题目地址(768. 最多能完成排序的块 II)

https://leetcode-cn.com/problems/max-chunks-to-make-sorted-ii/

入选理由

1. 第一个 hard 题

2. 这是一个哈希表的题目，也可使用栈来优化。

题目描述

这个问题和“最多能完成排序的块”相似，但给定数组中的元素可以重复，输入数组最大长度为2000，其中的元素最大为10**8。

arr是一个可能包含重复元素的整数数组，我们将这个数组分割成几个“块”，并将这些块分别进行排序。之后再连接起来，使得连接的结果和按升序排序后的原数组

我们最多能将数组分成多少块?

示例 1:

```
输入: arr = [5,4,3,2,1]
输出: 1
解释:
将数组分成2块或者更多块，都无法得到所需的结果。
例如，分成 [5, 4], [3, 2, 1] 的结果是 [4, 5, 1, 2, 3]，这不是有序的数组。
示例 2:

输入: arr = [2,1,3,4,4]
输出: 4
解释:
我们可以把它分成两块，例如 [2, 1], [3, 4, 4]。
然而，分成 [2, 1], [3], [4], [4] 可以得到最多的块数。
注意:

arr的长度在[1, 2000]之间。
arr[i]的大小在[0, 10**8]之间。
```

难度

- 困难

标签

- 栈
- 哈希表

前置知识

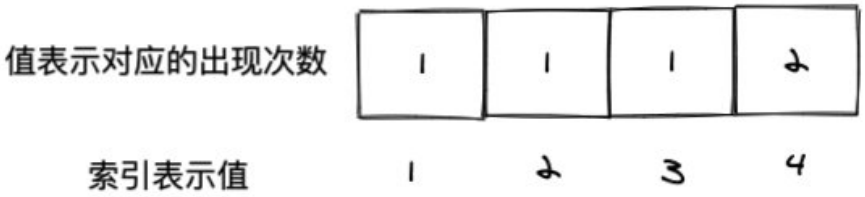
- 栈
- 单调栈
- 队列

计数

思路

这里可以使用类似计数排序的技巧来完成。以题目给的 [2,1,3,4,4] 来说：

可以先计数，比如用一个数组来计数，其中数组的索引表示值，数组的值表示其对应的出现次数。比如上面，除了 4 出现了两次，其他均出现一次，因此 count 就是 [0,1,1,1,2]。



其中 counts[4] 就是 2，表示的就是 4 这个值出现了两次。

> 实际上 count 最开始的 0 是没有必要的，不过这样方便理解罢了。

如果我们使用数组来计数，那么空间复杂度就是 $\text{upper} - \text{lower}$，其中 upper 是 arr 的最大值， lower 是 arr 的最小值。

计数完毕之后， 我们要做的是比较当前的 arr 和最终的 arr（已经有序的 arr） 的计数数组的关系即可。

这里有一个关键点： **如果两个数组的计数信息是一致的，那么两个数组排序后的结果也是一致的。** 如果你理解计数排序，应该明白我的意思。不明白也没有关系， 我稍微解释一下你就懂了。

如果我把一个数组打乱，然后排序，得到的数组一定是确定的，即不管你怎么打乱排好序都是一个确定的有序序列。这个论点的正确性是毋庸置疑的。而实际上，一个数组无论怎么打乱，其计数结果也是确定的，这也是毋庸置疑的。反之，如果是两个不同的数组，打乱排序后的结果一定是不同的，计数也是同理。

（这两个数组排序后的结果以及计数信息是一致的）

因此我们的算法有了：

- 先排序 arr,不妨记排序后的 arr 为 sorted_arr
- 从左到右遍历 arr，比如遍历到了索引为 i 的元素，其中 0 <= i < len(arr)
- 如果 arr[:i+1] 的计数信息和 sorted_arr[:i+1] 的计数信息一致，那么说明可以分桶，否则不可以。

> arr[:i+1] 指的是 arr 的切片，从索引 0 到 索引 i 的一个切片。

关键点

- 计数

代码

语言支持：Python

```python
class Solution(object):
    def maxChunksToSorted(self, arr):
        count_a = collections.defaultdict(int)
        count_b = collections.defaultdict(int)
        ans = 0

        for a, b in zip(arr, sorted(arr)):
            count_a[a] += 1
            count_b[b] += 1
            if count_a == count_b: ans += 1
```

```
        return ans
```

复杂度分析

- 时间复杂度：内部 count_a 和 count_b 的比较时间复杂度也是 $O(N)$，因此总的时间复杂度为 $O(N^2)$，其中 N 为数组长度。
- 空间复杂度：使用了两个 counter，其大小都是 N，因此空间复杂度为 $O(N)$，其中 N 为数组长度。

