UNIVERSITAT DE BARCELONA

ENGINYERIA INFORMÀTICA, CURS 21-22
Assignatura: DISSENY DIGITAL BASIC
EXAMEN PARCIAL: 10/11/2021

NOM I COGNOMS:	**DNI o NIE:**	**Signat:**	**Fulls:**

NO FACIS L'EXAMEN A LLAPIS / RAONA TOTS ELS PASSOS QUE FAS

1) Volem fer l'operació aritmètica següent **en Ca2 amb 11 bits** de la manera com la faria un sistema digital:

((A + B) – C)

On **A=10010111**$_{\mathbf{Ca1}}$ (Complement a 1 representat amb 8 bits), **B=10010111**$_{\mathbf{Ca2}}$ (Complement a 2 representat amb 8 bits), i **C=10010111**$_{\mathbf{BCD}}$ (representat en BCD).

Fes les operacions tal com s'indica, fent els canvis que siguin necessaris per convertir els números a 11 bits, i indica a les caselles els diferents resultats obtinguts. Justifica totes les operacions que fas.

El resultat final, expressa'l en **Ca2**, en **signe-mòdul,** en **decimal amb el signe corresponent**. Representa, també, el **mòdul del resultat final** en **hexadecimal**.

(3,5 punts)

Volem fer l'operació de 3 números: **((A + B) – C)**. Hem de recordar que l'operació resta no es pot dur a terme per mitjà de funcions lògiques, per a la qual cosa cal que convertim la resta en una suma en Ca2: hem de fer **((Ca2[A] + Ca2[B]) + Ca2[– C])**, per poder fer totes les operacions en **Ca2**.

Número A=10010111$_{\mathbf{Ca1}}$: està en **Ca1** amb 8 bits i veiem que el 1r bit és un **1**, cosa que ens indica que és un **número negatiu**. Per convertir-lo en Ca2 de 11 bits, primer de tot mirem quin és el número **(–A)** en signe-mòdul de 8 bits. Per això, hem d'invertir tots els bits. Serà el número **(–A)=01101000**$_{\mathbf{SM}}$. Com que aquest número és positiu, el convertim primer a signe-mòdul amb 11 bits, que consisteix només en afegir-hi uns **0** a l'esquerra, és a dir, **(–A)=00001101000**$_{\mathbf{SM}}$. (de cara a fer comprovacions, deduïm quin és el valor decimal de **(–A)**, que és 1*8+1*32+1*64=104_{10}; per tant, el número **A** serà –104_{10}). Aquest mateix número, al ser positiu, tindrà la mateixa representació en **Ca2**, és a dir, és **(–A)=00001101000**$_{\mathbf{Ca2}}$. Ara, per expressar el número **A** en **Ca2,** cal que apliquem el procediment que coneixem per calcular el número negatiu d'un de donat, tots dos en **Ca2**: des del bit de menys pes, no canviem cap dígit fins el primer **1**, inclòs. A partir d'aquí, invertim tots els bits. Així en resulta que és **A=11110011000**$_{\mathbf{Ca2}}$.

Número B=10010111$_{\mathbf{Ca2}}$: està en **Ca2** amb 8 bits i, essent el 1r bit un **1**, també **B** és un **número negatiu.** Repetim el mateix procediment que abans. Primer calculem **–B** en **Ca2**, invertint tot els bits a partir del primer 1 (exclòs) de menys pes. D'aquesta manera obtenim **(–B)=01101001**$_{\mathbf{Ca2}}$ amb 8 bits, és a dir amb 11 bits **(–B)=00001101001**$_{\mathbf{Ca2}}$. El seu valor decimal és 1*1+ 1*8+1*32+1*64 =105_{10}, per tant **B** serà –105_{10}. Repetim ara l'algoritme per passar en **Ca2** d'un número al seu negatiu, i finalment obtenim: **B=11110010111**$_{\mathbf{Ca2}}$

Número C=10010111$_{\mathbf{BCD}}$: com que el codi **BCD** codifica cada dígit decimal amb 4 bits, transformem primerament el número en decimal, agafant els blocs de 4 dígits i transformant-los directament en decimal. Així **1001_{BCD}**$=9_{10}$ i **0111_{BCD}**$=7_{10}$. Per tant, el número resultant és el 97_{10}. Ara hem de convertir aquest número en binari, dividint per 2 totes les vegades que es pugui i quedant-nos en cada cas amb el residu de la divisió.

97	2	1	LSB
48	2	0	
24	2	0	
12	2	0	
6	2	0	
3	2	1	
1			MSB

Per tant, el número resultant és **$C=1100001_2$**. (a l'igual que abans, comprovem que hem fet be la conversió 1*1+1*32+1*64 = 97), cosa que ens diu que el representem amb 7 bits. Ara per convertir-lo en **Ca2** amb 11 bits, cal afegir-hi 4 **0**s a l'esquerra i el número resultant serà **$C=00001100001_{Ca2}$**. Per poder fer l'operació ens cal el número **(–C)**, que podem calcular amb la regla mnemotècnica: **$(–C)=11110011111_{Ca2}$**, que serà -97.

Ara ja podem fer les diferents operacions. Comencem per **(A+B)** i sumem bit a bit, generant l'arrossegament en cada cas:

```
            111   1
A           11110011000Ca2
B           11110010111Ca2
-----------------------------------
(A+B)       11110101111Ca2
```

Aquest resultat és negatiu, indicat per el valor del primer bit i el número que en resulta és **–**(1*1+1*16+1*64+1*128)= **–**209_{10} (que coincideix amb $–(105+104)_{10}$). Aquest resultat ja és correcte en la representació en Ca2.

Ara podem fer completar l'operació **((A + B) – C) = ((A + B) + Ca2(–C)).** Procedim igual que abans.

```
                  11      111111
A+B               11100101111Ca2
Ca2(–C)           11110011111Ca2
------------------------------------------
(A+B)+Ca2(–C)     11011001110Ca2
```

El bit de signe ens indica que el resultat torna a ser un número negatiu. Mitjançant la regla mnemo-tècnica el convertim en el seu negatiu, i ens dóna **00100110010_{Ca2}**. Sent el primer bit un 0, ja sabem que en base **2** té la mateixa representació. Calculem ara el seu valor decimal: 1*2+1*16+1*32+1*256 = 306_{10} (que, no per casualitat, coincideix amb el valor absolut de la resta de –209–97). Per tal de respondre a la última pregunta, hem de convertir-lo de binari a hexadecimal. Per això, el llegim a partir de la dreta en grups de quatre dígits, que anirem convertint en hexadecimal, ja que la base hexadecimal és 2^4. Així en resulta que **0010_2** = **2_{16}, 0011_2** = **3_{16}**, i **0012** = **1**$_{16}$. Per tant, **00100110010_2** = **132_{16}**.