1998考点复盘

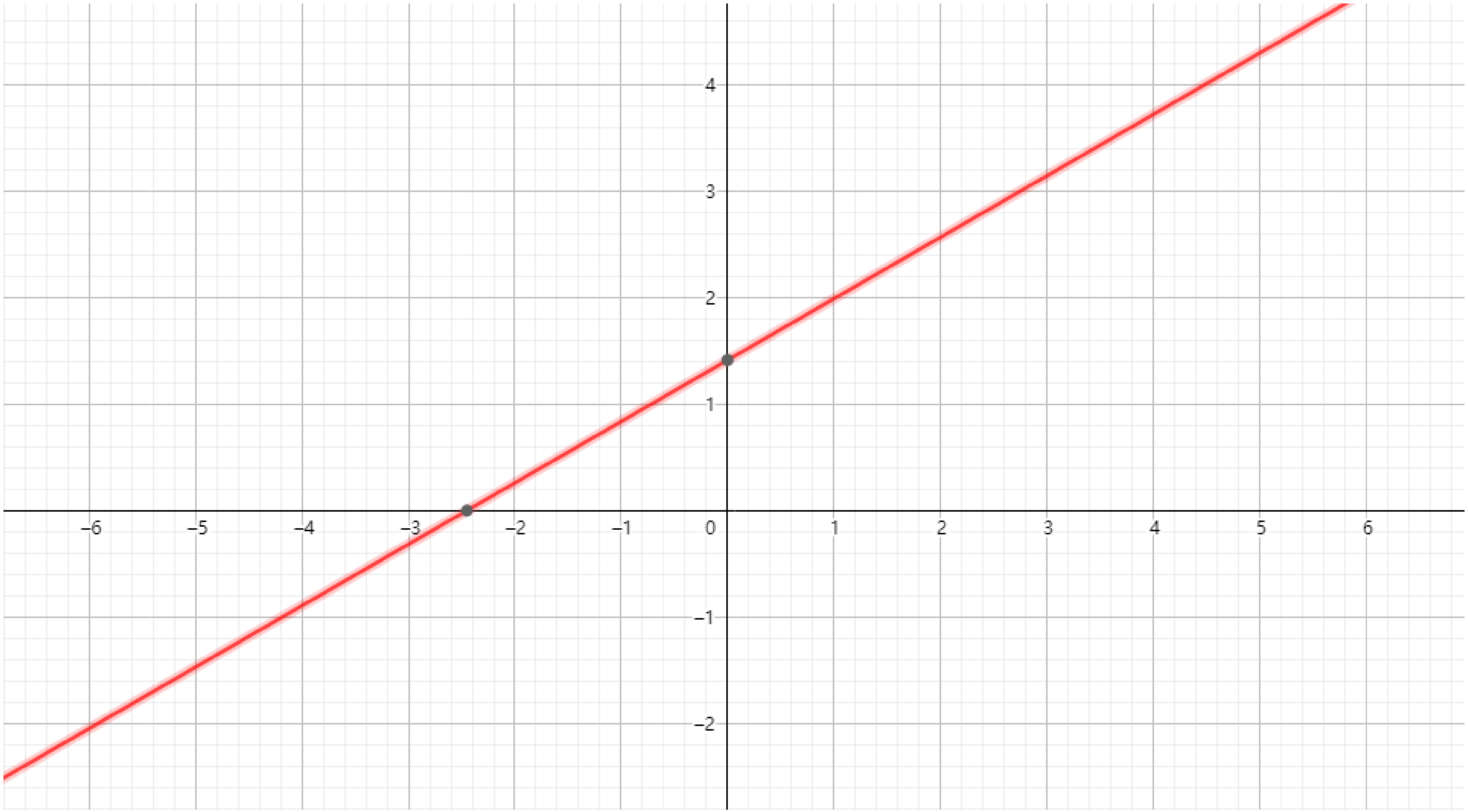
---

1. 直线方程

$$y = kx + b$$

- 其中k为斜率，b为截距
- 截距为直线与y轴的交点纵坐标，也即$(0, b)$
- 直线与x轴的交点横坐标为$-\frac{b}{k}$，也即$(-\frac{b}{k}, 0)$
- $k > 0$时，直线从左到右看，为往上走，**增函数**
- $k < 0$时，直线从左到右看，为往下走，**减函数**

$$y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + \sqrt{2}$$



2. 圆的极坐标方程

$$x = x_0 + r\cos\theta$$
$$y = y_0 + r\sin\theta$$

- 转换成正常的直角坐标系方程

$$\begin{aligned}(x-x_0)^2+(y-y_0)^2 &= (r\cos\theta)^2+(r\sin\theta)^2 \\ &= r^2(\cos\theta)^2+r^2(\sin\theta)^2 \\ &= r^2\left[(\cos\theta)^2+(\sin\theta)^2\right] \\ &= r^2\end{aligned}$$

