

第五章 对流传热的基本理论

5-1 对流和对流传热

如绪论中所述,对流是指伴随流体宏观运动而导致的能量转移,而流体运动时与固体壁面之间的传热,称之为对流传热(或对流换热)。对流传热常见于日常的生产和生活中,例如人体周围的空气与人体对流传热、空气与屋面和墙壁的对流传热、烧开水时火焰与壶底的对流传热、锅炉中烟气、空气与尾部受热面(过热器、省煤器和空气预热器)的对流传热、内燃机气缸里燃气与气缸壁和活塞及冷却水或空气与气缸的对流传热;冷凝器中水蒸气凝结和冷却水被加热的对流传热等。经验表明,当流体与固体壁面之间发生热传递时,运动的流体比静止的流体能更快地带走热量,这是由于介质宏观运动转移能量的强度一般要大大超过介质内微观运动转移能量的强度。本节以图 5-1 中流体受迫流动时与壁面的对流传热为例,讨论计算对流传热量的基本原理。

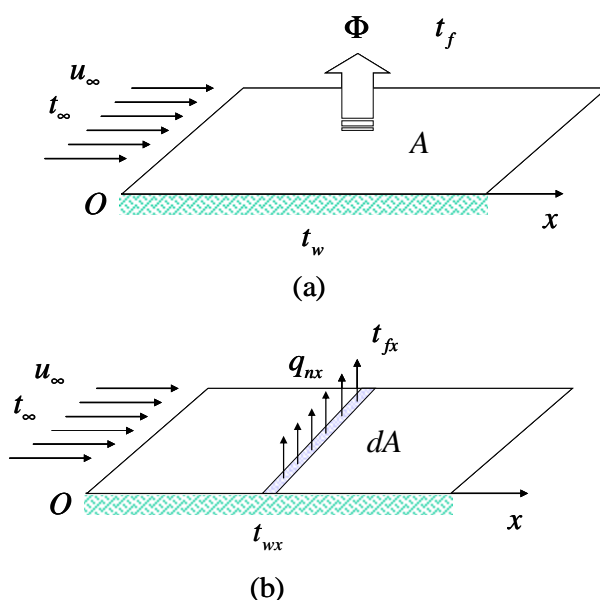


图 5-1 流体受迫流动时与壁面的对流传热示意图

假设图 5-1(a)中的壁面温度 t_w 高于周围流体的平均温度 t_f , 按照绪论中给出的计算对流传热的牛顿冷却公式, 对于面积为 A 的壁面, 与流体间的对流传热量为

$$\Phi = hA(t_w - t_f) \quad (5-1)$$

式中 h [$\text{W}/(\text{m}^2 \text{gK})$] 是壁面 A 与流体的对流传热系数。同理, 对于图 5-1(b)的微元面积 dA , 对流传热量为

$$d\Phi = h_x(t_{wx} - t_{fx})dA \quad (5-2)$$

式中 h_x 、 t_{wx} 和 t_{fx} 分别是微元面积 dA 与流体的局部对流传热系数、微元面积 dA 处壁面温度和微元面积 dA 之上截面的流体平均温度。微元面积 dA 处的局部对流传热也可以用当地的热流密度 q_{nx} [W/m^2] 来表示

$$q_{nx} = \frac{d\Phi}{dA} = h_x(t_{wx} - t_{fx}) \quad (5-3)$$

事实上，牛顿冷却公式只是给出了用对流传热系数计算对流传热的表达式，实际应用中还要针对具体的问题确定对流传热系数。

如果分析壁面和流体之间传热的机理，不难发现在壁面处垂直于壁面的方向上，流体的速度分量为零，也就是说在该方向没有对流，所以固体表面与流体之间的热量传递只能通过热传导。因此，如果已知流体在壁面处的温度梯度，通过固体壁面的局部热流密度也可以用傅里叶定律来计算

$$q_{nx} = -l \left(\frac{\partial t}{\partial n} \right)_{wx} \quad (5-4)$$

式（5-3）中， l 是流体的热导率， $\left(\frac{\partial t}{\partial n} \right)_{wx}$ 是流体在壁面 x 处法向 n 的温度变化率。因此，

根据式（5-3）和式（5-4），局部对流传热系数可以表示为

$$h_x = \frac{-l \left(\frac{\partial t}{\partial n} \right)_{wx}}{(t_{wx} - t_{fx})} \quad (5-5)$$

从式（5-5）可以看出，如果能够通过某种方法得到流体的温度场，就可以计算出流体在壁面 x 处法向 n 的温度变化率 $\left(\frac{\partial t}{\partial n} \right)_{wx}$ 和截面的流体平均温度 t_{fx} ，进而可以得到局部的对流传热系数。

壁面和流体的总传热量可以根据式（5-2）积分得到

$$\Phi = \int_A h_x(t_{wx} - t_{fx})dA \quad (5-6)$$

由于流体整体平均温度 t_f 也可以根据流体的温度分布计算出来，因此，平均对流传热系数 h 可以从根据式（5-6）和式（5-1）得到

$$h = \frac{\Phi}{A(t_w - t_f)} \quad (5-7)$$

将按照上述方法（或其它方法）得到的对流传热系数 h 与式（5-1）结合，就可以用来计算对流传热量。

根据以上分析可知，从理论上计算对流传热量的关键是要首先求出流体的温度场，而求解流体温度场的关键是要建立描述温度场的微分方程并给出相应的定解条件。

根据流体与固体壁面之间的位置关系，对流传热问题可大致分为两类。一类是流体绕过固体壁面的时的对流传热问题，其中具有代表性的是流体与平壁面的对流传热问题；另外一类是流体与固体通道壁面之间的对流传热问题，其中具有代表性的是流体通过圆管时的对流传热问题。后面将对这两类对流问题的特点进行具体的分析。

5-2 流体与平壁的受迫对流传热问题的特点

对于图 5-2 中来流速度为 u_∞ ，来流温度为 t_∞ 的流体与具有均匀温度 t_w 的壁面之间的二

维稳态对流传热问题，假设流体的速度方向平行于壁面且从壁面上流过的速度是均匀的，即 $u(x, y) = u_\infty$ ，流体的密度 ρ 、定压比热 c_p 和热导率 λ 均为常数。根据 5-1 节分析的结果，计算对流传热系数的关键是求出流体的温度场，因此参考 2-2 节研究导热问题的方法，采用能量守恒定律建立流体温度的微分方程。

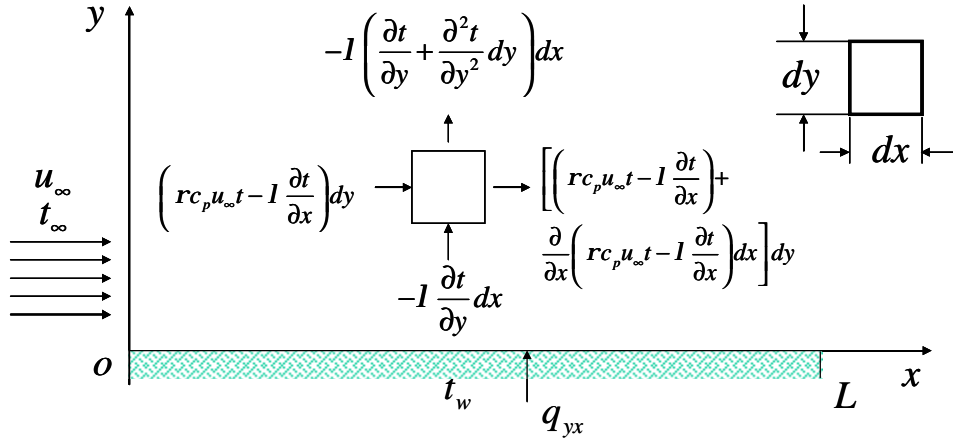


图 5-2 流体与平壁面的对流传热

一、流体温度的微分方程和定解条件

对于图 5-2 中的微元体而言，从左侧边界以对流方式进入的能量为 $\rho c_p u_\infty t dy$ ，而同时由于流体在左边界处存在温度梯度，因此以导热进入左边界的热量为 $-\lambda \frac{\partial t}{\partial x} dy$ ，以对流和导热两种方式进入左边界能量之和为 $\left(\rho c_p u_\infty t - \lambda \frac{\partial t}{\partial x} \right) dy$ 。同理可以计算出通过右侧边界的能量之和为 $\left[\left(\rho c_p u_\infty t - \lambda \frac{\partial t}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(\rho c_p u_\infty t - \lambda \frac{\partial t}{\partial x} \right) dx \right] dy$ 。在该所以由于假设了流体的速度方向平行于壁面且从壁面上流过的速度是均匀的，在 y 方向没有对流，不需要考虑 y 方向以对流方式进出的能量，通过下、上两个边界的热量分别为 $-\lambda \frac{\partial t}{\partial y} dx$ 和 $-\lambda \left(\frac{\partial t}{\partial y} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} dy \right) dx$ 。根据能量守恒定律，在稳态条件下，上述 4 部分能量的代数和应该等于零。在图 5-2 中的对流传热问题中，如果在 x 方向上以对流方式输送的能量远大于以导热方式传递的热量，即 $\rho c_p u_\infty t \gg -\lambda \frac{\partial t}{\partial x}$ ，则可忽略 x 方向上的导热。因此微元体的能量平衡方程可以写成

$$\rho c_p u_\infty \frac{\partial t}{\partial x} = \lambda \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} \quad (5-8a)$$

