

Généralités sur les fonctions

2^{nde}

Table des matières

1	Définition et vocabulaire	2
1.1	Définition	2
1.2	Vocabulaire : Image, antécédent	3
2	Représentation graphique	4
2.1	Représentation graphique d'une fonction	4
3	Résolution graphique d'équations	5
3.1	Résoudre graphiquement une équation du type $f(x) = k$	5
3.2	Résoudre graphiquement une équation du type $f(x) = g(x)$	6

1 Définition et vocabulaire

1.1 Définition

Soit \mathcal{D}_f une partie de l'ensemble \mathbb{R} .

Une fonction f définie sur \mathcal{D}_f , associe à tout nombre x de \mathcal{D}_f , un unique nombre, noté $f(x)$.

\mathcal{D}_f est l'ensemble de définition de f .

1.1.1 Notation

$$\begin{aligned} f : \mathcal{D}_f &\mapsto \mathbb{R} \\ x &\mapsto f(x) \end{aligned}$$

ou

Soit f une fonction définie sur \mathcal{D}_f tel que $f(x) = \dots$

1.1.2 Exemple

$$\begin{aligned} f : [0; 5] &\mapsto \mathbb{R} \\ x &\mapsto x(5 - x) \end{aligned}$$

ou

Soit f une fonction définie sur $[0; 5]$ tel que $f(x) = x(5 - x)$.

1.1.3 Méthode : Établir un tableau de valeurs de f

Soit f une fonction définie sur $[0; 5]$ tel que $f(x) = x(5 - x)$.

Établir un tableau de valeurs de f , c'est calculer quelques valeurs de $f(x)$ pour des valeurs de $x \in \mathcal{D}_f$.

x	$f(x)$
0	$0 \times (5 - 0) = 0$
1	$1 \times (5 - 1) = 4$
1,5	$1,5 \times (5 - 1,5) = 5,25$
2	6
2,5	6,25
3	6
4	4
...	...

1.2 Vocabulaire : Image, antécédent

Pour la fonction $f(x) = x(5 - x)$, on a :

- $f(2, 5) = 2, 5 \times (5 - 2, 5) = 6, 25$
- $f(1) = 1 \times (5 - 1) = 4$

On dit que :

- L'image de 2, 5 par la fonction f est 6, 25
- L'image de 1 par la fonction f est 4
- 2, 5 est **un** antécédent de 6, 25 par la fonction f
- 1 est **un** antécédent de 4 par la fonction f

1.2.1 Remarque

- Un nombre possède une unique image.
- Cependant, un nombre peut posséder plusieurs antécédents.

Dans l'exemple précédent :

- L'image de 1 est 4
- 2 et 3 sont des antécédents de 6

2 Représentation graphique

2.1 Représentation graphique d'une fonction

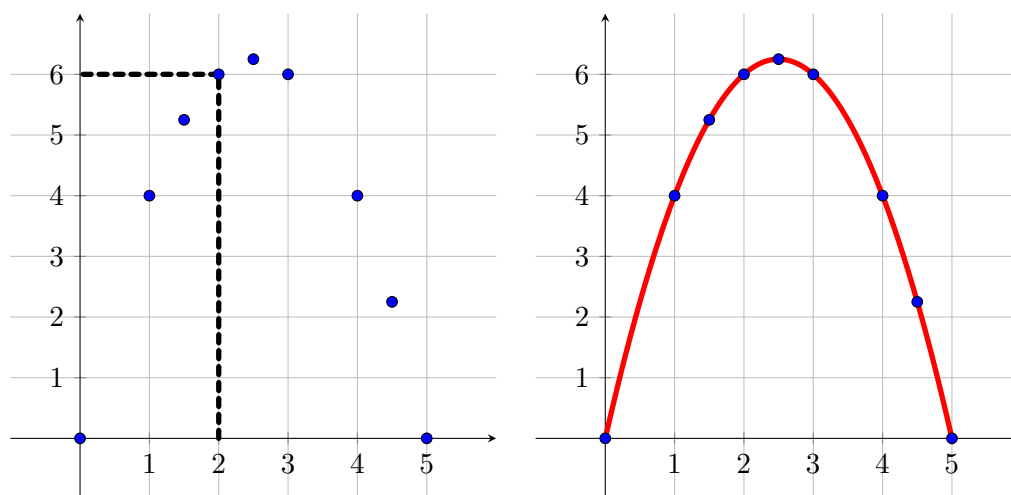
On peut représenter une fonction f à l'aide du tableau de valeurs. Pour cela, il faut placer dans un repère quelques points de coordonnées $(x; f(x))$

2.1.1 Exemple

Soit f une fonction définie sur $[0; 5]$ tel que $f(x) = x(5 - x)$.

x	0	1	1,5	2	2,5	3	4	4,25	5
$f(x)$	0	4	5,25	6	6,25	6	4	2,25	0

En plaçant les points dans un repère et en “reliant” ces points, on obtient :



2.1.2 Remarque

L'ensemble des points de coordonnées $(x; y)$ avec $y = f(x)$ définissent la courbe représentative de la fonction f .

