Interval de confiança del 95 %
per a la proporció p de fumadors.

$$\sum_{i=1}^{n} X_i \sim B(n,p) \qquad n = 400$$

$$\bar{X}_n = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i}{n}$$ és la mitjana de la mostra, la proporció de fumadors a la mostra

$$\bar{X} \simeq N\left(p, \frac{p(1-p)}{n}\right)$$

per el teorema del límit centra la mitjana mostral té distribució aproximadament normal.

$$\frac{\bar{X}_n - p}{\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}} \simeq N(0,1)$$

Com no coneixem la p teòrica del denominador prenem

$$\frac{\bar{X}_n - p}{\sqrt{\frac{\bar{X}(1-\bar{X})}{n}}} \simeq N(0,1)$$

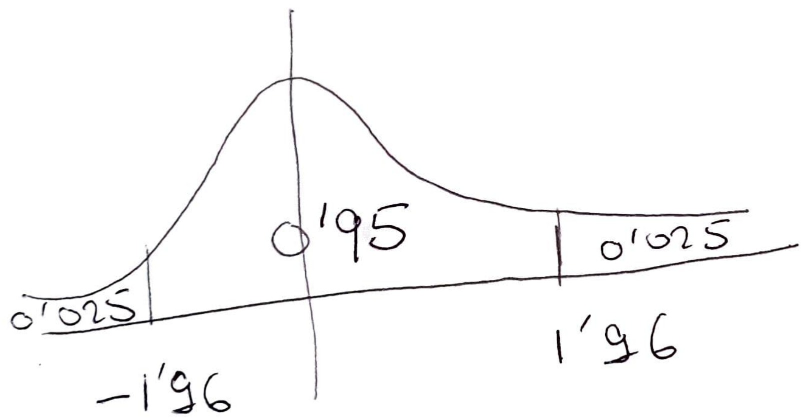
Interval de confiança per a p

$$\left[\bar{x} - U_\gamma\sqrt{\frac{\bar{x}(1-\bar{x})}{n}}\ ,\ \bar{x} + U_\gamma\sqrt{\frac{\bar{x}(1-\bar{x})}{n}}\right]$$

on $\bar{x}$ és la mitjana mostral

$$\bar{x} = \frac{180}{400} = 0'45$$

$$U_{0'95} = \text{qnorm}(0'975) = \boxed{1'96}$$



$$1 - \frac{(1-\gamma)}{2}$$

$$= 1 - \frac{(1-0'95)}{2}$$

$$= 0'975$$

$$\left[0'45 - 1'96\sqrt{\frac{0'45 \cdot 0'55}{400}}\ ,\ 0'45 + 1'96\sqrt{\frac{0'}{4}}\right.$$

$$= [0'4012\ ,\ 0'499]$$

Longitud de l'interval

$$\left(\bar{x} + U_\gamma \sqrt{\frac{\bar{x}(1-\bar{x})}{n}}\right) - \left(\bar{x} - U_\gamma \sqrt{\frac{\bar{x}(1-\bar{x})}{n}}\right)$$

$$= 2 \cdot U_\gamma \sqrt{\frac{\bar{x}(1-\bar{x})}{n}}$$

$U_\gamma = 1'96$

n ?

$\bar{x} = 0'45$

$$2 \cdot 1'96 \sqrt{\frac{0'45 \cdot 0'55}{n}} \leq 0'02$$

$$\sqrt{n} \geq \frac{2 \cdot 1'96 \cdot \sqrt{0'45 \cdot 0'55}}{0'02}$$

$$= 97'5081$$

$$n \geq 9507'96$$

$$\boxed{n = 9508}$$

c) $0'4 \notin [0'4012, 0'499]$

No podem acceptar que la proporció de ... del 40% (però "quasi"