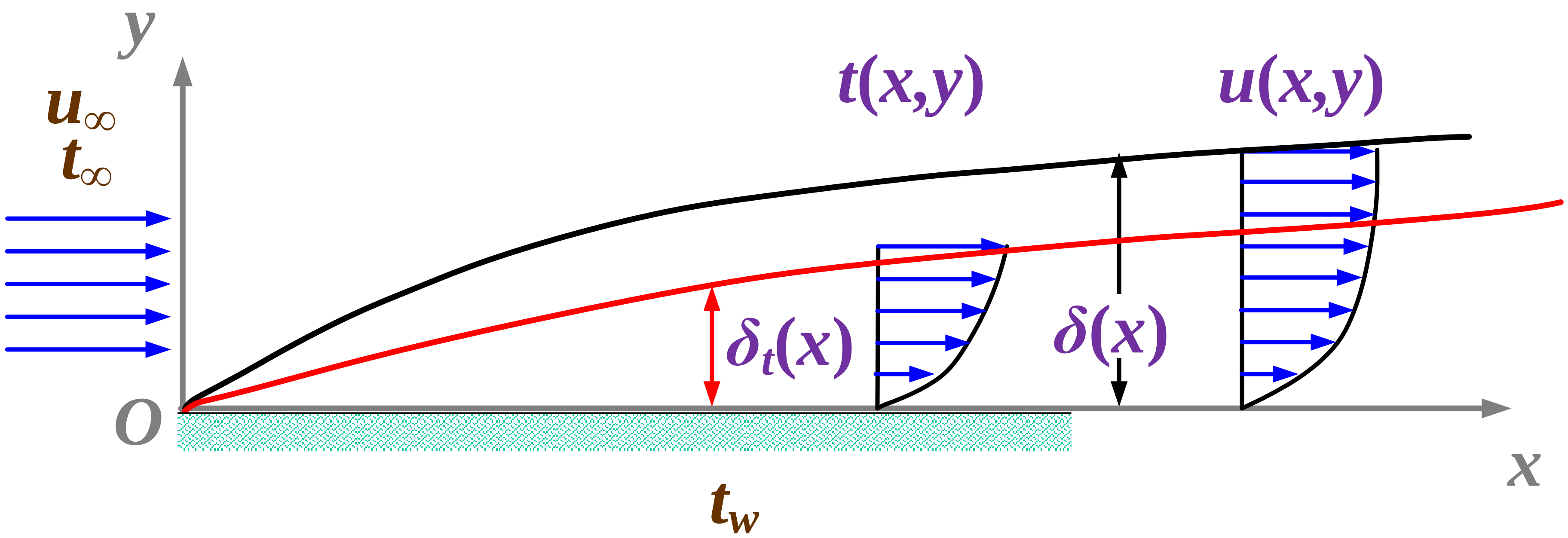
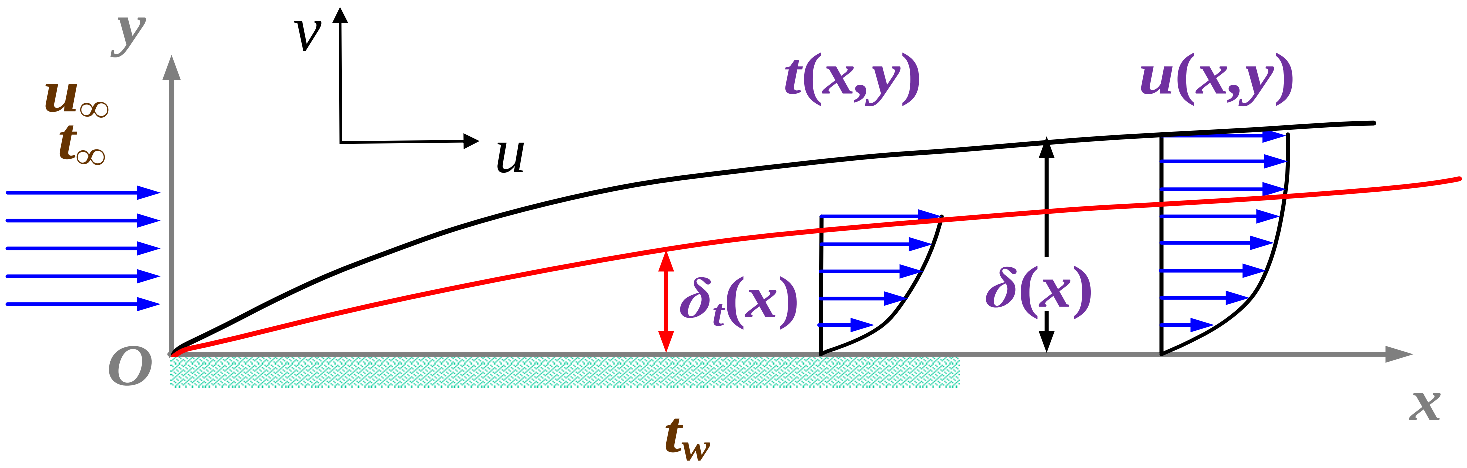
5.4 流体外掠平板传热层流分析解及比拟理论

- 粘性不可压缩流体
- 稳态层流流动
- 恒温壁面
- 来流方向平行于壁面



1、边界层对流传热微分方程组：



$$\begin{cases} \dfrac{\partial u}{\partial x}+\dfrac{\partial v}{\partial y}=0 \\[2ex] u\dfrac{\partial u}{\partial x}+v\dfrac{\partial u}{\partial y}=\nu\dfrac{\partial^2 u}{\partial y^2} \\[2ex] u\dfrac{\partial t}{\partial x}+v\dfrac{\partial t}{\partial y}=a\dfrac{\partial^2 t}{\partial y^2} \end{cases}$$

