ICC Pràctica 2: Interpolació polinomial

Objectiu: L'objectiu d'aquesta pràctica és implementar en C el mètode de les diferències dividides de Newton per a obtenir un polinomi interpolador i veure'n alguns exemples.

Estructurarem l'enunciat de la pràctica en diferents parts per tal de facilitar-ne la comprensió i la implementació de les funcions. Les diferents parts s'aniran explicant en les successives classes de laboratori d'ordinadors i l'enunciat s'anirà actualitzant progressivament.

Important: No es corregiran les entregues que no segueixin les indicacions indicades al llarg de l'enunciat i/o en les classes de laboratori d'ordinadors.

Organització dels fitxers:

- En començar la pràctica creeu un directori Cognom1Cognom2Nom_prac2 on anireu creant els diferents arxius en C de la pràctica (amb el nom que s'indica a l'enunciat).
- Les funcions principals estaran en fitxers main_XXX.c. La resta de funcions necessàries per compilar i executar els codis relatius a la resolució de sistemes lineals en el fitxer funs_interp.c.

Instruccions per entregar: A la corresponent tasca del Campus Virtual s'entregarà un únic fitxer Cognom1Cognom2Nom_prac2.tgz que contindrà exclusivament:

- Els arxius .c que s'indiquen al llarg de l'enunciat amb el codi C de les funcions programades per a la realització de la pràctica.
- El fitxer funs_interp.h amb les capçaleres de les funcions.
- Un fitxer .pdf amb una petita explicació del que s'ha fet, els resultats obtinguts, comprovacions fetes, detalls d'implementacions, respostes dels enunciats, etc. També cal afegir comentaris relatius a les qüestions Q que apareixen en l'enunciat.

Assegureu-vos que no hi ha cap altre arxiu en el directori: elimineu objectes, executables, ocults, etc.

Per crear l'arxiu .tgz executeu des del directori pare la comanda tar -czvf Cognom1Cognom2Nom_prac2.tgz ./Cognom1Cognom2Nom_prac2/

Data (límit) d'entrega: Divendres 10 de Desembre de 2021 a les 23:55h.

1. Implementeu una funció que avaluï un polinomi usant l'algorisme de Horner amb capçalera

double horner(double z, double *x, double *c, int n)

- Rebrà com a paràmetres: el valor on volem avaluar el polinomi z, el vector $x = (x_0, x_1, \ldots, x_n)$ d'abcisses, i el vector $c = (c_0, c_1, \ldots, c_n)$ de coeficients.
- La funció retornarà el valor

$$p(z) = \sum_{i=0}^{n} c_i \left(\prod_{j=0}^{i-1} (z - x_j) \right) .$$

Recordem que el mètode de Horner calcula p(z) de la següent forma:

$$p = c_n$$
, $\forall i = n - 1, n - 2, \dots, 1, 0 \quad p \leftarrow p * (z - x_i) + c_i$.

2. Implementeu una funció amb capçalera

per a calcular les diferències dividides de Newton.

- Rebrà com a paràmetres: les abcisses $\mathbf{x} = (x_0, x_1, \dots, x_n)$ i els valors de la funció a interpolar en les abcisses $\mathbf{f} = (f_0, f_1, \dots, f_n)$.
- A la sortida, el vector \mathbf{f} contindrà les diferències dividides associades a la taula de valors (x_i, f_i) , $i = 0, 1, \ldots, n$.
- Si el procés s'ha pogut fer sense cap entrebanc, la funció retorna el valor 0. En canvi, si algun dels denominadors que surten en el procés té valor absolut menor que 10^{-12} llavors el procés no continua i la funció retorna el valor -1.

Les diferències dividides s'obtenen de forma recursiva com

$$f[i] = (f[i] - f[i-1])/(x[i] - x[i-k]) \quad \forall i = n, n-1, \dots, k \; ; \; \forall k = 1, 2, \dots, n \; .$$

Feu servir la forma recursiva anterior en la implementació.

Q: Com es relaciona la forma recursiva anterior amb l'esquema triangular del càlcul de les diferències dividides de Newton (p.11 slides de teoria)?

3. Implementeu una funció principal $main_taula.c$ que llegeixi les abcisses i les ordenades d'un fitxer, llegeixi el grau del polinomi n, llegeixi els extrems d'un interval [a, b], i escrigui en un fitxer el resultat d'avaluar el polinomi interpolador en una xarxa de 1000 punts equidistants en [a, b].

Useu la funció anterior per representar el polinomi interpolador $p_3(x)$ corresponent a la taula

Representeu $p_3(x)$ i els punts d'interpolació usant gnuplot.

Indicacions: Les dades corresponents es llegiran del fitxer taula.in, que contidrà dues columnes amb x_k i $f(x_k)$ respectivament. Nom del fitxer de sortida: p3taula.out.

Podeu representar la "corba" corresponent al polinomi interpolador i els punts de la taula a la vegada fent

Si guardeu la comanda de gnuplot anterior en el fitxer taula.gnu llavors podeu recuperar el dibuix escrivint load 'taula.gnu' des del gnuplot.