

Cat Cat Mechanics

22级T3大模拟Round 2

题目背景：

在茫茫宇宙中有一个神秘的星系——这是猫猫生活的星系。这个星系的星球之间有着奇特的物理规律，猫猫对这些星球之间相互的力学非常感兴趣，于是以此为基础上做了一些观察，并且得到了一些结论。得到结论的猫猫非常兴奋，迫不及待地想要将这个结论分享给你，同时希望你在了解这些结论后，能帮助猫猫预测后续进行的力学实验结果。

问题描述：

整个星系在一个三维空间中，由若干颗星球构成，每个星球都有自己的三维空间坐标。这些星球的某两两之间可能会出现“引力纠缠”现象，具有“引力纠缠”关系的两颗星球可以传导“引力波”。

猫猫通过观察发现，星系中各星球的“引力纠缠”关系将整个星系组织成了“树”的结构，即如果将星球看作“点”，将“引力纠缠”看成“边”，那么构成的无向图上任意两点可达且路径唯一。猫猫注意到，“引力纠缠”关系**不具有传递性**，也就是说每个星球只会对与自己**直接**“引力纠缠”的星球施加(传导)“引力波”。

由于猫猫只研究某一时刻的力学问题，所以可以认为在这一时刻所有星球都静止不动，且可以看成没有体积大小的理想质点。不会有两个星球处于相同的位置。

猫猫还发现了一些关于“引力波”的性质：

- “引力波”是**空间矢量**，既有大小，又有方向。
- 具有“引力纠缠”关系的两颗星球之间可以传播“引力波”，该“引力波”的方向总是与过这两颗星球的空间直线**共线**。

猫猫还发现了星球间“引力波”的传播规律：

- 当一个星球被施加(传导)“引力波”时，这个星球会向与其具有“引力纠缠”关系的所有**除来源以外**的星球施加(传导)“引力波”。注意，“**除来源以外**”表明不会向施加(传导)“引力波”的来源星球施加(传导)“引力波”，尽管它们具有“引力纠缠”关系。
- 具体的传播规律如下：对于某个位于空间点 P 的星球，有位于这些空间点 q_1, q_2, \dots, q_k 的星球与它具有“引力纠缠”关系，其中已经**排除“引力波”来源**。当位于空间点 P 的星球被施加(传导)“引力波” \vec{F} 时， P 会对这 k 星球分别施加(传导)“引力波”：具体地，会对位于 q_i 的星球产生“引力波”：

$$\vec{f}_i = |\vec{F}| \cos \langle \vec{F}, \vec{P}q_i \rangle \frac{Pq_i}{|\vec{P}q_i|} \quad (1)$$

猫猫还发现“引力波”传播时会对星球产生“引力压迫”：

- “引力压迫”是**标量**，只有大小，没有方向。
- 当一个星球被施加(传导)“引力波”时，“引力波”会对这个星球产生“引力压迫”。
- 一个星球受到的“引力压迫”的大小如下：对于某个位于空间点 P 的星球，有位于这些空间点 q_1, q_2, \dots, q_k 的星球与它具有“引力纠缠”关系，其中已经**排除“引力波”来源**。当位于空间点 P 的星球被施加(传导)“引力波” \vec{F} 时
 - (1). 如果这个星球没有对其他星球施加(传导)“引力波”，那么它受到的“引力压迫”即为受到的“引力波”的大小 $|\vec{F}|$ 。
 - (2). 如果这个星球对其他星球施加(传导)了“引力波”，那么每一份施加(传导)都会产生一定的“引力压迫”，**它受到的总“引力压迫”为每一份施加(传导)产生的“引力压迫”之和：**

