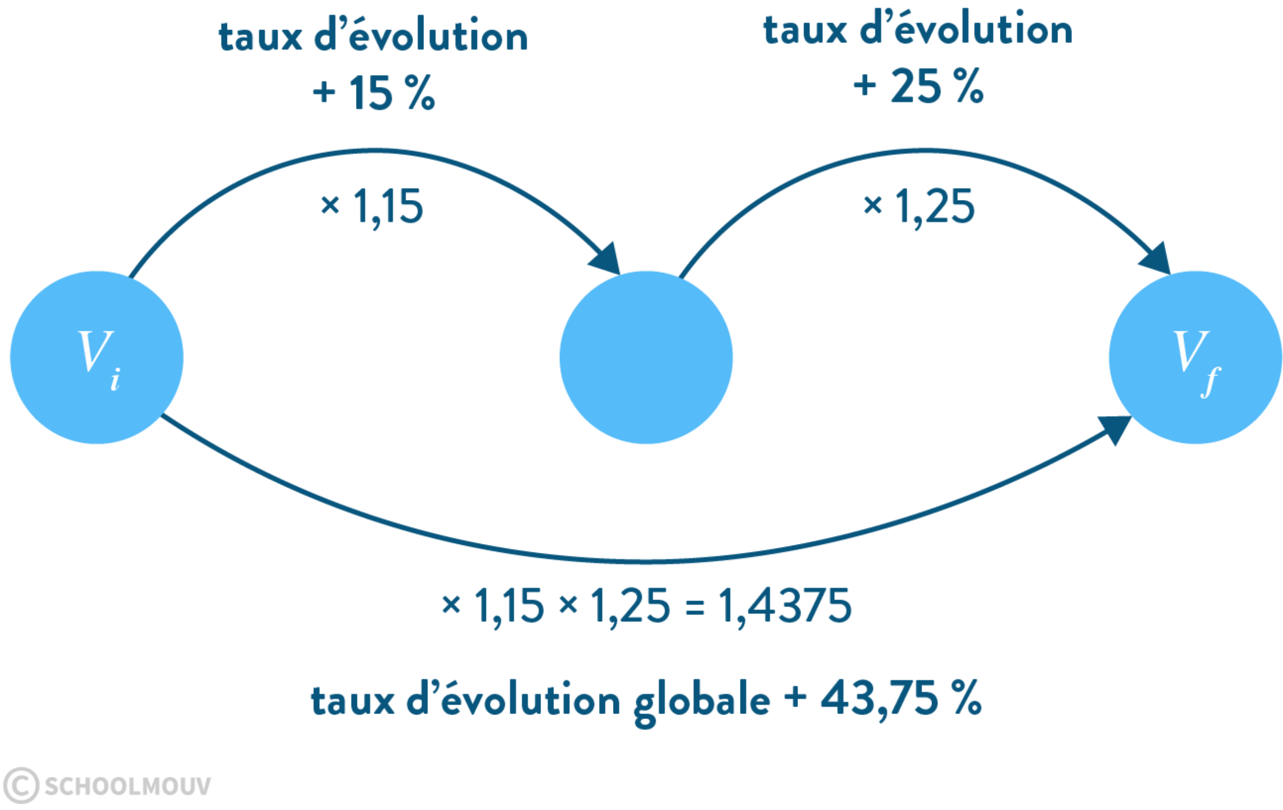
Proportion / Évolution

1STMG - Lycée Paul Painlevé



Proportion

Proportion d'une quantité

Soit une population comprenant N éléments et une sous-population comprenant n éléments, la proportion de la sous-population par rapport à la population totale est :

$$p = \frac{n}{N}$$

Méthode : Calculer une proportion d'une sous-population

Sur les 480 élèves inscrits en classe de 2GT , 108 d'entre eux sont externes.

- La population totale des élèves de 2GT, notée N, est égale à 480.
- La sous-population des élèves externes, notée n, est égale à 108.
- La proportion d'élèves externes parmi tous les élèves de seconde, notée p, est :

$$p = \frac{n}{N} = \frac{108}{480} = 0,225 \qquad \text{soit} \qquad p = 22,5\%$$

Proportion d'une proportion

Méthode : Calculer la proportion d'une quantité

Parmi les 480 élèves de seconde, 15% ont choisi l'option "sport".

15% **de** 480 ont choisi "sport" soit :

$$15\% \times 480 = \frac{15}{100} \times 480 = 72 \text{ élèves}$$

Méthode : Calculer une proportion de proportion

Dans un car, il y a 40% de scolaires et, **parmi les scolaires**, 60% sont des filles.

Soit :

- C : l'ensemble de toutes les personnes dans le car.
- S : l'ensemble des scolaires dans le car.
- F : l'ensemble des scolaires filles.

