

**EXAMEN Final Gener 2019. TEORIA**

Indicar nom o NIUB i la resposta correcta a la taula del final del qüestionari

**1. La resistència del canal d'un NMOS a la regió de triode...**

- a) Només depèn de  $V_{gs}$ .
- b) Només depèn de  $V_{ds}$ .
- c) Depèn de  $V_{gs}$  i de  $V_{ds}$ .
- d) És sempre constant.
- e) No existeix cap resistència de canal en un NMOS.

**2. En un transistor NMOS en saturació...**

- a)  $V_D$  sempre ha de ser major que  $V_S$ .
- b)  $V_D$  sempre ha de ser major  $V_G$ .
- c) La font sempre ha de ser a terra.
- d) El transistor no funciona correctament.

**3. Què són els pols d'una funció a l'espai de Laplace?**

- a) Les arrels que anul·len el numerador.
- b) Les arrels que anul·len el denominador.
- c) Les arrels que fan 1 a la funció.
- d) Les arrels que fan inservible l'antitransformada de la funció.
- e) Els frigo-dedos.

**4. De la transformada de Laplace d'una bobina sabem que la corresponent impedància...**

- a) Augmenta amb la freqüència.
- b) Disminueix amb la freqüència.
- c) Augmenta amb el temps.
- d) Disminueix amb el temps.
- e) No depèn de la freqüència.

**5. Per poder determinar la transformació completa a l'espai de Laplace d'un condensador, necessitem saber...**

- a) el valor de C.
- b) C i el corrent que l'atravessa a  $t=0$ .
- c) C i la diferència de tensió del condensador a  $t=0$ .
- d) No existeix la transformada de Laplace d'un condensador.
- e) Un condensador es transforma en una bobina a l'espai de Laplace.

**6. Si obtenim l'antitransformada de Laplace  $x(t)$  d'un senyal  $X(s)$ , el valor de  $x(t=-1)$ ...**

- a) serà menor que 0.
- b) serà igual que  $x(t=1)$ .
- c) serà igual a -1.
- d) No podem saber el seu valor.

**7. La funció de transferència d'un circuit...**

- a) està definida a l'espai temporal.
- b) S'obté de la relació de senyals de sortida i entrada tenint en compte condicions inicials nul·les.
- c) S'obté sempre substituint  $s=0$ .
- d) S'obté multiplicant els senyals d'entrada i sortida.
- e) és una aplicació electrònica bancària.

**8. Per un circuit lineal, si l'entrada és sinusoidal, la sortida és:**

- a) No ho sabem a priori.
- b) Quadrada.
- c) Exponencial.
- d) Sinusoidal.
- e) Una recta.

**9. Si un diagrama de Bode d'amplitud ens dóna un guany de 40 dB per una determinada freqüència, si l'amplitud del senyal sinusoidal d'entrada és de 1V, quan val l'amplitud del senyal de sortida:**

- a) 0V.
- b) 1V.
- c) 10V.
- d) 100V.

**10. Tenim un circuit que té dos pols, els quals tenen part imaginària negativa. És estable aquest circuit?**

- a) Tots els circuits són estables.
- b) Sí.
- c) No.
- d) Tots els circuits amb pols són inestables.
- e) No ho podem saber amb aquesta informació.

**11. Si un circuit té dos pols i un zero a freqüència  $\omega=0$ , quin pendent tindrà el diagrama de Bode d'amplitud a freqüències molt baixes (menor que qualsevol de la resta de pols i zeros)?**

- a) 0dB/dècada.
- b) 20dB/dècada.
- c) 40dB/dècada.
- d) -20dB/dècada.
- e) -40dB/dècada.

**12. La freqüència de tall d'un filtre passa-baixos es defineix com...**

- a) la freqüència per la qual el guany es de 0dB.
- b) la freqüència per la qual el guany es de -3dB.
- c) la freqüència per la qual el guany ha disminuït en 3dB respecte el guany a baixes freqüències.
- d) la freqüència per la qual el guany ha augmentat en 3dB respecte el guany a baixes freqüències.
- e) la freqüència per la qual el gràfic presenta un tall.

