GTI HS 21   Zusatzserie

Lukas Zenger, Michael Baur, Tobias Kohler

Die Zusatzserie dient als Hilfsmittel zur Prüfungsvorbereitung und gibt Ihnen die **Chance einer zusätzlich akzeptierten Serie** bei noch nicht erreichtem Testat. **Sie muss nur bei noch nicht erreichtem Testat bis zum 15.12.2021, 16:00 Uhr abgegeben werden.** Für Fragen steht im ILIAS jederzeit ein Forum zur Verfügung. Zu jeder Frage wird, falls nicht anders deklariert, der Lösungsweg erwartet. Lösungen ohne Lösungsweg geben keine Punkte. Allfällige unlösbare Probleme sind uns so früh wie möglich mitzuteilen, wir werden gerne helfen.
Viel Spass!

Gesamtpunktzahl: 65 Punkte

1 Gray-Code (10 Punkte)

Entwerfen Sie ein minimales Schaltwerk, welches einen Ringzähler mod 16 in dem in untenstehender Tabelle angegebenen (systematischen) Gray-Code[1] realisiert. Verwenden Sie zum Vereinfachen das Karnaughverfahren!

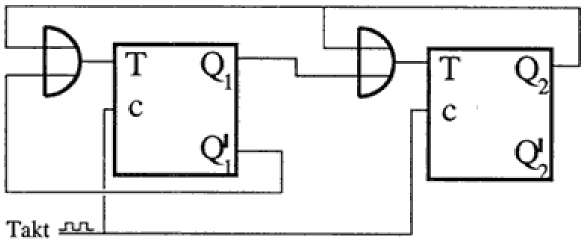
Z	Gray-Code von Z
0	0000
1	0001
2	0011
3	0010
4	0110
5	0111
6	0101
7	0100
8	1100
9	1101
A	1111
B	1110
C	1010
D	1011
E	1001
F	1000

2 T-Flipflop (3 Punkte)

(a) (1 Punkt) Es gibt viele verschiedene Flipflops. Ein weiteres, uns bisher Unbekanntes, ist das T-Flipflop. Ist der Input 0, so ändert sich der Output nicht. Liegt hingegen eine 1 an, so ändert sich dieser. Bestimmen Sie die Zustandstabelle des T-Flipflops.

(b) (2 Punkte) Es sei nun ein Schaltwerk bestehend aus diesen eben vorgestellten T-Flipflops gegeben. Bestimmen Sie auch für diese Schaltung die Zustandstabelle.

[1] Gray-Code: siehe Wikipedia: `http://de.wikipedia.org/wiki/Gray-Code`



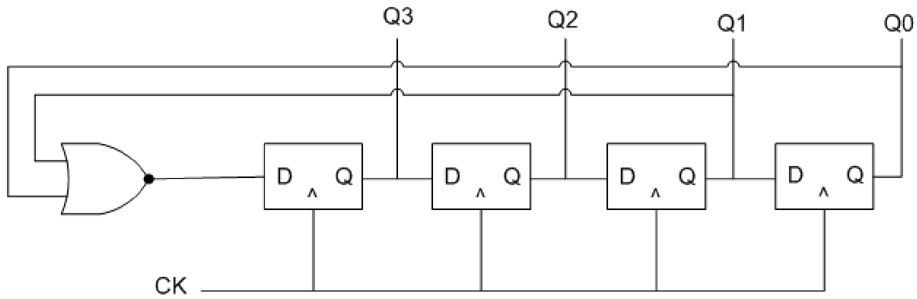
3 Zufallsgenerator (5 Punkte)

Ein rückgekoppeltes Schieberegister kann als Zufallszahlengenerator verwendet werden. Analysieren Sie folgendes Schaltwerk.

(a) (3 Punkte) Geben Sie alle möglichen Sequenzen an!

(b) (2 Punkte) Was gilt als Obergrenze für die Länge der generierten Sequenz eines ähnlichen Pseudo- Zufallszahlgenerators gebaut mit einem n Bit langen Schieberegister?

Hinweis: Unter einer Sequenz versteht man eine Folge von möglichen Übergängen.