边界条件：

$$\begin{cases} x=0, 0<y<\infty, u=u_\infty \\ y=0, 0<x<l, u=0, v=0, t=t_w \\ y=\delta, u=u_\infty, v=0, \dfrac{\partial u}{\partial y}=0 \\ y=\delta_t, t=t_\infty, \dfrac{\partial t}{\partial y}=0 \end{cases}$$

2、边界层积分方程组求解

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u}{\partial x}+\dfrac{\partial v}{\partial y}=0 & (1) \\ u\dfrac{\partial u}{\partial x}+v\dfrac{\partial u}{\partial y}=\nu\dfrac{\partial^2 u}{\partial y^2} & (2) \\ u\dfrac{\partial t}{\partial x}+v\dfrac{\partial t}{\partial y}=a\dfrac{\partial^2 t}{\partial y^2} & (3) \end{cases}$$

边界条件：

$$\begin{cases} x=0,0<y<\infty,u=u_\infty \\ y=0,0<x<l,u=0,v=0,t=t_w \\ y=\delta,u=u_\infty,v=0,\dfrac{\partial u}{\partial y}=0 \\ y=\delta_t,t=t_\infty,\dfrac{\partial t}{\partial y}=0 \end{cases}$$

在常物性情况下，动量积分方程可以独立求解，即

先求出δ，然后求解能量积分方程，获得δ_t 和 h

假设速度u为三次多项式，即 $u=a+by+cy^2+dy^3$

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u}{\partial x}+\dfrac{\partial v}{\partial y}=0 & (1) \\ u\dfrac{\partial u}{\partial x}+v\dfrac{\partial u}{\partial y}=\nu\dfrac{\partial^2 u}{\partial y^2} & (2) \\ u\dfrac{\partial t}{\partial x}+v\dfrac{\partial t}{\partial y}=a\dfrac{\partial^2 t}{\partial y^2} & (3) \end{cases}$$

假设速度u为三次多项式，即

$$u=a+by+cy^2+dy^3$$

由边界条件可以得出：

$$a=0,\ b=\frac{3}{2}\frac{u_\infty}{\delta},\ c=0,\ d=-\frac{u_\infty}{2\delta^3}$$

边界条件：

$$\begin{cases} x=0,0<y<\infty,u=u_\infty \\ y=0,0<x<l,u=0,v=0,t=t_w \\ y=\delta,u=u_\infty,v=0,\dfrac{\partial u}{\partial y}=0 \\ y=\delta_t,t=t_\infty,\dfrac{\partial t}{\partial y}=0 \end{cases}$$

$$\boxed{\frac{u}{u_\infty}=\frac{3}{2}\frac{y}{\delta}-\frac{1}{2}\left(\frac{y}{\delta}\right)^3}$$

$$\boxed{\delta=4.64\sqrt{\frac{\nu x}{u_\infty}}}$$

$$
\begin{cases}
\dfrac{\partial u}{\partial x}+\dfrac{\partial v}{\partial y}=0 & (1)\\[2ex]
u\dfrac{\partial u}{\partial x}+v\dfrac{\partial u}{\partial y}=\nu\dfrac{\partial^2 u}{\partial y^2} & (2)\\[2ex]
u\dfrac{\partial t}{\partial x}+v\dfrac{\partial t}{\partial y}=a\dfrac{\partial^2 t}{\partial y^2} & (3)
\end{cases}
$$

$$\boxed{\frac{u}{u_\infty}=\frac{3}{2}\frac{y}{\delta}-\frac{1}{2}\left(\frac{y}{\delta}\right)^3}$$

$$\boxed{\delta=4.64\sqrt{\frac{\nu x}{u_\infty}}}$$

假设 $t=a+by+cy^2+dy^3$

边界条件：

$$
\begin{cases}
x=0,0<y<\infty,u=u_\infty\\
y=0,0<x<l,u=0,v=0,t=t_w\\
y=\delta,u=u_\infty,v=0,\dfrac{\partial u}{\partial y}=0\\
y=\delta_t,t=t_\infty,\dfrac{\partial t}{\partial y}=0
\end{cases}
$$

