

Problemes Probabilitats i Estadística. Primavera 2022.

Llista 1: Càlcul de Probabilitats

COMBINATORIA

1. Quants resultats diferents, pels tres primers llocs, es poden donar en una cursa en que han participat 10 corredors?
2. De quantes maneres es poden aparellar 9 persones que volen jugar al billar?
3. Disposem de 8 fruites diferents per preparar sucs. Calcula el nombre de begudes diferents que podem oferir mesclant, a parts iguals, dues de les fruites. Quants sucs podríem fer si mesclèssim 3 fruites?
4. Quants nombres entre 2000 i 4000 es poden fer amb les xifres 0,1,2,3,4, i 5, si es permet repetir dígit en un mateix nombre? I sense repetir?
5. Calculeu quants cap-i-cues de 5 xifres es poden formar de manera que,
 - a) les xifres es puguin repetir.
 - b) les tres primeres xifres siguin diferents.
6. De les permutacions que es poden formar amb les lletres de la paraula POLIDESA, indiqueu-ne, quantes
 - a) comencen amb vocal,
 - b) comencen i acaben amb consonant,
 - c) mantenen la seqüència consonant-vocal, consonant-vocal, etc.
7. S'ha de formar un equip de bàsquet de 8 jugadors a partir d'un grup de 10 estudiants d'una classe A i 15 d'una classe B . Calculeu de quantes maneres es pot triar l'equip si:
 - a) Cada classe ha d'estar representada per 4 estudiants.
 - b) Hi ha d'haver més jugadors de la classe B .
 - c) Hi ha d'haver almenys dos estudiants de la classe A a l'equip.
8. La junta de govern d'un institut està format per 3 pares, 4 alumnes, 5 professors i la direcció del centre. Els candidats per formar-la són: 6 pares, 8 alumnes, 5 professors i, naturalment, la direcció. Quantes juntes diferents es poden formar?
9. Calculeu de quantes maneres es poden ordenar les 26 lletres de l'alfabet, de manera que:
 - a) Les vocals surtin totes juntes i ordenades A, E, I, O, U .
 - b) Les vocals surtin juntes, però no necessàriament ordenades com a l'apartat a).
 - c) Les vocals no surtin juntes.
10. Llancem un dau de sis cares i una moneda. Quants resultats diferents podem obtenir?

CALCUL PROBABILITATS

11. Sabent que $P(A) = \frac{7}{12}$, $P(\bar{B}) = \frac{7}{12}$, $P(A \cap B) = \frac{1}{4}$ trobeu les probabilitats: $P(B)$, $P(A \cup B)$, $P(A \cap \bar{B})$, $P(\bar{A} \cup \bar{B})$.
12. En una urna hi ha 10 boles iguals amb els colors següents: 5 són blanques, 3 són verdes i les restants negres.
- a) Traiem dues boles en una extracció. Quina probabilitat hi ha que siguin del mateix color?
 - b) En traiem dues boles, però tornem la primera a l'urna abans de fer la segona extracció. Quina és la probabilitat que siguin del mateix color?
13. En un estudi sobre una part de la població, resulta que la probabilitat que una persona practiqui algun esport és del 50% i de que sigui fumador és del 40%. La probabilitat que sigui fumador o esportista és del 80%. Escollim una persona a l'atzar i es demana la probabilitats que:
- a) sigui esportista i fumadora,
 - b) no sigui esportista ni fumadora,
 - c) sigui esportista i no fumi,
 - d) sabent que no fuma, sigui esportista,
 - e) sabent que és esportista, fumi.
14. Llancem dos daus fins que obtenim un set. Calculeu la probabilitat que:
- a) Es necessitin exactament 4 tirades.
 - b) Es necessitin més de 7 tirades.
 - c) Es necessitin un nombre parell de tirades.
15. En Marc, en Genís i en Pol són tres corredors de motos. Disputen una cursa en la que en Marc té el triple de probabilitats de guanyar que en Genís, i en Pol el doble que en Genís.
- a) Calculeu la probabilitat de guanyar de cada un.
- Si es disputen tres curses independents, calculeu les probabilitats següents:
- b) En Marc guanya les tres curses.
 - c) En Pol guanya exactament una cursa.
 - d) En Genís guanya com a mínim una cursa.
 - e) Guanyen una cursa cada un.
 - f) Guanyen una cursa cada un, sabent que en Pol n'ha guanyat exactament una.
16. En una bossa hi ha 6 boles blanques i 4 de negres. En traiem una, que no tornem a la bossa i n'hi afegim dues del color contrari a la que hem tret. Després traiem una altra bola.
- a) Calculeu la probabilitat que sigui blanca.
 - b) Si és blanca, calculeu la probabilitat que la primera bola treta sigui blanca.

17. S'instal·la un programa d'antivirus en un ordinador. La probabilitat que l'ordinador contingui un virus és 0.1. Si l'ordinador té un virus, l'antivirus el detecta amb una probabilitat de 0.98. Si l'ordinador no té virus, l'antivirus dona un missatge de presència de virus amb una probabilitat de 0.01. Calcula:
- La probabilitat que si ha aparegut un missatge de presència de virus, l'ordinador no tingui cap virus.
 - La probabilitat que si no ha sortit cap missatge de presència de virus, l'ordinador tingui un virus.
18. Tenim 3 capses amb botons. A la primera hi ha un 30% de botons blancs, a la segona un 80% i a la tercera un 60%. Triem una capsa a l'atzar i traiem un botó.
- Trobeu la probabilitat de que sigui blanc.
 - Si ha sigut blanc, calculeu la probabilitat que provingui de la primera capsa.
19. Podem classificar els ordinadors portàtils en tres gammes segons les prestacions: gamma alta el 10%, gamma mitjana 60% i gamma baixa 30%. Hem fet un estudi del lloc de compra (per internet o a la botiga) segons la gamma. Els portàtils de gamma alta es compren un 8 % per internet, els de la gamma mitjana un 10% i els de la gamma baixa un 15%.
- Quina és la probabilitat que un portàtil es compri per internet?
 - Quina és la probabilitat que un portàtil sigui de gamma alta i s'hagi comprat en una botiga?
 - Si un portàtil ha estat comprat per internet quina és la probabilitat que sigui de gamma mitjana?
20. Si tirem dos daus i fem la suma dels resultats obtinguts. Quin és el resultat més probable? I el menys probable?
21. S'installa un dispositiu antiincendis en un hotel. La probabilitat que hi hagi un incendi és 0.005. Si hi ha un incendi el dispositiu funciona (llença aigua) amb una probabilitat de 0.99. Si no hi ha incendi, el dispositiu es posa en funcionament amb una probabilitat de 0.01. Calcula:
- La probabilitat que si el dispositiu està en funcionament no hi hagi cap incendi.
 - La probabilitat que si el dispositiu no està en funcionament hi hagi un incendi.
22. (*) Sigui U_1 una urna amb dues boles blanques i tres negres, i U_2 una altra urna amb dues boles blanques i tres de vermelles. Traiem una bola de U_1 i la fem a U_2 . A continuació s'agafa una bola de U_2 i la fem a U_1 . Finalment agafem dues boles de U_1 i resulten ser blanca i negra. Calculeu la probabilitat que U_1 no tingui cap bola vermella.
23. Una urna té la composició següent: una bola vermella marcada amb el nombre 1, tres boles vermelles marcades amb el nombre 2, quatre boles blanques marcades amb el nombre 1 i dues boles blanques amb el nombre 2. Es treu una bola. Sabem que és blanca. Troba la probabilitat que estigui marcada amb un 1 i la probabilitat que estigui marcada amb un 2.