Généralités sur les fonctions

2^{nde}

Table des matières

---

1 Définition et vocabulaire

1.1 Définition

Soit $\mathscr{D}_f$ une partie de l'ensemble $\mathbb{R}$.

Une fonction f définie sur $\mathscr{D}_f$, associe à tout nombre x de $\mathscr{D}_f$, un unique nombre, noté $f(x)$.

$\mathscr{D}_f$ est l'ensemble de définition de f.

Notation :

$$\begin{array}{rrl} f: & \mathscr{D}_f & \mapsto \mathbb{R} \\ & x & \mapsto f(x) \end{array}$$

ou

> Soit f une fonction définie sur $\mathscr{D}_f$ tel que $f(x) = ...$

1.1.1 Exemple

$$\begin{array}{rrl} f: & [0;5] & \mapsto \mathbb{R} \\ & x & \mapsto x\,(5-x) \end{array}$$

ou

> Soit f une fonction définie sur $[0;5]$ tel que $f(x) = x\,(5-x)$.

1.1.2 Méthode : Établir un tableau de valeurs de f

Soit f une fonction définie sur $[0;5]$ tel que $f(x) = x\,(5-x)$.

Établir un tableau de valeurs de f, c'est calculer quelques valeurs de $f(x)$ pour des valeurs de $x \in \mathscr{D}_f$.

x	$f(x)$
0	$0 \times (5-0) = 0$
1	$1 \times (5-1) = 4$
$1,5$	$1,5 \times (5-1,5) = 5,25$
2	6
$2,5$	$6,25$
3	6
4	4
...	...

1.2 Vocabulaire : Image, antécédent

Pour la fonction $f(x) = x(5-x)$, on a :

- $f(2,5) = 2,5 \times (5-2,5) = 6,25$
- $f(1) = 1 \times (5-1) = 4$

On dit que :

- L'image de $2,5$ par la fonction f est $6,25$
- L'image de 1 par la fonction f est 4
- $2,5$ est **un** antécédent de $6,25$ par la fonction f
- 1 est **un** antécédent de 4 par la fonction f

1.2.1 Remarque

- Un nombre possède une unique image.
- Cependant, un nombre peut posséder plusieurs antécédents.

Dans l'exemple précédent :

- L'image de 1 est 4
- 2 et 3 sont des antécédents de 6

2 Représentation graphique

2.1 Représentation graphique d'une fonction

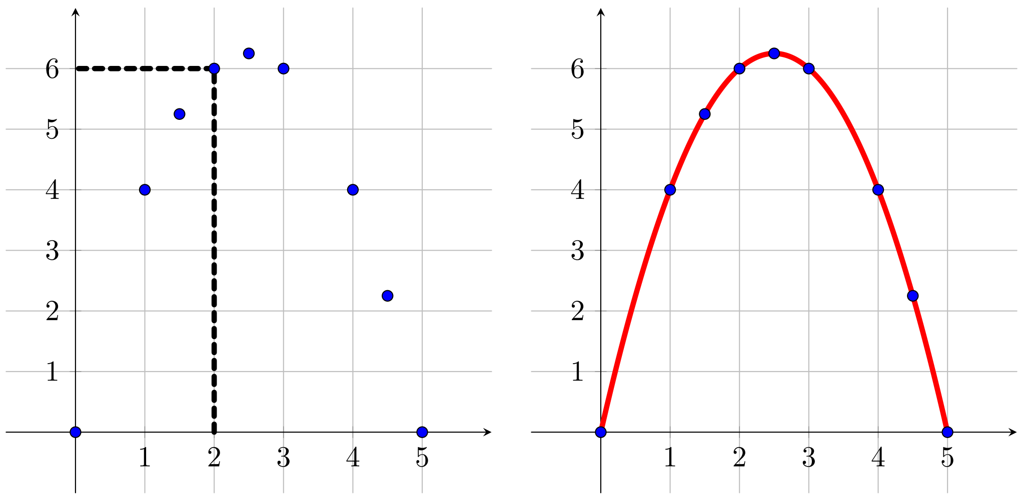
On peut représenter une fonction f à l'aide du tableau de valeurs. Pour cela, il faut placer dans un repère quelques points de coordonnées $(x; f(x))$

2.1.1 Exemple

Soit f une fonction définie sur $[0;5]$ tel que $f(x) = x(5-x)$.

x	0	1	$1,5$	2	$2,5$	3	4	$4,25$	5
$f(x)$	0	4	$5,25$	6	$6,25$	6	4	$2,25$	0

En plaçant les points dans un repère et en "reliant" ces points, on obtient :



2.1.2 Remarque

L'ensemble des points de coordonnées $(x; y)$ avec $y = f(x)$ définissent la courbe représentative de la fonction f.

