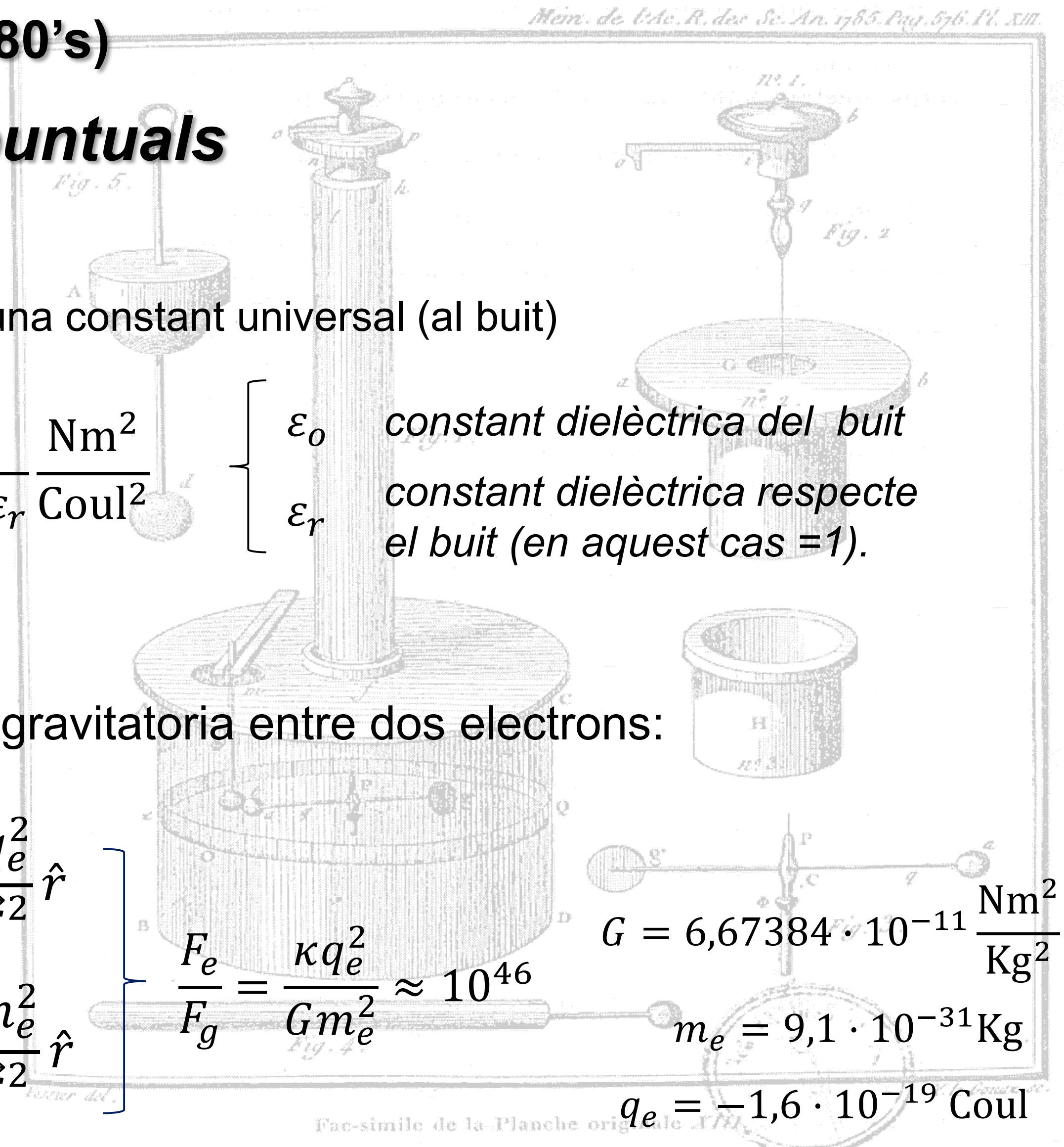
Llei de Coulomb (1780's)

Força entre càrregues puntuals



$$\vec{F} = \kappa \frac{Qq}{\vec{r}^2}\hat{r}$$

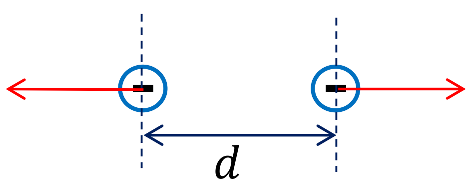
κ És una constant universal (al buit)

$$\kappa = 8{,}98 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{Coul}^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o\varepsilon_r}\frac{\text{Nm}^2}{\text{Coul}^2}$$

ε_o *constant dielèctrica del buit*

ε_r *constant dielèctrica respecte el buit (en aquest cas =1).*

Si comparem la força eléctrica i la gravitatoria entre dos electrons:



$$\vec{F}_e = \kappa \frac{q_e^2}{\vec{r}^2}\hat{r}$$

$$\vec{F}_g = G \frac{m_e^2}{\vec{r}^2}\hat{r}$$

$$\frac{F_e}{F_g} = \frac{\kappa q_e^2}{G m_e^2} \approx 10^{46}$$

$$G = 6{,}67384 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Nm}^2}{\text{Kg}^2}$$

