EI Assignment 12

Vithusan Ramalingam (21-105-515)

Jan Ellenberger (21-103-643)

Aufgabe 1.

1. Diskret und stochastisch:
   Die Simulation eines Fussballmatches, zur Auswertung der potenziellen Torschützen und der Anzahl Tore. Bei mehrfacher Ausübung der Simulation können verschiedene Ergebnisse entstehen, was für die stochastische Ansicht spricht, und es werden Objekte aus einer abzählbaren Menge benötigt (Spieler) und es werden Ereignisse (Anzahl Tore) gezählt welche für die Eigenschaft sprechen.

2. Stetig und statisch
   Die Simulation der Dichte eines Stoffes zu einem gewissen Zeitpunkt. Da nur eine Momentaufnahme gemacht wird, ist diese Simulation statisch. Die Dichte eines Stoffes können wir mithilfe einer stetigen Funktion ausdrücken.

3. Stetig und dynamisch
   Die Simulation des Wachstums eines Babys gemessen im mm innerhalb der Dauer des ersten Lebensjahrs. Das Wachstum ist stetig und dass es innerhalb eines Zeitintervalls stattfindet, deutet darauf, dass es auch dynamisch ist.

Vithusan Ramalingam (21-105-515) Jan Ellenberger (21-103-643)

Aufgabe 2.)

Auf 2.) (3.2)

Vorkomma-Teil in Binärdarstellung

$3 : 2 = 1 \quad R.1$

$1 : 2 = 0 \quad R:1$

$(3)_{10} = (11)_2$

Nachkomma-Teil in Binärdarstellung

0,2	· 2	= 0,4	0,4 < 1	→ 0
0,4	· 2	= 0,8	0,8 < 1	→ 0
0,8	· 2	= 1,6	1,6 > 1	→ 1
0,6	· 2	= 1,2	1,2 > 1	→ 1
0,2	· 2	= 0,4	0,4 < 1	→ 0
0,4	· 2	= 0,8	0,8 < 1	→ 0
0,8	· 2	= 1,6	1,6 > 1	→ 1
0,6	· 2	= 1,2	1,2 > 1	→ 1
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

(0, 0011 0011 01

Da sich der Teil 0011 unendlich oft wiederholt, wir aber im single precision format nur 23-Bit für die Mantisse zur Verfügung haben, runden wir das letzte Bit auf 1 auf. Welche folgen das hat sieht man später beim umwandeln in Dezimalzahl.

Nun setzen wir beide Binärteile zusammen und erhalten.

$$11,00110011\ldots\ldots01$$

Nun verschieben wir das Komma um eine Stelle nach vorne und erhalten den Exponent

$$11,00110011\ldots01 = \overbrace{1,1001100\,11\ldots01}^{\text{Mantisse}} \cdot \underline{\underline{2^{1}}}$$ Der Exponent ist 1

Und für den 8 Bit Exponent zu berechnen addieren wir $127 + \underbrace{1}_{\text{den Exponent}} = (128)_{10} = \underline{\underline{(10000000)_2}}$

127 addieren wir aufgrund des Bias hinzu, dieser folgt daraus, dass wir den Exponent als 8-Bit darstellen wollen. Die Formel dazu lautet eine $0 + r - 1$, einsen. $r = 8$ weil wir als 8-Bit Zahl darstellen

$$(01111111)_2 = (127)_{10}$$

Da die Zahl positiv ist, setzen wir das Vorzeichenbit mit 0

Nun setzen wir Vorzeichenbit, Exponent und Mantisse zusammen.

Bei der Mantisse lassen wir die 1 vor dem Komma weg.

$$\underbrace{0}_{\text{1 Bit Vorzeichen}}\ \underbrace{10000000}_{\text{8 Bit Exponent}}\ \overbrace{10011001100110011001101}^{\text{23 Bit Mantisse}}$$

Um die Zahl wieder als Dezimalzahl darzustellen rechen wir:

Den 8-Bit Exponent $(10000000)_2 = (128)_{10}$

minus den Bias (127 wie oben erwähnt).

$128 - 127 = \underline{\underline{1}}$ so erhalten wir unseren Exponent 1.

Nun berechen wir die Mantisse:

100 1100 11 0011 00 11 00 1101

und fügen aufgrund dessen, dass es eine normalisierte Zahl ist eine 1 und Komma vorne an.

1,100 11 00 01

Wir verschieben nun das Komma eine Stelle nach vorne aufgrund des Exponenten = 1.

11,00 11 00 11 01

Nun Rechnen wir die Vorkomma Zahl is Dezimalsystem um

$1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 2 + 1 = 3$

Und die Nachkommazahl wie Folgt

$$
\begin{array}{l}
0 \cdot 2^{-1} \\
0 \cdot 2^{-2} \\
1 \cdot 2^{-3} \\
1 \cdot 2^{-4} \\
0 \cdot 2^{-5} \\
0 \cdot 2^{-6} \\
\quad \vdots \\
+ \quad \vdots \\
\hline
\approx 0{,}200000477
\end{array}
$$

Zusammengesetzt gibt es 3,2000000476837158203125 $\Longleftarrow$ Nachkommastellen mit Online tool berechnet

Wir können beobachten, dass im IEEE Format nicht die exakte Zahl abgespeichert wurde sondern eine minimal grössere, dies Aufgrund der Rundung des letzten Bit in der Mantisse

Aufgabe 3.)

Auf 3. Polynom $2t^3 + t^2 + t + 1$

$t_0 = 0$
$t_1 = 1$
$t_2 = -1$
$t_3 = 2$

Punkte
$A = (t_0, f(t_0)) = (0/1)$
$B = (t_1, f(t_1)) = (1/5)$
$C = (t_2, f(t_2)) = (-1/-1)$
$D = (t_3, f(t_3)) = (2/23)$

Lagrange - Polynome

$$\frac{(t - t_0) \cdots (t - t_{i-1})(t - t_{i+1}) \cdots (t - t_n)}{(t_i - t_0) \cdots (t_i - t_{i-1})(t_i - t_{i+1}) \cdots (t_i - t_n)}$$

$$L_1 = \frac{t-1}{0-1} \cdot \frac{t-(-1)}{0-(-1)} \cdot \frac{t-2}{0-2}$$

$$L_2 = \frac{t-0}{1-0} \cdot \frac{t-(-1)}{1-(-1)} \cdot \frac{t-2}{1-2}$$

$$L_3 = \frac{t-0}{-1-0} \cdot \frac{t-1}{-1-1} \cdot \frac{t-2}{-1-2}$$

$$L_4 = \frac{t-0}{2-0} \cdot \frac{t-1}{2-1} \cdot \frac{t-(-1)}{2-(-1)}$$

Interpolationspolynom

$$1 \cdot \frac{t-1}{0-1} \cdot \frac{t-(-1)}{0-(-1)} \cdot \frac{t-2}{0-2} + 5 \cdot \frac{t-0}{1-0} \cdot \frac{t-(-1)}{1-(-1)} \cdot \frac{t-2}{1-2} - 1 \cdot \frac{t-0}{-1-0}$$

$$\cdot \frac{t-1}{-1-1} \cdot \frac{t-2}{-1-2} + 23 \cdot \frac{t-0}{2-0} \cdot \frac{t-1}{2-1} \cdot \frac{t-(-1)}{2-(-1)}$$

Auflösen nach t gibt wieder $2t^3 + t^2 + t + 1$

Also lässt sich das Polynom exakt rekonstruieren.