

Matemàtica Discreta

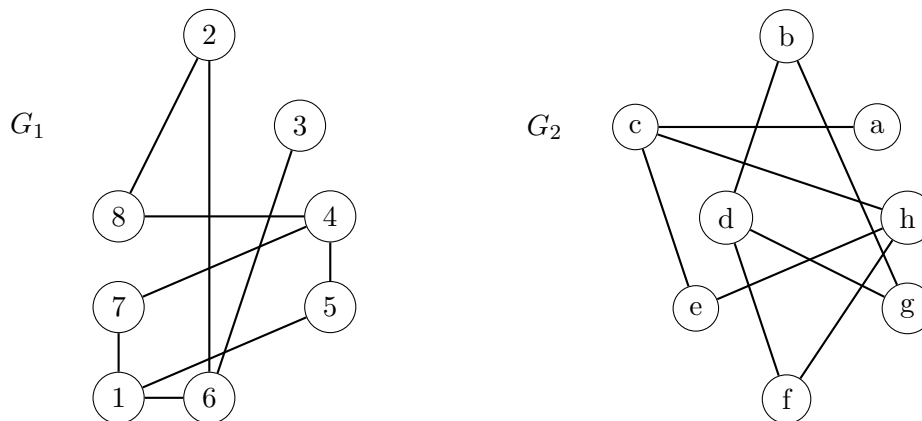
Primavera 2022

Llista 4 - Grafs

1. Demuestra que hi ha $2^{\frac{n(n-1)}{2}}$ grafs que tenen n vèrtexs.

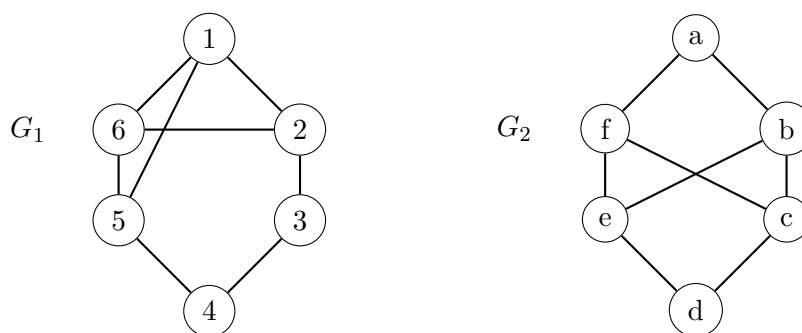
Indicació: Un conjunt amb t elements té 2^t subconjunts.

2. Donats els grafs



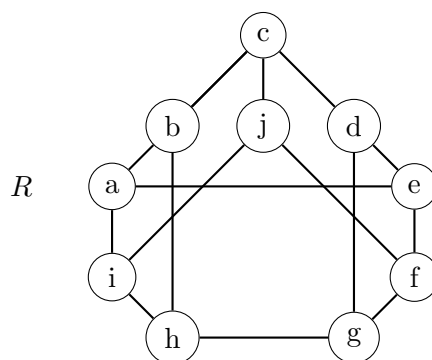
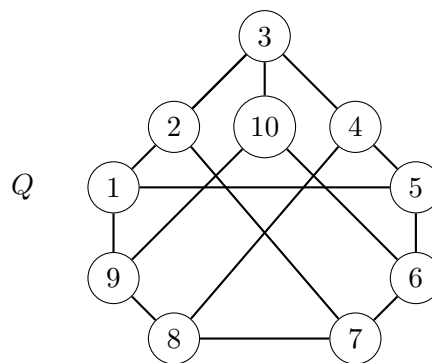
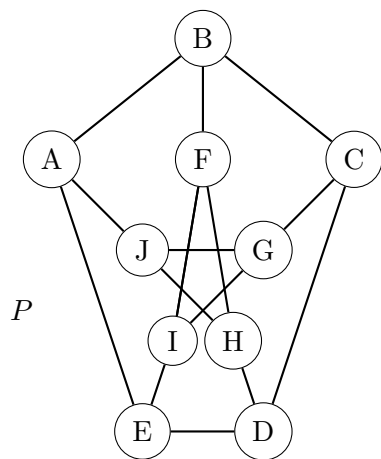
determina si són isomorfs o no. En cas que ho siguin, determina un isomorfisme entre ells. En cas que no ho siguin, demostra que no existeix cap isomorfisme.

3. Donats els grafs



decideix si són o no isomorfs. En el cas en el que ho siguin, explicita un isomorfisme entre ells. Si no ho són, demostra que no existeix cap isomorfisme.

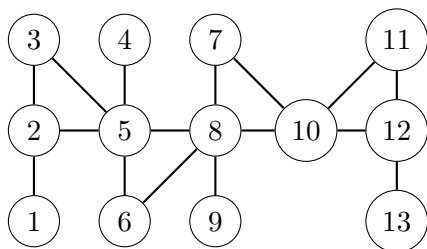
4. Dos dels grafos P , Q i R són isomorfs.



Determina l' isomorfisme entre els dos grafos isomorfs i demostra que l'altre no és isomorf a cap dels altres.

