

信号建模与 算法实践

单高斯分类

Xu Weiye

2022-11-12

Content

1	definition	2
2	process	2
3	code	2
4	result	3

1 definition

多元单高斯模型的表达式写成如下形式：

$$P(x | \Theta) = (2\pi)^{-d/2} \det[\Sigma]^{-1/2} \exp \left[-\frac{1}{2} (x - \mu)^T \Sigma^{-1} (x - \mu) \right]$$

其中， d 是指数据输入的维度， $\mu \in \mathbb{R}^{d \times 1}$ 是指高斯分布的均值参数， $\Sigma \in \mathbb{R}^{d \times d}$ 是指高斯分布的协方差矩阵， Θ 指的是以上所有参数的集合。

2 process

对于上式取对数，得到

$$\begin{aligned} l(\mu, \Sigma) &\propto \frac{N}{2} \ln \Sigma + 0.5 \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^T \Sigma^{-1} (x_i - \mu) \\ &= \frac{n}{2} \ln \Sigma + 0.5 \text{tr} \left[\Sigma^{-1} \sum_{i=0}^n (x_i - \bar{x})^T (x_i - \bar{x}) \right] + \frac{n}{2} (\mu - \bar{x})^T \Sigma^{-1} (\mu - \bar{x}) \end{aligned}$$

对 μ 和 Σ 求导得到

$$\begin{aligned} \frac{\partial l(\mu, \Sigma)}{\partial \mu} &= 0, \quad \frac{\partial l(\mu, \Sigma)}{\partial \Sigma} = 0 \\ -\Sigma^{-1} \sum_{i=0}^n (x_i - \mu) &= 0 \\ n\Sigma^{-1} - \Sigma^{-1} \sum_{i=0}^n (x_i - \mu)(x_i - \mu)^T \Sigma^{-1} &= 0 \end{aligned}$$

得到

$$\begin{aligned} \mu &= \frac{1}{N} \sum_{i=0}^N x_i \\ \Sigma &= \frac{1}{N} \sum_{i=0}^N (x_i - \mu)(x_i - \mu)^T \end{aligned}$$

3 code

按照上述结果可以通过编写成代码得到

```
def get_paras(datas):
    mu = np.mean(datas,axis=0)
    sigma = np.matmul((datas-mu).transpose(),datas-mu)/(datas.shape[0]-1)
    return mu , sigma
```

4 result

得到结果是

/	测试集 A	测试集 B	总体
准确率	71%	82%	76%