathbf{N}} \cdot \hat{\mathbf{E}}$, e) $\hat{\mathbf{N}} \cdot \widehat{\mathbf{up}}$, f) $\hat{\mathbf{E}} \cdot \hat{\mathbf{E}}$, g) $\widehat{\mathbf{SE}} \cdot \hat{\mathbf{S}}$, h) $\widehat{\mathbf{up}} \cdot \widehat{\mathbf{down}}$.

5. ¿Para qué valores del ángulo θ entre dos vectores su producto escalar es a) positivo y b) negativo?

6. **O** La figura 7.9a muestra un resorte ligero extendido que ejerce una fuerza F_s hacia la izquierda sobre el bloque. **i)** ¿El bloque ejerce una fuerza sobre el resorte? Elija toda respuesta correcta. a) No, no lo hace. b) Sí, hacia la izquierda. c) Sí, hacia la derecha. d) Su magnitud es mayor que F_s. e) Su magnitud es igual a F_s. f) Su magnitud es menor que F_s. **ii)** ¿El resorte ejerce una fuerza sobre la pared? Elija toda respuesta correcta de la misma lista, de a) a f).

7. Cierto resorte uniforme tiene constante de resorte k. Ahora el resorte se corta a la mitad. ¿Cuál es la relación entre k y la constante de resorte k' de cada resorte más pequeño resultante? Explique su razonamiento.

8. ¿La energía cinética puede ser negativa? Explique.

9. Discuta el trabajo invertido por un pitcher que lanza una pelota de beisbol. ¿Cuál es la distancia aproximada a través de la cual actúa la fuerza mientras se lanza la pelota?

10. **O** La bala 2 tiene el doble de masa que la bala 1. Ambas se disparan de modo que tienen la misma rapidez. La energía cinética de la bala 1 es K. La energía cinética de la bala 2 es a) $0.25K$, b) $0.5K$, c) $0.71K$, d) K, e) $2K$, f) $4K$.

11. **O** Si la rapidez de una partícula se duplica, ¿qué ocurre con su energía cinética? a) Se vuelve cuatro veces mayor. b) Se vuelve dos veces mayor. c) Se vuelve $\sqrt{2}$ veces mayor. d) No cambia. e) Se vuelve la mitad.

12. Un estudiante tiene la idea de que el trabajo total invertido en un objeto es igual a su energía cinética final. ¿Este enunciado es cierto siempre, a veces o nunca? Si a veces es cierto, ¿bajo qué circunstancias? Si es siempre o nunca, explique por qué.

13. ¿Una fuerza normal puede realizar trabajo? Si no, ¿por qué no? Si sí, dé un ejemplo.

14. **O** ¿Qué se puede decir acerca de la rapidez de una partícula si el trabajo neto realizado sobre ella es cero? a) Es cero. b) Disminuye. c) No cambia. d) No se puede extraer una conclusión.

15. **O** Un carro se pone a rodar a través de una mesa a nivel, con la misma rapidez en cada pista. Si corre en un tramo de arena, el carro ejerce sobre la arena una fuerza horizontal promedio de 6 N y recorre una distancia de 6 cm a través de la arena conforme llega al reposo. **i)** Si en vez de ello el carro corre en un tramo de grava sobre la que ejerce una fuerza horizontal promedio de 9 N, ¿cuánto recorrerá el carro en la grava hasta detenerse? Elija una respuesta. a) 9 cm, b) 6 cm, c) 4 cm, d) 3 cm, e) ninguna de estas respuestas. **ii)** Si en vez de ello el carro corre en un tramo de harina, rueda 18 cm antes de detenerse. ¿Cuál es la magnitud promedio de la fuerza horizontal que el carro ejerce sobre la harina? a) 2 N, b) 3 N, c) 6 N, d) 18 N, e) ninguna de estas respuestas. **iii)** Si en vez de ello el carro corre sin obstáculo alguno, ¿cuánto recorrerá? a) 6 cm, b) 18 cm, c) 36 cm, d) una distancia infinita.

16. La energía cinética de un objeto depende del marco de referencia en el que se observa su movimiento. Dé un ejemplo para ilustrar este punto.

17. **O** Para estirar 10 cm desde su longitud sin deformar, se requieren 4 J para un resorte que se describe mediante la ley de Hooke. ¿Cuánto trabajo adicional se requiere para estirar el resorte 10 cm adicionales? Elija una: a) ninguna, b) 2 J, c) 4 J, d) 8 J, e) 12 J, f) 16 J.

18. Si sólo una fuerza externa actúa sobre una partícula, ¿necesariamente cambia la a) energía cinética de la partícula? b) ¿Su velocidad?

19. **O i)** Clasifique las aceleraciones gravitacionales que mediría para a) un objeto de 2 kg a 5 cm arriba del suelo, b) un objeto de 2 kg a 120 cm sobre el suelo, c) un objeto de 3 kg a 120 cm sobre el suelo y d) un objeto de 3 kg a 80 cm sobre el suelo. Mencione primero el que tiene aceleración con mayor magnitud. Si dos son iguales, muestre su igualdad en la lista. **ii)** Clasifique las fuerzas gravitacionales sobre los mismos cuatro objetos, primero la mayor magnitud. **iii)** Clasifique las energías potenciales gravitacionales (del sistema objeto–Tierra) para los mismos cuatro objetos, primero la mayor, y considere $y = 0$ en el suelo.

20. Se le encomienda regresar a sus anaqueles los libros de una biblioteca. Levante un libro del suelo hasta el anaquel superior. La energía cinética del libro sobre el suelo fue cero y la energía cinética del libro en el anaquel superior es cero, así que no ocurre cambio en la energía cinética aunque usted hizo algo de trabajo en levantar el libro. ¿Se violó el teorema trabajo–energía cinética?

21. Los músculos del cuerpo ejercen fuerzas cuando se levanta, empuja, corre, salta, etcétera. ¿Estas fuerzas son conservativas?

22. ¿Qué forma tendría la gráfica de U con x si una partícula estuviese en una región de equilibrio neutro?

23. **O** A un cubo de hielo se le da un empujón y se desliza sin fricción sobre una mesa a nivel. ¿Qué es correcto? a) Está en equilibrio estable. b) Está en equilibrio inestable. c) Está en equilibrio neutro. d) No está en equilibrio.

24. Para limpiarlas, usted quita todas las teclas removibles de un teclado de computadora. Cada tecla tiene la forma de una pequeña caja con un lado abierto. Por accidente, tira las teclas en el suelo. Explique por qué muchas más de ellas aterrizan con el lado de la letra hacia abajo que con el lado abierto.

25. ¿Quién estableció por primera vez el teorema trabajo–energía cinética? ¿Quién demostró que es útil al resolver muchos problemas prácticos? Realice una investigación para responder estas preguntas.

Problemas

Sección 7.2 Trabajo invertido por una fuerza constante

1. Un bloque de 2.50 kg de masa se empuja 2.20 m a lo largo de una mesa horizontal sin fricción por una fuerza constante de 16.0 N dirigida 25.0° debajo de la horizontal. Determine el trabajo invertido sobre el bloque por a) la fuerza aplicada, b) la fuerza normal que ejerce la mesa y c) la fuerza gravitacional. d) Determine el trabajo neto invertido en el bloque.

2. Una gota de lluvia de 3.35×10^{-5} kg de masa cae verticalmente con rapidez constante bajo la influencia de la gravedad y la resistencia del aire. Modele la gota como partícula. Mientras cae 100 m, ¿cuál es el trabajo consumido en la gota a) por la fuerza gravitacional y b) por la resistencia del aire?

3. Batman, cuya masa es de 80.0 kg, está colgado en el extremo libre de una soga de 12.0 m, el otro extremo está fijo de la rama de un árbol arriba de él. Al flexionar repetidamente la cintura, hace que la soga se ponga en movimiento, y eventualmente la hace balancear lo suficiente para que pueda llegar a una repisa cuando la soga forma un ángulo de 60.0° con la vertical. ¿Cuánto trabajo invirtió la fuerza gravitacional en Batman en esta maniobra?

4. ● El objeto 1 empuja sobre el objeto 2 mientras se mueven juntos, como un buldózer que empuja una piedra. Suponga que el objeto 1 realiza 15.0 J de trabajo sobre el objeto 2. ¿El objeto 2 realiza trabajo sobre el objeto 1? Explique su respuesta. Si es posible, determine cuánto trabajo y explique su razonamiento.

Sección 7.3 Producto escalar de dos vectores

5. Para dos vectores cualesquiera $\vec{\mathbf{A}}$ y $\vec{\mathbf{B}}$, demuestre que $\vec{\mathbf{A}} \cdot \vec{\mathbf{B}} = A_xB_x + A_yB_y + A_zB_z$. *Sugerencia:* Escriba $\vec{\mathbf{A}}$ y $\vec{\mathbf{B}}$ en forma de vectores unitarios y aplique las ecuaciones 7.4 y 7.5.

6. El vector $\vec{\mathbf{A}}$ tiene una magnitud de 5.00 unidades y $\vec{\mathbf{B}}$ tiene una magnitud de 9.00 unidades. Los dos vectores forman un ángulo de 50.0° uno con el otro. Hallar $\vec{\mathbf{A}} \cdot \vec{\mathbf{B}}$.

Nota: En los problemas del 7 al 10, calcule respuestas numéricas a tres cifras significativas, como siempre.

7. Una fuerza $\vec{\mathbf{F}} = (6\hat{\mathbf{i}} - 2\hat{\mathbf{j}})$ actúa en una partícula que experimenta un desplazamiento $\Delta\vec{\mathbf{r}} = (3\hat{\mathbf{i}} + \hat{\mathbf{j}})$ m. Hallar a) el trabajo invertido por la fuerza en la partícula y b) el ángulo entre $\vec{\mathbf{F}}$ y $\Delta\vec{\mathbf{r}}$.

8. Encuentre el producto escalar de los vectores en la figura P7.8.

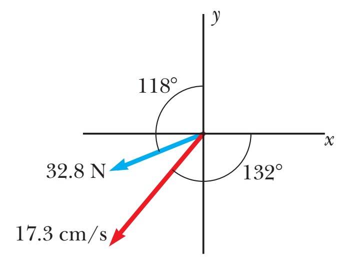


Figura P7.8

9. Con la definición del producto escalar, encuentre los ángulos entre los siguientes: a) $\vec{\mathbf{A}} = 3\hat{\mathbf{i}} - 2\hat{\mathbf{j}}$ y $\vec{\mathbf{B}} = 4\hat{\mathbf{i}} - 4\hat{\mathbf{j}}$, b) $\vec{\mathbf{A}} = -2\hat{\mathbf{i}} + 4\hat{\mathbf{j}}$ y $\vec{\mathbf{B}} = 3\hat{\mathbf{i}} - 4\hat{\mathbf{j}} + 2\hat{\mathbf{k}}$, c) $\vec{\mathbf{A}} = \hat{\mathbf{i}} - 2\hat{\mathbf{j}} + 2\hat{\mathbf{k}}$ y $\vec{\mathbf{B}} = 3\hat{\mathbf{j}} + 4\hat{\mathbf{k}}$.

10. Para los vectores $\vec{\mathbf{A}} = 3\hat{\mathbf{i}} + \hat{\mathbf{j}} - \hat{\mathbf{k}}$, $\vec{\mathbf{B}} = -\hat{\mathbf{i}} + 2\hat{\mathbf{j}} + 5\hat{\mathbf{k}}$ y $\vec{\mathbf{C}} = 2\hat{\mathbf{j}} - 3\hat{\mathbf{k}}$, encuentre $\vec{\mathbf{C}} \cdot (\vec{\mathbf{A}} - \vec{\mathbf{B}})$.

11. Sea $\vec{\mathbf{B}}$ = 5.00 m a 60.0°. Sea $\vec{\mathbf{C}}$ que tiene la misma magnitud que $\vec{\mathbf{A}}$ y un ángulo de dirección mayor que el de $\vec{\mathbf{A}}$ en 25.0°. Sea $\vec{\mathbf{A}} \cdot \vec{\mathbf{B}} = 30.0\ \text{m}^2$ y $\vec{\mathbf{B}} \cdot \vec{\mathbf{C}} = 35.0\ \text{m}^2$. Encuentre $\vec{\mathbf{A}}$.

Sección 7.4 Trabajo consumido por una fuerza variable

12. La fuerza que actúa en una partícula es $F_x = (8x - 16)$ N, donde x está en metros. a) Grafique esta fuerza con x desde $x = 0$ hasta $x = 3.00$ m. b) A partir de su gráfica, encuentre el trabajo neto realizado por esta fuerza sobre la partícula conforme se traslada de $x = 0$ a $x = 3.00$ m.

13. La fuerza que actúa sobre una partícula varía como se muestra en la figura P7.13. Encuentre el trabajo invertido por la fuerza en la partícula conforme se mueve a) de $x = 0$ a $x = 8.00$ m, b) de $x = 8.00$ m a $x = 10.0$ m, y c) de $x = 0$ a $x = 10.0$ m.

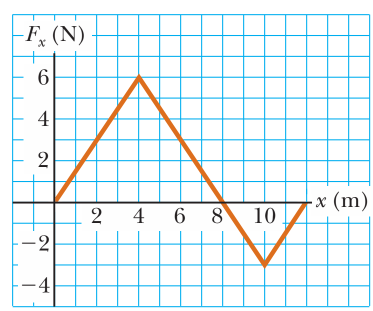


Figura P7.13

14. Una fuerza $\vec{\mathbf{F}} = (4x\,\hat{\mathbf{i}} + 3y\,\hat{\mathbf{j}})$ N actúa sobre un objeto mientras el objeto se mueve en la dirección x desde el origen hasta $x = 5.00$ m. Encuentre el trabajo $W = \int \vec{\mathbf{F}} \cdot d\vec{\mathbf{r}}$ invertido por la fuerza sobre el objeto.

2 = intermedio; 3 = desafiante; = razonamiento simbólico; ● = razonamiento cualitativo

15. Una partícula se somete a una fuerza F_x que varía con la posición, como se muestra en la figura P7.15. Encuentre el trabajo invertido por la fuerza en la partícula mientras se mueve a) de $x = 0$ a $x = 5.00$ m, b) de $x = 5.00$ a $x = 10.0$ m, y c) de $x = 10.0$ m a $x = 15.0$ m. d) ¿Cuál es el trabajo total invertido por la fuerza sobre la distancia $x = 0$ a $x = 15.0$ m?

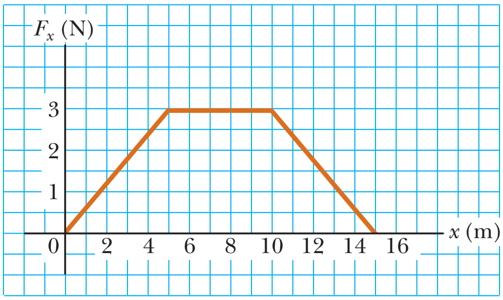


Figura P7.15 Problemas 15 y 32.

16. Un arquero jala hacia atrás la cuerda de su arco 0.400 m al ejercer una fuerza que aumenta uniformemente de cero a 230 N. a) ¿Cuál es la constante de resorte equivalente del arco? b) ¿Cuánto trabajo realiza el arquero al estirar su arco?

17. Cuando un objeto de 4.00 kg cuelga verticalmente en cierto resorte ligero descrito por la ley de Hooke, el resorte se estira 2.50 cm. Si se quita el objeto de 4.00 kg, a) ¿cuánto se estirará el resorte si se le cuelga un objeto de 1.50 kg? b) ¿Cuánto trabajo debe realizar un agente externo para estirar el mismo resorte 4.00 cm desde su posición sin estirar?

18. La ley de Hooke describe cierto resorte ligero de 35.0 cm de longitud sin estirar. Cuando un extremo se une a la parte superior de un marco de puerta y del otro extremo se cuelga un objeto de 7.50 kg, la longitud del resorte es 41.5 cm. a) Encuentre su constante de resorte. b) La carga y el resorte se desmontan. Dos personas jalan en direcciones opuestas en los extremos del resorte, cada una con una fuerza de 190 N. Encuentre la longitud del resorte en esta situación.

19. En un sistema de control, un acelerómetro consiste de un objeto de 4.70 g que se desliza sobre un riel horizontal. Un resorte de masa pequeña une al objeto a una pestaña en un extremo del riel. La grasa en el riel hace despreciable la fricción estática, pero amortigua rápidamente las vibraciones del objeto deslizante. Cuando el acelerómetro se mueve con una aceleración estable de $0.800g$, el objeto llega a una posición 0.500 cm de su posición de equilibrio. Encuentre la constante de fuerza requerida para el resorte.

20. Un resorte ligero, con constante de fuerza 3.85 N/m, se comprime 8.00 cm mientras se mantiene entre un bloque de 0.250 kg a la izquierda y un bloque de 0.500 kg a la derecha, ambos en reposo sobre una superficie horizontal. El resorte ejerce una fuerza en cada bloque, y tiende a separarlos. Los bloques se sueltan simultáneamente desde el reposo. Encuentre la aceleración con la que cada bloque comienza a moverse, dado que el coeficiente de fricción cinética entre cada bloque y la superficie es a) 0, b) 0.100 y c) 0.462.

21. Un vagón de 6 000 kg rueda a lo largo de la vía con fricción despreciable. El vagón se lleva al reposo mediante una combinación de dos resortes en espiral, como se ilustra en la figura P7.21. Ambos resortes se describen mediante la ley de Hooke con $k_1 = 1\,600$ N/m y $k_2 = 3\,400$ N/m. Después de que el primer resorte se comprime una distancia de 30.0 cm, el segundo resorte actúa con el primero para aumentar la fuerza mientras se presenta una compresión adicional como se muestra en la gráfica. El vagón llega al reposo 50.0 cm después de que hace el primer contacto con el sistema de dos resortes. Encuentre la rapidez inicial del vagón.

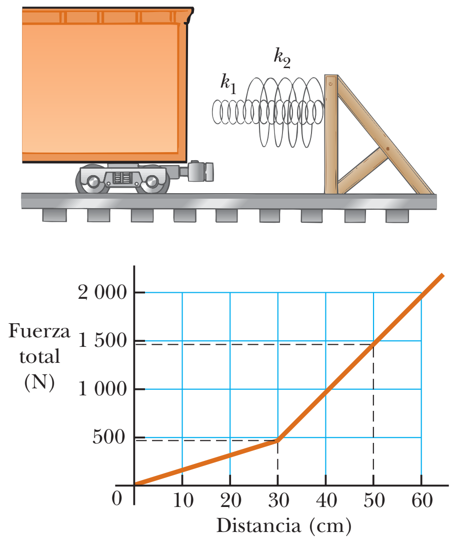


Figura P7.21

22. Se dispara una bala de 100 g de un rifle que tiene un cañón de 0.600 m de largo. Elija el origen como la ubicación donde la bala comienza a moverse. En tal caso la fuerza (en newtons) que ejercen sobre la bala los gases en expansión es $15\,000 + 10\,000x - 25\,000x^2$, donde x está en metros. a) Determine el trabajo invertido por el gas en la bala conforme la bala recorre la longitud del cañón. b) **¿Qué pasaría si?** Si el cañón mide 1.00 m de largo, ¿cuánto trabajo se consume y cómo se compara este valor con el trabajo calculado en el inciso a)?

23. Un resorte ligero, con constante de resorte 1 200 N/m, cuelga de un soporte elevado. De su extremo inferior cuelga un segundo resorte ligero, que tiene constante de resorte 1 800 N/m. Un objeto de 1.50 kg de masa cuelga en reposo del extremo inferior del segundo resorte. a) Encuentre la distancia de extensión total del par de resortes. b) Encuentre la constante de resorte efectiva del par de resortes como sistema. Describa estos resortes como *en serie*.

24. Un resorte ligero, con constante de resorte k_1, cuelga de un soporte elevado. De su extremo inferior cuelga un segundo resorte ligero, que tiene constante de resorte k_2. Un objeto de masa m cuelga en reposo del extremo inferior del segundo resorte. a) Encuentre la distancia de extensión total del par de resortes. b) Encuentre la constante de resorte efectiva del par de resortes como sistema. Describa estos resortes como *en serie*.

25. Una partícula pequeña de masa m se jala hacia lo alto de un medio cilindro sin fricción (de radio R) mediante una cuerda que pasa sobre lo alto del cilindro, como se ilustra en la figura P7.25. a) Si supone que la partícula se mueve con rapidez constante, demuestre que $F = mg\cos\theta$. *Nota:* Si la partícula se mueve con rapidez constante, la componente de su aceleración tangente al cilindro debe ser cero en todo momento. b) Mediante integración directa de $W = \int \vec{\mathbf{F}} \cdot d\vec{\mathbf{r}}$, encuentre el trabajo invertido al mover la partícula con rapidez constante desde el fondo hasta lo alto del medio cilindro.

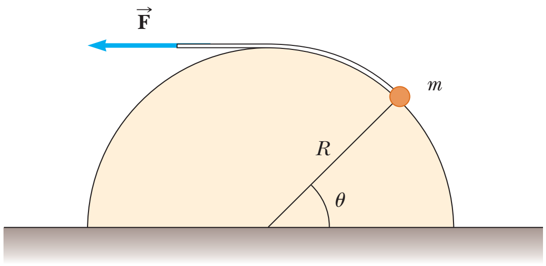


Figura P7.25

26. Exprese las unidades de la constante de fuerza de un resorte en unidades fundamentales del SI.

27. **Problema de repaso.** La gráfica de la figura P7.27 especifica una correspondencia funcional entre las dos variables u y v. a) Encuentre $\int_a^b u\,dv$. b) Encuentre $\int_b^a u\,dv$. c) Encuentre $\int_a^b v\,du$.

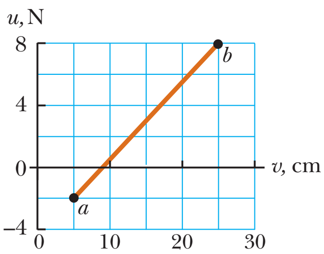


Figura P7.27

28. Un dispensador de charolas en una cafetería sostiene una pila de charolas sobre un anaquel que cuelga de cuatro resortes en espiral idénticos bajo tensión, uno cerca de cada esquina del anaquel. Cada charola es rectangular, de 45.3 cm por 35.6 cm, 0.450 cm de grosor y 580 g de masa. Demuestre que la charola superior en la pila siempre está a la misma altura sobre el piso, aunque haya muchas charolas en el dispensador. Encuentre la constante de resorte que cada uno debe tener para que el dispensador funcione en esta forma conveniente. ¿Alguna parte de la información es innecesaria para esta determinación?

Sección 7.5 Energía cinética y el teorema trabajo–energía cinética

29. Una partícula de 0.600 kg tiene una rapidez de 2.00 m/s en el punto Ⓐ y energía cinética de 7.50 J en el punto Ⓑ. ¿Cuáles son a) su energía cinética en Ⓐ, b) su rapidez en Ⓑ y c) el trabajo neto invertido en la partícula conforme se mueve de Ⓐ a Ⓑ?

30. Una bola de 0.300 kg tiene una rapidez de 15.0 m/s. a) ¿Cuál es su energía cinética? b) **¿Qué pasaría si?** Si su rapidez se duplica, ¿cuál sería su energía cinética?

31. Un objeto de 3.00 kg tiene una velocidad de $(6.00\,\hat{\mathbf{i}} - 2.00\,\hat{\mathbf{j}})$ m/s. a) ¿Cuál es su energía cinética en este momento? b) ¿Cuál es el trabajo neto invertido en el objeto si su velocidad cambia a $(8.00\,\hat{\mathbf{i}} + 4.00\,\hat{\mathbf{j}})$ m/s? *Nota:* De la definición del producto punto, $v^2 = \vec{\mathbf{v}} \cdot \vec{\mathbf{v}}$.

32. Una partícula de 4.00 kg se somete a una fuerza neta que varía con la posición, como se muestra en la figura P7.15. La partícula comienza a moverse en $x = 0$, muy cerca del reposo. ¿Cuál es su rapidez en a) $x = 5.00$ m, b) $x = 10.0$ m y c) $x = 15.0$ m?

33. Un martinete de 2 100 kg se usa para enterrar una viga I de acero en la tierra. El martinete cae 5.00 m antes de quedar en contacto con la parte superior de la viga. Después clava la viga 12.0 cm más en el suelo mientras llega al reposo. Aplicando consideraciones de energía, calcule la fuerza promedio que la viga ejerce sobre el martinete mientras éste llega al reposo.

34. ● Un carro de 300 g rueda a lo largo de una pista recta con velocidad de $0.600\,\hat{\mathbf{i}}$ m/s en $x = 0$. Un estudiante sostiene un imán enfrente del carro para temporalmente jalar hacia adelante sobre él, en seguida el carro se desplaza hacia un montículo de arena que se convierte en una pequeña pila. Estos efectos se representan cuantitativamente mediante la gráfica de la componente x de la fuerza neta sobre el carro como una función de la posición, en la figura P7.34. a) ¿El carro rodará todo el camino hasta la pila de arena? Explique cómo puede decirlo. b) Si es así, encuentre la rapidez a la que sale en $x = 7.00$ cm. Si no, ¿qué máxima coordenada x alcanza?

