Pràctica 3: LA FUNCIÓ D'EULER

1. Esbrina el significat de les funcions següents del *Mathematica*:

```
Outer[f, list1, list2, ... ]
Count[list, pattern]
Range[imax]
Select[list, crit]
#, &
```

i posa't exemples per a comprendre'n el significat:

```
Outer[f, {a, b}, {1, 2, 3}]
Count[{a, b, c, d, a, b, c, hola}, a]
Range[23]
Select[{a1,4,2,7,6a}, EvenQ]
Select[{a1,4,2,7,6a}, #>2&]
```

2. Explica l'exemple següent:

```
Outer[GCD, {3}, {6,7,9}]
```

Defineix una funció que, donat un enter n, proporcioni el $\mathrm{mcd}(m, n)$ per a tots els enters $1 \leq m \leq n$.

```
mcdamb[n_] :=
```

3. Utilitza les funcions anteriors per a definir una nova funció, $\varphi(n)$, que, donat un enter n, compti el nombre de nombres primers amb n i més petits que n.

```
phi[n_]:=
```

4. Defineix una funció que, donat un enter n, proporcioni tots els nombres primers amb n i més petits que n.

```
primersamb[n_]:= Select[Range[n],GCD[#1,n]==1&]
```

5. Esbrina el significat de la funció `EulerPhi[n]` del *Mathematica*. Compara els seus valors amb els de la teva funció.

```
Table[phi[n]-EulerPhi[n]==0, {n,100}]
```

6. Comprova experimentalment les propietats següents de la funció d'Euler:

(i) $\varphi(1) = 1$.

(ii) $\varphi(m\,n) = \varphi(m)\varphi(n)$, si $\mathrm{mcd}(m, n) = 1$.

(iii) $\varphi(p^m) = p^m - p^{m-1}$, per a tot p primer, $m \geq 1$.