上式给出了图 5-2 中的对流传热问题在假设流体速度均匀且方向与壁面平行的条件下，描述流体温度场的微分方程。根据图 5-2，该问题的定解条件为

$$\begin{aligned} x=0 \quad t=t_{\infty} \\ y=0 \quad t=t_w \\ y \rightarrow \infty \quad t \rightarrow t_{\infty} \end{aligned} \quad (5-8b)$$

二、温度分布

定义过余温度 $q = t - t_w, q_{\infty} = t_{\infty} - t_w$ ，令 $h = y / \sqrt{4ax/u_{\infty}}$ ，代入到式 (5-8a) 和式 (5-8b) 中得到

$$\begin{aligned} -2h \frac{dq}{dh} &= \frac{d}{dh} \left(\frac{dq}{dh} \right) \\ h=0 \quad q &= 0 \\ h \rightarrow \infty \quad q &\rightarrow q_{\infty} \end{aligned} \quad (5-9)$$

首先可从式 (5-9) 中得 $\frac{dq}{dh} = c_1 e^{-h^2}$ ，再积分一次得到 $q = c_1 \int_0^h e^{-h^2} dh + c_2$ ，利用

根据第一个边界条件可知 $c_2 = 0$ ；根据第二个边界条件可知 $c_1 = q_{\infty} / \int_0^{\infty} e^{-h^2} dh$ ，而根据微

积分理论， $\int_0^{\infty} e^{-h^2} dh = \frac{\sqrt{p}}{2}$ ，因此得到 $c_1 = \frac{2}{\sqrt{p}} q_{\infty}$ 。最后得到式 (5-9) 的解为

$$\frac{q}{q_{\infty}} = \frac{(t - t_w)}{(t_{\infty} - t_w)} = \frac{2}{\sqrt{p}} \int_0^h e^{-h^2} dh \quad (5-10)$$

图 5-3 是式 (5-10) 在 $0 < h < 5$ 范围内的变化。

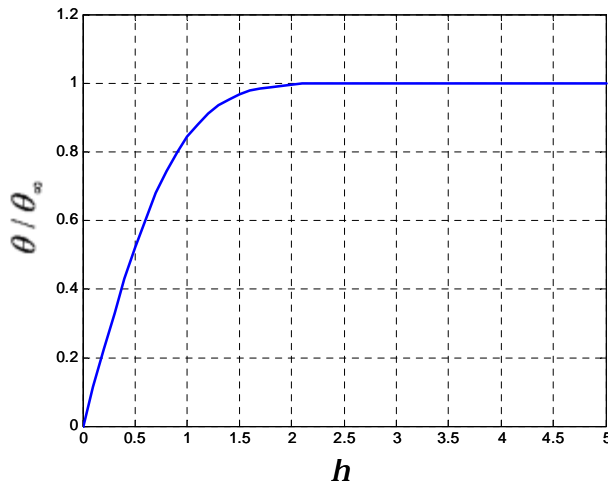


图 5-3 无因次温度的变化规律

由图 5-3 可以看出, 当 $h > 2$ 时, 无因次过余温度 q/q_∞ 趋近于 1, 即流体温度趋近于来流温度, 此后就保持不变。因此, 可以只考虑 q/q_∞ 在 $h \leq 2$ 时的变化。根据 $h = y/\sqrt{4ax/u_\infty}$, 对于壁面上任何一点 x , 就可以根据式 (5-10) 或图 5-3 计算在该点处沿 y 方向无因次温度 q/q_∞ 的变化规律。如果 $h > 2$ 后无因次温度 q/q_∞ 不再变化, 则可以推断, 对于壁面上任何一点 x , 当 $y > d_t(x) = 4\sqrt{ax/u_\infty}$ 后无因次温度 q/q_∞ 不再变化, 此时流体温度等于来流温度 t_∞ 。如果将 $h = 2$ 作为分界线, 则 $y = d_t(x) = 4\sqrt{ax/u_\infty}$ 就表示在壁面附近流体温度受到壁面温度的影响范围。假设来流速度 $u_\infty = 1 \text{ m/s}$, 取流体的热扩散率 $a = 1.0 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$, 对于离开壁面起点距离 1 m 的位置, 即 $x = 1 \text{ m}$ 处, $y = d_t(1) = 4 \times 10^{-3} \text{ m}$, 这个数值表明, 在图 5-2 中的对流传热问题中, 流体的温度只是在壁面附近很小的范围内变化。这个在壁面附近流体温度从壁面温度过渡到来流温度的薄层, 通常称为**热边界层**, $d_t(x)$ 称为热边界层厚度。事实上, 当流体与其绕流的固体表面发生对流传热时, 都会有热边界层的存在。

三、对流传热系数和对流传热量

对于壁面上任何一点 x , 流体沿 y 方向的平均截面平均温度 t_{fx} 都可以根据温度分布关系式 (5-10) 或图 5-3 通过无因次过余温度间接计算出来。由于热边界层现象的存在, 流体温度只是在边界层厚度以内发生变化, 流体中的绝大部分地方温度等于来流温度。因此, 对于图 5-2 中的对流传热问题, 流体的截面平均温度近似等于来流温度, 即 $t_{fx} \approx t_\infty$ 。

流体在壁面 x 处 y 方向的温度变化率可以根据式 (5-10) 计算出来

$$\left(\frac{\partial t}{\partial y}\right)_{wx} = q_\infty \left(\frac{\partial q}{\partial h}\right)_{h=0} \frac{\partial h}{\partial y} = q_\infty \frac{2}{\sqrt{p}} \frac{1}{\sqrt{4ax/u_\infty}} = \frac{1}{\sqrt{p}} \frac{q_\infty}{\sqrt{ax/u_\infty}} \quad (5-11)$$

将截面平均温度 $t_{fx} \approx t_\infty$ 和式 (5-11) 中 y 方向的温度变化率代入式 (5-5) 即可得到局部对流传热系数

$$h_x = \frac{-l \left(\frac{\partial t}{\partial n}\right)_{wx}}{(t_{wx} - t_{fx})} \approx \frac{-l \frac{1}{\sqrt{p}} \frac{t_\infty - t_w}{\sqrt{ax/u_\infty}}}{(t_w - t_\infty)} = \frac{1}{\sqrt{p}} \frac{l}{\sqrt{ax/u_\infty}} \quad (5-12)$$

由上式可见, 局部对流传热系数随着 x 的增大而减小, 这意味着壁面前端的传热强度要大于后面的传热强度。根据式 (5-6), 在 $0 \sim L$ 单位宽度上的对流传热量

$$\Phi = \int_A h_x (t_{wx} - t_{fx}) dA = \int_0^L \frac{1}{\sqrt{p}} \frac{l}{\sqrt{ax/u_\infty}} (t_w - t_\infty) dx = \frac{2}{\sqrt{p}} \frac{l}{\sqrt{aL/u_\infty}} (t_w - t_\infty) \quad (5-13)$$

根据截面平均温度 $t_{fx} \approx t_\infty$, 可知壁面以上流体整体平均温度 $t_f \approx t_\infty$, 根据式 (5-7), 平均

对流传热系数为

$$h = \frac{\Phi}{A(t_w - t_f)} = \frac{\frac{2}{\sqrt{p}} \frac{l}{\sqrt{aL/u_\infty}} (t_w - t_\infty)}{L(t_w - t_\infty)} = \frac{2}{\sqrt{p}} \frac{l}{\sqrt{aL/u_\infty}} \quad (5-14a)$$

