9 Exercicis i problemes

9.1 Trobeu per a quins valors dels paràmetres les matrius següents tenen inversa i calculeu-la:

$$\left(egin{array}{ccc} a & b \\ c & d \end{array}
ight), \qquad \left(egin{array}{cccc} 0 & a & b \\ a & 0 & c \\ b & c & 0 \end{array}
ight), \qquad \left(egin{array}{cccc} 0 & a & b \\ -a & 0 & c \\ -b & -c & 0 \end{array}
ight), \qquad \left(egin{array}{cccc} 3 & a & a & a \\ a & 3 & a & a \\ a & a & 3 & a \\ a & a & a & 3 \end{array}
ight).$$

9.2 Discutiu, segons els valors dels paràmetres $a, b \in \mathbb{R}$, el rang de les matrius

$$\begin{pmatrix} a & -1 & 0 \\ 1 & a^2 & 1+a^2 \\ 2 & 2 & 2+2a \end{pmatrix}, \qquad \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ b & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

9.3 Per a cada un dels sistemes d'equacions lineals que segueixen, trobeu, sense usar reducció, quines condicions han de complir els paràmetres $a, b, c \in \mathbb{R}$ per tal que siguin compatibles i, en aquest cas, trobeu-ne la solució.

$$\begin{cases} 3x + 2y + z = a \\ 5x + 3y + 3z = b \\ x + y - z = c \end{cases} \begin{cases} 3x + 2y + z = a \\ 5x + 3y + 4z = b \\ x + y - z = c \end{cases} \begin{cases} ax + y + z = 1 \\ x + ay + z = 1 \\ x + y + az = 1 \end{cases}.$$

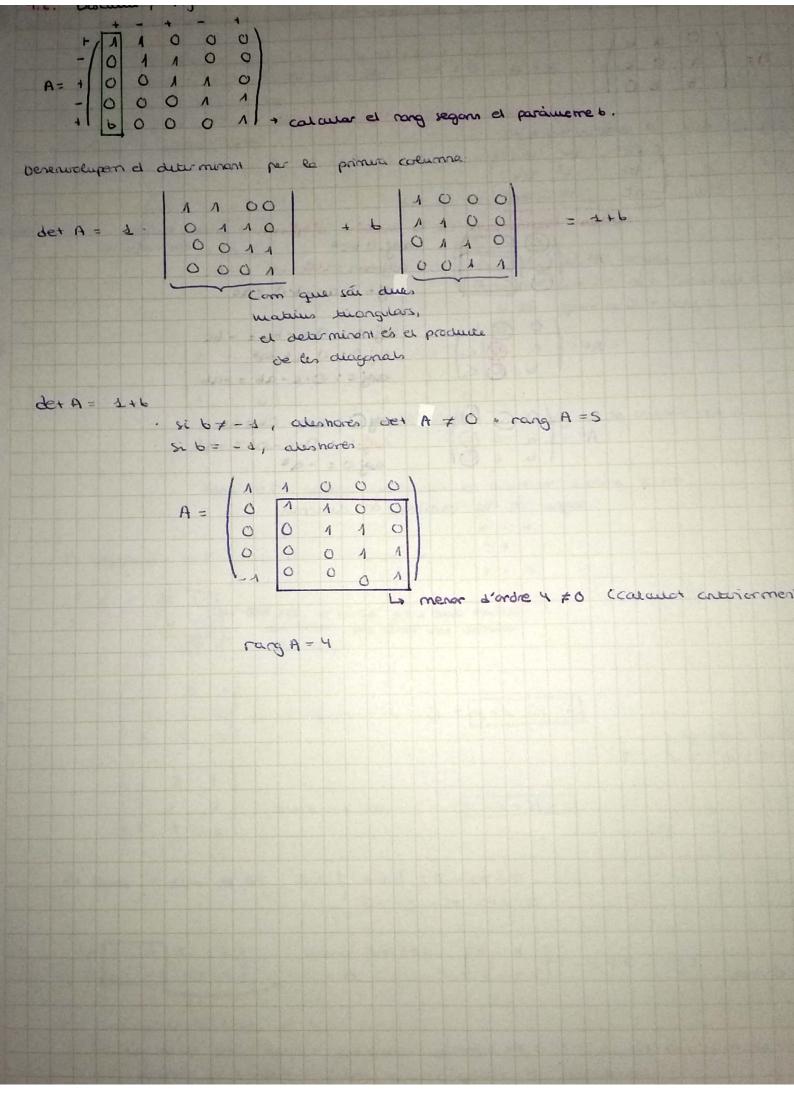
9.4 Es consideren els subespais de \mathbb{R}^4