优化的计数

思路

实际上，我们不需要两个 counter ， 而是使用一个 counter 来记录 arr 和 sorted_arr 的 diff 即可。但是这也仅仅是空间上的一个常数优化而已。

我们还可以在时间上进一步优化， 去除内部 count_a 和 count_b 的比较，这样算法的瓶颈就是排序了。而去除的关键点就是我们上面提到的**记录 diff**，具体参考下方代码。

关键点

- 计数
- count 的边界条件

代码

语言支持：Python，Java

```
class Solution:
    def maxChunksToSorted(self, arr):
        count = collections.defaultdict(int)
        non_zero_cnt = 0
        ans = 0

        for a, b in zip(arr, sorted(arr)):
            if count[a] == -1: non_zero_cnt -= 1 # diff 从 -1 变成 0 , non_zero_cnt 减一
            if count[a] == 0: non_zero_cnt += 1 # diff 从 0 变成 1 , non_zero_cnt 加一
            count[a] += 1
            if count[b] == 1: non_zero_cnt -= 1 # diff 从 1 变成 0 , non_zero_cnt 减一
            if count[b] == 0: non_zero_cnt += 1 # diff 从 0 变成 -1 , non_zero_cnt 加一
            count[b] -= 1
```

```
            if non_zero_cnt == 0: ans += 1 # , non_zero_cnt 等于 0 表示 diff 全部相等

        return ans
```

Java Code:

```
public class Solution {

    public int maxChunksToSorted(int[] arr) {
        Map<Integer, Integer> count = new HashMap();
        int ans = 0;
        int nonzero = 0;

        int[] expect = arr.clone();
        Arrays.sort(expect);

        for (int i = 0; i < arr.length; ++i) {
            int x = arr[i];
            int y = expect[i];

            count.put(x, count.getOrDefault(x, 0) + 1);
            if (count.get(x) == 0) {
                nonzero--;
            }
            if (count.get(x) == 1) {
                nonzero++;
            }

            count.put(y, count.getOrDefault(y, 0) - 1);
            if (count.get(y) == -1) {
                nonzero++;
            }
            if (count.get(y) == 0) {
                nonzero--;
            }

            if (nonzero == 0) {
                ans++;
            }
        }

        return ans;
    }
}
```

复杂度分析

- 时间复杂度：瓶颈在于排序，因此时间复杂度为 $O(N \log N)$，其中 N 为数组长度。

- 空间复杂度：使用了一个 counter，其大小是 N，因此空间复杂度为 $O(N)$，其中 N 为数组长度。

单调栈

思路

通过题目给的三个例子，应该可以发现一些端倪。

- 如果 arr 是非递增的，那么答案为 1。
- 如果 arr 是非递减的，那么答案是 arr 的长度。

并且由于**只有分的块内部可以排序**，块与块之间的相对位置是不能变的。因此**直观上**我们的核心其实找到从左到右开始不减少（增加或者不变）的地方并分块。

比如对于 [5,4,3,2,1] 来说：

- 5 的下一个是 4，比 5 小，因此如果分块，那么永远不能变成[1,2,3,4,5]。
- 同理，4 的下一个是 3，比 4 小，因此如果分块，那么永远不能变成[1,2,3,4,5]。
- 。。。

我们继续分析一个稍微复杂一点的，即题目给的 [2,1,3,4,4]。

- 2 的下一个是 1，比 2 小，不能分块。
- 1 的下一个是 3，比 1 大，可以分块。
- 3 的下一个是 4，比 3 大，可以分块。
- 4 的下一个是 4，一样大，可以分块。

因此答案就是 4，分别是：

- [2,1]
- [3]
- [3]
- [4]

然而上面的算法步骤是不正确的，原因在于只考虑局部，没有考虑整体，比如 **[4,2,2,1,1]** 这样的测试用例，实际上只应该返回 1，原因是后面碰得到了 1，使得前面不应该分块。

因为把数组分成数个块，分别排序每个块后，组合所有的块就跟整个数组排序的结果一样，这就意味着后面块中的最小值一定大于前面块的最大值,这样才能保证分块有（即局部递减，整体递增）。因此直观上，我们又会觉得是不是"只要后面有较小

值，那么前面大于它的都应该在一个块里面“，实际上的确如此。

有没有注意到我们一直在找下一个比当前小的元素？这就是一个信号，使用单调递增栈即可以空间换时间的方式解决。对单调栈不熟悉的小伙伴可以看下我的**单调栈专题**

不过这还不够，我们要把思路逆转！

> 这是《逆转裁判》 中经典的台词， 主角在深处绝境的时候，会突然冒出这句话，从而逆转思维，寻求突破口。

这里的话，我们将思路逆转，不是分割区块，而是**融合区块**。

比如 [2,1,3,4,4]，遍历到 1 的时候会发现 1 比 2 小，因此 2， 1 需要在一块，我们可以将 2 和 1 融合，并**重新压回栈**。那么融合成 1 还是 2 呢？答案是 2，因为 2 是瓶颈，这提示我们可以用一个递增栈来完成。