或写成

$$h = \frac{2}{\sqrt{p}} \sqrt{\frac{lrc_p u_\infty}{L}} \quad (5-14b)$$

四、对流传热的无因次特征数关系式

在传热学中，习惯上将对流传热系数与各相关物理量之间的关系用无因次数之间的关系来表示。定义努塞尔数 $Nu = hL/l$ 和 贝克列数 $Pe = u_\infty L/a$ ，局部 $Nu_x = hx/l$ 和 局部贝克列数 $Pe = u_\infty x/a$ ，则式（5-12）和式（5-14b）可以分别表示为

$$Nu_x = \frac{1}{\sqrt{p}} Pe_x^{\frac{1}{2}} \quad (5-15)$$

和

$$Nu = \frac{2}{\sqrt{p}} Pe^{\frac{1}{2}} \quad (5-16)$$

其中，努塞尔数 $Nu = hL/l$ 和 贝克列数 $Pe = u_\infty L/a$ 都称为特征数，几何尺寸 L 和速度 u_∞ 分别称为特征尺寸和特征速度。由于努塞尔数 $Nu = hL/l$ 中包括了对流传热系数，如果能够通过某种方法得到努塞尔数与其它相关的特征数之间的关系，就能够得到对流传热系数。对于不同的对流传热问题，特征数 Nu 与其它特征数（如贝克列数）之间的关系式不同，所采用的特征尺寸亦会有所不同。

5-3 流体在圆管内受迫对流的传热问题的特点

可以按照 5-1 节的思路和 5-2 节中的步骤分析流体通过圆管时与壁面的受迫对流传热问题。限于篇幅，本节只对分析过程的关键点予以介绍，细节不再赘述。

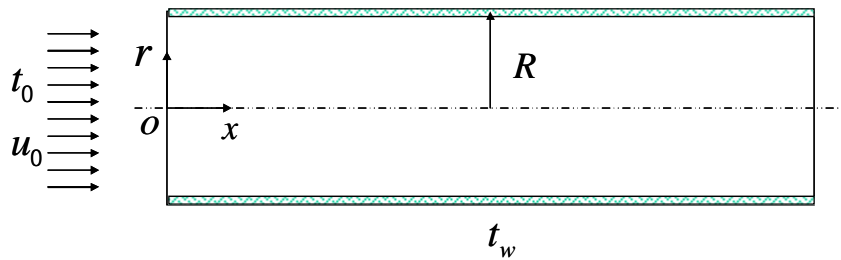


图 5-4 流体通过等壁温圆管时的对流传热

一、温度的微分方程和定解条件

对于图 5-4 中的圆管内壁面温度 t_w 恒定的受迫对流传热问题，仍假设流体在管内的流速是均匀的并且等于入口的速度 u_0 。为分析方便，对于管内受迫对流传热问题采用圆柱坐标系，可参考 5-2 节，用微元体能量平衡的方法推导出温度的微分方程。在忽略流体沿着圆管轴向的导热的条件下（在轴向对流输运能量的强度远大于导热量），描述温度场的微分方程和边界条件为

$$\begin{aligned} r c_p u_0 \frac{\partial t}{\partial x} &= l \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial t}{\partial r} \right) \\ x=0 \quad t &= t_0 \\ r=0 \quad \frac{\partial t}{\partial r} &= 0 \quad r=R \quad t=t_w \end{aligned} \quad (5-17)$$

定义无因次坐标 $\bar{r} = r/R$ ， $\bar{x} = x/D$ 、过余温度、入口过余温度和无因次温度 $\bar{q} = t - t_w$ ， $q_0 = t_0 - t_w$ ， $\bar{q} = q/q_0$ 、以圆管直径为特征尺寸的贝克列数 $Pe = u_0 D/a$ ，代入式 (5-17) 得到无因次过余温度的微分方程和定解条件

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{q}}{\partial \bar{x}} &= \frac{4}{Pe} \frac{1}{\bar{r}} \frac{\partial}{\partial \bar{r}} \left(\bar{r} \frac{\partial \bar{q}}{\partial \bar{r}} \right) \\ \bar{x}=0 \quad \bar{q} &= 1 \\ \bar{r}=0 \quad \frac{\partial \bar{q}}{\partial \bar{r}} &= 0 \quad \bar{r}=1, \bar{q}=0 \end{aligned} \quad (5-18)$$

二、局部对流传热系数的变化规律

从式 (5-18) 中求解温度分布的过程涉及的数学方法超出了微积分基本理论的范围，本节仅从形式上温度分布的特点并直接给出相关的结果，求解微分方程的细节可见文献[5-6]。由于式 (5-8) 中的边界条件都是常数，而微分方程中仅有一个贝克列数作为参数，因此无因次温度分布 $\bar{q} = q/q_0$ 除了随无因次坐标 $\bar{r} = r/R$ ， $\bar{x} = x/D$ 变化外，仅与 $Pe = u_0 D/a$ 相关，即

$$\bar{q} = \bar{q}(\bar{x}, \bar{r}, Pe) \quad (5-19)$$

在用式 (5-5) 计算局部对流传热系数时，需要计算圆管 x 处横截面的平均温度 t_{fx} 或直接计算截面的过余温度 $t_{fx} - t_w = q_{fx} = \bar{q}_{fx} q_0$ ，而断面上的平均过余温度 \bar{q}_{fx} 显然只与 $\bar{x} = x/D$ 和 $Pe = u_0 D/a$ 有关。同样 x 处管壁上的温度梯度 $\left(\frac{\partial t}{\partial r} \right)_{wx} = \frac{q_0}{R} \left(\frac{\partial \bar{q}}{\partial \bar{r}} \right)_{wx}$ 也与 $\bar{x} = x/D$ 和 $Pe = u_0 D/a$ 有关。因此，局部对流传热系数

$$h_x = \frac{-l \left(\frac{\partial t}{\partial r} \right)_{wx}}{t_w - t_{fx}} = \frac{-l \frac{q_0}{R} \left(\frac{\partial \bar{q}}{\partial r} \right)_{wx}}{-\bar{q}_{fx} q_0} = \frac{l}{R} \left(\frac{\partial \bar{q}}{\partial r} \right)_{wx} \quad (5-20)$$

按圆管直径定义局部努塞尔数 $Nu_x = h_x D / l$ ，可知

$$Nu_x = \frac{h_x D}{l} = \frac{2}{\bar{q}_{fx}} \left(\frac{\partial \bar{q}}{\partial r} \right)_{wx} = f_1(\bar{x}, Pe) \quad (5-21)$$

是 \bar{x} 和 Pe 的函数。图 5-5 给出了式 (5-21) 中局部对流传热系数的变化规律。

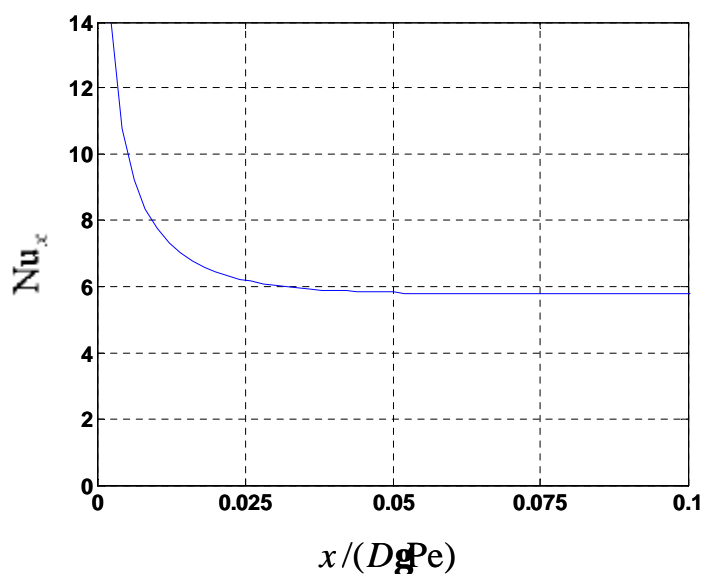


图 5-5 局部对流传热系数的变化规律

三、入口段和充分发展段

从图 5-5 中可以看出，在管内受迫对流传热时，局部对流传热系数从入口开始急剧下降，而当 $x/(DgPe) > 0.05$ 以后，局部对流传热系数不再变化。在传热学中研究管内（或通道内）受迫对流传热问题时，通常把局部对流传热系数不再变化的部分称为**充分发展段**，充分发展段前面的部分称为**入口段**或**起始段**。事实上，根据图 5-5 中也可以计算出某个管段上平均对流传热系数或努塞尔数，可以预见的是，当管段足够长时，平均对流传热系数或平均努塞尔数应该等于充分发展段上的值