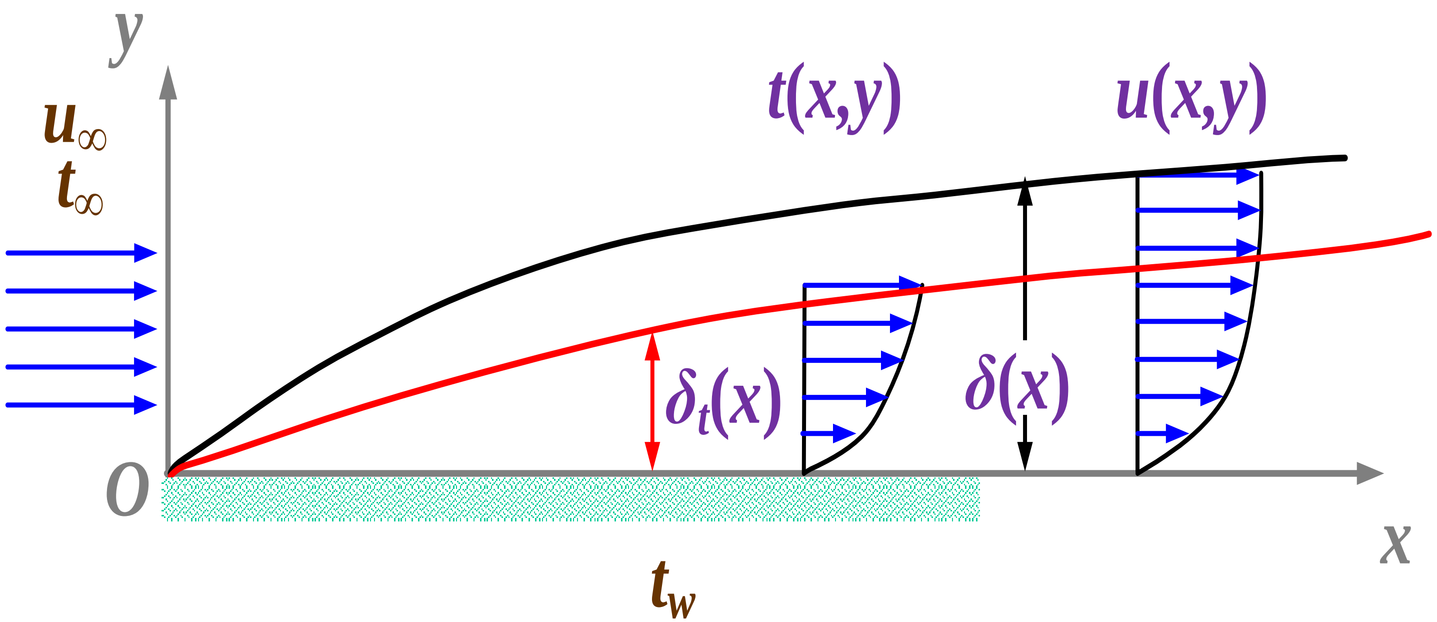
$$\frac{\theta}{\theta_\infty}=\frac{t-t_w}{t_\infty-t_w}=\frac{3}{2}\frac{y}{\delta_t}-\frac{1}{2}\left(\frac{y}{\delta_t}\right)^3$$

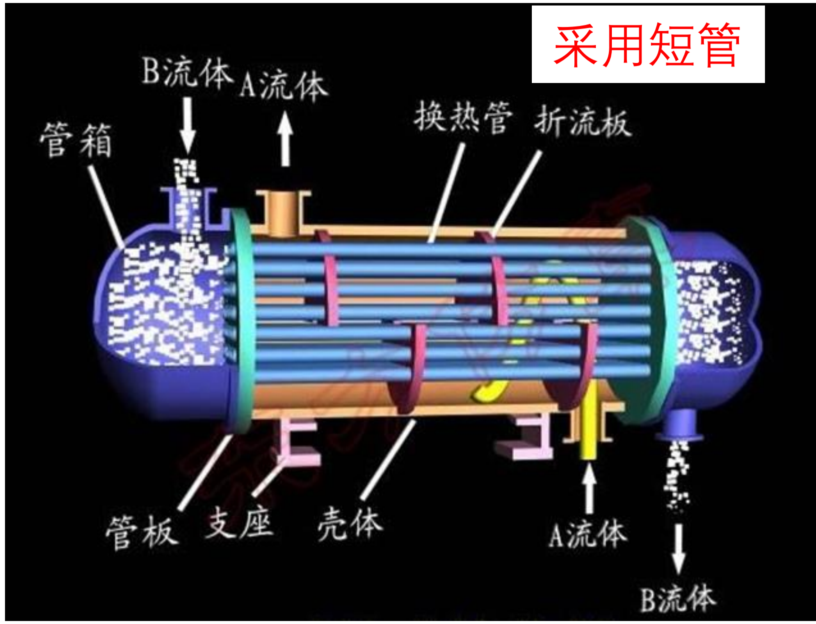
$$\delta_t=\frac{1}{1.026}\Pr^{-\frac{1}{3}}\delta$$

$$\Pr=\frac{\nu}{a}$$

$$\frac{\theta}{\theta_\infty}=\frac{t-t_w}{t_\infty-t_w}=\frac{3}{2}\frac{y}{\delta_t}-\frac{1}{2}\left(\frac{y}{\delta_t}\right)^3$$

局部对流换热系数： $$h_x=-\frac{\lambda}{t_w-t_\infty}\frac{\partial t}{\partial y}\bigg|_{y=0}=\frac{3}{2}\frac{\lambda}{\delta_t}$$





热边界层厚度： $\delta_t = \frac{1}{1.026} \Pr^{-\frac{1}{3}} \delta$ $\delta = 4.64\sqrt{\frac{\nu x}{u_\infty}}$

局部对流换热系数： $h_x = -\frac{\lambda}{t_w - t_\infty} \frac{\partial t}{\partial y}\bigg|_{y=0} = \frac{3}{2}\frac{\lambda}{\delta_t}$

$$= 0.332 \frac{\lambda}{x} \mathrm{Re}_x^{\frac{1}{2}} \Pr^{\frac{1}{3}}$$

$$\frac{h_x x}{\lambda} = 0.332 \mathrm{Re}_x^{\frac{1}{2}} \Pr^{\frac{1}{3}} = Nu_x = \frac{x/\lambda}{1/h} = \frac{\text{流体层导热热阻}}{\text{对流传热热阻}}$$

