GTI Aufgaben Serie 2

Vithusan Ramalingam (21-105-515)

Jan Ellenberger (21-103-643)

Aufgabe 1.)

i.) Zuerst erstellen wir die Wahrheitstabelle:

i	x_1	x_2	$x_1 \Longleftrightarrow x_2$
0	0	0	1
1	0	1	0
2	1	0	0
3	1	1	1

Mithilfe der Wahrheitstabelle können wir KNF und DNF bestimmen:

$$\text{KNF} \quad M_1 \cdot M_2$$

$$= \neg m_1 \cdot \neg m_2$$

$$= \neg(\neg x \cdot y) \cdot \neg(x \cdot \neg y)$$

$$= (x + \neg y) \cdot (\neg x + y)$$

DNF $m_0 + m_4$

$= (\neg x \cdot \neg y) + (x \cdot y)$

ii.) Wir erstellen auch hier wieder zuerst eine Wahrheitstabelle:

m	x	y		$x \veebar y$
0	0	0		0
1	0	1		1
2	1	0		1
3	1	1		0

Und können dann wie in der Vorlesung gelernt KNF und DNF bestimmen:

DNF $m_2 + m_3$

$= (\neg x \cdot y) + (x \cdot \neg y)$

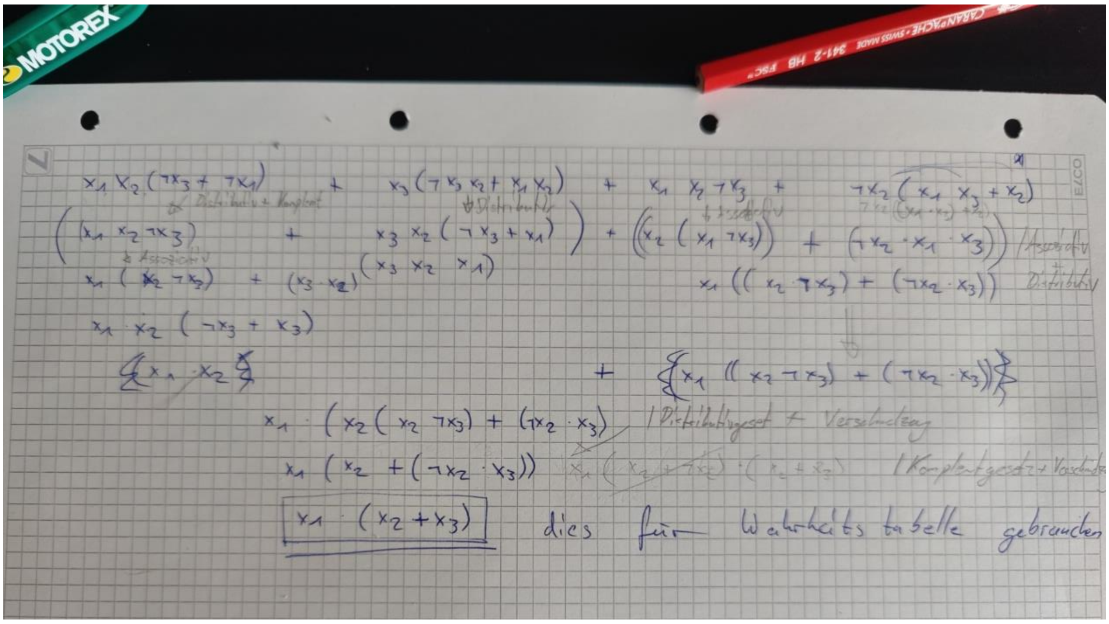
KNF $M_0 \cdot M_4 = \neg m_0 \cdot \neg m_4$

$= \neg(\neg x \cdot \neg y) \cdot \neg(x \cdot y)$

$= (x + y) \cdot (\neg x + \neg y)$

Aufgabe 1b):

Durch Umformung erhalten wir: $x_1\ (x_2 + x_3)$ diesen können wir in eine Wahrheitstabelle einsetzen.