$$F = \langle (1, -1, -1, -1), (1, -1, 3, 1), (1, -1, 1, 0) \rangle$$

y G, donat per les equacions

$$x + y + z - 2t = 0$$
 , $2x - y - 2z + 4t = 0$.

Sense usar reducció, calculeu unes equacions de F, així com bases i les dimensions de F y G; determineu $F \cap G$ y F + G, mitjançant una base o un sistema d'equacions, i doneu-ne les dimensions.



9.4. Es considerer subespais de 1R4. F = <(1,-1,-1,-1), (1,-1,3,1), (1,-1,1,0) C = { Sx - A - SF + Af = 0 11 Bane 1 dimensió de F: F = < (1, -1, -1, -1), (1, -1, 3, 1), (1, -1, 1,0) din F = rang matin La det d'ordre 2 \$0 a Cal calullar da orlata · is ide differents de O (almenys 1) + rang 3 · si sai iguais a 0 - rang z = 0 | -1 3 Com que des dos orlats vales o, el rang de le malin és dim F= 2 base de F : bectors volucions en el meror d'ordre z +0 7 (1, -1, 3, 1), (1, -1, 1, 0)4 2) Equación de F: necesitan dequación es orles per time me maine de range 0 = -t-2-4 +3t =0 = 14+2-2t=0 = t+2-x-3t=0= |x-2+2t=0| 6= 1 x+y+2-2+=0 3) Bane ; din de 6: Zx -y - 22 +4+=0 TO = 1 = -3 +0 - 19 = dun 6=2 menor garges Per calcular la bane de 6: · excellin un menor maximas diferent de 0 (en aquest can el de la clim) parsen a l'autre membre un incògniter no involuirade resolen et sisteme per cramer (per les incògnites medicionales

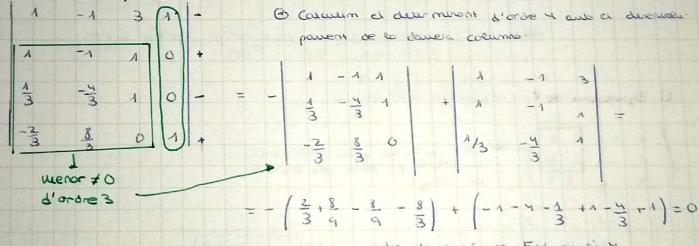
Domen voion attitrain a z it pur calcular la bane. 5 2=1, t=0 = (1/3, -4/3, 1.0)

$$x = \frac{1}{3} \begin{vmatrix} -1 & 1 \end{vmatrix} = \frac{1}{3}$$
 $y = \frac{1}{3} \begin{vmatrix} 1 & -1 \end{vmatrix} = \frac{-4}{3}$

$$X = \frac{1}{3} \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ -3 & -4 & -1 \end{vmatrix} = \frac{2}{3} \quad y = \frac{1}{3} \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 2 & -4 \end{vmatrix} = \frac{8}{3}$$

bone de 6 = 4 (113, -413, 1,0) (-213, 813, 0,1)}

31 Suna: F+6 reunir generators i treure bane



La dumentió de Fr6 no és 4

Com que el menor lues gran duferent de 0 es d'ordre 3, alenhanes rg = 3= dim Fte

vectors que formes la bare a vectors involucion en el menor 40 excellis