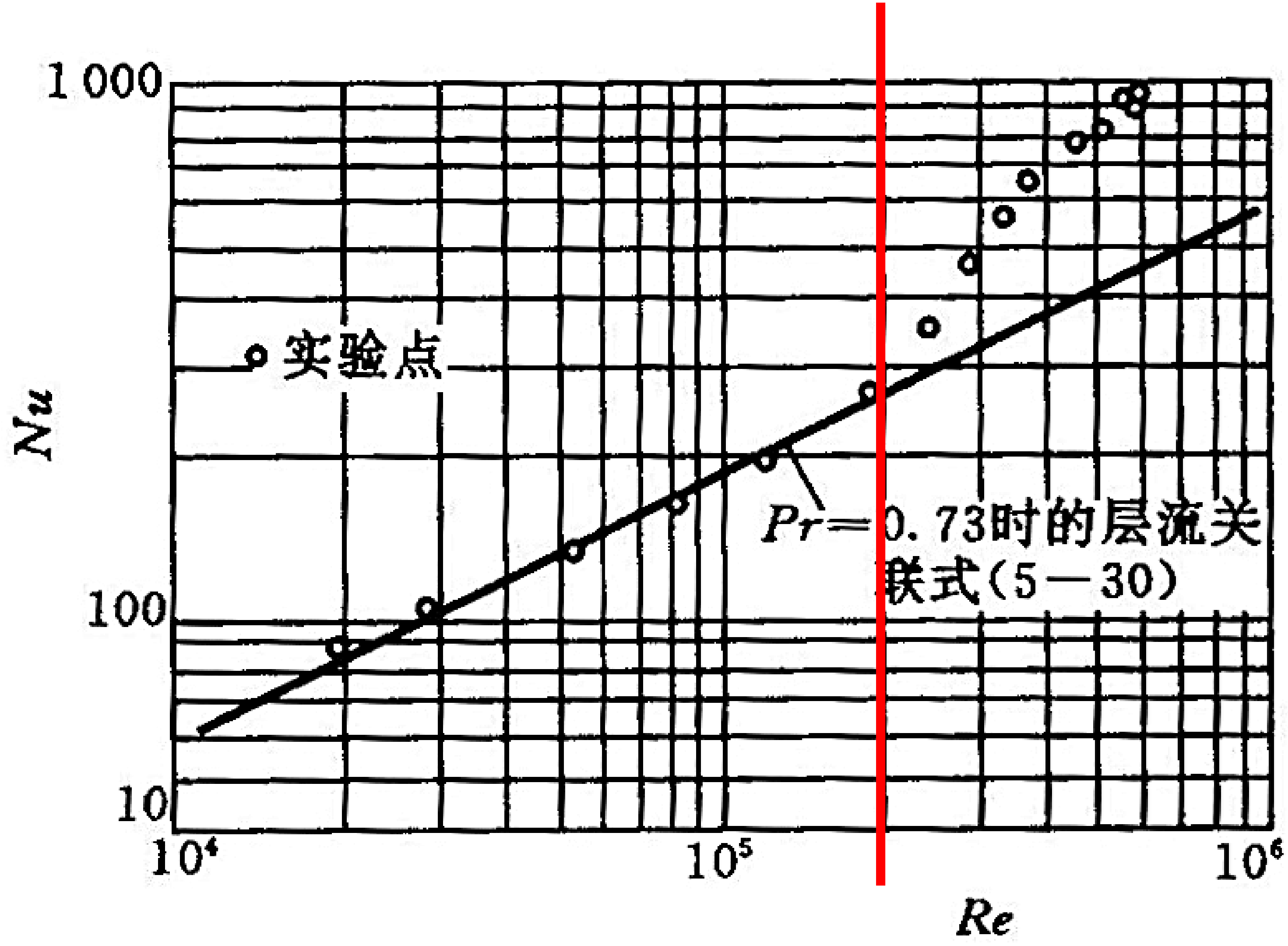
努赛尔数

思考题

Nu数与Bi数都可以写成 $\frac{hl}{\lambda}$ ，试问他们有何区别？

$$Nu = \frac{hl}{\lambda}$$ ，λ是流体的，Nu是待定准则（h未知）

$$Bi = \frac{hl}{\lambda}$$ ，λ是固体的，Bi是已定准则（h已知）



外掠平板强制对流换热的实验结果与理论解的比较

$$Nu_x = 0.332\,\mathrm{Re}_x^{\frac{1}{2}}\,\mathrm{Pr}^{\frac{1}{3}}$$

$$\mathrm{Re} = 5\times10^5$$

- 最简单的受迫对流传热
- 粘性流体对流传热

	最简单的受迫对流传热	粘性流体对流传热
➢ 能量方程	$\rho c_p u_\infty \frac{\partial t}{\partial x} = \lambda \frac{\partial^2 t}{\partial y^2}$	$u\frac{\partial t}{\partial x} + v\frac{\partial t}{\partial y} = a\frac{\partial^2 t}{\partial y^2}$
➢ 过余温度	$\theta = \frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_0^\eta \exp\left(-\eta^2\right)d\eta$	$\theta = \frac{3}{2}\frac{y}{\delta_t} - \frac{1}{2}\left(\frac{y}{\delta_t}\right)^3$
➢ 热边界层	$\delta_t(x) = y_B = 3.64\sqrt{ax/u_\infty}$	$\frac{\delta_t}{\delta} = \frac{1}{1.026}\mathrm{Pr}^{-\frac{1}{3}}, \mathrm{Pr} = \frac{\nu}{a}$
➢ 局部换热系数	$h_x = \frac{1}{\sqrt{\pi}}\sqrt{\frac{\lambda\rho c_p u_\infty}{x}}$	$h_x = 0.332\frac{\lambda}{x}\mathrm{Re}_x^{\frac{1}{2}}\mathrm{Pr}^{\frac{1}{3}}$
➢ Nu	$Nu_x = \frac{1}{\sqrt{\pi}}Pe_x^{1/2} \quad Pe_x = \frac{u_\infty x}{a}$	$Nu_x = 0.332\mathrm{Re}_x^{\frac{1}{2}}\mathrm{Pr}^{\frac{1}{3}}$