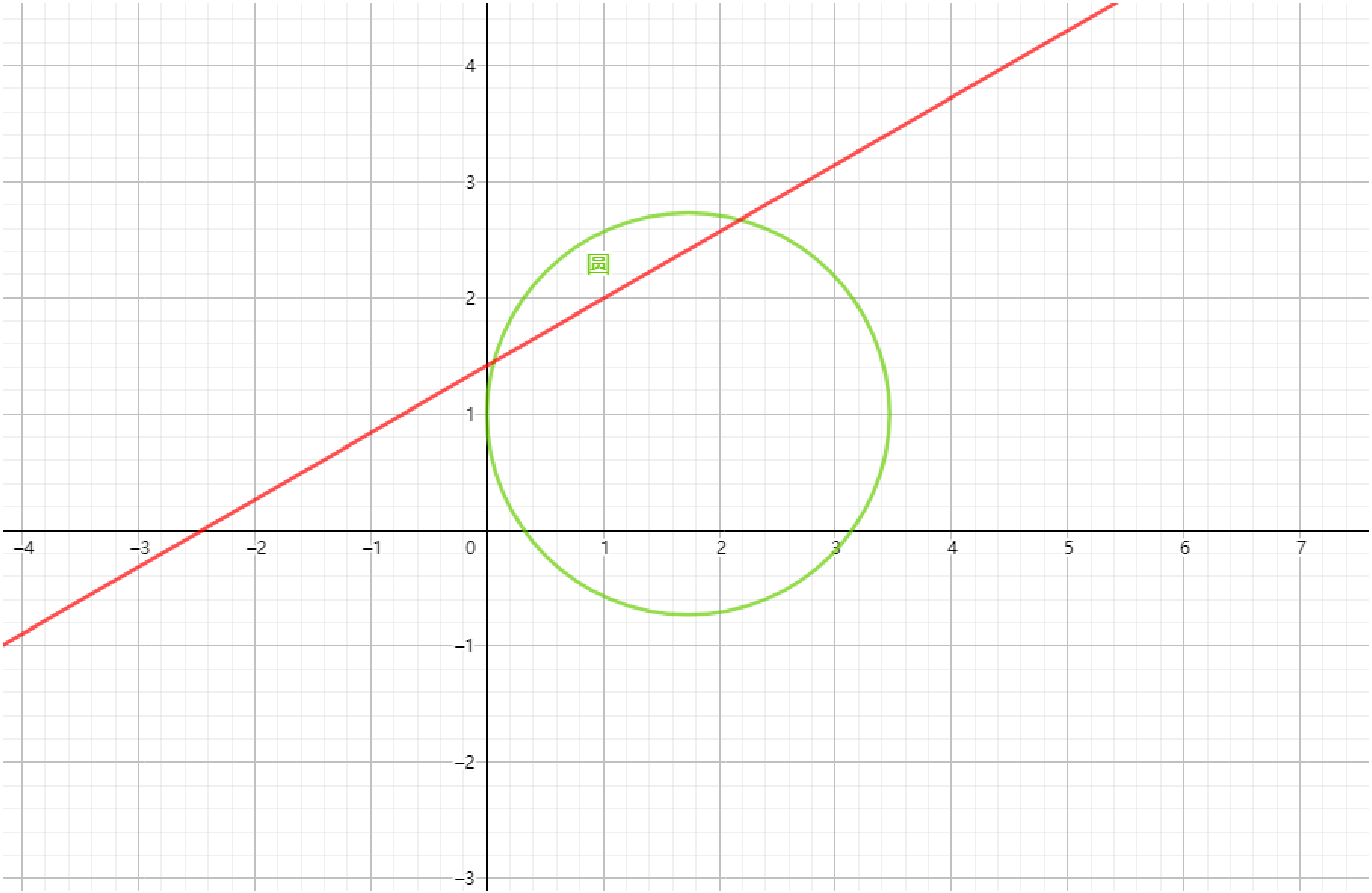
- 转换成正常的直角坐标系方程后就发现，(x_0, y_0)为圆心坐标，r为半径

$$\begin{gathered}x=\sqrt{3}+\sqrt{3}\cos\theta \\ y=1+\sqrt{3}\sin\theta\end{gathered}$$

转化成

$$(x-\sqrt{3})^2+(y-1)^2=3$$

半径为$\sqrt{3}$，圆心坐标为$(\sqrt{3},1)$



3. 直线与圆的交点坐标计算

- 联立方程

$$(x-\sqrt{3})^2+(y-1)^2=3$$

$$y=\frac{\sqrt{3}}{3}x+\sqrt{2}$$

将直线的y表示代入圆方程，得到

$$(x-\sqrt{3})^2+(\frac{\sqrt{3}}{3}x+\sqrt{2}-1)^2=3$$

- 算交点坐标

4. 直线斜率与角计算

- 算完交点坐标后跟圆点一起连起来重新算直线的斜率

答案说，千万不要化成普通方程再联立，那样运算量会出人命，我试了一下，按上面的方式算，基本不可能算出来。

巧妙地利用了一点——圆上的点与圆心连起来的倾斜角就是θ，于是直接用极坐标表示的圆方程来联立，联立方式把圆的x和y代入到直线中，于是

$$
\begin{aligned}
\underbrace{1+\sqrt{3}\sin\theta}_{y} &= \frac{\sqrt{3}}{3}(\underbrace{\sqrt{3}+\sqrt{3}\cos\theta}_{x})+\sqrt{2} \\
\sqrt{3}\sin\theta &= \cos\theta+\sqrt{2} \\
2(\frac{\sqrt{3}}{2}\sin\theta-\frac{1}{2}\cos\theta) &= \sqrt{2} \\
2\sin(\theta-\frac{\pi}{6}) &= \sqrt{2}
\end{aligned}
$$

也即

$$\theta-\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{4}\text{或者}\frac{3\pi}{4}$$