$$h = h_{x(\text{充分发展})} \quad (5-22)$$

和

$$Nu = Nu_{x(\text{充分发展})} \quad (5-23)$$

管内受迫对流传热问题具有充分发展段这一特点，可以大大简化传热的工程计算方法。在很多工程计算中，在不关注局部对流传热的情况下，通常都按照充分发展的假设进行管内

对流传热的计算，对于偏离充分发展假设较多的问题（例如短管换热器），再通过经验方法予以修正。

5-4 粘性流体与平壁的层流受迫对流传热

根据流体力学理论，实际流体的粘性会导致流体流过图 5-2 的平壁时，在壁面处的速度为零，此时 5-2 节中流体速度均匀性的假设显然是不合理的。根据流体力学中的边界层理论分析的结果[]，在壁面附近存在一个速度边界层，即流体的速度从壁面处的零值过渡到来流速度 u_∞ 流体薄层。在速度边界层中， x 方向的速度分量 u 沿 x 和 y 方向都是变化的，且 x 方向的速度分量 v 不再为零。如果图 5-2 中是粘性流体层流流动，则在微元体能量平衡计算时，必须考虑 y 方向以对流方式进出微元体的能量。此时，进入左、右边界的能量为之和分别为

$$\left(rc_p u t - l \frac{\partial t}{\partial x} \right) dy \text{ 和 } \left[\left(rc_p u t - l \frac{\partial t}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(rc_p u t - l \frac{\partial t}{\partial x} \right) dx \right] dy$$

$$\text{能量分别为 } \left(rc_p v t - l \frac{\partial t}{\partial y} \right) dx \text{ 和 } \left[\left(rc_p v t - l \frac{\partial t}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(rc_p v t - l \frac{\partial t}{\partial y} \right) dy \right] dx$$

节的处理方法，假设 $rc_p u t - l \frac{\partial t}{\partial x}$ ，忽略 x 方向上的导热。因此流体温度的微分方程和边界条件可以分别写成

$$u \frac{\partial t}{\partial x} + v \frac{\partial t}{\partial y} = a \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} \quad (5-24a)$$

和

$$\begin{aligned} x=0 \quad t &= t_\infty \\ y=0 \quad t &= t_w \\ y \rightarrow \infty \quad t &\rightarrow t_\infty \end{aligned} \quad (5-24b)$$

上式称为粘性流体对流传热的边界层方程，其中， $a = l / rc_p$ 。式（5-24）中两个方向的速度分量 u 和 v 的微分方程（连续性方程和动量方程）和定解条件已在边界层理论中给出

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} &= 0 \\ ru \frac{\partial u}{\partial x} + rv \frac{\partial u}{\partial y} &= F_x - \frac{\partial p}{\partial x} + rn \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \end{aligned} \quad (5-25a)$$

和

$$\begin{aligned} x=0 \quad u &= u_\infty, v=0 \\ y=0 \quad u &= 0, v=0 \\ y \rightarrow \infty \quad u &= u_\infty, v=0 \end{aligned} \quad (5-25b)$$

针对图 5-2 中的情况，体积力 $F_x = 0$ ，压力梯度 $\frac{\partial p}{\partial x} = 0$ 。理论上，将式（5-25）的解代入

式(5-24)求解,即可得到温度分布,进而按照5-2节的步骤得到壁面处的温度梯度、流体的截面平均温度、局部对流传热系数和平均对流传热系数。由于整个求解过程比较繁琐,在了解了求解的基本思路的情况下,这里仅介绍主要的结果。

如果定义无因次坐标 $\bar{x} = x/L, \bar{y} = y/L$ 、过余温度 $q = t - t_w, q_\infty = t_\infty - t_w$ 、无因次过余温度 $\bar{q} = q/q_\infty$ 和两个方向无因次速度分量 $\bar{u} = u/u_\infty, \bar{v} = v/u_\infty$, 代入式(5-24)和式(5-25)中, 得到

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{x}} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial \bar{y}} &= 0 \\ \bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{x}} + \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{y}} &= \frac{1}{\text{Re}} \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial \bar{y}^2} \\ \bar{u} \frac{\partial \bar{q}}{\partial \bar{x}} + \bar{v} \frac{\partial \bar{q}}{\partial \bar{y}} &= \frac{1}{\text{Re Pr}} \frac{\partial^2 \bar{q}}{\partial \bar{y}^2} \end{aligned} \quad (5-26a)$$

和

$$\begin{aligned} \bar{x} = 0 \quad \bar{u} = 1, \bar{v} = 0, \bar{q} = 1 \\ \bar{y} = 0 \quad \bar{u} = 0, \bar{v} = 0, \bar{q} = 0 \\ \bar{y} \rightarrow \infty \quad \bar{u} = 1, \bar{v} = 0, \bar{q} = 1 \end{aligned} \quad (5-26b)$$

式中 $\text{Re} = u_\infty L / \nu$, 特征尺寸为壁面长度 L 时的雷诺数, $\text{Pr} = \nu / a$ 称为普朗特数。在 $0.6 < \text{Pr} < 15$ 的范围内, 根据边界层理论从上述方程组中求出的局部对流传热系数的近似解

$$\text{Nu}_x = 0.332 \text{Re}_x^{\frac{1}{2}} \text{Pr}^{\frac{1}{3}} \quad \text{Re}_x = \frac{u_\infty x}{\nu} \quad (5-27)$$

平均对流传热系数为

$$\text{Nu} = 0.664 \text{Re}^{\frac{1}{2}} \text{Pr}^{\frac{1}{3}} \quad (5-28)$$

根据边界层理论, 粘性流体对流传热时, 壁面附近也存在热边界层现象, 即温度只在壁面附近很小的范围内发生变化, 且热边界层的厚度 d_t 与速度边界层的厚度 d 之比与普朗特数 Pr

有关, 在 $0.6 < \text{Pr} < 15$ 的范围内可近似表示为 $d_t / d \approx \text{Pr}^{-\frac{1}{3}}$ 。显然 $\text{Pr} < 1$ 时, $d_t > d$, 反之亦然。

5-5 对流传热的比拟方法

对比式(5-26)中的动量方程和能量方程及其相应的边界条件, 不难看出 $\text{Pr} = 1$ 时, 两者具有完全相同的形式

$$\begin{aligned}
\frac{-\partial \bar{u}}{\partial x} + \nu \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} &= \frac{1}{\text{Re}} \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial y^2} & \frac{-\partial \bar{q}}{\partial x} + \nu \frac{\partial \bar{q}}{\partial x} &= \frac{1}{\text{Re}} \frac{\partial^2 \bar{q}}{\partial y^2} \\
\bar{x}=0 \quad \bar{u} &= 1 & \bar{x}=0 \quad \bar{q} &= 1 \\
\bar{y}=0 \quad \bar{u} &= 0 & \bar{y}=0 \quad \bar{q} &= 0 \\
\bar{y} \rightarrow \infty \quad \bar{u} &= 1 & \bar{y} \rightarrow \infty \quad \bar{q} &= 1
\end{aligned}$$

因此，可以确定无因次温度和无因次速度具有相同的分布形式。即

$$\bar{q} = \bar{u} \quad (5-29)$$

上式意味着如果能够确定无因次速度分布，就可以确定无因次温度分布。考虑到有热边界层的存在，截面上的平均温度 $t_{fx} \approx t_\infty$ ， $t_{wx} - t_{fx} = t_w - t_\infty = -q_\infty$ ，因此根据式(5-5)和式(5-29)，局部对流传热系数

$$h_x = \frac{-l \left(\frac{\partial t}{\partial y} \right)_{wx}}{(t_{wx} - t_{fx})} = \frac{-\frac{l}{L} \left(\frac{\partial \bar{q}}{\partial y} \right)_{wx} q_\infty}{-q_\infty} = \frac{l}{L} \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right)_{wx} \quad (5-30)$$