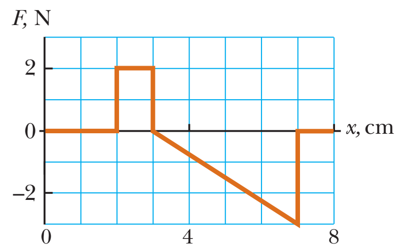


Figura P7.34

35. ● Se puede considerar al teorema trabajo–energía cinética como una segunda teoría de movimiento, paralela a las leyes de Newton, en cuanto que describe cómo las influencias externas afectan el movimiento de un objeto. En este problema, resuelva los incisos a) y b) por separado de los incisos c) y d), de modo que pueda comparar las predicciones de las dos teorías. En un cañón de rifle, una bala de 15.0 g acelera desde el reposo a una rapidez de 780 m/s. a) Encuentre el trabajo que se invierte en la bala. b) Si supone que el cañón del rifle mide 72.0 cm de largo, encuentre la magnitud de la fuerza neta promedio que actúa sobre él, como $\Sigma F = W/(\Delta r \cos \theta)$. c) Encuentre la aceleración constante de una bala que parte del reposo y gana una rapidez de 780 m/s en una distancia de 72.0 cm. d) Si supone ahora que la bala tiene 15.0 g de masa, encuentre la fuerza neta que actúa sobre ésta como $\Sigma F = ma$. e) ¿Qué conclusión puede extraer al comparar sus resultados?

36. En el cuello de la pantalla de cierto televisor blanco y negro, un cañón de electrones contiene dos placas metálicas cargadas, separadas 2.80 cm. Una fuerza eléctrica acelera cada electrón en el haz desde el reposo hasta 9.60% de la rapidez de la luz sobre esta distancia. a) Determine la energía cinética del electrón mientras deja el cañón de electrones. Los electrones portan esta energía a un material fosforescente en la superficie interior de la pantalla del televisor y lo hacen brillar. Para un electrón que pasa entre las placas en el cañón de electrones, determine, b) la magnitud de la fuerza eléctrica constante que actúa sobre el electrón, c) la aceleración y d) el tiempo de vuelo.

Sección 7.6 Energía potencial de un sistema

37. Un carro de montaña rusa, de 1 000 kg, inicialmente está en lo alto de un bucle, en el punto Ⓐ. Luego se mueve 135 pies a un ángulo de 40.0° bajo la horizontal, hacia un punto inferior Ⓑ. a) Elija el carro en el punto Ⓑ como la configuración cero para energía potencial gravitacional del sistema montaña rusa-

Tierra. Hallar la energía potencial del sistema cuando el carro está en los puntos Ⓐ y Ⓑ y el cambio en energía potencial conforme se mueve el carro. b) Repita el inciso a), pero haga la configuración cero con el carro en el punto Ⓐ.

38. Un niño de 400 N está en un columpio unido a cuerdas de 2.00 m de largo. Encuentre la energía potencial gravitacional del sistema niño–Tierra en relación con la posición más baja del niño cuando a) las cuerdas están horizontales, b) las cuerdas forman un ángulo de 30.0° con la vertical y c) el niño está en el fondo del arco circular.

Sección 7.7 Fuerzas conservativas y no conservativas

39. ● Una partícula de 4.00 kg se mueve desde el origen a la posición *C*, que tiene coordenadas $x = 5.00$ m y $y = 5.00$ m (figura P7.39). Una fuerza en la partícula es la fuerza gravitacional que actúa en la dirección *y* negativa. Con la ecuación 7.3, calcule el trabajo invertido por la fuerza gravitacional en la partícula conforme va de *O* a *C* a lo largo de a) *OAC*, b) *OBC* y c) *OC*. Sus resultados deben ser idénticos. ¿Por qué?

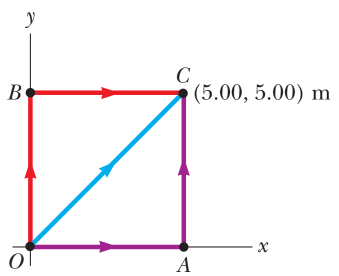


Figura P7.39 Problemas del 39 al 42.

40. a) Suponga que una fuerza constante actúa en un objeto. La fuerza no varía con el tiempo o con la posición o la velocidad del objeto. Comience con la definición general del trabajo invertido por una fuerza

$$W = \int_i^f \vec{\mathbf{F}} \cdot d\vec{\mathbf{r}}$$

y demuestre que la fuerza es conservativa. b) Como caso especial, suponga que la fuerza $\vec{\mathbf{F}} = (3\hat{\mathbf{i}} + 4\hat{\mathbf{j}})$ N actúa en una partícula que se mueve de *O* a *C* en la figura P7.39. Calcule el trabajo invertido por $\vec{\mathbf{F}}$ en la partícula conforme se mueve a lo largo de cada una de las tres trayectorias *OAC*, *OBC* y *OC*. Compruebe que sus tres respuestas son idénticas.

41. ● Una fuerza que actúa en una partícula móvil en el plano *xy* se conoce por $\vec{\mathbf{F}} = (2y\hat{\mathbf{i}} + x^2\hat{\mathbf{j}})$ N, donde *x* y *y* están en metros. Las partículas se mueven desde la posición original a la final en las coordenadas $x = 5.00$ m y $y = 5.00$ m como se muestra en la figura P7.39. Calcule el trabajo invertido por $\vec{\mathbf{F}}$ en la partícula cuando ésta se mueve a lo largo de a) *OAC*, b) *OBC* y c) *OC*. d) $\vec{\mathbf{F}}$ es conservativa o no conservativa.

42. ● Una partícula se mueve en el plano *xy* en la figura P7.39 bajo la influencia de una fuerza de fricción con 3.00 N de magnitud y actúa en dirección opuesta al desplazamiento de la partícula. Calcule el trabajo invertido por la fuerza de fricción en la partícula conforme se mueve a lo largo de las siguientes trayectorias cerradas: a) la trayectoria *OA* seguida por la trayectoria de regreso *AO*, b) la trayectoria *OA* seguida por *AC* y la trayectoria de regreso *CO*, y c) la trayectoria *OC* seguida por la trayectoria de regreso *CO*. d) Cada una de las tres respuestas es distinta de cero. ¿Cuál es el significado de esta observación?

Sección 7.8 Correspondencia entre fuerzas conservativas y energía potencial

43. Una sola fuerza conservativa actúa sobre una partícula de 5.00 kg. La ecuación $F_x = (2x + 4)$ N describe la fuerza, donde *x* está en metros. Conforme la partícula se mueve a lo largo del eje *x*, de $x = 1.00$ m a $x = 5.00$ m, calcule a) el trabajo invertido por esta fuerza en la partícula, b) el cambio en la energía potencial del sistema y c) la energía cinética que tiene la partícula en $x = 5.00$ m si su rapidez es 3.00 m/s en $x = 1.00$ m.

44. Una sola fuerza conservativa que actúa en una partícula varía como $\vec{\mathbf{F}} = (-Ax + Bx^2)\,\hat{\mathbf{i}}$ N, donde *A* y *B* son constantes y *x* está en metros. a) Calcule la función energía potencial $U(x)$ asociada con esta fuerza, y tome $U = 0$ en $x = 0$. b) Encuentre el cambio de energía potencial y el cambio de energía cinética del sistema conforme la partícula se traslada de $x = 2.00$ m a $x = 3.00$ m.

45. La energía potencial de un sistema de dos partículas separadas por una distancia *r* se conoce por $U(r) = A/r$, donde *A* es una constante. Encuentre la fuerza radial $\vec{\mathbf{F}}$ que cada partícula ejerce sobre la otra.

46. Una función energía potencial para una fuerza en dos dimensiones es de la forma $U = 3x^3y - 7x$. Encuentre la fuerza que actúa en el punto (x, y).

Sección 7.9 Diagramas de energía y equilibrio de un sistema

47. Para la curva energía potencial que se muestra en la figura P7.47, a) determine si la fuerza F_x es positiva, negativa o cero en los cinco puntos indicados. b) Señale los puntos de equilibrio estable, inestable y neutro. c) Bosqueje la curva para F_x con *x* desde $x = 0$ hasta $x = 9.5$ m.

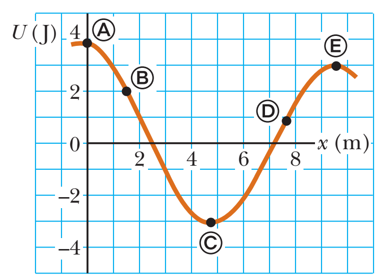


Figura P7.47

48. Un cono circular recto se puede equilibrar sobre una superficie horizontal en tres diferentes formas. Bosqueje estas tres configuraciones de equilibrio e identifíquelas como posiciones de equilibrio estable, inestable o neutro.

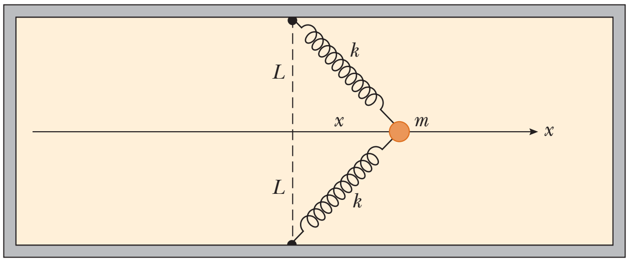
49. Una partícula de 1.18 kg de masa se une entre dos resortes idénticos en una mesa horizontal sin fricción. Ambos resortes tienen constante de resorte *k* e inicialmente no están estirados. a) La partícula se jala una distancia *x* a lo largo de una dirección perpendicular a la configuración inicial de los resortes, como se muestra en la figura P7.49. Demuestre que la fuerza ejercida por los resortes sobre la partícula es

$$\vec{\mathbf{F}} = -2kx\left(1 - \frac{L}{\sqrt{x^2 + L^2}}\right)\hat{\mathbf{i}}$$

b) Demuestre que la energía potencial del sistema es

$$U(x) = kx^2 + 2kL\left(L - \sqrt{x^2 + L^2}\right)$$

c) Elabore una gráfica de $U(x)$ en función de x e identifique todos los puntos de equilibrio. Suponga $L = 1.20$ m y $k = 40.0$ N/m. d) Si la partícula se jala 0.500 m hacia la derecha y después se libera, ¿cuál es su rapidez cuando llega al punto de equilibrio $x = 0$?



Vista superior

Figura P7.49

Problemas adicionales

50. Una bolita en el fondo de un tazón es un ejemplo de un objeto en posición de equilibrio estable. Cuando un sistema físico se desplaza en una cantidad x desde equilibrio estable, sobre él actúa una fuerza restauradora, que tiende a regresar al sistema su configuración de equilibrio. La magnitud de la fuerza restauradora puede ser una función complicada de x. Por ejemplo, cuando un ion en un cristal se desplaza de su sitio reticular, la fuerza restauradora puede no ser una simple función de x. En tales casos, por lo general se puede imaginar la función $F(x)$ como expresada por una serie de potencias en x como $F(x) = -(k_1x + k_2x^2 + k_3x^3 + \ldots)$. Aquí, el primer término es la ley de Hooke, que describe la fuerza que ejerce un solo resorte para desplazamientos pequeños. Por lo general en pequeñas desviaciones desde el equilibrio se ignoran los términos de orden superior; sin embargo, en algunos casos, puede ser deseable mantener también el segundo término. Si la fuerza restauradora se representa como $F = -(k_1x + k_2x^2)$, ¿cuánto trabajo se invierte al desplazar el sistema de $x = 0$ a $x = x_{\text{máx}}$ mediante una fuerza aplicada $-F$?

51. Un jardinero de beisbol lanza una pelota de 0.150 kg con una rapidez de 40.0 m/s y un ángulo inicial de 30.0°. ¿Cuál es la energía cinética de la pelota en el punto más alto de su trayectoria?

52. La constante de resorte del resorte de suspensión de un automóvil aumenta con la carga creciente debido a un muelle helicoidal que es más ancho en la base, y cambia de manera uniforme a un diámetro más pequeño cerca de la parte superior. El resultado es un viaje más suave sobre superficies de camino normal de los muelles helicoidales, pero el automóvil no va hasta abajo en los baches porque, cuando se colapsan los muelles inferiores, los muelles más rígidos cerca de lo alto absorben la carga. Para un resorte helicoidal piramidal que se comprime 12.9 cm con una carga de 1 000 N y 31.5 cm con una carga de 5 000 N, a) evalúe las constantes a y b en la ecuación empírica $F = ax^b$ y b) encuentre el trabajo necesario para comprimir el resorte 25.0 cm.

53. ● Un resorte ligero tiene una longitud sín estirar de 15.5 cm. Se describe mediante la ley de Hooke con constante de resorte 4.30 N/m. Un extremo del resorte horizontal se mantiene en un eje vertical fijo, y el otro extremo se une a un disco de masa m que se puede mover sin fricción sobre una superficie horizontal. El disco se pone en movimiento en un círculo con un periodo de 1.30 s. a) Encuentre la extensión del resorte x conforme depende de m. Evalúe x para b) $m = 0.070\ 0$ kg, c) $m = 0.140$ kg, d) $m = 0.180$ kg y e) $m = 0.190$ kg. f) Describa el patrón de variación de x como dependiente de m.

54. Dos bolas de acero, cada una con 25.4 mm de diámetro, se mueven en direcciones opuestas a 5 m/s, corren una hacia la otra frontalmente y rebotan. a) ¿Su interacción dura sólo un instante o un intervalo de tiempo distinto de cero? Establezca su evidencia. Una de las bolas se comprime en una prensa de banco mientras se hacen mediciones precisas de la cantidad de compresión resultante. Los resultados muestran que la ley de Hooke es un buen modelo del comportamiento elástico de la bola. Para un dato, una fuerza de 16 kN ejercida por cada mandíbula de la prensa de banco resulta en una reducción de 0.2 mm en el diámetro de la bola. El diámetro regresa a su valor original cuando la fuerza se quita. b) Al modelar la bola como resorte, encuentre su constante de resorte. c) Calcule una estimación de la energía cinética de cada una de las bolas antes de chocar. En su solución, explique su lógica. d) Calcule una estimación para la cantidad máxima de compresión que cada bola experimenta cuando chocan. e) Calcule una estimación del orden de magnitud para el intervalo de tiempo durante el que están en contacto las bolas. En su solución, explique su razonamiento. (En el capítulo 15 aprenderá a calcular el tiempo de contacto preciso en este modelo.)

55. ● Considere $U = 5$ en $x = 0$ y calcule la energía potencial como función de x, correspondiente a la fuerza $(8e^{-2x})\hat{\mathbf{i}}$. Explique si la fuerza es conservativa o no conservativa y cómo puede decirlo.

56. La función energía potencial de un sistema se conoce por $U(x) = -x^3 + 2x^2 + 3x$. a) Determine la fuerza F_x como una función de x. b) ¿Para qué valores de x la fuerza es igual a cero? c) Grafique $U(x)$ con x y F_x en función de x e indique los puntos de equilibrio estable e inestable.

57. El lanzador de bola en una máquina de pinball tiene un resorte con una constante de fuerza de 1.20 N/cm (figura P7.57). La superficie sobre la que se mueve la bola está inclinada 10.0° respecto de la horizontal. El resorte inicialmente se comprime 5.00 cm. Encuentre la rapidez de lanzamiento de una bola de 100 g cuando se suelta el émbolo. La fricción y la masa del émbolo son despreciables.

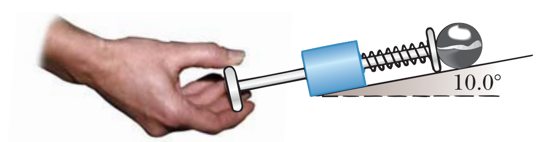


Figura P7.57

58. ● **Problema de repaso.** Dos fuerzas constantes actúan sobre un objeto de 5.00 kg que se mueve en el plano xy, como se muestra en la figura P7.58. La fuerza $\vec{\mathbf{F}}_1$ es de 25.0 N a 35.0° y $\vec{\mathbf{F}}_2$ es de 42.0 N a 150°. En el tiempo $t = 0$, el objeto está en el origen y tiene velocidad $(4.00\hat{\mathbf{i}} + 2.50\hat{\mathbf{j}})$ m/s. a) Exprese las dos fuerzas en notación de vector unitario. Use notación de vectores unitarios para sus otras respuestas. b) Encuentre la fuerza total que se ejerce sobre el objeto. c) Encuentre la aceleración del objeto. Ahora, considere el instante $t = 3.00$ s, y encuentre d) la velocidad del objeto, e) su posición, f) su energía cinética a partir de $\frac{1}{2}mv_f^2$ y g) su energía cinética a partir de $\frac{1}{2}mv_i^2 + \Sigma \vec{\mathbf{F}} \cdot \Delta\vec{\mathbf{r}}$. h) ¿Qué conclusión puede extraer al comparar las respuestas a los incisos f) y g)?

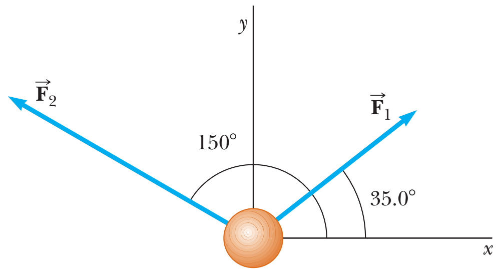


Figura P7.58

59. Una partícula se mueve a lo largo del eje x desde $x = 12.8$ m hasta $x = 23.7$ m bajo la influencia de una fuerza

$$F = \frac{375}{x^3 + 3.75x}$$

donde F está en newtons y x en metros. Con el uso de integración numérica, determine el trabajo invertido por esta fuerza en la partícula durante este desplazamiento. Su resultado debe ser exacto hasta 2%.

60. ● Cuando diferentes cargas cuelgan de un resorte, el resorte se estira a diferentes longitudes, como se muestra en la tabla siguiente. a) Elabore una gráfica de la fuerza aplicada con la extensión del resorte. Mediante ajuste por mínimos cuadrados, determine la línea recta que ajusta mejor los datos. ¿Quiere usar todos los datos o debe ignorar algunos de ellos? Explique. b) A partir de la pendiente de la línea de mejor ajuste, encuentre la constante de resorte k. c) El resorte se extiende a 105 mm. ¿Qué fuerza ejerce sobre el objeto suspendido?

***F* (*N*)**	2.0	4.0	6.0	8.0	10	12	14	16	18	20	22
***L* (mm)**	15	32	49	64	79	98	112	126	149	175	190

Respuestas a las preguntas rápidas

7.1 a). La fuerza no realiza trabajo sobre la Tierra porque la fuerza se dirige hacia el centro del círculo y por lo tanto es perpendicular a la dirección de su desplazamiento.

7.2 c), a), d), b). El trabajo realizado en c) es positivo y de mayor valor posible porque el ángulo entre la fuerza y el desplazamiento es cero. El trabajo invertido en a) es cero porque la fuerza es perpendicular al desplazamiento. En d) y b), la fuerza aplicada invierte trabajo negativo porque en ningún caso existe una componente de la fuerza en la dirección del desplazamiento. La situación b) es la de valor más negativo porque el ángulo entre la fuerza y el desplazamiento es 180°.

7.3 d). Debido al intervalo de valores de la función coseno, $\vec{\mathbf{A}} \cdot \vec{\mathbf{B}}$ tiene valores que varían de AB a $-AB$.

7.4 a). Puesto que el trabajo invertido al comprimir un resorte es proporcional al cuadrado de la distancia de compresión x, duplicar el valor de x hace que el trabajo aumente cuatro veces.

7.5 b). Ya que el trabajo es proporcional al cuadrado de la distancia de compresión x y la energía cinética es proporcional al cuadrado de la rapidez v, duplicar la distancia de compresión duplica la rapidez.

7.6 c). El signo de la energía potencial gravitacional depende de su elección de configuración cero. Si los dos objetos en el sistema están más juntos que en la configuración cero, la energía potencial es negativa. Si están más separados, la energía potencial es positiva.

7.7 **i**), c). Este sistema muestra cambios en energía cinética, así como en ambos tipos de energía potencial. **ii**), a). Puesto que la Tierra no se incluye en el sistema, no hay energía potencial gravitacional asociada con el sistema.

7.8 d). La pendiente de una gráfica $U(x)$ en función de x es por definición $dU(x)/dx$. De la ecuación 7.28, se ve que esta expresión es igual al negativo de la componente x de la fuerza conservativa que actúa sobre un objeto que es parte del sistema.

A medida que un esquiador se desliza por una colina, el sistema esquiador–nieve–Tierra experimenta cambios en energía cinética, en relación con la rapidez del esquiador; la energía potencial, en proporción con la altitud del esquiador; y la energía interna, en relación con la temperatura de los esquíes, la nieve y el aire. Si la energía total de este sistema se evaluara en varios instantes durante este proceso, el resultado sería el mismo en todo momento. Una aplicación del *principio de conservación de la energía*, a analizar en este capítulo, es que la energía total de un sistema aislado permanece constante. (© aaleksander/Shutterstock)

8 Conservación de energía

En el capítulo 7 se presentaron tres métodos para almacenar energía en un sistema: energía cinética, asociada con el movimiento de los integrantes del sistema; energía potencial, determinada por la configuración del sistema y energía interna, que se relaciona con la temperatura del sistema.

Ahora se considera el análisis de situaciones físicas aplicando la aproximación de energía para dos tipos de sistemas: sistemas *no aislados* y *aislados*. Para sistemas no aislados se investigarán formas en que la energía cruza la frontera del sistema, lo que resulta en un cambio en la energía total del sistema. Este análisis conduce a un principio muy importante llamado *conservación de energía*. El principio de conservación de la energía se extiende más allá de la física y se aplica a organismos biológicos, sistemas tecnológicos y situaciones de ingeniería.

En los sistemas aislados la energía no cruza la frontera del sistema. Para dichos sistemas, la energía total del sistema es constante. Si dentro del sistema no actúan fuerzas no conservativas, se aplica la *conservación de energía mecánica* para resolver varios problemas.

Las situaciones que suponen la transformación de energía mecánica en energía interna debido a fuerzas no conservativas requieren un manejo especial. Se investigan los procedimientos para estos tipos de problemas.

Por último, se reconoce que la energía puede cruzar las fronteras de un sistema en diferentes cantidades. La rapidez de transferencia de energía se describe con la cantidad *potencia*.

8.1 El sistema no aislado: conservación de energía

Como se ha visto, un objeto que se representa como partícula pueden actuar fuerzas diferentes, resultando un cambio en su energía cinética. Esta situación muy simple es el primer ejemplo del modelo de un **sistema no aislado**, en él la energía cruza la frontera del sistema durante cierto intervalo de tiempo debido a una interacción con el medio ambiente. Este escenario es común en problemas de física. Si un sistema no interactúa con su medio ambiente, es un sistema aislado, que se estudiará en la sección 8.2.

El teorema trabajo–energía cinética del capítulo 7 es el primer ejemplo de una ecuación de energía adecuada para un sistema no aislado. En el caso de dicho teorema, la interacción del sistema con su entorno es el trabajo invertido por la fuerza externa, y la cantidad que cambia en el sistema es la energía cinética.

Hasta el momento sólo se ha visto una forma de transferir energía a un sistema: trabajo. Enseguida se mencionan otras formas de transferencia de energía hacia o desde un sistema. Los detalles de estos procesos se estudiarán en otras secciones del libro. En la figura 8.1 se ilustran mecanismos para transferir energía y se resumen del modo siguiente.

El **trabajo**, como aprendió en el capítulo 7, es un método para transferir energía hacia un sistema mediante la aplicación de una fuerza al sistema y causar un desplazamiento del punto de aplicación de la fuerza (figura 8.1a).

Las **ondas mecánicas** (capítulos 16–18) son un medio de transferencia de energía al facilitar que una perturbación se propague a través del aire u otro medio. Es el método mediante el que la energía (que usted detecta como sonido) deja su radio reloj a través de la bocina y entra a sus oídos para estimular el proceso de audición (figura 8.1b). Otros ejemplos de ondas mecánicas son las ondas sísmicas y las ondas oceánicas.

El **calor** (capítulo 20) es un mecanismo de transferencia de energía que se activa mediante una diferencia de temperatura entre dos regiones del espacio. Por ejemplo, el mango de una cuchara dentro de una taza con café se calienta porque los electrones y átomos en movimiento constante en la parte sumergida de la cuchara chocan con los más lentos en la parte cercana del mango (figura 8.1c). Dichas partículas se mueven más rápido debido a las colisiones y chocan con el siguiente grupo de partículas lentas. Por lo tanto, la energía interna del mango de la cuchara se eleva a causa de la transferencia de energía debida a este proceso de colisión.

La **transferencia de materia** (capítulo 20) involucra situaciones en las cuales la materia cruza físicamente la frontera de un sistema, transportando energía. Los ejemplos inclu-

PREVENCIÓN DE RIESGOS OCULTOS 8.1

El calor no es una forma de energía

Por lo general la palabra *calor* se usa mal. El calor es un método de *transferencia* de energía, *no* una forma de almacenamiento de energía. En consecuencia, frases tales como "contenido de calor", "el calor del verano" y "el calor que escapó" representan usos de esta palabra que son inconsistentes con la definición física. Véase el capítulo 20.

