# 2002题解

## 第一问

---

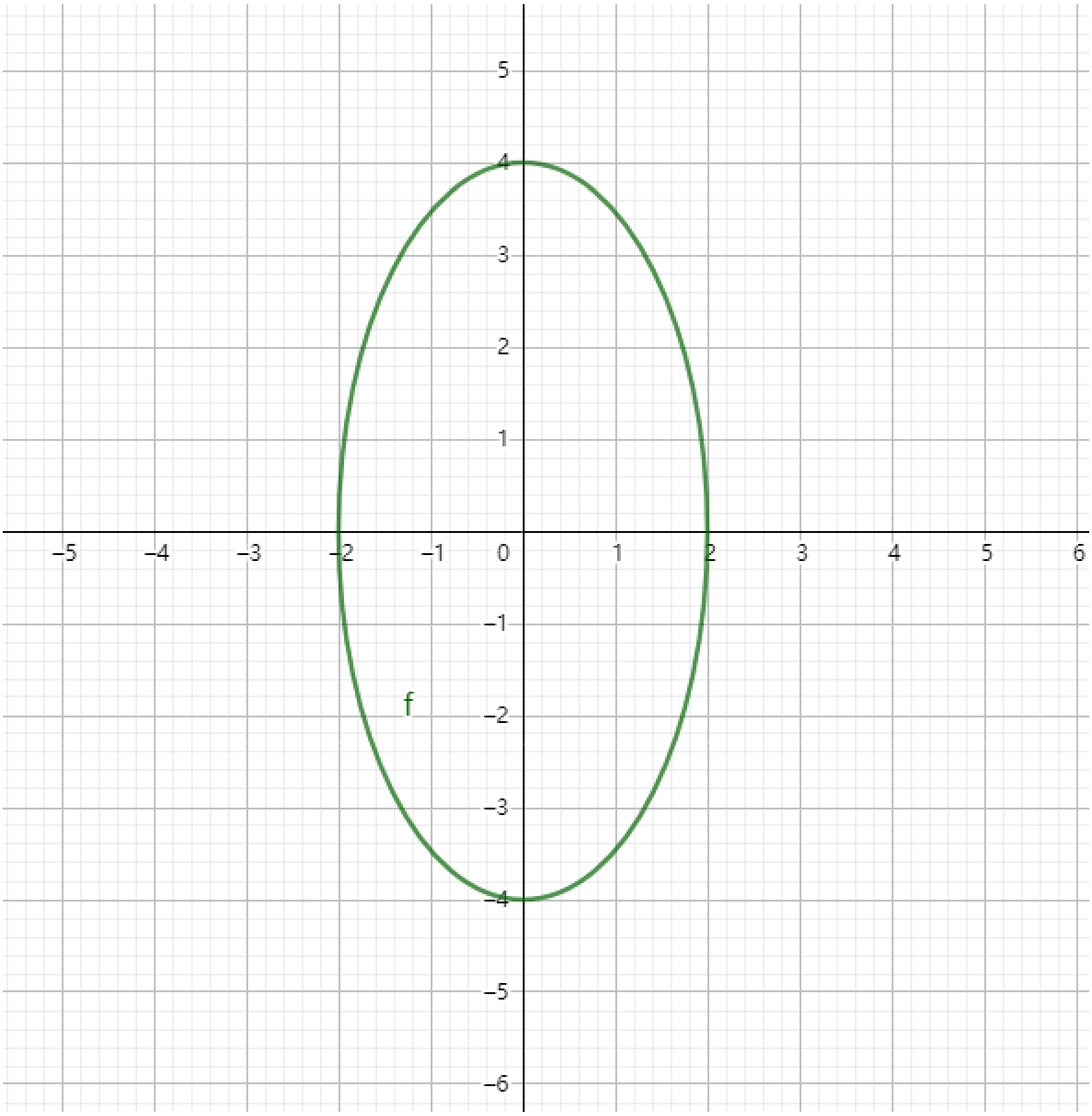
因为C为曲线，且$\theta$为参数，所以当我们求C的直角坐标方程时，消去$\theta$