**13. En un amplificador operacional que treballa a la zona no-lineal, què succeeix quan  $v_+ > v_-$ ?**

- a) Que la sortida val zero.
- b) Que la sortida val  $V_{cc-}$ .
- c) Que la sortida val  $V_{cc+}$ .
- d) Això no pot succeir treballant a la zona no-lineal.
- e) Es crema l'amplificador.

**14. De les entrades + i - d'un amplificador operacional ideal, sabem que:**

- a) Les seves tensions són sempre iguals.
- b) Les seves tensions sempre són iguals però amb diferent signe, per exemple +5V i -5V.
- c) Els seus corrents són sempre iguals.
- d) No tenen res en comú.
- e) Serveixen per sumar o restar senyals a la sortida.

**15. En un amplificador operacional ideal s'assumeix:**

- a) Impedàncies d'entrada nul·les i sortida com a font de corrent ideal.
- b) Impedàncies d'entrada nul·les i sortida com a font de tensió ideal.
- c) Impedàncies d'entrada infinites i sortida com a font de corrent ideal.
- d) Impedàncies d'entrada infinites i sortida com a font de tensió ideal.

**16. Amb amplificadors operacionals treballant a la zona no-lineal...**

- a)  $V_- = V_+$ .
- b)  $I_- = I_+$ .
- c)  $V_o$  pot prendre qualsevol valor entre  $V_{cc+}$  i  $V_{cc-}$ .
- d)  $V_o$  només pot prendre dos valors de tensió diferents.
- e)  $V_- = V_+ = 0V$ .

**17. Un amplificador operacional treballant en zona lineal té un valor de tensió de sortida 15V.****Llavors podem dir que:**

- a) Això no és possible.
- b)  $V_{cc+} = 15V$ .
- c)  $V_{cc-} = -15V$ .
- d)  $V_{cc+} = 30V$ .
- e) No podem assegurar cap de les respostes anteriors.

**18. Amb les cel·les de Sallen & Key podem:**

- a) Ficar algú a la presó.
- b) Només crear filtres de Butterworth.
- c) Crear filtres de diferents tipus.
- d) Crear sumadors i restadors.
- e) Crear comparadors.

**19. En comparació als filtres passius, amb un filtre actiu podem aconseguir...**

- a) Guany variables amb el temps.
- b) guanys superiors a 1.
- c) freqüències de tall superiors a 1 rad/s.
- d) freqüències de tall variables amb el temps.

**20. Es pot utilitzar la transformada de Laplace amb un circuit amb amplificadors operacionals?**

- a) Sí, sempre.
- b) No, mai.
- c) Sí, però només quan treballa a la zona lineal.
- d) Sí, però només quan treballa a la zona no-lineal.

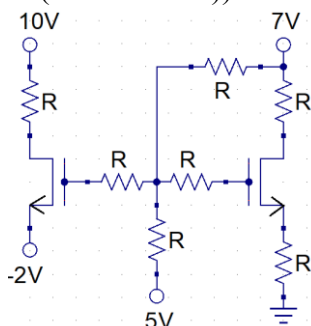
**NOM:****Indicar aquí l'única resposta correcta**

Pregunta	Resp.	Pregunta	Resp.
1	c	11	d
2	a	12	c
3	b	13	c
4	a	14	c
5	c	15	d
6	d	16	d
7	b	17	e
8	d	18	c
9	d	19	b
10	e	20	c

**Resposta Correcta=0.15 Resposta Incorrecta=-0.05**

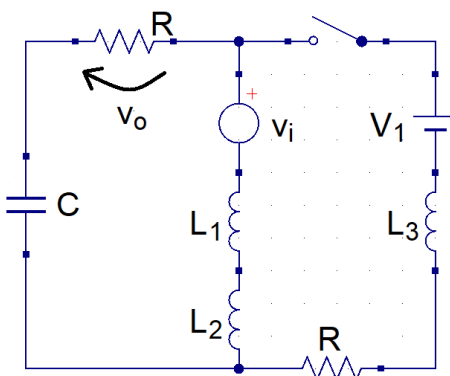
## EXAMEN Final Gener 2019. Problemes.

