

找到了一一对应的映射关系。

所以，当康托在考虑有没有比自然数的集的势大一些，又同时比实数集的势小一些的其他的集合存在呢？

他在想这个问题的时候，整个数学界其实已经疯掉了。康托在一步一个脚印地定义着集合的各种运算，和集合之间的关系用什么描述的时候，比如像子集、真子集、幂集、并集、差集、交集都是什么，都是怎么定义的，两个集合的笛卡尔积是怎么运算的呀，这些全都定义清楚了。

最后，康托给无穷集合本身甚至都下了一个定义，就是如果一个集合能够找出一种对应关系，让它能和它的一部分构成一一对应，那么这个集合就是无穷的。现在连无穷都在逻辑上严格地定义出来了，整个集合论的大厦就从地基到5楼全都建起来了。

### ——不被认可的数学天才——

康托从1870年陷入到其中开始研究的，到了我说的这一步，经历了14年的时间，这个时候，他已经从一个26岁的小伙子变成了一个40岁的大叔了。标志性的成果，就是他在40岁的时候出版了一本书，叫《一般集合论基础》。

但之后的数学界就是铺天盖地的攻击跟反对，当时几乎所有的数学家都在抨击他。

- 比如有人就搬出了20多年前已经去世了的数学王子高斯曾经的笔记，高斯这么写的：我反对把一个无穷量当作实体，数学中从来不允许这么做，无穷只不过是一种语言上的说法而已。这个还属于很轻的反对，更多的反对来自于他的亲朋好友。
- 康托曾经的导师克罗内克评价集合论是空洞无物，还说康托已经是一个神经病人了。
- 大数学家庞加莱说，应该把集合论当做一个有趣的病理现象来研究。
- 外尔评价，集合论是雾中之雾，康托从前的至交好友施瓦茨因为反对集合论，结果跟康托都断交了。

像大数学家克莱因，大哲学家维特根斯坦，像他们那样能够不在反对的文章中夹杂着讽刺，或者谩骂，只是理智客观地表达反对意见的人，其实已经算是很客气了。

Georg Cantor



康托

可以说，康托耗费了毕生青春做出来的东西，最终得到的是这样的回应。也就是在书出版的那一年，他因为精神压力过大，出现了严重的精神分裂，此后人生的34年里，一直分不清幻觉世界和现实世界的边界。

据他妻子说，他偶尔有几个星期恢复清醒的时候，思想的敏锐程度甚至超过了他患病之前的水准，康托40岁后所有的成果，都是在这种间歇性的几周清醒的时间里完成的。

在那30多年的浑浑噩噩的人生中，只有哥廷根数学学派的开山鼻祖希尔伯特，对康托有过真心的高度评价，他说康托的集合论是数学天才最优秀的作品，是人类纯粹智力活动的最高成就之一，是这个时代能夸耀的最伟大的工作，没有任何人能将从康托创造的伊甸园中驱赶出来。

并且希尔伯特在1900年第二届国际数学家大会上，也就是我去年在《卓老板聊科技》里提过无数次的，1900年数学千禧年大会上，他把康托的连续统假设列为了下一个100年有待解决的最重要的23个问题的第一名。

其实康托的连续统假设问题就是刚刚说过的，存不存在其他的集合，它的势大于自然数集合的势，而小于实数集的势呢？

今天我们先告一段落，因为现代数学的发展远没有结束，它马上就要走进第三次数学危机了。

### ——今日思考题——

听过这两天现代数学的发展，尤其是集合论的部分，你对0是不是自然数这个问题有没有一些新的顿悟呢？你还认为它仅仅是一个类似于上高速的时候车速不能超过120的规定吗？

如果你有想法，请你在评论区留言。



卓克

我是卓克，咱们明天再见！

**卓克·科学思维课**

你身边的万物简史