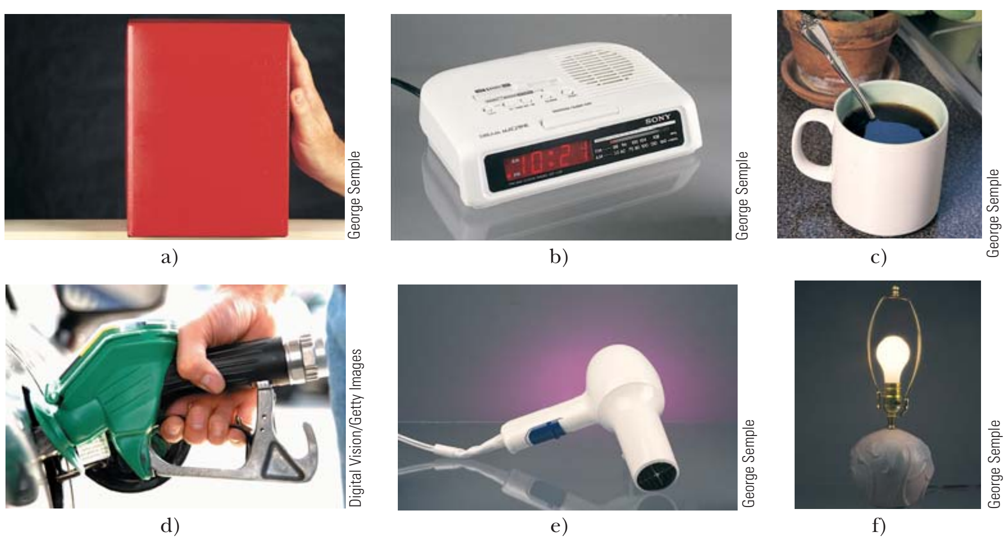


Figura 8.1 Mecanismos de transferencia de energía. a) La energía se transfiere hacia el bloque mediante *trabajo*; b) la energía deja el radio desde la bocina mediante *ondas mecánicas*; c) la energía se transfiere hacia el mango de la cuchara mediante *calor*; d) la energía entra al tanque de gasolina del automóvil mediante *transferencia de materia*; e) la energía entra a la secadora mediante *transmisión eléctrica*; y f) la energía sale del foco mediante *radiación electromagnética*.

yen llenar el tanque de su automóvil con gasolina (figura 8.1d) y transportar energía a las habitaciones de su hogar mediante circulación de aire caliente del horno, un proceso llamado *convección*.

La **transmisión eléctrica** (capítulos 27 y 28) es la transferencia de energía mediante corrientes eléctricas. Es como se transfiere energía en su secadora de pelo (figura 8.1e), sistema de sonido o cualquier otro dispositivo eléctrico.

La **radiación electromagnética** (capítulo 34) se refiere a las ondas electromagnéticas como la luz, microondas y ondas de radio (figura 8.1f). Los ejemplos de este método de transferencia incluyen cocinar una papa en su horno de microondas y la energía luminosa que viaja del Sol hacia la Tierra a través del espacio.[1]

Una característica central de la aproximación de energía es la noción de que no se puede crear ni destruir energía, la energía siempre *se conserva*. Esta característica se ha comprobado en incontables experimentos, y ningún experimento ha demostrado jamás que este enunciado sea incorrecto. Debido a eso, **si la cantidad total de energía en un sistema cambia, sólo es porque la energía cruzó la frontera del sistema mediante un mecanismo de transferencia, como alguno de los métodos mencionados anteriormente**. Este enunciado general del principio de **conservación de la energía** se describe matemáticamente como la **ecuación de conservación de energía** del modo siguiente:

$$\Delta E_{\text{sistema}} = \sum T \tag{8.1}$$

◄ Conservación de energía

donde E_{sistema} es la energía total del sistema, incluidos todos los métodos de almacenamiento de energía (cinética, potencial e interna) y T (por *transferencia*) es la cantidad de energía transferida a través de la frontera del sistema mediante algún mecanismo. Dos de los mecanismos de transferencia tienen notaciones simbólicas bien establecidas. Para trabajo, $T_{\text{trabajo}} = W$, como se discutió en el capítulo 7, y para calor, $T_{\text{calor}} = Q$, como se define en el capítulo 20. Los otros cuatro integrantes de la lista no tienen símbolos establecidos, así que se les llamará T_{OM} (ondas mecánicas), T_{TM} (transferencia de materia), T_{TE} (transmisión eléctrica) y T_{RE} (radiación electromagnética).

La expansión completa de la ecuación 8.1 es

$$\Delta K + \Delta U + \Delta E_{\text{int}} = W + Q + T_{\text{OM}} + T_{\text{TM}} + T_{\text{TE}} + T_{\text{RE}} \tag{8.2}$$

que es la representación matemática básica de la versión energética del **modelo de sistema no aislado**. (En capítulos posteriores se verán otras versiones, incluida la cantidad de movimiento lineal y la cantidad de movimiento angular.) En la mayoría de los casos, la ecuación 8.2 se reduce a una mucho más simple, porque algunos de los términos son cero. Si, para un sistema conocido, todos los términos en el lado derecho de la ecuación de conservación de energía son cero, el sistema es un *sistema aislado*, que se estudia en la siguiente sección.

En teoría la ecuación de conservación de energía no es más complicada que llevar cuentas sanas en su chequera. Si su cuenta es el sistema, el cambio en el saldo para un mes determinado es la suma de todas las transferencias: depósitos, retiros, comisiones, intereses y cheques expedidos. ¡Puede resultarle útil pensar en la energía como la *moneda de la naturaleza*!

Suponga que se aplica una fuerza a un sistema no aislado y el punto de aplicación de la fuerza se mueve a través de un desplazamiento. Por lo tanto suponga que el único efecto sobre el sistema es cambiar su rapidez. En este caso, el único mecanismo de transferencia es el trabajo (de modo que el lado derecho de la ecuación 8.2 se reduce sólo a W) y la única clase de energía en el sistema que cambia es la energía cinética (de modo que $\Delta E_{\text{sistema}}$ se reduce sólo a ΔK). Por consiguiente la ecuación 8.2 se convierte en

$$\Delta K = W$$

que es el teorema trabajo–energía cinética. Este teorema es un caso especial del principio más general de conservación de energía. Se verán varios casos especiales en capítulos futuros.

[1] La radiación electromagnética y el trabajo invertido por las fuerzas de campo son los únicos mecanismos de transferencia de energía que no requieren de moléculas del medio ambiente disponibles en la frontera del sistema. Debido a eso, los sistemas rodeados por un vacío (como los planetas) sólo intercambian energía con el medio ambiente mediante estas dos posibilidades.

Pregunta rápida 8.1 ¿Mediante qué mecanismos de transferencia la energía entra y sale de a) su televisor? b) ¿Su podadora a gasolina? c) ¿Su sacapuntas manual?

Pregunta rápida 8.2 Considere un bloque que se desliza sobre una superficie horizontal con fricción. Ignore cualquier sonido que pueda producir el deslizamiento. **i)** Si el sistema es el *bloque*, este sistema es a) aislado, b) no aislado, c) imposible de determinar. **ii)** Si el sistema es la *superficie*, describa el sistema a partir del mismo conjunto de opciones. **iii)** Si el sistema es el *bloque y la superficie*, describa el sistema a partir del mismo conjunto de opciones.

8.2 El sistema aislado

En esta sección se estudia otro escenario muy común en problemas físicos: un **sistema aislado**, en él la energía no cruza la frontera del sistema por ningún método. En primer término se considera una situación gravitacional. Piense en el sistema libro–Tierra de la figura 7.15 en el capítulo anterior. Después de levantar el libro, existe energía potencial gravitacional almacenada en el sistema, que se calcula a partir del trabajo invertido por el agente externo en el sistema, con $W = \Delta U_g$.

Ahora ponga su atención al trabajo invertido solo por la fuerza gravitacional en el libro (figura 8.2) a medida que el libro cae de regreso a su altura original. Mientras el libro cae de y_i a y_f, el trabajo invertido por la fuerza gravitacional en el libro es

$$W_{\text{sobre el libro}} = (m\vec{\mathbf{g}})\cdot\Delta\vec{\mathbf{r}} = (-mg\hat{\mathbf{j}})\cdot[(y_f - y_i)\hat{\mathbf{j}}] = mgy_i - mgy_f \quad \textbf{(8.3)}$$

A partir del teorema trabajo–energía cinética del capítulo 7, el trabajo invertido en el libro es igual al cambio en la energía cinética del libro:

$$W_{\text{sobre el libro}} = \Delta K_{\text{libro}}$$

Se pueden igualar estas dos expresiones para el trabajo invertido en el libro:

$$\Delta K_{\text{libro}} = mgy_i - mgy_f \quad \textbf{(8.4)}$$

Ahora relacione cada lado de esta ecuación con el *sistema* del libro y la Tierra. Para el lado derecho,

$$mgy_i - mgy_f = -(mgy_f - mgy_i) = -\Delta U_g$$

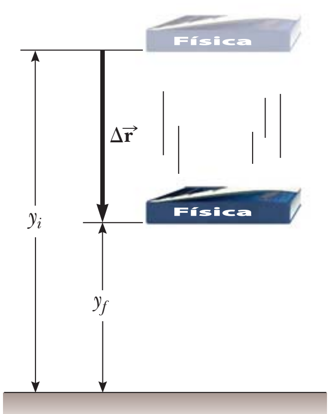


Figura 8.2 El trabajo invertido por la fuerza gravitacional en el libro a medida que el libro cae de y_i a una altura y_f es igual a $mgy_i - mgy_f$.

donde $U_g = mgy$ es la energía potencial gravitacional del sistema. Para el lado izquierdo de la ecuación 8.4, ya que el libro es la única parte del sistema que es móvil, se ve que $\Delta K_{\text{libro}} = \Delta K$, donde K es la energía cinética del sistema. Por lo tanto, con cada lado de la ecuación 8.4 sustituido con su equivalente de sistema, la ecuación se convierte en

$$\Delta K = -\Delta U_g \quad \textbf{(8.5)}$$

Esta ecuación se manipula para proporcionar un resultado general muy importante para resolver problemas. Primero, el cambio en energía potencial se mueve al lado izquierdo de la ecuación:

$$\Delta K + \Delta U_g = 0$$

El lado izquierdo representa una suma de cambios de la energía almacenada en el sistema. El lado derecho es cero porque no hay transferencias de energía a través de la frontera del sistema; el sistema libro–Tierra está *aislado* del medio ambiente. Esta ecuación se desarrolló para un sistema gravitacional, pero se demuestra su validez para un sistema con cualquier tipo de energía potencial. En consecuencia, para un sistema aislado,

$$\Delta K + \Delta U = 0 \quad \textbf{(8.6)}$$

En el capítulo 7 se definió la suma de las energías cinética y potencial de un sistema como su energía mecánica:

$$E_{\text{mec}} \equiv K + U \qquad (8.7)$$

◀ Energía mecánica de un sistema

donde U representa el total de *todos* los tipos de energía potencial. Ya que el sistema bajo consideración está aislado, las ecuaciones 8.6 y 8.7 dicen que la energía mecánica del sistema se conserva:

$$\Delta E_{\text{mec}} = 0 \qquad (8.8)$$

◀ La energía mecánica de un sistema aislado sin fuerzas no conservativas en actuación se conserva

La ecuación 8.8 es un enunciado de la **conservación de energía mecánica** para un sistema aislado sin fuerzas no conservativas en actuación. La energía mecánica en tal sistema se conserva: la suma de las energías cinética y potencial permanece constante.

Si hay fuerzas no conservativas actuando dentro del sistema, la energía mecánica se transforma en energía interna como se discutió en la sección 7.7. Si fuerzas no conservativas actúan en un sistema aislado, la energía total del sistema se conserva aunque no la energía mecánica. En este caso, la conservación de energía del sistema se expresa como

$$\Delta E_{\text{sistema}} = 0 \qquad (8.9)$$

◀ La energía total de un sistema aislado se conserva

donde E_{sistema} incluye todas las energías cinética, potencial e interna. Esta ecuación es el enunciado más general del **modelo de sistema aislado**.

Ahora escriba explícitamente los cambios en energía en la ecuación 8.6:

$$(K_f - K_i) + (U_f - U_i) = 0$$

$$K_f + U_f = K_i + U_i \qquad (8.10)$$

Para la situación gravitacional del libro que cae, la ecuación 8.10 se reescribe como

$$\tfrac{1}{2}mv_f^2 + mgy_f = \tfrac{1}{2}mv_i^2 + mgy_i$$

Mientras el libro cae hacia la Tierra, el sistema libro–Tierra pierde energía potencial y gana energía cinética tal que el total de las dos clases de energía siempre permanece constante.

PREVENCIÓN DE RIESGOS OCULTOS 8.2

Condiciones para la ecuación 8.10

La ecuación 8.10 sólo es verdadera para un sistema en el que actúan fuerzas conservativas. Se verá cómo manipular fuerzas no conservativas en las secciones 8.3 y 8.4.

Pregunta rápida 8.3 Una roca de masa m se deja caer hacia el suelo desde una altura h. Una segunda roca, con masa $2m$, se deja caer desde la misma altura. Cuando la segunda roca golpea el suelo, ¿cuál es su energía cinética? a) el doble de la primera roca, b) cuatro veces la de la primera roca, c) la misma que en la primera roca, d) la mitad de la primera roca e) imposible de determinar.

Pregunta rápida 8.4 Tres bolas idénticas se lanzan desde lo alto de un edificio, todas con la misma rapidez inicial. Como se muestra en la figura 8.3, la primera se lanza horizontalmente, la segunda a cierto ángulo sobre la horizontal y la tercera a cierto ángulo bajo la horizontal. Desprecie la resistencia del aire y clasifique las magnitudes de velocidad de las bolas en el instante en que cada una golpea el suelo.

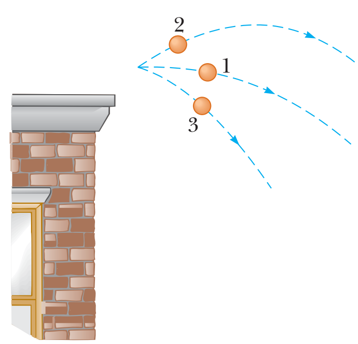


Figura 8.3 (Pregunta rápida 8.4) Tres bolas idénticas se lanzan con la misma rapidez inicial desde lo alto de un edificio.

ESTRATEGIA PARA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS Sistemas aislados sin fuerzas no conservativas: conservación de energía mecánica

Muchos problemas en física se resuelven con el principio de conservación de la energía para un sistema aislado. El siguiente procedimiento se debe usar cuando aplique este principio:

1. *Conceptualizar.* Estudie cuidadosamente la situación física y forme una representación mental de lo que ocurre. A medida que se vuelva más hábil al trabajar problemas de energía, comenzará a sentirse cómodo al imaginar las clases de energía que cambian en el sistema.

2. *Categorizar.* Defina su sistema, quizá consista en más de un objeto y puede o no incluir resortes u otras posibilidades para almacenar energía potencial. Determine si se presenta alguna transferencia de energía a través de la frontera de su sistema. Si es así, aplique el modelo de sistema no aislado, $\Delta E_{\text{sistema}} = \Sigma\, T$, de la sección 8.1. Si no, aplique el modelo de sistema aislado, $\Delta E_{\text{sistema}} = 0$.

   Determine si dentro del sistema hay presentes fuerzas no conservativas. Si es así, use las técnicas de las secciones 8.3 y 8.4. Si no, aplique más adelante el principio de conservación de energía mecánica que se reseña.

3. *Analizar.* Elija configuraciones para representar las condiciones inicial y final del sistema. Para cada objeto que cambie elevación, seleccione una posición de referencia para el objeto que defina la configuración cero de energía potencial gravitacional para el sistema. Para un objeto en un resorte, la configuración cero para energía potencial elástica es cuando el objeto está en su posición de equilibrio. Si existe más de una fuerza conservativa, escriba una expresión para la energía potencial asociada con cada fuerza.

   Escriba la energía mecánica inicial total E_i del sistema para alguna configuración como la suma de las energías cinética y potencial asociadas con la configuración. Después escriba una expresión similar para la energía mecánica total E_f del sistema para la configuración final que es de interés. Ya que la energía mecánica se *conserva*, iguale las dos energías totales y resuelva para la cantidad que se desconoce.

4. *Finalizar.* Asegúrese de que sus resultados sean consistentes con su representación mental. También cerciórese de que los valores de sus resultados son razonables y consistentes con experiencias cotidianas.

EJEMPLO 8.1 **Bola en caída libre**

Una bola de masa m se deja caer desde una altura h sobre el suelo, como se muestra en la figura 8.4.

A) Ignore la resistencia del aire y determine la rapidez de la bola cuando está a una altura y sobre el suelo.

SOLUCIÓN

Conceptualizar La figura 8.4 y la experiencia cotidiana con objetos que caen permiten formar ideas de la situación. Aunque este problema se resuelve fácilmente con las técnicas del capítulo 2, practique la aproximación de energía.

Categorizar El sistema se identifica como la bola y la Tierra. Ya que no hay ni resistencia del aire ni alguna otra interacción entre el sistema y el medio ambiente, el sistema es aislado. La única fuerza entre los integrantes del sistema es la fuerza gravitacional, que es conservativa.

Analizar Ya que el sistema es aislado y no existen fuerzas no conservativas actuando dentro del sistema, se aplica el principio de conservación de energía mecánica al sistema bola–Tierra. En el instante cuando la bola se libera, su energía cinética es $K_i = 0$ y la energía potencial gravitacional del sistema es $U_{gi} = mgh$. Cuando la bola está a una distancia y sobre el suelo, su energía cinética es $K_f = \frac{1}{2}\, mv_f^2$ y la energía potencial en relación con el suelo es $U_{gf} = mgy$.

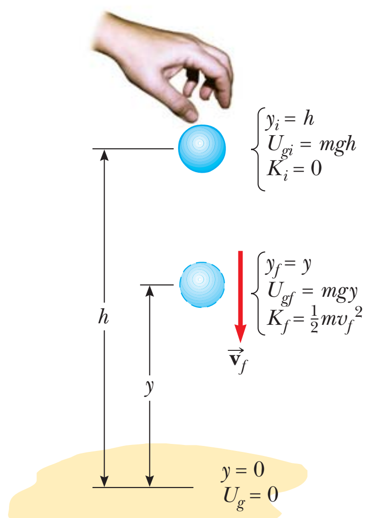


Figura 8.4 (Ejemplo 8.1) Una bola se deja caer desde una altura h sobre el suelo. Al inicio, la energía total del sistema bola–Tierra es energía potencial gravitacional, igual a mgh en relación con el suelo. En la elevación y, la energía total es la suma de las energías cinética y potencial.

Aplique la ecuación 8.10:

$$K_f + U_{gf} = K_i + U_{gi}$$

$$\tfrac{1}{2}mv_f^2 + mgy = 0 + mgh$$

Resuelva para v_f: $$v_f^2 = 2g(h - y) \quad\rightarrow\quad v_f = \sqrt{2g(h - y)}$$

La rapidez siempre es positiva. Si se le pidió hallar la velocidad de la bola, usará el valor negativo de la raíz cuadrada como la componente y para indicar el movimiento hacia abajo.

B) Determine la rapidez de la bola en y si en el instante de liberación ya tiene una rapidez inicial hacia arriba v_i en la altitud inicial h.

SOLUCIÓN

Analizar En este caso, la energía inicial incluye energía cinética igual a $\frac{1}{2}mv_i^2$.

Aplique la ecuación 8.10: $$\tfrac{1}{2}mv_f^2 + mgy = \tfrac{1}{2}mv_i^2 + mgh$$

Resuelva para v_f: $$v_f^2 = v_i^2 + 2g(h - y) \quad\rightarrow\quad v_f = \sqrt{v_i^2 + 2g(h - y)}$$

Finalizar Este resultado para la rapidez inicial es consistente con la expresión $v_{yf}^2 = v_{yi}^2 - 2g(y_f - y_i)$ de cinemática, donde $y_i = h$. Además, este resultado es válido incluso si la velocidad inicial está en un ángulo con la horizontal (pregunta rápida 8.4) por dos argumentos: 1) la energía cinética, un escalar, sólo depende de la magnitud de la velocidad; y 2) el cambio en la energía potencial gravitacional del sistema sólo depende del cambio en la posición de la bola en la dirección vertical.

¿Qué pasaría si? ¿Y si la velocidad inicial $\vec{\mathbf{v}}_i$ en inciso B) fuese hacia abajo? ¿Cómo afectaría esto a la rapidez de la bola en la posición y?

Respuesta Puede afirmar que lanzar la bola hacia abajo resultaría en una mayor rapidez en y que si la lanza hacia arriba. Sin embargo, la conservación de la energía mecánica depende de las energías cinética y potencial, que son escalares. En consecuencia, la dirección del vector velocidad inicial no tiene conexión con la rapidez final.

EJEMPLO 8.2 Una gran entrada

Se le pide diseñar un aparato para sostener a un actor de 65 kg de masa que "volará" hacia el escenario durante la representación de una obra. Usted sujeta el arnés del actor a un saco de arena de 130 kg mediante un cable de acero ligero que corre de manera uniforme en dos poleas sin fricción, como en la figura 8.5a. Necesita 3.0 m de cable entre el arnés y la polea más cercana, de modo que quede oculta detrás de una cortina. Para que el aparato funcione, el saco de arena nunca debe levantarse arriba del suelo mientras el actor se balancea desde arriba del escenario hacia el suelo. Llame θ al ángulo inicial que el cable del actor forma con la vertical. ¿Cuál es el valor máximo θ que tiene antes de que el saco de arena se levante del suelo?

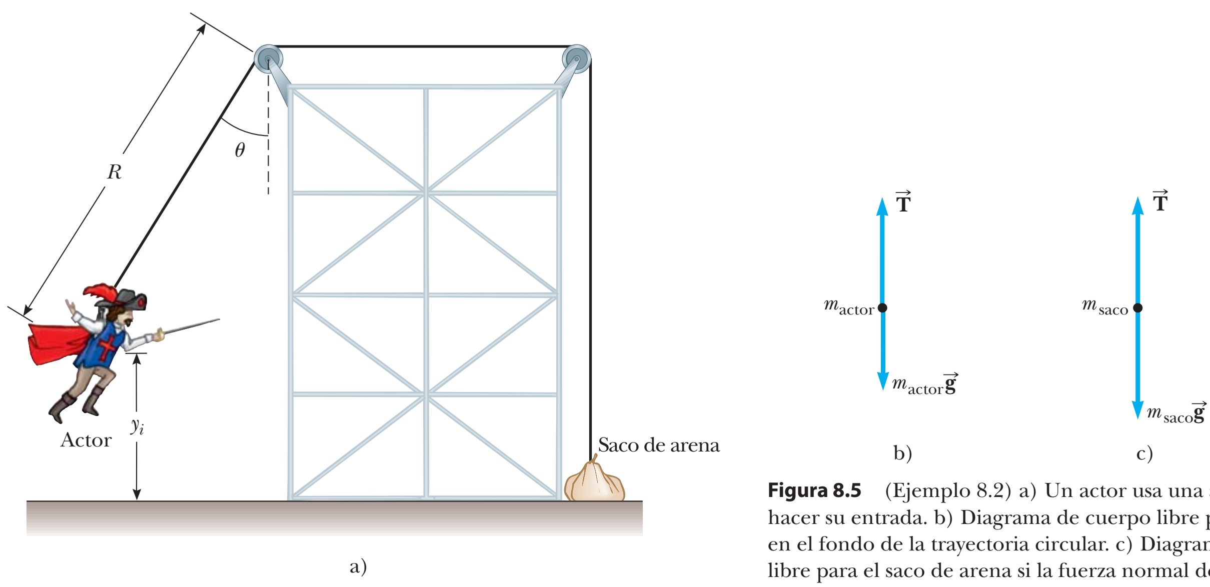


Figura 8.5 (Ejemplo 8.2) a) Un actor usa una armazón para hacer su entrada. b) Diagrama de cuerpo libre para el actor en el fondo de la trayectoria circular. c) Diagrama de cuerpo libre para el saco de arena si la fuerza normal desde el suelo tiende a cero.

SOLUCIÓN

Conceptualizar Se deben usar muchos conceptos para resolver este problema. Piense lo que sucede conforme el actor se aproxima a la parte baja del balanceo. En la parte baja, el cable es vertical y debe soportar su peso, así como proporcionar aceleración centrípeta de su cuerpo en la dirección hacia arriba. En este punto, la tensión en el cable es la más alta y el saco de arena tiene más probabilidades de levantarse del suelo.

Categorizar Primero, al observar el balanceo del actor desde el punto inicial hasta el punto más bajo, se modela al actor y a la Tierra como un sistema aislado. Se ignora la resistencia del aire, de modo que no hay fuerzas no conservativas en acción. En principio debe estar tentado a modelar el sistema como no aislado, debido a la interacción del sistema con el cable, que está en el entorno. Sin embargo, la fuerza aplicada al actor por el cable siempre es perpendicular a cada elemento del desplazamiento del actor y por tanto no realiza trabajo. En consecuencia, en términos de transferencias de energía a través de la frontera, el sistema está aislado.

Analizar Se aplica el principio de conservación de energía mecánica para el sistema con el fin de encontrar la rapidez del actor a medida que llega al suelo como función del ángulo inicial θ y el radio R de la trayectoria circular que recorre.

Aplique conservación de energía mecánica al sistema actor–Tierra:

$$K_f + U_f = K_i + U_i$$

Sea y_i la altura inicial del actor sobre el suelo y v_f su rapidez en el instante antes de aterrizar. (Observe que $K_i = 0$ porque el actor parte del reposo y que $U_f = 0$ porque la configuración del actor en el suelo se define con energía potencial gravitacional cero.)

$$1)\quad \tfrac{1}{2}m_{\text{actor}}\, v_f^{\,2} + 0 = 0 + m_{\text{actor}}\, g y_i$$

De la geometría en la figura 8.5a, observe que $y_f = 0$, de modo que $y_i = R - R\cos\theta = R(1 - \cos\theta)$. Aplique esta correspondencia en la ecuación 1) y resuelva para v_f^2:

$$2)\quad v_f^2 = 2gR(1 - \cos\theta)$$

Categorizar A continuación, concentrese en el instante cuando el actor está en el punto más bajo. Ya que la tensión en el cable se transfiere como una fuerza aplicada al saco de arena, en este instante el actor se modela como una partícula bajo una fuerza neta.