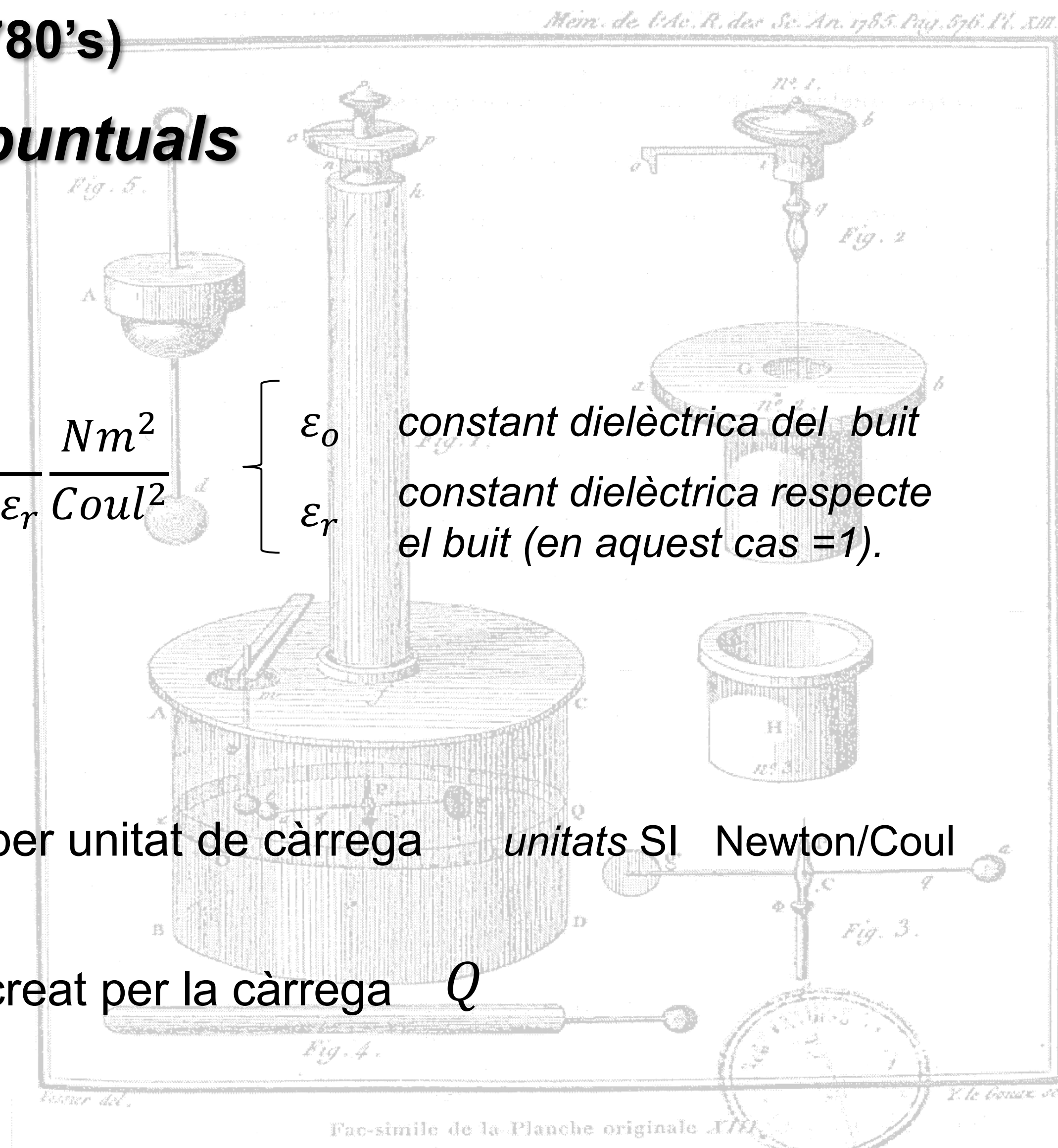
$$m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}\text{Kg}$$

$$q_e = -1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \text{Coul}$$

Per què la matèria es manté cohesionada?

Llei de Coulomb (1780's)

Força entre càrregues puntuals



$$\vec{F} = \kappa \frac{Qq}{\vec{r}^2}\hat{r}$$

$$\kappa = 8{,}98 \cdot 10^9 \frac{Nm^2}{Coul^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o\varepsilon_r}\frac{Nm^2}{Coul^2}$$

