题目地址(1203. 项目管理)

https://leetcode-cn.com/problems/sort-items-by-groups-respecting-dependencies/

题目描述

公司共有 n 个项目和 m 个小组，每个项目要不无人接手，要不就由 m 个小组之一负责。

group[i] 表示第 i 个项目所属的小组，如果这个项目目前无人接手，那么 group[i] 就等于 -1。（项目和小组都是从零开始编号的）小组可能存在没有接手

请你帮忙按要求安排这些项目的进度，并返回排序后的项目列表：

同一小组的项目，排序后在列表中彼此相邻。
项目之间存在一定的依赖关系，我们用一个列表 beforeItems 来表示，其中 beforeItems[i] 表示在进行第 i 个项目前（位于第 i 个项目左侧）应该完成
如果存在多个解决方案，只需要返回其中任意一个即可。如果没有合适的解决方案，就请返回一个 空列表 。

示例 1：

Item	Group	Before
0	-1	
1	-1	6
2	1	5
3	0	6
4	0	3, 6
5	1	
6	0	
7	-1	

输入：n = 8, m = 2, group = [-1,-1,1,0,0,1,0,-1], beforeItems = [[],[6],[5],[6],[3,6],[],[],[]]
输出：[6,3,4,1,5,2,0,7]
示例 2：

输入：n = 8, m = 2, group = [-1,-1,1,0,0,1,0,-1], beforeItems = [[],[6],[5],[6],[3],[],[4],[]]
输出：[]
解释：与示例 1 大致相同，但是在排序后的列表中，4 必须放在 6 的前面。

提示：

1 <= m <= n <= 3 * 10^4
group.length == beforeItems.length == n
-1 <= group[i] <= m - 1
0 <= beforeItems[i].length <= n - 1
0 <= beforeItems[i][j] <= n - 1
i != beforeItems[i][j]

```
beforeItems[i] 不含重复元素
```

前置知识

- 图论 - 拓扑排序
- BFS & DFS

标签

- 图

难度

- 困难

入选理由

- 难度很高的图题目，知识覆盖拓扑排序，并且比常规的拓扑排序要难。

公司

- 暂无

思路

首先这道题不简单。 题目隐藏了三个考点，参考了其他题解之后，发现他们思路挺不错的，但讲述的并不清楚，于是写下了这篇题解。

考点一 - 如何确定拓扑排序?

对于拓扑排序，我们可以使用 BFS 和 DFS 两种方式来解决。

使用 BFS 则从入度为 0 的开始（没有任何依赖），将其邻居（依赖）逐步加入队列，并将入度（依赖数目）减去 1，如果减到 0 了，说明没啥依赖了，将其入队处理。这种做法不需要使用 visited 数组，因为环的入度不可能为 0，也就不会入队，自然不会有死循环。

代码：

```
    def tp_sort(self, items, indegree, neighbors):
        q = collections.deque([])
```

```
        ans = []
        for item in items:
            if not indegree[item]:
                q.append(item)
        while q:
            cur = q.popleft()
            ans.append(cur)

            for neighbor in neighbors[cur]:
                indegree[neighbor] -= 1
                if not indegree[neighbor]:
                    q.append(neighbor)

        return ans
```

使用 DFS 可以从图的任意一点出发，基于深度优先遍历检测是否有环。如果有，则返回 []，如果没有，则直接将 path 返回即可。使用此方法需要 visited 数组。

代码：

```
class Solution:
    def tp_sort(self, items: int, pres: List[List[int]]) -> List[int]:
        res = []
        visited = [0] * items
        adjacent = [[] for _ in range(items)]

        def dfs(i):
            if visited[i] == 1:
                return False
            if visited[i] == 2:
                return True
            visited[i] = 1
            for j in adjacent[i]:
                if not dfs(j):
                    return False

            visited[i] = 2
            res.append(i)
            return True
        for cur, pre in pres:
            adjacent[cur].append(pre)
        for i in range(items):
            if not dfs(i):
                return []
        return res
```

