

1. Per a cada $n \in \mathbb{N}$, sigui la funció $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida per

$$f(x) = \begin{cases} x^n \cos\left(\frac{1}{x^2}\right) & \text{si } x \neq 0 \\ 0 & \text{si } x = 0. \end{cases}$$

- (a) Trobeu els $n \in \mathbb{N}$ per els que f és derivable en $x = 0$.
(b) Determineu els $n \in \mathbb{N}$ per els que f' és contínua a tot \mathbb{R} .

2. Calculeu els límits següents (si existeixen):

(a) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sin x - \cos x}{\cos(2x)}$

(b) $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin x}{1 + \cos x}$

(c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\ln x)^{1/x}$

(d) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\ln x)^{e^{-x}}$