4 Schieberegister (8 Punkte)

Entwickeln Sie ein Schieberegister mit JK-Flipflops. Der Anfangszustand ist 1000. Hinweis: “Schieberegister” bedeutet, dass die “1” pro Schritt eine Stelle nach rechts geshiftet wird. Der Endzustand entspricht dann wieder dem Anfangszustand.

5 Fehlerdiagnose (4 Punkte)

Gegeben sei folgende Funktion:

$$f(x_0, x_1) = x_0 \text{ XOR } x_1$$

Bestimmen Sie für das Verfahren der schaltungsunabhängigen Fehlerdiagnose alle möglichen Testpaare für x_0, x_1 und geben Sie alle minimalen Testmengen für f an.

6 Zahlensysteme (3 Punkte)

Berechnen Sie:

(a) (1 Punkt) die binäre Darstellung von 61523_7

(b) (1 Punkt) die hexadezimale Darstellung von $A9AB_{12}$

(c) (1 Punkt) die duodezimale Darstellung von 100101101_2

Hinweis:
Unter einer duodezimalen Darstellung versteht man eine Darstellung zur Basis 12.

7 Boolesche Algebra (3 Punkte)

(a) (2 Punkte) Sei M eine beliebige Menge, wir bezeichnen die Potenzmenge (d.h. die Menge aller Teilmengen) von M mit $\mathcal{P}(M)$. Für $A, B \in \mathcal{P}(M)$ seien $A \cup B$ und $A \cap B$ die Vereinigungs- bzw. Schnittmenge von A und B und es bezeichne A' das Komplement von A bezüglich M, d.h. $A' := M \setminus A$.

Wie könnte man zeigen, dass $(\mathcal{P}(M), \cup, \cap, ')$ eine Boolesche Algebra ist? Führen Sie einige der Schritte konkret aus.

Was sind die '0' und die '1' dieser Booleschen Algebra?

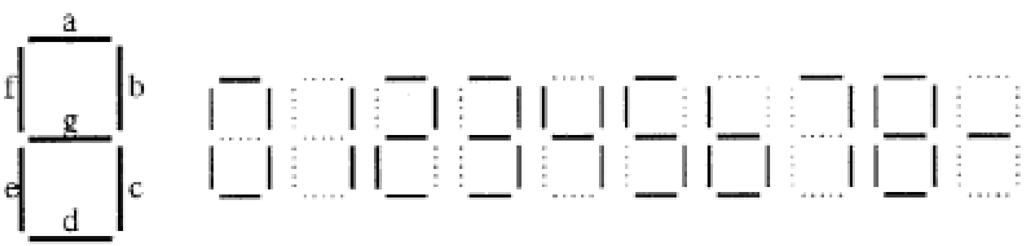
(b) (1 Punkt) Sei $B = \{0, 1\}$ und XOR, $\cdot$ und $\neg$ wie üblich definiert. Zeigen Sie, dass $\langle B, \text{XOR}, \cdot, \neg\rangle$ keine Boolesche Algebra ist.

8 Karnaughverfahren (5 Punkte)

Es soll mit Hilfe des Karnaughverfahrens eine möglichst einfache Schaltung entworfen werden, welche den Zahlenbereich von -8 bis 7 veranschaulicht. Dazu stehen zwei 7-Segmente zur Verfügung, uns wahrscheinlich besser bekannt als Leuchtziffern des guten alten Radioweckers, und deren einzelne Segmente lassen sich wie auf der Abbildung definiert ansteuern.

Für die Codierung des Inputs gilt

- Jede Zahl wird mit vier Bit codiert, dabei gilt das erste Bit als Vorzeichenbit v (1 = negativ) und die restlichen drei Bits bezeichnen den Wert der Zahl,
- 0 wird mit 0000 dargestellt.
- 1 wird mit 0001 dargestellt.
- 2 wird mit 0010 dargestellt.
- ...
- 7 wird mit 0111 dargestellt.
- -1 wird mit 1001 dargestellt.
- -2 wird mit 1010 dargestellt.
- ...
- -7 wird mit 1111 dargestellt.
- -8 wird mit 1000 dargestellt.



