

HOMEWORK 10

1.1 设 $X = (X_1, \dots, X_m)^\top$ 是 m 维随机变量, 均值为 $E(X) \stackrel{\text{def}}{=} \mu$, 协方差矩阵为 $\text{cov}(X) \stackrel{\text{def}}{=} \Sigma$ 。设 Σ 的特征值为 $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_m$, 特征值对应的单位特征向量为 $\alpha_1, \dots, \alpha_m$ 则 X 的第 k 个主成分是 $Y_k = \alpha_k^\top X$, 方差为 $\text{var}(Y_k) = \alpha_k^\top \Sigma \alpha_k$ 。

证明以下性质:

$$\sum_k \rho^2(Y_k, X_i) = 1$$

其中, $\rho(Y_k, X_i) = \frac{\sqrt{\lambda_k} \alpha_{ik}}{\sqrt{\sigma_{ii}}}$, $\sigma_{ii} = \text{var}(X_i)$, $\alpha_{ik} = e_i^\top \alpha_k$, α_k 为第 k 个特征向量, e_i 为基本单位向量, 其第 i 个变量为 1, 其余为 0。

1.2 对以下样本数据进行主成分分析:

$$X = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 4 & 3 \\ 5 & 3 \\ 5 & 4 \\ 6 & 5 \\ 8 & 7 \end{bmatrix}$$

以上题目请以 PDF 格式提交。

提交时间: 12 月 20 日, 晚 20:00 之前。请预留一定的时间, 迟交作业扣 3 分, 作业抄袭 0 分。