$$\mathrm{Pr} > 0.6$$

3. 普朗特数的物理意义

$$\frac{\delta_t}{\delta}=\frac{1}{1.026}\Pr^{-\frac{1}{3}},\Pr=\frac{\nu}{a}$$

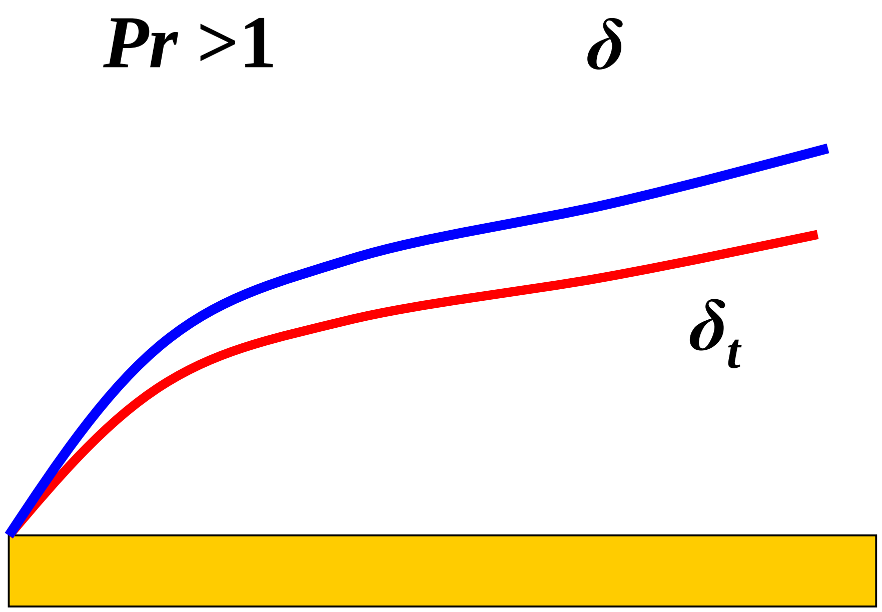
- δ_t **和** δ **比值与 Pr 有关**

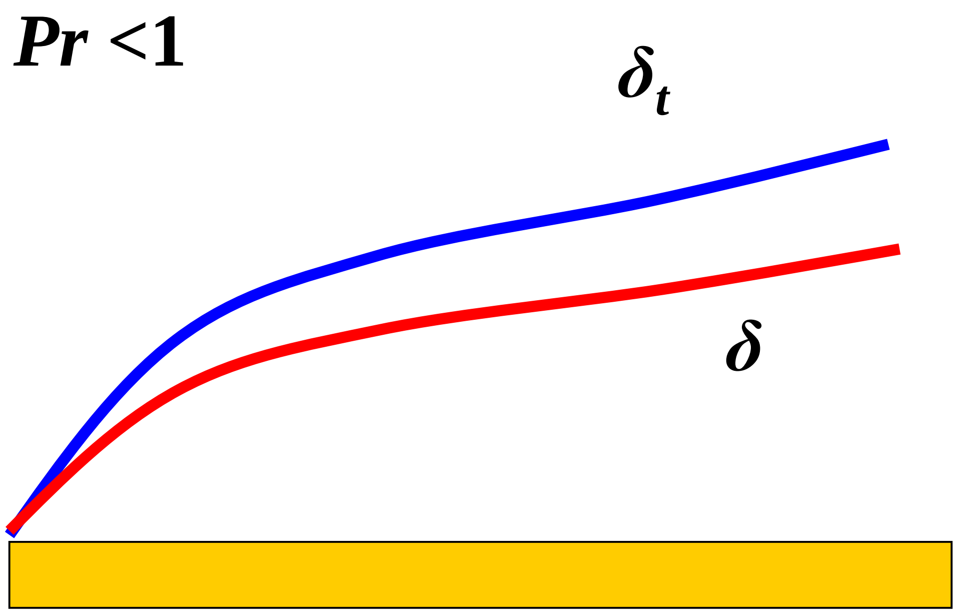
$$\Pr=\frac{\nu}{a}=\frac{\eta}{\rho}/\frac{\lambda}{\rho c_p}=\frac{\eta c_p}{\lambda}=\frac{\text{动量扩散能力}}{\text{热量扩散能力}}$$

- 当$\Pr=1$，$\nu=a$，粘性扩散=热量扩散，$\delta=\delta_t$
- 当$\Pr>1$，$\nu>a$，粘性扩散>热量扩散，$\delta>\delta_t$
- 当$\Pr<1$，$\nu<a$，粘性扩散<热量扩散，$\delta<\delta_t$

Pr 数反映了流动与温度边界层厚度的相对大小

$$\mathrm{Pr}=\frac{\nu}{a} \qquad \frac{\delta_t}{\delta}=\frac{1}{1.026}\mathrm{Pr}^{-\frac{1}{3}}$$





根据普朗特数的大小，流体一般可分为三类：

- 高普朗特数流体，如一些油类的流体，在10^2~10^3的量级；
- 中等普朗特数流体，0.7~10之间，如气体为0.7~1.0，水为0.9~10；
- 低普朗特数流体，如液态金属等，在0.01的量级。

