东南大学 毫米波国家重点实验室
State Key Laboratory of Millimeter Waves

综合课程设计

第二讲

2022年 9月12日

回顾

$$\frac{\mathrm{d}^2 V(z)}{\mathrm{d}z^2} - \gamma^2 V(z) = 0$$

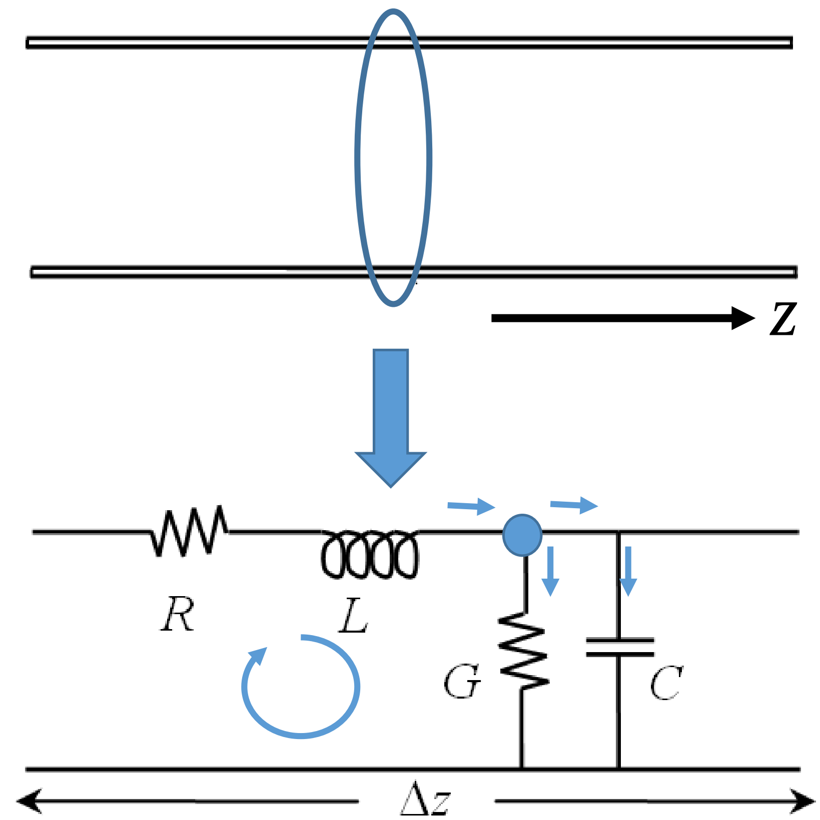
$$\frac{\mathrm{d}^2 I(z)}{\mathrm{d}z^2} - \gamma^2 I(z) = 0$$

$$V(z) = V_0^+ e^{-\gamma z} + V_0^- e^{\gamma z}$$

$$I(z) = I_0^+ e^{-\gamma z} + I_0^- e^{\gamma z}$$

$$\gamma = \sqrt{(R + j\omega L)(G + j\omega C)}$$

$$= \alpha + j\beta$$ 复传播常数



特性阻抗 $Z_0 = \frac{R + j\omega L}{\gamma} = \sqrt{\frac{R + j\omega L}{G + j\omega C}}$

微波电路与系统中的传输线基本选用50欧姆特性阻抗

$$\frac{V_0^+}{I_0^+} = Z_0 = \frac{V_0^-}{I_0^-} \qquad I(z) = \frac{V_0^+}{Z_0} e^{-\gamma z} - \frac{V_0^-}{Z_0} e^{\gamma z}$$

波长 $\lambda = 2\pi / \beta$

相速 $v_p = \omega / \beta = \lambda f$

- 无耗传输线参数 $R=0, G=0$

传播常数 $\gamma=\sqrt{(R+j\omega L)(G+j\omega C)}=j\omega\sqrt{LC}=j\beta$

波长 $\lambda=\dfrac{2\pi}{\beta}=\dfrac{2\pi}{\omega\sqrt{LC}}$

相速 $v_p=\dfrac{\omega}{\beta}=\dfrac{1}{\sqrt{LC}}$

特性阻抗 $Z_0=\sqrt{\dfrac{R+j\omega L}{G+j\omega C}}=\sqrt{\dfrac{L}{C}}$

端接负载的无耗传输线

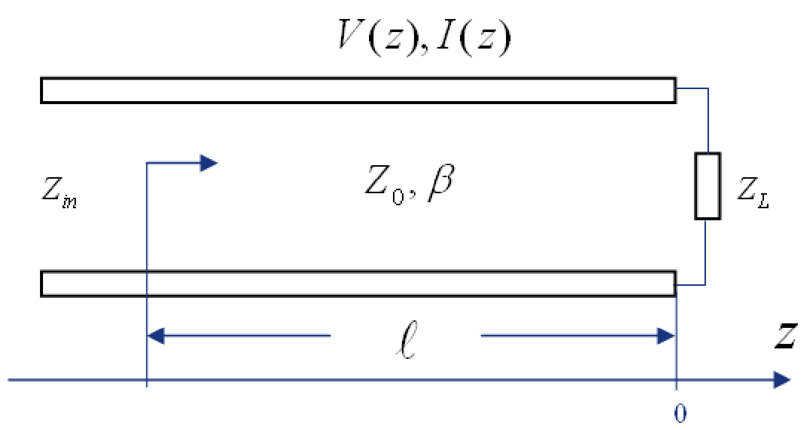
端接负载的无耗传输线

线上总电压：

$$V(z)=V_0^+e^{-j\beta z}+V_0^-e^{j\beta z}$$

线上总电流：

$$I(z)=\frac{V_0^+}{Z_0}e^{-j\beta z}-\frac{V_0^-}{Z_0}e^{j\beta z}$$



设负载在*z=0*处：

$$Z_L=\frac{V(0)}{I(0)}=\frac{V_0^++V_0^-}{V_0^+-V_0^-}Z_0$$

$$V(z)=V_0^+(e^{-j\beta z}+\Gamma_0 e^{j\beta z})$$

$$I(z)=\frac{V_0^+}{Z_0}(e^{-j\beta z}-\Gamma_0 e^{j\beta z})$$

电压反射系数：

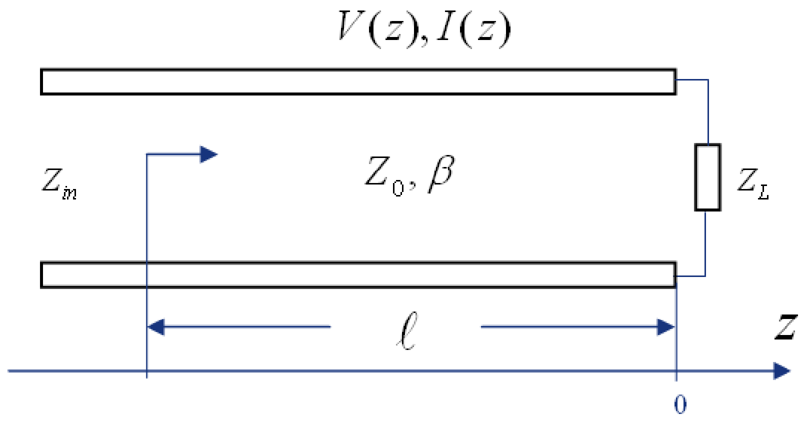
$$\Gamma_0=\frac{V_0^-}{V_0^+}=\frac{Z_L-Z_0}{Z_L+Z_0}$$

当 $Z_L=Z_0$时，Γ_0=0，此时无反射波，我们称为传输线匹配了。

由 $\Gamma_0 = \dfrac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0}$ 可以得到：

$$Z_{in} = Z_0 \frac{Z_L + jZ_0 \tan \beta l}{Z_0 + jZ_L \tan \beta l}$$

传输线阻抗方程



βl ⇨ 电长度

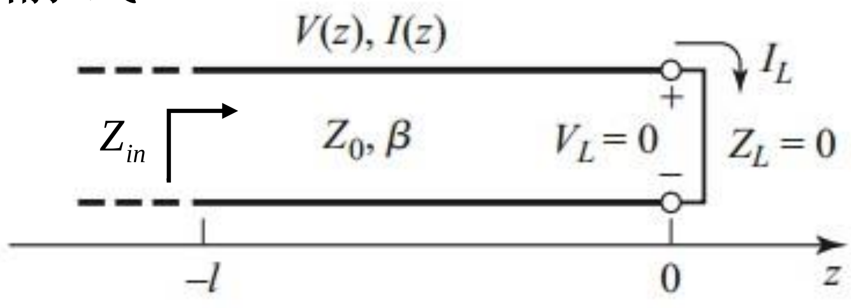
假如传输线匹配了，即$Z_L = Z_0$，则$Z_{in} = Z_0$。

在高频电路中，传输线的特征阻抗Z_0一般为50欧姆。

几种特殊情况下的无耗传输线

几种特殊情况下的无耗传输线

- 当 $Z_L = 0$ 时：



$$\Gamma_0 = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} \rightarrow \Gamma_0 = -1$$

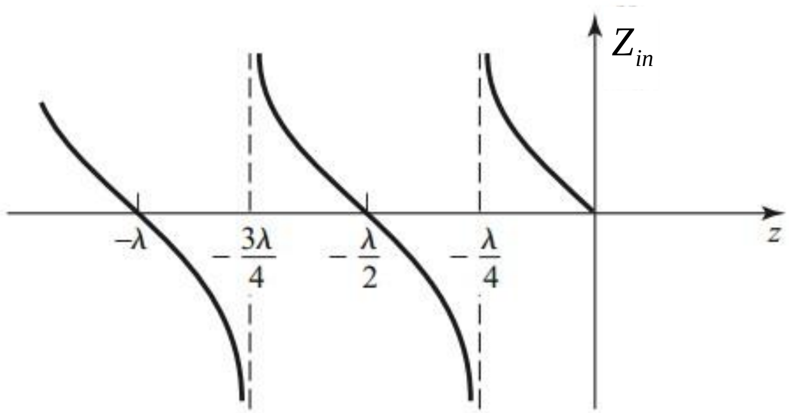
传输线上电压、电流分布：

$$V(z) = V_0^+ \cdot \left(e^{-j\beta z} - e^{j\beta z}\right) = -2jV_0^+ \sin \beta z \qquad P = \frac{1}{2}\mathrm{Re}\left\{VI^*\right\} = 0$$

$$I(z) = \frac{V_0^+}{Z_0} \cdot \left(e^{-j\beta z} + e^{j\beta z}\right) = \frac{2V_0^+}{Z_0} \cos \beta z$$

无能量传输

输入阻抗 $Z_{in} = jZ_0 \tan \beta l$

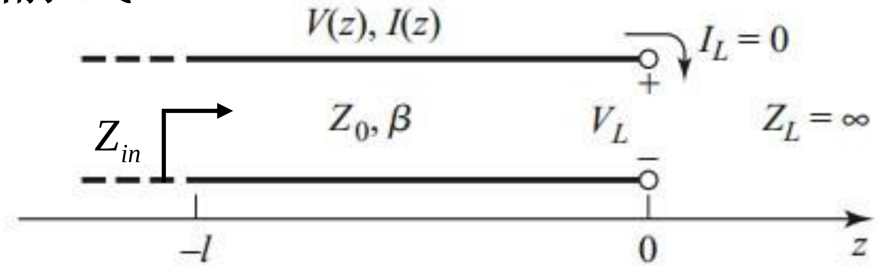


一小段终端短路的传输线可以等效为电感

几种特殊情况下的无耗传输线

- 当 $Z_L = \infty$时：

$$\Gamma_0 = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} \rightarrow \Gamma_0 = 1$$

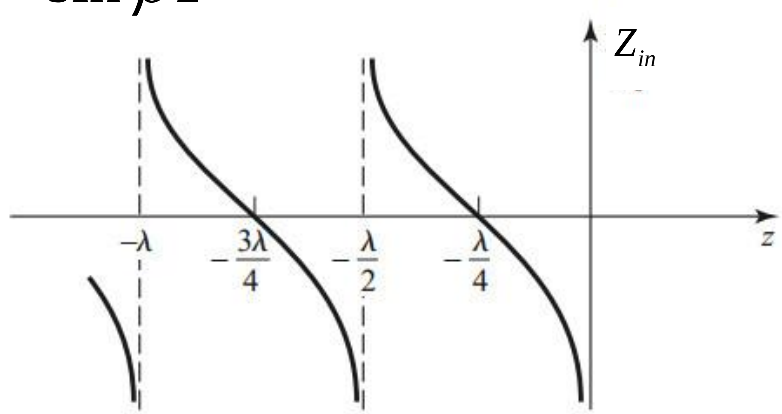


传输线上电压、电流分布：

$$V(z) = V_0^+ \cdot \left(e^{-j\beta z} + e^{j\beta z}\right) = 2V_0^+ \cos\beta z \qquad P = \frac{1}{2}\mathrm{Re}\left\{VI^*\right\} = 0$$

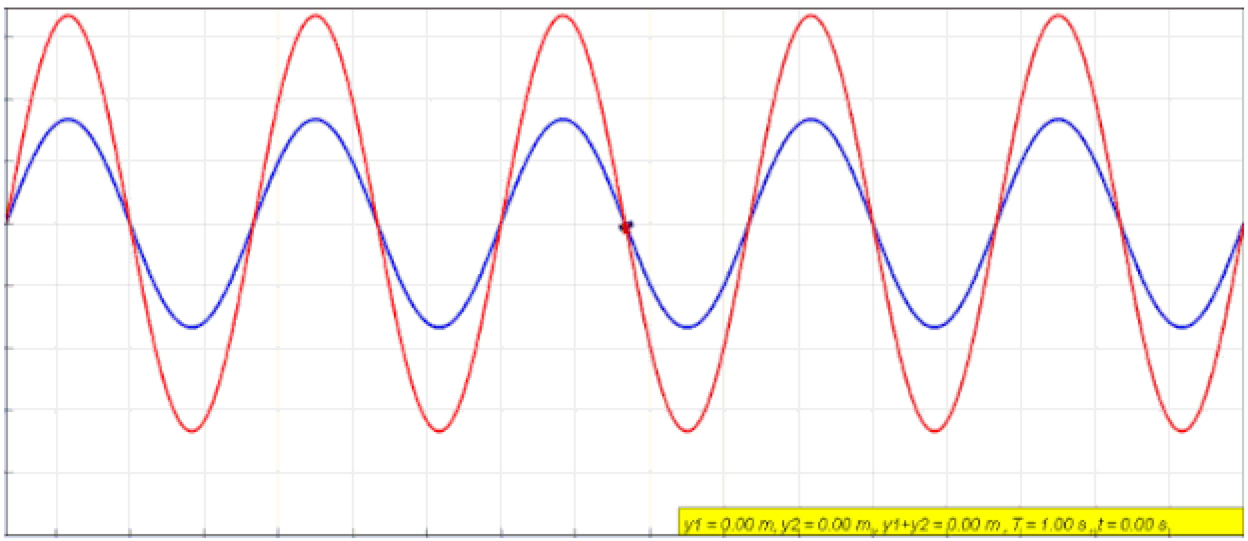
$$I(z) = \frac{V_0^+}{Z_0} \cdot \left(e^{-j\beta z} - e^{j\beta z}\right) = \frac{-2jV_0^+}{Z_0}\sin\beta z$$

输入阻抗 $Z_{in} = -jZ_0 \cot\beta l$

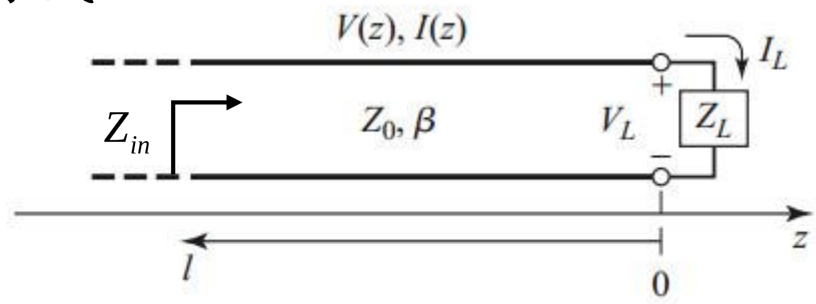


一小段终端开路的传输线可以等效为电容

驻波的形成



几种特殊情况下的无耗传输线



- 当 $l=\dfrac{\lambda}{2}$ 时：

由 $Z_{in}=Z_0\dfrac{Z_L+jZ_0\tan\beta l}{Z_0+jZ_L\tan\beta l}$ 有：

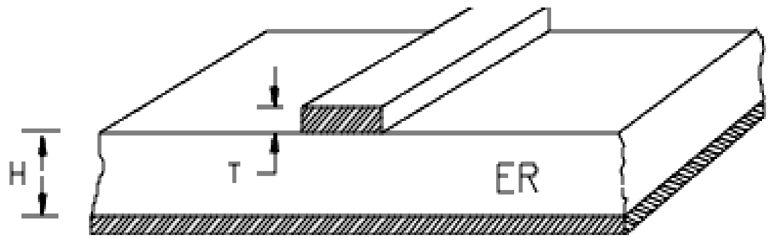
$$Z_{in}=Z_L$$

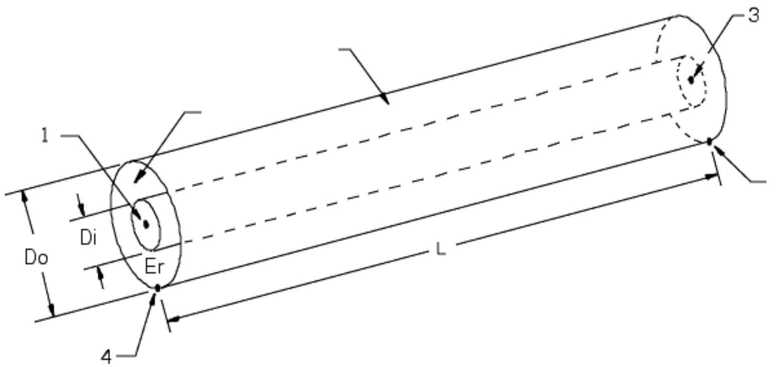
- 当 $l=\dfrac{\lambda}{4}$ 时：

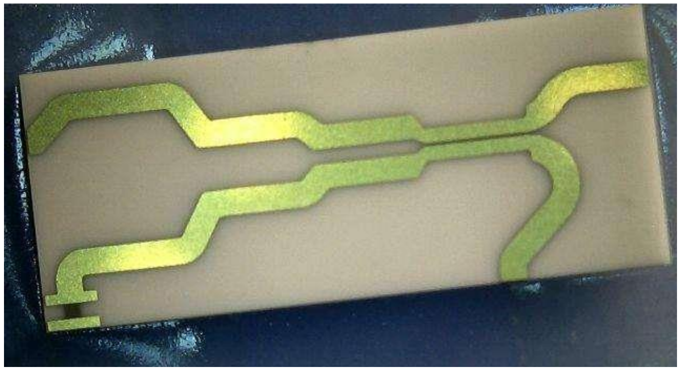
$$Z_{in}=\frac{Z_0^2}{Z_L}$$

四分之一波长阻抗变换器

- 常见的传输线

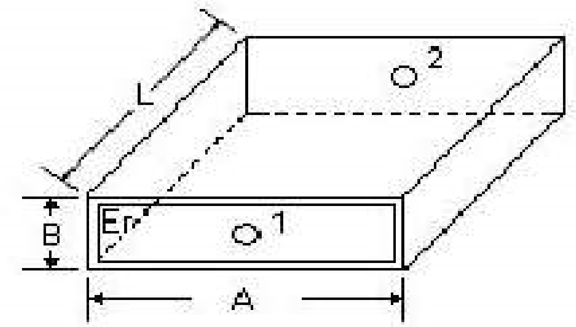


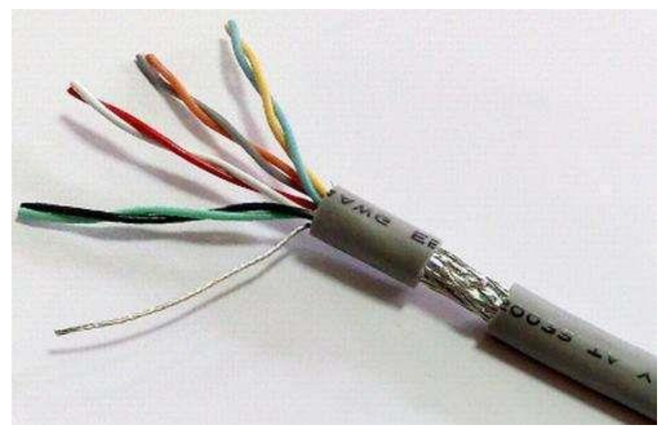




微带线

同轴线



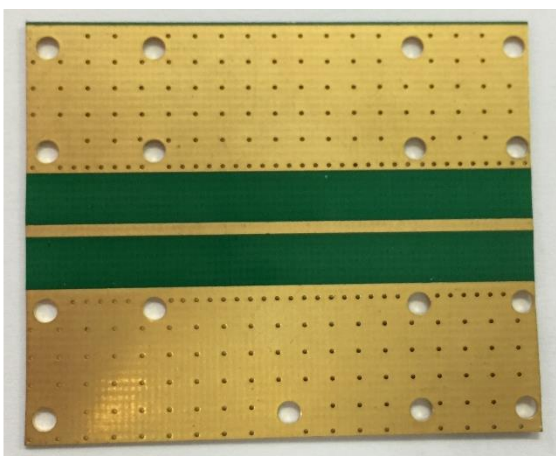


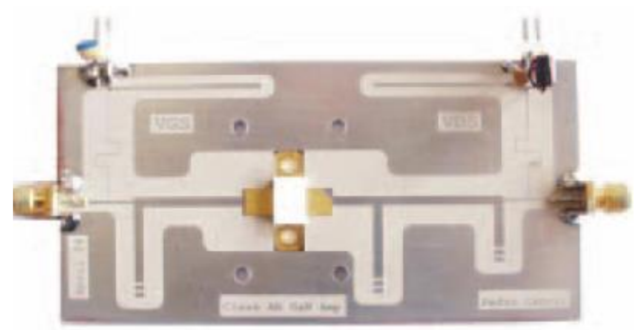
金属波导

双绞线

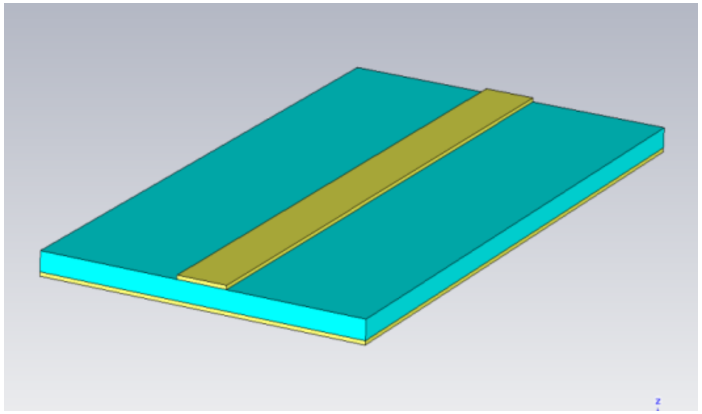
一、微带线

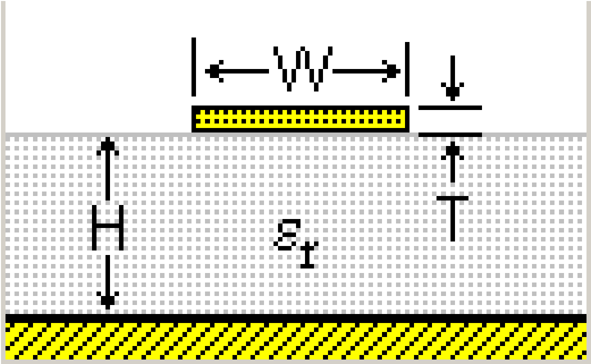
微带线是一种最流行的平面传输线。它容易与其它无源和有源的微波器件集成。

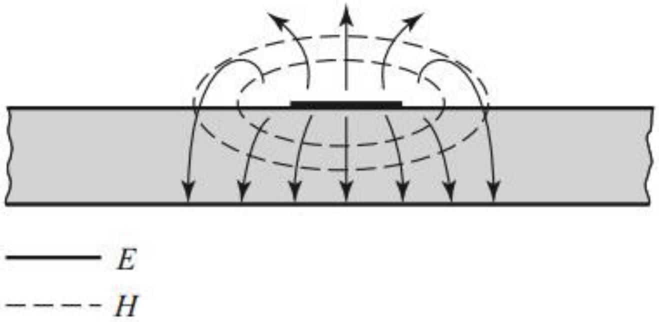




微带线的结构：厚度为H的介质基片上制作宽度为W、厚度为T、长度为L的导体带；基片有接地板。







常用的介质基片(介电常数和损耗角正切):

* 氧化铝陶瓷： $\varepsilon_r = 9.5 \sim 10, \quad tg\delta = 0.0003$

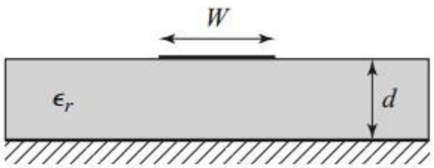
* 聚四氟乙烯： $\varepsilon_r = 2.1, \quad tg\delta = 0.0004$

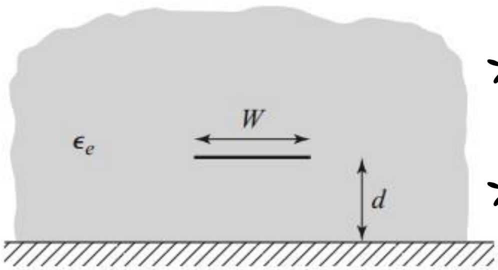
* 聚四氟乙烯玻璃纤维板： $\varepsilon_r = 2.55, \quad tg\delta = 0.008$

* 砷化镓（单片集成电路）： $\varepsilon_r = 13, \quad tg\delta = 0.006$

* FR-4环氧玻璃布层压板： $\varepsilon_r = 4.5, \quad tg\delta = 0.002$

- 导体上部为空气，下面为介质基片 ——场大部分在介质片内，少部分在空气中——非纯TEM。
- 微带线的严格场解是由混合TM-TE波组成的。但是在绝大多数实际应用中，由于电介质基片非常薄，因此其场是准TEM的，即基本上与静态场相同。可以采用准静态法进行分析。引入有效介电常数。



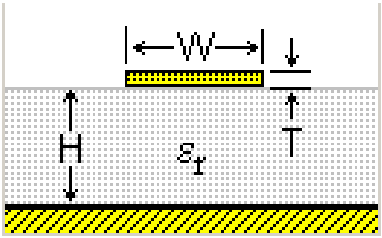


* 相速 $v_p = c/\sqrt{\varepsilon_{eff}}$

* 传播常数 $\beta = k_0\sqrt{\varepsilon_{eff}}$

- 相关的计算公式

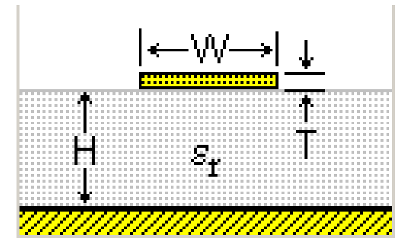
有效介电常数：（T<<H）



$$\varepsilon_{eff} = \frac{\varepsilon_r + 1}{2} + \frac{\varepsilon_r - 1}{2} \frac{1}{\sqrt{1 + 12H/W}}$$

给定微带线的尺寸，计算特征阻抗：

$$Z_0 = \begin{cases} \dfrac{60}{\sqrt{\varepsilon_{eff}}} \ln\left(\dfrac{8H}{W} + \dfrac{W}{4H}\right) & W/H \le 1 \\[2ex] \dfrac{120\pi}{\sqrt{\varepsilon_{eff}}\,[W/H + 1.393 + 0.667\ln(W/H + 1.444)]} & W/H \ge 1 \end{cases}$$



- 相关的计算公式

给定特征阻抗和介电常数，计算*W/H*：

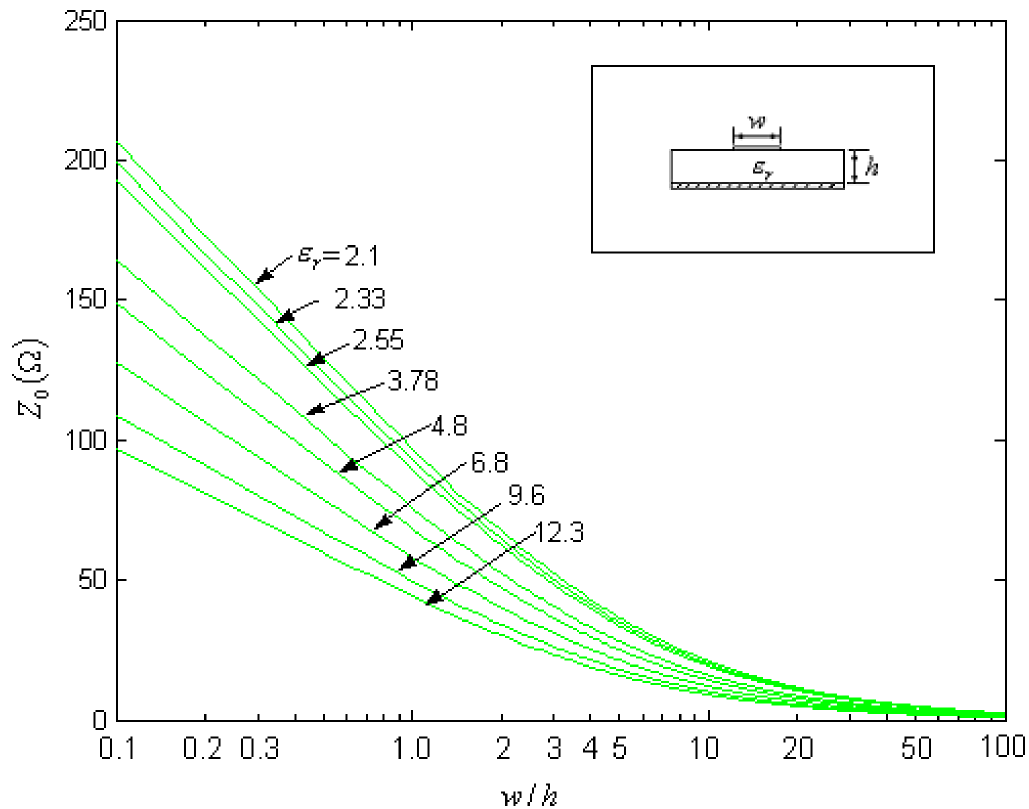
$$\frac{W}{H}=\begin{cases}\dfrac{8e^{A}}{e^{2A}-2} & W/H<2\\[2ex] \dfrac{2}{\pi}\left[\mathrm{B\text{-}1\text{-}ln(2B\text{-}1)}+\dfrac{\varepsilon_r-1}{2\varepsilon_r}\left\{\ln(B-1)+0.39-\dfrac{0.61}{\varepsilon_r}\right\}\right] & W/H>2\end{cases}$$

其中，

$$A=\frac{Z_0}{60}\sqrt{\frac{\varepsilon_r+1}{2}}+\frac{\varepsilon_r-1}{\varepsilon_r+1}\left(0.23+\frac{0.11}{\varepsilon_r}\right)$$

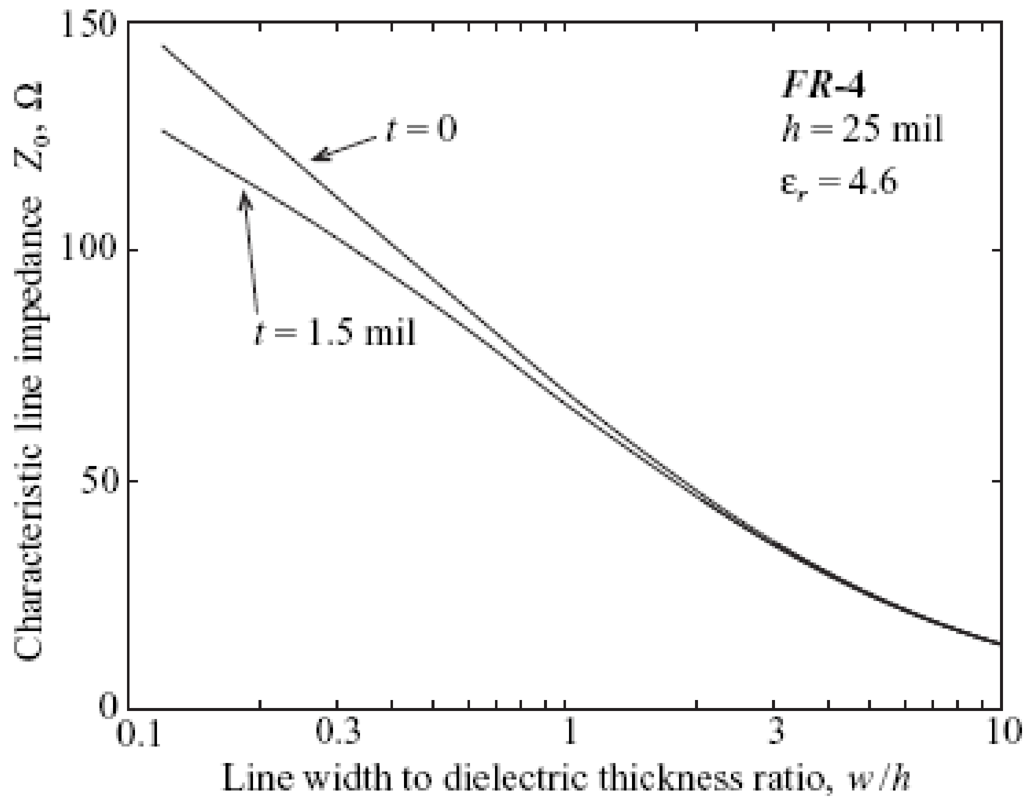
$$B=\frac{377\pi}{2Z_0\sqrt{\varepsilon_r}}$$

微带线特性阻抗与w/h的关系



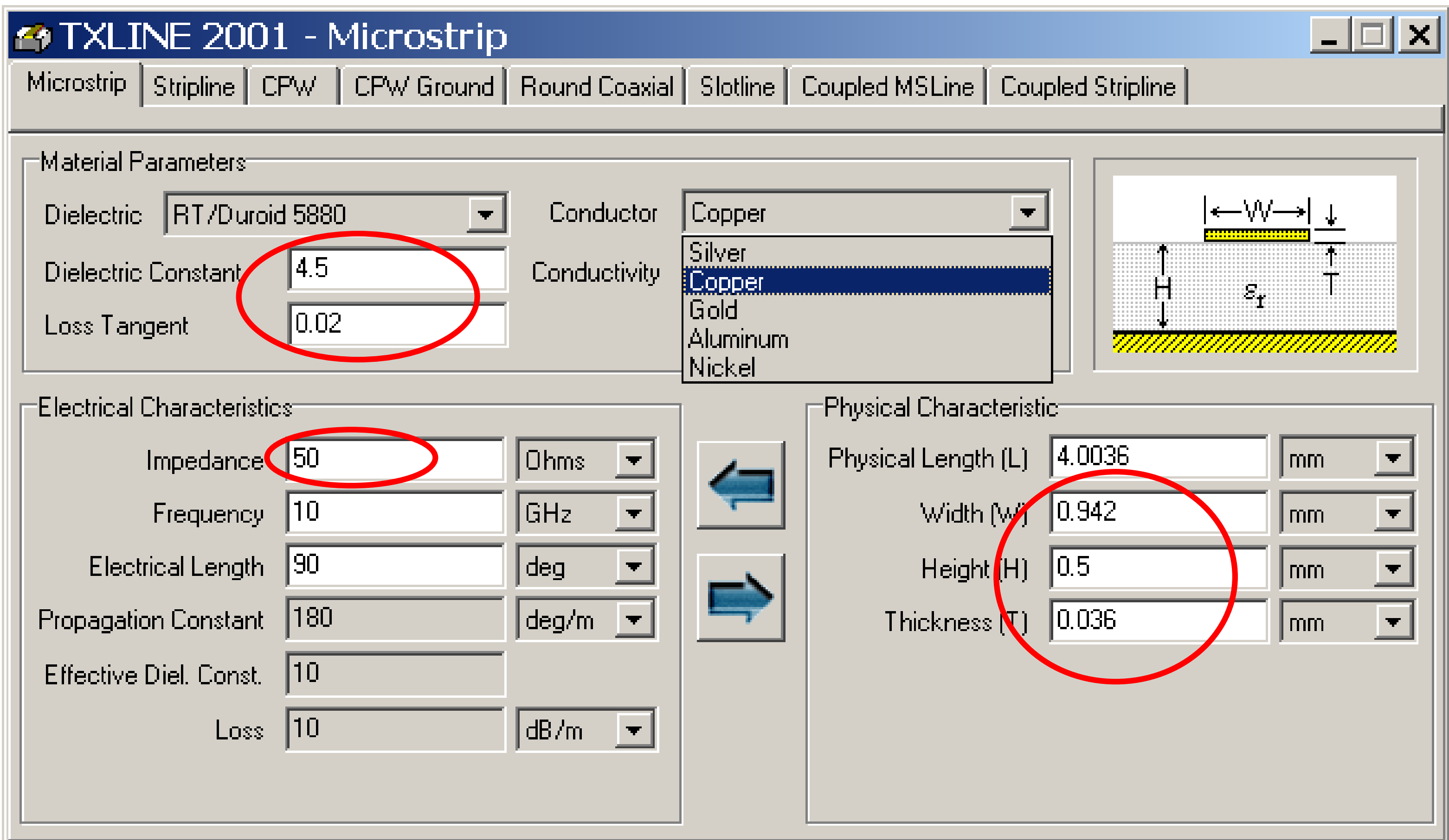
微带线的特性阻抗随着w/h增大而减小；相同尺寸条件下，ε_r越大，特性阻抗越小。

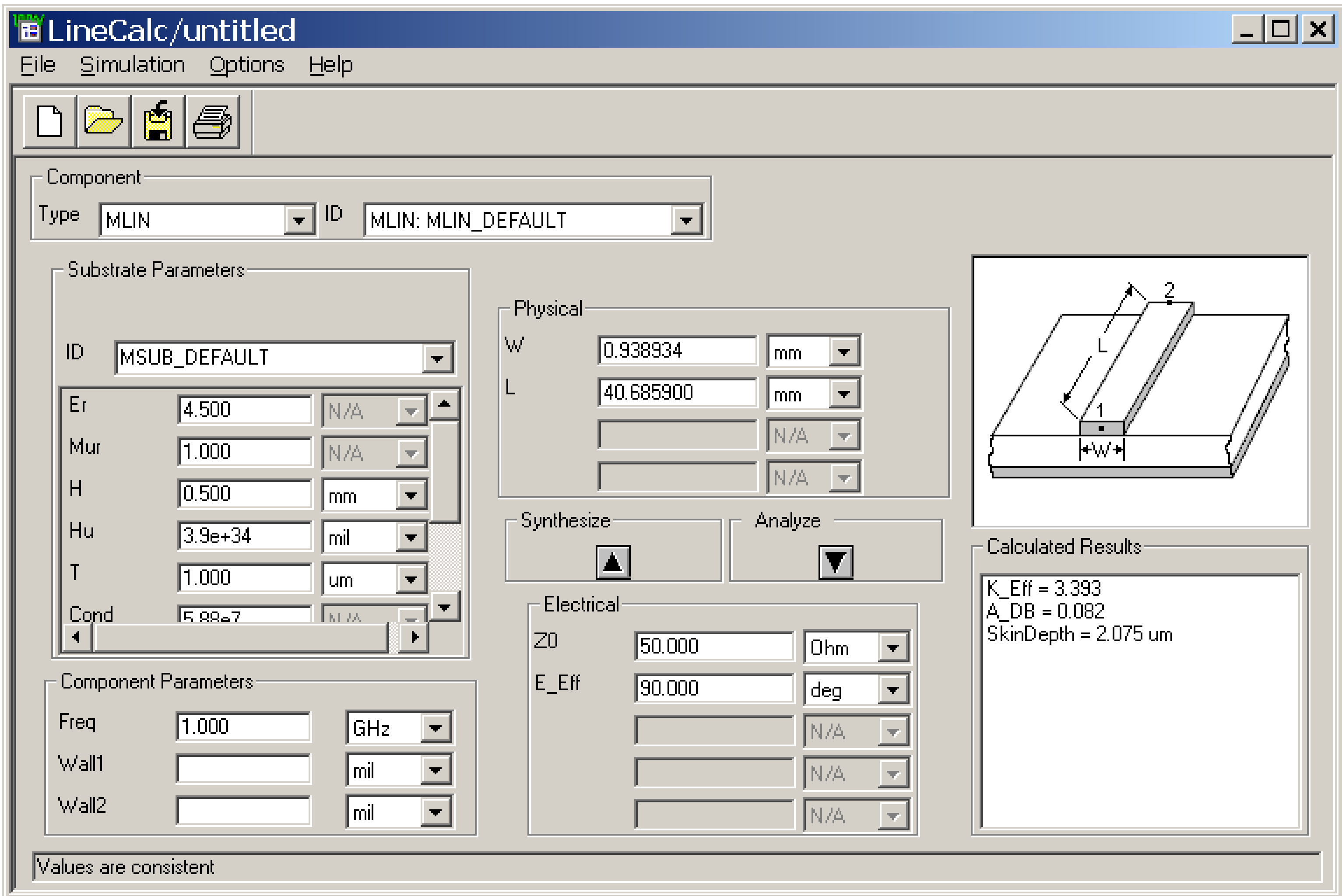
微带线特性阻抗与导带厚度的关系



微带线的导体厚度对特性阻抗有影响，导体的相对宽度越窄，受影响越大。

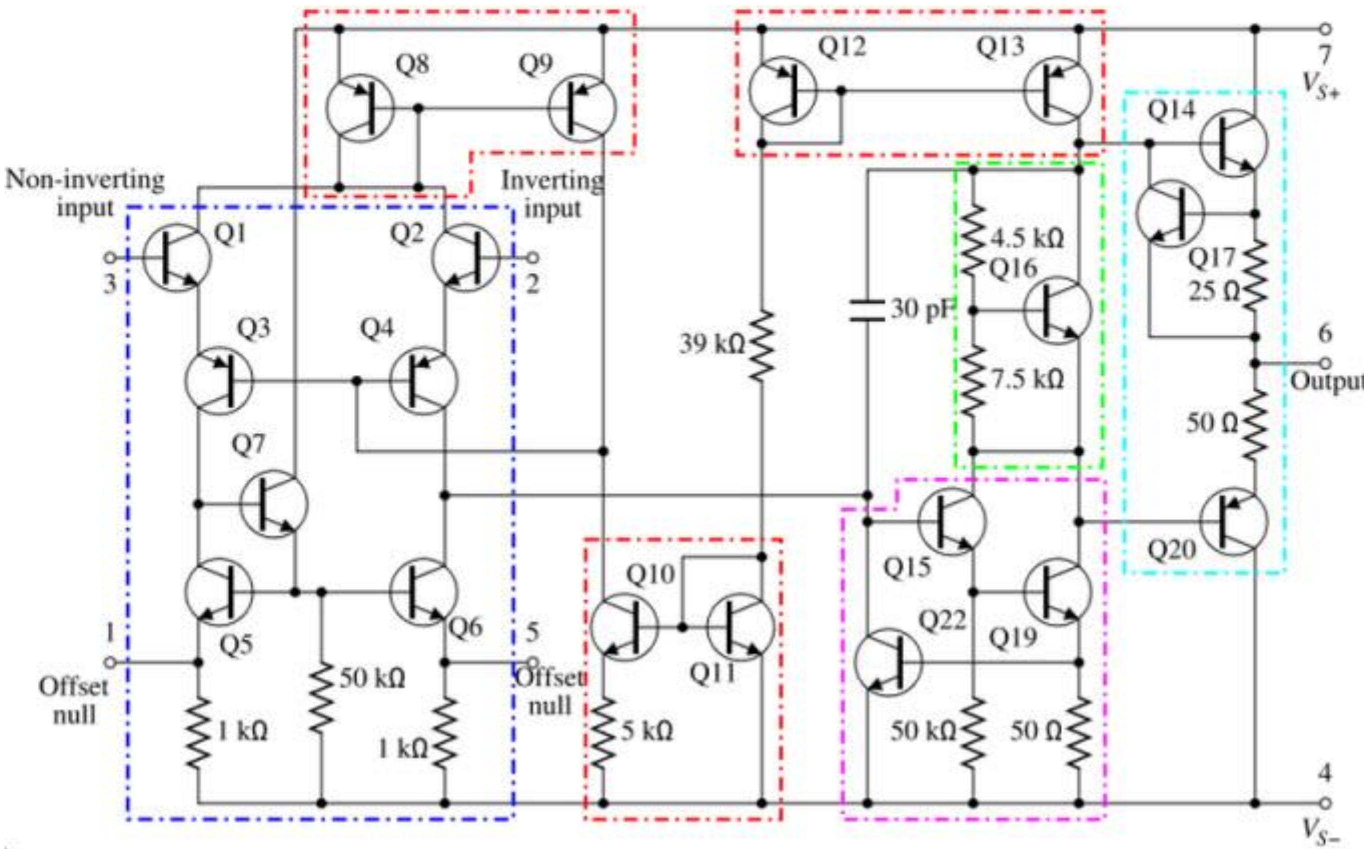
微带线计算工具


TXLINE 2001 - Microstrip
Microstrip
Stripline
CPW
CPW Ground
Round Coaxial
Slotline
Coupled MSLine
Coupled Stripline
Material Parameters
Dielectric
RT/Duroid 5880
Conductor
Copper
Dielectric Constant
4.5
Conductivity
Silver
Copper
Gold
Aluminum
Nickel
Loss Tangent
0.02
W
H
T
Electrical Characteristics
Impedance
50
Ohms
Frequency
10
GHz
Electrical Length
90
deg
Propagation Constant
180
deg/m
Effective Diel. Const.
10
Loss
10
dB/m
Physical Characteristic
Physical Length (L)
4.0036
mm
Width (W)
0.942
mm
Height (H)
0.5
mm
Thickness (T)
0.036
mm

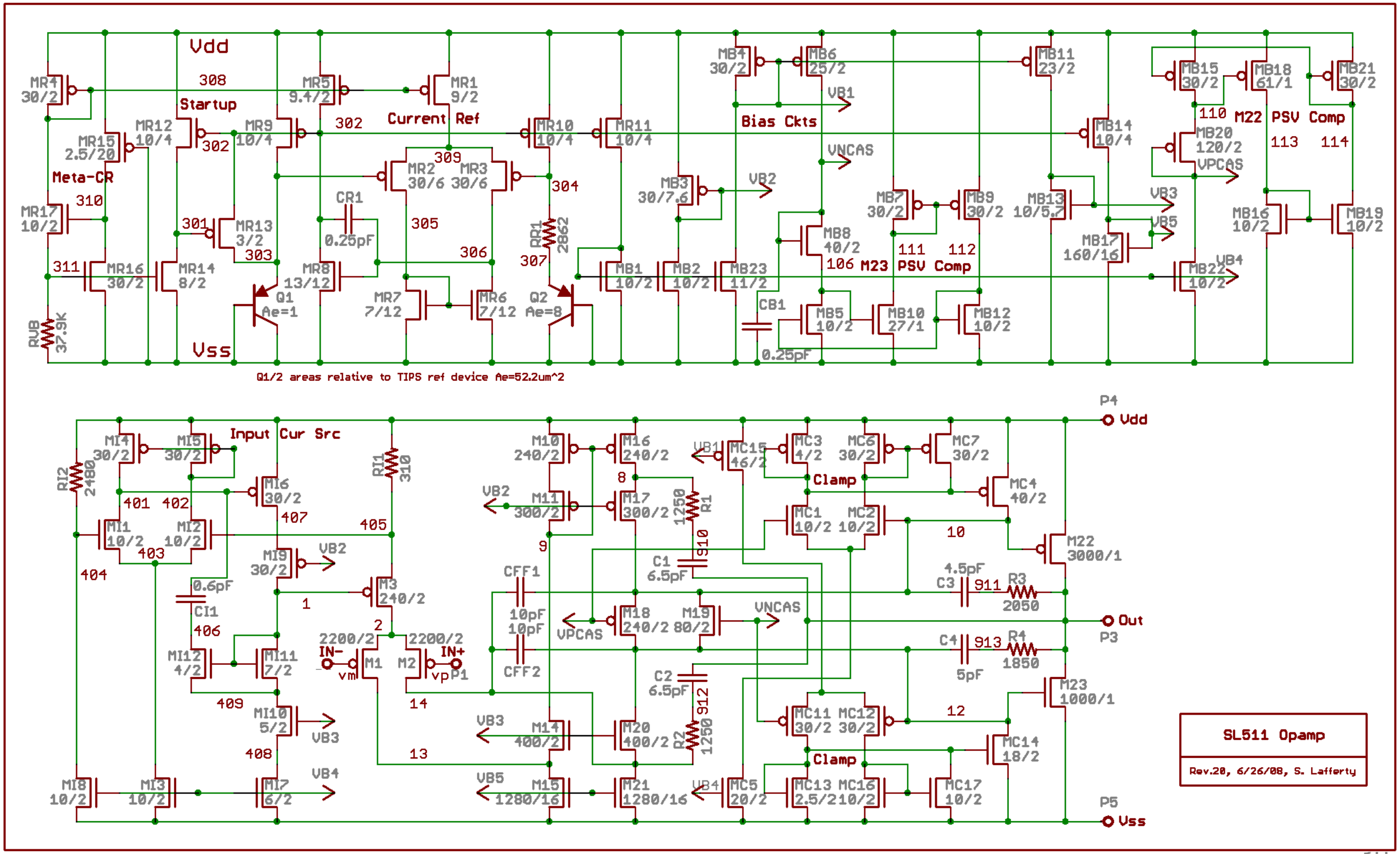

LineCalc/untitled
File
Simulation
Options
Help
Component
Type
MLIN
ID
MLIN: MLIN_DEFAULT
Substrate Parameters
ID
MSUB_DEFAULT
Er
4.500
N/A
Mur
1.000
N/A
H
0.500
mm
Hu
3.9e+34
mil
T
1.000
um
Cond
Component Parameters
Freq
1.000
GHz
Wall1
mil
Wall2
mil
Physical
W
0.938934
mm
L
40.685900
mm
N/A
N/A
Synthesize
Analyze
Electrical
Z0
50.000
Ohm
E_Eff
90.000
deg
N/A
N/A
N/A
2
L
1
W
Calculated Results
K_Eff = 3.393
A_DB = 0.082
SkinDepth = 2.075 um
Values are consistent

二、微波网络

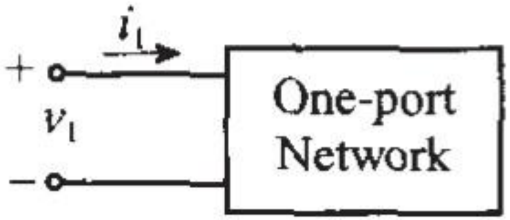
某放大器原理图

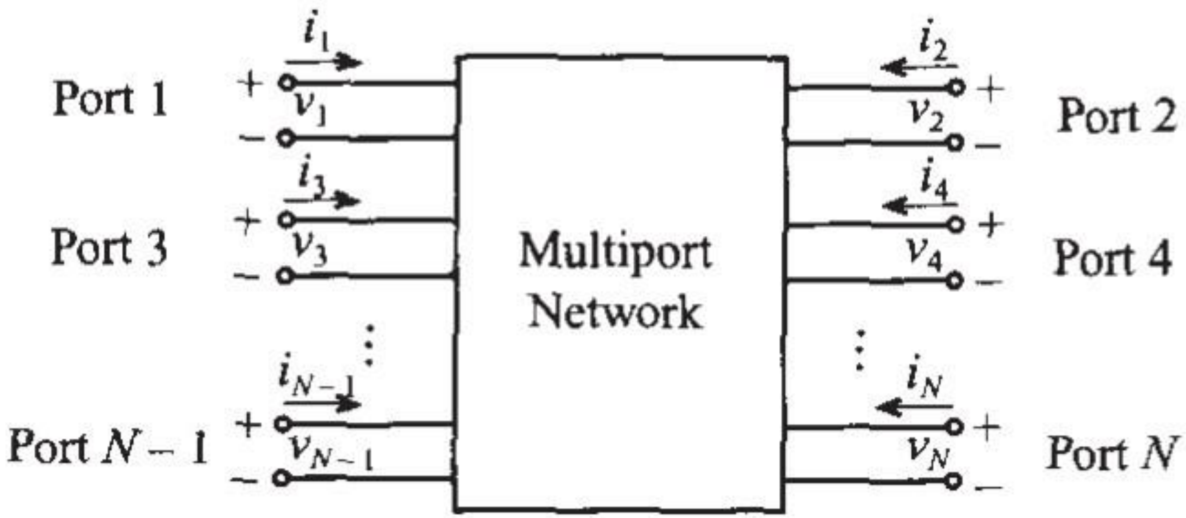

Q8
Q9
Q12
Q13
7
V_{S+}
Q14
Non-inverting input
Inverting input
Q1
Q2
3
2
4.5 kΩ
Q16
Q17
25 Ω
Q3
Q4
30 pF
39 kΩ
6
Output
7.5 kΩ
50 Ω
Q7
Q20
Q10
Q15
Q22
Q19
Q5
Q6
Q11
1
5
Offset null
50 kΩ
Offset null
1 kΩ
1 kΩ
5 kΩ
50 kΩ
50 Ω
4
V_{S-}

某运算放大器原理图


Vdd
Startup
Current Ref
Bias Ckts
Meta-CR
Vss
Q1/2 areas relative to TIPS ref device Ae=52.2um^2
Input Cur Src
Clamp
Out
SL511 Opamp
Rev.20, 6/26/08, S. Lafferty

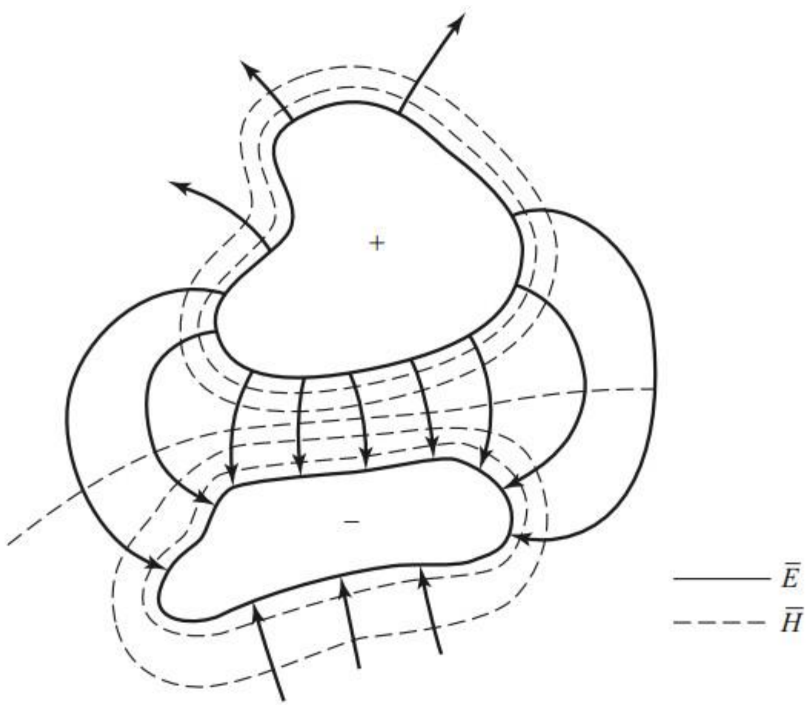
工程上将功能模块或电路等效成“黑匣子”，利用端口参数（如电流、电压等）对“黑匣子”进行表征。





阻抗矩阵

对于TEM或准TEM传输线（如同轴线、微带线、带状线等），至少可以从理论上定义端口的电压和电流。



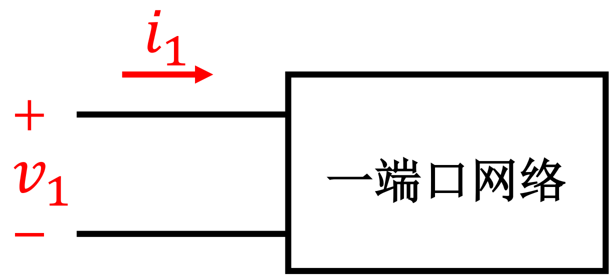
$$V = \int_{+}^{-} \bar{E} \cdot \mathrm{d}\bar{l}$$

$$I = \oint_{C^{+}} \bar{H} \cdot \mathrm{d}\bar{l}$$

$$Z_0 = \frac{V}{I}$$

阻抗矩阵的定义

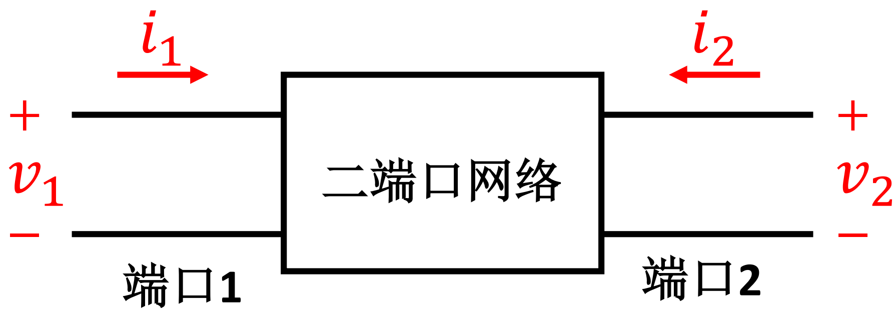
一端口网络



$$v_1 = Z_1 \cdot i_1$$

$$Z_1 = \frac{v_1}{i_1}$$

二端口网络



$$v_1 = Z_{11} \cdot i_1 + Z_{12} \cdot i_2$$

$$v_2 = Z_{21} \cdot i_1 + Z_{22} \cdot i_2$$

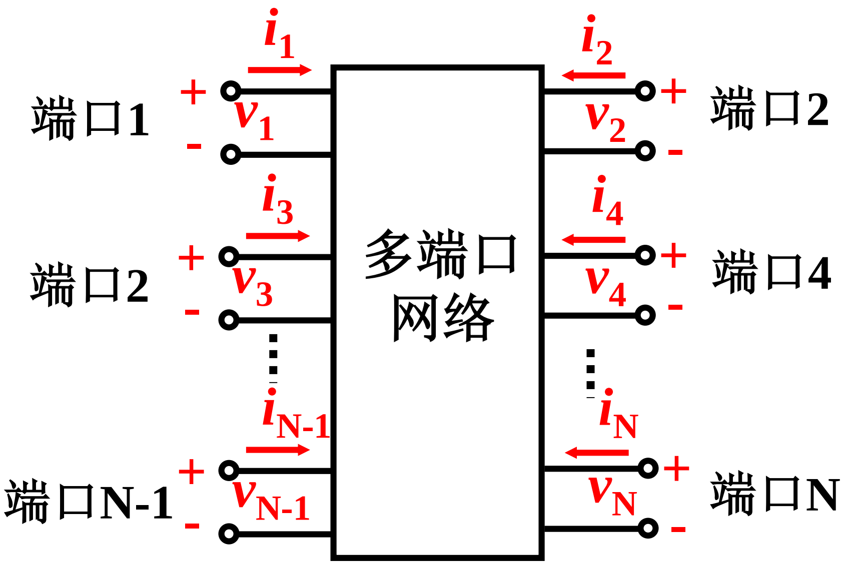
响应

激励

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix}$$

$$Z_{11} = \left.\frac{v_1}{i_1}\right|_{i_2=0} \qquad Z_{12} = \left.\frac{v_1}{i_2}\right|_{i_1=0} \qquad Z_{22} = \left.\frac{v_2}{i_2}\right|_{i_1=0} \qquad Z_{21} = \left.\frac{v_2}{i_1}\right|_{i_2=0}$$

N端口网络



$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_N \end{bmatrix} = \boxed{\begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & \cdots & Z_{1N} \\ Z_{21} & & & \vdots \\ \vdots & & & \vdots \\ Z_{N1} & \cdots & \cdots & Z_{NN} \end{bmatrix}} \cdot \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ \vdots \\ i_N \end{bmatrix}$$

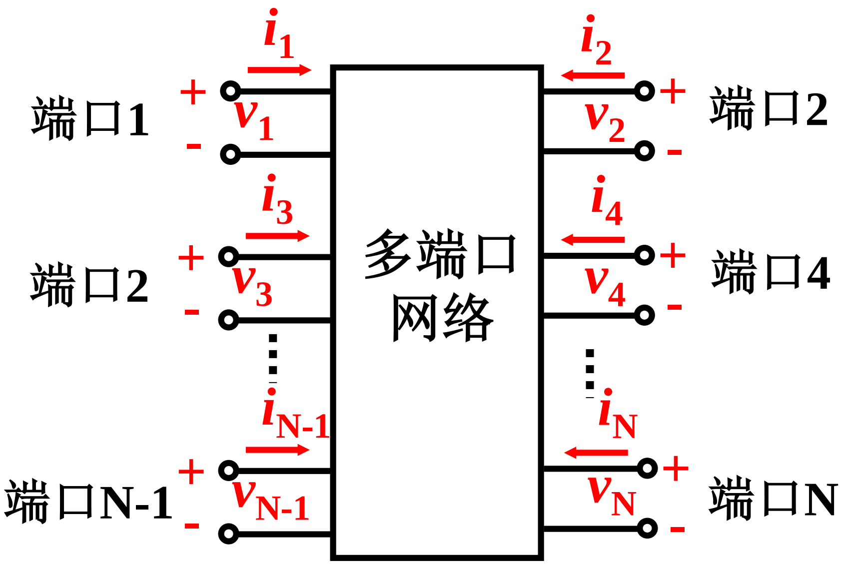
阻抗矩阵：$[Z]$

$$Z_{ij} = \left.\frac{v_i}{i_j}\right|_{i_k=0, k\neq j}$$

激励端口j（i_j），其他端口开路，测量i端口的电压，就可以得到 Z_{ij}

矩阵形式：$[V]=[Z]\cdot[I]$

导纳矩阵



$$\begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ \vdots \\ i_N \end{bmatrix} = \boxed{\begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & \cdots & Y_{1N} \\ Y_{21} & \cdot & \cdot & \vdots \\ \vdots & \cdot & \cdot & \vdots \\ Y_{N1} & \cdots & \cdots & Y_{NN} \end{bmatrix}} \cdot \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_N \end{bmatrix}$$

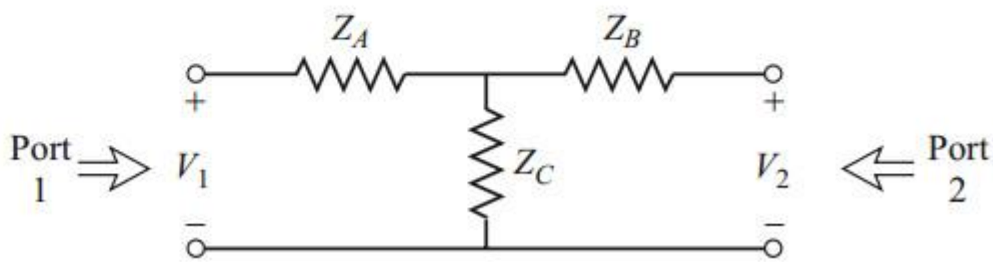
导纳矩阵：$[Y] = [Z]^{-1}$

$$Y_{ij} = \left.\frac{i_i}{v_j}\right|_{v_k=0, k\neq j}$$

激励端口j（v_j），其他端口短路，测量i端口的电流，就可以得到 Y_{ij}

$$[I] = [Y]\cdot[V]$$

阻抗矩阵计算举例：



$$Z_{11} = \left.\frac{V_1}{I_1}\right|_{I_2=0} = Z_A + Z_C \qquad Z_{12} = \left.\frac{V_1}{I_2}\right|_{I_1=0} = \frac{I_2 Z_C}{I_2} = Z_C$$

$$Z_{22} = \left.\frac{V_2}{I_2}\right|_{I_1=0} = Z_B + Z_C \qquad Z_{21} = Z_{12}$$

互易网络：$Z_{ij}=Z_{ji}, Y_{ij}=Y_{ji}$

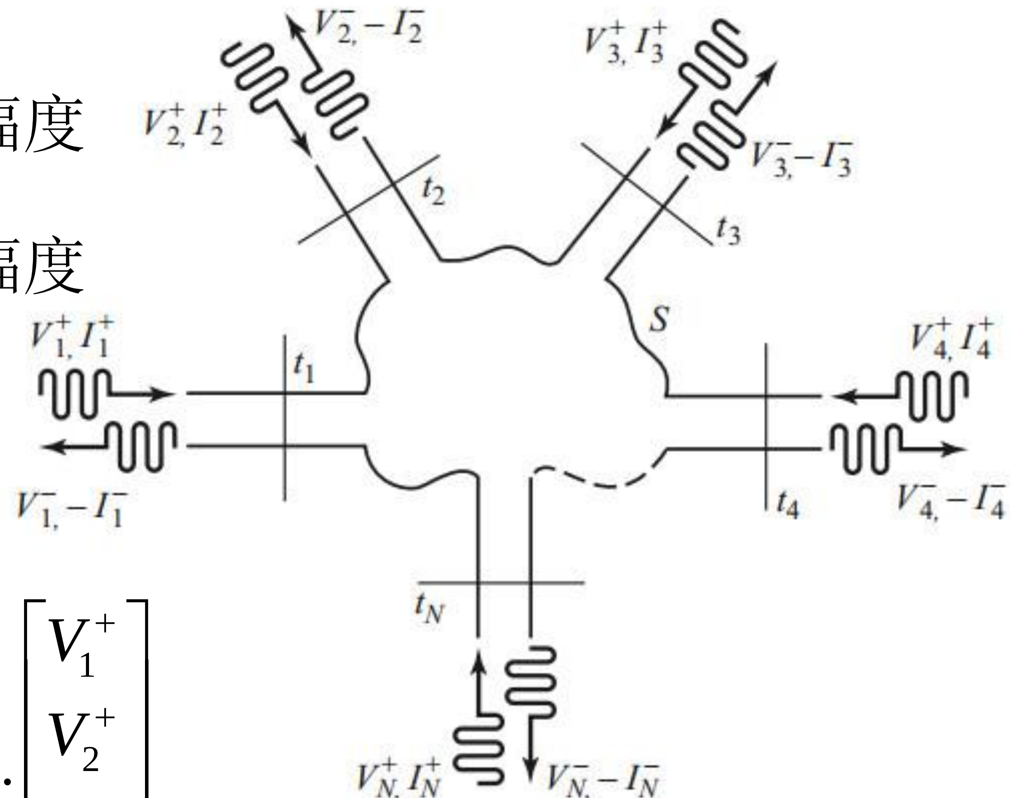
散射矩阵与S参数

V_N^+ 为N端口入射电压波的幅度

V_N^- 为N端口反射电压波的幅度

采用散射矩阵将 V_N^+，V_N^- 联系起来

$$\begin{bmatrix} V_1^- \\ V_2^- \\ \vdots \\ V_N^- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & \cdots & S_{1N} \\ S_{21} & & & \vdots \\ \vdots & & & \vdots \\ S_{N1} & \cdots & \cdots & S_{NN} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_1^+ \\ V_2^+ \\ \vdots \\ V_N^+ \end{bmatrix}$$

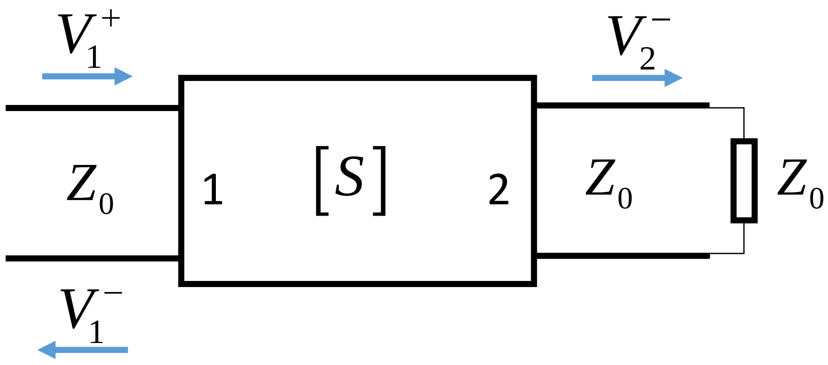


$$\left[V^-\right] = [S] \cdot \left[V^+\right]$$

S参数

散射矩阵与S参数

$$S_{ij}=\left.\frac{V_i^-}{V_j^+}\right|_{V_k^+=0,k\neq j}$$



$$S_{11}=\left.\frac{V_1^-}{V_1^+}\right|_{V_2^+=0}$$ 端口2匹配时，端口1的反射系数；

$$S_{21}=\left.\frac{V_2^-}{V_1^+}\right|_{V_2^+=0}$$ 端口2匹配时，端口1到端口2的传输系数；

$$S_{22}=\left.\frac{V_2^-}{V_2^+}\right|_{V_1^+=0}$$ 端口1匹配时，端口2的反射系数；

$$S_{12}=\left.\frac{V_1^-}{V_2^+}\right|_{V_1^+=0}$$ 端口1匹配时，端口2到端口1的传输系数；

在工程中也常用S参数的对数表示。

$$|S_{11}|(\mathrm{dB}) = 20\log_{10}|S_{11}|$$

$$|S_{21}|(\mathrm{dB}) = 20\log_{10}|S_{21}|$$

$$|S_{12}|(\mathrm{dB}) = 20\log_{10}|S_{12}|$$

$$|S_{22}|(\mathrm{dB}) = 20\log_{10}|S_{22}|$$

在微波工程中，当用对数单位表示时，一般都是指功率之间的关系。

$$\left|S_{11}\right|(\mathrm{dB}) = 10\log_{10}\frac{P_1^-}{P_1^+}$$

$$P_1^- = \frac{\left|V_1^-\right|^2}{2Z_0}$$ 端口1反射功率

$$P_1^+ = \frac{\left|V_1^+\right|^2}{2Z_0}$$ 端口1入射功率

$$\left|S_{11}\right|(\mathrm{dB}) = 10\log_{10}\frac{\left|V_1^-\right|^2}{\left|V_1^+\right|^2} = 20\log_{10}\left|S_{11}\right|$$

举例:

$|S_{11}|(\mathrm{dB}) = 0\ \mathrm{dB}$ 表示1端口短路或开路，反射系数为1

$|S_{11}|(\mathrm{dB}) = -10\ \mathrm{dB}$ 表示1端口反射功率为入射功率的0.1倍。

$|S_{11}|(\mathrm{dB}) = -\infty$ 表示1端口反射系数为0，端口完全匹配，没有反射信号。

$|S_{21}|(\mathrm{dB}) = 10\mathrm{dB}$ 表示2端口输出信号功率为1端口输入信号的10倍。

$|S_{21}|(\mathrm{dB}) = -10\mathrm{dB}$ 表示2端口输出信号功率为1端口输入信号的0.1倍。

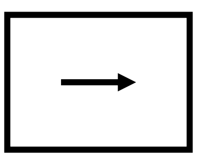
- 互易网络

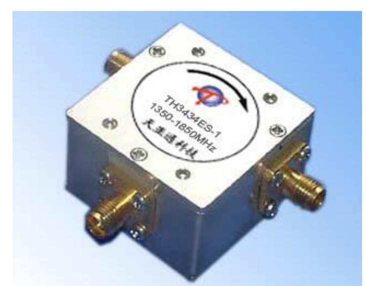
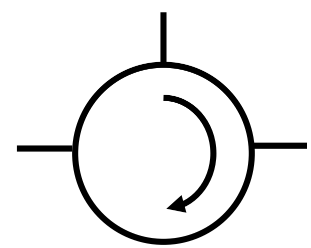
$[S]=[S]^t \quad S_{ij}=S_{ji}$ 无源网络基本上都是互易的

- 无耗网络

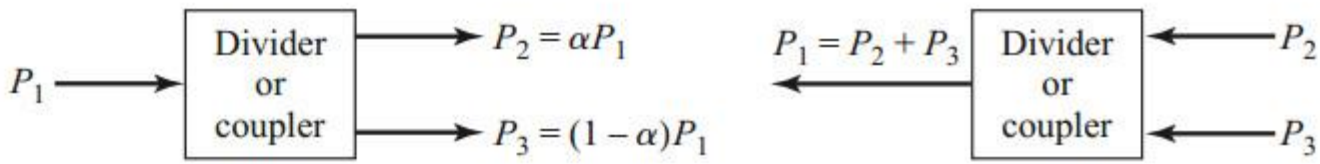
$[S]^t[S]^*=[U]$ 散射矩阵为幺正矩阵

无源非互易器件：



隔离器 环行器



三端口网络特性

$$[S]=\begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} \end{bmatrix}$$

不包含各向异性材料的无源器件是互易的，然而所有端口都匹配的三端口无耗互易网络是不存在的。

证明：

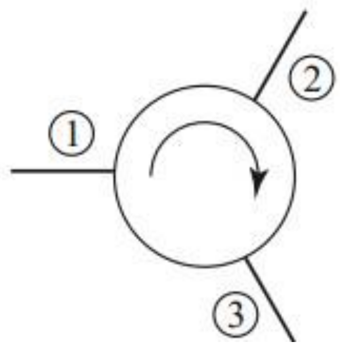
互易匹配 ➡ $[S]=\begin{bmatrix} 0 & S_{12} & S_{13} \\ S_{12} & 0 & S_{23} \\ S_{13} & S_{23} & 0 \end{bmatrix}$ 无耗 ➡

$$\begin{aligned} |S_{12}|^2+|S_{13}|^2&=1, \\ |S_{12}|^2+|S_{23}|^2&=1, \\ |S_{13}|^2+|S_{23}|^2&=1, \\ S_{13}^*S_{23}&=0, \\ S_{23}^*S_{12}&=0, \\ S_{12}^*S_{13}&=0. \end{aligned}$$

