

edge 有四種：

1. Tree edge: 在 depth-first forest 裡面的邊叫做 tree edge. 如果  $v$  是經由  $(u,v)$  discover 的, 那  $(u,v)$  就是 tree edge.
2. Back edge: 連接  $u$  到它的祖先  $v$  的邊  $(u,v)$  叫做 back edge. Self-loop 也算做是 back edge 的一種.
3. Forward edge: 連接  $u$  到它的子孫  $v$  的 nontree edge  $(u,v)$ .
4. Cross edge: 所有其他的 edge. 可以是連接同一棵 depth-first tree 的邊, 或者是連接不同 depth-first tree 的邊.

如何分辨是什麼邊呢?

- 當我們第一次碰到 edge  $(u,v)$  的時候,  $v$  的顏色告訴我們它是什麼邊:
  1. WHITE  $\rightarrow$  tree edge
  2. GRAY  $\rightarrow$  back edge
  3. BLACK  $\rightarrow$  forward 或 cross edge
    1.  $u.d < v.d$  的話就是一條 forward edge
    2.  $u.d > v.d$  的話就是一條 cross edge

問題：( $u$  是  $v$  的長輩)

在 undirected graph 的 depth-first forest 裡面只有 tree edge 和 back edge(沒有 forward edge or cross edge). 想想看為什麼?

假設  $u$  是  $v$  的長輩, 在 undirected graph 中, 存在著 edge  $(u,v)$ , 假設  $v$  是白色, 則為 tree edge; 假設  $v$  是灰色, 則為 back edge; 假設 edge  $(u,v)$  為 cross edge, 但我們知道  $u.d < v.d$ , 與定義矛盾故不成立; 假設 edge  $(u,v)$  為 forward edge, 但根據 depth-first tree 的定義, 在  $u.d$  的時候就會先把無向圖中的此 edge 使用形成 back edge, 所以不成立。

在 directed graph 的 breadth-first forest 裡面沒有 forward edge. 想想看為什麼?

假設  $u$  是  $v$  的長輩, 碰到了 forward edge  $(u,v)$ , 但我們知道  $u$  是  $v$  的長輩, 所以  $u.d > v.d$ , 但這與 forward 的定義矛盾, 所以沒有 forward edge。

參考來源：

Ntu.csie 的 slide

[https://www.csie.ntu.edu.tw/~hsinmu/courses/\\_media/dsa\\_13spring/graph2.pdf](https://www.csie.ntu.edu.tw/~hsinmu/courses/_media/dsa_13spring/graph2.pdf)

自己