油

水

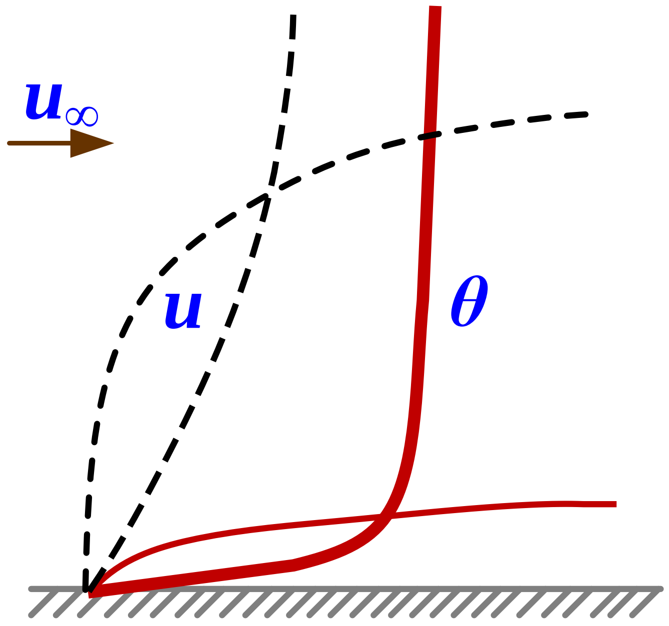
液态金属

思考题

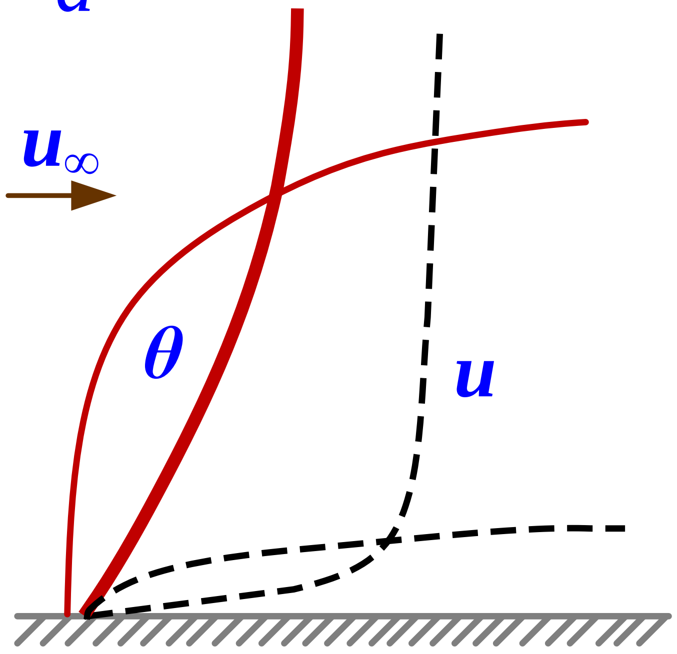
粘性油的Pr数很大，而液态金属Pr数很小，指出下面哪一幅图是粘性油的？哪一幅图是液态金属的？

其中 $\boldsymbol{\theta = t - t_w}$

$$\frac{\delta_t}{\delta} = \frac{1}{1.026}\Pr^{-\frac{1}{3}}, \Pr = \frac{\nu}{a}$$



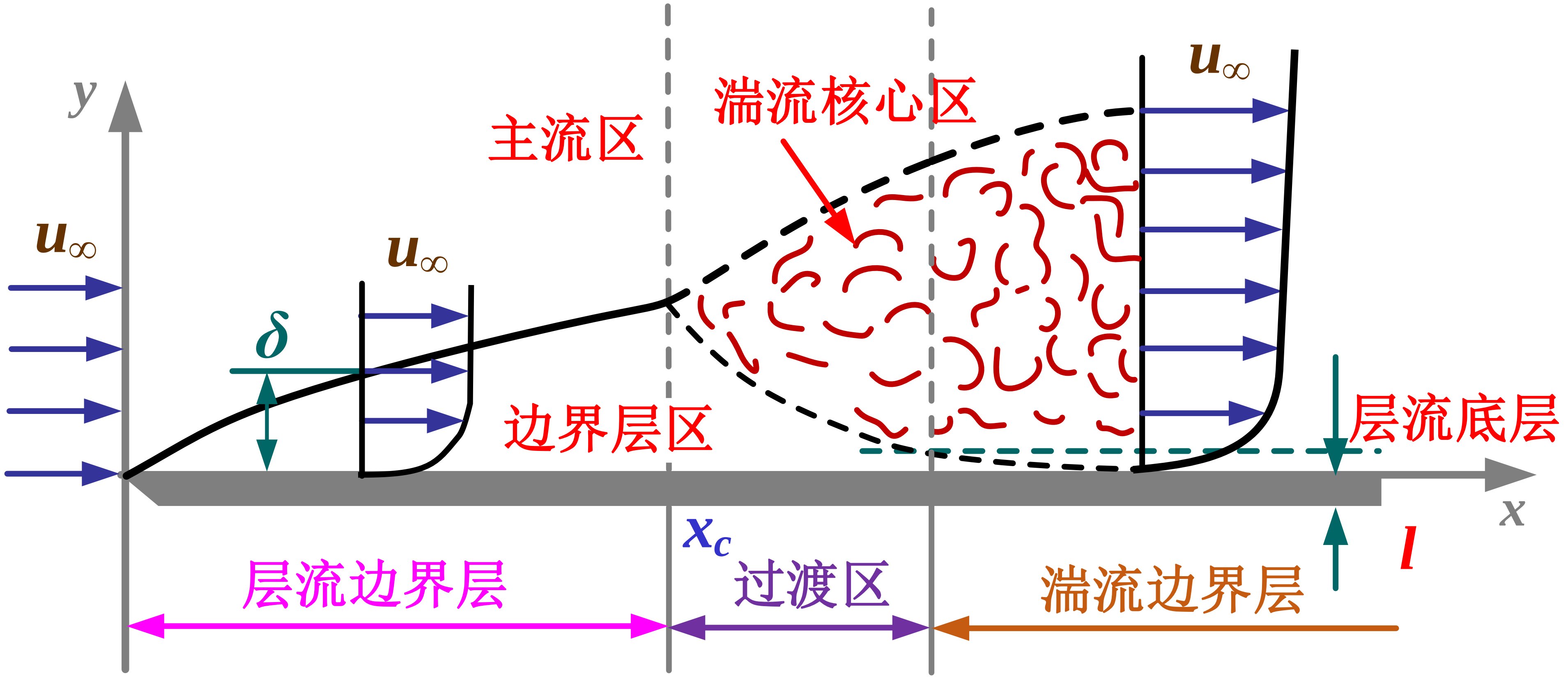
(a)