$x_1 x_2 (\neg x_3 + \neg x_1) + x_3(\neg x_3 x_2 + x_1 x_2) + x_1 x_2 \neg x_3 + \neg x_2 (x_1 x_3 + x_2)$

| Distributiv + Komplement | Distributiv | Assoziativ

$\left((x_1 x_2 \neg x_3) + x_3 x_2 (\neg x_3 + x_1)\right) + \left((x_2 (x_1 \neg x_3)) + (\neg x_2 \cdot x_1 \cdot x_3)\right)$ | Assoziativ

| Assoziativ

$x_1 (x_2 \neg x_3) + (x_3 \cdot x_2)(x_3 x_2 x_1)$

$x_1 ((x_2 \cdot \neg x_3) + (\neg x_2 \cdot x_3))$ Distributiv

$x_1 \cdot x_2 (\neg x_3 + x_3)$

$\{x_1 \cdot x_2\} + \{x_1 ((x_2 \neg x_3) + (\neg x_2 \cdot x_3))\}$

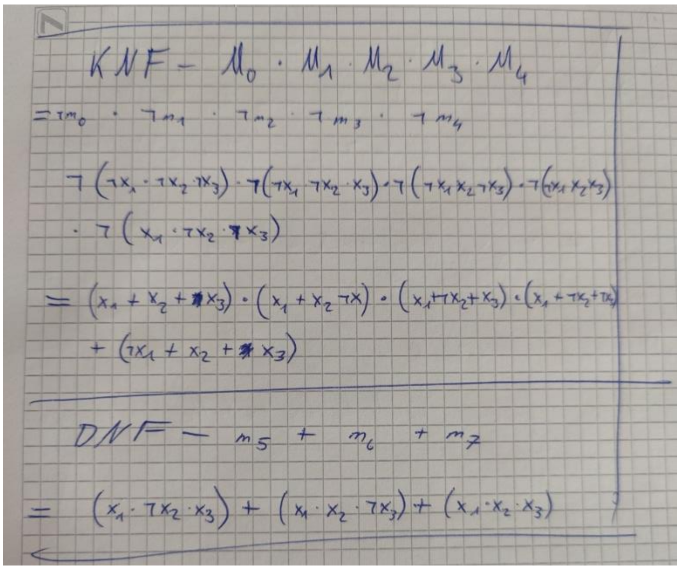
$x_1 \cdot (x_2 (x_2 \neg x_3) + (\neg x_2 \cdot x_3))$ | Distributivgesetz + Verschmelzung

$x_1 (x_2 + (\neg x_2 \cdot x_3))$ ~~$x_1 ((x_2 + \neg x_2) \cdot (x_2 + x_3))$~~ | Komplementgesetz + Verschmelzung

$\boxed{x_1 \cdot (x_2 + x_3)}$ dies für Wahrheitstabelle gebrauchen

I	X_1	X_2	X_3	$X_1 \wedge (X_2 \vee X_3)$
0	0	0	0	0
1	0	0	1	0
2	0	1	0	0
3	0	1	1	0
4	1	0	0	0
5	1	0	1	1
6	1	1	0	1
7	1	1	1	1

Dann können wir wieder wie in der Vorlesung gelernt KNF und DNF bestimmen:



$KNF = M_0 \cdot M_1 \cdot M_2 \cdot M_3 \cdot M_4$

$= \neg m_0 \cdot \neg m_1 \cdot \neg m_2 \cdot \neg m_3 \cdot \neg m_4$

$\neg(\neg x_1 \cdot \neg x_2 \cdot \neg x_3) \cdot \neg(\neg x_1 \cdot \neg x_2 \cdot x_3) \cdot \neg(\neg x_1 x_2 \neg x_3) \cdot \neg(\neg x_1 x_2 x_3)$

$\cdot \neg(x_1 \cdot \neg x_2 \cdot \neg x_3)$

$= (x_1 + x_2 + x_3) \cdot (x_1 + x_2 + \neg x_3) \cdot (x_1 + \neg x_2 + x_3) \cdot (x_1 + \neg x_2 + \neg x_3)$

$+ (\neg x_1 + x_2 + x_3)$

$DNF = m_5 + m_6 + m_7$

$= (x_1 \cdot \neg x_2 \cdot x_3) + (x_1 \cdot x_2 \cdot \neg x_3) + (x_1 \cdot x_2 \cdot x_3)$

Aufgabe 1 c)

DNF und KNF sind zwei verschiedene Darstellungsarten derselben Funktion, einmal als Summe der Minterme deren Ausgabewert 0 ist und einmal als Produkt der Maxterme deren Ausgabewert 1 ist.