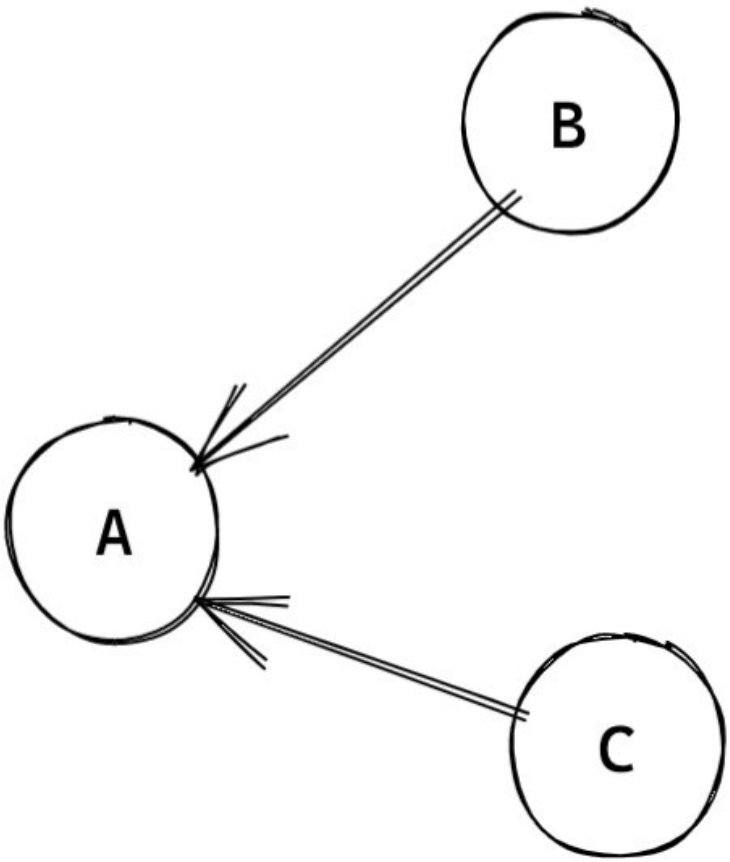
相关题目：

- 210. 课程表 II
- 207. 课程表

考点二 - 如何确定组的依赖关系?

题目中要求：项目顺序满足**同一小组的项目，排序后在列表中彼此相邻，并且满足 beforeItems**。这实际上一个二维拓扑排序问题。如果仅仅考虑项目不考虑小组，那么是一维的拓扑排序，但是项目需要小组完成，并且我们需要对小组也进行排序。

