

Electrodynamics Lecture 2

mathematical knowledge and skills (continued)

Yuxuan Zhang

School of Physics Zhejiang University

May 13th 2023

目录

积分计算回顾（一）

Kronecker δ 和 levi-civita 符号

积分计算回顾（一）

- ▶ 二重积分 $ds = r d\theta dr$
拆成两个定积分，怎么拆？先计算一个小条带上的函数值乘以面积的和，在变化条带的位置，得到整个面积的。
- ▶ 三重积分 $dV = r dr d\theta dz = r^2 \sin\theta d\theta d\phi dr$ 拆成三个定积分，先得到一个沿着轴移动的平面，平面上是二重积分，在对轴的变量进行积分。

积分计算回顾（一）

- ▶ 积分元变换的雅克比行列式的推导 用于不同曲线坐标的标量积分元 ds, dV
矢量积分元—— $d\vec{l}, d\vec{s}$ 在曲线坐标上三个方向的分量怎么写？
- ▶ 第一类曲线积分，怎么寻找？法向量 \vec{n} 垂直于平面内任意曲线在这一点的切线方向，可以用两个特殊的曲线（与 $x = x_0$ 或 $y = y_0$ 的两条交线）叉乘得到法向方向。

Kronecker δ 和 levi-civita 符号

- ▶ 爱因斯坦求和规则 δ_{ij} 对指标的缩并
- ▶ 排列的奇偶性应用到 ϵ_{ijk} 的“全反对称”性上
- ▶ 一个易错点：单项式内同一个指标最多出现两次。 注意检查等式左右两边剩余的指标的一致性
- ▶ $\epsilon_{ijk}\epsilon_{ilm} = \delta_{jl}\delta_{km} - \delta_{jm}\delta_{kl}$
- ▶ 应用 $\vec{A} \cdot \vec{B}$ $(\vec{A} \times \vec{B})_i$ $\nabla \cdot (\nabla \times \vec{A}) \equiv 0$
- ▶ 进一步的应用 $\star\star$ $\nabla \times (\nabla \times \vec{A}) = \nabla(\nabla \cdot \vec{A}) - \nabla^2 \vec{A}$
注意这里定义了矢量的拉普拉斯 $\Delta \vec{A} = \nabla^2 \vec{A}$