- P1) (1.0 punts) Resoleu el circuit de la figura (doneu totes les tensions i corrents del circuit), prenent els següents valors:  $K_n \cdot W/L = 1 \text{ mA/V}^2$ ,  $V_T = 2\text{V}$ . Preneu també  $R$  com  $1\text{k}\Omega$ . (Si heu de resoldre en tríode, feu-lo en tríode lineal). Comproveu sempre si es compleixen les equacions en cada estat (tall, saturació i tríode (si s'ha resolt))



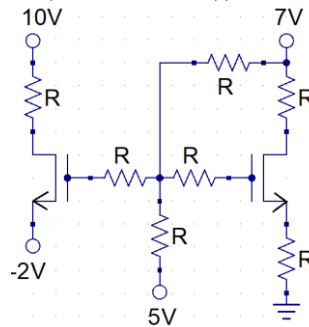
- P2) (1.5 punt) Tenim un sensor de temperatura que ens proporciona una tensió (com si fos una font de tensió) donada per:  $V_s(V) = 5 + 0.1 \cdot (T(^{\circ}\text{C}) - 25)$ . Dissenyeu un circuit amb amplificadors operacionals per obtenir una sortida de tensió en el rang de 0 a 10V per una variació de temperatura de  $-50^{\circ}\text{C}$  fins a  $100^{\circ}\text{C}$ . Indiqueu també el diagrama de blocs d'aquest circuit. Afegiu al circuit anterior un circuit amb amplificadors operacionals per fer sonar una alarma quan la temperatura superi els  $80^{\circ}\text{C}$ . Supposeu que l'alarma necessita 5V (ni més ni menys) per fer sonar l'alarma i 0V per no fer-la sonar, així com que no consumeix corrent. Justifica totes les tensions d'alimentacions especificades, així com la funció de cada part del circuit.

- P3) (1.5 punt) Pel següent circuit, l'interruptor sempre ha estat abans de  $t=0$  tancat, i a partir de  $t=0$  l'interruptor s'obre.  $v_i$  proporciona 0V abans de  $t=0$ .



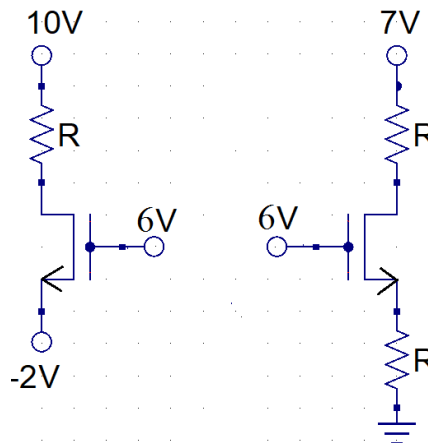
- Obteniu  $V_o(s)$  prenent  $v_i$  com una font general amb transformada  $V_i(s)$ .
- Obteniu la funció de transferència prenent  $v_o$  com el senyal de sortida i  $v_i$  el d'entrada. Preneu els següents valors:  $R = 1 \Omega$ ,  $C = 1 \text{ F}$ ,  $L_1 = L_2 = L_3 = 1 \text{ H}$ ,  $V_1 = 1\text{V}$ . Dibuixa de forma aproximada el diagrama de Bode d'amplitud, indicant tota la informació necessària (pendents, i guany en algun punt). (Si no heu pogut obtenir la funció de transferència anteriorment, utilitzeu  $H(s) = 5 \cdot \frac{s}{2 \cdot s^2 + s + 2}$ ).
- Obteniu  $v_o(t)$  fent ús d'una  $v_i$  igual a un esglaió unitari ( $u(t)$ ). (Si surten números complexos, preneu com a freqüència associada el seu mòdul). (Si no heu pogut obtenir  $V_o(s)$  al primer apartat, utilitzeu  $V_o(s) = 5 \cdot \frac{s+1}{2 \cdot s^2 + s + 2}$ ).

P1) (1.0 punts) Resoleu el circuit de la figura (doneu totes les tensions i corrents del circuit), prenent els següents valors:  $K_n \cdot W/L = 1 \text{ mA/V}^2$ ,  $V_T = 2\text{V}$ . Preneu també  $R$  com  $1\text{k}\Omega$ . (Si heu de resoldre en tríode, feu-lo en tríode lineal). Comproveu sempre si es compleixen les equacions en cada estat (tall, saturació i tríode (si s'ha resolt))



Treballarem sempre en unitats de mA,  $\text{k}\Omega$  i V.