(a) (3 Punkte) Wie sehen nun die optimierten Funktionen für die einzelnen Segmente aus?

(b) (2 Punkte) Zeichnen Sie die zugehörige Schaltung auf.

9 DNF und KNF (4 Punkte)

Gegeben sei die folgende Schaltfunktion:
$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = \neg x_1 \neg x_2 \neg x_3 \neg x_4 + x_1 x_2 x_3 x_4 + x_2 \neg x_3 x_4 + x_1 \neg x_2 x_3 \neg x_4 + \neg x_1 x_2 x_3 x_4$

(a) (1 Punkt) Liegt f in der disjunktiven Normalform vor? Falls nein, begründen Sie warum nicht und geben Sie die korrekte disjunktive Normalform an.

(b) (1 Punkt) Vereinfachen Sie f mit Hilfe eines Karnaugh-Diagrammes soweit als möglich.

(c) (1 Punkt) Ist es für die Darstellung von f günstiger die disjunktive oder konjunktive Normalform zu verwenden. Begründen Sie Ihre Antwort.

(d) (1 Punkt) Die komplementäre Funktion f_0 zu f ist definiert als

$$f_0(x_1, x_2, x_3, x_4) = \neg f(x_1, x_2, x_3, x_4)$$

Geben Sie alle Primimplikanten von f_0 an.

10 XOR und OBDD (3 Punkte)

Realisieren Sie die XOR Schaltung mit

(a) (1 Punkt) ausschliesslich NAND-Gattern.

(b) (1 Punkt) ausschliesslich NOR-Gattern.

(c) (1 Punkt) einem reduzierten OBDD.

11 Addierer und MUX (2 Punkte)

Realisieren Sie den Result-Ausgang (R) eines Volladdierers mittels eines MUX.

12 Quine-McCluskey (3 Punkte)

Vereinfache die Funktion $f(x_0, x_1, x_2) := \neg x_0 \neg x_1 \neg x_2 + \neg x_0 \neg x_1 x_2 + \neg x_0 x_1 x_2 + x_0 x_1 x_2$ mit Hilfe des Quine-McCluskey-Verfahrens soweit als möglich.

13 QuineMcCluskey-Verfahren (10 Punkte)

Gegeben sei die Wertetabelle in der Abbildung 1. Finden Sie mit Hilfe des QuineMcCluskey-Verfahrens:

(a) die Primimplikanten und

(b) die kostengünstigste Darstellung

14 Schaltungsabhängige Fehlerdiagnose: nicht erkennbare Fehler (2 Punkte)

Mit der schaltungsabhängigen Fehlerdiagnose können manche Fehler nicht erkannt werden. Dies ist der Fall, wenn ein Draht gerissen ist, aber die Schaltung trotzdem für jeden Input den korrekten Output liefert. Warum verhält sich eine Schaltung in der Praxis in diesem Fall möglicherweise trotzdem fehlerhaft?

x_0	x_1	x_2	x_3	x_4	f	Index
0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	1	1	1
0	0	0	1	0	1	2
0	0	0	1	1	0	3
0	0	1	0	0	1	4
0	0	1	0	1	0	5
0	0	1	1	0	0	6
0	0	1	1	1	0	7
0	1	0	0	0	0	8
0	1	0	0	1	1	9
0	1	0	1	0	0	10
0	1	0	1	1	1	11
0	1	1	0	0	0	12
0	1	1	0	1	0	13
0	1	1	1	0	1	14
0	1	1	1	1	0	15
1	0	0	0	0	0	16
1	0	0	0	1	0	17
1	0	0	1	0	1	18
1	0	0	1	1	1	19
1	0	1	0	0	0	20
1	0	1	0	1	0	21
1	0	1	1	0	0	22
1	0	1	1	1	1	23
1	1	0	0	0	0	24
1	1	0	0	1	1	25
1	1	0	1	0	1	26
1	1	0	1	1	1	27
1	1	1	0	0	0	28
1	1	1	0	1	1	29
1	1	1	1	0	0	30
1	1	1	1	1	1	31

Abbildung 1: Wertetabelle für die Aufgabe 13