ε_o *constant dielèctrica del buit*

ε_r *constant dielèctrica respecte el buit (en aquest cas =1).*

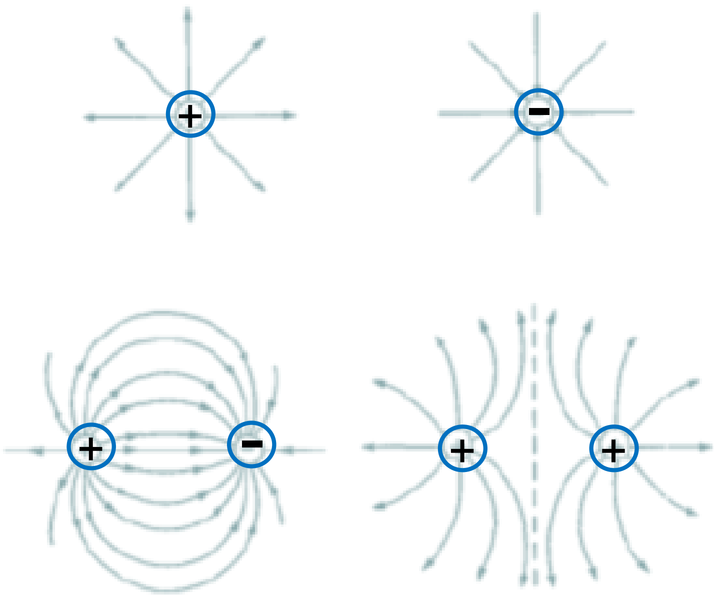
Camp elèctric

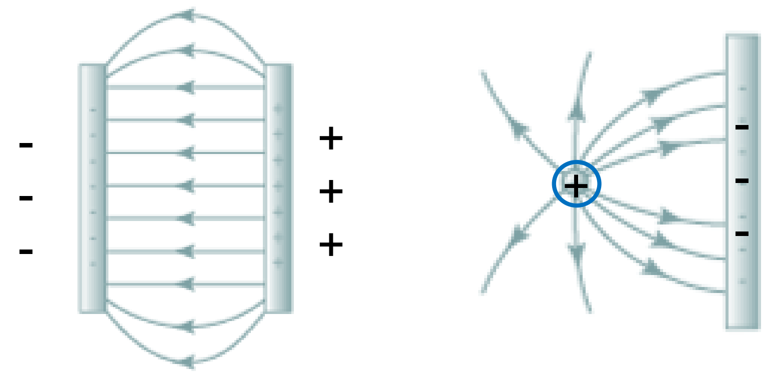
$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$$ Força per unitat de càrrega *unitats* SI Newton/Coul

$$\vec{E} = \kappa \frac{Q}{\vec{r}^2}\hat{r}$$ Camp creat per la càrrega Q

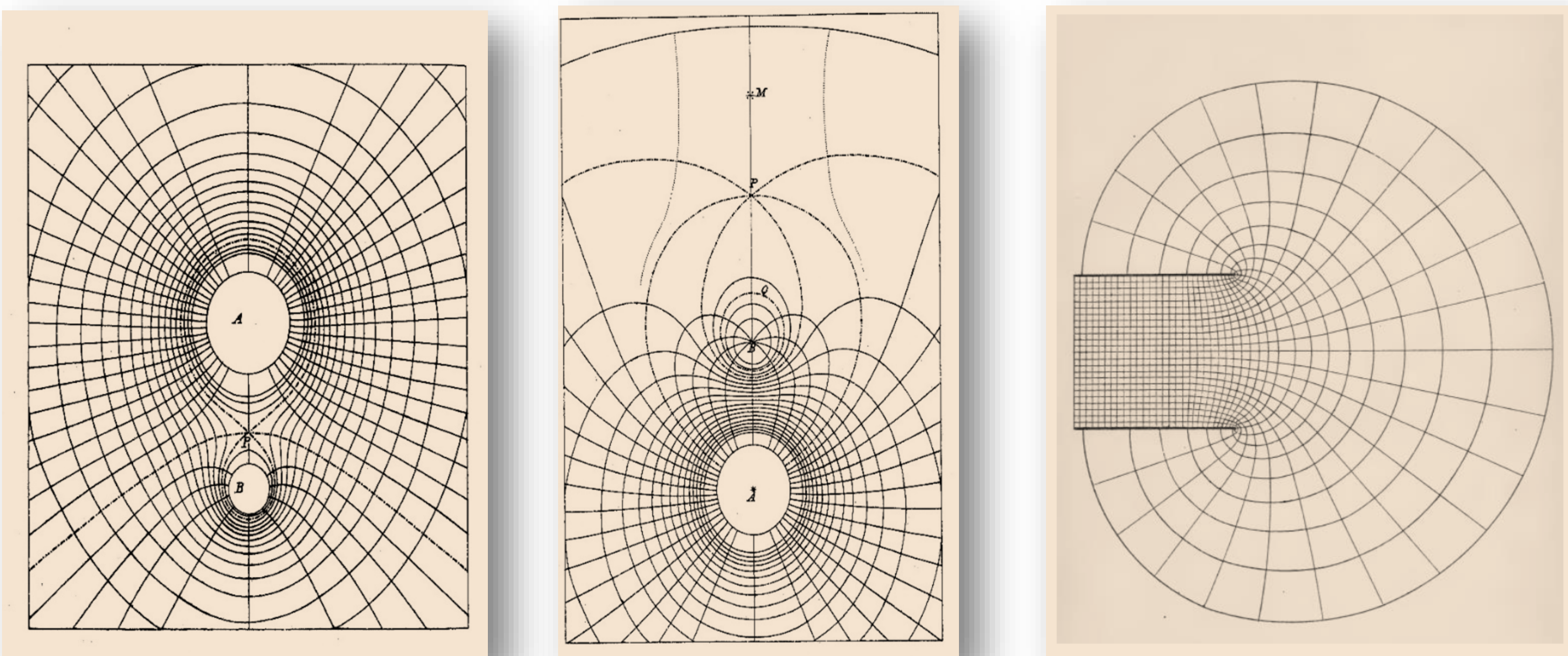
Línies de força

Indiquen la direcció de la força que sentiría una càrrega positiva situada a cada punt: ***la força és la tangent a la línia de força***. En general, la trajectòria resultant no seguiría la línea de força.





