Proportion / Évolution

2nde

Table des matières

1 Proportion et pourcentage

1.1 Proportion d'une quantité

Soit une population comprenant N éléments et une sous-population comprenant n éléments, la proportion de la sous-population par rapport à la population totale est :

$$p = \frac{n}{N}$$

1.1.1 Méthode : Calculer une proportion d'une sous-population

Sur les 480 élèves inscrits en classe de 2GT , 108 d'entre eux sont externes.

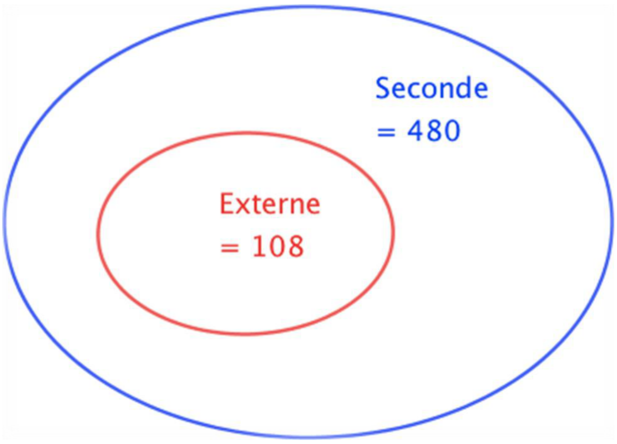

Figure 1 – Sous-population d'externes parmi une population de 2GT

— La population totale des élèves de 2GT, notée N, est égale à 480.
— La sous-population des élèves externes, notée n, est égale à 108.
— La proportion d'élèves externes parmi tous les élèves de seconde, notée p, est :

$$p = \frac{n}{N} = \frac{108}{480} = 0,225 \qquad \text{soit} \qquad p = 22,5\%$$

1.1.2 Méthode : Calculer la proportion d'une quantité

Parmi les 480 élèves de seconde, 15% ont choisi l'option "sport".

15% **de** 480 ont choisi "sport" soit :

$$15\% \times 480 = \frac{15}{100} \times 480 = 72 \text{ élèves}$$

1.1.3 Méthode : Associer effectif, proportion et pourcentage

Une société de 75 employés compte 12% de cadres et le reste d'ouvriers. 35 employés de cette société sont des femmes et 5 d'entre elles sont cadres.

1. Calculer l'effectif des cadres.
2. Calculer la proportion de femmes dans cette société.
3. Calculer la proportion, en %, de cadres parmi les femmes.

---

1. 12% de 75 employés $= \dfrac{12}{100} \times 75 = 9$ cadres. Cette société compte 9 cadres.
2. $n = 35$ et $N = 75$ employés. La proportion de femmes est :

$$p = \frac{35}{75} \approx 0,47 = 47\%$$

3. $n = 5$ femmes cadres et $N = 35$ femmes. La population de référence n'est plus la même.

$$p = \frac{5}{35} \approx 0,14 = 14\%$$

$14\% > 12\%$ donc les femmes cadres sont surreprésentées dans cette société.

1.2 Proportion de proportion

1.2.1 Méthode : Calculer une proportion de proportion

Dans un car, il y a 40% de scolaires et, **parmi les scolaires**, 60% sont des filles.

Soit :

— C : l'ensemble de toutes les personnes dans le car.
— S : l'ensemble des scolaires dans le car.
— F : l'ensemble des scolaires filles.

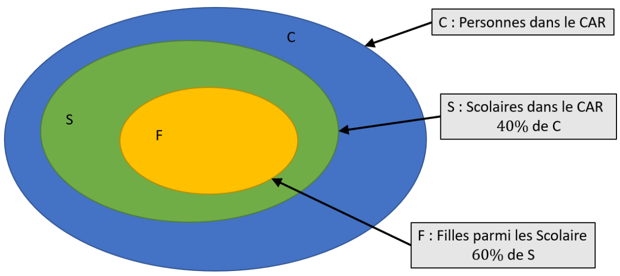

Figure 2 – Les ensembles C S et F

— L'ensemble F est inclus dans l'ensemble S et on a : $P_F = 60\%$ de S
— L'ensemble S est inclus dans l'ensemble C et on a : $P_S = 40\%$ de C

La proportion de scolaires filles dans le CAR est donc égale à :

60% de $40\% = 60\% \times 40\% = 0,6 \times 0,4 = 0,24 = 24\%$

Dans le car, il y a 24% de filles scolaires.

1.2.2 Propriété :

Soit "A inclus dans B" et "B inclus dans C".

