

# Cat Cat Mechanics

22级T3大模拟Round 2

## 题目背景：

在茫茫宇宙中有一个神秘的星系——这是猫猫生活的星系。这个星系的星球之间有着奇特的物理规律，猫猫对这些星球之间相互的力学非常感兴趣，于是以此为基础上做了一些观察，并且得到了一些结论。得到结论的猫猫非常兴奋，迫不及待地想要将这个结论分享给你，同时希望你在了解这些结论后，能帮助猫猫预测后续进行的力学实验结果。

## 问题描述：

整个星系在一个三维空间中，由若干颗星球构成，每个星球都有自己的三维空间坐标。这些星球的某两两之间可能会出现“引力纠缠”现象，具有“引力纠缠”关系的两颗星球可以传导“引力波”。

猫猫通过观察发现，星系中各星球的“引力纠缠”关系将整个星系组织成了“树”的结构，即如果将星球看作“点”，将“引力纠缠”看成“边”，那么构成的无向图上任意两点可达且路径唯一。猫猫注意到，“引力纠缠”关系**不具有传递性**，也就是说每个星球只会对与自己**直接**“引力纠缠”的星球施加(传导)“引力波”。

由于猫猫只研究某一时刻的力学问题，所以可以认为在这一时刻所有星球都静止不动，且可以看成没有体积大小的理想质点。不会有两个星球处于相同的位置。

## 猫猫还发现了一些关于“引力波”的性质：

- “引力波”是**空间矢量**，既有大小，又有方向。
- 具有“引力纠缠”关系的两颗星球之间可以传播“引力波”，该“引力波”的方向总是与过这两颗星球的空间直线**共线**。
- “引力波”的传导(施加)不会被星球阻挡，即当一个星球恰好在两个具有“引力纠缠”关系的星球中间时，“引力波”依然能正常被传导(施加)。

## 猫猫还发现了星球间“引力波”的传播规律：

- 当一个星球被施加(传导)“引力波”时，这个星球会向与其具有“引力纠缠”关系的所有**除来源以外**的星球施加(传导)“引力波”。注意，“**除来源以外**”表明不会向施加(传导)“引力波”的来源星球施加(传导)“引力波”，尽管它们具有“引力纠缠”关系。

- 具体的传播规律如下：对于某个位于空间点 $P$ 的星球, 有位于这些空间点 $q_1, q_2, \dots, q_k$ 的星球与它具有“引力纠缠”关系, 其中已经**排除“引力波”来源**。当位于空间点 $P$ 的星球被施加(传导)“引力波” $\vec{F}$ 时,  $P$ 会对这 $k$ 星球分别施加(传导)“引力波”: 具体地, 会对位于 $q_i$ 的星球产生“引力波”:

$$\vec{f}_i = |\vec{F}| \cos \angle \vec{F}, \vec{Pq}_i > \frac{|\vec{Pq}_i|}{|\vec{Pq}_i|} \quad (1)$$

## 猫猫还发现“引力波”传播时会对星球产生“引力压迫”:

- “引力压迫”是**标量**, 只有大小, 没有方向。
- 当一个星球被施加(传导)“引力波”时, “引力波”会对这个星球产生“引力压迫”。
- 一个星球受到的“引力压迫”的大小如下：对于某个位于空间点 $P$ 的星球, 有位于这些空间点 $q_1, q_2, \dots, q_k$ 的星球与它具有“引力纠缠”关系, 其中已经**排除“引力波”来源**。当位于空间点 $P$ 的星球被施加(传导)“引力波” $\vec{F}$ 时
  - (1). 如果这个星球没有对其他星球施加(传导)“引力波”, 那么它受到的“引力压迫”即为受到的“引力波”的大小 $|\vec{F}|$ 。
  - (2). 如果这个星球对其他星球施加(传导)了“引力波”, 那么每一份施加(传导)都会产生一定的“引力压迫”, 它受到的总“引力压迫”为每一份施加(传导)产生的“引力压迫”之和:

$$S = \sum_{i=1}^k |\vec{F} \times \vec{f}_i| \quad (2)$$

## 猫猫的实验:

对于一个星系, 猫猫会告诉你各星球之间的“引力纠缠”关系, 然后挑选一个幸运星球, 人为地对其施加“引力波”。

猫猫希望你通过之前给出的信息, 预测出星系中星球所受到的“引力压迫”的大小。

## 输入格式:

第一行一个整数 $n$ , 表示星系中星球的数量。

接下来 $n$ 行, 每一行有三个由空格隔开的整数, 第 $i + 1$ 行的 $x_i, y_i, z_i$ , 表示第 $i$ 个星球的三维空间坐标。

接下来 $n - 1$ 行, 每一行有两个由空格隔开的整数 $a, b$ , 表示这两个星球具有“引力纠缠”关系。

最后一行4个整数 $P, F_x, F_y, F_z$ , 表示猫猫选择对第 $P$ 个星球施加空间矢量为 $(F_x, F_y, F_z)$ 的“引力波”。

数据保证星球间的位置不重复, 且“引力纠缠”关系构成树结构。

## 输出格式:

输出共 $n$ 行，每一行输出一个浮点数，第 $i$ 行表示第 $i$ 个星球受到的**引力压迫**的大小。  
输出结果与标准答案的相对误差和绝对误差之一小于等于 $10^{-4}$ 时认为正确。

问题规模：

对于所有的测试点保证：  
 $1 < n \leq 100, 1 \leq P \leq n$   
 $|x_i|, |y_i|, |z_i| \leq 100$   
 $|F_x|, |F_y|, |F_z| \leq 5000$ 。

提示：

你需要使用浮点数进行计算，同时你需要考虑精度问题，尽可能的减少乘除法等可能降低精度的运算。

子任务

测试点	性质	分数
1, 2, 3, 4, 5	“链条”	25
6, 7, 8, 9, 10	“菊花”	25
11, 12, 13, 14, 15	“直角”	25
16, 17, 18, 19, 20	无限制	25

**“链条”性质：**“引力纠缠”关系构成的树中，每个星球最多和两个星球具有“引力纠缠”关系。猫猫只会往叶子节点施加“引力波”。

**“菊花”性质：**“引力纠缠”关系构成的树中，仅有唯一——一个点不是叶子节点，称为“中心”节点，其他点均为叶子节点。猫猫只会往“中心”节点施加“引力波”。

**“直角”性质：**过具有“引力纠缠”关系的两个星球的直线，总是与 $x, y, z$ 三轴之一平行。猫猫施加的“引力波”的方向也总是与 $x, y, z$ 三轴之一平行。

样例

输入

6  
0 0 2  
0 0 1  
1 0 0  
-1 0 0  
0 1 0  
0 -1 0  
1 2  
2 3  
2 4  
5 2  
6 2  
1 0 0 -1

