



卓克

11小时前

概念08：计算

数学是科学的灵魂，而科学又是技术的源头，技术又是生产力增加、生活条件提升的必要条件。

053 | 计算：计算机可以做...
09:56 4.66MB

↓

| 卓克亲述 |

计算机可以做证明题吗？

答案是：可以的。

比如，请证明平行四边形的对角线互相平分，类似这样的，初中、高中遇到的所有的几何证明题，现在都已经可以利用一套1992年开发成熟的方法，用计算机给出证明了，而且甚至还可以给出证明过程，这个证明过程都是中学生可以读懂的。

当然，这些证明并不太让数学界惊讶，因为根源上它还是从已知的几条几何公理推导出来的，整个证明过程也没有出现新的思考方法，只是因为计算机计算能力强大，所以证明的速度比人脑快很多。

数学家们重视的是数学能力，而不是计算能力。

这一点对很多同学、老师，还有学生家长都很有提示作用。因为中小学的数学教育中，确实花了绝大部分的时间训练计算的速度跟准确率。比如说多项式的加减乘除，或者是很容易搞错的指数、对数的运算。而在数学思考能力上花的时间并不比计算上多。

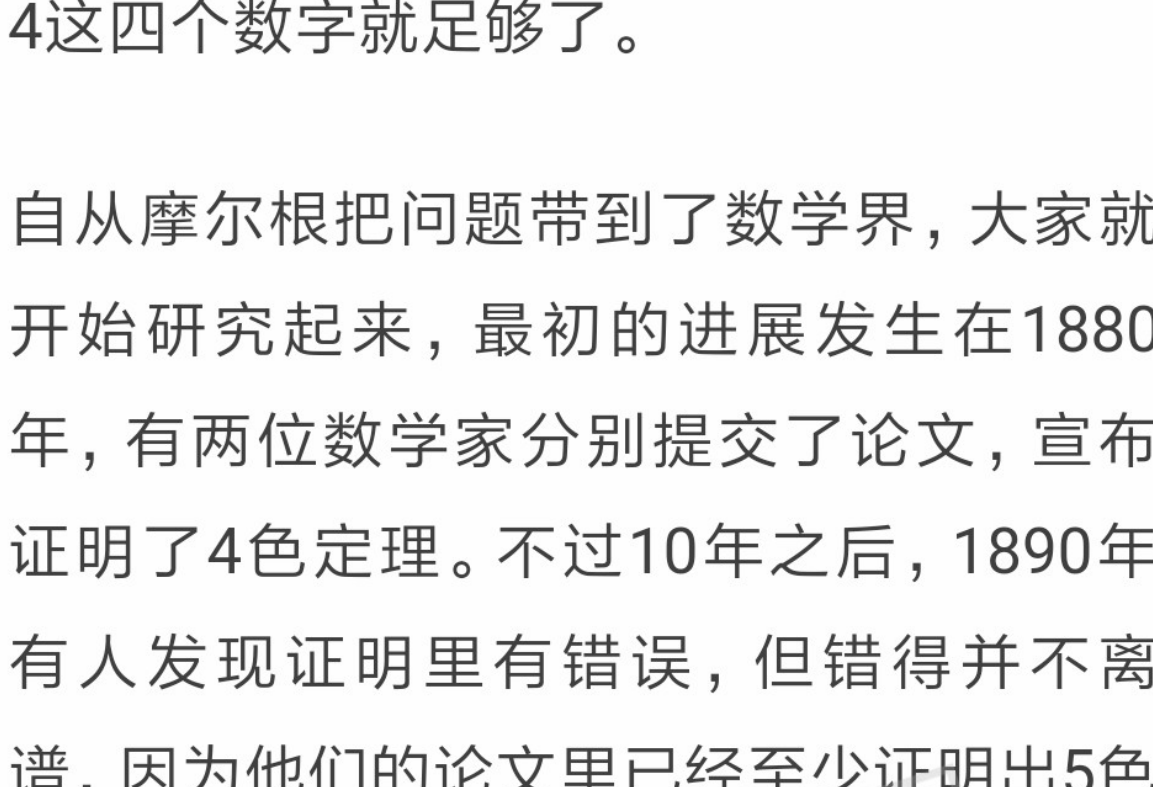
如果以这样的标准再进一步地问，计算机做的证明题里，有没有哪些证明体现了数学能力呢？

那么必须要说到4色问题了。

这个问题是一个外行很好懂，内行却研究不出来的问题。

4色定理难住数学家

最初是在1852年，被一个年轻的大学毕业生发现了，伦敦大学的格里斯毕业之后，去了一家测绘的单位，他在给地图上色的时候发现了一个规律，好像不论是世界地图还是英国地图，或者是家乡小镇的地图，在上色的时候，总是只需要4种颜色就够用了，就是相邻的区块为了不容易混淆，起码得用不同的颜色上色，但是只需要4种颜色就够用了。



4色定理最初的应用

他发现这个规律之后，就和正在上大学的弟弟想试试把这个问题证明了，结果两个人解决不了。弟弟拿着问题去问他的老师，数学家摩尔根，问题的描述这么简单，可是难度竟然非常大，摩尔根几天时间也没有进展，于是又写信把这个问题寄给了著名的数学家哈密顿爵士，结果过了14年，直到哈密顿去世，问题还是没有得到解决。

如果你感兴趣，也可以找一张纸，随意地划分10几个或者几十个区块，然后在每个区块里标上数字，数字只能用到1、2、3、4这四个，而且相邻的区块数字不能一样，你稍微试一试就会发现基本没有难度，1到4这四个数字就足够了。

自从摩尔根把问题带到了数学界，大家就开始研究起来，最初的进展发生在1880年，有两位数学家分别提交了论文，宣布证明了4色定理。不过10年之后，1890年有人发现证明里有错误，但错得并不离谱，因为他们的论文里已经至少证明出5色定理了，也就是他们已经证明了给一张地图上上色用5种颜色是足够的。

这时候数学家们也清楚地知道，3色肯定是不够的，所以给一张地图上上色最少用几种颜色，答案不是4就是5，这么听上去好像离答案很近，但是研究得越深，数学家们就发现这个问题越难。

这个问题有意思就在于，它几乎独立于那时候的数学界的所有其他分支，这个系列的前半部分，我们一直在介绍数学文化跟数学思想，如果你已经训练出一些能力了，可能今天我们刚刚提出4色问题的时候，就已经在不自觉地想把4色问题定位在数学发展史上的某一个刻度上，这确实是重要的思维过程。

我们如果知道问题的刻度，那么参考刻度左边的成果跟刻度右边的成果，就能更好地理解这个问题的范畴跟它的意义。但今天我们从一开始就有意没有介绍它在数学史上的刻度，就是因为，它真的是一个跟谁都没有太大关系的问题，这类问题属于横空出世，单摆浮搁。

它在1890年之后的进展，就是先设定好约束条件，只许用4种颜色，然后想法证明多少个区块以内用4种颜色是够用的，之后很多著名的数学家都参与了证明，比如像克莱因，还有爱因斯坦的老师闵可夫斯基。

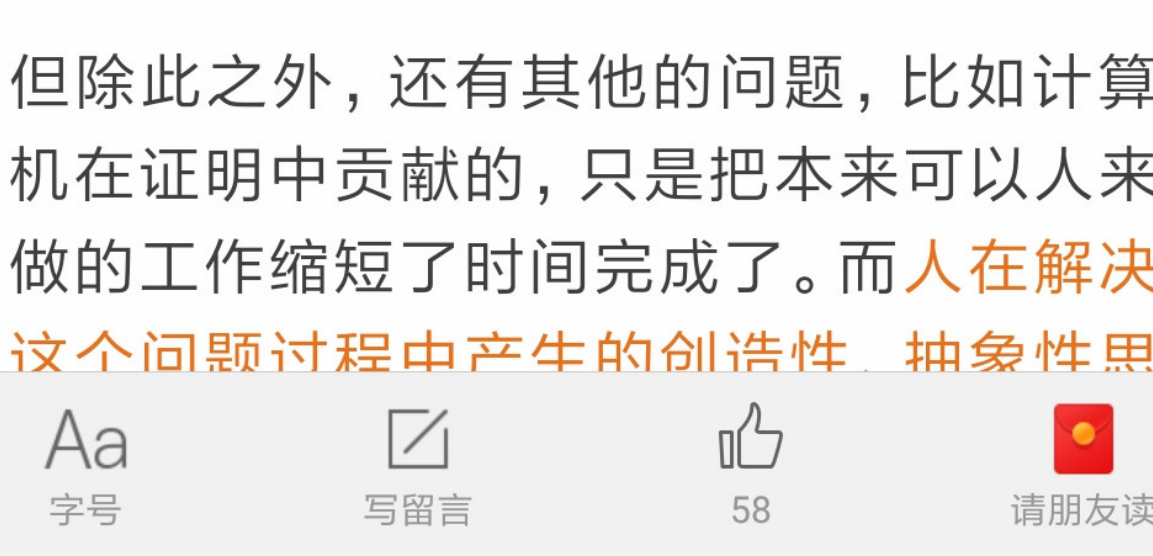
- 1939年证明了22个区块以内是可以4色的；
- 1950年证明了35个区块是可以的；
- 1960年证明了39个区块也可以。
- 再之后，推进就非常缓慢了，直到50个区块就没有继续了。

而实际上要解决这个问题，是要证明有限多个区块都可以做到这一点。

很多数学家遇到这个问题最初都是低估了难度，比如像闵可夫斯基，当时是在数学课上提起这个问题的，他说4色问题一直没有解决，只是因为试图解决它的都是三流的数学家，他说自己的这节课打下课铃之前就能把它证完，结果不知道耗费了多少个日日夜夜，闵可夫斯基最终还是放弃了。

简单来说，这个问题难就难在需要找出地图里所有的“可约构形”，这是什么意思呢？

比如任意地图，只要国家的数量够多，必然存在4种构形，周围有2个邻国的国家，周围有3个邻国的国家，有4个邻国的国家，有5个邻国的国家，这些是最基本的，肯定会出现的，这些就称之为不可避免的可约构形。



证明4色定理时的可约构形

但是整张地图里头还有没有一定会出现的构形呢？

可能有，也可能没有。如果有的话，就要把它找出来。都找全，这个问题就能被证明了。

对包含任意多的区块的地图来说，不可避免的可约构形有多少个呢？

这个在计算机没有出现之前，大家是不知道的，有人猜是1万个以上，有人猜是8000个，但是人工寻找可约构形实在是太缓慢了。

数学 ≠ 计算

1967年数学家们第一次使用计算机来寻找，不过那次因为内存太小，没能完成任务，最终的工作是在1976年做的，在那一年伊利诺伊大学的IBM360电脑完成了，它连续运转了50天，作了100多亿次的判断，找出了全部1936种可约构形，证明完毕。

从此，4色猜想就不用继续叫做猜想了，就可以叫做4色定理了，因为它已经被证明出来了。

别看1976年就已经证明了4色猜想，但这个结论在1990年之前一直是备受质疑的，最有利的理由就是：

其他数学家怎么能够验证你的证明过程呢？

计算机的证明当然是可以挨条地写出来，但是写出来了，文字量也超过了一个数学家一生可以阅读的文字总量的几千倍，上万倍，这个质疑在2004年被另外一个专门检验4色证明逻辑是否存在错误的程序给解决了。

但除此之外，还有其他的问题，比如计算机在证明中贡献的，只是把本来可以人来做的工作缩短了时间完成了。而人在解决这个问题过程中产生的创造性、抽象性思