Analizar Aplique la segunda ley de Newton al actor en la parte baja de su trayectoria, con el diagrama de cuerpo libre de la figura 8.5b como guía:

$$\sum F_y = T - m_{\text{actor}}\, g = m_{\text{actor}}\frac{v_f^{\,2}}{R}$$

$$3)\quad T = m_{\text{actor}}\, g + m_{\text{actor}}\frac{v_f^{\,2}}{R}$$

Categorizar Por último, observe que el saco de arena se levanta del suelo cuando la fuerza hacia arriba que el cable ejerce sobre él supera la fuerza gravitacional que también actúa sobre él; la fuerza normal es cero cuando esto ocurre. Sin embargo, *no* se quiere que el saco de arena se levante del suelo. El saco de arena debe permanecer en reposo, así que se le modela como una partícula en equilibrio.

Analizar Una fuerza T de la magnitud dada por la ecuación 3) se transmite mediante el cable al saco de arena. Si el saco de arena permanece en reposo, pero puede levantarse del suelo si el cable aplica un poco más de fuerza, la fuerza normal sobre él se vuelve cero y la segunda ley de Newton con $a = 0$ dice que $T = m_{\text{saco}}g$, como en la figura 8.5c.

Use esta condición, junto con las ecuaciones 2) y 3):

$$m_{\text{saco}}g = m_{\text{actor}}g + m_{\text{actor}}\frac{2gR(1 - \cos\theta)}{R}$$

Resuelva para $\cos\theta$ y sustituya los parámetros que se proporcionan:

$$\cos\theta = \frac{3m_{\text{actor}} - m_{\text{saco}}}{2m_{\text{actor}}} = \frac{3(65\text{ kg}) - 130\text{ kg}}{2(65\text{ kg})} = 0.50$$

$$\theta = \boxed{60°}$$

Finalizar En este caso se combinaron técnicas de diferentes áreas de estudio, energía y segunda ley de Newton. Además, observe que la longitud R del cable desde el arnés del actor hasta la polea de la izquierda no aparece en la ecuación algebraica final. Por tanto, la respuesta final es independiente de R.

EJEMPLO 8.3 El rifle de juguete cargado por resorte

El mecanismo de lanzamiento de un rifle de juguete consiste en un resorte de constante de resorte desconocida (figura 8.6a). Cuando el resorte se comprime 0.120 m, y se dispara verticalmente el rifle, es capaz de lanzar un proyectil de 35.0 g a una altura máxima de 20.0 m arriba de la posición cuando el proyectil deja el resorte.

A) Ignore todas las fuerzas resistivas y determine la constante de resorte.

SOLUCIÓN

Conceptualizar Piense en el proceso que se ilustra en la figura 8.6. El proyectil parte del reposo, aumenta su velocidad conforme el resorte lo empuja hacia arriba, deja el resorte y después disminuye su velocidad mientras la fuerza gravitacional lo jala hacia abajo.

Categorizar El sistema se identifica como el proyectil, el resorte y la Tierra. Se ignoran la resistencia del aire sobre el proyectil y la fricción en el rifle; de esa manera el sistema se modela como aislado sin fuerzas no conservativas en acción.

Analizar Puesto que el proyectil parte del reposo, su energía cinética inicial es cero. La configuración cero para la energía potencial gravitacional del sistema se elige cuando el proyectil deja el resorte. Para esta configuración, la energía potencial elástica también es cero.

Después de disparar el rifle, el proyectil se eleva a una altura máxima $y_{Ⓒ}$. La energía cinética final del proyectil es cero.

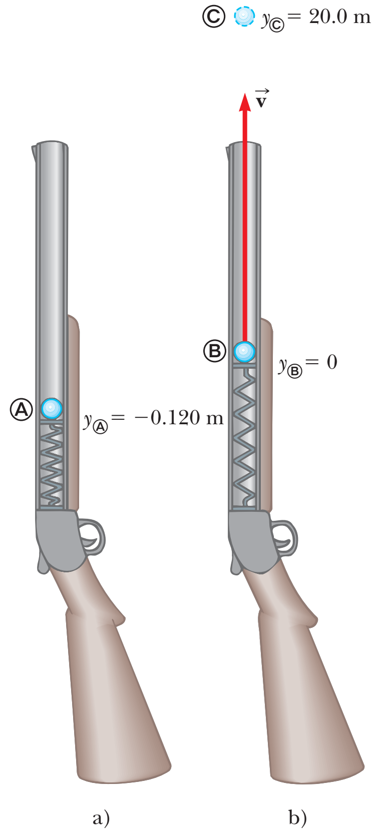


Figura 8.6 (Ejemplo 8.3) Rifle de juguete cargado por resorte a) antes de disparar y b) cuando el resorte se extiende a su longitud relajada.

Escriba una ecuación de conservación de energía mecánica para el sistema, entre los puntos Ⓐ y Ⓒ:

$$K_{Ⓒ} + U_{gⒸ} + U_{sⒸ} = K_{Ⓐ} + U_{gⒶ} + U_{sⒶ}$$

Sustituya para cada energía:

$$0 + mgy_{Ⓒ} + 0 = 0 + mgy_{Ⓐ} + \tfrac{1}{2}kx^2$$

Resuelva para k:

$$k = \frac{2mg(y_{Ⓒ} - y_{Ⓐ})}{x^2}$$

Sustituya valores numéricos:

$$k = \frac{2(0.035\,0 \text{ kg})(9.80 \text{ m/s}^2)[20.0 \text{ m} - (-0.120 \text{ m})]}{(0.120 \text{ m})^2} = \boxed{958 \text{ N/m}}$$

B) Hallar la rapidez del proyectil a medida que se traslada a través de la posición de equilibrio del resorte, como se muestra en la figura 8.6b.

SOLUCIÓN

Analizar La energía del sistema a medida que el proyectil se traslada a través de la posición de equilibrio del resorte, sólo incluye la energía cinética del proyectil $\frac{1}{2}mv_{Ⓑ}{}^2$.

Escriba una ecuación de conservación de energía mecánica para el sistema, entre los puntos Ⓐ y Ⓑ:

$$K_{Ⓑ} + U_{gⒷ} + U_{sⒷ} = K_{Ⓐ} + U_{gⒶ} + U_{sⒶ}$$

Sustituya para cada energía: $\frac{1}{2}mv_{Ⓑ}^2 + 0 + 0 = 0 + mgy_{Ⓐ} + \frac{1}{2}kx^2$

Resuelva para $v_{Ⓑ}$: $v_{Ⓑ} = \sqrt{\frac{kx^2}{m} + 2gy_{Ⓐ}}$

Sustituya valores numéricos: $v_{Ⓑ} = \sqrt{\frac{(958 \text{ N/m})(0.120 \text{ m})^2}{(0.035\,0 \text{ kg})} + 2(9.80 \text{ m/s}^2)(-0.120 \text{ m})} = \boxed{19.8 \text{ m/s}}$

Finalizar Este es el primer ejemplo en el que se han incluido dos tipos de energía potencial.

8.3 Situaciones que incluyen fricción cinética

Considere de nuevo el libro de la figura 7.18 que se desliza hacia la derecha sobre la superficie de una mesa pesada y disminuye su velocidad debido a la fuerza de fricción. La fuerza de fricción invierte trabajo porque hay una fuerza y un desplazamiento. Sin embargo, tenga en mente que las ecuaciones para trabajo incluyen el desplazamiento *del punto de aplicación de la fuerza*. En la figura 8.7a se muestra un modelo simple de la fuerza de fricción entre el libro y la superficie. Toda la fuerza de fricción entre el libro y la superficie se representa con dos dientes idénticos que se soldaron puntualmente uno con otro.[2] Un diente se proyecta hacia arriba desde la superficie, el otro hacia abajo desde el libro, y están soldados en los puntos donde se tocan. La fuerza de fricción actúa en la unión de los dos dientes. Piense que el libro se desliza una pequeña distancia d hacia la derecha, como en la figura 8.7b. Ya que los dientes se modelan como idénticos, su unión se mueve hacia la derecha una distancia $d/2$. En consecuencia, el desplazamiento del punto de aplicación de la fuerza de fricción es $d/2$, ¡pero el desplazamiento del libro es d!

En realidad, la fuerza de fricción se dispersa sobre toda el área de contacto de un objeto que se desliza sobre una superficie, de modo que la fuerza no se localiza en un punto. Además, ya que las magnitudes de las fuerzas de fricción en varios puntos cambian constantemente a medida que se presentan los puntos de soldadura individuales, la superficie y el libro se deforman de manera local, y de este modo el desplazamiento del punto de aplicación de la fuerza de fricción no es en absoluto el mismo que el desplazamiento del libro. De hecho, el desplazamiento del punto de aplicación de la fuerza de fricción no es calculable y tampoco lo es el trabajo invertido por la fuerza de fricción.

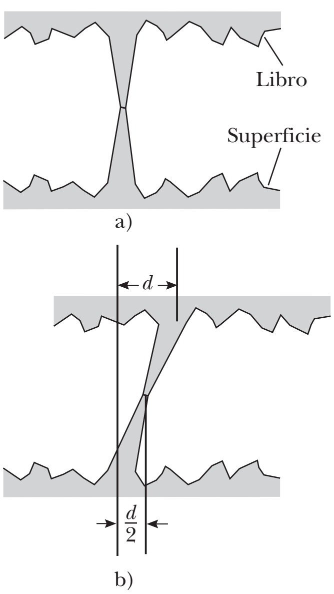


Figura 8.7 a) Un modelo de fricción simplificado entre un libro y una superficie. Toda la fuerza de fricción se modela como aplicada a la interfaz entre dos dientes idénticos que se proyectan del libro y la superficie. b) El libro se mueve hacia la derecha una distancia d. El punto de aplicación de la fuerza de fricción se mueve a través de una desplazamiento de magnitud $d/2$.

El teorema trabajo–energía cinética es válido para una partícula o un objeto que se modela como partícula. No obstante, cuando actúa una fuerza de fricción, no se puede calcular el trabajo invertido por la fricción. Para tales situaciones, la segunda ley de Newton todavía es válida para el sistema aun cuando el teorema trabajo–energía cinética no lo sea. El caso de un objeto no deformable como el libro que se desliza sobre la superficie[3] se puede manejar de una manera relativamente directa.

A partir de una situación en la que fuerzas, incluida la fricción, aplicadas al libro, es posible seguir un procedimiento similar al efectuado en el desarrollo de la ecuación 7.17. Comience por escribir la ecuación 7.8 para todas las fuerzas distintas de la fricción:

$$\sum W_{\text{otras fuerzas}} = \int \left(\sum \vec{\mathbf{F}}_{\text{otras fuerzas}}\right) \cdot d\vec{\mathbf{r}} \qquad \textbf{(8.11)}$$

El $d\vec{\mathbf{r}}$ en esta ecuación es el desplazamiento del objeto porque, para fuerzas distintas de la fricción, bajo la suposición de que dichas fuerzas no deforman el objeto, este desplazamiento es el mismo que el desplazamiento del punto de aplicación de las fuerzas.

[2] La figura 8.7 y su discusión se inspiraron en un artículo clásico acerca de fricción: B.A. Sherwood y W.H. Bernard, “Work and heat transfer in the presence of sliding friction”, *American Journal of Physics*, 52 p. 1001, 1984.

[3] La forma global del libro permanece igual, por lo que se dice que es indeformable. Sin embargo, a nivel microscópico, existe deformación de la cara del libro cuando se desliza sobre la superficie.

A cada lado de la ecuación 8.11 se añade la integral del producto escalar de la fuerza de fricción cinética y $d\vec{\mathbf{r}}$:

$$\sum W_{\text{otras fuerzas}} + \int \vec{\mathbf{f}}_k \cdot d\vec{\mathbf{r}} = \int \left(\sum \vec{\mathbf{F}}_{\text{otras fuerzas}}\right) \cdot d\vec{\mathbf{r}} + \int \vec{\mathbf{f}}_k \cdot d\vec{\mathbf{r}}$$

$$= \int \left(\sum \vec{\mathbf{F}}_{\text{otras fuerzas}} + \vec{\mathbf{f}}_k\right) \cdot d\vec{\mathbf{r}}$$

El integrando en el lado derecho de esta ecuación es la fuerza neta $\Sigma\,\vec{\mathbf{F}}$, de modo que

$$\sum W_{\text{otras fuerzas}} + \int \vec{\mathbf{f}}_k \cdot d\vec{\mathbf{r}} = \int \sum \vec{\mathbf{F}} \cdot d\vec{\mathbf{r}}$$

Al incorporar la segunda ley de Newton $\Sigma\,\vec{\mathbf{F}} = m\vec{\mathbf{a}}$ se obtiene

$$\sum W_{\text{otras fuerzas}} + \int \vec{\mathbf{f}}_k \cdot d\vec{\mathbf{r}} = \int m\vec{\mathbf{a}} \cdot d\vec{\mathbf{r}} = \int m\,\frac{d\vec{\mathbf{v}}}{dt} \cdot d\vec{\mathbf{r}} = \int_{t_i}^{t_f} m\,\frac{d\vec{\mathbf{v}}}{dt} \cdot \vec{\mathbf{v}}\,dt \qquad \textbf{(8.12)}$$

donde se usó la ecuación 4.3 para rescribir $d\vec{\mathbf{r}}$ como $\vec{\mathbf{v}}\,dt$. El producto escalar obedece la regla del producto para la derivación (véase la ecuación B.30 en el apéndice B.6), de modo que la derivada del producto escalar de $\vec{\mathbf{v}}$ consigo misma se puede escribir

$$\frac{d}{dt}(\vec{\mathbf{v}} \cdot \vec{\mathbf{v}}) = \frac{d\vec{\mathbf{v}}}{dt} \cdot \vec{\mathbf{v}} + \vec{\mathbf{v}} \cdot \frac{d\vec{\mathbf{v}}}{dt} = 2\,\frac{d\vec{\mathbf{v}}}{dt} \cdot \vec{\mathbf{v}}$$

donde se usó la propiedad conmutativa del producto escalar para justificar la expresión final en esta ecuación. En consecuencia,

$$\frac{d\vec{\mathbf{v}}}{dt} \cdot \vec{\mathbf{v}} = \tfrac{1}{2}\,\frac{d}{dt}(\vec{\mathbf{v}} \cdot \vec{\mathbf{v}}) = \tfrac{1}{2}\,\frac{dv^2}{dt}$$

Al sustituir este resultado en la ecuación 8.12 se obtiene

$$\sum W_{\text{otras fuerzas}} + \int \vec{\mathbf{f}}_k \cdot d\vec{\mathbf{r}} = \int_{t_i}^{t_f} m\left(\tfrac{1}{2}\,\frac{dv^2}{dt}\right)dt = \tfrac{1}{2}m\int_{v_i}^{v_f} d(v^2) = \tfrac{1}{2}mv_f^{\,2} - \tfrac{1}{2}mv_i^{\,2} = \Delta K$$

Al observar el lado izquierdo de esta ecuación, observe que, en el marco inercial de la superficie, $\vec{\mathbf{f}}_k$ y $d\vec{\mathbf{r}}$ estarán en direcciones opuestas para cada incremento $d\vec{\mathbf{r}}$ de la trayectoria que sigue el objeto. En consecuencia, $\vec{\mathbf{f}}_k \cdot d\vec{\mathbf{r}} = -\,f_k\,dr$. Ahora la expresión anterior se convierte en

$$\sum W_{\text{otras fuerzas}} - \int f_k\,dr = \Delta K$$

En el modelo para la fricción, la magnitud de la fuerza de fricción cinética es constante, de modo de f_k se puede sacar de la integral. La integral restante $\int dx$ es simplemente la suma de incrementos de longitud a lo largo de la trayectoria, que es la longitud de trayectoria total d. Por lo tanto,

$$\sum W_{\text{otras fuerzas}} - f_k d = \Delta K \qquad \textbf{(8.13)}$$

o

$$K_f = K_i - f_k d + \sum W_{\text{otras fuerzas}} \qquad \textbf{(8.14)}$$

La ecuación 8.13 es una forma modificada del teorema trabajo–energía cinética que se aplica cuando una fuerza de fricción actúa sobre un objeto. El cambio en energía cinética es igual al trabajo invertido por todas las fuerzas distintas de la fricción menos un término $f_k d$ asociado con la fuerza de fricción.

Ahora considere el sistema más grande del libro *y* la superficie a medida que el libro frena bajo la influencia de una fuerza de fricción sola. No hay trabajo invertido a través de la frontera de este sistema porque el sistema no interactúa con el medio ambiente. No hay otros tipos de transferencia de energía que ocurran a través de la frontera del sistema, ¡suponiendo que se ignora el inevitable sonido que hace el libro al deslizarse! En este caso, la ecuación 8.2 se convierte en

$$\Delta E_{\text{sistema}} = \Delta K + \Delta E_{\text{int}} = 0$$

El cambio en energía cinética del sistema libro–superficie es el mismo que el cambio en energía cinética del libro porque el libro es la única parte del sistema que se mueve. Debido a eso, al incorporar la ecuación 8.13 se obtiene

$$-f_k d + \Delta E_{\text{int}} = 0$$

Cambio en la energía interna debida a fricción dentro del sistema

$$\Delta E_{\text{int}} = f_k d \tag{8.15}$$

Por lo tanto, el aumento de energía interna del sistema es igual al producto de la fuerza de fricción y la longitud de trayectoria en la que se mueve el libro. En resumen, **una fuerza de fricción transforma la energía cinética de un sistema en energía interna, y el aumento en energía interna del sistema es igual a su disminución en energía cinética.**

Pregunta rápida 8.5 Usted viaja a lo largo de una autopista a 65 mi/h. Su automóvil tiene energía cinética. Súbitamente derrapa hasta detenerse debido a un congestionamiento de tránsito. ¿Dónde está la energía cinética que alguna vez tuvo su automóvil? a) Toda está en energía interna en el camino. b) Toda está en energía interna en las llantas. c) Parte de ella se transformó en energía interna y otra parte se transfirió mediante ondas mecánicas. d) Toda se transfirió del automóvil mediante varios mecanismos.

EJEMPLO 8.4 Se jala un bloque sobre una superficie rugosa

Un bloque de 6.0 kg, inicialmente en reposo, se jala hacia la derecha a lo largo de una superficie horizontal mediante una fuerza horizontal constante de 12 N.

A) Encuentre la rapidez del bloque después de que se mueve 3.0 m si las superficies en contacto tienen un coeficiente de fricción cinética de 0.15.

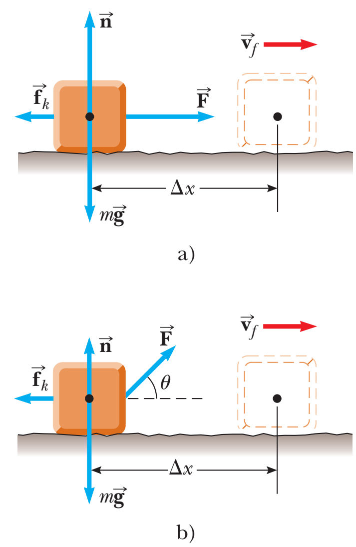


Figura 8.8 (Ejemplo 8.4) a) Se jala un bloque hacia la derecha sobre una superficie rugosa mediante una fuerza horizontal constante. b) La fuerza aplicada está en un ángulo θ con la horizontal.

SOLUCIÓN

Conceptualizar En este caso el ejemplo 7.6 se modifica de tal manera que la superficie ya no es sin fricción. La superficie rugosa aplica una fuerza de fricción sobre el bloque, opuesta a la fuerza aplicada. Como resultado, se espera que la rapidez sea menor que la encontrada en el ejemplo 7.6.

Categorizar El bloque se jala mediante una fuerza y la superficie es rugosa, de modo que el sistema bloque–superficie se representa como no aislado con una fuerza no conservativa en acción.

Analizar La figura 8.8a ilustra esta situación. Ni la fuerza normal ni la fuerza gravitacional realizan trabajo sobre el sistema porque sus puntos de aplicación se desplazan horizontalmente.

Encuentre el trabajo invertido en el sistema por la fuerza aplicada tal como en el ejemplo 7.6:

$$W = F\,\Delta x = (12\text{N})(3.0\text{ m}) = 36\text{ J}$$

Aplique el modelo de partícula en equilibrio al bloque en la dirección vertical:

$$\Sigma F_y = 0 \;\rightarrow\; n - mg = 0 \;\rightarrow\; n = mg$$

Encuentre la magnitud de la fuerza de fricción:

$$f_k = \mu_k n = \mu_k mg = (0.15)(6.0\text{ kg})(9.80\text{ m/s}^2) = 8.82\text{ N}$$

Hallar la rapidez final del bloque a partir de la ecuación 8.14:

$$\tfrac{1}{2}mv_f^2 = \tfrac{1}{2}mv_i^2 - f_k d + \sum W_{\text{otras fuerzas}}$$

$$v_f = \sqrt{v_i^2 + \frac{2}{m}\left(-f_k d + \sum W_{\text{otras fuerzas}}\right)}$$

$$= \sqrt{0 + \frac{2}{6.0\text{ kg}}[-(8.82\text{ N})(3.0\text{ m}) + 36\text{ J}]} = \boxed{1.8\text{ m/s}}$$

Finalizar Como se esperaba, este valor es menor que los 3.5 m/s encontrados en el caso del bloque que se desliza sobre una superficie sin fricción (véase el ejemplo 7.6).

B) Suponga que la fuerza $\vec{\mathbf{F}}$ se aplica en un ángulo θ, como se muestra en la figura 8.8b. ¿En qué ángulo se debe aplicar la fuerza para lograr la mayor rapidez posible después de que el bloque se mueve 3.0 m hacia la derecha?

SOLUCIÓN

Conceptualizar Puede suponer que $\theta = 0$ daría la mayor rapidez porque la fuerza tendría la mayor componente posible en la dirección paralela a la superficie. Sin embargo, piense en un ángulo arbitrario distinto de cero. Aunque la componente horizontal de la fuerza se redujera, la componente vertical de la fuerza reduciría la fuerza normal, lo que a su vez reduce la fuerza de fricción, esto sugiere que la rapidez se podría maximizar al jalar en un ángulo distinto de $\theta = 0$.

Categorizar Como en el inciso A), el sistema bloque–superficie se modela como no aislado con una fuerza no conservativa en acción.

Analizar Encuentre el trabajo invertido por la fuerza aplicada, y señalando que $\Delta x = d$ porque la trayectoria seguida por el bloque es una línea recta:

$$W = F\,\Delta x \cos\theta = Fd\cos\theta$$

Aplique el modelo de partícula en equilibrio al bloque en la dirección vertical:

$$\sum F_y = n + F\,\mathrm{sen}\,\theta - mg = 0$$

Resuelva para n:

$$n = mg - F\,\mathrm{sen}\,\theta$$

Aplique la ecuación 8.14 para encontrar la energía cinética final para esta situación:

$$K_f = K_i - f_k d + \sum W_{\text{otras fuerzas}}$$
$$= 0 - \mu_k n d + Fd\cos\theta = -\mu_k(mg - F\,\mathrm{sen}\,\theta)d + Fd\cos\theta$$

Maximizar la rapidez es equivalente a maximizar la energía cinética final. En consecuencia, derivando K_f respecto de θ e iguale el resultado a cero:

$$\frac{d(K_f)}{d\theta} = -\mu_k(0 - F\cos\theta)d - Fd\,\mathrm{sen}\,\theta = 0$$
$$\mu_k\cos\theta - \mathrm{sen}\,\theta = 0$$
$$\tan\theta = \mu_k$$

Evalúe θ para $\mu_k = 0.15$:

$$\theta = \tan^{-1}(\mu_k) = \tan^{-1}(0.15) = 8.5°$$

Finalizar Note que el ángulo en que la rapidez del bloque es un máximo, de hecho no es $\theta = 0$. Cuando el ángulo supera 8.5°, la componente horizontal de la fuerza aplicada es demasiado pequeña para compensarse mediante la fuerza de fricción reducida y la rapidez del bloque comienza a disminuir de su valor máximo.

EJEMPLO CONCEPTUAL 8.5 **Física útil para conducción segura**

Un automóvil que viaja con una rapidez inicial v se desliza una distancia d hasta detenerse después de aplicar los frenos. Si la rapidez inicial del automóvil es $2v$ en el momento de frenar, estime la distancia que se desliza.

SOLUCIÓN

Se considera que la fuerza de fricción cinética entre el automóvil y la superficie del camino es constante y la misma para ambas magnitudes de velocidad. De acuerdo con la ecuación 8.14, la fuerza de fricción multiplicada por la distancia d es igual a la energía cinética inicial del automóvil (porque $K_f = 0$ y no hay trabajo invertido por otras fuerzas). Si la rapidez se duplica, como lo es en este ejemplo, la energía cinética se cuadruplica. Para una fuerza de fricción determinada, la distancia recorrida es cuatro veces mayor cuando la rapidez inicial se duplica, y por eso la distancia estimada que se desliza el automóvil es $4d$.

EJEMPLO 8.6 Un sistema bloque–resorte

Un bloque de 1.6 kg de masa se une a un resorte horizontal que tiene una constante de fuerza de 1.0×10^3 N/m, como se muestra en la figura 8.9. El resorte se comprime 2.0 cm y después se libera desde el reposo.