而根据牛顿内摩擦定律和无因次速度和无因次坐标的定义，壁面上的剪切应力

$$t_w = \tau n \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)_{wx} = \frac{\tau n u_\infty}{L} \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right)_{wx}, \text{ 而在流体力学中，剪切力与局部阻力系数 } c_{fx} \text{ 的关系为}$$

$$t_w = \frac{c_{fx}}{2} \tau u_\infty^2, \text{ 因此 } \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right)_{wx} = \frac{u_\infty L}{n} \frac{c_{fx}}{2}. \text{ 代入式 (5-30) 得到 } h_x = \frac{l u_\infty}{n} \frac{c_{fx}}{2}. \text{ 等式两侧同}$$

时乘以坐标 x ，可得到 $\frac{h_x x}{l} = \frac{u_\infty x}{n} \frac{c_{fx}}{2}$ ，即

$$\text{Nu}_x = \text{Re}_x \frac{c_{fx}}{2} \quad (5-31)$$

上式意味着当 $\text{Pr} = 1$ 时，如果能够根据流体流动规律确定局部阻力系数 c_{fx} ，那么就不必求解温度场而直接获得对流传热的特征数关联式。式(5-31)是无因次温度分布与无因次速度分布比拟而得到的，在传热学中称为**雷诺比拟**。在特定的条件下，将温度场和速度场类比，为解决对流传热问题提供了一个简捷的手段。顺便指出，这种方法也可用于流体和流过壁面时的湍流对流传热。在流体力学中给出了流体流过平壁时的层流和旺盛湍流情况下的局部阻力系数分别为 $c_{fx} = 0.664 \text{Re}_x^{-\frac{1}{2}}$ 和 $c_{fx} = 0.0592 \text{Re}_x^{-0.8}$ ，对应的局部对流传热系数分别为

$$\text{Nu}_x = 0.332 \text{Re}_x^{\frac{1}{2}} \quad (5-32)$$

和

$$\text{Nu}_x = 0.0296 \text{Re}_x^{0.8} \quad 5 \times 10^5 < \text{Re}_x < 10^7 \quad (5-33)$$

5-6 粘性流体与竖直壁面的层流自然对流传热

前面讨论的受迫对流传热问题，流体都是受压差驱动的。而在很多工程问题中，流体的运动是由体积力（如重力）引起的，这种情况称为自然对流。下面以图 5-6 中的流体与温度为 t_w 的竖直壁面之间的对流传热问题为例，讨论自然对流传热问题的基本特点。假设远离壁面的流体是静止的，其温度为 t_∞ ，密度是 r_∞ 。根据流体力学中的边界层理论，式（5-25a）仍适用于自然对流的情况。此时对应的边界条件为

$$\begin{aligned} x=0 \quad u=0, v=0 \\ y=0 \quad u=0, v=0 \\ y \rightarrow \infty \quad u=0, v=0 \end{aligned} \quad (5-34)$$

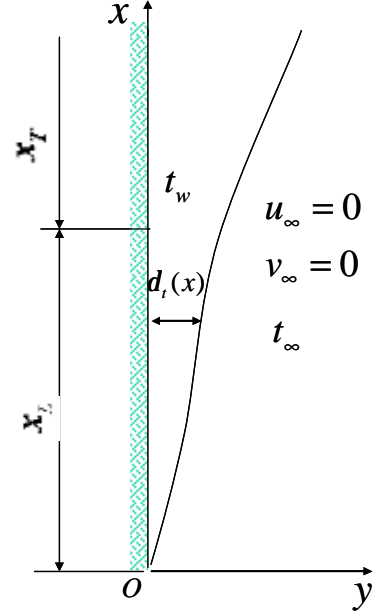


图 5-6 粘性流体与竖壁的自然对流传热

对于不可压缩流体而言，式（5-25a）中流体所受的重力 $F_x = -r_\infty g$ 与流体的静压力

梯度 $\frac{\partial p}{\partial x} = -r_\infty g$ 之差为零，即 $F_x - \frac{\partial p}{\partial x} = -r_\infty g - (-r_\infty g) = 0$ ，这样式（5-25）变成了无源的方程组，与式（5-34）的零值边界条件相对应的是一个静止的流场。然而，实际流体总是具有一定的可压缩性的，其密度会随着温度变化的而变化。不失一般性，如果 $t_w > t_\infty$ ，则靠近壁面的流体温度会升高，导致流体受热膨胀、密度下降（暂不考虑某些流体在特定的温度范围内受热会导致密度增加），因此在重力和流体静压力梯度的共同作用下，流体就会产生宏观运动，即自然对流。

用可压缩流体的运动方程来描述自然对流显然会使问题变得复杂。在传热学中采用 Bussinessq 假设来简化自然对流的分析，即除了在式（5-25a）中计算体积力（重力）时考虑密度的变化外，其余各项均按照不可压缩流体来处理。这样在式（5-25a）中，

$$F_x - \frac{\partial p}{\partial x} = (r_\infty - r)g \neq 0。$$

按照流体体积膨胀系数的定义， $a_v = -\frac{1}{r_\infty} \left(\frac{\partial r}{\partial T} \right)_p \approx -\frac{r - r_\infty}{r_\infty (T - T_\infty)}$ ，流体密度与温度

的关系可表示为 $\frac{r_\infty - r}{r_\infty} = a_v (T - T_\infty) = a_v (t - t_\infty)$ ，将其代入式（5-25a）整理后与能量方

程式（5-24a）联立，即可得到描述图（5-6）中流体与竖直壁面的层流自然对流传热的微分方程组

$$\begin{aligned}
\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} &= 0 \\
u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} &= a_v(t - t_\infty) + n \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \\
u \frac{\partial t}{\partial x} + v \frac{\partial t}{\partial y} &= a \frac{\partial^2 t}{\partial y^2}
\end{aligned} \tag{5-35a}$$

相应的边界条件

$$\begin{aligned}
x=0 \quad u=0, v=0, t=t_\infty \\
y=0 \quad u=0, v=0, t=t_w \\
y \rightarrow \infty \quad u=0, v=0, t=t_\infty
\end{aligned} \tag{5-35b}$$

理论上, 从上述方程中求出速度分布和温度分布, 即可按照 5-2 节的步骤得到壁面处的温度梯度、流体的截面平均温度、局部对流传热系数和平均对流传热系数。值得注意的是, 与受迫对流传热问题不同, 自然对流问题中的运动方程中包括了温度, 所以速度场和温度场是耦合在一起的, 速度分布不能单独求解。由于整个求解过程比较繁琐, 这里不再详细介绍。下面将式 (5-35) 做无因次化处理, 以从中认识自然对流传热问题的特点。

定义无因次坐标 $\bar{x} = x/L, \bar{y} = y/L$ 、过余温度 $\bar{q} = t - t_\infty, \bar{q}_w = t_w - t_\infty$ 、无因次过余温度 $\bar{q} = q/q_w$ 和两个方向无因次速度分量 $\bar{u} = u/u^*, \bar{v} = v/u^*$, 其中 $u^* = n/L$ 。代入式 (5-35a) 和式 (5-35b) 中, 分别得到

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{x}} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial \bar{y}} &= 0 \\
\bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{x}} + \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{y}} &= \frac{g a_v L^3 (t_w - t_\infty)}{n^2} \bar{q} + \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial \bar{y}^2} \\
\bar{u} \frac{\partial \bar{q}}{\partial \bar{x}} + \bar{v} \frac{\partial \bar{q}}{\partial \bar{y}} &= \frac{1}{\text{Pr}} \frac{\partial^2 \bar{q}}{\partial \bar{y}^2}
\end{aligned} \tag{5-36a}$$

和

$$\begin{aligned}
\bar{x}=0 \quad \bar{u}=0, \bar{v}=0, \bar{q}=1 \\
\bar{y}=0 \quad \bar{u}=0, \bar{v}=0, \bar{q}=1 \\
\bar{y} \rightarrow \infty \quad \bar{u} \rightarrow 0, \bar{v} \rightarrow 0, \bar{q} \rightarrow 0
\end{aligned} \tag{5-36b}$$

其中, $\text{Gr} = \frac{g a_v L^3 (t_w - t_\infty)}{n^2}$ 称为格拉晓夫数。针对式 (5-36), 参照 5-3 节的分析方法,