- p_1 est la proportion de A dans B.
- p_2 est la proportion de B dans C.

Alors $p = p_1 \times p_2$ est la proportion de A dans C.

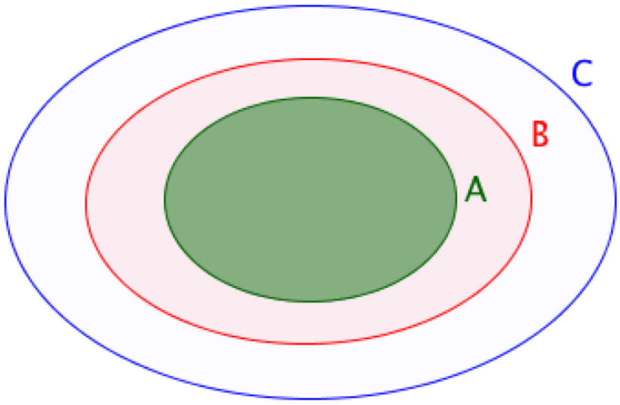

FIGURE 3 – Les ensembles A B et C

Remarque : "A inclus dans B" se note $A \subset B$

1.2.3 Exemple : Calculer des pourcentages de pourcentages

Sur 67 millions d'habitants en France, 66% de la population est en âge de travailler. La population active représente 70% de la population en âge de travailler.

1. Calculer la proportion de population active par rapport à la population totale.
2. Combien de français compte la population active ?

Soit :

- F : pop. Française
- T : pop. en âge de travailler
- A : pop. active

1. La proportion de A dans F est :

$$p = 70\% \text{ de } 66\% = 0,7 \times 0,66 = 0,462 = 46,2\%$$

$46,2\%$ des français sont actifs.

2. $46,2\%$ de 67 millions $= 0,462 \times 67 = 30,954 \approx 31$ millions

La France compte environ 31 millions d'actifs.

2 Évolution exprimée en pourcentage

2.1 Taux d'évolution

On considère une valeur V_0 qui subit une évolution pour arriver à une valeur V_1.

Le **taux d'évolution** est égal à :

$$t = \frac{V_1 - V_0}{V_0}$$

En pourcentage, le taux d'évolution est égal à :

$$t_{\%} = \frac{V_1 - V_0}{V_0} \times 100$$

2.1.1 Remarque

— Si $t > 0$, l'évolution est une **augmentation**.
— Si $t < 0$, l'évolution est une **diminution**.

2.1.2 Exemple

La population d'un village est passé de 8 500 à 10 400 entre 2008 et 2012. Calculons le taux d'évolution de la population en %.

$$t = \frac{V_1 - V_0}{V_0} = \frac{10\ 400 - 8\ 500}{8\ 500} \approx +0,224 \qquad \text{soit} \qquad t_{\%} = +22,4\%$$

2.2 Coefficient multiplicateur

- Faire **évoluer** une valeur de $\pm\, t$ % revient à la **multiplier** par $CM = 1 + \dfrac{t_{\%}}{100}$
- $CM = 1 + \dfrac{t_{\%}}{100}$ est appelé coefficient multiplicateur

2.2.1 Exemple :

- Le prix d'un survêtement est de 49 €. Il **augmente** de 8%. Son nouveau prix est :

$\left(1 + \dfrac{8}{100}\right) \times 49 = 1,08 \times 49 = 52,25$ €

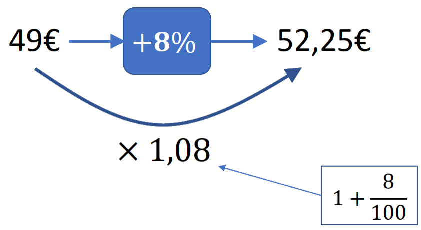

FIGURE 4 – Évolution du prix du survêtement

- Le prix d'un polo est de 21 €. Il **diminue** de 12%. Son nouveau prix est :

$\left(1 + \dfrac{-12}{100}\right) \times 21 = 0,88 \times 21 = 18,48$ €

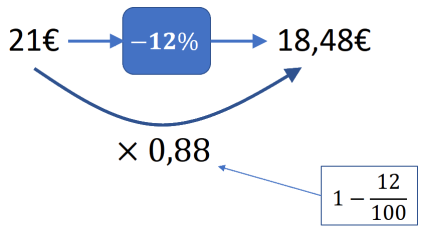

FIGURE 5 – Évolution du prix du polo

2.2.2 Propriété : Coefficient multiplicateur et $t_{\%}$

$$CM = 1 + \frac{t_{\%}}{100} \qquad \text{et} \qquad t_{\%} = (CM - 1) \times 100$$