Línies de força i superfícies equipotencials



Del *Treatise* de Maxwell (1873). Línies de força elèctriques i superfícies equipotencials. A l’esquerra, dos cossos carregats positivament. Al mig, un cos positiu (a sota) i un negatiu (a sobre). A l’esquerra, un condensador planoparal·lel.

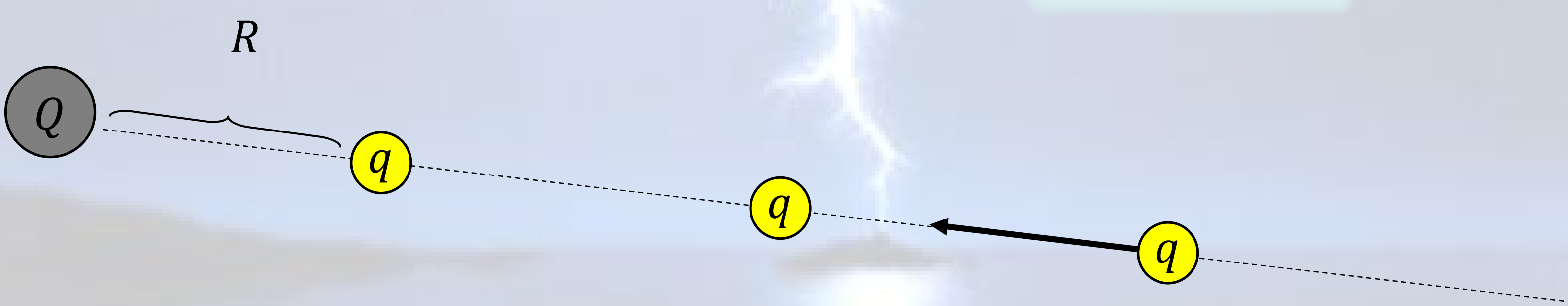
Energia potencial electrostàtica

La força elèctrica és conservativa: podem definir una energia potencial.

Si calculem el treball que fa el camp quan portem una càrrega *q* des de molt lluny (origen d'energia potencial: per conveni $E_P = 0$) fins a una distància *r* de Q obtenim:

$$W = \int_{\infty}^{r} \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_{\infty}^{r} \kappa \frac{qQ}{r^2} dr = \left(-\kappa \frac{qQ}{r}\right)_{\infty}^{r} = -\kappa \frac{qQ}{r} \Rightarrow E_P = \kappa \frac{qQ}{r}$$

$$W_{FC} = -\Delta E_P$$



Energia potencial electrostàtica

La força elèctrica és conservativa: podem definir una energia potencial.

Si calculem el treball que costa portar una càrrega *q* des de molt lluny (origen d'energia potencial: per conveni $E_P = 0$) fins a una distància *r* de Q obtenim:

$$W = \int_{\infty}^{r} \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_{\infty}^{r} \kappa \frac{qQ}{r^2} = \left(-\kappa \frac{qQ}{r}\right)_{\infty}^{r} = -\kappa \frac{qQ}{r} \Rightarrow E_P = \kappa \frac{qQ}{r}$$

Es defineix **potencial elèctric** com l'energia potencial per unitat de càrrega:

$$\boxed{V = \frac{E_P}{q} = \kappa \frac{Q}{r}}$$

S.I. $\quad \mathrm{volt} = \dfrac{\mathrm{joule}}{\mathrm{Coul}}$

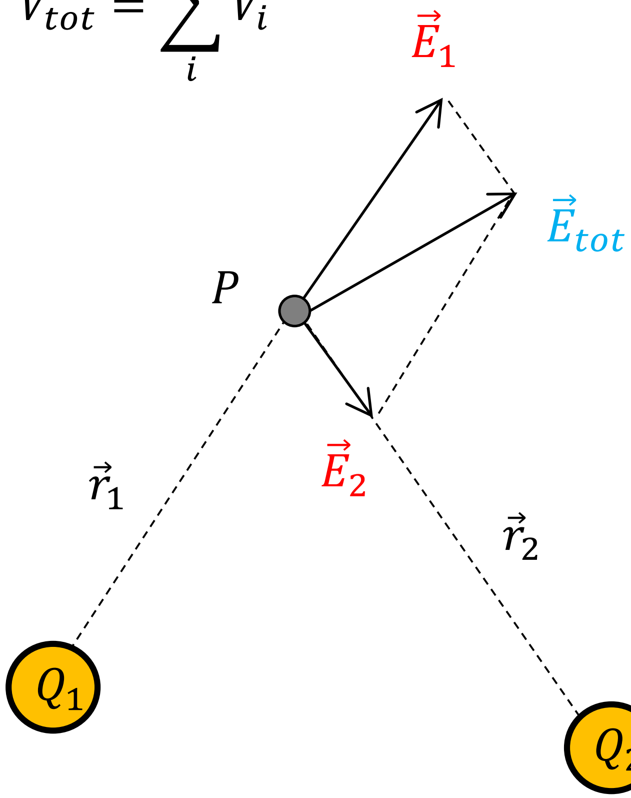
El camp elèctric és una magnitud vectorial; el potencial elèctric és una magnitud escalar. Ambdues satisfan el **principi de superposició**

$$\vec{E}_{tot} = \sum_i \vec{E}_i \qquad V_{tot} = \sum_i V_i$$

El camp elèctric és una magnitud vectorial; el potencial elèctric és una magnitud escalar. Ambdues satisfan el **principi de superposició**

$$\vec{E}_{tot} = \sum_i \vec{E}_i \qquad V_{tot} = \sum_i V_i$$

Per exemple:



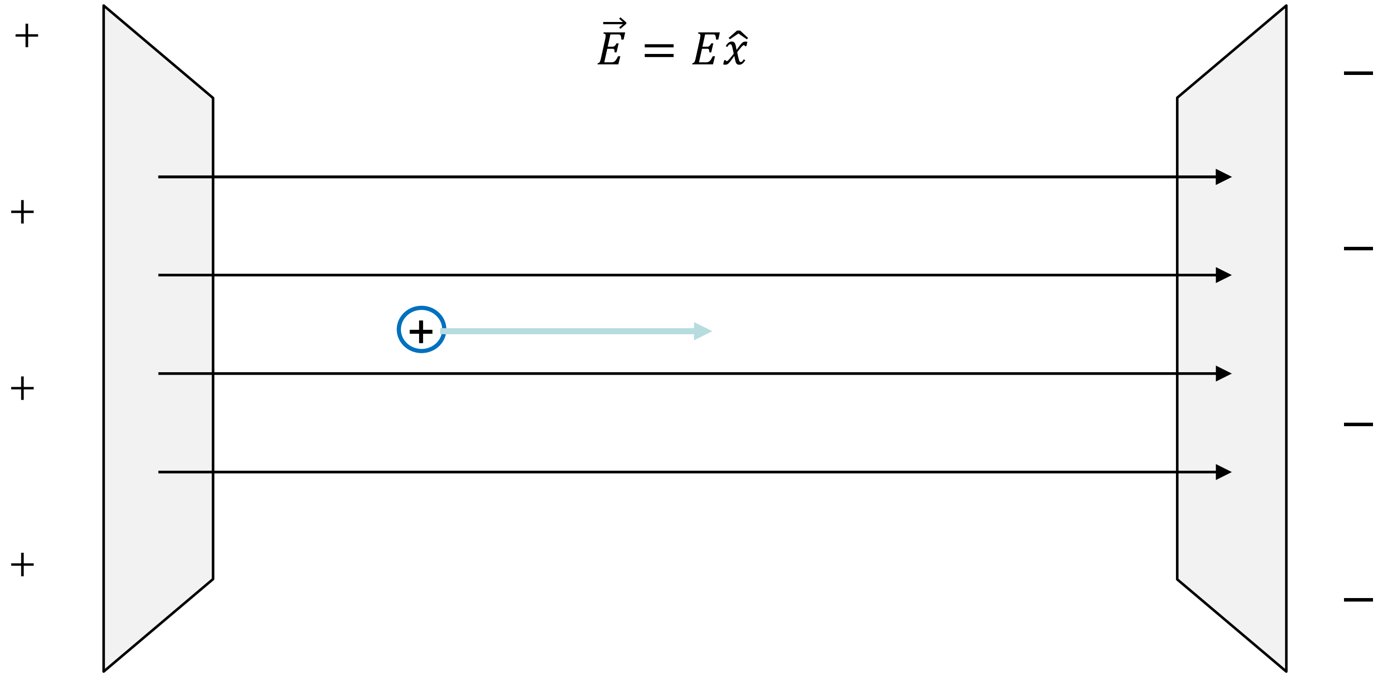
$$Q_1 = -3Q_2 > 0$$

en el punt P

$$\vec{E}_P = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = \kappa \left(\frac{Q_1}{\vec{r}_1^{\,2}} \hat{r}_1 + \frac{Q_2}{\vec{r}_2^{\,2}} \hat{r}_2 \right)$$

$$V_P = V_1 + V_2 = \kappa \left(\frac{Q_1}{|\vec{r}_1|} + \frac{Q_2}{|\vec{r}_2|} \right)$$

Per exemple



$$\left.\begin{aligned} v_o &= 0 \\ m_p &= 1{,}67 \cdot 10^{-27}\,\mathrm{Kg} \\ q_e &= 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{Coul} \end{aligned}\right\}$$

Quan valdrá la velocitat quan hagi recorregut una distancia *d*?

- Cinemàtica $d = \frac{1}{2}at^2$ $v = at$
- Energies $W_T = \Delta E_C$ $W_{FC} = -\Delta E_P$