可知在上述自然对流传热问题中努塞尔数是格拉晓夫数 Gr 和普朗特数的函数。文献中[凯斯, 对流传热与传质]给出了详细的求解过程、局部努塞尔数和平均努塞尔数的结果

$$\text{Nu}_x = \frac{3}{4} \left[\frac{2 \text{Pr}}{5(1 + 2 \text{Pr}^{1/2} + 2 \text{Pr})} \right]^{\frac{1}{4}} (\text{Gr}_x \text{Pr})^{\frac{1}{4}} \tag{5-37}$$

$$\text{Nu} = \left[\frac{2\text{Pr}}{5(1 + 2\text{Pr}^{1/2} + 2\text{Pr})} \right]^{\frac{1}{4}} (\text{Gr Pr})^{\frac{1}{4}} \quad (5-38)$$

$$\text{其中 } \text{Gr}_x = \frac{g \alpha_v x^3 (t_w - t_\infty)}{n^2}。$$

更详细的理论分析表明,在上述自然对流传热问题中,也存在热边界层和流动边界层现象,边界层的厚度沿着壁面高度方向逐步增加。需要补充说明的是,当图 5-6 的竖直壁面高度超过某个特定值式 x_L 时,自然对流运动会从层流变为湍流,流体运动规律和对流传热规律更为复杂。更详细的分析见文献[埃克特, 传热与传质分析]。

5-7 影响对流传热系数的因素分析

从前面对典型对流传热问题的分析过程可知,对流传热的强弱是由描述流体运动和能量传递的基本方程及相应的边界条件决定的。例如, 5-4 节中流体与壁面的受迫对流传热强度取决于式 (5-24a)、式 (5-24b)、式 (5-25a) 和式 (5-25b); 5-6 节中流体与竖直壁面的自然对流传热强度取决于式 (5-35a) 和式 (5-35b)。因此,影响对流传热的基本因素都包含在流体运动方程和能量方程及相应的边界条件中。下面分类讨论这些影响对流传热的因素。

(1) 流体的运动规律和能量传递规律

流体的运动规律体现在流体的运动方程中,其中包括了质量守恒定律、动量守恒定律和描述流体应力与变形率关系的本构方程。能量传递规律体现在能量方程中,其中包括了能量守恒定律和热传导的傅里叶定律。从能量方程的形式可以看出,流体运动规律对能量运输的影响体现在能量方程中的对流输运项中。显然,流体的本构方程不同,对应的运动方程也会不同,因此牛顿流体(应力和变形率符合牛顿内摩擦定律)的对流传热规律也将有别于非牛顿流体。本章仅限于讨论牛顿流体的对流传热问题。

对于受迫对流传热问题,在流体的运动方程中,压力梯度的作用远远超过浮力的作用,因而可以忽略浮力的影响,而在自然对流问题中,则是浮力起决定性作用。显然在不同的驱动力的作用下,流体的运动规律是显著不同的。

此外,流体在湍流运动时的规律与层流显著不同,因而湍流对流传热的规律与层流时亦会有明显的差异。

(2) 边界条件

根据前面的分析,在描述对流传热基本方程的边界条件中,包括了壁面的几何形状和尺寸、流体与壁面的相对位置关系、流体在边界上的速度和温度。对于遵循同样的基本方程的对流传热问题,不同的边界条件会导致不同的对流传热规律。例如流体与平壁的层流受迫对流传热的规律与流体在管内的受迫对流传热的规律就明显不同,前者存在着热边界层,局部对流传热系数沿流动方向逐渐减小,而后者会出现充分发展段,此时局部对流传热系数沿流动方向保持不变。

值得注意的是,边界条件的改变有时也会导致流体运动规律的改变,进而影响对流传热的规律。例如在粘性流体与固体壁面的受迫对流传热问题中,当壁面沿流动方向的尺寸足够长时,流体的运动规律会从层流向湍流过渡;在粘性流体与竖直壁面的自然对流传热问题中,当壁面沿高度方向的尺寸足够长时,流体的运动规律会亦会从层流向湍流过渡。

(3) 流体的热物理性质

在描述对流传热的基本方程中,流体自身的差异性体现在流体的热物理性质中。在受迫

对流传热问题的基本方程中，如式（5-24a），包括了流体的密度 ρ 、比热 c_p 、热导率 λ 和粘度 η ；而在自然对流传热问题中，除了上述参数外，还包括了流体的体积膨胀系数 β ，见式（5-35a）。流体的这些热物理性质都会直接影响对流传热强度。

需要指出的是，为了简化理论分析，通常都假设流体的热物理性质是恒定的。实际上，流体的热物理性质可能会因为温度和压力的改变而改变。例如，常见的空气、水和油类等介质的密度的密度 ρ 、比热 c_p 、热导率 λ 和粘度 η 都是随温度变化的，而流体的体积膨胀系数与温度的关系更为密切，例如空气的体积膨胀系数与绝对温度成倒数关系，即 $\beta = 1/T$ 。因此，无论是理论分析和实验研究，都应关注温度对流体热物性的影响。

此外，如果流体在对流传热过程中发生相变，则对流传热强度会显著增加。如果将相变潜热看成是数值很大的等效比热，则从式（5-14b）中就不难得出上述结论。

5-8 对流传热的实验研究基础

一、对流传热现象的相似性及其应用

从 5-2 节~5-6 节的分析过程可以看出，即使非常简单的对流传热问题，通过求解温度分布来计算对流传热系数过程也是很繁琐的。对于复杂的对流传热问题，就很难求出解析形式的解。

回顾从 5-2 节~5-6 节针对简单对流传热问题分析所得到的结果，可以看出对流传热系数与相关的影响因素之间的定量关系都可以用无因次特征数之间的关系表达出来。通过类似 5-3 节中所做的定性分析，可以根据无因次化的温度微分方程和定解条件，从形式上推断出努塞尔数与哪些相关的无因次特征数有关。例如对于 5-3 节中的管内受迫对流传热问题，努塞尔数 Nu_x 与贝克列数 Pe 之间存在确定的关系（如图 5-5 所示）；对于 5-3 节中粘性流体与

壁面之间的层流对流传热问题，努塞尔数 Nu_x 与雷诺数 Re_x 和普朗特数 Pr 之间存在确定的关系，如式（5-27）；对于图-5-6 中流体与竖壁之间的自然对流传热问题，呈现的是努塞尔数 Nu 与格拉晓夫数 Gr 和普朗特数 Pr 之的关系，如式（5-38）。这些结果暗示了研究对流传热问题的另外一个途径——对于那些难以求出解析解的对流传热问题，如果能够采用实验方法得到相应的无因次量之间的关系，就可以避开求解温度分布而直接得到努塞尔数和对流传热系数。

这些无因次量之间的关系式指出了另外一种

因此，对于很多实际问题，仍以实验研究为主。

对于同一类物理过程中的两个不同的个例，如果由描述各自特征的物理量所构成的各个独立的同名无因次特征数都是相同的，则称这两个现象是**相似的现象**。例如对于 5-4 节中所描述的一类受迫对流传热现象中的两个个例，当 $Re_1 = Re_2 (u_{\infty 1} L_1 / \eta_1 = u_{\infty 2} L_2 / \eta_2)$ ，

$Pr_1 = Pr_2 (\eta_1 / a_1 = \eta_2 / a_2)$ ，且由于努塞尔数是雷诺数和普朗特数的函数，必然有

$Nu_1 = Nu_2 (h_1 L_1 / \lambda_1 = h_2 L_2 / \lambda_2)$ ，则这两个现象是相似的。显然，能够用同一个（组）无

因次化的微分方程和定解条件描述的对流传热现象都是相似的,由此得出的无因次特征数之间的关系式表达了该类对流传热问题的共同特征。

利用对流传热现象的相似性可使对流传热的实验研究得到简化。例如在研究粘性流体绕流圆柱的对流传热特性时,可以通过改变流体的流速来改变雷诺数的范围而不需要改变圆柱的直径或更换不同运动粘度的介质,这同时意味着可以把在尺寸较小的模型上的研究结果应用到较大尺寸的换热面上,从而使得实验装置的尺寸大大缩小。

此外,无因次特征数关系式的独立变量数目少于原始变量的数目,因此可以显著减少实验工作量。例如对于图 5-6 中的自然对流传热问题,根据式 (5-35),如果将对流传热系数 h 用原始变量来表达

$$h = f(l, r, r_{\infty}, a, v, L, a_v, t_w - t_{\infty}) \quad (5-39)$$

如果按照式 (5-39) 通过试验研究对流传热系数与 8 个物理量的关系,分别改变某一物理量的大小而维持其它物理量不变,每个变量取 5 个不同的数值,则 8 个物理量共需做 5^8 次实验。如果用以无因次特征数式 $Nu = f(Gr, Pr)$ 为基础进行实验,则仅需要 25 次实验。由此可见认识和利用物理现象的相似性可以大幅度减少实验工作量。