En primer lloc, ens hem d'adonar que per les dues resistències connectades a porta no hi circula corrent i, per tant, tampoc juguen cap paper en aquest circuit. I les dues resistències del mig formen un divisor de tensió respecte la diferència de tensió de la branca. Per tant, de fet podem saber quina és la tensió de porta dels dos transistors:  $5\text{V} + (7\text{V} - 5\text{V})/2 = 6\text{V}$ . Per tant, aquest circuit no és més que dos circuits, cadascun amb el seu transistor amb la tensió de porta de 6V. Per tant, ens queda:



A priori, aquests dos circuits semblen fàcil de resoldre. Comencem amb el de l'esquerra:

$$V_{GS} = 6\text{V} - (-2\text{V}) = 8\text{V}$$

Aquesta tensió és major que  $V_T$ . Per tant, no estarà en tall en cap cas. Suposem que està en saturació:

$$I_D = \frac{1}{2} \cdot K_n \cdot \frac{W}{L} \cdot (V_{GS} - V_T)^2 \Rightarrow I_D = 0.5 \cdot (8 - 2)^2 \Rightarrow I_D = 10\text{mA}$$

Independentment de  $I_D$ , es compleix que no està en tall. Per tant, comprovem només la condició de saturació:

$$V_D = 10 - I_D \cdot 1 = 0\text{V} \Rightarrow V_{DS} = 2\text{V}$$

$$2 \geq 8 - 2?$$

Aquesta condició no es compleix, amb la qual cosa està en tríode. Com ens diu l'enunciat, prenem tríode lineal en aquests casos:

$$I_D = K_n \cdot \frac{W}{L} \cdot [(V_{GS} - V_T) \cdot V_{DS}] \Rightarrow I_D = 1 \cdot [(8 - 2) \cdot (10 - 1 \cdot I_D - (-2V))] \\ \Rightarrow I_D = 6 \cdot (12 - I_D) \Rightarrow 7 \cdot I_D = 72 \Rightarrow I_D = 10.3mA$$

Comprovem la condició de tríode:

$$V_D = 10 - R \cdot I_D = -0.3V \\ V_{DS} < V_{GS} - V_T \quad ? \rightarrow -0.3 - (-2) < 8 - 2 \rightarrow 1.7 < 6$$

Aquesta condició és certa. Per tant, està en tríode.

Anem a resoldre el segon circuit de la dreta. Fàcilment podem deduir que no es troba en tall, ja que si fos així, llavors  $V_S = 0$  i, per tant  $V_{GS} = 6V$  que és major que  $V_T$ . Assumim saturació:

$$V_{GS} = 6V - 1 \cdot I_D \\ I_D = \frac{1}{2} \cdot K_n \cdot \frac{W}{L} \cdot (V_{GS} - V_T)^2 \Rightarrow I_D = 0.5 \cdot (6 - I_D - 2)^2 \Rightarrow 2 \cdot I_D = 16 - 8 \cdot I_D + I_D^2 \\ \Rightarrow I_D^2 - 10 \cdot I_D + 16 = 0$$

Resolent aquest equació, obtenim:

$$I_D = \frac{10 \pm \sqrt{10^2 - 4 \cdot 1 \cdot 16}}{2} = \frac{10 \pm 6}{2} = \begin{cases} 8mA \\ 2mA \end{cases}$$

Comprovem primer la primera solució:

$$V_S = 1 \cdot I_D = 8V$$

Aquesta solució no és compatible amb saturació ja que no es compleix la condició de no tall, ja que  $V_{GS} = 6 - 8 = -2V$ , i estaria en tall.

Comprovem la segona solució:

$$V_S = 1 \cdot I_D = 2V \\ V_D = 7 - 1 \cdot I_D = 5V$$

$V_{GS}$  en surt  $4V$  i, per tant es compleix que no està en tall. Comprovem la condició de saturació:

$$V_{DS} \geq V_{GS} - V_T \quad ? \rightarrow 5 - 2 \geq 6 - 2 - 2 \rightarrow 3 \geq 2$$

Aquesta relació sí es compleix i, per tant, està en saturació.

