

# 实验 5：机械臂抓取与搬运实验

第 4 组 金加康 王彦程 孟令祎 方辰 李有为 李俊粤

2025 年 10 月 14 日

## 1 实验目的和要求

### 1.1 实验目的

- 1. 了解机械臂的轨迹规划方法。
- 2. 掌握机械臂的逆运动学求解方法。
- 3. 学习对机械臂的搬运任务进行目标点的选取和轨迹规划。

### 1.2 任务要求

- 1. 编写程序控制 ZJU-I 型机械臂，实现木块抓取与搬运，具体流程为
  - (1) 机械臂从零位置启动，运行至起始区域；
  - (2) 启动真空吸爪，抓取起始区域内的木块，移动至 A 点 (370, -90, 115)；
  - (3) 移动过程中控制木块从 A 点沿直线路径运动至 B 点 (288, -288, 115)；
  - (4) 控制从 B 点到达目标区域，目标区域位置为机械臂 1 号关节旋转角度 90°所在位置；
  - (5) 抓取第二个木块放置到目标区域，并堆叠在第一个模块上，二者姿态保持一致。
- 2. 程序中需要编写正、逆运动学求解代码、轨迹规划代码，要求机械臂无碰撞、所有关节速度平滑。

## 2 结果与分析

### 2.1 任务完成准确性

实验成功完成了两个木块的抓取、搬运和堆叠任务：

- 1. 第一个木块成功从起始位置搬运至目标区域，经过染色池时实现了直线运动。

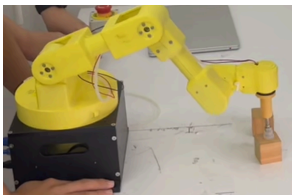


图 1 起始位置

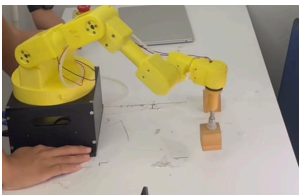


图 2 进入染色池

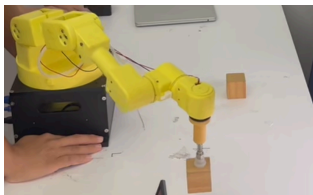


图 3 离开染色池

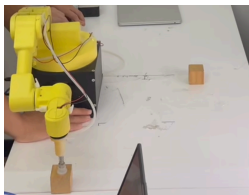
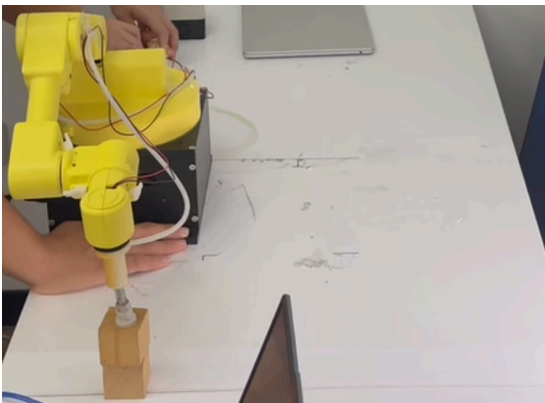


图 4 目标区域

- 2. 第二个木块成功堆叠在第一个木块上方，两者姿态保持一致。



- 3. 整个过程中机械臂未发生碰撞，各关节角度、速度、加速度均在限制范围内。

## 2.2 关键技术点

1. **速度边界条件优化**: 通过在笛卡尔空间规划速度并利用雅可比矩阵转换到关节空间, 实现了直线段前后的平滑过渡。
2. **中间点策略**: 在返回起始区域时设置中间过渡点, 有效避免了关节角的剧烈变化和潜在碰撞。
3. **逆运动学解选择**: 对于多解情况, 选择与当前关节状态最接近且无奇异性的解, 保证了运动的连续性。
4. **时间分配合理**: 各段运动时间根据实际距离和速度限制合理分配, 既保证了平滑性又提高了效率。

## 3 实验内容与原理

### 3.1 总体规划思路

机械臂操纵物块的过程分为 7 个关键状态, 整体流程为:

1. 第一个物块搬运流程:
  - (1)  $q_0$ : 机械臂初始零位姿态。
  - (2)  $q_1$ : 移动到第一个木块上方的抓取位置。
  - (3)  $q_A$ : 抓取后移动至染色池入口点  $A(370, -90, 115, \pi, 0, -\frac{\pi}{2})$ 。
  - (4)  $q_B$ : 沿直线运动至染色池出口点  $B(288, -288, 115, \pi, 0, -\frac{\pi}{2})$ 。
  - (5)  $q_7$ : 移动至目标区域上方的过渡点。
  - (6)  $q_2$ : 放置第一个木块于目标位置。
2. 第二个物块搬运流程:
  - (1)  $q_2 \rightarrow q_7$ : 返回目标区域上方的过渡点。
  - (2)  $q_7 \rightarrow q_{7'}$ : 将关节 1 旋转  $-90^\circ$  调整姿态。
  - (3)  $q_{7'} \rightarrow q_3^{\text{up}} \rightarrow q_3$ : 通过中间点避免碰撞, 到达第二个木块位置。
  - (4)  $q_3 \rightarrow q_6 \rightarrow q_A$ : 抓取第二个木块并移动至染色池入口。
  - (5)  $q_A \rightarrow q_B$ : 沿直线运动通过染色池。
  - (6)  $q_B \rightarrow q_5 \rightarrow q_4$ : 移动至第一个木块上方并堆叠放置。

### 3.2 轨迹规划方法

#### 3.2.1 五次多项式轨迹规划

五次多项式共有六个参数  $a_0, a_1, a_2, a_3, a_4, a_5$ , 通过给定的初始位置、初始速度、初始加速度、目标位置、目标速度、目标加速度, 可以求解出这六个参数, 从而得到一个五次多项式函数。该函数可以保证关节位置、速度、加速度的平滑性。

1. 五次多项式的形式:

$$\begin{cases} \theta(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3 + a_4 t^4 + a_5 t^5 \\ \dot{\theta}(t) = a_1 + 2a_2 t + 3a_3 t^2 + 4a_4 t^3 + 5a_5 t^4 \\ \ddot{\theta}(t) = 2a_2 + 6a_3 t + 12a_4 t^2 + 20a_5 t^3 \end{cases} \quad (1)$$

2. 约束条件:

$$\begin{cases} \theta(0) = \theta_0, \dot{\theta}(0) = \dot{\theta}_0, \ddot{\theta}(0) = \ddot{\theta}_0 \\ \theta(T) = \theta_T, \dot{\theta}(T) = \dot{\theta}_T, \ddot{\theta}(T) = \ddot{\theta}_T \end{cases} \quad (2)$$

3. 矩阵形式:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ T^5 & T^4 & T^3 & T^2 & T & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 5T^4 & 4T^3 & 3T^2 & 2T & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 20T^3 & 12T^2 & 6T & 2 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a_5 \\ a_4 \\ a_3 \\ a_2 \\ a_1 \\ a_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \theta_0 \\ \theta_T \\ \dot{\theta}_0 \\ \dot{\theta}_T \\ \ddot{\theta}_0 \\ \ddot{\theta}_T \end{pmatrix} \quad (3)$$

本实验中, 在 A、B 两点设置了非零的速度边界条件, 以保证机械臂在直线段前后的运动更加连续平滑。具体做法是在笛卡尔空间中规划速度, 然后用雅可比矩阵将其转化为关节空间的速度。

### 3.2.2 直线轨迹规划 (三次样条插值)

为保证物块在染色池中的直线运动, 采用在笛卡尔空间进行三次样条插值的方法。给定起点位姿  $\mathbf{p}_A$ 、终点位姿  $\mathbf{p}_B$  和运动时间  $T$ , 在笛卡尔空间生成 1000 个等间距插值点:

$$\mathbf{p}(t_i) = \mathbf{p}_A + (\mathbf{p}_B - \mathbf{p}_A) \cdot \frac{i}{N}, \quad i = 0, 1, \dots, N-1 \quad (4)$$

对每个笛卡尔位姿  $\mathbf{p}(t_i) = [x, y, z, r_x, r_y, r_z]^T$ , 利用逆运动学求解器求解对应的关节角:

$$\boldsymbol{\theta}(t_i) = \text{IK}(\mathbf{p}(t_i)) \quad (5)$$

然后利用 `move()` 函数直接驱动机械臂到达各关节角位置, 实现笛卡尔空间的直线运动。

### 3.2.3 带中间点的三次多项式规划

当机械臂从目标区域返回起始区域时, 为避免关节角的剧烈变化和碰撞, 设置了中间过渡点。采用两段三次多项式规划, 确保在中间点处速度和加速度连续。

1. 两段三次多项式的形式:

$$\begin{cases} \theta_1(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3 \\ \theta_2(t) = a_4 + a_5 t + a_6 t^2 + a_7 t^3 \end{cases} \quad (6)$$