$$
\begin{aligned}
x &= 2\cos\theta \\
y &= 4\sin\theta
\end{aligned}
$$

于是

$$
\frac{x}{2} = \cos\theta
$$
$$
\frac{y}{4} = \sin\theta
$$
$$
\left(\frac{x}{2}\right)^2 + \left(\frac{y}{4}\right)^2 = 1 \text{即} \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{16} = 1
$$

故C为椭圆，曲线为如下形式。




直线方程中，$t$为参数，于是我们重新写出直线形式，并消去$t$

- 当$\cos\alpha \neq 0$时，有

$$t = \frac{x-1}{\cos\alpha}$$

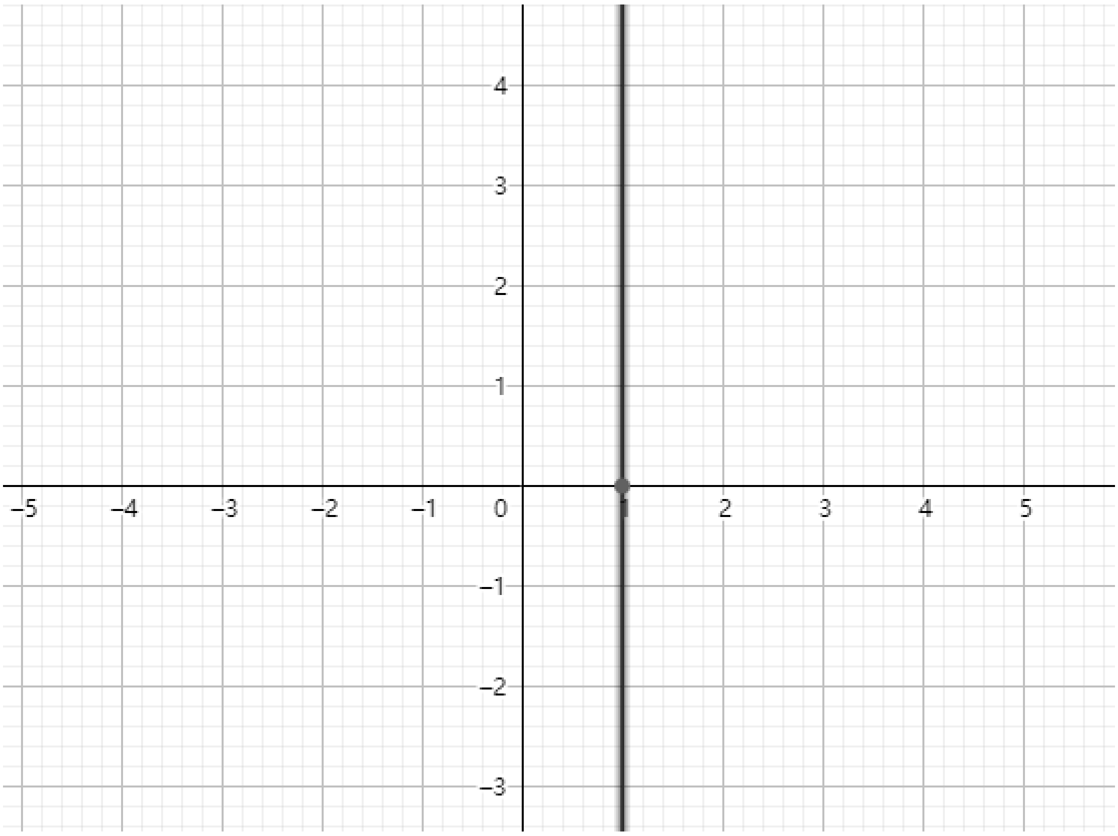
  将$t = \frac{x-1}{\cos\alpha}$代入$y$的式子得到

$$\begin{aligned} y &= 2 + \frac{x-1}{\cos\alpha}\sin\alpha \\ &= 2 + (x-1)\tan\alpha \end{aligned}$$