On dira que $y = f(x)$ est **l'équation de la courbe**.

3 Résolution graphique d'équations

3.1 Résoudre graphiquement une équation du type $f(x) = k$

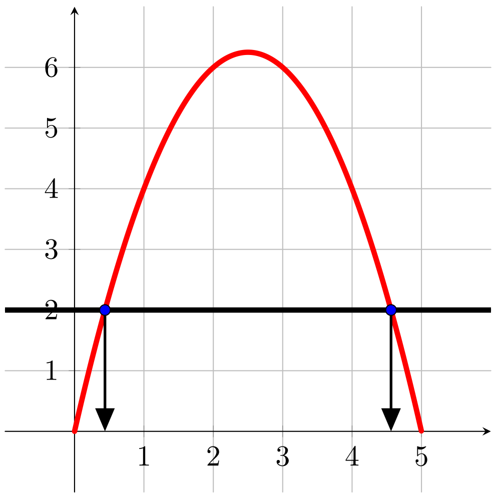
Pour résoudre une équation du type $f(x) = k$, il s'agit de trouver le (ou les) antécédent(s) de k par la fonction f.

3.1.1 Exemple

Soit f une fonction définie sur $[0; 5]$ tel que $f(x) = x\,(5 - x)$.

Pour résoudre $f(x) = 2$, il s'agit de lire graphiquement les antécédents de 2 par la fonction f.

On détermine les abscisses des points d'intersection de la courbe $\mathscr{C}_f$ avec la droite parallèle à l'axe des abscisses passant par le point $(0; 2)$.



Deux solutions "approchées" : $x \approx 0,5$ et $x \approx 4,5$

3.1.2 Remarques

- Par lecture graphique, les solutions obtenues sont approchées.
- L'équation $f(x) = 7$ n'a pas de solution car dans ce cas la droite ne coupe pas la courbe.
- Graphiquement, on ne peut pas être certain que les solutions qui apparaissent sont les seules. Il pourrait y en avoir d'autres au-delà des limites de la représentation graphique tracée.

3.2 Résoudre graphiquement une équation du type $f(x) = g(x)$

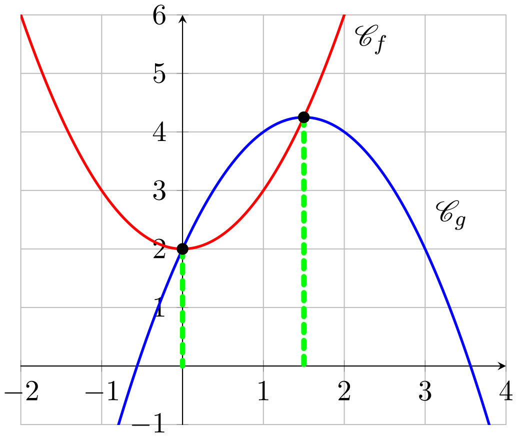
Pour déterminer les solutions de l'équation $f(x) = g(x)$, il suffit de lire l'abscisse des points d'intersection des deux courbes $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$.

3.2.1 Exemple

On considère les fonctions f et g définie sur $\mathbb{R}$ par :

— $f(x) = x^2 + 2$
— $g(x) = -x^2 + 3x + 2$

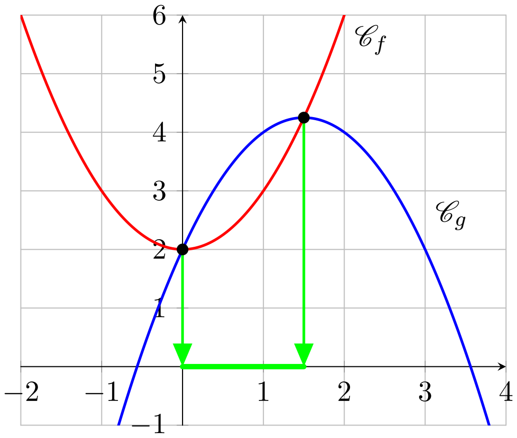
Leurs représentations graphiques sont les suivantes :



Les points d'intersections des deux courbes $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ ont pour abscisses 0 et $1,5$.

Graphiquement, on lit que l'équation $f(x) = g(x)$ admet pour solutions : $x = 0$ et $x = 1,5$.

Pour déterminer l'ensemble des solutions de l'inéquation $f(x) < g(x)$, il faut lire l'ensemble des valeurs de x pour lesquelles $\mathscr{C}_f$ est **au-dessous** de $\mathscr{C}_g$.



Graphiquement, $f(x) < g(x) \Leftrightarrow x \in]0; 1.5[$