Aufgabe 1 d.):

I	X_0	X_1	X_2	X_3
0	0	0	0	0
1	0	0	0	1
2	0	0	1	0
3	0	0	1	1
4	0	1	0	0
5	0	1	0	1
6	0	1	1	0
7	0	1	1	1
8	1	0	0	0
9	1	0	0	1
10	1	0	1	0
11	1	0	1	1
12	1	1	0	0
13	1	1	0	1
14	1	1	1	0
15	1	1	1	1

$m_{11} = x_0 \cdot \neg x_1 \cdot x_2 \cdot x_3$

$M_9 = \neg(x_0 \cdot \neg x_1 \cdot \neg x_2 \cdot x_3)$

$= \neg x_0 + x_1 + x_2 + \neg x_3$

Aufgabe 2.a)

Auf 2a.)

x_0	x_1	x_2	$(x_0 \land x_1 \land \neg x_2) \lor (x_0 \land x_1 \land x_2)$	$\lor$	$(x_0 \cdot \neg x_1 \cdot x_2) \lor (\neg x_0 \cdot x_1 x_2)$
0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0
0	1	0	0	0	0
0	1	1	0	1	1
1	0	0	0	0	0
1	0	1	0	1	1
1	1	0	1	1	0
1	1	1	1	1	0

$f(x_0 x_1 x_2) = 1$ für $f(011)$, $f(101)$, $f(110)$ und $f(111)$

Aufgabe 2.b)

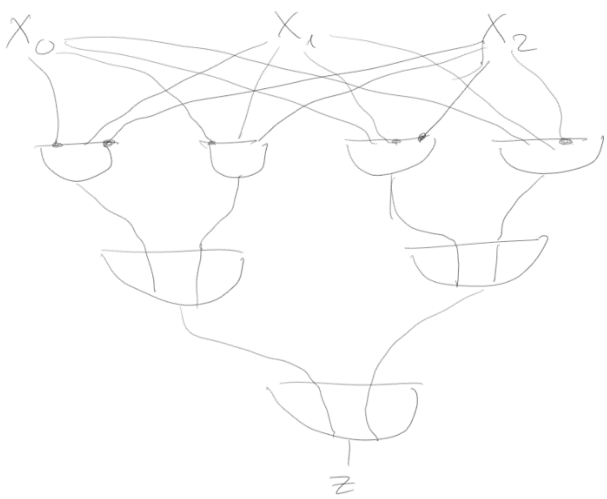
2.b.)

i	x_0	x_1	x_2	
0	0	0	0	0
1	0	0	1	0
2	0	1	0	1
3	0	1	1	1
4	1	0	0	1
5	1	0	1	0
6	1	1	0	1
7	1	1	1	0

Für die mit grün gekennzeichneten Eingabewerte soll der Ausgabewert 1 sein, wir können also eine Wahrheitstabelle erstellen, ohne die Funktion zu kennen. Danach können wir die DNF berechnen und deren Schaltung darstellen.

$$DNF = m_2 + m_3 + m_4 + m_6$$

$$(\neg x_0 \cdot x_1 \cdot \neg x_2) + (\neg x_0 \cdot x_1 \cdot x_2) + (x_0 \cdot \neg x_1 \cdot \neg x_2) + (x_0 \cdot x_1 \cdot \neg x_2)$$



Aufgabe 3.

Wir erstellen zuerst eine Wertetabelle wie vorgegeben und rechnen diese aus. Mithilfe der Tabelle können wir nun DNF und KNF berechnen.

Auf 3.)

i	Buchstabe	ASCII	Binärcode	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	P
0	I	73	1001001	1	0	0	1	0	0	1	1
1	N	78	1001110	1	0	0	1	1	1	0	0
2	F	70	1000110	1	0	0	0	1	1	0	1
3	O	79	1001111	1	0	0	1	1	1	1	1
4	R	82	1010010	1	0	1	0	0	1	0	1
5	M	77	1001101	1	0	0	1	1	0	1	0
6	A	65	1000001	1	0	0	0	0	0	1	0
7	T	84	1010100	1	0	1	0	1	0	0	1
8	K	75	1001011	1	0	0	1	0	1	1	0

Schaltfunktion DNF $\quad f: B^7 \to B^1$

$$f(x_1 x_2 x_3 x_4 x_5 x_6 x_7) = m_0 + m_2 + m_3 + m_4 + m_7$$

$$= (x_1 \cdot \neg x_2 \cdot \neg x_3 \cdot x_4 \cdot \neg x_5 \cdot \neg x_6 \cdot x_7) + (x_1 \cdot \neg x_2 \cdot \neg x_3 \cdot \neg x_4 \cdot x_5 \cdot x_6 \cdot \neg x_7)$$

$$+ (x_1 \cdot \neg x_2 \cdot \neg x_3 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot x_6 \cdot x_7) + (x_1 \cdot \neg x_2 \cdot x_3 \cdot \neg x_4 \cdot \neg x_5 \cdot x_6 \cdot x_7)$$

$$+ (x_1 \cdot \neg x_2 \cdot x_3 \cdot \neg x_4 \cdot x_5 \cdot \neg x_6 \cdot x_7)$$

Danach berechnen wir die KNF und können die Funktion als Schaltung zeichnen.

