LOGICA I LLENGUATGES

Curso 2021-2022

Examen final de problemas

Problema 1. (a) En una escuela hay 10 portátiles para uso docente, y hay 20 profesores que piden que se les asigne un portátil. Nos encargan entonces asignar los portátiles a los profesores de manera que a cada profesor hay que asignarle exactamente un portátil, y no se puede asignar un mismo portátil a dos profesores que tengan alguna de sus clases a la misma hora. Para ello, disponemos de una lista L de los pares de profesores que tienen alguna hora de clase en común.

Se pide entonces formalizar este problema mediante una fórmula proposicional en forma normal conjuntiva para que se pueda resolver por un SAT-solver. Para ello, para $i \in \{1, \ldots, 20\}$ y $j \in \{1, \ldots, 10\}$ considerar la proposición Pij que significa que "al profesor i se le asigna el portátil j.

(7 puntos)

(b) Demostrar por resolución que la fórmula $(\neg P \wedge \neg Q) \vee R$ es consecuencia lógica de la fórmula $(P \vee Q) \rightarrow R$.

(3 puntos)

Problema 2. (a) Consideremos el vocabulario $\sigma = \{a, f^1, P^1, Q^2\}$ y la σ-interpretación I definida de la siguiente forma:

- dominio de $I = \{0, 1\}$,
- $I(f(0)) = 1$, $I(f(1)) = 0$.
- $I(P) = \{1\}$,
- $I(Q) = \{(0, 0), (0, 1), (1, 1)\}$.

Determinar entonces, razonando la respuesta, si las siguientes fórmulas son verdaderas o falsas en I:

$\varphi_1 = \forall x Pxx$,

$\varphi_2 = \exists y \neg Qay$,

$\varphi_3 = \exists x(Pf(x) \wedge Qxf(a))$,

$\varphi_4 = \forall x \exists y(Py \wedge Qxy)$,

$\varphi_5 = \forall y \exists x Qf(x)y \rightarrow \exists x \forall y Qf(x)y$.

(7,5 puntos)

(b) Consideremos el vocabulario $\sigma = \{P^1, Q^1\}$. Demostrar que las fórmulas $\psi_1 = \forall x(Px \vee Qx)$ y $\psi_2 = \forall x Px \vee \forall x Qx$ no son lógicamente equivalentes.

(2,5 puntos)

Problema 3. Consideremos el autómata indeterminista $M = (\{A, B, C, D, E, F\}, \{0, 1\}, \Delta, A, \{D, F\})$ donde Δ está definida por la siguiente tabla:

A	0	A
A	1	A
A	1	C
A	λ	B
B	0	E
B	1	C
C	0	D
D	λ	F
E	1	F
F	0	D

Se pide entonces:

(1) Siguiendo el método visto en clase, trasformar el autómata M en un autómata determinista equivalente. (7 puntos)

(2) Programar en Java el autómata determinista obtenido en (1).

(3 puntos)

Problema 4. La siguiente gramática incontextual G genera una clase de instrucciones en un lenguaje de programación.

1. $S \longrightarrow \underline{do}\, Y\ \underline{while}\, (C);$

2. $Y \longrightarrow \underline{id}\ =\ E;$

3. $E \longrightarrow E * F$

4. $E \longrightarrow E/F$

5. $E \longrightarrow F$

6. $F \longrightarrow (E)$

7. $F \longrightarrow \underline{id}$

8. $F \longrightarrow \underline{int}$

9. $F \longrightarrow \underline{float}$

10. $C \longrightarrow C\ \&\&\ D$

11. $C \longrightarrow D$

12. $D \longrightarrow \underline{id}\ >=\ \underline{id}$

13. $D \longrightarrow \underline{id}\ >\ \underline{id}$

Se pide entonces:

(a) Dar una derivación en G para la palabra $\underline{do}\ \ \underline{id}\ =\ \underline{id} + \underline{float} - \underline{int}\ \ \underline{while}\ (\underline{id} > \underline{id}\ \&\&\ \underline{id} >= \underline{id});$

(1,5 puntos)

(b) Siguiendo el método visto en clase, construir el autómata con pila M asociado a G. (2,5 puntos)

(c) Explicar por qué G no es una gramática LL(1).

(1 punto)

(d) Aplicar las reglas de factorización y recursión a la gramática G.

(2 puntos)

(e) Construir la tabla de análisis de la gramática obtenida en (d).

(3 puntos)