

049 | 计算：微积分可以解决什么样的问题



卓克

11小时前

——◆ 概念08：计算 ◆——

数学不等于计算题。当你真正开始了解数学，你就会知道科学为何起源于欧洲，以及人类是如何发展到现在这种文明程度的。

049 | 计算：微积分可以解...
11:27 5.37MB

↓

| 卓克亲述 |

微积分可以解决什么样的问题？

有两个问题非常典型，说出来大家觉得稀松平常，但真的让你严格地说明为什么，很少有人能给出答案。

- 第一个问题是，比如有两根电线杆，之间接着一根电线，这电线它一定不是绷直的，它肯定是自然下垂的，那么这根电线如果足够柔软，它略微下垂的样子满足什么规律呢？
- 第二个问题，一点 A 比较高，比如它是滑梯的顶部，还有一点 B 比较低，它是滑梯的底部，那我们怎么设计滑梯，才能让一个小球从 A 滚落到 B 的时候花费的时间最少呢？

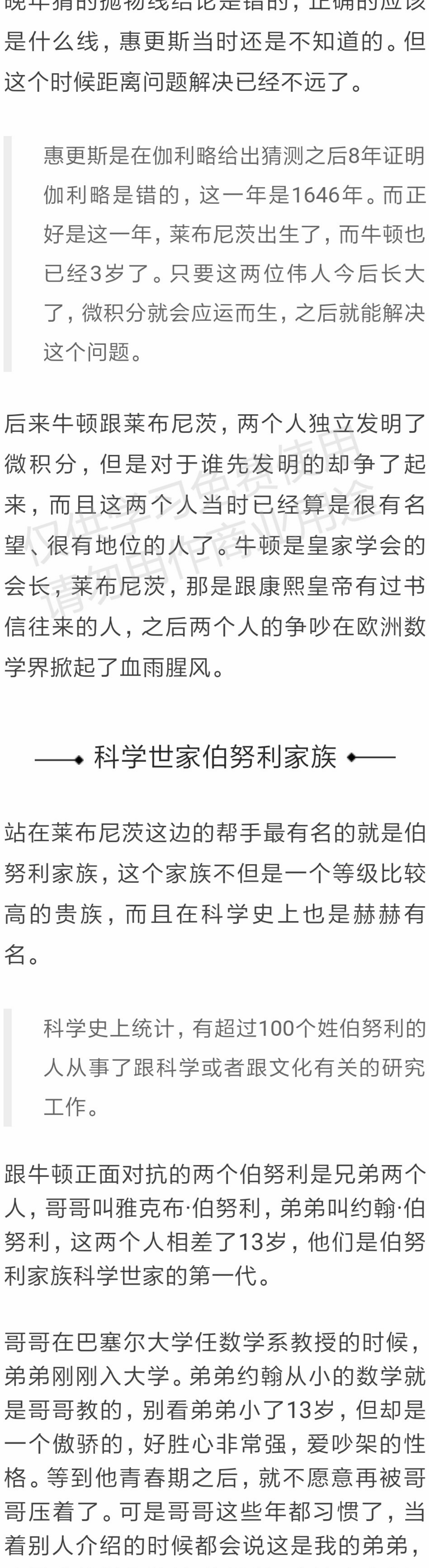
——◆ 悬链线问题 ◆——

第一个问题，现在被称为悬链线问题。

有记载的，第一个研究它的是达芬奇。订阅了严公子的西方艺术课的同学，应该对他比较了解。

虽然现在达芬奇更多的是以艺术家的身份出现的，但其实他在世的时候更多的是一个多面手，是一个杂家。达芬奇考虑这个问题是出于实际的需要，因为那会儿画画，不论是画人还是画物体，都要尽可能的拟真，所以那时候有些画家就不惜被判刑，夜里偷偷地去偷尸体作解剖，就想找到肌肉跟骨骼的连接结构，这样才能更好地把握人体在外部看过去的细节。