- L'ensemble F est inclus dans l'ensemble S et on a :
  $P_F = 60\%$ de S
- L'ensemble S est inclus dans l'ensemble C et on a :
  $P_S = 40\%$ de C

La proportion de scolaires filles dans le CAR est donc égale à :

$$\begin{aligned} 60\% \text{ de } 40\% &= 60\% \times 40\% \\ &= 0,6 \times 0,4 = 0,24 = 24\% \end{aligned}$$

Dans le car, il y a 24% de filles scolaires.

Propriété

Soit "A inclus dans B" et "B inclus dans C".

- p_1 est la proportion de A dans B.
- p_2 est la proportion de B dans C.

Alors $p = p_1 \times p_2$ est la proportion de A dans C.

Remarque : "A inclus dans B" se note $A \subset B$

Évolution

Taux d'évolution

On considère une valeur V_0 qui subit une évolution pour arriver à une valeur V_1.

Le **taux d'évolution** est égal à :

$$t = \frac{V_1 - V_0}{V_0}$$

En pourcentage, le taux d'évolution est égal à :

$$t_{\%} = \frac{V_1 - V_0}{V_0} \times 100$$

Remarque

- Si $t > 0$, l'évolution est une **augmentation**.
- Si $t < 0$, l'évolution est une **diminution**.

Exemple

La population d'un village est passé de $8\ 500$ à $10\ 400$ entre 2008 et 2012. Calculons le taux d'évolution de la population en $\%$.

$$t = \frac{V_1 - V_0}{V_0} = \frac{10\ 400 - 8\ 500}{8\ 500} \approx +0,224 \qquad \text{soit} \qquad t_{\%} = +22,4\%$$

Coefficient multiplicateur

- Faire **évoluer** une valeur de $\pm\, t\,\%$ revient à la **multiplier** par $CM = 1 + \frac{t_{\%}}{100}$
- $CM = 1 + \frac{t_{\%}}{100}$ est appelé **coefficient multiplicateur**

Exemple

- Le prix d'un survêtement est de 49 €. Il **augmente** de 8%. Son nouveau prix est :

$$\left(1+\frac{8}{100}\right)\times 49 = 1,08\times 49 = 52,25\text{ €}$$

- Le prix d'un polo est de 21 €. Il **diminue** de 12%. Son nouveau prix est :

$$\left(1+\frac{-12}{100}\right)\times 21 = 0,88\times 21 = 18,48\text{ €}$$

Propriété : Coefficient multiplicateur et $t_{\%}$

$$CM = 1 + \frac{t_{\%}}{100} \qquad \text{et} \qquad t_{\%} = (CM - 1) \times 100$$

Évolutions successives / taux global

Si une grandeur subit **plusieurs** évolutions successives alors le **coefficient multiplicateur global** est égal **au produit** des coefficients multiplicateurs de chaque évolution.

Le **taux d'évolution global** est le taux d'évolution associé au **coefficient multiplicateur global**.

Exemple

Soit deux évolutions successives de -20% et $+30$.

- $CM_1 = \left(1 + \frac{t_1}{100}\right) = \left(1 + \frac{-20}{100}\right) = 0,8$
- $CM_2 = \left(1 + \frac{t_2}{100}\right) = \left(1 + \frac{+30}{100}\right) = 1,3$
- $CM_{global} = CM_1 \times CM_2 = 0,8 \times 1,3 = 1,04$

Le **taux d'évolution global** est donc :

$$\begin{aligned} t_{global} &= (CM_{global} - 1) \times 100 \\ &= (1,04 - 1) \times 100 = +0,04 = +4\% \end{aligned}$$

Deux évolutions successives de -20% et $+30\%$ équivaut à une évolution de $+4\%$.

Taux d'évolution réciproque

On considère le taux t d'évolution de la valeur V_0 à la valeur V_1.

On appelle **taux évolution réciproque** le taux t' d'évolution de la valeur V_1 à la valeur V_0.

L'évolution **réciproque** possède un **coefficient multiplicateur inverse** de l'évolution directe.

Exemple

Soit une évolution de -20%.

- $CM_{direct} = \left(1 + \frac{-20}{100}\right) = 0,8$
- $CM_{réciproque} = \frac{1}{0,8} = 1,25$

Le **taux d'évolution réciproque** est donc de :

$$\begin{aligned} t_{réciproque} &= (CM_{réciproque} - 1) \times 100 \\ &= (1,25 - 1) \times 100 = +0,25 = +25\% \end{aligned}$$

Si une valeur subit une **baisse** de 20%, il faut lui appliquer une **augmentation** de 25% pour revenir à la valeur de départ.