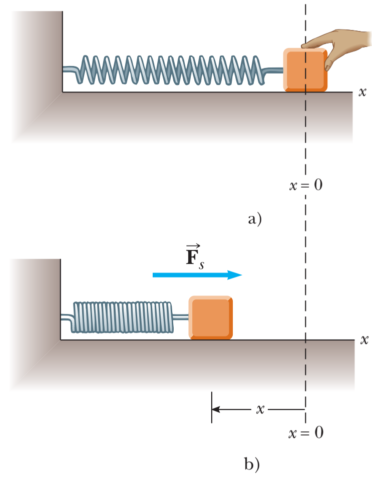


Figura 8.9 (Ejemplo 8.6) a) Un bloque se une a un resorte. El resorte se comprime una distancia *x*. b) Luego el bloque se libera y el resorte lo empuja hacia la derecha.

A) Calcule la rapidez del bloque mientras pasa a través de la posición de equilibrio $x = 0$ si la superficie no tiene fricción.

SOLUCIÓN

Conceptualizar Esta situación ya se discutió antes y es fácil visualizar el bloque cuando es empujado hacia la derecha por el resorte y moverse con cierta rapidez.

Categorizar El sistema se identifica como el bloque y se modela como un sistema no aislado.

Analizar En esta situación, el bloque inicia con $v_i = 0$ en $x_i = -2.0$ cm y se quiere encontrar v_f en $x_f = 0$.

Aplique la ecuación 7.11 para encontrar el trabajo invertido por el resorte con $x_{\text{máx}} = x_i = -2.0 \text{ cm} = -2.0 \times 10^{-2}$ m:

$$W_s = \tfrac{1}{2}kx_{\text{máx}}^2 = \tfrac{1}{2}(1.0 \times 10^3 \text{ N/m})(-2.0 \times 10^{-2} \text{ m})^2 = 0.20 \text{ J}$$

En el bloque se consume trabajo y su rapidez cambia. La ecuación de conservación de energía, ecuación 8.2, se reduce al teorema trabajo–energía cinética. Aplique dicho teorema para encontrar la rapidez en $x = 0$:

$$W_s = \tfrac{1}{2}mv_f^2 - \tfrac{1}{2}mv_i^2$$

$$v_f = \sqrt{v_i^2 + \frac{2}{m}W_s}$$

$$= \sqrt{0 + \frac{2}{1.6 \text{ kg}}(0.20 \text{ J})} = \boxed{0.50 \text{ m/s}}$$

Finalizar Aunque este problema se pudo haber resuelto en el capítulo 7, aquí se presenta para proporcionar contraste con el siguiente inciso B), que requiere las técnicas de este capítulo.

B) Calcule la rapidez del bloque mientras pasa por la posición de equilibrio si una fuerza de fricción constante de 4.0 N retarda su movimiento desde el momento en que se libera.

SOLUCIÓN

Conceptualizar La respuesta correcta debe ser menor que la encontrada en el inciso A) porque la fuerza de fricción retarda el movimiento.

Categorizar El sistema se identifica como el bloque y la superficie. El sistema no está aislado debido al trabajo consumido por el resorte y hay una fuerza no conservativa en acción: la fricción entre el bloque y la superficie.

Analizar Escriba la ecuación 8.14:

$$1)\quad K_f = K_i - f_k d + \sum W_{\text{otras fuerzas}}$$

Evalúe $f_k d$:

$$f_k d = (4.0 \text{ N})(2.0 \times 10^{-2} \text{ m}) = 0.080 \text{ J}$$

Evalúe $\Sigma\, W_{\text{otras fuerzas}}$, el trabajo invertido por el resorte, al recordar que en el inciso A) se encontró que era 0.20 J. Use $K_i = 0$ en la ecuación 1) y resuelva para la rapidez final:

$$K_f = 0 - 0.080 \text{ J} + 0.20 \text{ J} = 0.12 \text{ J} = \tfrac{1}{2}mv_f^2$$

$$v_f = \sqrt{\frac{2K_f}{m}} = \sqrt{\frac{2(0.12 \text{ J})}{1.6 \text{ kg}}} = \boxed{0.39 \text{ m/s}}$$

Finalizar Como se esperaba, este valor es menor que los 0.50 m/s encontrados en el inciso A).

¿Qué pasaría si? ¿Y si la fricción aumenta a 10.0 N? ¿Cuál es la rapidez del bloque en $x = 0$?

Respuesta En este caso, el valor de $f_k d$ mientras el bloque se traslada a $x = 0$ es

$$f_k d = (10.0\ \text{N})(2.0 \times 10^{-2}\ \text{m}) = 0.20\ \text{J}$$

que es igual en magnitud a la energía cinética en $x = 0$ sin la pérdida debida a fricción. Debido a eso, toda la energía cinética se ha transformado por fricción cuando el bloque llega a $x = 0$, y su rapidez en este punto es $v = 0$.

En esta situación, así como en el inciso B), la rapidez del bloque alcanza un máximo en alguna posición distinta de $x = 0$. El problema 47 le pide ubicar dichas posiciones.

8.4 Cambios en energía mecánica para fuerzas no conservativas

Considere el libro que se desliza a través de la superficie en la sección anterior. A medida que el libro se mueve a través de una distancia d, la única fuerza que realiza trabajo en él es la fuerza de fricción cinética. Esta fuerza causa un cambio $-f_k d$ en la energía cinética del libro, como se describe mediante la ecuación 8.13.

Sin embargo, ahora considere que el libro es parte de un sistema que además presenta un cambio en energía potencial. En este caso, $-f_k d$ es la cantidad por la que cambia la energía *mecánica* del sistema debido a la fuerza de fricción cinética. Por ejemplo, si el libro se mueve sobre un plano inclinado que no tiene fricción, hay un cambio tanto en la energía cinética como en la energía potencial gravitacional del sistema libro–Tierra. En consecuencia,

$$\Delta E_{\text{mec}} = \Delta K + \Delta Ug = -f_k d$$

En general, si actúa una fuerza de fricción dentro de un sistema aislado,

$$\Delta E_{\text{mec}} = \Delta K + \Delta U = -f_k d \qquad \textbf{(8.16)}$$

◀ Cambio en energía mecánica de un sistema debido a fricción dentro del sistema

donde ΔU es el cambio en *todas* las formas de energía potencial. Note que la ecuación 8.16 se reduce a la ecuación 8.10 si la fuerza de fricción es cero.

Si el sistema en el que actúa la fuerza no conservativa es no aislado, la generalización de la ecuación 8.13 es

$$\Delta E_{\text{mec}} = -f_k d + \sum W_{\text{otras fuerzas}} \qquad \textbf{(8.17)}$$

ESTRATEGIA PARA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS Sistemas con fuerzas no conservativas

Se debe aplicar el siguiente procedimiento cuando enfrente un problema que involucre un sistema en el que actúen fuerzas no conservativas:

1. *Conceptualizar.* Estudie cuidadosamente la situación física y forme una representación mental de lo que ocurre.

2. *Categorizar.* Defina su sistema, que puede consistir de más de un objeto. El sistema podría incluir resortes u otras posibilidades de almacenamiento de energía potencial. Determine si hay presente alguna fuerza no conservativa. Si no, proceda con el principio de conservación de energía mecánica que se reseña en la sección 8.2. Si es así, utilice el procedimiento discutido antes.

   Determine si, a través de las fronteras de su sistema, alguna fuerza distinta de la fricción realiza trabajo alguno. Si es así, aplique la ecuación 8.17 para analizar el problema. Si no, proceda con la ecuación 8.16.

3. *Analizar.* Elija configuraciones para representar las condiciones inicial y final del sistema. Para cada objeto que cambie elevación, seleccione una posición de referencia para el objeto que defina la configuración cero de energía potencial gravitacional para el sistema. Para un objeto en un resorte, la configuración cero para energía potencial elástica es

cuando el objeto está en su posición de equilibrio. Si hay más de una fuerza conservativa, escriba una expresión para la energía potencial asociada con cada fuerza.

Use la ecuación 8.16 o la ecuación 8.17 para establecer una representación matemática del problema. Resuelva para las incógnitas.

4. *Finalizar*. Asegúrese de que sus resultados sean consistentes con su representación mental. También de que los valores de sus resultados sean razonables y consistentes con la experiencia cotidiana.

EJEMPLO 8.7 Caja que se desliza por una rampa

Una caja de 3.00 kg se desliza hacia abajo por un rampa. La rampa mide 1.00 m de largo y está inclinada en un ángulo de 30.0°, como se muestra en la figura 8.10. La caja parte del reposo en lo alto, experimenta una fuerza de fricción constante de 5.00 N de magnitud y continúa su movimiento una corta distancia sobre el piso horizontal, después de dejar la rampa.

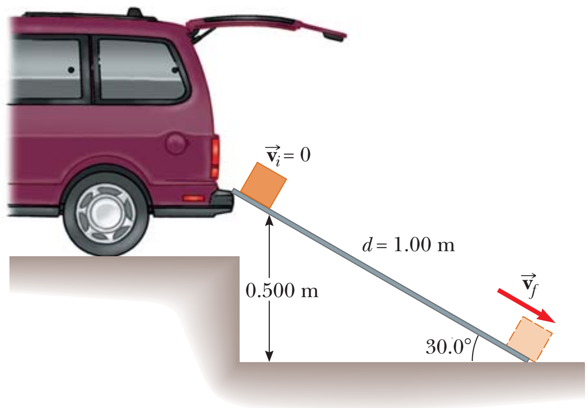


Figura 8.10 (Ejemplo 8.7) Una caja se desliza hacia abajo por una rampa bajo la influencia de la gravedad. La energía potencial del sistema disminuye, mientras que la energía cinética aumenta.

A) Proceda con el planteamiento de energía para determinar la rapidez de la caja en el fondo de la rampa.

SOLUCIÓN

Conceptualizar Piense en la caja que se desliza por la rampa en la figura 8.10. Mientras más grande sea la fuerza de fricción, más lenta se deslizará la caja.

Categorizar Identifique la caja, la superficie y la Tierra como el sistema. El sistema se clasifica como aislado con una fuerza no conservativa en acción.

Analizar Ya que $v_i = 0$, la energía cinética inicial del sistema, cuando la caja está en lo alto de la rampa, es cero. Si la coordenada y se mide desde la base de la rampa (la posición final de la caja, para la cual se elige que la energía potencial gravitacional del sistema sea cero) con la dirección hacia arriba positiva, por lo tanto $y_i = 0.500$ m.

Evalúe la energía mecánica total del sistema cuando la caja está en lo alto:

$$E_i = K_i + U_i = 0 + U_i = mgy_i$$
$$= (3.00 \text{ kg})(9.80 \text{ m/s}^2)(0.500 \text{ m}) = 14.7 \text{ J}$$

Escriba una expresión para la energía mecánica final:

$$E_f = K_f + U_f = \tfrac{1}{2}mv_f^2 + 0$$

Aplique la ecuación 8.16:

$$\Delta E_{\text{mec}} = E_f - E_i = \tfrac{1}{2}mv_f^2 - mgy_i = -f_k d$$

Resuelva para v_f^2:

$$1) \quad v_f^2 = \frac{2}{m}(mgy_i - f_k d)$$

Sustituya valores numéricos y resuelva para v_f:

$$v_f^2 = \frac{2}{3.00 \text{ kg}}[14.7 \text{ J} - (5.00 \text{ N})(1.00 \text{ m})] = 6.47 \text{ m}^2/\text{s}^2$$

$$v_f = \boxed{2.54 \text{ m/s}}$$

B) ¿A qué distancia se desliza la caja sobre el piso horizontal si continúa experimentando una fuerza de fricción de 5.00 N de magnitud?

SOLUCIÓN

Analizar Esta parte del problema se maneja exactamente igual que el inciso A), pero en este caso se considera que la energía mecánica del sistema consiste sólo en energía cinética, porque la energía potencial del sistema permanece fija.

Evalúe la energía mecánica del sistema cuando la caja deja la parte baja de la rampa:

$$E_i = K_i = \frac{1}{2}mv_i^2 = \frac{1}{2}(3.00 \text{ kg})(2.54 \text{ m/s})^2 = 9.68 \text{ J}$$

Aplique la ecuación 8.16 con $E_f = 0$:

$$E_f - E_i = 0 - 9.68 \text{ J} = -f_k d$$

Resuelva para la distancia d:

$$d = \frac{9.68 \text{ J}}{f_k} = \frac{9.68 \text{ J}}{5.00 \text{ N}} = \boxed{1.94 \text{ m}}$$

Finalizar Por comparación, es posible que pretenda calcular la rapidez de la caja en la parte baja de la rampa como un caso en el que la rampa no tiene fricción. Note también que el aumento en energía interna del sistema, a medida que la caja se desliza hacia abajo por la rampa, es 5.00 J. Esta energía se comparte entre la caja y la superficie, y cada una es un poco más caliente que antes.

Advierta además que la distancia d que se desliza el objeto sobre la superficie horizontal es infinita si la superficie no tiene fricción. ¿Esto es consistente con su marco conceptual de la situación?

¿Qué pasaría si? Un trabajador precavido decide que la rapidez de la caja cuando llega a la parte baja de la rampa es tal que su contenido podría dañarse. Por lo tanto, sustituye la rampa con una más larga de tal modo que la nueva rampa forma un ángulo de 25.0° con el suelo. ¿Esta nueva rampa reduce la rapidez de la caja a medida que llega al suelo?

Respuesta Ya que la rampa es más larga, la fuerza de fricción actúa en una distancia mayor y transforma más de la energía mecánica en energía interna. El resultado es una reducción en la energía cinética de la caja y se espera una rapidez menor cuando llegue al suelo.

Encuentre la longitud d de la rampa nueva:

$$\text{sen } 25.0° = \frac{0.500 \text{ m}}{d} \quad \rightarrow \quad d = \frac{0.500 \text{ m}}{\text{sen } 25.0°} = 1.18 \text{ m}$$

Hallar v_f^2 de la ecuación 1) en el inciso A):

$$v_f^2 = \frac{2}{3.00 \text{ kg}}[14.7 \text{ J} - (5.00 \text{ N})(1.18 \text{ m})] = 5.87 \text{ m}^2/\text{s}^2$$

$$v_f = 2.42 \text{ m/s}$$

De hecho la rapidez final es menor que en el caso de un ángulo mayor.

EJEMPLO 8.8 Colisión bloque–resorte

A un bloque, que tiene 0.80 kg de masa, se le da una velocidad inicial $v_{Ⓐ} = 1.2$ m/s hacia la derecha y choca con un resorte con masa despreciable y cuya constante de fuerza es $k = 50$ N/m, como se muestra en la figura 8.11.

A) Suponga que la superficie no tiene fricción y calcule la compresión máxima del resorte después del choque.

SOLUCIÓN

Conceptualizar Las diversas partes de la figura 8.11 ayudan a imaginar lo que hará el bloque en esta situación. Todo el movimiento tiene lugar en un plano horizontal, así que no es necesario considerar cambios en energía potencial gravitacional.

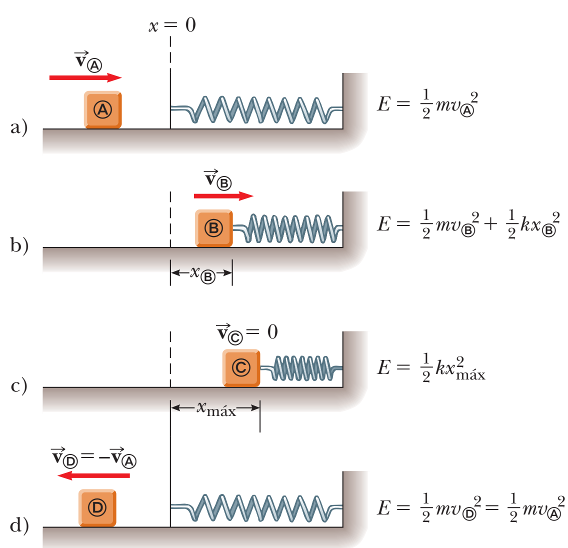


Figura 8.11 (Ejemplo 8.8) Un bloque que se desliza sobre una superficie horizontal uniforme choca con un resorte ligero. a) Al inicio, toda la energía mecánica es energía cinética. b) La energía mecánica es la suma de la energía cinética del bloque y la energía potencial elástica en el resorte. c) La energía es completamente energía potencial. d) La energía se transformó de regreso a energía cinética del bloque. La energía total del sistema permanece constante a lo largo del movimiento.

Categorizar El sistema se identifica como el bloque y el resorte. El sistema bloque–resorte está aislado sin fuerzas no conservativas en acción.

Analizar Antes de la colisión, cuando el bloque está en Ⓐ, tiene energía cinética y el resorte no está comprimido, de modo que la energía potencial elástica almacenada en el sistema es cero. Por lo tanto, la energía mecánica total del sistema antes de la colisión es justo $\frac{1}{2}mv_{Ⓐ}^2$. Después de la colisión, cuando el bloque está en Ⓒ, el resorte está completamente comprimido; ahora el bloque está en reposo y, por eso, tiene energía cinética cero. Sin embargo, la energía potencial elástica almacenada en el sistema tiene su valor máximo $\frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}kx^2_{\text{máx}}$, donde el origen de coordenadas $x = 0$ se elige como la posición de equilibrio del resorte y $x_{\text{máx}}$ es la compresión máxima del resorte, que en este caso es en $x_{Ⓒ}$. La energía mecánica total del sistema se conserva, porque sobre los objetos del sistema aislado no actúan fuerzas no conservativas.

Escriba una ecuación de conservación de energía mecánica:

$$K_{Ⓒ} + U_{sⒸ} = K_{Ⓐ} + U_{sⒶ}$$

$$0 + \tfrac{1}{2}kx^2_{\text{máx}} = \tfrac{1}{2}mv_{Ⓐ}^2 + 0$$

Resuelva para $x_{\text{máx}}$ y evalúe:

$$x_{\text{máx}} = \sqrt{\frac{m}{k}}\,v_{Ⓐ} = \sqrt{\frac{0.80\text{ kg}}{50\text{ N/m}}}(1.2\text{ m/s}) = 0.15\text{ m}$$

B) Suponga que una fuerza constante de fricción cinética actúa entre el bloque y la superficie, con $\mu_k = 0.50$. Si la rapidez del bloque en el momento que choca con el resorte es $v_{Ⓐ} = 1.2$ m/s, ¿cuál es la compresión máxima $x_{Ⓒ}$ en el resorte?

SOLUCIÓN

Conceptualizar Debido a la fuerza de fricción, se espera que la compresión del resorte sea más pequeña que en el inciso A), porque parte de la energía cinética del bloque se transforma en energía interna en el bloque y la superficie.

Categorizar El sistema se identifica como el bloque, la superficie y el resorte. Este sistema está aislado pero ahora involucra una fuerza no conservativa.

Analizar En este caso, la energía mecánica $E_{\text{mec}} = K + U_s$ del sistema *no* se conserva porque una fuerza de fricción actúa en el bloque. A partir del modelo de partícula en equilibrio en la dirección vertical, se ve que $n = mg$.

Evalúe la magnitud de la fuerza de fricción:

$$f_k = \mu_k n = \mu_k mg = 0.50(0.80\text{ kg})(9.80\text{ m/s}^2) = 3.9\text{ N}$$

Escriba el cambio en la energía mecánica del sistema debido a fricción a medida que el bloque se desplaza de $x = 0$ a $x_{Ⓒ}$:

$$\Delta E_{\text{mec}} = -f_k x_{Ⓒ}$$

Sustituya las energías inicial y final:

$$\Delta E_{\text{mec}} = E_f - E_i = (0 + \tfrac{1}{2}kx_{Ⓒ}^2) - (\tfrac{1}{2}mv_{Ⓐ}^2 + 0) = -f_k x_{Ⓒ}$$

Sustituya valores numéricos:

$$\tfrac{1}{2}(50)x_{Ⓒ}^2 - \tfrac{1}{2}(0.80)(1.2)^2 = -3.9x_{Ⓒ}$$

$$25x_{Ⓒ}^2 + 3.9x_{Ⓒ} - 0.58 = 0$$

Al resolver la ecuación cuadrática para $x_{Ⓒ}$, se obtiene $x_{Ⓒ} = 0.093$ m y $x_{Ⓒ} = -0.25$ m. La raíz con significado físico es $x_{Ⓒ} = 0.093$ m.

Finalizar La raíz negativa no aplica a esta situación porque el bloque debe estar a la derecha del origen (valor positivo de x) cuando llegue al reposo. Note que el valor de 0.093 m es menor que la distancia obtenida en el caso sin fricción del inciso A), como se esperaba.

EJEMPLO 8.9 Bloques conectados en movimiento

Dos bloques se conectan mediante una cuerda ligera que pasa sobre una polea sin fricción, como se muestra en la figura 8.12. El bloque de masa m_1 se encuentra en una superficie horizontal y está conectado a un resorte con una constante de fuerza k. El sistema se libera desde el reposo cuando el resorte no está estirado. Si el bloque colgante de masa m_2 cae una distancia h antes de llegar al reposo, calcule el coeficiente de fricción cinética entre el bloque de masa m_1 y la superficie.

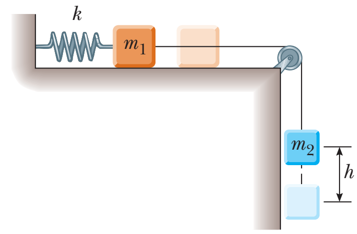


Figura 8.12 (Ejemplo 8.9) A medida que el bloque colgante se mueve desde su elevación más alta hacia la más baja, el sistema pierde energía potencial gravitacional pero gana energía potencial elástica en el resorte. Parte de la energía mecánica se transforma a energía interna debido a fricción entre el bloque deslizante y la superficie.

SOLUCIÓN

Conceptualizar La palabra clave *reposo* aparece dos veces en el enunciado del problema. Esta palabra sugiere que las configuraciones del sistema asociadas con reposo son buenas candidatas para las configuraciones inicial y final porque la energía cinética del sistema es cero para dichas configuraciones.

Categorizar En esta situación, el sistema consiste en dos bloques, el resorte y la Tierra. El sistema está aislado con una fuerza no conservativa en acción. El bloque deslizante también se modela como una partícula en equilibrio en la dirección vertical, lo que conduce a $n = m_1 g$.

Analizar Es necesario considerar dos formas de energía potencial para el sistema, gravitacional y elástica: $\Delta U_g = U_{gf} - U_{gi}$ es el cambio en la energía potencial gravitacional del sistema y $\Delta U_s = U_{sf} - U_{si}$ es el cambio en la energía potencial elástica del sistema. El cambio en la energía potencial gravitacional del sistema se asocia sólo con el bloque que cae porque la coordenada vertical del bloque que se desliza horizontalmente no cambia. Las energías cinética inicial y final del sistema son cero, de modo que $\Delta K = 0$.

Escriba el cambio en energía mecánica para el sistema:

$$1)\quad \Delta E_{\text{mec}} = \Delta U_g + \Delta U_s$$

Proceder con la ecuación 8.16 para encontrar el cambio en energía mecánica en el sistema debido a fricción entre el bloque que se desliza horizontalmente y la superficie, y señalando que, mientras el bloque colgante cae una distancia h, el bloque con movimiento horizontal avanza la misma distancia h hacia la derecha:

$$2)\quad \Delta E_{\text{mec}} = -f_k h = -(\mu_k n)h = -\mu_k m_1 g h$$

Evalúe el cambio en energía potencial gravitacional del sistema y elija la configuración con el bloque colgante en la posición más baja para representar energía potencial cero:

$$3)\quad \Delta U_g = U_{gf} - U_{gi} = 0 - m_2 g h$$

Evalúe el cambio en la energía potencial elástica del sistema:

$$4)\quad \Delta U_s = U_{sf} - U_{si} = \tfrac{1}{2}kh^2 - 0$$

Sustituya las ecuaciones 2), 3) y 4) en la ecuación 1):

$$-\mu_k m_1 g h = -m_2 g h + \tfrac{1}{2}kh^2$$

Resuelva para μ_k:

$$\mu_k = \frac{m_2 g - \frac{1}{2}kh}{m_1 g}$$

Finalizar Esta configuración representa un método de medición del coeficiente de fricción cinética entre un objeto y cierta superficie.

8.5 Potencia

Considere de nuevo el ejemplo conceptual 7.7, que implicó rodar un refrigerador hacia arriba de una rampa para llegar a una camioneta. Suponga que el hombre no está convencido de que el trabajo es el mismo sin importar la longitud de la rampa y coloca una rampa larga con una suave elevación. Aunque él realiza la misma cantidad de trabajo que alguien que usa una rampa más corta, le toma más tiempo realizar el trabajo porque tiene que mover el refrigerador una mayor distancia. Aunque el trabajo realizado sobre ambas rampas es el mismo, hay *algo* diferente acerca de las tareas: el *intervalo de tiempo* durante el que se realiza el trabajo.

La relación con el tiempo de transferencia de energía se llama **potencia instantánea** $\mathcal{P}$ y se define como sigue:

$$\mathcal{P} \equiv \frac{dE}{dt} \qquad \textbf{(8.18)}$$

◄ Definición de potencia

En esta exposición se contará el trabajo como el método de transferencia de energía, pero tenga en mente que la noción de potencia es válida para *cualquier* medio de transferencia de energía discutido en la sección 8.1. Si una fuerza externa se aplica a un objeto (que se representa como partícula) y si el trabajo invertido por esta fuerza en el objeto en el intervalo de tiempo Δt es W, la **potencia promedio** durante este intervalo es

$$\mathcal{P}_{\text{prom}} = \frac{W}{\Delta t}$$

Debido a eso, en el ejemplo 7.7, aunque se consume el mismo trabajo al rodar el refrigerador por ambas rampas, para la rampa más larga se requiere menos potencia.