输出

0  
2  
0.707107  
0.707107  
0.707107  
0.707107

样例解释

如图所示

猫猫对星球1施加 $(0, 0, -1)$ 的“引力波”。

由(1)式可得：星球1对星球2传导 $(0, 0, -1)$ 的“引力波”。

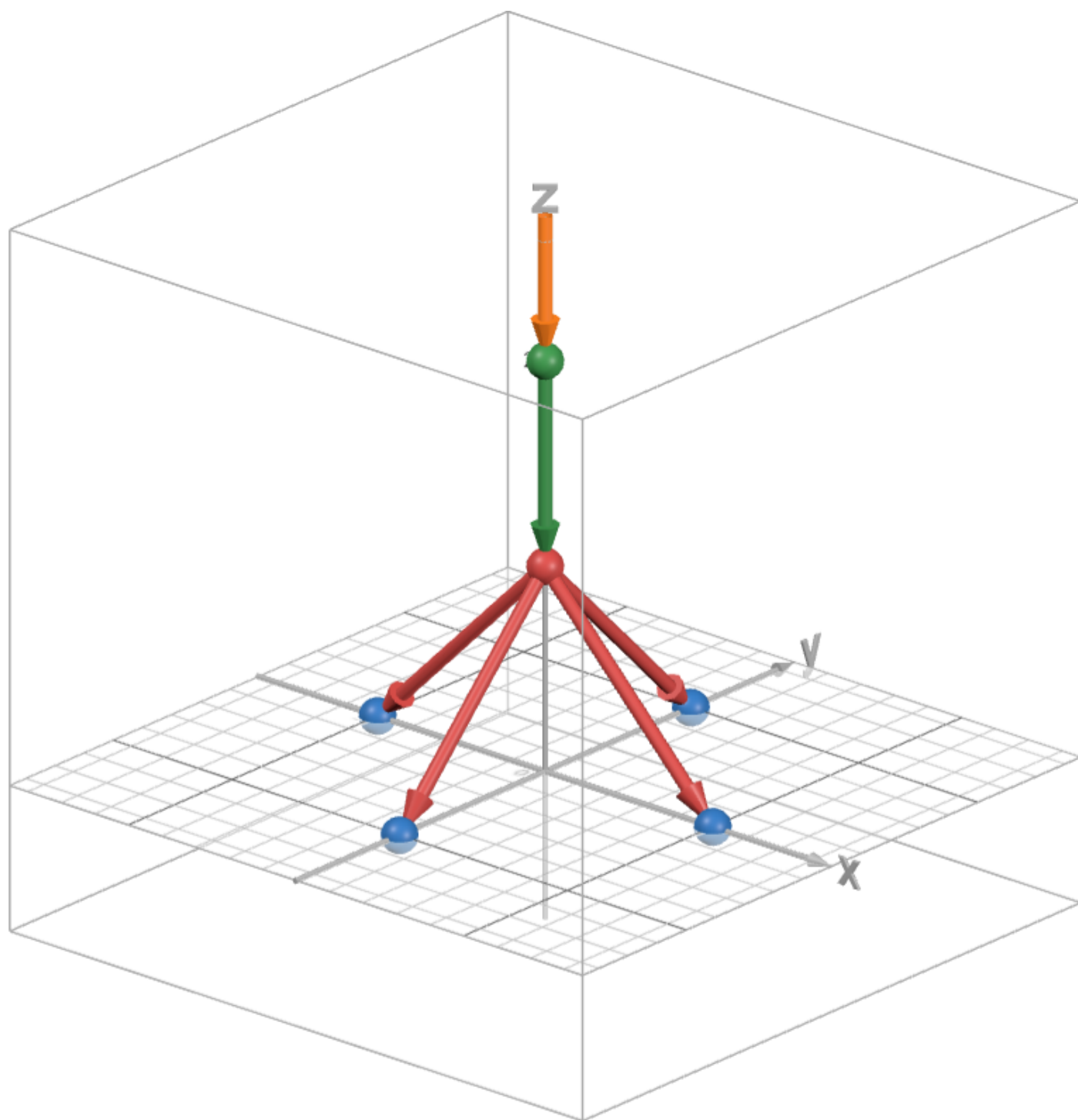
由(2)式可得：星球1受到的“引力压迫”为0。

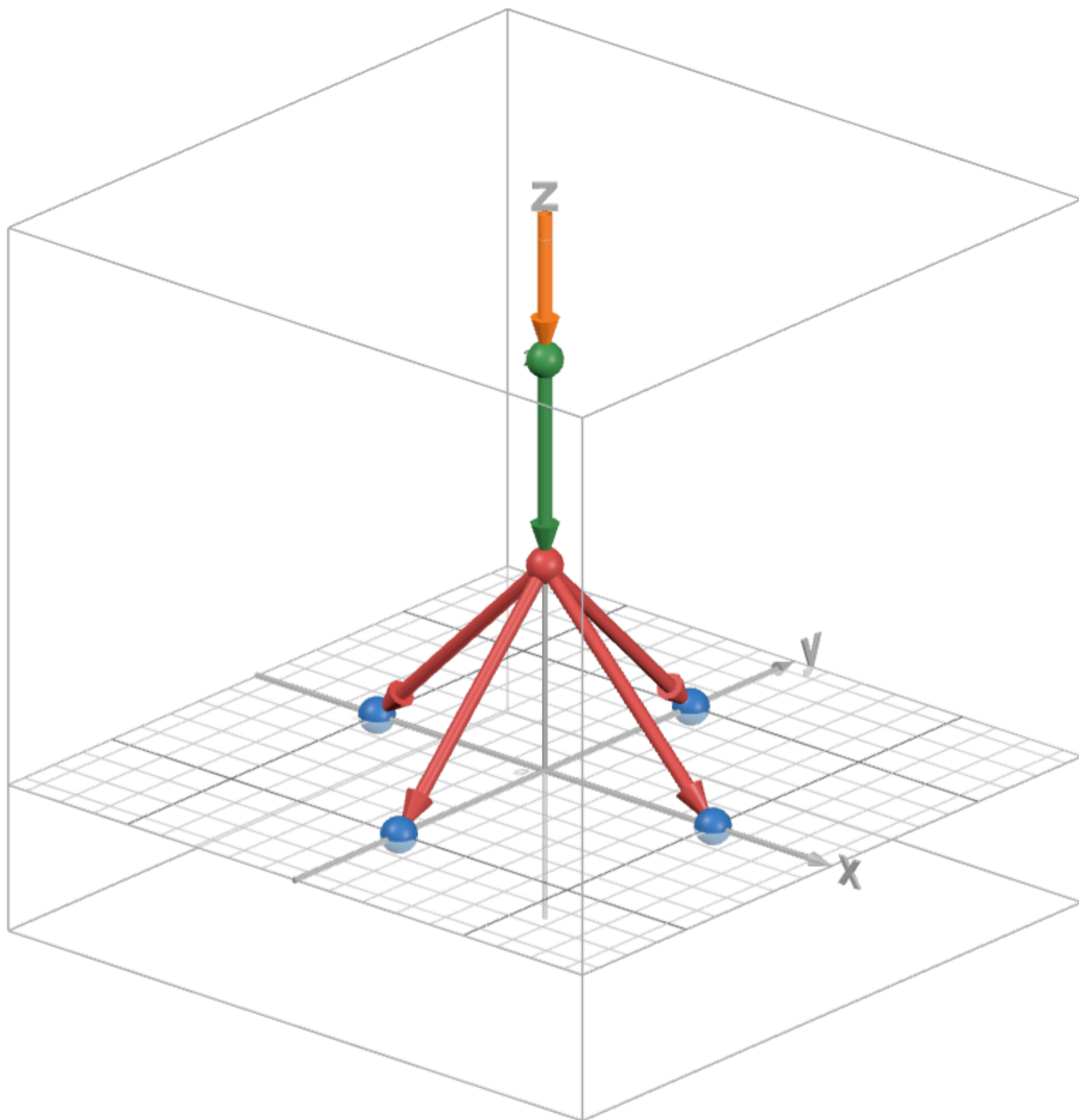
星球2受到 $(0, 0, -1)$ 的“引力波”。

由(1)式可得：星球2传导出的“引力波”分别为： $(\frac{1}{2}, 0, -\frac{1}{2}), (-\frac{1}{2}, 0, -\frac{1}{2}), (0, \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}), (0, -\frac{1}{2}, -\frac{1}{2})$

由(2)式可得：星球2受到的“引力压迫”为2。

星球3,4,5,6均没有对其他星球传导(施加)“引力波”，于是其受到的“引力压迫”均为其受到的“引力波”的大小，均为 $\frac{\sqrt{2}}{2} \approx 0.707107$ 。





附

向量长度(取模)运算公式

设  $\vec{a} = (a_x, a_y, a_z)$ , 则

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$$

向量内积运算公式

设 $\vec{a} = (a_x, a_y, a_z), \vec{b} = (b_x, b_y, b_z)$ , 则

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z$$

## 向量内积与角度余弦运算公式

设 $\vec{a} = (a_x, a_y, a_z), \vec{b} = (b_x, b_y, b_z)$ , 则

$$\cos \angle \vec{a}, \vec{b} = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| |\vec{b}|}$$

## 向量叉乘运算公式

设 $\vec{a} = (a_x, a_y, a_z), \vec{b} = (b_x, b_y, b_z)$ , 则

$$\vec{a} \times \vec{b} = (a_y b_z - a_z b_y, a_z b_x - a_x b_z, a_x b_y - a_y b_x)$$

## 相对误差和绝对误差计算公式

设两个实数 $a, b$ , 其中 $a$ 为标准值,  $b$ 为估计值(测量值)则:

$$\text{绝对误差}(a, b) = |a - b|$$

$$\text{相对误差}(a, b) = \frac{|a - b|}{|a|}$$