Representació de nombres en punt flotant

- La notació entera no permet representar la ampla gama de nombres que deriven de qualsevol càlcul científic.

Punt flotant

exponent E i mantissa M

$$N = M \cdot B^E$$

- On B és la base, normalment B=2.
- L'exponent i la mantissa són enters de longitud determinada
- L'exponent sol tenir entre 5 i 20 bits i la mantissa, de 8 a 100.
- Nombres negatius. Representació signe-mòdul

Signe (S)	Exponent (E)	Mantissa (M)

Normalització

Normalització, per evitar que un mateix número tingui diverses representacions

$$0{,}001 \cdot 2^3 = 0.01 \cdot 2^2$$

Dues regles de Normalització, que es poden usar indistintament:

- (i) El dígit més significatiu diferent de 0 ha d'estar immediatament **després** del punt: 0,10110
- (ii) El dígit més significatiu diferent de 0 ha d'estar immediatament **abans** del punt: 1,0110

Un número es normalitza desplaçant els bits de la mantissa tants llocs a l'esquerra (o a la dreta) fins que es compleixi una de les condicions anteriors, i després restant (o sumant) a l'exponent el valor del número de llocs desplaçats.

Per exemple amb la regla (i):

$0{,}001101 \cdot 2^5 = 0{,}1101 \cdot 2^3$
$101{,}110 \cdot 2^4 = 0{,}101110 \cdot 2^7$

Per exemple amb la regla (ii):

$0{,}001101 \cdot 2^5 = 1{,}101 \cdot 2^2$
$1100{,}001 \cdot 2^6 = 1{,}100001 \cdot 2^9$

Polarització

- **La representació del zero encara provoca problemes**. Quan la mantissa és 0, l'exponent pot tenir qualsevol valor ($0 \cdot 2^E = 0$),

- Un exponent negatiu gran representa els números que s'aproximen gradualment a zero

- També és aconsellable designar el grup de bits format tot per 0's com el "zero", així les representacions del zero en punt fix i flotant són idèntiques. Per això cal que l'exponent 00…00 correspongui a l'exponent més negatiu, $-E_M$.

- L'exponent es calcula restant-li E_M al camp exponent del número en punt flotant. Es diu que l'exponent està **polaritzat** E_M

El valor de l'exponent pot considerar-se com el nombre de desplaçaments que cal fer per normalitzar la mantissa (dins del marge $1/2 \leq |M| < 1$).

Si $|M| > 1$ s'ha de desplaçar a la dreta i sumar a l'exponent el mateix nombre de posicions, per exemple: N = 101.101 pot escriure's com $N = 2^3 (.101101)$.

En canvi, si $|M| \leq ½$, la mantissa es desplaça cap a l'esquerra, de manera que el bit més significatiu és 1 i ara l'exponent es resta el nombre de posicions desplaçades.

Format estàndard IEEE 754

- 1985 IEEE estableix estàndard - màxima compatibilitat entre sistemes.

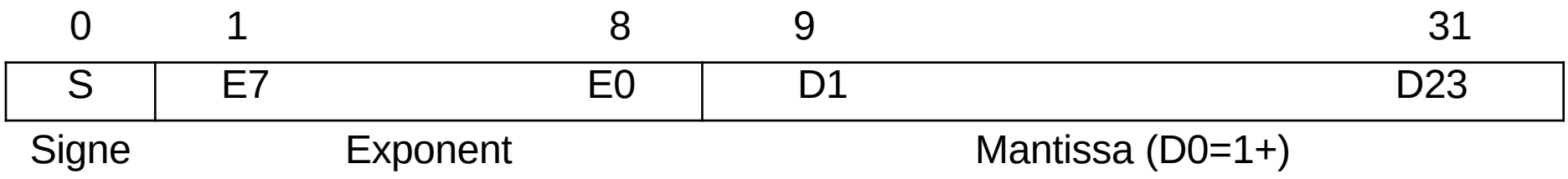
- Tres tipus de representació de nombres reals en punt flotant, segons la precisió:

real curt (32 bits)

real llarg (64 bits)

real temporal (80 bits)

El **Real-curt** 32 bits (4 bytes):
1 bit per al signe, 8 bits per a l'exponent i 23 per a la mantissa (regla ii):



$$N = (-1)^S \, 2^{EXP-127} \left(1 + \sum_{1}^{23} \frac{D_i}{2^i}\right)$$

Bit fantasma

Per exemple:

```
0  00000000  00000000000000000000000  = 0
1  01111111  00000000000000000000000  = -1
0  11111111  00000000000000000000000  = +∞
1  10000010  01110110000000000000000  = -11,625
0  11111111  01010111100110101000011  = NaN
```

SUMA I RESTA

- És directa si ambdós números tenen el mateix exponent
- Si l'exponent és diferent cal **ALINEAMENT:**
- Desplaçar mantissa del núm. de menor exp. El desplaçament ve determinat per la resta dels dos exps.

X = 0 10000101 10100000000000000000000 ($2^6 \cdot$ 1,101) (bit fantasma implícit és 1)
Y = 0 10001010 10110100000000000000000 ($2^{11} \cdot$ 1,101101)

Cal desplaçar la mantissa d'X 5 llocs a la dreta i posar l'exponent a 11.
Aleshores:

$$\begin{array}{r} 0{,}00001101 \cdot 2^{11} \\ +\ 1{,}101101 \cdot 2^{11} \\ \hline 1{,}11000001 \cdot 2^{11} \end{array}$$

MULTIPLICACIÓ I DIVISIÓ

Multiplicació (divisió) es multipliquen (divideixen) les mantisses i se sumen (resten) els exponents.

Per exemple,
si $X = 2^{Ex} \cdot M_x$; $Y = 2^{Ey} \cdot M_y$, tenim que:

$$X \cdot Y = (2^{Ex+Ey})\ (M_x \cdot M_y) = 2^{Ev} \cdot M^v$$

$$X/Y = (2^{Ex-Ey})(M_x/M_y) = 2^{Ew} \cdot M_w$$

El resultat ha de normalitzar-se per tal de complir les regles inicials.