比如：A，B，C 三个项目，B 和 C 都依赖于 A。



进一步题目给出 B 项目属于 b 小组，C 项目属于 c 小组，A 项目没有人接管。那么拓扑序可以是 B -> C -> A 或者 C -> B -> A。

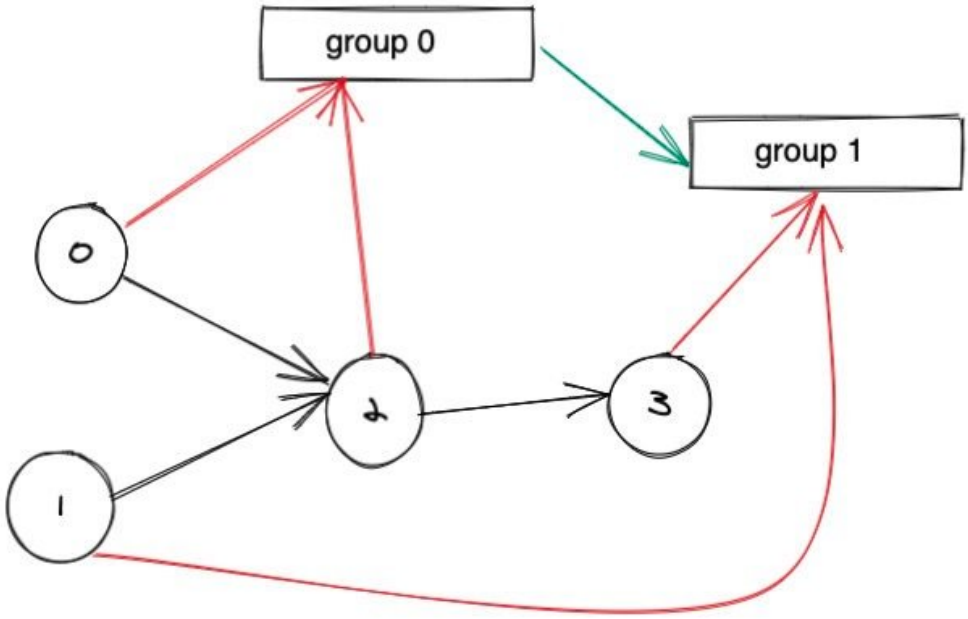
但是如果题目给出 B 项目属于 b 小组，C 项目和 A 项目属于 c 小组。那么拓扑序**只能**是 B -> C -> A，这才满足**同一小组的项目，排序后在列表中彼此相邻**。

这是因为 b 小组是依赖于 c 小组的。这是题目给的隐含信息，不像项目那样直接 beforeItems 就给你了，需要你自己挖掘。

如下图：

- 圆圈表示的是项目
- 黑色线条表示项目的依赖关系
- 红色线条表示项目和组之间的依赖关系
- 绿色线条是项目之间的依赖关系

注意绿色线条不是题目给出的，而是需要我们自己生成。



生成绿色部分依赖关系的核心逻辑是**如果一个项目和这个项目的依赖（如果存在）需要不同的组来完成**，那么这两个组就拥有依赖关系。代码：

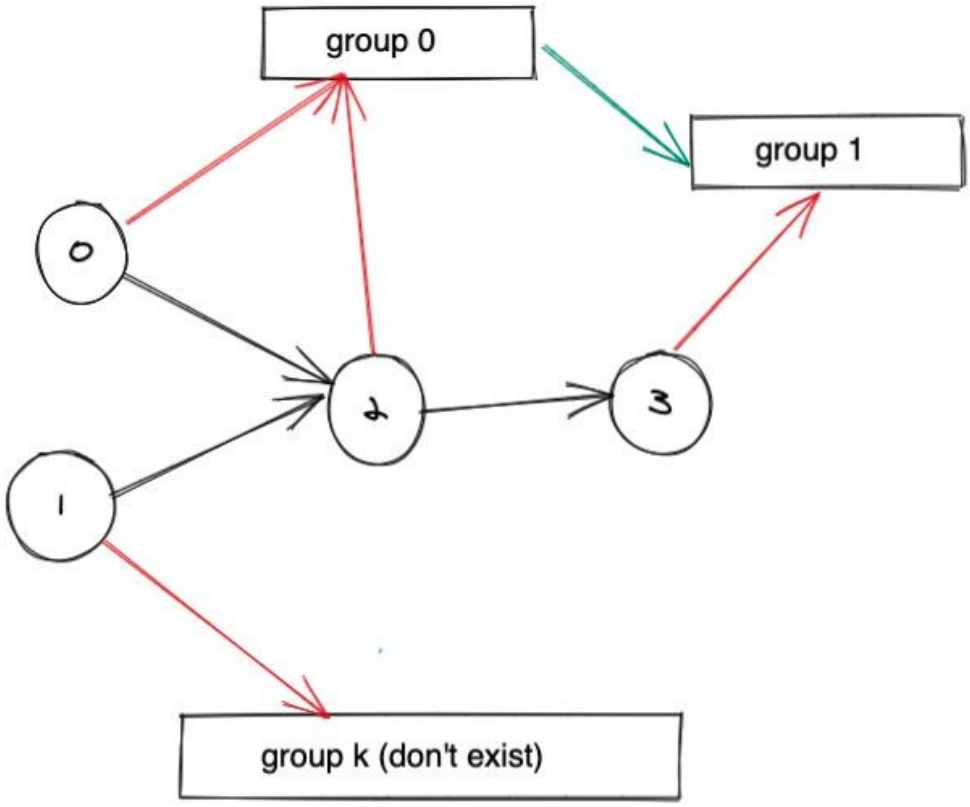
```
for pre in pres[project]:
    # 如果是不同的组完成的，那么这两个组就具有依赖关系
    if group[pre] != group[project]:
        # 小组关系图
        group_indegree[group[project]] += 1 # 更新入度用于拓扑排序
        group_neighbors[group[pre]].append(group[project]) # 记录小组的依赖关系
    else:
        # 项目关系图
        # ...
```