达芬奇有一幅画叫《抱着银貂的女子》，女人的脖子上有一串项链，但具体这个项链应该怎么画它自然下垂的样子呢？它垂下来应该是怎么一条曲线呢？达芬奇当时是想不明白的。



抱着银貂的女子

这个问题一放就是100年，后来伽利略出现了，伽利略就猜悬链线应该是一条开口朝上的抛物线，其实这只是猜测，更多地源于这抛物线的外形跟悬链线真的很像。

又过了50年，有一个17岁的数学家叫惠更斯给出了证明，但是他只证明了伽利略在晚年猜的抛物线结论是错的，正确的应该是什么线，惠更斯当时还是不知道的。但这个时候距离问题解决已经不远了。

惠更斯是在伽利略给出猜测之后8年证明伽利略是错的，这一年是1646年。而正好是这一年，莱布尼茨出生了，而牛顿也已经3岁了。只要这两位伟人今后长大了，微积分就会应运而生，之后就能解决这个问题。

后来牛顿跟莱布尼茨，两个人独立发明了微积分，但是对于谁先发明的却争了起来，而且这两个人当时已经算是很有名望、很有地位的人了。牛顿是皇家学会的会长，莱布尼茨，那是跟康熙皇帝有过书信往来的人，之后两个人的争吵在欧洲数学界掀起了血雨腥风。

