

1. Demostreu les següents desigualtats:

(a)

$$\frac{1}{e^x} \geq 1 - x, \quad x \in \mathbb{R}.$$

(b)

$$x^2 - \frac{x^4}{2} \leq \ln(1 + x^2) \leq x^2, \quad x \in \mathbb{R}.$$

(c)

$$\sqrt[5]{1+x} \leq 1 + \frac{x}{5} - \frac{2x^2}{25} + \frac{6x^3}{125}, \quad x > -1.$$

2. (a) Calculeu

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\left(\sqrt[3]{1+x} - 1 - \frac{x}{3} + \frac{x^2}{9}\right)^2}{(x - \sin x)^{2n}}$$

per als diferents valors de $n \in \mathbb{N}$.

(b) Calculeu el valor de

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - 1 - x^2}{x^{2n}}$$

segons els diferents valors de $n \in \mathbb{N}$.