P2) (1.5 punt) Tenim un sensor de temperatura que ens proporciona una tensió (com si fos una font de tensió) donada per:  $V_s(V) = 5 + 0.1 \cdot (T(^{\circ}C) - 25)$ .

Dissenyem un circuit amb amplificadors operacionals per obtenir una sortida de tensió en el rang de 0 a 10V per una variació de temperatura de  $-50^{\circ}C$  fins a  $100^{\circ}C$ . Indiqueu també el diagrama de blocs d'aquest circuit.

Afegiu al circuit anterior un circuit amb amplificadors operacionals per fer sonar una alarma quan la temperatura superi els  $80^{\circ}C$ . Supposeu que l'alarma necessita 5V (ni més ni menys) per fer sonar l'alarma i 0V per no fer-la sonar, així com que no consumeix corrent.

Justifica totes les tensions d'alimentacions especificades, així com la funció de cada part del circuit.

Abans de tot, recordar que no hi ha una solució única per aquest tipus de problema. Aquí s'exposa una d'aquestes solucions.

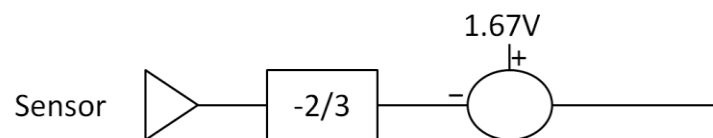
Les tensions que ens proporciona el sensor en el rang de valors de temperatura indicats són:

$$T = -50^{\circ}C \Rightarrow V_s(V) = 5 + 0.1 \cdot (-50 - 25) = 5 - 7.5 = -2.5V$$

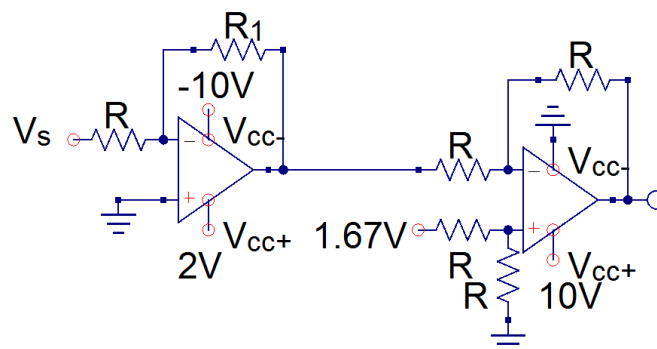
$$T = 100^{\circ}C \Rightarrow V_s(V) = 5 + 0.1 \cdot (100 - 25) = 5 + 7.5 = 12.5V$$

Obtenim un rang de valors de  $12.5 - (-2.5) = 15V$ . Per tant, per obtenir un rang de  $10V - 0V = 10V$  haurem de multiplicar per  $10/15 = 2/3$ . Amb aquest factor, n'obtindriem tensions de sortida entre  $-1.67V$  i  $8.33V$ . Per tant, haurem de sumar  $1.67V$ .

Una possibilitat de circuit de bloc del circuit seria el següent:



El circuit ens quedaria:



Com a  $R$  podem prendre el valor de  $1.5k\Omega$ . I per  $R_1$   $1k\Omega$ , ja que el guany de l'amplificador inversor és  $-\frac{R_1}{R}$ .

Alimentacions dels amplificadors: Per definir les alimentacions hem d'obtenir els valors de tensions de sortida dels amplificadors, tenint en compte que el rang de temperatures és el donat a l'enunciat:

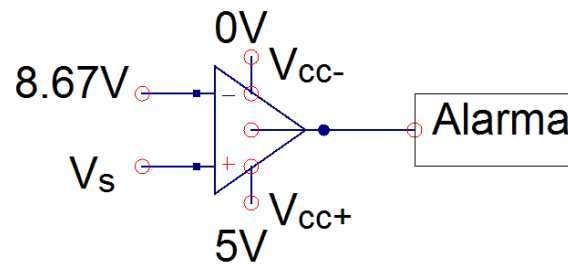
- Primer amplificador: sortida entre -8.33V fins 1.67V.
- Segon amplificador: sortida entre 0V fins 10V.