Al igual que la definición de velocidad y aceleración, la potencia instantánea es el valor límite de la potencia promedio a medida que Δt tiende a cero:

$$\mathcal{P} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{W}{\Delta t} = \frac{dW}{dt}$$

donde se representó el valor infinitesimal del trabajo invertido mediante dW. De la ecuación 7.3 se encuentra que $dW = \vec{\mathbf{F}} \cdot d\vec{\mathbf{r}}$. En consecuencia, la potencia instantánea se escribe

$$\mathcal{P} = \frac{dW}{dt} = \vec{\mathbf{F}} \cdot \frac{d\vec{\mathbf{r}}}{dt} = \vec{\mathbf{F}} \cdot \vec{\mathbf{v}} \qquad \textbf{(8.19)}$$

donde $\vec{\mathbf{v}} = d\vec{\mathbf{r}}/dt$.

La unidad del SI de potencia es joules por segundo (J/s), también llamado **watt** (W) en honor de James Watt:

Watt ▶

$$1 \text{ W} = 1 \text{ J/s} = 1 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^3$$

Una unidad de potencia en el sistema acostumbrado estadounidense es el **caballo de fuerza** (hp):

$$1 \text{ hp} = 746 \text{ W}$$

PREVENCIÓN DE RIESGOS OCULTOS 8.3

W, *W* y watts

No confunda el símbolo W para el watt con el símbolo en cursiva *W* para trabajo. También, recuerde que el watt ya representa una relación de transferencia de energía, así que "watts por segundo" no tiene sentido. El watt es *lo mismo que* un joule por segundo.

Ahora se puede definir una unidad de energía (o trabajo) en términos de la unidad de potencia. Un **kilowatt hora** (kWh) es la energía transferida en 1 h en una proporción constante de 1 kW = 1 000 J/s. La cantidad de energía representada por 1 kWh es

$$1 \text{ kWh} = (10^3 \text{ W})(3\,600 \text{ s}) = 3.60 \times 10^6 \text{ J}$$

Un kilowatt hora es una unidad de energía, no de potencia. Cuando usted paga el recibo de la electricidad, usted está comprando energía, y la cantidad de energía transferida por la transmisión eléctrica hacia un hogar durante el periodo representado por el recibo se expresa en kilowatt horas. Por ejemplo, su recibo puede establecer que usted usó 900 kWh de energía durante un mes y que se le cobra en una proporción de 10 centavos por kilowatt hora. Por lo tanto su deuda es de 90 dólares por esta cantidad de energía. Otro ejemplo, suponga que una lámpara se especifica en 100 W. En 1.00 hora de operación, la línea de transmisión eléctrica tendría que transferir energía a la lámpara la cantidad de $(0.100 \text{ kW})(1.00 \text{ h}) = 0.100 \text{ kWh} = 3.60 \times 10^5 \text{ J}$.

EJEMPLO 8.10 Potencia entregada por un motor de elevador

Un ascensor (figura 8.13a) tiene una masa de 1 600 kg y transporta pasajeros con una masa combinada de 200 kg. Una fuerza de fricción constante de 4 000 N retarda su movimiento.

A) ¿Cuánta potencia debe proporcionar un motor para levantar el elevador y a sus pasajeros con una rapidez constante de 3.00 m/s?

SOLUCIÓN

Conceptualizar El motor debe suministrar la fuerza de magnitud T que jale el ascensor hacia arriba.

Categorizar La fuerza de fricción aumenta la potencia necesaria para levantar el elevador. El problema establece que la rapidez del elevador es constante: $a = 0$. El elevador se modela como una partícula en equilibrio.

Analizar El diagrama de cuerpo libre en la figura 8.13b especifica la dirección hacia arriba como positiva. La masa *total* M del sistema (carro más pasajeros) es igual a 1 800 kg.

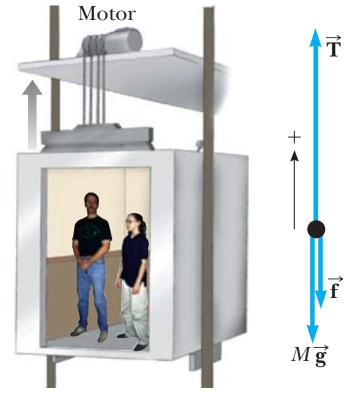


Figura 8.13 (Ejemplo 8.10) a) El motor ejerce una fuerza hacia arriba $\vec{\mathbf{T}}$ en el ascensor. La magnitud de esta fuerza es la tensión T en el cable que conecta la cabina y el motor. Las fuerzas que actúan hacia abajo en la cabina son una fuerza de fricción $\vec{\mathbf{f}}$ y la fuerza gravitacional $\vec{\mathbf{F}}_g = M\vec{\mathbf{g}}$. b) Diagrama de cuerpo libre para el ascensor.

Aplique la segunda ley de Newton a la cabina:

$$\sum F_y = T - f - Mg = 0$$

Resuelva para T:

$$\begin{aligned} T &= f + Mg \\ &= 4.00 \times 10^3 \text{ N} + (1.80 \times 10^3 \text{ kg})(9.80 \text{ m/s}^2) = 2.16 \times 10^4 \text{ N} \end{aligned}$$

Proceda con la ecuación 8.19 y que $\vec{\mathbf{T}}$ esté en la misma dirección que $\vec{\mathbf{v}}$ para encontrar la potencia:

$$\begin{aligned} \mathcal{P} &= \vec{\mathbf{T}} \cdot \vec{\mathbf{v}} = Tv \\ &= (2.16 \times 10^4 \text{ N})(3.00 \text{ m/s}) = \boxed{6.48 \times 10^4 \text{ W}} \end{aligned}$$

B) ¿Qué potencia debe entregar el motor en el instante en que la rapidez del elevador es v si el motor está diseñado para proporcionar al ascensor una aceleración hacia arriba de 1.00 m/s^2?

SOLUCIÓN

Conceptualizar En este caso, el motor debe proporcionar la fuerza de magnitud T que jala al ascensor hacia arriba con una rapidez creciente. Se espera que se requiera más potencia para hacer lo que en el inciso A), ya que el motor ahora debe realizar la tarea adicional de acelerar la cabina.

Categorizar En este caso, el ascensor se modela como una partícula bajo una fuerza neta porque está acelerando.

Analizar Aplique la segunda ley de Newton a la cabina:

$$\sum F_y = T - f - Mg = Ma$$

Resuelva para T:

$$\begin{aligned} T &= M(a + g) + f \\ &= (1.80 \times 10^3 \text{ kg})(1.00 \text{ m/s}^2 + 9.80 \text{ m/s}^2) + 4.00 \times 10^3 \text{ N} \\ &= 2.34 \times 10^4 \text{ N} \end{aligned}$$

Use la ecuación 8.19 para obtener la potencia requerida:

$$\mathcal{P} = Tv = \boxed{(2.34 \times 10^4 \text{ N})v}$$

donde v es la rapidez instantánea de la cabina en metros por segundo.

Finalizar Para comparar con el inciso A), sea $v = 3.00$ m/s, que proporciona una potencia de

$$\mathcal{P} = (2.34 \times 10^4 \text{ N})(3.00 \text{ m/s}) = 7.02 \times 10^4 \text{ W}$$

mayor que la potencia encontrada en el inciso A), como se esperaba.

Resumen

DEFINICIONES

Un **sistema no aislado** es uno para el que la energía cruza la frontera del sistema. Un **sistema aislado** es uno para el que la energía no cruza la frontera del sistema.

La **potencia instantánea** $\mathcal{P}$ se define como la proporción de transferencia de energía en el tiempo:

$$\mathcal{P} \equiv \frac{dE}{dt} \qquad (8.18)$$

CONCEPTOS Y PRINCIPIOS

Para un sistema no aislado, se puede igualar el cambio en la energía total almacenada en el sistema con la suma de todas las transferencias de energía a través de la frontera del sistema, que es un enunciado de **conservación de la energía**. Para un sistema aislado, la energía total es constante.

Si un sistema es aislado y si en los objetos dentro del sistema no actúan fuerzas no conservativas, la energía mecánica total del sistema es constante:

$$K_f + U_f = K_i + U_i \qquad (8.10)$$

Si entre los objetos dentro de un sistema actúan fuerzas no conservativas (como la fricción), la energía mecánica no se conserva. En estas situaciones, la diferencia entre la energía mecánica final total y la energía mecánica inicial total del sistema es igual a la energía transformada a energía interna por las fuerzas no conservativas.

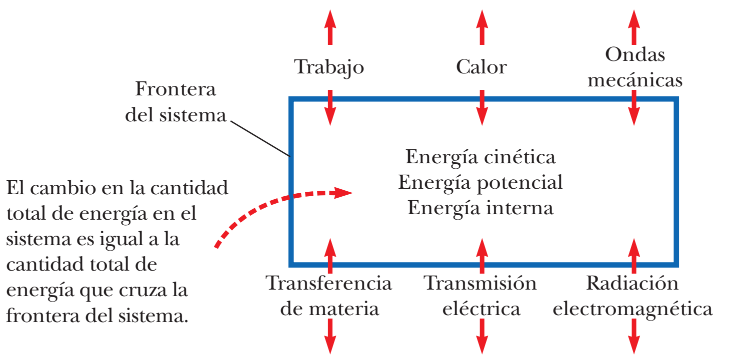
Si una fuerza de fricción actúa dentro de un sistema aislado, la energía mecánica del sistema se reduce y la ecuación apropiada por aplicar es

$$\Delta E_{\text{mec}} = \Delta K + \Delta U = f_k d \qquad (8.16)$$

Si una fuerza de fricción actúa dentro de un sistema no aislado, la ecuación apropiada por aplicar es

$$\Delta E_{\text{mec}} = -f_k d + \sum W_{\text{otras fuerzas}} \qquad (8.17)$$

MODELOS DE ANÁLISIS PARA RESOLVER PROBLEMAS



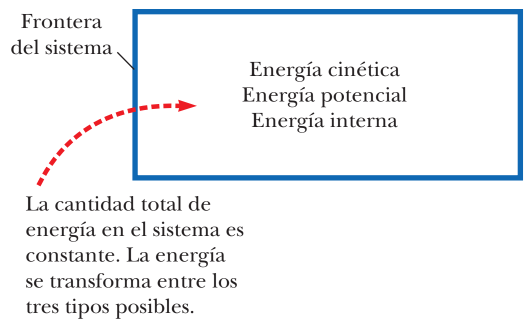
Sistema no aislado (energía). El enunciado más general que describe el comportamiento de un sistema no aislado es la **ecuación de conservación de energía:**

$$\Delta E_{\text{sistema}} = \sum T \qquad (8.1)$$

Al incluir los tipos de almacenamiento de energía y transferencia de energía que se han discutido se produce

$$\Delta K + \Delta U + \Delta E_{\text{int}} = W + Q + T_{\text{OM}} + T_{\text{MT}} + T_{\text{TE}} + T_{\text{RE}} \qquad (8.2)$$

Para un problema específico, esta ecuación por lo general se reduce a un número más pequeño de términos al eliminar los términos que no son adecuados a la situación.



Sistema aislado (energía). La energía total de un sistema aislado se conserva, de modo que

$$\Delta E_{\text{sistema}} = 0 \qquad (8.9)$$

Si dentro del sistema no actúan fuerzas no conservativas, la energía mecánica del sistema se conserva, de modo que

$$\Delta E_{\text{mec}} = 0 \qquad (8.8)$$

Preguntas

O indica pregunta complementaria.

1. ¿Todo tiene energía? Dé argumentos para su respuesta.
2. **O** Un martinete es un dispositivo que se usa para clavar postes en la Tierra mediante la caída repetida de un objeto pesado sobre ellos. Suponga que el objeto se deja caer desde la misma altura cada vez. ¿En qué factor cambia la energía del sistema martinete–Tierra cuando la masa del objeto a soltar se duplica? a) ½, b) 1: la energía es la misma, c) 2, d) 4.
3. **O** Un tobogán está instalado junto a una alberca en un patio. Dos niños suben a una plataforma en lo alto del tobogán. El niño más pequeño salta recto hacia abajo a la alberca y el niño más grande se desliza desde lo alto del tobogán sin fricción. **i)** Al momento de llegar al agua, en comparación con el niño mayor, ¿la energía cinética del niño pequeño es a) mayor, b) menor o c) igual? **ii)** Al momento de llegar al agua, en comparación con el niño mayor, ¿la rapidez del niño pequeño es a) mayor, b) menor o c) igual? **iii)** Durante los movimientos desde la plataforma al agua, en comparación con el niño mayor, ¿la aceleración promedio del niño pequeño es a) mayor, b) menor o c) igual?
4. **O** a) ¿Un sistema objeto–Tierra puede tener energía cinética y no energía potencial gravitacional? b) ¿Puede tener energía potencial gravitacional y no energía cinética? c) ¿Puede tener ambos tipos de energía al mismo tiempo? d) ¿Puede no tener ninguna?
5. **O** Una bola de arcilla cae libremente hacia el piso duro. No rebota de manera notable, sino que llega al reposo muy rápidamente. ¿En tal caso qué ocurrió con la energía que la bola tenía mientras caía? a) Se usó para producir el movimiento hacia abajo. b) Se transformó de regreso en energía potencial. c) Se transfirió a la bola por calor. d) Está en la bola y el suelo (y paredes) como energía de movimiento hacia abajo invisible. e) La mayor parte se fue en sonido.
6. **O** Sostiene una honda a la longitud de su brazo, jala la ligera banda elástica hacia su barbilla y la suelta para lanzar una piedra horizontalmente con una rapidez de 200 cm/s. Con el mismo procedimiento, dispara un frijol con rapidez de 600 cm/s. ¿Cuál es la relación de la masa del frijol a la masa de la piedra? a) $\frac{1}{9}$, b) $\frac{1}{3}$, c) $1/\sqrt{3}$, d) 1, e) $\sqrt{3}$, f) 3, g) 9.
7. Una persona deja caer una bola desde lo alto de un edificio mientras que otra, en la base, observa su movimiento. ¿Estas dos personas estarán de acuerdo con el valor de la energía potencial gravitacional del sistema bola–Tierra? ¿En el cambio en energía potencial? ¿En la energía cinética?
8. En el capítulo 7 se introdujo el teorema trabajo–energía cinética, $W_{\text{neto}} = \Delta K$. Esta ecuación establece que el trabajo invertido en un sistema aparece como un cambio en energía cinética. Es una ecuación de caso especial, válida si no hay cambios en algún otro tipo de energía como la potencial o la interna. Proporcione ejemplos en los que se invierta trabajo en un sistema pero que el cambio en energía del sistema no sea un cambio en energía cinética.
9. Usted viaja en bicicleta. ¿En qué sentido su bicicleta es impulsada por energía solar?
10. Una bola de boliche está suspendida del techo de un salón de conferencias mediante una fuerte cuerda. La bola se aleja de su posición de equilibrio y se libera del reposo desde la punta de la nariz de la conferencista, como se muestra en la figura P8.10. La conferencista permanece fija. Explique por qué la bola no la golpea en su viaje de retorno. ¿La conferencista estaría a salvo si a la bola se le da un empujón desde su posición de partida en su nariz?

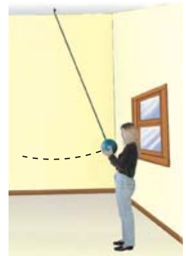


Figura P8.10

11. Un bloque se conecta a un resorte que está suspendido del techo. Si supone que el bloque se pone en movimiento vertical y se ignora la resistencia del aire, describa las transformaciones de energía que se presentan dentro del sistema que consiste del bloque, la Tierra y el resorte.
12. **O** En un laboratorio de modelos de automóviles que derrapan hasta detenerse, se obtuvo la información para seis pistas. Cada una de tres bloques se lanza en dos magnitudes de velocidad inicial diferentes v_i y se deslizan a través de una mesa a nivel a medida que llegan al reposo. Los bloques tienen masas iguales pero difieren en rugosidad y por tanto tienen diferentes coeficientes de fricción cinética μ_k con la mesa. Clasifique los siguientes casos del a) al f) de acuerdo con la distancia de frenado, de mayor a menor. Si la distancia de frenado es la misma en dos casos, déles igual clasificación. a) $v_i = 1$ m/s, $\mu_k = 0.2$, b) $v_i = 1$ m/s, $\mu_k = 0.4$, c) $v_i = 1$ m/s, $\mu_k = 0.8$, d) $v_i = 2$ m/s, $\mu_k = 0.2$, e) $v_i = 2$ m/s, $\mu_k = 0.4$, f) $v_i = 2$ m/s, $\mu_k = 0.8$.
13. ¿Una fuerza de fricción estática puede hacer trabajo? Si no, ¿por qué? Si es sí, proporcione un ejemplo.
14. Describa dispositivos hechos por el hombre diseñados para producir cada una de las siguientes transferencias o transformaciones de energía. Siempre que pueda, también describa un proceso natural en el que se presente el proceso energético. Proporcione detalles para defender sus elecciones, como la identificación del sistema y otra salida de energía si el proceso tiene eficiencia limitada. a) Energía potencial química se transforma en energía interna. b) La energía transferida por transmisión eléctrica se convierte en energía potencial gravitacional. c) Energía potencial elástica se transfiere fuera de un sistema mediante calor. d) La energía transferida por ondas mecánicas realiza trabajo sobre un sistema. e) La energía transportada por ondas electromagnéticas se convierte en energía cinética en un sistema.
15. En la ecuación general de conservación de energía, establezca cuáles términos predominan al describir cada uno de los siguientes dispositivos y procesos. Para un proceso que funciona de manera continua, puede considerar lo que ocurre en un intervalo de tiempo de 10 s. Establezca cuáles términos en la ecuación representan las formas original y final de energía, cuáles serían entradas, y cuáles serían salidas. a) una honda que dispara una piedra, b) un fuego ardiendo, c) un radio portátil en operación, d) un carro que frena hasta detenerse, e) la superficie del Sol brillando visiblemente, f) una persona que salta encima de una silla.

16. **O** En la parte baja de una pista de aire inclinada a un ángulo θ, a un deslizador de masa m se le da un empujón para hacerlo que se deslice una distancia d hacia arriba de la pendiente a medida que frena y se detiene. Luego el deslizador regresa hacia abajo por la pista hasta su punto de partida. Ahora se repite el experimento con la misma rapidez original pero con un segundo deslizador idéntico colocado en la parte superior del primero. El flujo de aire es lo suficientemente intenso como para soportar el par de deslizadores de modo que se mueven libremente sobre la pista. La fricción estática mantiene al segundo deslizador fijo en relación con el primer deslizador a lo largo del movimiento. El coeficiente de fricción estática entre los dos deslizadores es μ_s. ¿Cuál es el cambio en energía mecánica del sistema dos deslizadores–Tierra en el movimiento hacia arriba y abajo de la pendiente después de que el par de deslizadores se libera? Elija una. a) $-2md$, b) $-2\mu_s gd$, c) $-2\mu_s md$, d) $-2\mu_s mg$, e) $-2mg \cos\theta$, f) $-2mgd \cos\theta$, g) $-2\mu_s mgd \cos\theta$, h) $-4\mu_s mgd \cos\theta$, i) $-\mu_s mgd \cos\theta$, j) $-2\mu_s mgd \operatorname{sen}\theta$, k) 0, l) $+2\mu_s mgd \cos\theta$.

17. Un vendedor de automóviles afirma que un motor mejorado de 300 hp es una opción necesaria en un auto compacto en lugar del motor convencional de 130 hp. Suponga que usted tiene la intención de conducir el automóvil dentro de los límites de rapidez ($\leq$ 65 mi/h) en terreno plano. ¿Cómo contrarrestaría esta propaganda comercial?

Problemas

Sección 8.1 El sistema no aislado: conservación de energía

1. Para cada uno de los siguientes sistemas e intervalos de tiempo, escriba la versión reducida y adecuada de la ecuación 8.2, la ecuación de conservación de energía. a) las bobinas de calentamiento en su tostadora durante los primeros cinco segundos después de que enciende la tostadora, b) su automóvil, justo desde antes de que le llene el tanque con gasolina hasta que sale de la gasolinera a 10 mi/h, c) su cuerpo mientras está sentada tranquilamente y come un emparedado de mantequilla de cacahuate y mermelada durante su almuerzo, d) su casa durante cinco minutos de una tarde soleada mientras la temperatura en la casa permanece fija.

Sección 8.2 El sistema aislado

2. A las 11:00 a.m. del 7 de septiembre de 2001, más de un millón de escolares británicos saltaron arriba y abajo durante 1 min. El punto central del plan de estudios del "gran salto" estuvo en los terremotos, pero se integró con muchos otros temas, como el ejercicio, la geografía, la cooperación, la prueba de hipótesis y el establecimiento de registros mundiales. Los estudiantes construyeron sus propios sismógrafos que registraron efectos locales. a) Encuentre la energía convertida en energía mecánica en el experimento. Suponga que 1 050 000 niños, con masa promedio de 36.0 kg, saltaron 12 veces cada uno y elevaron sus centros de masa 25.0 cm cada vez y descansaban brevemente entre un salto y el siguiente. La aceleración de caída libre en Bretaña es 9.81 m/s^2. b) La mayor parte de la energía mecánica se convierte muy rápidamente en energía interna dentro de los cuerpos de los estudiantes y los suelos de los edificios escolares. De la energía que se propaga hacia dentro del área, la mayoría produce vibraciones de "microtemblor" de alta frecuencia que se amortiguan rápidamente y no pueden viajar mucho. Suponga que 0.01% de la energía se transporta lejos mediante una onda sísmica de largo rango. La magnitud de un terremoto en la escala Richter está dada por

$$M = \frac{\log E - 4.8}{1.5}$$

donde E es la energía de la onda sísmica en joules. De acuerdo con este modelo, ¿cuál es la magnitud del temblor de demostración? No se hizo registro de ruido más allá del medio ambiente a ultramar o en el sismógrafo del Wolverton Seismic Vault, en Hampshire.

3. Una bolita perforada se desliza sin fricción alrededor de un bucle (figura P8.3). La bolita se libera desde una altura $h = 3.50R$. a) ¿Cuál es la rapidez de la bolita en el punto Ⓐ? b) ¿Qué tan grande es la fuerza normal sobre la bolita si su masa es 5.00 g?

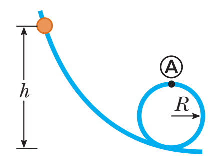


Figura P8.3

4. Una partícula de masa m = 5.00 kg se libera desde el punto Ⓐ y se desliza sobre la pista sin fricción que se muestra en la figura P8.4. Determine a) la rapidez de la partícula en los puntos Ⓑ y Ⓒ y b) el trabajo neto invertido por la fuerza gravitacional a medida que la partícula se mueve de Ⓐ a Ⓒ.

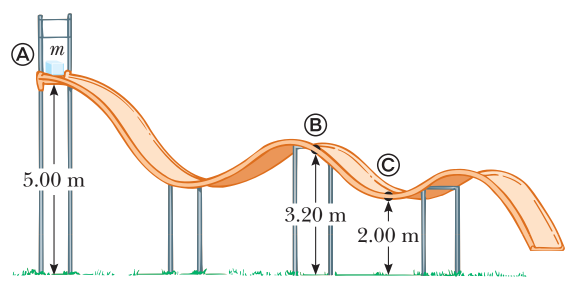


Figura P8.4

5. Un bloque de 0.250 kg de masa se coloca en lo alto de un resorte vertical ligero de constante de fuerza 5 000 N/m y se empuja hacia abajo de modo que el resorte se comprime 0.100 m. Después de que el bloque se libera del reposo, viaja hacia arriba y luego deja el resorte. ¿A qué altura máxima arriba del punto de liberación llega?

6. Un trapecio de circo consiste en una barra suspendida mediante dos cuerdas paralelas, cada una de longitud ℓ, que permiten a los ejecutantes balancearse en un arco circular vertical (figura P8.6). Suponga que una ejecutante con masa m sostiene la barra y salta de una plataforma elevada, partiendo del reposo con las cuerdas en un ángulo θ_i respecto de la vertical. Suponga que el tamaño del cuerpo de la ejecutante es pequeño en comparación con la longitud ℓ, que no mueve el trapecio para balancearse más alto y que la resistencia del aire es despreciable. a) Demuestre que, cuando las cuerdas forman un ángulo θ con la vertical, la ejecutante debe ejercer una fuerza

$$mg(3 \cos \theta - 2 \cos \theta_i)$$

para estar preparada. b) Determine el ángulo θ_i para que la fuerza necesaria para estar en la parte baja del columpio sea el doble de la fuerza gravitacional que se ejerce sobre la ejecutante.

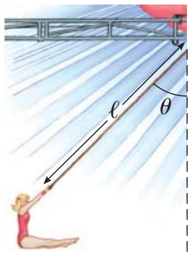


Figura P8.6

7. Dos objetos se conectan mediante una cuerda ligera que pasa sobre una polea ligera sin fricción, como se muestra en la figura P8.7. El objeto de 5.00 kg de masa se libera desde el reposo. Con el modelo de sistema aislado, a) determine la rapidez del objeto de 3.00 kg justo cuando el objeto de 5.00 kg golpea el suelo. b) Encuentre la altura máxima a la que llega el objeto de 3.00 kg.