Repàs

Camp elèctric $\vec{E} = \dfrac{\vec{F}}{q}$

Potencial elèctric $V = \dfrac{E_P}{q}$

$$W_{FC} = -\Delta E_P$$

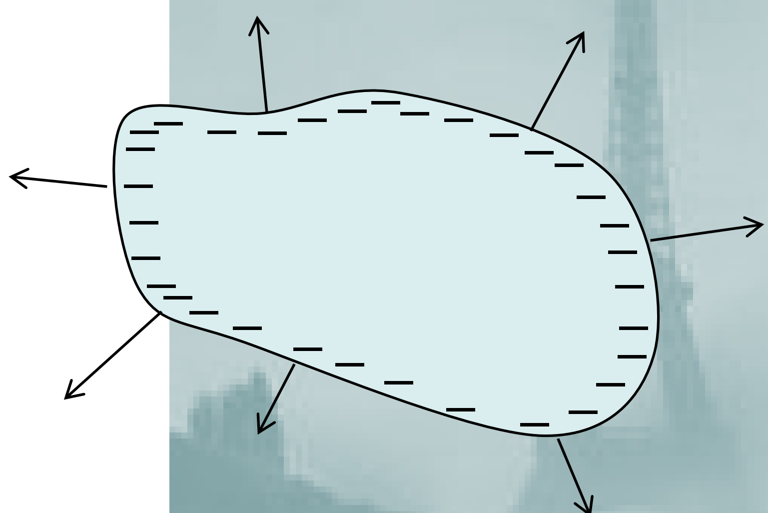
$$W_E = \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

$$\boxed{\vec{E} \cdot d\vec{r} = -dV}$$

$$\boxed{\vec{E} = -\vec{\nabla} \cdot V}$$

Material conductor

Les càrregues es poden moure lliurement: en equilibri electrostàtic van a la superficie



Equacions de Maxwell (en el buit)

Llei de Gauss

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_o} \qquad \vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_o}$$

Absència de monopols magnètics

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0 \qquad \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$$

Inducció magnètica: fonts magnètiques de corrents

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d}{dt} \int \vec{B} \cdot d\vec{S} \qquad \vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

Llei d'Ampère: fonts elèctriques de camps magnètics

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_o \int \vec{J} \cdot d\vec{S} + \mu_o \varepsilon_o \frac{d}{dt} \int \vec{E} \cdot d\vec{S} \qquad \vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_o \vec{J} + \mu_o \varepsilon_o \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

Teorema de Gauss

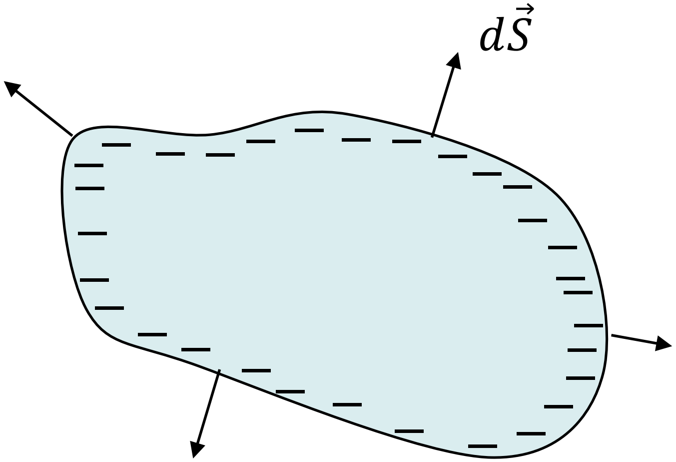
Distribucions de càrrega contínues

$$\Phi = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = 4\pi\kappa Q_{int} = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_r \varepsilon_o}$$

Φ es el flux de camp elèctric

A l'interior d'un conductor en equilibri electrostàtic el camp és nul i el potencial constant

$$\boxed{\vec{E} \cdot d\vec{r} = -dV}$$



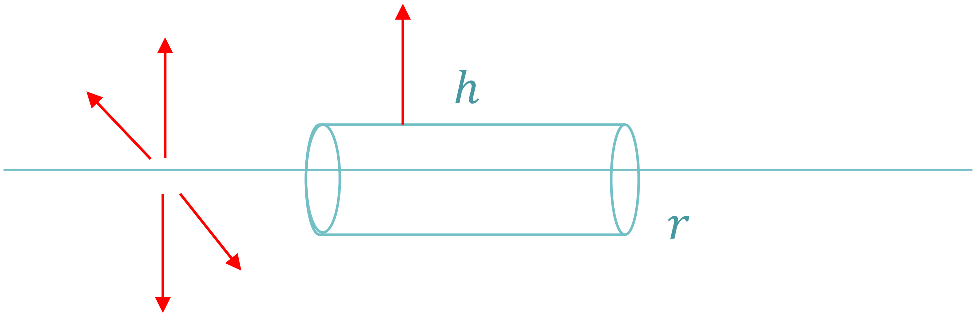
Teorema de Gauss

Casos amb simetries simples

$$\oint dS = A_T$$

$$\Phi = \oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = 4\pi\kappa Q_{int} = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_r \varepsilon_o}$$