$$S = \sum_{i=1}^k |\vec{F} \times \vec{f}_i| \quad (2)$$

猫猫的实验：

对于一个星系，猫猫会告诉你各星球之间的“引力纠缠”关系，然后挑选一个幸运星球，人为地对其施加“引力波”。

猫猫希望你通过之前给出的信息，预测出星系中星球所受到的“引力压迫”的大小。

输入格式：

第一行一个整数 n ，表示星系中星球的数量。

接下来 n 行，每一行有三个由空格隔开的整数，第 $i + 1$ 行的 x_i, y_i, z_i ，表示第 i 个星球的三维空间坐标。

接下来 $n - 1$ 行，每一行有两个由空格隔开的整数 a, b ，表示这两个星球具有“引力纠缠”关系。

最后一行4个整数 P, F_x, F_y, F_z ，表示猫猫选择对第 P 个星球施加空间矢量为 (F_x, F_y, F_z) 的“引力波”。

数据保证星球间的位置不重复，且“引力纠缠”关系构成树结构。

输出格式：

输出共 n 行，每一行输出一个浮点数，第 i 行表示第 i 个星球受到的**引力压迫**的大小。

输出结果与标准答案的相对误差和绝对误差之一小于等于 10^{-2} 时认为正确。

问题规模：

对于所有的测试点保证：
 $1 < n \leq 100, 1 \leq P \leq n$
 $|x_i|, |y_i|, |z_i| \leq 100$
 $|F_x|, |F_y|, |F_z| \leq 5000。$

提示：

你需要使用浮点数进行计算，同时你需要考虑精度问题，尽可能的减少乘除法等可能降低精度的运算。

子任务

| 测试点 | 性质 | 分数 |
|--------------------|------|----|
| 1, 2, 3, 4, 5 | “链条” | 25 |
| 6, 7, 8, 9, 10 | “菊花” | 25 |
| 11, 12, 13, 14, 15 | “直角” | 25 |
| 16, 17, 18, 19, 20 | 无限制 | 25 |