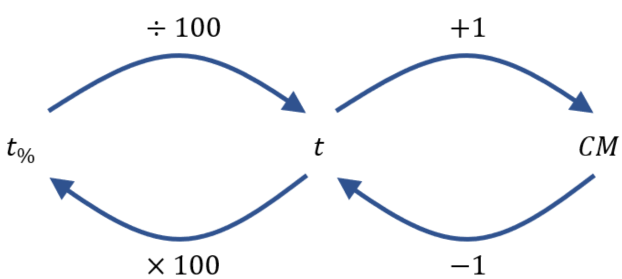

FIGURE 6 – Passer de $t_{\%}$ à CM et inversement

2.3 Taux d'évolution global

Si une grandeur subit **plusieurs** évolutions successives alors le **coefficient multiplicateur global** est égal **aux produits** des coefficients multiplicateurs de chaque évolution.

Le **taux d'évolution global** est le taux d'évolution associé au **coefficient multiplicateur global**.

2.3.1 Exemple

Soit deux évolutions successives de -20% et $+30$.

— $CM_1 = \left(1 + \frac{t_1}{100}\right) = \left(1 + \frac{-20}{100}\right) = 0,8$

— $CM_2 = \left(1 + \frac{t_2}{100}\right) = \left(1 + \frac{+30}{100}\right) = 1,3$

— $CM_{global} = CM_1 \times CM_2 = 0,8 \times 1,3 = 1,04$

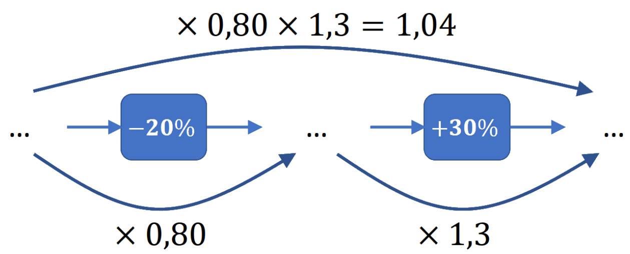

Figure 7 – -20% suivi de $+30\%$

Le **taux d'évolution global** est donc :

$t_{global} = (CM - 1) \times 100 = (1,04 - 1) \times 100 = +0,04 = +4\%$

Deux évolutions successives de -20% et $+30\%$ équivaut à une évolution de $+4\%$.

2.4 Taux d'évolution réciproque

On considère le taux t d'évolution de la valeur V_0 à la valeur V_1.

On appelle **taux évolution réciproque** le taux t' d'évolution de la valeur V_1 à la valeur V_0.

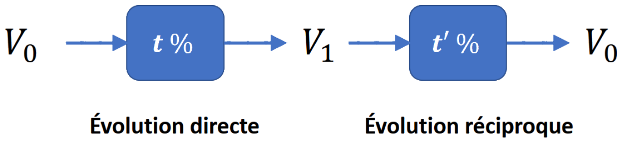

FIGURE 8 – Évolution "directe" et "réciproque"

L'évolution **réciproque** possède un **coefficient multiplicateur inverse** de l'évolution directe.

2.4.1 Exemple

Soit une évolution de -20%.

- $CM_{direct} = \left(1 + \frac{-20}{100}\right) = 0,8$
- $CM_{réciproque} = \frac{1}{0,8} = 1,25$

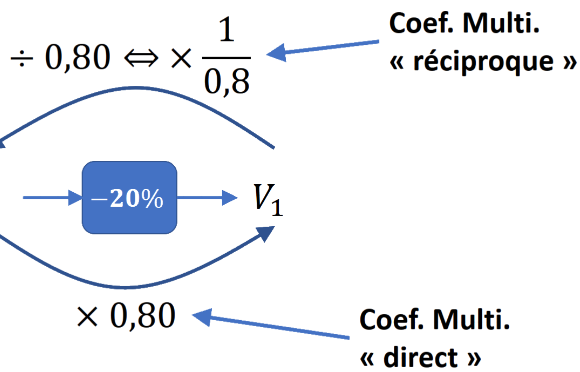

FIGURE 9 – Évolution "directe" et "réciproque"

Le **taux d'évolution réciproque** est donc de :

$t_{réciproque} = (CM - 1) \times 100 = (1,25 - 1) \times 100 = +0,25 = +25\%$

Si une valeur subit une **baisse** de 20%, il faut lui appliquer une **augmentation** de 25% pour revenir à la valeur de départ.