- 当$\cos\alpha = 0$时有

$$\begin{aligned} x &= 1 \\ y &= 2 + t\sin\alpha \end{aligned}$$

即直线$l$的方程为$x=1$



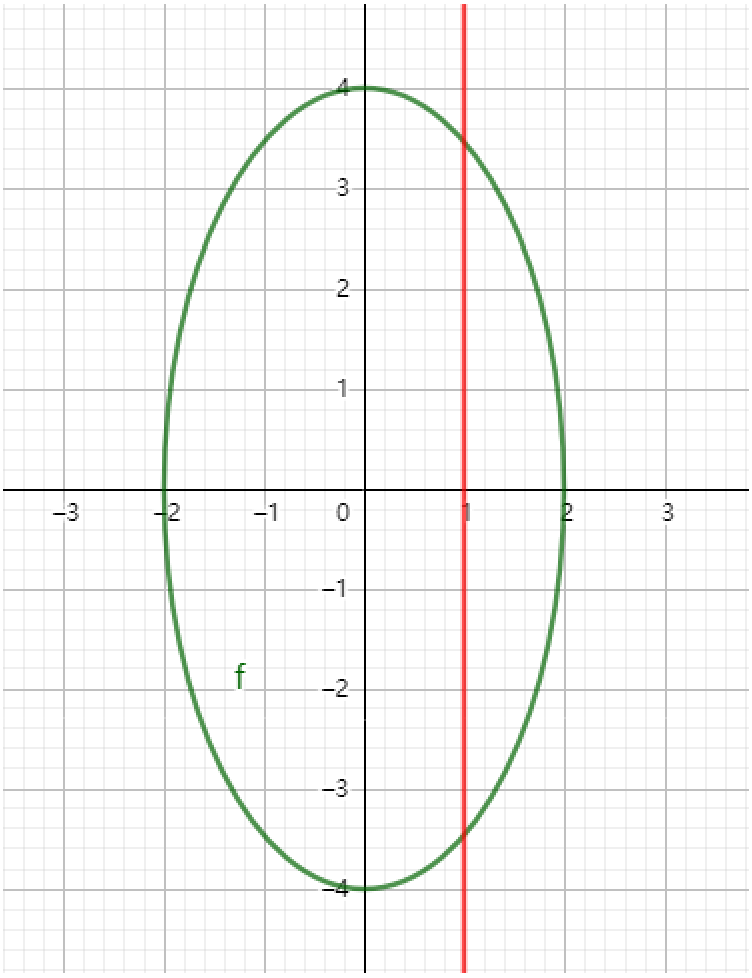

所以第一问答案中关于$l$的方程有两种情况，分$\cos\alpha$是不是等于$0$

- C
  - $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{16}=1$
- $l$
  - 当$\cos\alpha\neq 0$时，$y=2+(x-1)\tan\alpha$
  - 当$\cos\alpha=0$时，$x=1$

**第二问**

---

- 如果是$\cos\alpha=0$的情况，$l$直线与椭圆的交点截取的线段中点坐标必然为$(1,0)$，如下图所示。与题目给定的$(1,2)$矛盾




- 如果是$\cos\alpha \neq 0$的情况，此时$l$的表达式为$y = 2 + (x-1)\tan\alpha$，此时联立方程

$$\begin{cases} y = 2 + (x-1)\tan\alpha \\ \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{16} = 1 \end{cases}$$

设$\tan\alpha = k$
于是

$$\frac{x^2}{4} + \frac{(2+(x-1)k)^2}{16} = 1$$

再用求根公式或者韦达定理结合中点横坐标纵坐标来求$k$，计算参考答案。