“链条”性质：“引力纠缠”关系构成的树中，每个星球最多和两个星球具有“引力纠缠”关系。猫猫只会往叶子节点施加“引力波”。

“菊花”性质：“引力纠缠”关系构成的树中，仅有唯一——一个点不是叶子节点，称为“中心”节点，其他点均为叶子节点。猫猫只会往“中心”节点施加“引力波”。

“直角”性质：过具有“引力纠缠”关系的两个星球的直线，总是与 x, y, z 三轴之一平行。猫猫施加的“引力波”的方向也总是与 x, y, z 三轴之一平行。

样例

输入

6
0 0 2
0 0 1
1 0 0
-1 0 0
0 1 0
0 -1 0
1 2
2 3
2 4
5 2
6 2
1 0 0 -1

输出

0
2
0.707107
0.707107
0.707107
0.707107

样例解释

如图所示

猫猫对星球1施加 $(0, 0, -1)$ 的“引力波”。

由(1)式可得：星球1对星球2传导 $(0, 0, -1)$ 的“引力波”。

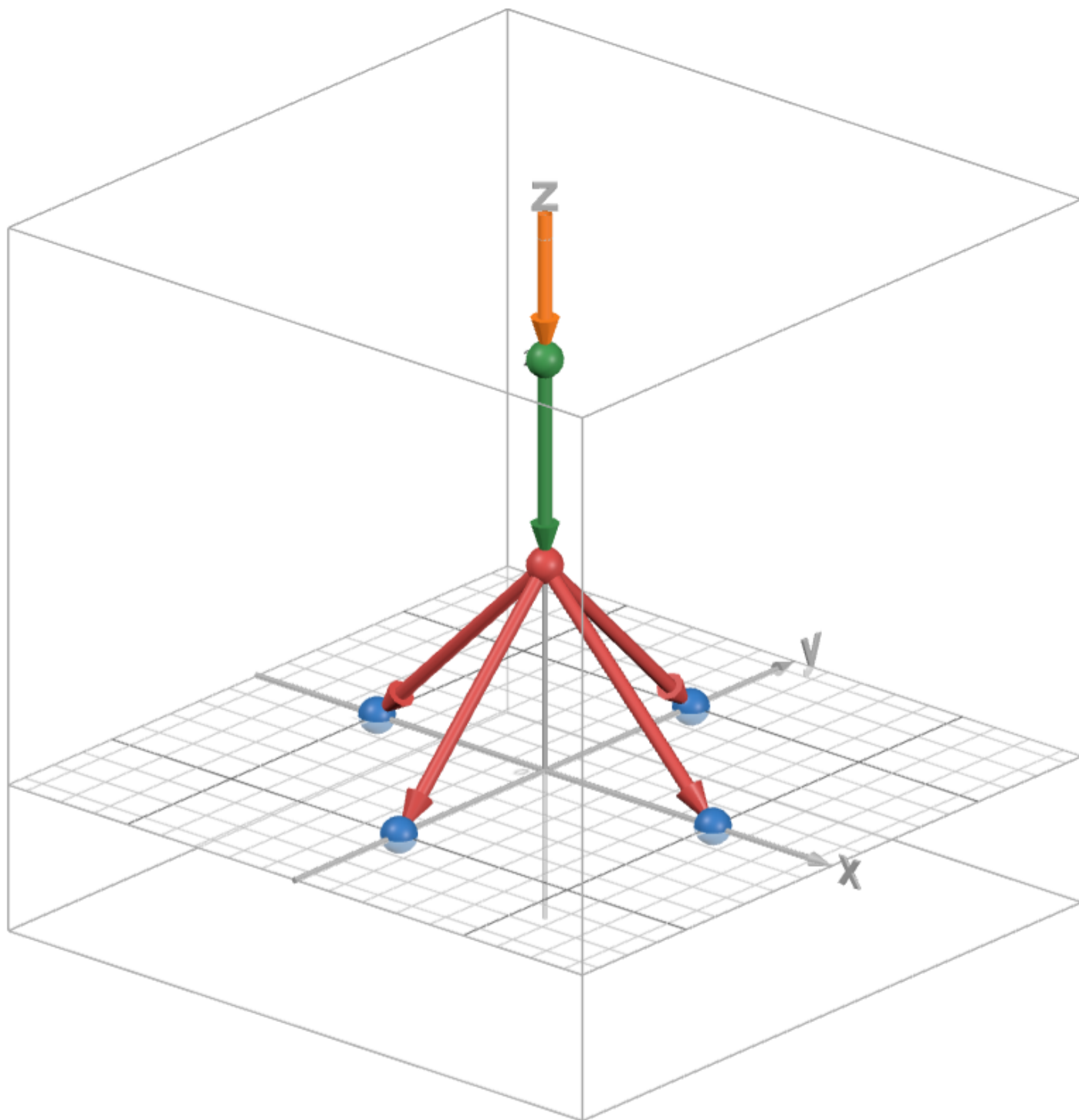
由(2)式可得：星球1受到的“引力压迫”为0。

星球2受到 $(0, 0, -1)$ 的“引力波”。

由(1)式可得：星球2传导出的“引力波”分别为： $(\frac{1}{2}, 0, -\frac{1}{2}), (-\frac{1}{2}, 0, -\frac{1}{2}), (0, \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}), (0, -\frac{1}{2}, -\frac{1}{2})$

由(2)式可得：星球2受到的“引力压迫”为2。

星球3,4,5,6均没有对其他星球传导(施加)“引力波”，于是其受到的“引力压迫”均为其受到的“引力波”的大小，均为 $\frac{\sqrt{2}}{2} \approx 0.707107$ 。



附

向量长度(取模)运算公式

设 $\vec{a} = (a_x, a_y, a_z)$, 则

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$$

向量内积运算公式

设 $\vec{a} = (a_x, a_y, a_z), \vec{b} = (b_x, b_y, b_z)$, 则

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z$$

向量内积与角度余弦运算公式

设 $\vec{a} = (a_x, a_y, a_z), \vec{b} = (b_x, b_y, b_z)$, 则

$$\cos \angle \vec{a}, \vec{b} = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| |\vec{b}|}$$

向量叉乘运算公式

设 $\vec{a} = (a_x, a_y, a_z), \vec{b} = (b_x, b_y, b_z)$, 则

$$\vec{a} \times \vec{b} = (a_y b_z - a_z b_y, a_z b_x - a_x b_z, a_x b_y - a_y b_x)$$

相对误差和绝对误差计算公式

设两个实数 a, b , 其中 a 为标准值, b 为估计值(测量值)则:

$$\begin{aligned} \text{绝对误差}(a, b) &= |a - b| \\ \text{相对误差}(a, b) &= \frac{|a - b|}{|a|} \end{aligned}$$