需要进一步说明的是,尽管利用对流传热现象的相似性能够大大提高对流传热实验研究的效率,但是在对于复杂问题,如果相关的无因次特征数过多,实验工作量仍然很大,此时必须忽略一些比较次要的特征数的影响,以能够承受的工作量来获得近似的结果。以锅炉中烟气与空气余热管壁的受迫对流传热问题为例,相对于普朗特数 Pr ,雷诺数 Re 和对努塞尔数 Nu 的影响更显著,实验时可以用 Pr 数相近的流体代替原流体,这将给实验带来很大的方便。例如要做锅炉烟气或热空气强迫对流传热实验,可用常温下的空气做流体代替烟气或热空气(见例题 5-1),这样就可以省去空气加热装置或烟气发生器,使实验系统和实验过程得以大大简化,而带来的偏差在工程上是可以接受的。

二、对流传热相似特征数关联式的实验确定

(1) 确定特征数实验关联式的步骤

以管内稳态受迫对流传热问题为例,采用实验方法确定对流传热的特征数实验关联式的主要步骤如下:

- Ⅰ 针对所研究对象的特点,建立简化的物理模型;
- Ⅰ 写出对流传热微分方程组和定解条件;
- Ⅰ 将微分方程组无因次化处理,得到描述该对流传热现象的特征数和待定特征数;
- Ⅰ 从特征数中确定实验中需要测量的物理量;
- Ⅰ 根据研究对象的参数范围,确定待测物理量的变化范围,并依此确定相应的测量仪表的量程;
- Ⅰ 根据相似原理设计实验装置、实验程序并做好安装调试工作;
- Ⅰ 按预定实验程序设定和调整实验工况,稳定后记录每一个工况的原始数据;
- Ⅰ 根据测量的原始数据计算各工况下的无因次特征数;
- Ⅰ 通过最小二乘方法或作图法求出待定特征数与已定特征数的关系式。

管内强迫对流传热特征数函数关系式通常采用以下的指数形式

$$Nu = c Re^n \quad (5-40a)$$

式中,系数 c 和指数 n 通过试验数据的整理确定。将 (5-40a) 两边取对数,得

$$\lg \text{Nu} = \lg c + n \lg \text{Re} \quad (5-40b)$$

以 $\lg \text{Re}$ 为横坐标、 $\lg \text{Nu}$ 为纵坐标，将试验数据整理成需要得数据，画在图 5-7 所示的坐

标中，并用作图法画出试验曲线（一般画成直线）。直线得斜率 $\tan j$ 就是式（5-40b）中的系数 n ，即式（5-40a）中的指数 n 。将落在直线上的试验点的数据（ Nu_i 和 Re_i ）代入

式（5-40a）得

$$c_i = \frac{\text{Nu}_i}{\text{Re}_i^n} \quad (5-41)$$

c_i 的平均值就是式（5-40a）中的系数

c 。式（5-40）中的 c 和 n 也可由最小二乘法求得[9]。

如果必须考虑普朗特数的影响，则可采用以下形式的特征数关系式

$$\text{Nu} = c \text{Re}^n \text{Pr}^m \quad (5-42a)$$

两边取对数，得到

$$\lg \text{Nu} = \lg c + n \lg \text{Re} + m \lg \text{Pr} \quad (5-42b)$$

此时的待定系数 c ， n 和 m 应采用多元线性回归的方法来计算。详见文献[9]。

（2）特征数关联式中的特征温度、特征尺寸和特征速度

根据前面的分析结果，在对流传热的特征数关系式中，通常都含有热物性参数、几何尺寸和速度（受迫对流）。

如 5-7 节中所述，热物性参数是随温度变化的。在根据实验数据归纳整理特征数关系式时，采用计算热物性时的参考温度（即**特征温度**）来体现温度对热物性参数乃至对对流传热系数的影响。例如对于流体绕流壁面的对流传热问题，通常按照膜温度，即壁面温度与流体来流温度的算术平均值计算热物性参数，即 $t_m = (t_w + t_\infty)/2$ ；而对管内受迫对流传热问题，

通常按照流体平均温度 t_f 计算热物性参数。事实上，由于在实验中无法获得严格意义下的流体平均温度，通常采用进、出口截面温度的算术平均值来近似，即 $t_f = (t_{f1} + t_{f2})/2$ 。

特征数中的几何尺寸称为**特征尺寸**。对于简单的对流传热问题，特征尺寸实际上表征了换热表面与流体的相对位置关系。例如对于流体和平壁的受迫对流传热问题，特征尺寸就是出现在边界条件中的壁面长度 L ；在管内受迫对流传热问题中，特征尺寸则是管道的内径 D_i 。对于复杂的对流传热问题，可能在边界条件中同时出现若干个尺寸，例如在流体与管束的对流传热问题中，会出现流道的长度和宽度、换热管间距和管径，此时应选择最能体现

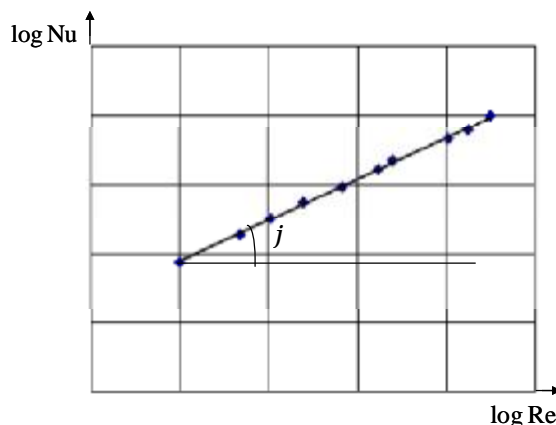


图 5-7 式（5-40）示意图

流动运动特征的尺寸作为特征尺寸。实际上，在流体与管束的对流传热问题中，采用换热管外径 D_o 作为特征尺寸。

特征数中的流体速度称为**特征速度**。对于简单的对流传热问题，特征速度实际上反映了流体以对流方式输送能量的速率。例如对于流体和平壁的受迫对流传热问题，特征速度就是出现在边界条件中来流速度 u_∞ ；在管内受迫对流传热问题中，特征速度则是管内流体的平均速度。对于复杂的对流传热问题，例如在流体与管束的对流传热问题中，应选择最能体现流动宏观运动特征的速度作为特征速度。实际上，在流体与管束的对流传热问题中，采用最窄截面处的流速 u_{\max} 作为特征速度。

在归纳整理或使用对流传热系数的经验关联式时，应明确计算热物性参数的特征温度、特征尺寸和特征速度。需要指出的是，对于复杂的对流传热问题，特征温度、特征尺寸和特征速度往往不能全面反映对流传热问题的特性，因此，实际应用中的对流传热特征数关系式往往会采用不同的方法对特征数关联式进行修正。例如在考虑管内入口段的对流传热问题时，通常会对管长的影响进行修正；在考虑温度分布的影响时，通常要对壁面附近的流体粘度进行修正。

例题 5-1 在锅炉中，常采用管束式空气预热器回收烟气余热，烟气和空气通过管壁进行热交换。如果用尺寸为实物 1/8 的模型试验结果来预测实际空气预热器中空气与管壁的对流传热系数，空气预热器中空气的设计温度为 133℃，设计流速为 6.03m/s，而在模型中用 40℃ 的空气进行试验，问模型中的空气流速应为多少？若测得模型中空气与表面的对流传热系数 $h_m = 412 \text{W}(\text{m}^2 \text{gK})$ ，问在空气预热器中空气与表面的对流传热系数 h_p 是多少？

分析 为使由模型得到的数据能应用于空气预热器（实物），模型和实物的对流传热必须相似，因此同名特征数一定相等，这就求解本题的基础。

解：用下标 m 和 p 分别表示模型的参数和实物的参数。

(1) 模型中的空气流速

根据相似原理

$$\text{Re}_m = \text{Re}_p$$

即
$$\frac{u_m L_m}{n_m} = \frac{u_p L_p}{n_p}$$

查附录得：40℃ 时空气的运动粘度 $n_m = 16.96 \times 10^{-6} \text{m}^2/\text{s}$ ，133℃ 时得空气的运动粘度 $n_p = 26.98 \times 10^{-6} \text{m}^2/\text{s}$ 。因此，模型中空气的流速为

$$u_m = u_p \frac{L_p}{L_m} \frac{n_m}{n_p} = 6.03 \text{m/s} \times 8 \times \frac{16.96 \times 10^{-6} \text{m}^2/\text{s}}{26.98 \times 10^{-6} \text{m}^2/\text{s}} = 30.32 \text{m/s}$$