Cable il·limitat

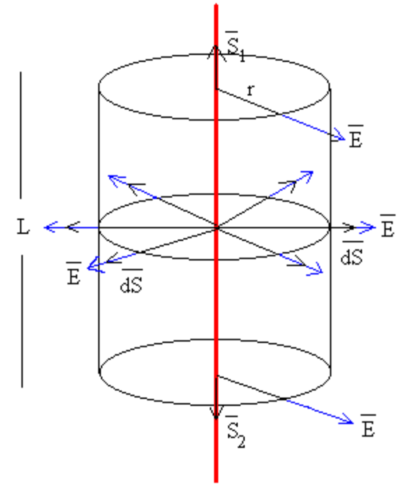


$$\lambda = \frac{\Delta Q}{\Delta l} = const.$$ *Densitat de càrrega*

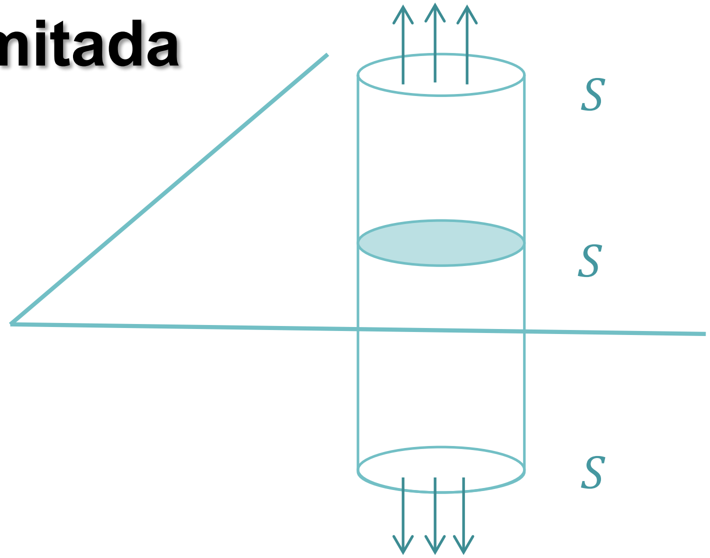
$$\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = E\oint_{p.lateral} dS + 2\oint_{tapes} E dS = E 2\pi r h = \frac{\lambda h}{\varepsilon_r \varepsilon_o}$$

$$\boxed{E = \frac{2\kappa\lambda}{r}}$$

[direcció radial]



Placa il·limitada



$$\sigma = \frac{dQ}{dA} = const.$$

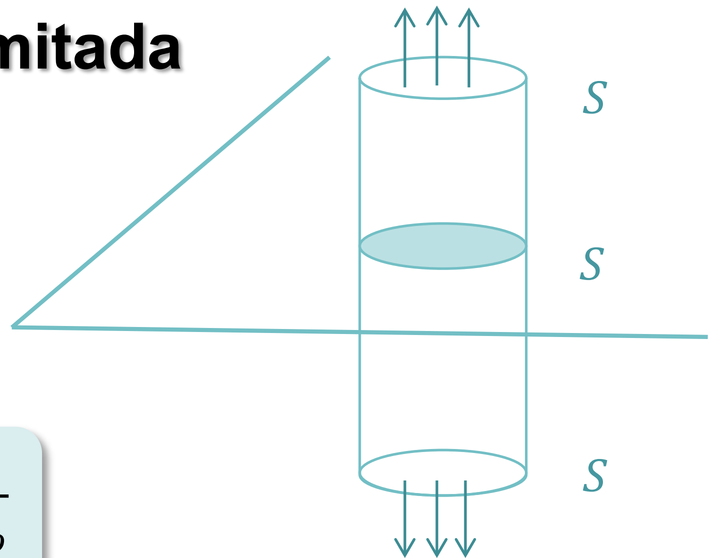
$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = 2ES = 4\pi\kappa\,\sigma S$$

$$E = \frac{4\pi\kappa\sigma S}{2S} = \frac{\sigma}{2\epsilon_o}$$

El camp no depèn de la distància a la placa perquè el fluxe no varia amb l' altura

$$dV = -Edy \;\;\Rightarrow\;\; V_a - V_b = -E(h_a - h_b)$$

Placa il·limitada



$$\sigma = \frac{dQ}{dA} = const.$$

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = 2ES = 4\pi\kappa\,\sigma S$$

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_o}$$

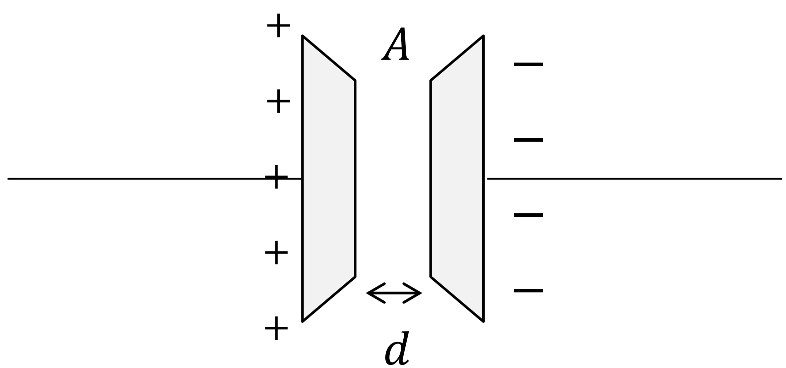
El camp no depèn de la distància a la placa perquè el fluxe no varia amb l' altura