pres 是题目中的 beforeItems，即项目的依赖关系。

考点三 - 无人负责的项目如何处理?

如果无组处理，这意味着其是图中入度为零的点，随便找一个组分配即可。

一种方法是将这些无人处理的进行编号，只要给分别给它们一个不重复的 id 即可，注意这个 id 一定不能是已经存在的 id。由于原有的 group id 范围是 [0, m-1] 因此我们可以从 m 开始并逐个自增 1 来实现，详见代码。



明白了以上考点，我们只需要先对组进行一次拓扑排序，然后对项目进行拓扑排序即可。

代码

代码支持：Python3

Python3：

```
class Solution:
    # 拓扑排序
    def tp_sort(self, items, indegree, neighbors):
        q = collections.deque([])
        ans = []
        for item in items:
            if not indegree[item]:
                q.append(item)
```

```
        while q:
            cur = q.popleft()
            ans.append(cur)

            for neighbor in neighbors[cur]:
                indegree[neighbor] -= 1
                if not indegree[neighbor]:
                    q.append(neighbor)

        return ans

    def sortItems(self, n: int, m: int, group: List[int], pres: List[List[int]]) -> List[int]:
        max_group_id = m
        for project in range(n):
            if group[project] == -1:
                group[project] = max_group_id
                max_group_id += 1

        project_indegree = collections.defaultdict(int)
        group_indegree = collections.defaultdict(int)
        project_neighbors = collections.defaultdict(list)
        group_neighbors = collections.defaultdict(list)
        group_projects = collections.defaultdict(list)

        for project in range(n):
            group_projects[group[project]].append(project)

            for pre in pres[project]:
                if group[pre] != group[project]:
                    # 小组关系图
                    group_indegree[group[project]] += 1
                    group_neighbors[group[pre]].append(group[project])
                else:
                    # 项目关系图
                    project_indegree[project] += 1
                    project_neighbors[pre].append(project)

        ans = []
        # 先对组进行拓扑排序
        group_queue = self.tp_sort([i for i in range(max_group_id)], group_indegree, group_neighbors)

        if len(group_queue) != max_group_id:
            return []

        for group_id in group_queue:
            # 对小组中的项目进行拓扑排序
            project_queue = self.tp_sort(group_projects[group_id], project_indegree, project_neighbors)

            if len(project_queue) != len(group_projects[group_id]):
                return []
            ans += project_queue

        return ans
```

复杂度分析

令 m 和 n 分别为图的边数和顶点数。

- 时间复杂度：$O(m+n)$
- 空间复杂度：$O(m+n)$

大家对此有何看法，欢迎给我留言，我有时间都会一一查看回答。更多算法套路可以访问我的 LeetCode 题解仓库：https://github.com/azl397985856/leetcode 。 目前已经 45K star 啦。大家也可以关注我的公众号《力扣加加》带你啃下算法这块硬骨头。

上一页 下一页