Per tant, per l'alimentació del primer amplificador podríem fer servir  $V_{cc+}$  de 2V, i  $V_{cc-}$  de -10V. Pel que fa al restador, podríem fer servir  $V_{cc+}$  de 10V, i  $V_{cc-}$  de 0V.

Per afegir l'alarma, utilitzem un comparador. La tensió de sortida del nostre circuit per 80°C serà:

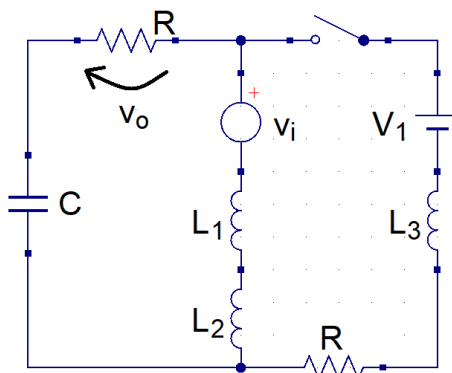
$$1.67V - [5 + 0.1 \cdot (80 - 25)] \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) = 8.67V$$

Per tant, compararem amb aquest valor. El circuit ens podria quedar com:



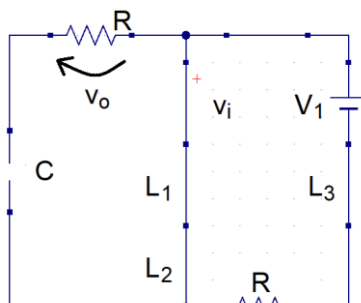
Amb  $V_{cc+}=5V$  aconseguim que la sortida valgui 5V quan  $V_s$  superior els 8.67V, i amb  $V_{cc-}=0V$ , que la sortida sigui de 0V quan està per sota.

P3) (1.5 punt) Pel següent circuit, l'interruptor sempre ha estat abans de  $t=0$  tancat, i a partir de  $t=0$  l'interruptor s'obre.  $v_i$  proporciona 0V abans de  $t=0$ .



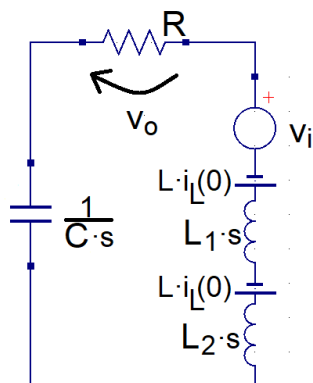
- Obteniu  $V_o(s)$  prenent  $v_i$  com una font general amb transformada  $V_i(s)$ .
- Obteniu la funció de transferència prenent  $v_o$  com el senyal de sortida i  $v_i$  el d'entrada. Preneu els següents valors:  $R = 1 \Omega$ ,  $C = 1 \text{ F}$ ,  $L_1 = L_2 = L_3 = 1 \text{ H}$ ,  $V_1 = 1 \text{ V}$ . Dibuixa de forma aproximada el diagrama de Bode d'amplitud, indicant tota la informació necessària (pendents, i guany en algun punt). (Si no heu pogut obtenir la funció de transferència anteriorment, utilitzeu  $H(s) = 5 \cdot \frac{s}{2 \cdot s^2 + s + 2}$ ).
- Obteniu  $v_o(t)$  fent ús d'una  $v_i$  igual a un esglaió unitari ( $u(t)$ ). (Si surten números complexos, preneu com a freqüència associada el seu mòdul). (Si no heu pogut obtenir  $V_o(s)$  al primer apartat, utilitzeu  $V_o(s) = 5 \cdot \frac{s+1}{2 \cdot s^2 + s + 2}$ ).

En primer lloc determinem les condicions inicials de condensadors i bobines. Per això dibuixem el circuit abans de  $t=0$ :



La branca del condensador queda oberta, i la seva diferència de tensió és 0. Per tant, la diferència de tensió és 0. Per les bobines, el corrent que hi circula és la mateixa que la resistència de sota. Es pot veure fàcilment que el corrent és  $V_1/R$ .

Per tant, el circuit que ens queda per  $t > 0$  és:



Aquest circuit és molt senzill de resoldre i obtenir  $V_o(s)$ :



$$V_i(s) - I \cdot R - I \cdot \frac{1}{C \cdot s} - I \cdot L_2 \cdot s - L_2 \cdot i_L(0) - I \cdot L_1 \cdot s - L_1 \cdot i_L(0) = 0$$

$$I = \frac{V_i(s) - i_L(0) \cdot (L_1 + L_2)}{R + \frac{1}{C \cdot s} + L_1 \cdot s + L_2 \cdot s} = \frac{(V_i(s) - i_L(0) \cdot (L_1 + L_2)) \cdot C \cdot s}{(L_1 + L_2) \cdot C \cdot s^2 + R \cdot C \cdot s + 1}$$

$$V_o(s) = -I \cdot R = -\frac{(V_i(s) - i_L(0) \cdot (L_1 + L_2)) \cdot R \cdot C \cdot s}{(L_1 + L_2) \cdot C \cdot s^2 + R \cdot C \cdot s + 1}$$

Per obtenir la funció de transferència hem de prendre condicions inicials nul·les (per definició). Per tant, només hem d'agafar  $i_L(0)=0$ :

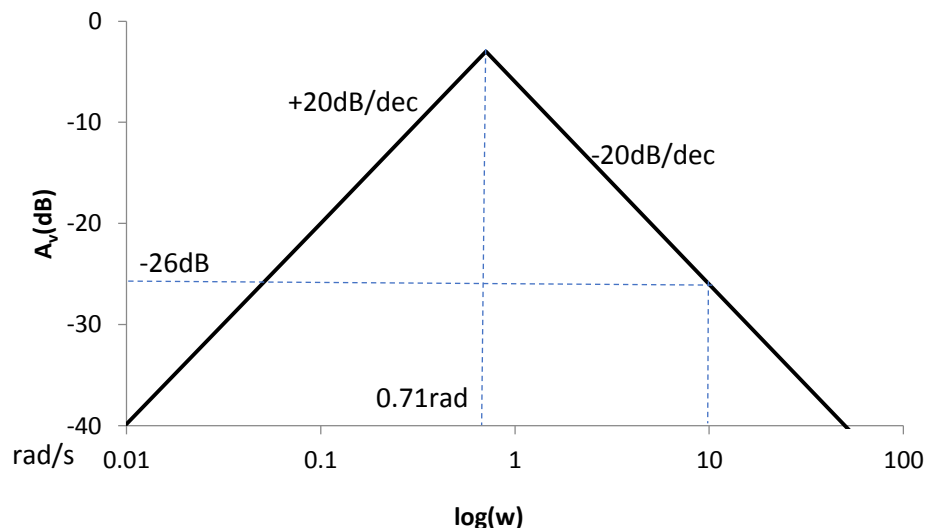
$$H(s) = \frac{V_o(s)}{V_i(s)} = -\frac{R \cdot C \cdot s}{(L_1 + L_2) \cdot C \cdot s^2 + R \cdot C \cdot s + 1} = -\frac{s}{2 \cdot s^2 + s + 1} = -0.5 \cdot \frac{s}{s^2 + 0.5 \cdot s + 0.5}$$

Per poder fer la gràfica aproximada del diagrama de Bode d'amplitud, hem d'obtenir els pols i zeros de la funció de transferència. En aquest cas, està clar que tenim un zero a freqüència 0, i tenim dos pols que hem de calcular:

$$2 \cdot s^2 + s + 1 = 0 \Rightarrow p_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 2 \cdot 1}}{2 \cdot 2} \cong -0.25 \pm 0.66 \cdot i$$

Aquests pols es corresponen a una freqüència de  $w_{1,2} = \sqrt{0.25^2 + 0.66^2} \cong 0.71 \text{ rad}$ .

