Exercici 7.

Demostreu que si $n, n+2, n+4$ són nombres naturals primers, aleshores $n = 3$

Solució 7.

Ho demostrarem per reducció a l'absurd:

Suposem què $n \neq 3$, hi pot haver diferents casos:

1.- Si n $= 0 \Rightarrow n = 0, n+2 = 2, n+4 = 4$ on 4 no és primer.

2.- Si n $= 1 \Rightarrow n = 1, n+2 = 3, n+4 = 5$ on 1 no és primer.

3.- Si n $= 2 \Rightarrow n = 2, n+2 = 4, n+4 = 6$ on 4 no és primer.

4.- Si n > 3:

4.1.- $\exists k \in \mathbb{N} \setminus \{0, 1\}$ tal que $n = 3k \Rightarrow n = 3k, n+2 = 3k+2, n+4 = 3k+4$ on $n = 3k$ no és primer

4.2.- $\exists k \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$ tal que $n = 3k+1 \Rightarrow n = 3k+1, n+2 = 3k+3 = 3(k+1)$, $n+4 = 3k+5$ on $n+2 = 3(k+1)$ no és primer

4.3.- $\exists k \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$ tal que $n = 3k+2 \Rightarrow n = 3k+2, n+2 = 3k+5, n+4 = 3k+6 = 3(k+2)$ on $n+4 = 3(k+2)$ no és primer

Con els contradiccions han surtit de suposar què $n \neq 3$, aplicant la llei de la reducció a l'absurd $\Rightarrow n = 3$