2. 约束条件:

$$\begin{cases} \theta_1(0) = \theta_0, \dot{\theta}_1(0) = \dot{\theta}_0 \\ \theta_1(T_1) = \theta_{\text{mid}}, \theta_2(0) = \theta_{\text{mid}} \\ \theta_2(T_2) = \theta_{\text{end}}, \dot{\theta}_2(T_2) = \dot{\theta}_{\text{end}} \\ \dot{\theta}_1(T_1) = \dot{\theta}_2(0), \ddot{\theta}_1(T_1) = \ddot{\theta}_2(0) \end{cases} \quad (7)$$

## 3.3 逆运动学求解

本实验采用自主编写的逆运动学求解器, 基于 DH 参数和几何方法求解。求解器输入为末端执行器的位姿  $[x, y, z, \alpha, \beta, \gamma]$ , 输出为所有可能的关节角解。

关键步骤:

1. 根据末端位姿计算姿态矩阵的方向向量  $\mathbf{n}, \mathbf{o}, \mathbf{a}$ 。
2. 求解关节 1 角度  $\theta_1$ : 利用几何关系  $\theta_1 = \arctan2(A, B) - \arctan2(d_4, \pm\sqrt{A^2 + B^2 - d_4^2})$ 。
3. 求解关节 5 角度  $\theta_5$ :  $\theta_5 = \arcsin(a_y \cos \theta_1 - a_x \sin \theta_1)$ 。
4. 求解关节 6 角度  $\theta_6$ : 利用姿态约束。
5. 求解关节 3 角度  $\theta_3$ : 利用位置约束  $\theta_3 = \arccos\left(\frac{E^2 + F^2 - a_2^2 - a_3^2}{2a_2 a_3}\right)$ 。
6. 求解关节 2 角度  $\theta_2$  和关节 4 角度  $\theta_4$ : 利用几何关系。

逆运动学求解器会返回多组解（最多 8 组），在实际应用中选择最接近当前关节状态且无奇异性的解。


## 4 代码实现

本实验的核心代码包括三个主要模块：轨迹规划、逆运动学求解和主控制循环。

### 4.1 五次多项式轨迹规划

通过构建时间矩阵和边界条件矩阵，求解五次多项式系数：


```
1 def quinticCurvePlanning(qStart, qEnd, vStart, vEnd, duration):
2     timeMatrix = np.matrix([[0, 0, 0, 0, 0, 1],
3                             [T**5, T**4, T**3, T**2, T, 1],
4                             [0, 0, 0, 0, 1, 0],
5                             [5*T**4, 4*T**3, 3*T**2, 2*T, 1, 0],
6                             [0, 0, 0, 2, 0, 0],
7                             [20*T**3, 12*T**2, 6*T, 2, 0, 0]])
8     qMatrix = np.matrix([qStart, qEnd, vStart, vEnd, zeros, zeros]).T
9     return timeMatrix.I * qMatrix # Coefficient matrix
```

 Python

### 4.2 直线轨迹规划

在笛卡尔空间生成 1000 个插值点，通过逆运动学求解对应的关节角序列：


```
1 def splinePlanning(startPos, endPos):
2     spline_points = [(startPos + (endPos - startPos) * i / 1000)
3                     for i in range(1000)]
4     return [iks.solve(np.append(p, [pi, 0, -pi/2]))[:, 2]
5             for p in spline_points]
```

 Python

### 4.3 主控制循环

根据时间窗口判断当前应执行的轨迹段，计算关节角并发送给机械臂：

```
1 while t < t_tot:
2     if t_points['1A'][0] <= t < t_points['1A'][1]:
3         q = quinticCurveExcute(planners['1A'], t - t_points['1A'][0])
4     elif t_points['AB'][0] <= t < t_points['AB'][1]:
5         q = splineExcute(planners['AB'], t - t_points['AB'][0])
6     # ... Other trajectory segments
7
8     r.syncMove(q)
9     t += 0.02 # 20ms control period
```

 Python

## 5 实验总结

本实验成功实现了机械臂的抓取与搬运任务，主要成果包括：

1. 掌握了五次多项式和三次样条插值两种轨迹规划方法，理解了它们在不同场景下的应用优势。
2. 实现了自主编写的逆运动学求解器，能够准确求解给定末端位姿对应的关节角，为轨迹规划提供了基础。
3. 学会了合理设置速度边界条件和中间过渡点，实现了平滑且高效的运动轨迹。
4. 完成了从理论到实践的完整流程，包括任务分析、轨迹规划、代码实现和实验验证。

通过本次实验，深入理解了机器人轨迹规划的原理和方法，掌握了实际编程实现的技巧，为后续更复杂的机器人控制任务打下了坚实基础。