Física. Enginyeria Informàtica. Tercera entrega de problemes.

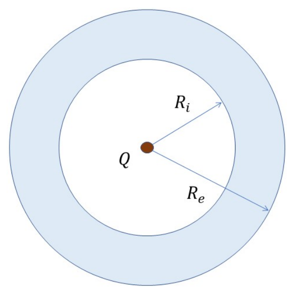
Curs 2020-2021. Semestre de primavera

Considereu una esfera metàl·lica amb una cavitat concèntrica buida tal com s'indica a la figura. El radi interior de l'esfera és de 10 cm i l'exterior de 15 cm. Col·loquem una càrrega al centre de magnitud $Q = 10\ \mu$C. Suposant que l'esfera es troba en el buit, calculeu:

a) El camp elèctric en tot l'espai (des de $r = 0$ fins $r > R_e$)

b) El potencial elèctric (des de $r = 0$ fins $r > R_e$)

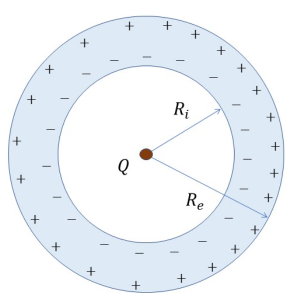
c) La càrrega a R_i i a R_e.



En un conductor en equilibri el camp interior és zero, de manera que ja podem dir que:

$$\vec{E} = 0 \qquad R_i < r < R_e.$$

Per a que això sigui possible, i com les càrregues estan a la superfície, tindrem que a la superfície interior la càrrega serà $-Q$ i a l'exterior Q.



Amb aquesta configuració de càrregues mantenim la càrrega neutra a l'esfera conductora i el camp interior nul, si atenem al teorema de Gauss:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q_{int}}{\epsilon_r \epsilon_\circ}.$$

Això també es pot entendre per causa de l'atracció que exerceix sobre els electrons la càrrega puntual que hi ha al centre de l'esfera. D'aquesta manera l'esfera quedarà polaritzada, i a $r = R_e$ la càrrega serà Q. Aleshores,

$$\vec{E} = \kappa \frac{Q}{r^2}\hat{r} \qquad r < R_i \qquad r > R_e$$

Per calcular el potencial emprem la relació:

$$dV = -\vec{E} \cdot d\vec{r}.$$

Imposarem, com és habitual, que a l'infinit els potencial es fa zero, i tindrem, per $r > R_e$:

$$\int_r^\infty dV = -\int_r^\infty \kappa \frac{Q}{r^2},$$

O sigui:

$$V(r) = \kappa \frac{Q}{r}.$$

Això vol dir que a la superfície externa el potencial és:

$$V(R_e) = \kappa \frac{Q}{R_e},$$

i com el camp a l'interior és zero, aquest serà el valor del potencial a l'esfera conductora. Per $r < R_i$ tindrem:

$$\int_r^{R_e} dV = -\int_r^{R_e} \kappa \frac{Q}{r^2}.$$

És a dir:

$$V(r) = \kappa Q \left(\frac{1}{r} + \frac{1}{R_e} - \frac{1}{R_i} \right).$$

Esquemàticament: