

Probabilités conditionnelles

1^{ère} STMG

Table des matières

1	Calculs à l'aide d'un tableau croisé	2
1.1	Définition : Probabilité conditionnelle	2
1.2	Méthode : Calculer une probabilité conditionnelle à l'aide d'un tableau croisé	2
2	Calculs à l'aide de la formule	4
2.1	Propriété : Formule pour déterminer $P_A(B)$	4
2.2	Méthode : Calculer une probabilité conditionnelle à l'aide de la formule	4

1 Calculs à l'aide d'un tableau croisé

1.1 Définition : Probabilité conditionnelle

On appelle **probabilité conditionnelle** de **B** sachant **A**, la probabilité que l'événement **B** se réalise **sachant** que l'événement **A** est réalisé. On la note :

$$P_A(B)$$

1.2 Méthode : Calculer une probabilité conditionnelle à l'aide d'un tableau croisé

Un laboratoire pharmaceutique a réalisé des tests sur 800 patients atteints d'une maladie. Certains sont traités avec le médicament A, d'autres avec le médicament B.

Le tableau présente les résultats de l'étude :

	Médicament A	Médicament B	Total
Guéri	383	291	674
Non guéri	72	54	126
Total	455	345	800

On choisit au hasard un patient et on considère les événements suivants :

A : "Le patient a pris le médicament A."

G : "Le patient est guéri."

- Calculer $P(A)$
- Calculer $P(G)$
- Calculer $P(G \cap A)$
- Calculer $P(\overline{G} \cap A)$
- On choisit maintenant au hasard un patient guéri. Calculer la probabilité que le patient ait pris le médicament A **sachant qu'il** est guéri.
- On choisit maintenant au hasard un patient traité par le médicament B. Calculer la probabilité que le patient soit guéri **sachant qu'il** a pris le médicament B.

-
- (a) La probabilité qu'un patient soit traité avec le médicament A est égale à :

$$P(A) = \frac{455}{800} \approx 0,57 = 57\%$$

- (b) La probabilité qu'un patient soit guéri est égale à :

$$P(G) = \frac{674}{800} \approx 0,84 = 84\%$$

- (c) La probabilité qu'un patient soit guéri et qu'il soit traité par le médicament A est égale à :

$$P(G \cap A) = \frac{383}{800} \approx 0,48 = 48\%$$

(d) La probabilité qu'un patient ne soit pas guéri et qu'il soit traité par le médicament A est égale à :

$$P(\overline{G} \cap A) = \frac{72}{800} \approx 0,09 = 9\%$$

.

(e) La probabilité que le patient ait pris le médicament A **sachant qu'il est guéri** se note

$$P_G(A)$$

et est égale à

$$P_G(A) = \frac{383}{674} \approx 0,57 = 57\%$$

On regarde uniquement **la ligne des patients guéris**.

f) La probabilité que le patient soit guéri **sachant qu'il a pris le médicament B** se note $P_B(G)$ et est égale à $P_B(G) = \frac{291}{345} \approx 0,84 = 84\%$.

On regarde uniquement **la colonne du médicament B**.

2 Calculs à l'aide de la formule

2.1 Propriété : Formule pour déterminer $P_A(B)$

Soit A et B deux événements de l'univers Ω . La **probabilité conditionnelle** de B sachant A se calcule à l'aide de :

$$P_A(B) = \frac{\text{card}(A \cap B)}{\text{card}(A)}$$

On rappelle que **Cardinal de A** , noté $\text{card}(A)$, désigne le nombre d'issues de l'événement A .

2.2 Méthode : Calculer une probabilité conditionnelle à l'aide de la formule

Un sac contient 50 boules, dont :

- 20 boules rouges,
- 30 boules noires,

où il est marqué soit "*Gagné*" ou soit "*Perdu*".

- Sur 15 boules rouges, il est marqué *Gagné*.
- Sur 9 boules noires, il est marqué *Gagné*.

On tire au hasard une boule dans le sac.

Soit R l'événement "On tire une boule rouge"

Soit G l'événement "On tire une boule marquée Gagné"

Soit $R \cap G$ est l'événement "On tire une boule rouge marquée Gagné".

Calculer la probabilité de ...

- a) ... tirer une boule marquée *Gagné* **sachant qu'elle est rouge**.
 - b) ... tirer une boule marquée *Gagné* **sachant qu'elle est noire**.
-

(a) Sur 15 boules rouges, il est marqué Gagné, donc $\text{card}(R \cap G) = 15$.

Le sac contient 20 boules rouges, donc $\text{card}(R) = 20$.

$$P_R(G) = \frac{\text{card}(R \cap G)}{\text{card}(R)} = \frac{15}{20} = 0,75.$$

b) Sur 9 boules noires, il est marqué Gagné, donc $\text{card}(\overline{R} \cap G) = 9$.

\overline{R} désigne l'événement "On tire une boule qui n'est pas rouge", soit "On tire une boule qui est noire".

Le sac contient 30 boules noires, donc $\text{Card}(\overline{R}) = 30$.

$$P_{\overline{R}}(G) = \frac{\text{Card}(\overline{R} \cap G)}{\text{Card}(\overline{R})} = \frac{9}{30} = 0,3.$$