因此本质上**栈存储的每一个元素就代表一个块，而栈里面的每一个元素的值就是块的最大值**。

以 [2,1,3,4,4] 来说， stack 的变化过程大概是：

- [2]
- 1 被融合了，保持 [2] 不变
- [2,3]
- [2,3,4]
- [2,3,4,4]

简单来说，就是**将一个减序列压缩合并成最该序列的最大的值**。 因此最终返回 stack 的长度就可以了。

具体算法参考代码区，注释很详细。

代码

语言支持：Python，CPP，Java，JS

```python
class Solution:
    def maxChunksToSorted(self, A: [int]) -> int:
        stack = []
        for a in A:
            # 遇到一个比栈顶小的元素，而前面的块不应该有比 a 小的
            # 而栈中每一个元素都是一个块，并且栈的存的是块的最大值，因此栈中比 a 小的值都需要 pop 出来
            if stack and stack[-1] > a:
                # 我们需要将融合后的区块的最大值重新放回栈
                # 而 stack 是递增的，因此 stack[-1] 是最大的
                cur = stack[-1]
                # 维持栈的单调递增
                while stack and stack[-1] > a: stack.pop()
                stack.append(cur)
            else:
                stack.append(a)
        # 栈存的是块信息，因此栈的大小就是块的数量
        return len(stack)
```

CPP:

```cpp
class Solution {
public:
    int maxChunksToSorted(vector<int>& arr) {
        stack<int> stack;
        for(int i =0;i<arr.size();i++){
            // 遇到一个比栈顶小的元素，而前面的块不应该有比 a 小的
            // 而栈中每一个元素都是一个块，并且栈的存的是块的最大值，因此栈中比 a 小的值都需要 pop 出来
            if(!stack.empty()&&stack.top()>arr[i]){
                // 我们需要将融合后的区块的最大值重新放回栈
                // 而 stack 是递增的，因此 stack[-1] 是最大的
                int cur = stack.top();
                // 维持栈的单调递增
                while(!stack.empty()&&stack.top()>arr[i]){
                    stack.pop();
                }
                stack.push(cur);
```

```
            }else{
                stack.push(arr[i]);
            }
        }
        // 栈存的是块信息，因此栈的大小就是块的数量
        return stack.size();
    }
};
```

Java:

```
class Solution {
    public int maxChunksToSorted(int[] arr) {
        LinkedList<Integer> stack = new LinkedList<Integer>();
        for (int num : arr) {
            // 遇到一个比栈顶小的元素，而前面的块不应该有比 a 小的
            // 而栈中每一个元素都是一个块，并且栈的存的是块的最大值，因此栈中比 a 小的值都需要 pop 出来
            if (!stack.isEmpty() && num < stack.getLast()) {
                // 我们需要将融合后的区块的最大值重新放回栈
                // 而 stack 是递增的，因此 stack[-1] 是最大的
                int cur = stack.removeLast();
                // 维持栈的单调递增
                while (!stack.isEmpty() && num < stack.getLast()) {
                    stack.removeLast();
                }
                stack.addLast(cur);
            } else {
                stack.addLast(num);
            }
        }
        // 栈存的是块信息，因此栈的大小就是块的数量
        return stack.size();
    }
}
```

JS:

```
var maxChunksToSorted = function (arr) {
  const stack = [];
  for (let i = 0; i < arr.length; i++) {
    a = arr[i];
    if (stack.length > 0 && stack[stack.length - 1] > a) {
      const cur = stack[stack.length - 1];
      while (stack && stack[stack.length - 1] > a) stack.pop();
```

```
        stack.push(cur);
      } else {
        stack.push(a);
      }
    }
    return stack.length;
};
```

复杂度分析

- 时间复杂度：$O(N)$，其中 N 为数组长度。
- 空间复杂度：$O(N)$，其中 N 为数组长度。

总结

实际上本题的单调栈思路和 **【力扣加加】从排序到线性扫描(57. 插入区间)** 以及 **394. 字符串解码** 都有部分相似，大家可以结合起来理解。

融合与**【力扣加加】从排序到线性扫描(57. 插入区间)** 相似， 重新压栈和 **394. 字符串解码** 相似。

大家对此有何看法，欢迎给我留言，我有时间都会一一查看回答。更多算法套路可以访问我的 LeetCode 题解仓库：https://github.com/azl397985856/leetcode 。 目前已经 37K star 啦。

大家也可以关注我的公众号《力扣加加》带你啃下算法这块硬骨头。

上一页 下一页