Com que la corba no tindrà cap zona de guany constant, llavors busquem un punt lluny de qualsevol pol i zero (al menys una dècada) per obtenir un valor de guany de la corba. Per exemple, a  $w=10$  rad obtenim:  $|H(w=10)| \approx 1/2 \cdot 1/w = 0.05$  (-26dB). Per tant, ens quedarà:



Ens queda obtenir  $v_o(t)$ . Partim de l'expressió de  $V_o(s)$  amb condicions inicials no nul·les i  $V_i(s)=1/s$ , con ens diu l'enunciat. Per tant:

$$V_o(s) = -\frac{\left(\frac{1}{s} - 2\right) \cdot s}{2 \cdot s^2 + s + 1} = -\frac{1 - 2 \cdot s}{2 \cdot s^2 + s + 1} = \frac{s - 0.5}{s^2 + 0.5 \cdot s + 0.5} =$$

$$= \frac{s - 0.5}{(s - (-0.25 + 0.66 \cdot i)) \cdot (s - (-0.25 - 0.66 \cdot i))}$$

A on ja hem deixat les 's' amb major grau amb un coeficient de 1, treient factor comú i posant els polinomis en termes (s-a). Per tant, ara sabem que podem obtenir:

$$V_o = \frac{k_1}{s - (-0.25 + i \cdot 0.66)} + \frac{k_2}{s - (-0.25 - i \cdot 0.66)}$$

I obtenim els valors de les dues constants k:

$$\begin{aligned} k_1 &= V_o(s) \cdot (s - (-0.25 + i \cdot 0.66)) \Big|_{s=-0.25+i \cdot 0.66} = \frac{s-0.5}{(s - (-0.25 + i \cdot 0.66)) \cdot (s - (-0.25 - i \cdot 0.66))} \cdot (s - (-0.25 + i \cdot 0.66)) \Big|_{s=-0.25+i \cdot 0.66} = \\ &= \frac{s-0.5}{(s - (-0.25 - i \cdot 0.66))} \Big|_{s=-0.25+i \cdot 0.66} = \frac{-0.25 + i \cdot 0.66 - 0.5}{(-0.25 + i \cdot 0.66 - (-0.25 - i \cdot 0.66))} = \frac{-0.75 + i \cdot 0.66}{(i \cdot 1.32)} = 0.5 + 0.57 \cdot i \end{aligned}$$

$k_2$  s'obté de la mateixa forma. Però com que sabem que per dos pols complexos conjugats, les solucions de  $k_i$  són també complexos conjugades:

$$k_2 = 0.5 - 0.57 \cdot i$$

Ara ja podem antitransformar, ja que sabem l'antitransformada de  $1/(s+a)$  (o el que és similar,  $1/(s-a)$ ):

$$\begin{aligned} v_o(t) &= (0.5 + 0.57 \cdot i) \cdot e^{[-0.25+i \cdot 0.66]t} + (0.5 - 0.57 \cdot i) \cdot e^{[-0.25-i \cdot 0.66]t} = e^{-0.25t} \cdot [(0.5 + 0.57 \cdot i) \cdot e^{i \cdot 0.66t} + (0.5 - 0.57 \cdot i) \cdot e^{-i \cdot 0.66t}] = \\ &= e^{-0.25t} \cdot [0.5 \cdot (e^{i \cdot 0.66t} + e^{-i \cdot 0.66t}) + 0.57 \cdot i \cdot (e^{i \cdot 0.66t} - e^{-i \cdot 0.66t})] = \\ &= e^{-0.25t} \cdot [0.5 \cdot (\cos(0.66 \cdot t) + i \cdot \sin(0.66 \cdot t) + \cos(-0.66 \cdot t) + i \cdot \sin(-0.66 \cdot t)) + 0.57 \cdot i \cdot (\cos(0.66 \cdot t) + i \cdot \sin(0.66 \cdot t) - \cos(-0.66 \cdot t) - i \cdot \sin(-0.66 \cdot t))] = \\ &= e^{-0.25t} \cdot [0.5 \cdot (\cos(0.66 \cdot t) + i \cdot \sin(0.66 \cdot t) + \cos(0.66 \cdot t) - i \cdot \sin(0.66 \cdot t)) + 0.57 \cdot i \cdot (\cos(0.66 \cdot t) + i \cdot \sin(0.66 \cdot t) - \cos(0.66 \cdot t) + i \cdot \sin(0.66 \cdot t))] = \\ &= e^{-0.25t} \cdot [\cos(0.66 \cdot t) + 1.14 \cdot i \cdot i \cdot \sin(0.66 \cdot t)] = e^{-0.25t} \cdot [\cos(0.66 \cdot t) - 1.14 \cdot \sin(0.66 \cdot t)] \end{aligned}$$

Aquesta expressió és vàlida només per  $t > 0$ .