Condensador plano-paral·lel

$$E_{int} = \frac{\sigma}{\epsilon_o}$$

$$dV = -Edx$$

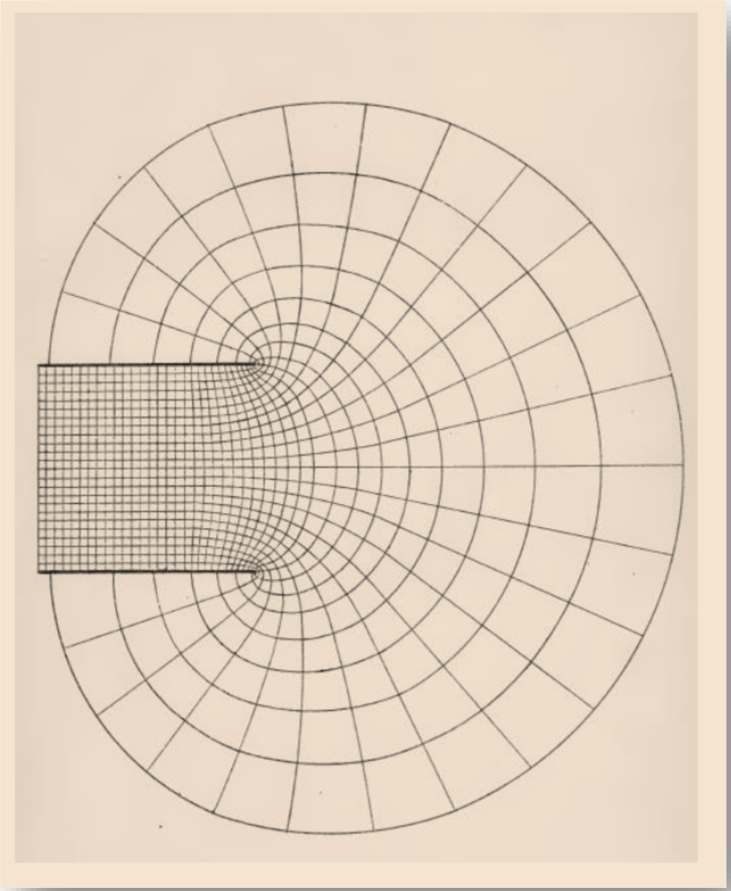
$$V = V_+ - V_- = Ed$$



Capacitat

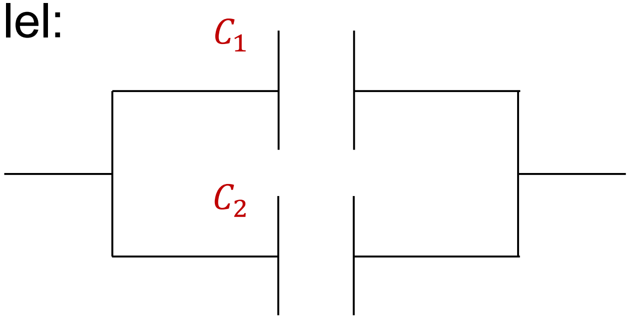
$$C = \frac{Q}{V} = \frac{\sigma A}{\sigma d}\varepsilon_o = \frac{A}{d}\varepsilon_o$$

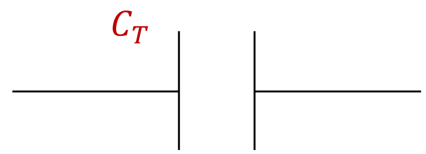
Placa limitada



Combinació de condensadors plano-paral·lels

Paral·lel:





$$V_1 = V_2 \qquad Q_T = Q_1 + Q_2$$

$$\Downarrow$$

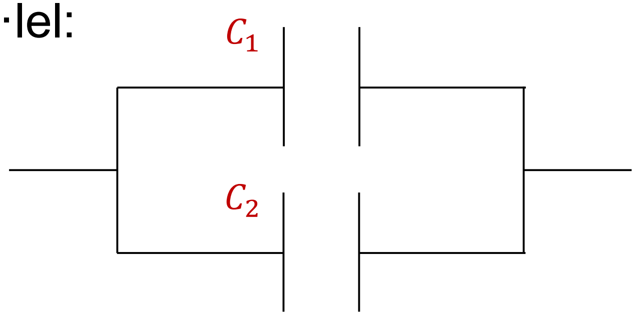
$$C_T V = C_1 V_1 + C_2 V_2$$

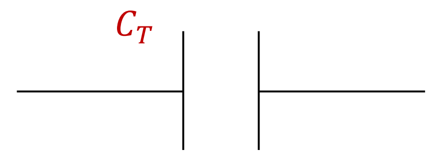
$$C = \frac{Q}{V}$$

$$\boxed{C_T = \sum_i C_i}$$

Combinació de condensadors plano-paral·lels

Paral·lel:





$$V_1 = V_2 \qquad Q_T = Q_1 + Q_2$$

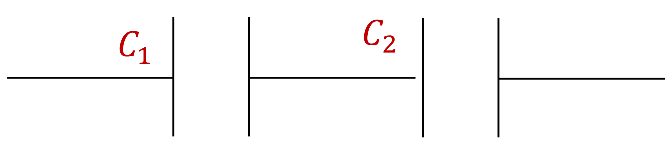
$$\Downarrow$$

$$C_T V = C_1 V_1 + C_2 V_2$$

$$C = \frac{Q}{V}$$

$$\boxed{C_T = \sum_i C_i}$$

Sèrie:



$$Q_1 = Q_2 \qquad V_T = V_1 + V_2$$

$$\Downarrow$$

$$\frac{Q}{C_T} = \frac{Q_1}{C_1} + \frac{Q_2}{C_2}$$

$$\boxed{\frac{1}{C_T} = \sum_i \frac{1}{C_i}}$$