(2) 空气预热器中的对流传热系数 h_p

根据相似原理，同名特征数相等， $Nu_p = Nu_m$ ，即 $\frac{h_p L_p}{I_p} = \frac{h_m L_m}{I_m}$ 。查附录得：40℃

时空气的热导率 $I_m = 0.0276 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K})$ ，133℃空气的热导率 $I_p = 0.0344 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K})$ 。因此在此在空气预热器中烟气与管壁的

$$h_p = h_m \frac{L_m}{L_p} \frac{I_p}{I_m} = 412 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}) \times \frac{1}{8} \times \frac{0.0344 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K})}{0.0276 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K})} = 64.19 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$$

例题 5-2 根据空气与圆柱表面的对流传热实验数据整理出来的无因次特征数如表 5-1(a)所示，试按表中数据求出特征关联式 $Nu = c Re^n$ 中的系数 c 和指数 n 。

表 5-1(a) 根据实验数据整理出来的无因次特征数

序号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$Re \times 10^{-3}$	5.00	6.87	8.04	9.55	11.60	14.00	15.10	20.20	22.40	25.00
Nu	37.8	45.1	50.6	56.4	62.5	70.0	74.5	86.1	90.9	100.0

分析 本题是要根据试验得出的对流传热特征数数据，按照给定形式 $Nu = c Re^n$ ，求出特征数关系式中的系数 c 和指数 n 。

解：首先将特征数关系式写成

$$\lg Nu = \lg c + n \lg Re$$

然后将表 5-1 (a) 中的数据换算成对数形式。

表 5-1 (b) 无因次特征数的对数

序号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\lg Re$	2.699	2.837	2.905	2.980	3.064	3.146	3.179	3.305	3.350	3.398
$\lg Nu$	1.577	1.654	1.704	1.751	1.796	1.845	1.872	1.935	1.959	2.000

采用最小二乘法计算出 $\lg Nu = \lg c + n \lg Re$ 中的系数 $c = 10^{-0.0302} = 0.933$ ，指数 $n = 0.596$ 。

在很多的数据处理软件中，都嵌入了图形工具和最小二乘法计算工具，使用非常方便。细节见[9,10]。

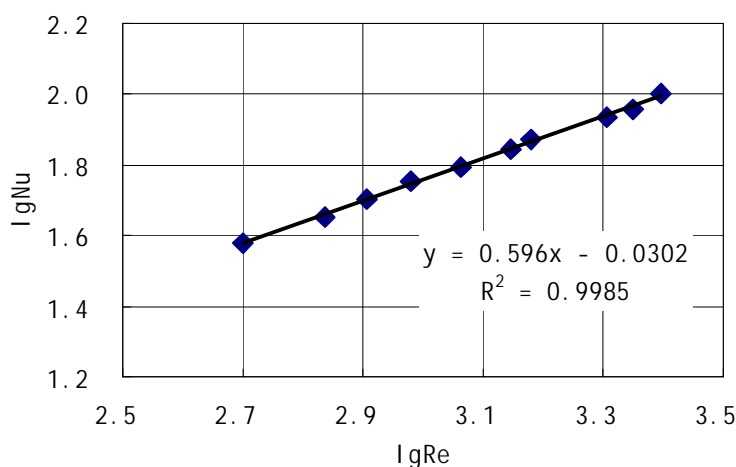


图 5-8 特征数的双对数坐标图

思考题

5-1 为什么电厂发电机用氢气冷却比空气冷却效果好？为什么用水冷却比氢气冷却效果更好？

5-2 什么是流动边界层？什么是热边界层？为什么它们的厚度之比与普朗特数有关？

5-3 热边界层中的温度变化率 $\frac{\partial t}{\partial y}$ 的绝对值何处最大？对于一定表面传热温差的同一流

体，为何能用 $(\frac{\partial t}{\partial y})_{y=0}$ 绝对值的大小来判断对流传热系数 h 的大小？

5-4 从对对流传热过程的了解，解释物性值对对流传热系数 h 的影响。

5-5 试论述固体导热微分方程与边界层能量微分方程的关系。

5-6 相似原理的内容是什么？对实验研究有什么指导意义？

5-7 水平圆管外空气自然对流传热时， Nu 数与 Gr 数和 Pr 数有关，试分析说明在实验中应测量哪些物理量才能得出经验关联式？

5-8 Nu 数与 Bi 数都可写成 $\frac{hL}{l}$ ，试问它们有何区别？

5-9 研究管内强迫对流传热时，其特征尺寸为什么用其内径而不是管长？

5-10 粘性大的流体一般 Pr 数也较大。根据特征数关联式 $Nu = c Re^n Pr^m$ ($m > 0, n > 0$)

分析， Pr 数越大， Nu 数越大， h 也越大，即粘性越大的流体对流传热系数越高，这个结论正确吗？

习 题

5-1 现用模型来研究某变压器油冷却系统的传热性能。假设基本的传热机理时圆管内强迫对流传热，变压器原耗100kW的热流量。变压器油的 $\lambda = 131.5 \times 10^{-3} \text{ W/(m} \cdot \text{K)}$ ， $\text{Pr} = 80$ ，模型的直径为0.5cm，线性尺寸为变压器的 $\frac{1}{20}$ ，表面积为变压器的 $\frac{1}{400}$ 。模型和变压器中的平均温差，模型用乙二醇作流体，雷诺数 $\text{Re} = 2200$ 。乙二醇的 $\lambda = 256 \times 10^{-3} \text{ W/(m} \cdot \text{K)}$ ， $\text{Pr} = 80$ ， $\nu = 0.868 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$ 。试确定模型中的能耗率（散热热流量）和流速。

5-2 为了确定直径 $d = 400\text{mm}$ 的钢柱放入大型加热时温度分布，拟采用几何相似的合金钢柱在小型加热炉内进行模型实验。钢柱的热导率 $\lambda = 42 \text{ W/(m} \cdot \text{K)}$ ，热扩散率 $a = 1.18 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$ ，表面传热系数 $h = 116 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{K)}$ ，合金柱的热导率 $\lambda_m = 16 \text{ W/(m} \cdot \text{K)}$ ，热扩散率 $a_m = 0.53 \times 10^{-3} \text{ m}^2/\text{s}$ ，表面传热系数 $h_m = 150 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{K)}$ 。若要测得钢柱在加热 $t = 2.5\text{h}$ 时的温度分布，应何时测量模型中温度分布。

5-3 20℃的空气横掠直径为12mm的圆管。不同空气流速 u 时的对流传热系数 h 见下表。试用最小二乘法把表中数据整理成下列形成的特征数关联式：

$$Nu = c \text{Re}_f^m$$

序 号	1	2	3	4	5	6	7	8
$u/(\text{m/s})$	6.8	8.45	10.1	11.9	14.2	19.1	24.8	25.8
$h/[\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})]$	83.85	94.7	106.75	119.3	131.4	158.16	180.2	188.4

5-4 将一无限大平壁在恒温流体中对流加热。试将描述该问题的导热微分方程及相应的边界条件无因次化后验证：此种情况下无限大平壁非稳态导热的特征数函数式为

$$\frac{q}{q_0} = f\left(Bi, Fo, \frac{x}{l}\right)。$$

5-5 流体等截面圆管道内以充分发展的速度分布流动，如其速度分布和温度分布分别为

$$u = 2u_m\left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right) \text{ 和 } t = t_w + \frac{r^2 u_m^2}{l} \left(1 - \frac{r^4}{R^4}\right)，求其努塞尔数 Nu。式中 u_m 为管内平均$$

流速。

5-6 试证明恒壁温条件下充分发展段的对流传热，流体在任一截面上的温度表达式为

$$\frac{t_{fx} - t_w}{t'_f - t_w} = \exp\left(-\frac{Ph}{q_m c_p} x\right)，式中：t'_f 为流体入口温度；P 为湿周；q_m 为流体质量流量，t_{fx}$$

为 x 处流体的截面平均温度。

5-7 已知流体纵掠平板时层流强迫对流传热的局部表面对流传热系数的特征数关联式为 $\text{Nu}_x = 0.332 \text{Re}_x^{0.5} \text{Pr}^{1/3}$ ，求证其平均表面对流传热系数的特征数关联式为 $\text{Nu} = 0.664 \text{Re}_l^{0.5} \text{Pr}^{1/3}$ 。