

[1513] 等轴双曲线 C 的中心在原点, 焦点在 x 轴上, C 与抛物线 $y^2 = 16x$ 的准线交于 A, B 两点, $|AB| = 4\sqrt{3}$, 则 C 的实轴长度为

规范题解

由于 C 为等轴双曲线, 因此其实轴和虚轴相等, 实轴长度为 $2a$, 虚轴长度为 $2b$, 因此

$$2a = 2b$$

于是 $a = b$, 且因题目告知了焦点在 x 轴上, 因此不妨设双曲线为

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{a^2} = 1$$

联立方程求交点 A, B 坐标

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{a^2} = 1 \quad x = -4$$

且因为 $|AB| = 4\sqrt{3}$, 因此 y_A 与 y_B 分别为 $\pm 2\sqrt{3}$, 因此代入

$$\frac{16}{a^2} - \frac{12}{a^2} = 1$$

求出 $a = 2$, 实轴为 $2a = 4$