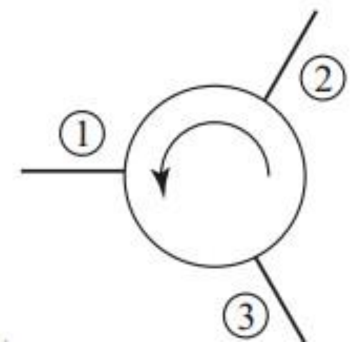
若三端口网络是非互易的，则可以满足匹配和无耗的条件

环行器可以满足该条件

$$[S] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$



$$[S] = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$



$$S_{12} = S_{23} = S_{31} = 0$$

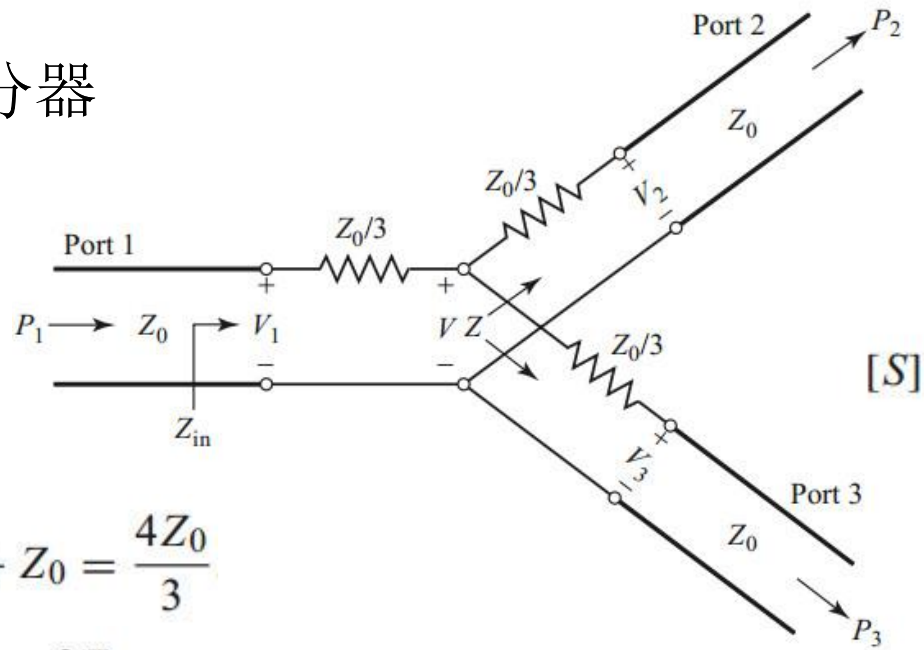
$$|S_{21}| = |S_{32}| = |S_{13}| = 1$$

$$S_{21} = S_{32} = S_{13} = 0$$

$$|S_{12}| = |S_{23}| = |S_{31}| = 1$$

若三端口网络有损耗，则可以满足匹配和互易的条件

电阻功分器



$$[S] = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$Z = \frac{Z_0}{3} + Z_0 = \frac{4Z_0}{3}$$

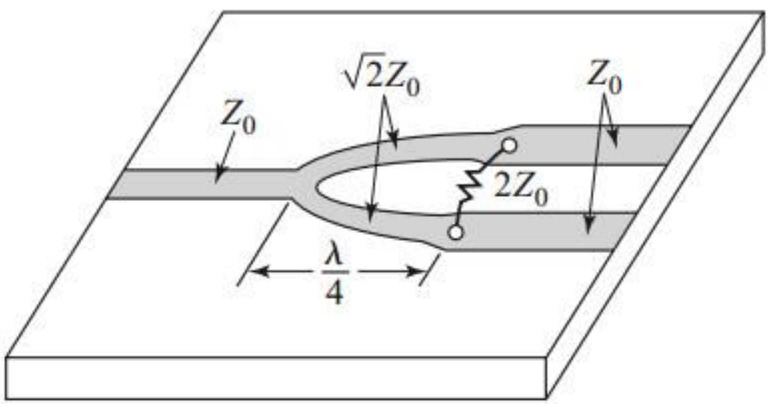
$$Z_{in} = \frac{Z_0}{3} + \frac{2Z_0}{3} = Z_0.$$

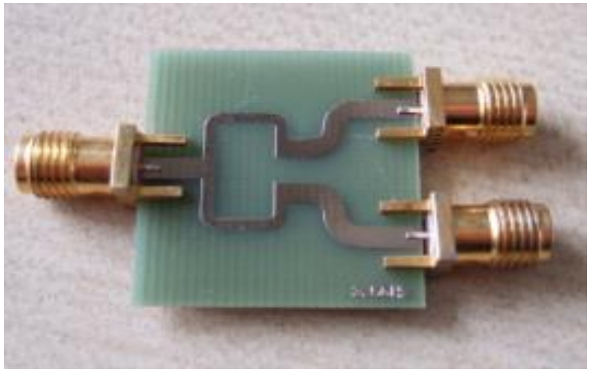
$$P_{in} = \frac{1}{2}\frac{V_1^2}{Z_0}$$

$$P_2 = P_3 = \frac{1}{2}\frac{(1/2V_1)^2}{Z_0} = \frac{1}{8}\frac{V_1^2}{Z_0} = \frac{1}{4}P_{in}$$

有一半功率损耗在电阻上

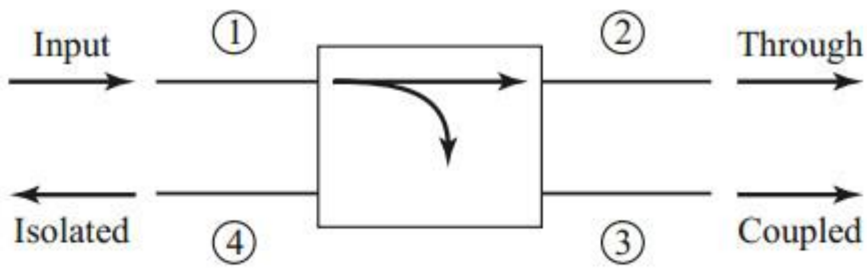
Wilkinson功分器 应用最广的功分器





四端口网络（定向耦合器）

存在互易、无耗且各端口匹配的四端口网络

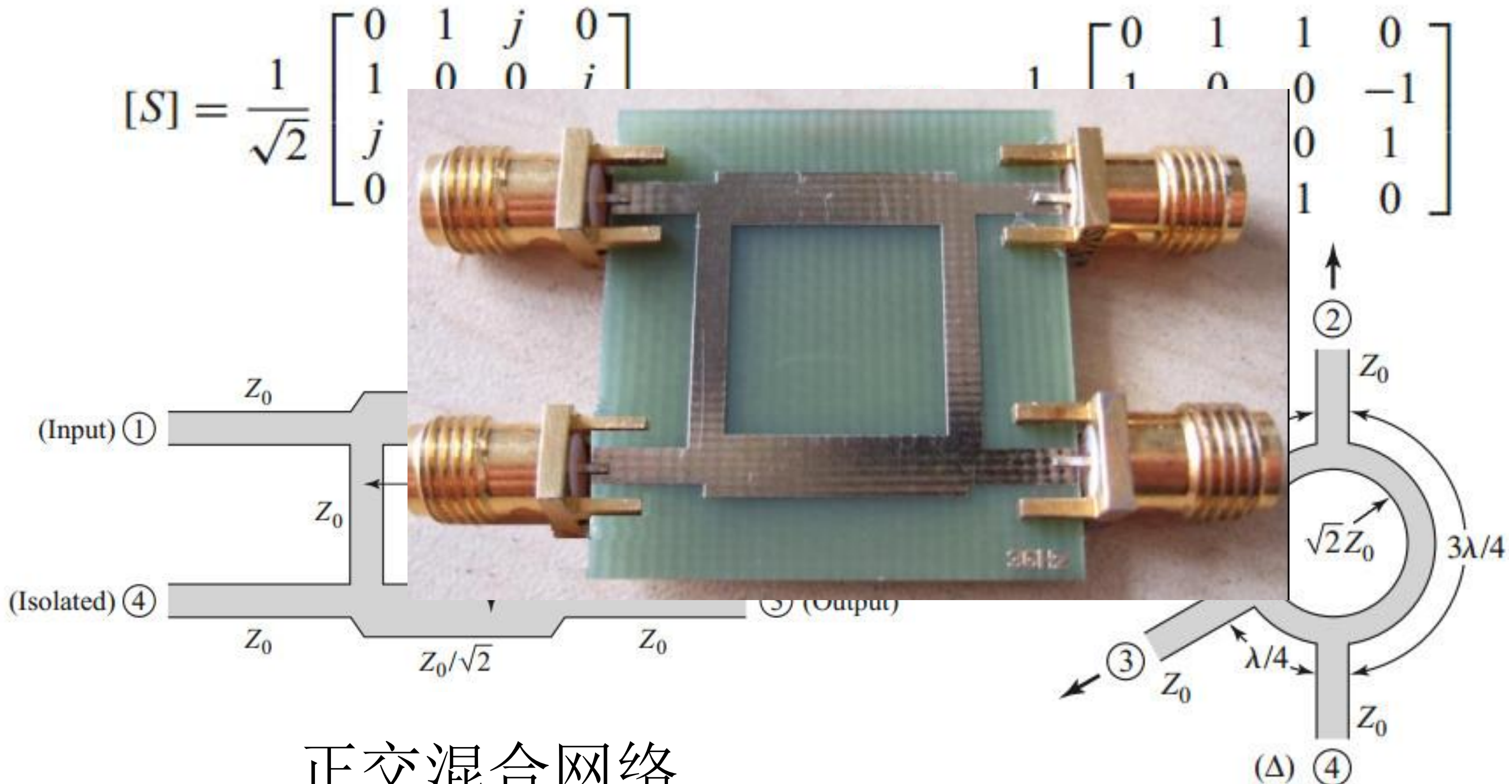


$$[S]=\begin{bmatrix} 0 & \alpha & j\beta & 0 \\ \alpha & 0 & 0 & j\beta \\ j\beta & 0 & 0 & \alpha \\ 0 & j\beta & \alpha & 0 \end{bmatrix}$$

$$[S]=\begin{bmatrix} 0 & \alpha & \beta & 0 \\ \alpha & 0 & 0 & -\beta \\ \beta & 0 & 0 & \alpha \\ 0 & -\beta & \alpha & 0 \end{bmatrix}$$

对称耦合器　　$\alpha^2+\beta^2=1$　　反对称耦合器

定向耦合器的几种特殊形式



正交混合网络

环行混合网络

S参数广泛应用于微波电路的设计、是衡量微波元件指标的主要参数、是电磁场分析的目标参数。

S参数可以通过矢量网络分析仪进行测量。