Funkion in KNF

$$f(x_1 x_2 x_3 x_4 x_5 x_6 x_7) = M_1 \cdot M_5 \cdot M_6 \cdot M_8$$

$$= \neg m_1 \cdot \neg m_5 \cdot \neg m_6 \cdot \neg m_8$$

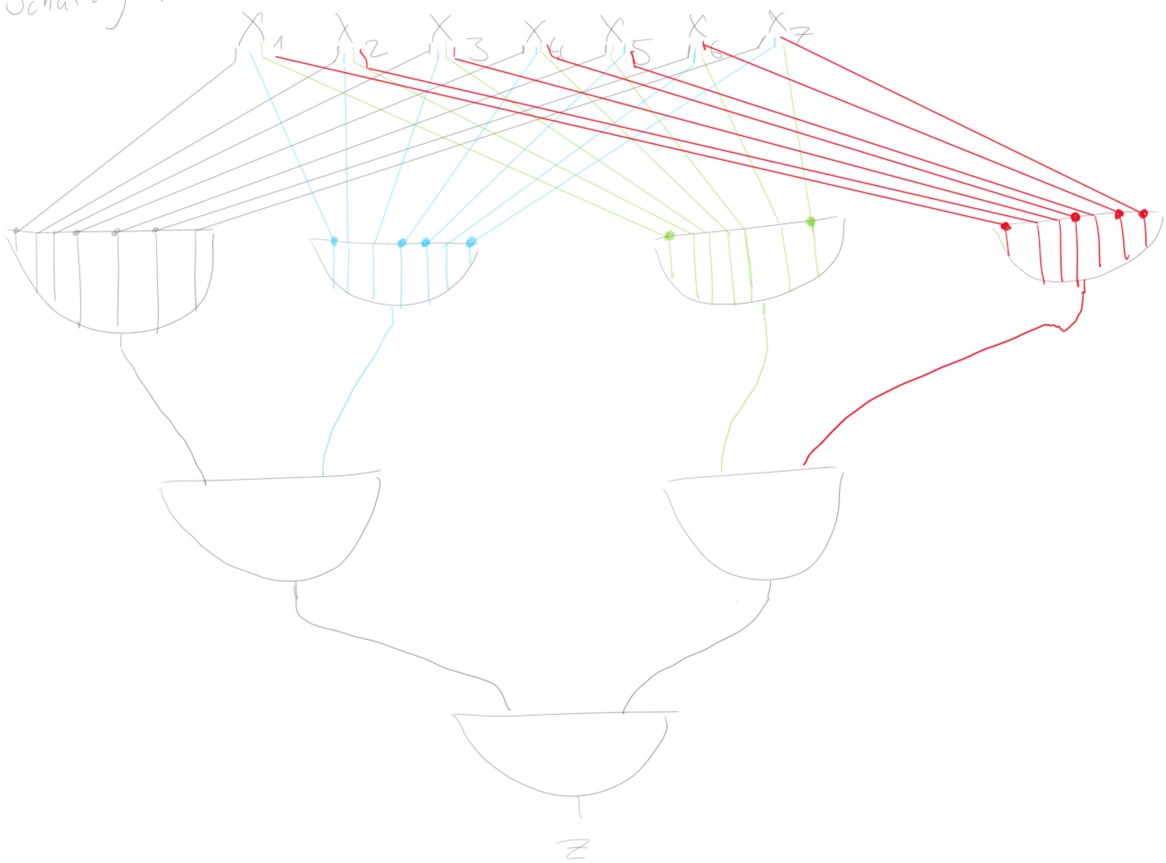
$$= \neg(x_1 \cdot \neg x_2 \cdot \neg x_3 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot x_6 \cdot \neg x_7) \cdot \neg(x_1 \cdot \neg x_2 \cdot \neg x_3 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot \neg x_6 \cdot x_7)$$

