

GTI HS 21 Serie 3

Lukas Zenger, Michael Baur, Tobias Kohler

Die 3. Serie ist bis Mittwoch, den 20. Oktober 2021 um 16:00 Uhr zu lösen und in schriftlicher Form in der Übungsstunde abzugeben. Für Fragen steht im ILIAS jederzeit ein Forum zur Verfügung. Zu jeder Frage wird, falls nicht anders deklariert, der Lösungsweg erwartet. **Lösungen ohne Lösungsweg werden nicht akzeptiert.** Allfällige unlösbare Probleme sind uns so früh wie möglich mitzuteilen, wir werden gerne helfen.

Viel Spaß!

1 Mux und DeMux (4 Punkte)

- (a) (2 Punkte) Stelle einen 3-Mux (8-to-1-Multiplexer) als Schaltung in disjunktiver Form (d. h. als zweistufige Schaltung, die eine Disjunktion von Konjunktionen ist) dar.
- (b) (2 Punkte) Bestimme die Schaltfunktionen eines 3-DeMux (1-to-8-Demultiplexer).

2 Mux realisiert Funktionstabelle (2 Punkte)

Realisiere die folgende Funktion $f(x_1, x_2, x_3)$ mittels eines 2-Muxs (4-to-1-Multiplexer). Zusätzliche Negationen bei Eingängen des Muxs sind erlaubt.

x_1	x_2	x_3	f
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

3 Mux, DeMux und Decoder (2 Punkte)

- (a) (0.5 Punkte) Wieviele Outputsignale hat ein Decoder mit d Steuersignalen? 2^d
- (b) (0.5 Punkte) Wieviele Steuersignale hat ein Mux mit d Inputsignalen? $\log_2(d)$
- (c) (0.5 Punkte) Was ist die kleinste Anzahl Eingangssignale (Steuer- und Datensignale) für einen Mux (zusätzliche Negation bei Eingängen erlaubt), damit jede beliebige Funktion $f: B^4 \rightarrow B$ damit dargestellt werden kann? Begründe die Antwort.
(Tipp: Es sind weniger als $2^4 + 4 = 20$.)
- (d) (0.5 Punkte) Welcher der drei Begriffe *Mux*, *DeMux*, *Decoder* passt jeweils zu den folgenden Aussagen.

1. Kann durch Ersetzen des Inputsignales mit einer 1 zu einem Decoder gemacht werden.

DeMux

2. Ist universell, d. h. damit lässt sich jede boolesche Funktion realisieren (mit entsprechend genügend vielen Signalleitungen).

Mux

3. Erzeugt genau an einer Outputstelle eine 1.

Dec

4 Multiplexer (1 Punkt)

Erkläre wie mittels eines Multiplexers mehrere parallele Signale in ein serielles Signal umgewandelt werden können (Serialisierer). Welche Bedingung muss gegeben sein, damit der Empfänger der Nachricht das serielle Signal mit einem Demultiplexer wieder in das genau gleiche parallele Signal umwandeln kann?

5 Addier-Netzwerk (2 Punkte)

Gegeben seien fünf Volladdierer und zwei Halbaddierer. Bilde daraus ein Addier-Netzwerk, das die Addition von vier zweistelligen Dualzahlen realisiert.

6 Halbaddierer (4 Punkte)

- (a) (1 Punkt) Realisiere einen Halbaddierer mit AND- und OR-Gattern. Du darfst Gatter mit eingebaute Negation im Eingang benutzen.
- (b) (2 Punkte) Zeige (durch Induktion nach Aufbau der Schaltung), dass Schaltungen, welche nur aus AND- und OR-Gattern (ohne eingebaute Negation) bestehen, immer 1 ausgeben, wenn alle Inputsignale auf 1 gesetzt sind. Gib einen mathematischen Beweis für deine Antwort!
- (c) (1 Punkt) Zeige, dass es unmöglich ist, einen Halbaddierer ausschliesslich mit AND- und OR-Gattern ohne eingebaute Negation zu realisieren.

Tipp: Betrachte die Wertetabelle für den Resultatsausgang eines Halbaddierers und benutze die Aussage von (b).

7 Decoder (1 Punkt)

Realisiere einen Volladdierer mittels eines Decoders und OR-Gatter.

Freiwillige Aufgabe

Grösse eines rekursiv aufgebauten Mux

Für $k = 1, 2, 4, 8, 16, \dots$ können wir einen $2k$ -Mux aus k -Muxen “rekursiv aufbauen”, d.h. unter ausschliesslicher Verwendung von k -Muxen realisieren.

Zeige, dass für $d = 1, 2, 4, 8, 16, \dots$ gilt:

$$G(d) = 3 \cdot (2^d - 1)$$

wobei $G(d)$ die Anzahl AND- und OR-Gatter in einem d -Mux ist.

Tipp: Versuche, die Aussage durch Induktion nach d zu zeigen.