——◆ 科学世家伯努利家族 ◆——

站在莱布尼茨这边的帮手最有名的就是伯努利家族，这个家族不但是一个等级比较高的贵族，而且在科学史上也是赫赫有名。

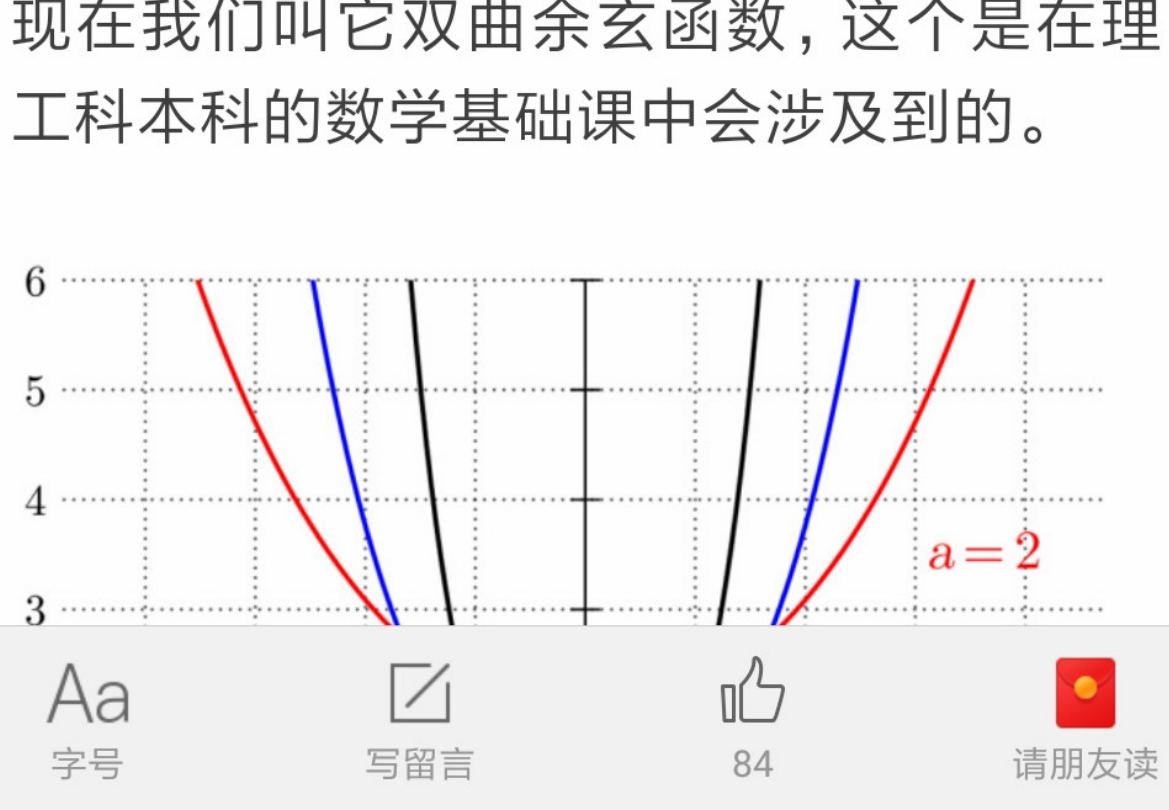
科学史上统计，有超过100个姓伯努利的人从事了跟科学或者跟文化有关的研究工作。

跟牛顿正面对抗的两个伯努利是兄弟两个人，哥哥叫雅克布·伯努利，弟弟叫约翰·伯努利，这两个人相差了13岁，他们是伯努利家族科学世家的第一代。

哥哥在巴塞尔大学任数学系教授的时候，弟弟刚刚入大学。弟弟约翰从小的数学就是哥哥教的，别看弟弟小了13岁，但却是一个傲骄的，好胜心非常强，爱吵架的性格。等到他青春期之后，就不愿意再被哥哥压着了。可是哥哥这些年都习惯了，当着别人介绍的时候都会说这是我的弟弟，也是我的学生约翰·伯努利。老这么介绍，就让弟弟非常不爽，弟弟就觉得自己数学方面的天分比哥哥强得多，只不过是人大了我13岁而已，学习的年头比我多了。如果给我一样的时间，我肯定能够超过你。

所以，后来弟弟不愿意再跟哥哥手下学数学，上了大学之后，就转而拜莱布尼茨为老师。

在莱布尼茨的手下，约翰·伯努利确实得到了真传，水平“蹭蹭蹭”地增，23岁的时候他就发现哥哥在这1年里一直研究，“一条锁链随意地悬挂，到底会出现一条什么曲线？”这个问题，也就是我们刚刚说到的悬链线问题。哥哥研究1年也没什么进展，然后又把这个问题作为一个有奖的悬赏发布出来了。



悬挂的锁链

通过有奖悬赏寻找问题的答案，这是科学史上曾经一种国家对科研经费支出的重要形式，最早是从法国科学院开始兴起的。

就是每年科学院都会组织院士在几个领域中想出一些关键性问题。

一般这些问题都是偏重于能马上跟实际的应用相结合的，比如说求一下这帆船的帆应该设计成什么样，才能最大效率地利用风能呢？就是这样的问题。然后把问题的悬赏发布出去，等收到回信之后，从里面评选出一份最佳的答案，然后予以重奖。每年的参与者都是整个欧洲成百上千的科学家。

国家对科研经费的支出，其实很晚才出现了像今天这样类似预付款的形式：

就是你先提计划，打算干什么，打算要多少钱，干完了之后能出现什么效果，这个效果价值几何，把这些写在申请材料里头说清楚递交过来。东西先不用做出来，国家看完这些申请，依据它的可行性，然后给它批钱，这是现在的模式。

但是在300年前，都是等问题完全解决了之后才把钱发下去的。

当年法国的一些贵族也效仿科学院，把自己认为有价值的问题以悬赏的方式公布出去，像伯努利家族这么有名望，发出问题之后也有不少的响应。悬链线问题发布不久之后，收到了很多来信，大多数都是错的，但是其中有3封的结果是正确的：

- 一封来自莱布尼茨，你想人家是微积分工具的发明人，自然很有可能解出来。
- 还有一封来自惠更斯，雅克布知道，这个人17岁的时候曾经是只证明了伽利略的悬链线结果是错的，但是当年他没有证明悬链线到底是什么，结果没想到，现在62岁了，竟然把这个结果给求出来了。这就相当于抗日战争结束的时候他出现过一次，冒过一次头，结果90年代国企改革的时候，又再次出现，把这个问题给解决了，真是挺吓人的。

- 但是更吓人的还有第三封，它来自约翰·伯努利，是自己的弟弟。这就让哥哥倒吸一口凉气，晚上吃饭的时候弟弟故意来问哥哥，说信收到了吗？哥哥没说话，只是默默地点了点头，弟弟就故意感叹到说，真是个难题，花了我整整一天一夜才得到了答案。而哥哥知道，这个问题已经花了自己1年的时间都没有解决。

那到底这根线是什么方程呢？

现在我们叫它双曲余弦函数，这个是在理工科本科的数学基础课中会涉及到的。