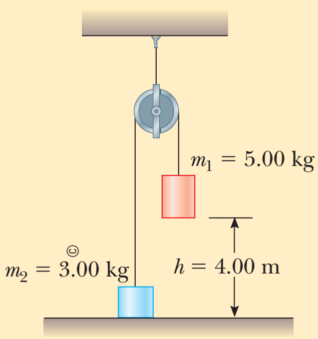


Figura P8.7 Problemas 7 y 8.

8. Dos objetos se conectan mediante una cuerda ligera que pasa sobre una polea ligera sin fricción, como se muestra en la figura P8.7. El objeto de masa m_1 se libera desde el reposo a una altura h. Con el modelo de sistema aislado, a) determine la rapidez de m_2 justo cuando m_1 golpea el suelo. b) Encuentre la altura máxima a la que llega m_2.
9. Una barra ligera rígida mide 77.0 cm de largo. Su extremo superior tiene como pivote un eje horizontal de baja fricción. La barra cuelga recta hacia abajo en reposo con una pequeña bola de gran masa unida a su extremo inferior. Usted golpea la bola y súbitamente le da una velocidad horizontal de modo que se balancea alrededor de un círculo completo. ¿Qué rapidez mínima se requiere en la parte más baja para hacer que la bola recorra lo alto del círculo?
10. Una bola de cañón de 20.0 kg se dispara desde un cañón con rapidez de boquilla de 1 000 m/s con un ángulo de 37.0° con la horizontal. Una segunda bala de cañón se dispara con un ángulo de 90.0°. Aplique el modelo de sistema aislado para encontrar a) la altura máxima que alcanza cada bola y b) la energía mecánica total del sistema bola–Tierra a la altura máxima para cada bola. Sea $y = 0$ en el cañón.
11. Un atrevido planea un salto bungee desde un globo aerostático a 65.0 m en medio de una feria (figura P8.11). Usará una cuerda elástica uniforme, amarrada a un arnés alrededor de su cuerpo, para detener su caída en un punto 10.0 m sobre el suelo. Modele su cuerpo como una partícula y la cuerda como si tuviera masa despreciable y obedeciera la ley de Hooke. En una prueba preliminar, colgando en reposo de una cuerda de 5.00 m de largo, el osado encuentra que el peso de su cuerpo estira la cuerda 1.50 m. Él pretende soltarse desde el reposo en el punto donde el extremo superior de una sección más larga de la cuerda está unida al globo fijo. a) ¿Qué longitud de cuerda debe usar? b) ¿Qué aceleración máxima experimentará?

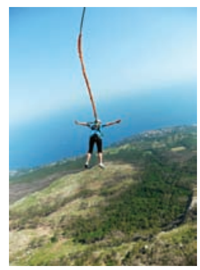


Figura P8.11 Problemas 11 y 46.

12. **Problema de repaso.** El sistema que se muestra en la figura P8.12 consiste de una cuerda ligera inextensible; poleas ligeras sin fricción; y bloques de igual masa. Inicialmente se mantiene en reposo de modo que los bloques están a la misma altura sobre el suelo. Después los bloques se liberan. Encuentre la rapidez del bloque A en el momento en que la separación vertical de los bloques es h.

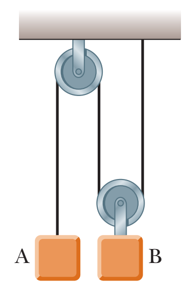


Figura P8.12

Sección 8.3 Situaciones que incluyen fricción cinética

13. Una caja de 40.0 kg, inicialmente en reposo, se empuja 5.00 m a lo largo de un suelo horizontal rugoso, con una fuerza constante horizontal aplicada de 130 N. El coeficiente de fricción entre la caja y el suelo es 0.300. Encuentre: a) el trabajo invertido por la fuerza aplicada, b) el aumento en energía interna en el sistema caja–suelo como resultado de la fricción, c) el

trabajo invertido por la fuerza normal, d) el trabajo invertido por la fuerza gravitacional, e) el cambio en energía cinética de la caja y f) la rapidez final de la caja.

14. Un bloque de 2.00 kg se une a un resorte con constante de fuerza 500 N/m, como se muestra en la figura 7.9. Se jala el bloque 5.00 cm hacia la derecha del equilibrio y se libera desde el reposo. Encuentre la rapidez que tiene el bloque cuando pasa a través del equilibrio si a) la superficie horizontal no tiene fricción y b) el coeficiente de fricción entre el bloque y la superficie es 0.350.

15. Una caja de 10.0 kg de masa se jala hacia arriba de un plano inclinado rugoso con una rapidez inicial de 1.50 m/s. La fuerza del jalón es 100 N paralela al plano, que forma un ángulo de 20.0° con la horizontal. El coeficiente de fricción cinética es 0.400 y la caja se jala 5.00 m. a) ¿Cuánto trabajo invierte la fuerza gravitacional en la caja? b) Determine el aumento en energía interna del sistema caja–plano inclinado debido a fricción. c) ¿Cuánto trabajo invierte la fuerza de 100 N en la caja? d) ¿Cuál es el cambio en energía cinética de la caja? e) ¿Cuál es la rapidez de la caja después de jalarse 5.00 m?

16. ● Un bloque de masa m está sobre una superficie horizontal con la que su coeficiente de fricción cinética es μ_k. El bloque se empuja contra el extremo libre de un resorte ligero con constante de fuerza k, que comprime el resorte una distancia d. Después el bloque se libera desde el reposo de modo que el resorte dispara el bloque a través de la superficie. De las posibles expresiones a) a k) que se mencionan a continuación para la rapidez del bloque después de que se desliza una distancia d, **i)** ¿cuál no puede ser cierta porque es dimensionalmente incorrecta? **ii)** De las restantes, ¿cuál(es) da(n) un resultado incorrecto en el límite a medida que k se vuelve muy grande? **iii)** De los restantes, ¿cuál(es) da(n) un resultado incorrecto en el límite a medida que μ_k tiende a cero? **iv)** De las que quedan, ¿cuál puede descartar por otras razones que especifique? (**v**) ¿Cuál expresión es correcta? **vi)** Evalúe la rapidez en el caso $m = 250$ g, $\mu_k = 0.600$, $k = 18.0$ N/m y $d = 12.0$ cm. Necesitará explicar su respuesta. a) $(kd^2 - \mu_k mgd)^{1/2}$, b) $(kd^2/m - \mu_k g)^{1/2}$, c) $(kd/m - 2\mu_k gd)^{1/2}$, d) $(kd^2/m - gd)^{1/2}$, e) $(kd^2/m - \mu_k^2 gd)^{1/2}$, f) $kd^2/m - \mu_k gd$, g) $(\mu_k kd^2/m - gd)^{1/2}$, h) $(kd^2/m - 2\mu_k gd)^{1/2}$, i) $(\mu_k gd - kd^2/m)^{1/2}$, j) $(gd - \mu_k gd)^{1/2}$, k) $(kd^2/m + \mu_k gd)^{1/2}$.

17. A un trineo de masa m se le da una patada sobre un lago congelado. La patada le imparte una rapidez inicial de 2.00 m/s. El coeficiente de fricción cinética entre el trineo y el hielo es 0.100. Aplique consideraciones energéticas para encontrar la distancia que el trineo se mueve antes de detenerse.

Sección 8.4 Cambios en energía mecánica para fuerzas no conservativas

18. ● En un tiempo t_i, la energía cinética de una partícula es 30.0 J y la energía potencial del sistema al que pertenece es 10.0 J. En algún tiempo posterior t_f, la energía cinética de la partícula es 18.0 J. a) Si sólo fuerzas conservativas actúan sobre la partícula, ¿cuáles son la energía potencial y la energía total en el tiempo t_f? b) Si la energía potencial del sistema en el tiempo t_f es 5.00 J, ¿existen fuerzas no conservativas que actúan sobre la partícula? Explique.

19. El coeficiente de fricción entre el bloque de 3.00 kg y la superficie en la figura P8.19 es 0.400. El sistema parte del reposo. ¿Cuál es la rapidez de la bola de 5.00 kg cuando cae 1.50 m?

20. En su mano, una lanzadora de softball balancea una bola de 0.250 kg de masa alrededor de una trayectoria circular de 60.0 cm de radio antes de liberarla de su mano. La lanzadora mantiene una componente de fuerza en la bola con magnitud constante de 30.0 N en la dirección de movimiento alrededor de la trayectoria completa. La rapidez de la bola en lo alto del círculo es 15.0 m/s. Si la lanzadora libera la bola en la parte más baja del círculo, ¿cuál es su rapidez al liberarla?

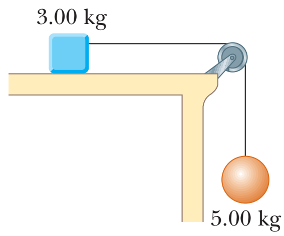


Figura P8.19

21. Un bloque de 5.00 kg se pone en movimiento hacia arriba de un plano inclinado con una rapidez inicial de 8.00 m/s (figura P8.21). El bloque llega al reposo después de viajar 3.00 m a lo largo del plano, que está inclinado en un ángulo de 30.0° con la horizontal. Para este movimiento, determine a) el cambio en la energía cinética del bloque, b) el cambio en la energía potencial del sistema bloque–Tierra y c) la fuerza de fricción que se ejerce sobre el bloque (supuesta constante). d) ¿Cuál es el coeficiente de fricción cinética?

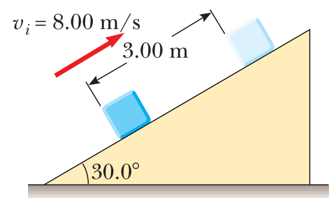


Figura P8.21

22. ● Un paracaidista de 80.0 kg salta de un globo a una altura de 1 000 m y abre el paracaídas a una altitud de 200 m. a) Si supone que la fuerza retardadora total sobre el paracaidista es constante en 50.0 N con el paracaídas cerrado y constante en 3 600 N con el paracaídas abierto, encuentre la rapidez del paracaidista cuando aterriza en el suelo. b) ¿Cree que el paracaidista se lesionará? Explique. c) ¿A qué altura se debe abrir el paracaídas de modo que la rapidez final del paracaidista cuando golpee el suelo sea 5.00 m/s? d) ¿Qué tan real es la suposición de que la fuerza retardadora total es constante? Explique.

23. Un arma de juguete usa un resorte para proyectar una bola de hule suave de 5.30 g. El resorte originalmente se comprime 5.00 cm y tiene una constante de fuerza de 8.00 N/m. Cuando el arma se dispara, la bola se mueve 15.0 cm a través del cañón horizontal del arma y el cañón ejerce una fuerza de fricción constante de 0.032 0 N en la bola. a) ¿Con qué rapidez el proyectil deja el cañón del arma? b) ¿En qué punto la bola tiene rapidez máxima? c) ¿Cuál es esta rapidez máxima?

24. Una partícula se mueve a lo largo de una línea donde la energía potencial de su sistema depende de su posición r, como se grafica en la figura P8.24. En el límite cuando r aumenta sin frontera, $U(r)$ tiende a +1 J. a) Identifique cada posición de equilibrio para esta partícula. Indique si cada una es un punto de equilibrio estable, inestable o neutro. b) ¿La partícula estará acotada si la energía total del sistema está, en ese intervalo? Ahora suponga que el sistema tiene energía de −3 J. Determine

c) el intervalo de posiciones donde se puede encontrar la partícula, d) su energía cinética máxima, e) la ubicación donde tiene energía cinética máxima y f) la *energía de enlace* del sistema, esto es, la energía adicional que tendría que darse a la partícula para moverla a $r \to \infty$.

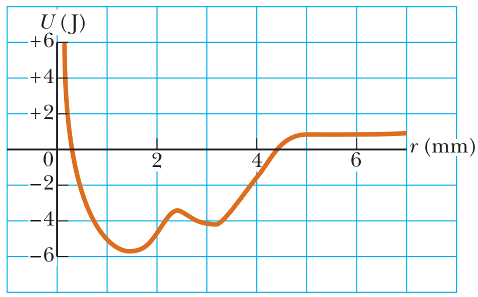


Figura P8.24

25. Un objeto de 1.50 kg se mantiene 1.20 m sobre un resorte vertical relajado sin masa con una constante de fuerza de 320 N/m. Se deja caer el objeto sobre el resorte. a) ¿Cuánto comprime al resorte? b) **¿Qué pasaría si?** ¿Cuánto comprime al resorte si el mismo experimento se realiza sobre la Luna, donde g = 1.63 m/s^2? c) **¿Qué pasaría si?** Repita el inciso a), pero esta vez suponga que una fuerza de resistencia del aire constante de 0.700 N actúa sobre el objeto durante su movimiento.

26. Un niño en una silla de ruedas (masa total: 47.0 kg) gana una carrera contra un chico en patineta. El niño tiene 1.40 m/s de rapidez en la cresta de una pendiente de 2.60 m de alto y 12.4 m de largo. En la parte más baja de la pendiente su rapidez es 6.20 m/s. Suponga que la resistencia del aire y la resistencia de rodamiento se representan como una fuerza de fricción constante de 41.0 N. Encuentre el trabajo que hizo en empujar hacia adelante sus ruedas durante el viaje colina abajo.

27. Un tablero uniforme de longitud L se desliza a lo largo de un plano horizontal uniforme (sin fricción), como se muestra en la figura P8.27a. Después el tablero se desliza a través de la frontera con una superficie horizontal rugosa. El coeficiente de fricción cinética entre el tablero y la segunda superficie es μ_k. a) Encuentre la aceleración del tablero cuando su extremo frontal recorre una distancia x más allá de la frontera. b) El tablero se detiene en el momento en que su extremo posterior llega a la frontera, como se muestra en la figura P8.27b. Encuentre la rapidez inicial v del tablero.

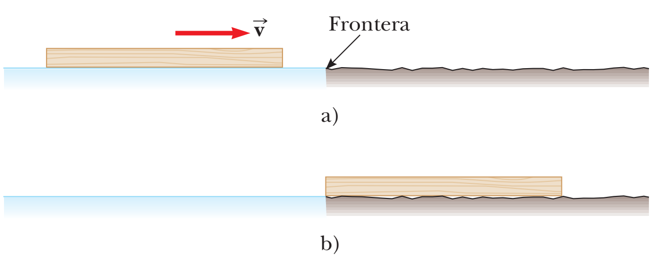


Figura P8.27

Sección 8.5 Potencia

28. El motor eléctrico de un tren a escala acelera al tren desde el reposo a 0.620 m/s en 21.0 ms. La masa total del tren es 875 g. hallar la potencia promedio entregada al tren durante la aceleración.

29. Un marine de 700 N en entrenamiento básico asciende en 8.00 s una soga vertical de 10.0 m con una rapidez constante. ¿Cuál es su potencia desarrollada?

30. El columnista Dave Barry se mofó del nombre “Las grandes ciudades” que adoptaran Grand Forks, Dakota del Norte, y East Grand Forks, Minnesota. En consecuencia los residentes de dichas ciudades nombraron su siguiente edificio municipal en su honor. En la Estación de elevación Dave Barry núm. 16, aguas de drenaje no tratadas se elevan verticalmente 5.49 m, en una proporción de 1 890 000 litros cada día. El desperdicio, de 1 050 kg/m^3 de densidad, entra y sale de la bomba a presión atmosférica, a través de tuberías de igual diámetro. a) Encuentre la potencia mecánica de salida de la estación de elevación de aguas sucias. b) Suponga que un motor eléctrico, que opera continuamente con potencia promedio de 5.90 kW, impulsa la bomba. Encuentre su eficiencia.

31. Haga una estimación de un orden de magnitud de la potencia que aporta el motor de un automóvil para acelerar el auto a rapidez de autopista. Considere su propio automóvil, si usa uno. En su solución, establezca las cantidades físicas que toma como datos y los valores que mide o estima para ellos. La masa del vehículo se proporciona en el manual del propietario. Si no quiere estimar un automóvil, considere un autobús o camión que especifique.

32. Un elevador de 650 kg parte del reposo. Se mueve hacia arriba durante 3.00 s con aceleración constante hasta que llega a su rapidez de crucero de 1.75 m/s. a) ¿Cuál es la potencia promedio del motor del elevador durante este intervalo de tiempo? b) ¿De qué modo se compara esta potencia con la potencia del motor cuando el elevador se mueve a su rapidez de crucero?

33. Una lámpara con eficiencia energética, que toma 28.0 W de potencia, produce el mismo nivel de brillantez que una lámpara convencional que funciona a una potencia de 100 W. El tiempo de vida de la lámpara con eficiencia energética es 10 000 h y su precio de compra es 17.0 dólares, mientras que la lámpara convencional tiene un tiempo de vida de 750 h y cuesta 0.420 dólares por lámpara. Determine el ahorro total que se obtiene al usar una lámpara con eficiencia energética durante su tiempo de vida, en oposición a usar lámparas convencionales durante el mismo intervalo de tiempo. Suponga un costo de energía de 0.080 0 dólares por kilowatt hora.

34. Una motoneta eléctrica tiene una batería capaz de suministrar 120 Wh de energía. Si las fuerzas de fricción y otras pérdidas explican 60.0% del uso de energía, ¿qué cambio en altitud puede lograr un motociclista cuando conduce en terreno montañoso, si el conductor y la motoneta tienen un peso combinado de 890 N?

35. Un furgón cargado tiene una masa de 950 kg y rueda sobre rieles con fricción despreciable. Parte del reposo y un cable conectado a un malacate lo jala por el tiro de una mina. El tiro está inclinado 30.0° sobre la horizontal. El furgón acelera de manera uniforme a una rapidez de 2.20 m/s en 12.0 s y después continúa con rapidez constante. a) ¿Qué potencia debe proporcionar el motor del malacate cuando el furgón se mueve con rapidez constante? b) ¿Qué potencia máxima debe proporcionar el motor del malacate? c) ¿Qué energía total transfirió el motor mediante trabajo para cuando el furgón salió de la pista, que tiene 1 250 m de largo?

36. Por convención la energía se mide en Calorías, así como en joules. Una Caloría en nutrición es una kilocaloría, que se define como 1 kcal = 4 186 J. Metabolizar 1 g de grasa puede

liberar 9.00 kcal. Una estudiante decide intentar perder peso mediante el ejercicio. Ella planea subir y bajar corriendo las escaleras de un estadio de futbol tan rápido como pueda y tantas veces como sea necesario. ¿Esta actividad en sí misma es una forma práctica de perder peso? Para evaluar el programa, suponga que ella sube un tramo de 80 escalones, cada uno de 0.150 m de alto, en 65.0 s. Por simplicidad, ignore la energía que usa al bajar (que es pequeña). Suponga que una eficiencia típica para músculos humanos es de 20.0%. Esta afirmación significa que, cuando su cuerpo convierte 100 J de grasa en metabolismo, 20 J realizan trabajo mecánico (en este caso, subir escaleras). El resto va a energía interna adicional. Suponga que la masa de la estudiante es de 50.0 kg. a) ¿Cuántas veces debe correr el tramo de escaleras para perder 1 lb de grasa? b) ¿Cuál es su potencia desarrollada promedio, en watts y en caballos de fuerza, mientras sube corriendo las escaleras?

Problemas adicionales

37. Un muchacho con su patineta se modela como una partícula de 76.0 kg de masa, ubicado en su centro de masa (que se estudiará en el capítulo 9). Como se muestra en la figura P8.37, el muchacho parte del reposo en una posición encorvada en un borde de un medio tubo (punto Ⓐ). El medio tubo es un canal de agua seco, que forma la mitad de un cilindro de 6.80 m de radio con su eje horizontal. En su descenso, el muchacho se mueve sin fricción de modo que su centro de masa se mueve a través de un cuarto de círculo de 6.30 m de radio. a) Encuentre su rapidez en el fondo del medio tubo (punto Ⓑ). b) Encuentre su aceleración centrípeta. c) Encuentre la fuerza normal $n_{Ⓑ}$ que actúa sobre él en el punto Ⓑ. Inmediatamente después de pasar el punto Ⓑ, se pone de pie y eleva los brazos, lo que eleva su centro de masa de 0.500 m a 0.950 m sobre el concreto (punto Ⓒ). Para explicar la conversión de energía química en mecánica modele sus piernas como realizando trabajo al empujarlo verticalmente hacia arriba, con una fuerza constante igual a la fuerza normal $n_{Ⓑ}$, sobre una distancia de 0.450 m. (En el capítulo 11 será capaz de resolver este problema con un modelo más preciso.) d) ¿Cuál es el trabajo invertido en el cuerpo del muchacho en este proceso? A continuación, él se desliza hacia arriba con su centro de masa moviéndose en un cuarto de círculo de 5.85 m de radio. Su cuerpo está horizontal cuando pasa el punto Ⓓ, el borde lejano del medio tubo. e) Encuentre su rapidez en esta ubicación. Por último se vuelve balístico y gira mientras su centro de masa se mueve verticalmente. f) ¿A qué altura sobre el punto Ⓓ se eleva? g) ¿Durante qué intervalo de tiempo es aerotransportado antes de bajar, 2.34 m abajo del nivel del punto Ⓓ? *Precaución:* No intente esta acrobacia sin la habilidad y equipo requeridos, o en un canal de drenaje al que no tenga acceso legal.

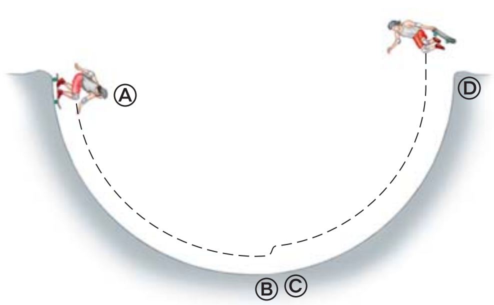


Figura P8.37

38. ● **Problema de repaso.** Como se muestra en la figura P8.38, unacuerda ligera que no se estira cambia de horizontal a vertical a medida que pasa sobre el borde de una mesa. La cuerda conecta un bloque de 3.50 kg, al principio en reposo sobre la mesa horizontal, 1.20 m arriba del suelo, a un bloque colgante de 1.90 kg, al principio a 0.900 m sobre el suelo. Ni la superficie de la mesa ni su borde ejercen una fuerza de fricción cinética. Los bloques comienzan a moverse con rapidez despreciable. Considere los dos bloques más la Tierra como el sistema. a) ¿La energía mecánica del sistema permanece constante entre el instante de liberación y el instante antes de que el bloque colgante golpee el suelo? b) Encuentre la rapidez a la que el bloque deslizante deja el borde de la mesa. c) Ahora suponga que el bloque colgante se detiene permanentemente tan pron-to como llega al suelo pegajoso. ¿La energía mecánica del sistema permanece constante entre el instante de liberación y el instante antes de que el bloque deslizante golpee el suelo? d) Encuentre la rapidez de impacto del bloque deslizante. e) ¿Cuán larga debe ser la cuerda si no se debe tensar mientras el bloque deslizante está en vuelo? f) ¿Se invalidaría su cálculo de rapidez si la cuerda se tensa? g) Incluso con fricción cinética despreciable, el coeficiente de fricción estática entre el bloque más pesado y la mesa es 0.560. Evalúe la fuerza de fricción que actúa sobre este bloque antes de que comience el movimiento. h) ¿El movimiento comenzará por sí solo, o el experimentador debe dar un pequeño golpe al bloque deslizante para que comience? ¿Los cálculos de rapidez todavía son válidos?

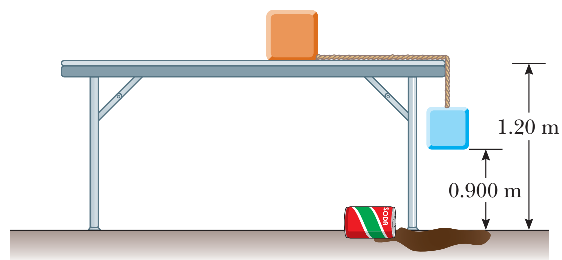


Figura P8.38

39. Una partícula de 4.00 kg se mueve a lo largo del eje x. Su posición varía con el tiempo de acuerdo con $x = t + 2.0t^3$, donde x está en metros y t en segundos. Encuentre: a) la energía cinética en cualquier tiempo t, b) la aceleración de la partícula y la fuerza que actúa sobre ella en el tiempo t, c) la potencia que se entrega a la partícula en el tiempo t y d) el trabajo invertido en la partícula en el intervalo $t = 0$ a $t = 2.00$ s.

40. ● Sin atención del peligro, un niño salta sobre una pila de colchonetas para usarlas como trampolín. Su movimiento entre dos puntos particulares se describe mediante la ecuación de conservación de la energía

$$\tfrac{1}{2}(46.0\text{ kg})(2.40\text{ m/s})^2 + (46.0\text{ kg})(9.80\text{ m/s}^2)(2.80\text{ m} + x) = \tfrac{1}{2}(1.94 \times 10^4\text{ N/m})x^2$$

a) Resuelva la ecuación para x. b) Componga el enunciado de un problema, incluidos datos, para los que esta ecuación dé la solución. Identifique el significado físico del valor de x.

41. Mientras el conductor pisa el pedal del acelerador, un automóvil de 1 160 kg de masa acelera desde el reposo. Durante los primeros segundos de movimiento, la aceleración del automóvil aumenta con el tiempo de acuerdo con la expresión

$$a = (1.16\text{ m/s}^3)t - (0.210\text{ m/s}^4)t^2 + (0.240\text{ m/s}^5)t^3$$

a) ¿Qué trabajo invierten las ruedas sobre el automóvil durante el intervalo desde $t = 0$ hasta $t = 2.50$ s? b) ¿Cuál es la potencia útil de las ruedas en el instante $t = 2.50$ s?