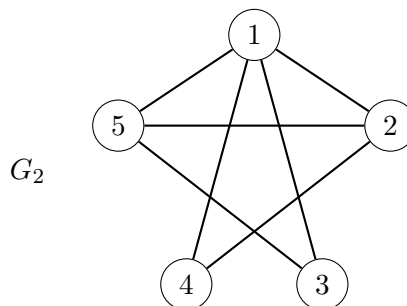
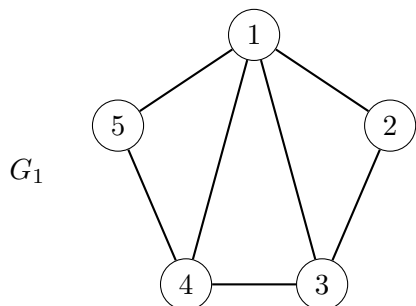
5. Demostra que un graf és bipartit si i només si no té cap cicle de longitud senar.

6. Calcula el diàmetre, radi, centre i perifèria del següent graf:



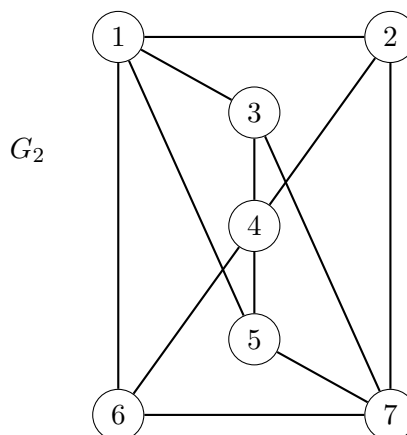
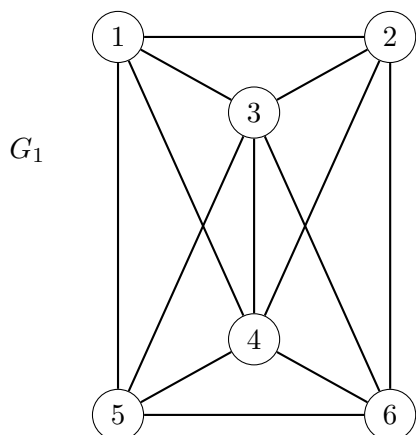
7. Sigui A la matriu d'adjacències del graf K_4 . Sense calcular la matriu directament, determina A^3 .

8. Donats els grafs



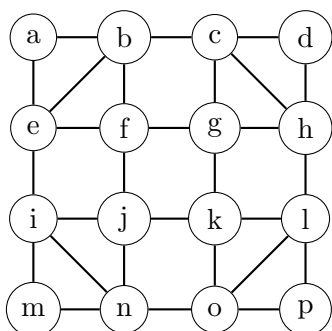
1. ¿Són isomorfs? Explicita un isomorfisme o demostra que no existeix cap.
2. ¿Són eulerians? En cas afirmatiu, troba un camí eulerià.
3. ¿Són hamiltonians? En cas afirmatiu, troba un cicle hamiltonià.

9. Donats els grafs



1. ¿Són isomorfs? Explicita un isomorfisme o demostra que no existeix cap.
2. ¿Són eulerians? En cas afirmatiu, troba un camí eulerià.
3. ¿Són hamiltonians? En cas afirmatiu, troba un cicle hamiltonià.

10. Utiliza l' algoritme de Hierholzer per a determinar un circuit Eulerià en el següent graf (Indicació: Utiliza $R_1 : a, b, c, g, f, j, i, e, a$ com a circuit inicial).



11. Sigui G un graf conex d'ordre 24 que és regular d'ordre 3. Quantes regions hi ha en una representació plana de G ?

12. Sigui G un graf pla d'ordre menor que 12. Demostra que $\delta(G) \leq 4$.

13. (a) Dibuixa un graf Hamiltonià que no sigui Eulerià i que tingui 9 vèrtex. Explica per que el graf té aquestes propietats i especifica el cicle Hamiltonià.

(b) Dibuixa un graf de radi 5 i diàmetre 8. Determineu el centre i la perifèria. Calcula el seu nombre cromàtic.

14. Pot existir un graf pla, conex, amb 26 vèrtex, tots ells de grau més gran o igual a 3, amb 14 regions? Raona la resposta si no existeix o dóna un exemple si existeix.

15. Calcula quantes regions té un graf pla conex que té 3 vèrtex de grau 4, 2 vèrtex de grau 5 i el resta de vèrtex de grau 2.

16. Determina el nombre cromàtic dels grafs bipartits.

17. Considerem els següents 7 comitès:

$$C_1 = \{\text{Alícia, Brian, Carles}\}$$

$$C_2 = \{\text{Carles, David, Eva}\}$$

$$C_3 = \{\text{David, Ferran}\}$$

$$C_4 = \{\text{Alícia, Gemma}\}$$

$$C_5 = \{\text{Eva, Helena}\}$$

$$C_6 = \{\text{Eva, Brian, Gemma}\}$$

$$C_7 = \{\text{Helena, Carles, Ferran}\}$$

Determina el menor temps en el que els 7 comitès poden fer una reunió d'una hora.

18. Considera els següents grafs:

a) Digues quins són isomorfs i determina l'isomorfisme.

b) Calcula el centre de G_3 , el diàmetre de G_2 i el nombre cromàtic de G_1 .