On dira que $y = f(x)$ est l'équation de la courbe.

3 Résolution graphique d'équations

3.1 Résoudre graphiquement une équation du type $f(x) = k$

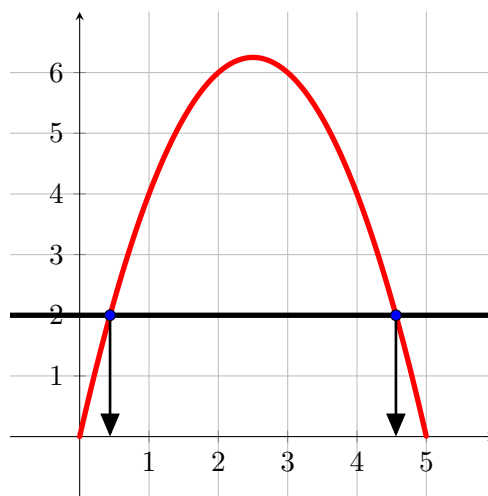
Pour résoudre une équation du type $f(x) = k$, il s'agit de trouver le (ou les) antécédent(s) de k par la fonction f .

3.1.1 Exemple

Soit f une fonction définie sur $[0; 5]$ tel que $f(x) = x(5 - x)$.

Pour résoudre $f(x) = 2$, il s'agit de lire graphiquement les antécédents de 2 par la fonction f .

On détermine les abscisses des points d'intersections de la courbe \mathcal{C}_f avec la droite parallèle à l'axe des abscisses passant par le point $(0; 2)$.



Deux solutions “approchées” : $x \approx 0,5$ et $x \approx 4,5$

3.1.2 Remarques

- Par lecture graphique, les solutions obtenues sont approchées.
- L'équation $f(x) = 7$ n'a pas de solution car dans ce cas la droite ne coupe pas la courbe.
- Graphiquement, on ne peut pas être certain que les solutions qui apparaissent sont les seules. Il pourrait y en avoir d'autres au-delà des limites de la représentation graphique tracée.

3.2 Résoudre graphiquement une équation du type $f(x) = g(x)$

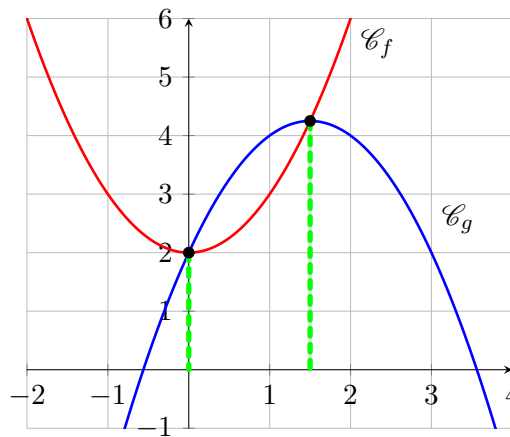
Pour déterminer les solutions de l'équation $f(x) = g(x)$, il suffit de lire l'abscisse des points d'intersections des deux courbes \mathcal{C}_f et \mathcal{C}_g .

3.2.1 Exemple

On considère les fonctions f et g définie sur \mathbb{R} par :

- $f(x) = x^2 + 2$
- $g(x) = -x^2 + 3x + 2$

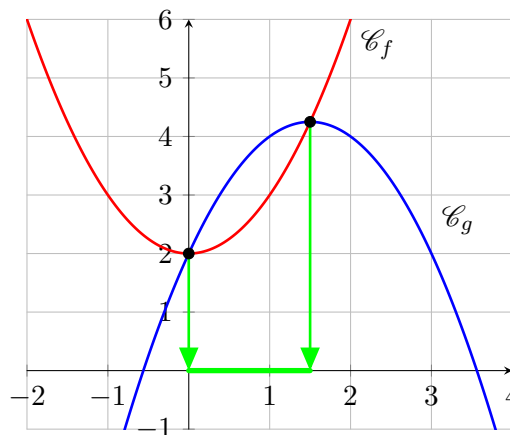
Leurs représentations graphiques sont les suivantes :



Les points d'intersections des deux courbes \mathcal{C}_f et \mathcal{C}_g ont pour abscisses 0 et 1,5.

Graphiquement, on lit que l'équation $f(x) = g(x)$ admet pour solutions : $x = 0$ et $x = 1,5$.

Pour déterminer l'ensemble des solutions de l'inéquation $f(x) < g(x)$, il faut lire l'ensemble des valeurs de x pour lesquelles \mathcal{C}_f est **au-dessous** de \mathcal{C}_g .



Graphiquement, $f(x) < g(x) \Leftrightarrow x \in]0; 1,5[$