42. Una partícula de 0.400 kg se desliza alrededor de una pista horizontal. La pista tiene una pared exterior vertical uniforme que forma un círculo con un radio de 1.50 m. A la partícula se le da una rapidez inicial de 8.00 m/s. Después de una revolución, su rapidez cae a 6.00 m/s debido a la fricción con el suelo rugoso de la pista. a) Encuentre la energía transformada de mecánica a interna en el sistema como resultado de la fricción en una revolución. b) Calcule el coeficiente de fricción cinética. c) ¿Cuál es el número total de revoluciones que da la partícula antes de detenerse?

43. Un bloque de 200 g se presiona contra un resorte con 1.40 kN/m de constante de fuerza hasta que el bloque comprime el resorte 10.0 cm. El resorte descansa en la parte baja de una rampa inclinada 60.0° con la horizontal. Mediante consideraciones de energía, determine cuánto se mueve el bloque hacia arriba del plano inclinado antes de detenerse a) si la rampa no ejerce fuerza de fricción en el bloque y b) si el coeficiente de fricción cinética es 0.400.

44. ● Mientras limpia un estacionamiento, un quitanieve empuja una pila cada vez más grande de nieve enfrente de él. Suponga que un automóvil que se mueve a través del aire se modela como un cilindro que empuja una pila creciente de aire enfrente de él. El aire originalmente estacionario se pone en movimiento a la rapidez constante v del cilindro, como se muestra en la figura P8.44. En un intervalo de tiempo Δt, un nuevo disco de aire de masa Δm se debe mover una distancia $v\,\Delta t$ y por tanto se le debe dar una energía cinética $\frac{1}{2}(\Delta m)v^2$. Con el uso de este modelo, muestre que la pérdida de potencia del automóvil debida a resistencia del aire es $\frac{1}{2}\rho Av^3$, y que la fuerza resistiva que actúa sobre el automóvil es $\frac{1}{2}\rho Av^2$, donde ρ es la densidad del aire. Compare este resultado con la expresión empírica $\frac{1}{2}D\rho Av^2$ para la fuerza resistiva.

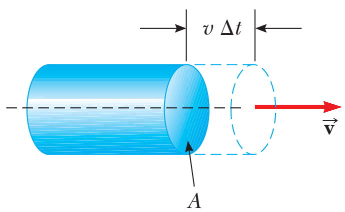


Figura P8.44

45. Un molino de viento, como el que se muestra en la fotografía de apertura del capítulo 7, gira en respuesta a una fuerza de resistencia del aire de alta rapidez, $R = \frac{1}{2}D\rho Av^2$. La potencial disponible es $\mathcal{P} = Rv = \frac{1}{2}D\rho\pi r^2v^3$, donde v es la rapidez del viento y se supone una cara circular para el molino de viento, de radio r. Tome el coeficiente de arrastre como $D = 1.00$ y la densidad del aire de las primeras páginas de este libro. Para un molino de viento casero que tenga $r = 1.50$ m, calcule la potencia disponible con a) $v = 8.00$ m/s y b) $v = 24.0$ m/s. La potencia entregada al generador está limitada por la eficiencia del sistema, cerca de 25%. En comparación, un hogar estadounidense típico usa alrededor de 3 kW de energía eléctrica.

46. ● Desde el reposo, una persona de 64.0 kg hace un salto bungee desde un globo atado 65.0 m sobre el suelo (figura P8.11). La cuerda bungee tiene masa despreciable y longitud no estirada de 25.8 m. Un extremo se amarra a la canasta del globo aerostático y el otro extremo a un arnés alrededor del cuerpo de la persona. La cuerda se modela como un resorte que obedece la ley de Hooke con una constante de resorte de 81.0 N/m, y el cuerpo de la persona se modela como partícula. El globo no se mueve. a) Exprese la energía potencial gravitacional del sistema persona–Tierra como función de la altura variable y de la persona sobre el suelo. b) Exprese la energía potencial elástica de la cuerda como función de y. c) Exprese la energía potencial total del sistema persona–cuerda–Tierra como función de y. d) Trace una gráfica de energías gravitacional, elástica y potencial total como funciones de y. e) Suponga que la resistencia del aire es despreciable. Determine la altura mínima de la persona sobre el suelo durante su caída. f) ¿La gráfica de energía potencial muestra alguna posición de equilibrio? Si es así, ¿a qué elevaciones? ¿Son estables o inestables? g) Determine la rapidez máxima del saltador.

47. Considere el sistema bloque–resorte–superficie en el inciso B) del ejemplo 8.6. a) ¿En qué posición x del bloque su rapidez es un máximo? b) En la sección **¿Qué pasaría si?** de dicho ejemplo, se exploraron los efectos de una fuerza de fricción aumentada de 10.0 N. ¿En qué posición del bloque su rapidez máxima se presenta en esta situación?

48. ● Hace más de 2 300 años el maestro griego Aristóteles escribió el primer libro llamado *Física*. Puesto en terminología más precisa, este pasaje es del final de su Sección Eta:

> Sea $\mathcal{P}$ la potencia de un agente que causa movimiento; w, la carga movida; d, la distancia cubierta; y Δt, el intervalo de tiempo requerido. En tal caso 1) una potencial igual a $\mathcal{P}$ en un intervalo de tiempo igual a Δt moverá $w/2$ una distancia $2d$, o 2) moverá $w/2$ la distancia dada d en el intervalo de tiempo $\Delta t/2$. Además, si 3) la potencia conocida $\mathcal{P}$ mueve la carga dada w una distancia $d/2$ en el intervalo de tiempo $\Delta t/2$, por lo tanto 4) $\mathcal{P}/2$ moverá $w/2$ la distancia dada d en el intervalo de tiempo dado Δt.

a) Demuestre que las proporciones de Aristóteles se incluyen en la ecuación $\mathcal{P}\Delta t = bwd$, donde b es una constante de proporcionalidad. b) Demuestre que la teoría de movimiento del libro incluye esta parte de la teoría de Aristóteles como un caso especial. En particular, describa una situación en la que sea verdadera, deduzca la ecuación que represente las proporciones de Aristóteles y determine la constante de proporcionalidad.

49. **Problema de repaso.** La masa de un automóvil es 1 500 kg. La forma del cuerpo del automóvil es tal que su coeficiente de arrastre aerodinámico es $D = 0.330$ y el área frontal es 2.50 m^2. Si supone que la fuerza de arrastre es proporcional a v^2 y si ignora otras fuentes de fricción, calcule la potencia requerida para mantener una rapidez de 100 km/h mientras el automóvil asciende una larga colina con 3.20° de pendiente.

50. Una partícula de 200 g se libera desde el reposo en el punto Ⓐ a lo largo del diámetro horizontal en el interior de un tazón hemisférico sin fricción con radio $R = 30.0$ cm (figura P8.50). Calcule a) la energía potencial gravitacional del sistema partícula–Tierra cuando la partícula está en el punto Ⓐ en rela-

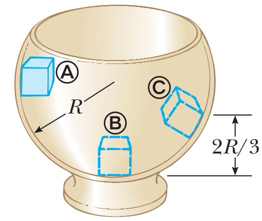


Figura P8.50 Problemas 50 y 51.

ción con el punto Ⓑ, b) la energía cinética de la partícula en el punto Ⓑ, c) su rapidez en el punto Ⓑ y d) su energía cinética y la energía potencial cuando la partícula está en el punto Ⓒ.

51. ● **¿Qué pasaría si?** La partícula descrita en el problema 50 (figura P8.50) se libera desde el reposo en Ⓐ, y la superficie del tazón es rugosa. La rapidez de la partícula en Ⓑ es 1.50 m/s. a) ¿Cuál es su energía cinética en Ⓑ? b) ¿Cuánta energía mecánica se transforma en energía interna a medida que la partícula se mueve de Ⓐ a Ⓑ? c) ¿Es posible determinar el coeficiente de fricción a partir de estos resultados de alguna manera simple? Explique.

52. Suponga que asiste a una universidad estatal que se fundó como escuela de agricultura. Cerca del centro del campus hay un alto silo coronado con un casco hemisférico. El casco no tiene fricción cuando está húmedo. Alguien equilibró una calabaza en el punto más alto del silo. La línea desde el centro de curvatura del casco hacia la calabaza forma un ángulo $\theta_i = 0°$ con la vertical. En una noche lluviosa, mientras está de pie en las cercanías, un soplo de viento hace que la calabaza se comience a deslizar hacia abajo desde el reposo. La calabaza pierde contacto con el casco cuando la línea desde el centro del hemisferio hacia la calabaza forma cierto ángulo con la vertical. ¿Cuál es este ángulo?

53. El zanco saltarín de un niño (figura P8.53) almacena energía en un resorte con una constante de fuerza de 2.50×10^4 N/m. En la posición Ⓐ ($x_Ⓐ = -0.100$ m), la compresión del resorte es un máximo y el niño momentáneamente está en reposo. En la posición Ⓑ ($x_Ⓑ = 0$), el resorte está relajado y el niño se mueve hacia arriba. En la posición Ⓒ, el niño de nuevo está momentáneamente en reposo en lo alto del salto. La masa combinada del niño y el zanco es de 25.0 kg. a) Calcule la energía total del sistema niño–zanco saltarín–Tierra, y considere las energías gravitacional y potencial elástica como cero para $x = 0$. b) Determine $x_Ⓒ$. c) Calcule la rapidez del niño en $x = 0$. d) Determine el valor de x para el que la energía cinética del sistema es un máximo. e) Calcule la rapidez hacia arriba máxima del niño.

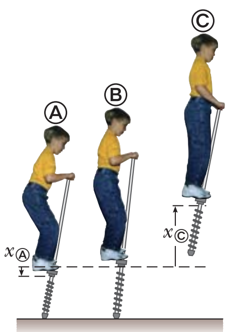


Figura P8.53

54. Un objeto de 1.00 kg se desliza hacia la derecha sobre una superficie que tiene un coeficiente de fricción cinética de 0.250 (figura P8.54). El objeto tiene una rapidez de $v_i = 3.00$ m/s cuando hace contacto con un resorte ligero que tiene una constante de fuerza de 50.0 N/m. El objeto llega al reposo después de que el resorte se comprime una distancia d. En tal caso el objeto se fuerza hacia la izquierda mediante el resorte y continúa moviéndose en dicha dirección más allá de la posición no estirada del resorte. Al final, el objeto llega al reposo una distancia D a la izquierda del resorte no estirado. Encuentre a) la distancia de compresión d, b) la rapidez v en la posición no estirada cuando el objeto es móvil hacia la izquierda y c) la distancia D donde el objeto llega al reposo.

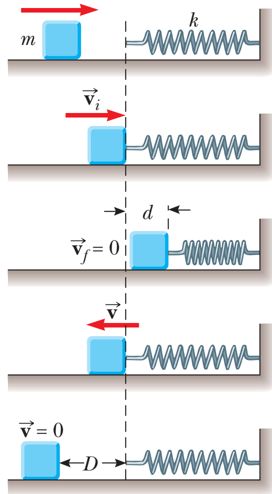


Figura P8.54

55. Un bloque de 10.0 kg se libera desde el punto Ⓐ en la figura P8.55. La pista no tiene fricción excepto por la porción entre los puntos Ⓑ y Ⓒ, que tiene una longitud de 6.00 m. El bloque viaja por la pista, golpea un resorte con 2 250 N/m de constante de fuerza y comprime el resorte 0.300 m desde su posición de equilibrio antes de llegar al reposo momentáneamente. Determine el coeficiente de fricción cinética entre el bloque y la superficie rugosa entre Ⓑ y Ⓒ

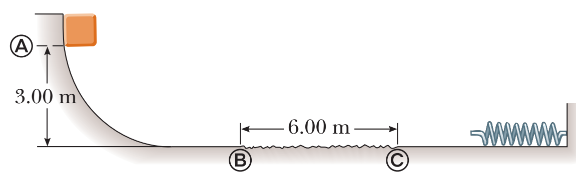


Figura P8.55

56. Una cadena uniforme de 8.00 m de longitud inicialmente yace estirada sobre una mesa horizontal. a) Si supone que el coeficiente de fricción estática entre la cadena y la mesa es 0.600, muestre que la cadena comenzará a deslizarse de la mesa si al menos 3.00 m de ella cuelgan sobre el borde de la mesa. b) Determine la rapidez de la cadena cuando su último eslabón deja la mesa, teniendo en cuenta que el coeficiente de fricción cinética entre la cadena y la mesa es 0.400.

57. Un bloque de 20.0 kg se conecta a un bloque de 30.0 kg mediante una cuerda que pasa sobre una polea ligera sin fricción. El bloque de 30.0 kg se conecta a un resorte que tiene masa despreciable y una constante de fuerza de 250 N/m, como se muestra en la figura P8.57. El resorte no está estirado cuando el sistema está como se muestra en la figura, y el plano inclinado no tiene fricción. El bloque de 20.0 kg se jala 20.0 cm hacia abajo del plano (de modo que el bloque de 30.0 kg está 40.0 cm sobre el suelo) y se libera desde el reposo. Encuentre la rapidez de cada bloque cuando el bloque de 30.0 kg está 20.0 cm arriba del suelo (esto es: cuando el resorte no está estirado).

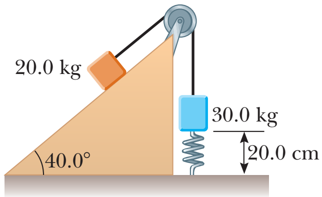


Figura P8.57

58. Jane, cuya masa es 50.0 kg, necesita columpiarse a través de un río (que tiene una anchura D), lleno de cocodrilos cebados con carne humana, para salvar a Tarzán del peligro. Ella debe columpiarse contra un viento que ejerce fuerza horizontal constante $\vec{\mathbf{F}}$, en una liana que tiene longitud L e inicialmente forma un ángulo θ con la vertical (figura P8.58). Considere $D = 50.0$ m, $F = 110$ N, $L = 40.0$ m y $\theta = 50.0°$. a) ¿Con qué rapidez mínima Jane debe comenzar su balanceo para apenas llegar al otro lado? b) Una vez que el rescate está completo, Tarzán y Jane deben columpiarse de vuelta a través del río. ¿Con qué rapidez mínima deben comenzar su balanceo? Suponga que Tarzán tiene una masa de 80.0 kg.

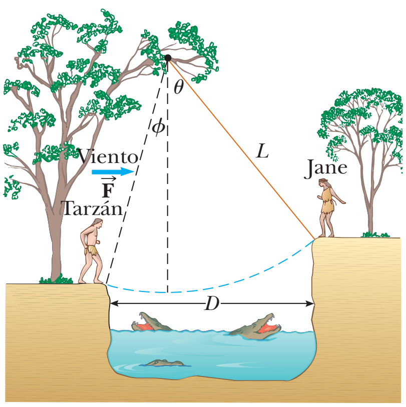


Figura P8.58

59. ● Un bloque de 0.500 kg de masa se empuja contra un resorte horizontal de masa despreciable hasta que el resorte se comprime una distancia x (figura P8.59). La constante de fuerza del resorte es 450 N/m. Cuando se libera, el bloque viaja a lo largo de una superficie horizontal sin fricción al punto B, la parte baja de una pista circular vertical de radio $R = 1.00$ m, y continúa moviéndose a lo largo de la pista. La rapidez del bloque en la parte baja de la pista es $v_B = 12.0$ m/s, y el bloque experimenta una fuerza de fricción promedio de 7.00 N mientras se desliza hacia arriba de la pista. a) ¿Cuál es x? b) ¿Qué rapidez predice para el bloque en lo alto de la pista? c) ¿En realidad el bloque llega a lo alto de la pista, o cae antes de llegar a lo alto?

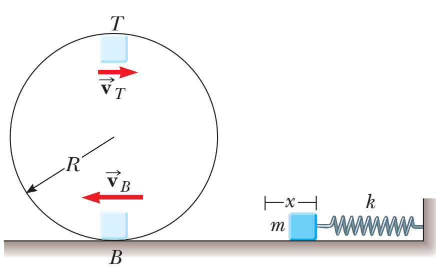


Figura P8.59

60. Una bola de masa $m = 300$ g se conecta mediante una cuerda resistente de longitud $L = 80.0$ cm a un pivote y se mantiene en su lugar con la cuerda vertical. Un viento ejerce fuerza constante F hacia la derecha sobre la bola, como se muestra en la figura P8.60. La bola se libera desde el reposo. El viento hace que se balancee para lograr altura máxima H sobre su punto de partida antes de que se balancee abajo de nuevo. a) Encuentre H como función de F. Evalúe H b) para $F = 1.00$ N y c) para $F = 10.0$ N. ¿Cómo se comporta H d) cuando F tiende a cero e) y cuando F tiende a infinito? f) Ahora considere la altura de equilibrio de la bola con el viento que sopla. Determínela como función de F. Evalúe la altura de equilibrio g) para $F = 10$ N y h) para F que tiende a infinito.

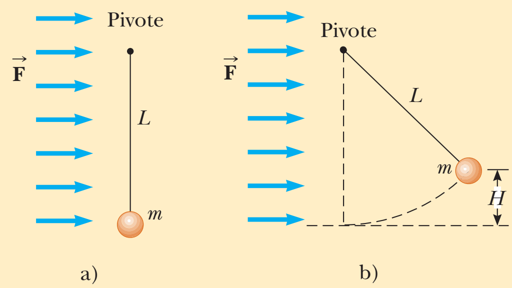


Figura P8.60

61. Un bloque de masa M descansa sobre una mesa. Se amarra al extremo inferior de un resorte vertical ligero. El extremo superior del resorte se amarra a un bloque de masa m. El bloque superior se empuja hacia abajo con una fuerza adicional $3mg$, así que la compresión del resorte es $4mg/k$. En esta configuración, el bloque superior se libera desde el reposo. El resorte se eleva de la mesa al bloque inferior. En términos de m, ¿cuál es el mayor valor posible de M?

62. Un péndulo, que consta de una cuerda ligera de longitud L y un esfera pequeña, se balancean en el plano vertical. La cuerda golpea una clavija ubicada a un distancia d bajo el punto de suspensión (figura P8.62). a) Demuestre que, si la esfera se libera desde una altura por abajo de la clavija, regresará a esta altura después de que la cuerda golpee la clavija. b) Demuestre que, si el péndulo se libera desde la posición horizontal ($\theta = 90°$) y se balancea en un círculo completo con centro en la clavija, el valor mínimo de d debe ser $3L/5$.

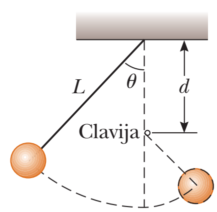


Figura P8.62

63. Una bola gira alrededor de un círculo vertical en el extremo de una cuerda. El otro extremo de la cuerda está fijo en el centro del círculo. Si supone que la energía total del sistema bola–Tierra permanece constante, demuestre que la tensión en la cuerda en la parte baja es mayor que la tensión en lo alto por seis veces el peso de la bola.

64. Un carro de montaña rusa se libera desde el reposo en lo alto de la primera subida y luego se mueve libremente con fricción despreciable. La montaña rusa que se muestra en la figura

P8.64 tiene un bucle circular de radio R en un plano vertical. a) Primero suponga que el carro apenas libra el bucle; en lo alto del bucle, los pasajeros están cabeza abajo y se sienten sin peso. Encuentre la altura requerida del punto de liberación sobre la parte baja del bucle en términos de R. b) Ahora suponga que el punto de liberación está en o arriba de la altura mínima requerida. Demuestre que la fuerza normal sobre el carro en la parte baja del bucle supera la fuerza normal en lo alto del bucle por seis veces el peso del carro. La fuerza normal sobre cada pasajero sigue la misma regla. Puesto que una fuerza normal tan grande es peligrosa y muy incómoda para los pasajeros, las montañas rusas no se construyen con bucles circulares en planos verticales. La figura P6.18 y la fotografía de la página 137 muestran dos diseños actuales.

Figura P8.64

65. **Problema de repaso.** En 1887, en Bridgeport, Connecticut, C.J. Belknap construyó el tobogán de agua que se muestra en la figura P8.65. Un pasajero en un pequeño trineo, de 80.0 kg de masa total, se empuja para arrancar en lo alto del tobogán (punto Ⓐ), con una rapidez de 2.50 m/s. El tobogán tiene 9.76 m de alto en la cima, 54.3 m de largo y 0.51 m de ancho. A lo largo de su longitud, 725 ruedas pequeñas hacen la fricción despreciable. Al momento de dejar el tobogán horizontalmente en su extremo inferior (punto Ⓒ), el pasajero pasa rozando el agua de Long Island Sound por hasta 50 m, “saltando como un guijarro plano”, antes de que llegue al reposo y nade a la orilla, jalando su trineo tras de él. De acuerdo con *Scientific American*, “La expresión facial de los novatos que toman su primer deslizamiento venturoso es bastante notoria, y las sen-saciones que experimentan son correspondientemente novedosas y peculiares”. a) Encuentre la rapidez del trineo y el pasajero en el punto Ⓒ. b) Modele la fuerza de la fricción del agua como una fuerza retardadora constante que actúa sobre una partícula. Encuentre el trabajo invertido por la fricción del agua para detener al trineo y al pasajero. c) Hallar la magnitud de la fuerza que ejerce el agua sobre el trineo. d) Encuentre la magnitud de la fuerza que el tobogán ejerce sobre el trineo en el punto Ⓑ. e) En el punto Ⓒ, el tobogán es horizontal pero curvo en el plano vertical. Suponga que su radio de curvatura es 20.0 m. Encuentre la fuerza que el tobogán ejerce sobre el trineo en el punto Ⓒ.

Grabado de *Scientific American*, julio de 1888

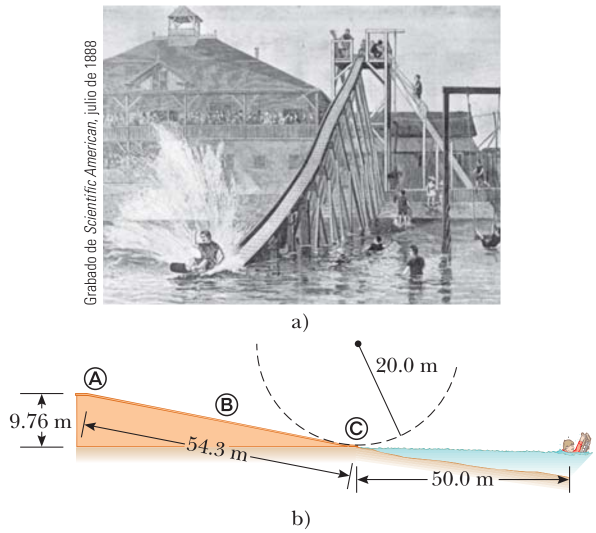


Figura P8.65

66. Considere la colisión bloque–resorte discutida en el ejemplo 8.8. a) En el inciso (B), para la situación en que la superficie ejerce una fuerza de fricción sobre el bloque, demuestre que el bloque nunca llega de regreso a $x = 0$. b) ¿Cuál es el valor máximo del coeficiente de fricción que permitiría al bloque regresar a $x = 0$?

Respuestas a las preguntas rápidas

8.1 a). Para el televisor, la energía entra mediante transmisión eléctrica (a través del cable eléctrico). La energía sale mediante calor (de las superficies calientes hacia el aire), ondas mecánicas (sonido de las bocinas) y radiación electromagnética (de la pantalla). b) Para la podadora de gasolina, la energía entra mediante transferencia de materia (gasolina). La energía sale mediante trabajo (sobre las hojas de pasto), ondas mecánicas (sonido) y calor (de las superficies calientes hacia el aire). c) Para el sacapuntas manual, la energía entra mediante trabajo (de su mano que da vuelta al sacapuntas). La energía sale mediante trabajo (invertido sobre el lápiz), ondas mecánicas (sonido) y calor debido al aumento de temperatura por fricción.

8.2 **i)**, b). Para el bloque, la fuerza de fricción de la superficie representa una interacción con el medio ambiente. **ii)**, b). Para la superficie, la fuerza de fricción del bloque representa una interacción con el medio ambiente. **iii)**, a). Para el bloque y la superficie, la fuerza de fricción es interna al sistema, así que no hay interacción con el medio ambiente.

8.3 a). La roca tiene el doble de energía potencial gravitacional asociada con ella en comparación con la de la roca más ligera. Puesto que la energía mecánica de un sistema aislado se conserva, la roca más de gran masa llegará al suelo con el doble de energía cinética que la roca más ligera.

8.4 $v_1 = v_2 = v_3$. La primera y tercera bolas aceleran después de ser lanzadas, mientras que la segunda bola frena al inicio pero acelera después de llegar a su pico. Las trayectorias de las tres bolas son parábolas, y las bolas tardan diferentes intervalos de tiempo en llegar al suelo porque tienen distintas velocidades iniciales. Sin embargo, las tres bolas tienen la misma rapidez en el momento en que golpean el suelo porque todas parten con la misma energía cinética y porque el sistema bola–Tierra se somete al mismo cambio en energía potencial gravitacional en los tres casos.

8.5 c). Los frenos y el camino son más calientes, así que su energía interna aumentó. Además, el sonido del derrape representa transferencia de energía que se aleja mediante ondas mecánicas.

2 = intermedio; 3 = desafiante; ▭ = razonamiento simbólico; ● = razonamiento cualitativo