GTI HS 21   Serie 2

Lukas Zenger, Michael Baur, Tobias Kohler

Die 2. Serie ist bis Mittwoch, den 13. Oktober 2021 um 16:00 Uhr zu lösen und in schriftlicher Form in der Übungsstunde abzugeben. Für Fragen steht im ILIAS jederzeit ein Forum zur Verfügung. Zu jeder Frage wird, falls nicht anders deklariert, der Lösungsweg erwartet. **Lösungen ohne Lösungsweg werden nicht akzeptiert**. Allfällige unlösbare Probleme sind uns so früh wie möglich mitzuteilen, wir werden gerne helfen.
Viel Spass!

1 DNF und KNF (6 Punkte)

(a) (2 Punkte) Bestimme die DNF und die KNF

i. (1 Punkt) der Äquivalenzfunktion $\Leftrightarrow$, wobei

$$x \Leftrightarrow y = \begin{cases} 1 & \text{falls x=y,} \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

ii. (1 Punkt) der XOR-Funktion, wobei

$$x \text{ XOR } y = \begin{cases} 1 & \text{falls x}\neq\text{y,} \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

(b) (2 Punkte) Gegeben sei die Boolesche Funktion $f : B^3 \to B$ mit

$$f(x_1, x_2, x_3) = x_1x_2(\neg x_3 + \neg x_1) + x_3(\neg x_3x_2 + x_1x_2) + x_1x_2\neg x_3 + \neg x_2(x_1x_3 + x_2)$$

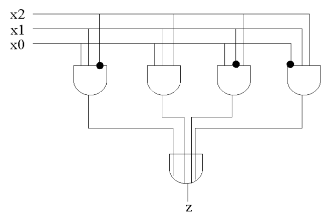
Bestimmte die DNF und die KNF dieser Funktion.

(c) (1 Punkt) Beschreibe den Zusammenhang zwischen DNF und KNF in einem einzigen Satz in eigenen Worten.

(d) (1 Punkt) Bestimme den Minterm $m_{11}(x_0, x_1, x_2, x_3)$ und den Maxterm $M_9(x_0, x_1, x_2, x_3)$.

2 Schaltfunktionen I (2 Punkte)

(a) (1 Punkt) Bestimme diejenigen Eingabewerte x0, x1 und x2, für die die folgende Schaltung den Wert 1 am Ausgang z ausgibt.



(b) (1 Punkt) Bestimme diejenige Schaltung in disjunktiver Normalform, die für die folgenden Eingabewerte x0, x1 und x2 den Wert 1 am Ausgang z ausgibt.

x0	x1	x2
0	1	0
0	1	1
1	0	0
1	1	0

3 Schaltfunktionen II (5 Punkte)

Gegeben sei die Zeichenkette INFORMATIK im ASCII-Code. Sei

$$f : B^7 \cap \{\text{ASCII-Codes von I, N, F, O, R, M, A, T, K}\} \to B$$

diejenige Funktion, die für jeden ASCII-codierten Buchstaben der Zeichenkette das Paritätsbit P (mit *gerader* Parität) berechnet, d.h.

$$P = f(x1, \ldots, x7) = \begin{cases} 1 & \text{falls x1, \ldots, x7 eine ungerade Anzahl an Einsen enthält,} \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

Bestimme die Schaltfunktion in DNF und stelle die Funktion als Schaltung in KNF dar.

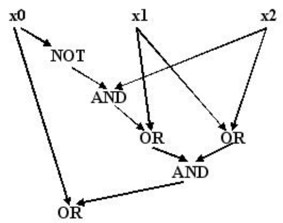
Tipp: Zuerst die Wertetabelle berechnen. Nimm $x1$ als höchstwertiges Bit für die ASCII-Codierung, z.B. ASCII-Code von $B = (66)_{10} = (1000010_2$, also $x1 = 1$, $x2 = 0$, ... und $x7 = 0$ und die Parität ist $P = 0$ weil eine gerade Anzahl von Einsen auftritt.

Buchstabe	ASCII	x1	x2	x3	x4	x5	x6	x7	P
I	73	...							
N	78								
F	70								
O	79								
R	82								
M	77								
A	65								
T	84								
K	75								

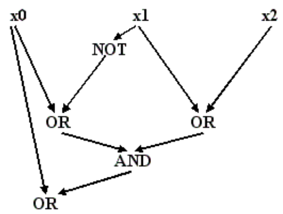
4 Directed Acyclic Graphs (4 Punkte)

(a) (2 Punkte) Bestimme die Schaltfunktionen zu den folgenden DAGs

(i)



(ii)



(b) (2 Punkte) Bestimme die DAGs zu den folgenden Schaltfunktionen

$$\begin{aligned} f(x0, x1, x2) &= (x0 + x1) \cdot (\neg x2 \cdot x0 + x1) + x0 \\ g(x0, x1, x2) &= (x0 + x2) \cdot (\neg x1 + \neg x2) + x0 \end{aligned}$$

5 KNF vs. DNF (1 Punkt)

Was ist "besser": `NAND` in KNF oder DNF darstellen? Begründe Deine Antwort.

Freiwillige Aufgaben

Boolesche Funktionen

Sei $f : B^n \to B$ eine Boolesche Funktion und $a \in B$. Mit $f(x_i/a)$ bezeichnen wir die Boolesche Funktion die durch Einsetzen von a als fester Wert in f entsteht, d.h.

$$f(x_i/a) := f(x_1, \ldots, x_{i-1}, a, x_{i+1}, \ldots, x_n)$$

Zeige, dass sich jede Boolesche Funktion wie folgt darstellen lässt:

$$f(x_1, \ldots, x_n) = x_i \cdot f(x_i/1) + \neg x_i \cdot f(x_i/0)$$