$$\cdot \neg(x_1 \cdot \neg x_2 \cdot \neg x_3 \cdot \neg x_4 \cdot \neg x_5 \cdot \neg x_6 \cdot x_7) \cdot \neg(x_1 \cdot \neg x_2 \cdot \neg x_3 \cdot x_4 \cdot \neg x_5 \cdot x_6 \cdot x_7)$$

$$= (\neg x_1 + x_2 + x_3 + \neg x_4 + \neg x_5 + \neg x_6 + x_7) \cdot (\neg x_1 + x_2 + x_3 + \neg x_4 + \neg x_5 + x_6 + \neg x_7)$$

$$\cdot (\neg x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + \neg x_7) \cdot (\neg x_1 + x_2 + x_3 + \neg x_4 + x_5 + \neg x_6 + \neg x_7)$$

Schaltung für f in KNF:



Aufgabe 4.a.)

Auf 4.) a.)

$f_i: B^3 \to B$

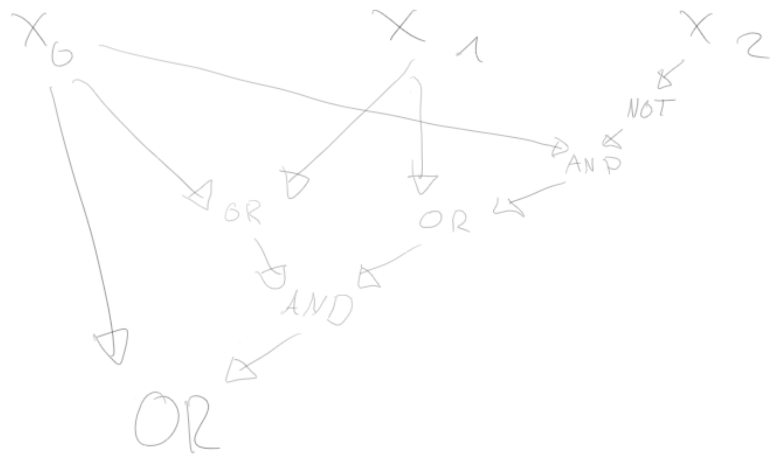
$(x_0\ x_1\ x_2) = ((\neg x_0 \cdot x_2) + x_1) \cdot (x_1 + x_2) + x_0$

$f_{(II)}: B^3 \to B$

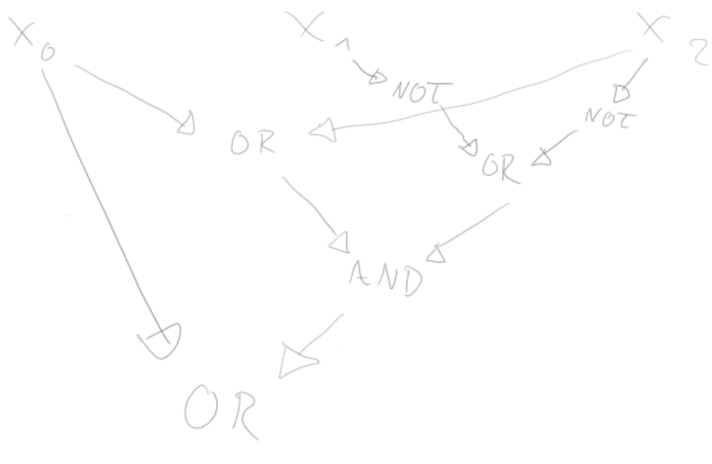
$(x_0\ x_1\ x_2) = (x + \neg x_1) \cdot (x_1 + x_2) + x_0$

Aufgabe 4.b)

b.) $f(x_0, x_1, x_2) = (x_0 + x_1) \cdot (\neg x_2 \cdot x_0 + x_1) + x_0$



$g(x_0, x_1, x_2) = (x_0 + x_2) \cdot (\neg x_1 + \neg x_2) + x_0$



Aufgabe 5.)

In der Vorlesung haben wir gelernt, dass DNF zu bevorzugen ist, wenn die Anzahl der einschlägigen Indizes kleiner ist als die der nicht-einschlägigen und KNF wenn mehr nicht einschlägige vorliegen.

Die NAND Verknüpfung ergibt nur 0 wenn alle Variablen den gleichen Eingangswert haben, dieser Fall kommt aber seltener vor als unterschiedliche Eingangswerte.

Die Anzahl einschlägiger Indizes ist also bei NAND-Verknüpfungen meistens höher. Somit ist KNF zu bevorzugen.