(b)

4. 湍流受迫对流传热

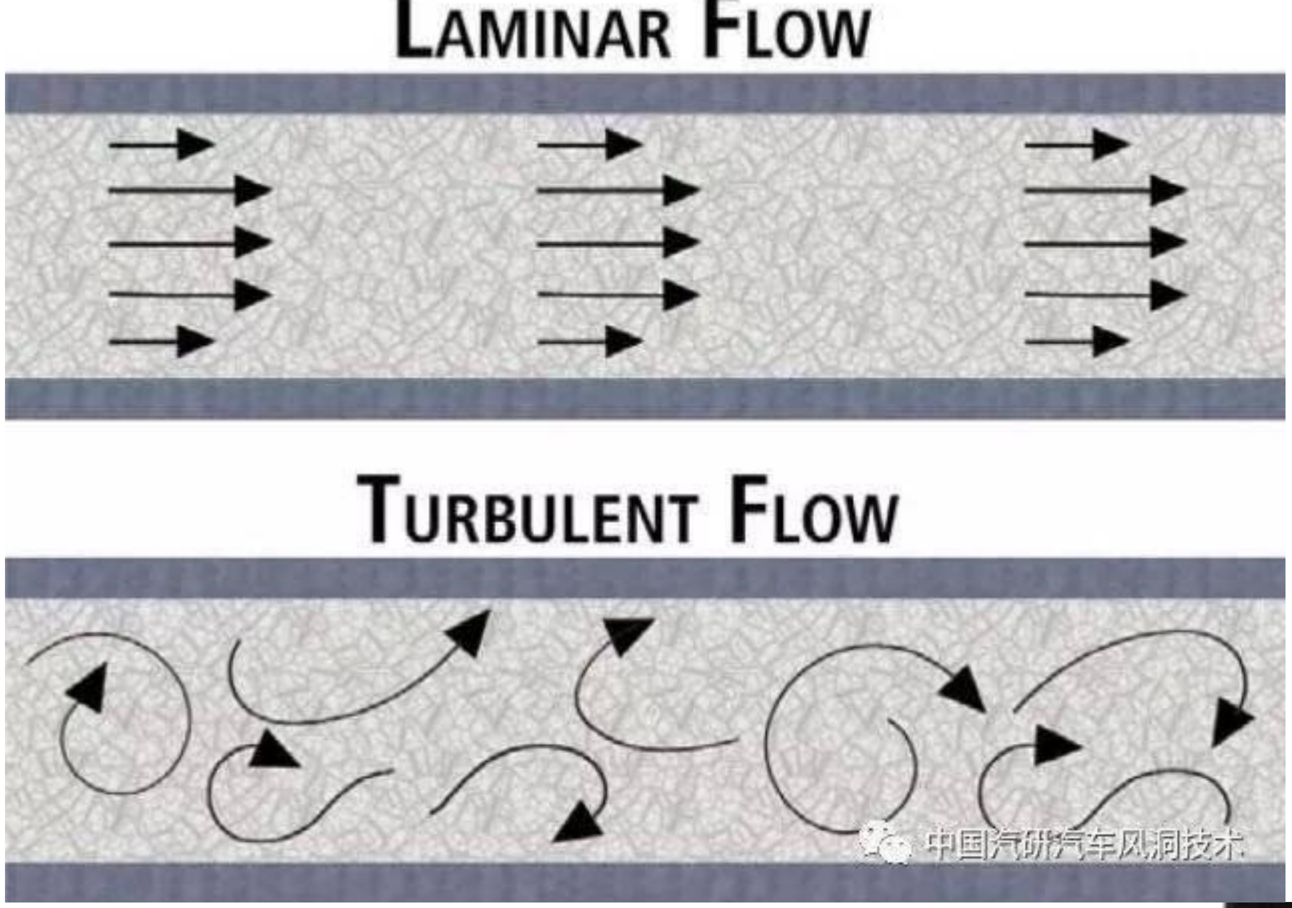
• 边界层内流动状态：层流，湍流

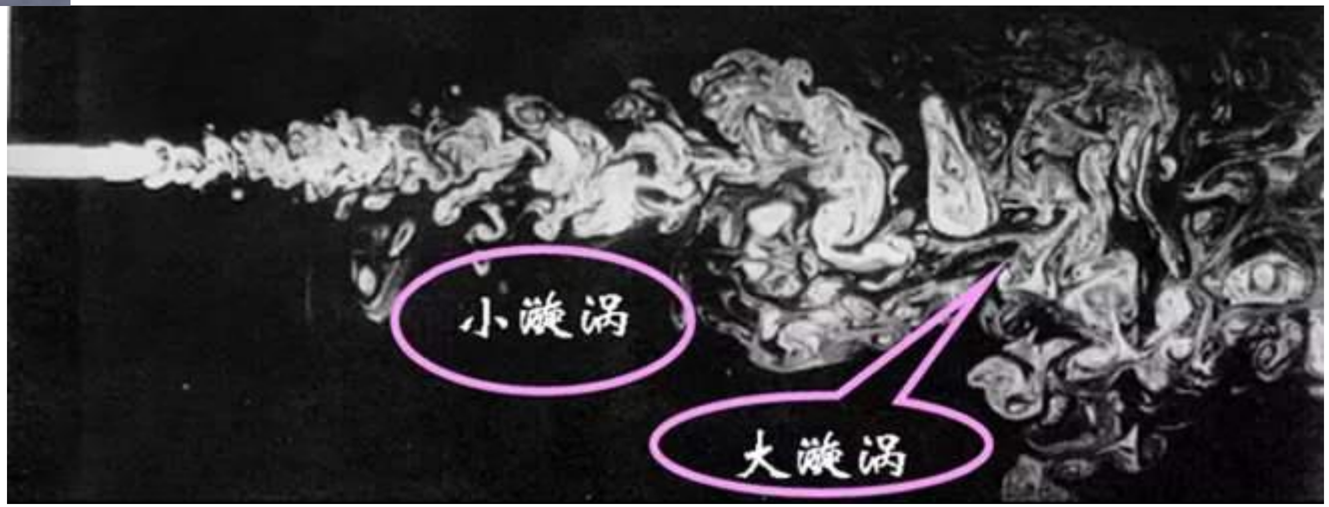


判别条件 ——雷诺数 Re_c

（1）横掠平板： $Re_c = 5\times10^5$

（2）管内流动： $Re_c = 2200$

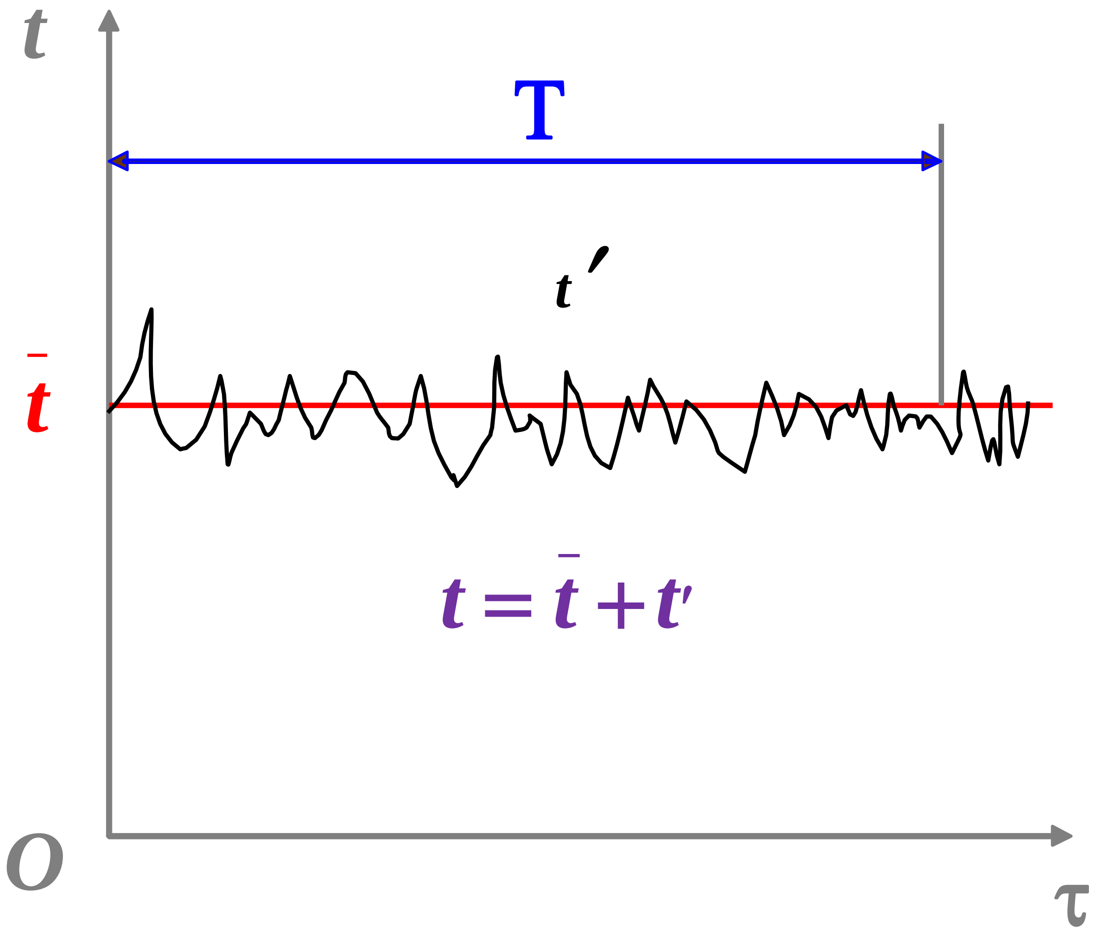

LAMINAR FLOW
TURBULENT FLOW
中国汽研汽车风洞技术


小漩涡
大漩涡

湍流对流传热的特点

- 由剪切产生
- 属于非稳态流动
- 壁面附近有很强的脉动
- 湍流脉动影响动量输运
- 湍流脉动影响热传递

$$\left\{\begin{array}{l}\text{时均量} \qquad \bar{t}=\dfrac{1}{T}\displaystyle\int_0^T t\,d\tau \\ \\ \text{脉动量}\end{array}\right.$$



湍流边界层对流传热的时平均模型

动量传输和能量传输：分子传输和流体微团脉动联合作用的结果

湍流动量扩散率，m²/s

$$\tau = \tau_l + \tau_t = \rho \nu \frac{du}{dy} + \rho \varepsilon_m \frac{du}{dy} = \rho\left(\nu + \varepsilon_m\right)\frac{du}{dy}$$

$$q = q_l + q_t = -\rho c_p a \frac{dt}{dy} - \rho c_p \varepsilon_t \frac{dt}{dy} = -\rho c_p \left(a + \varepsilon_t\right)\frac{dt}{dy}$$

湍流热扩散率，m²/s

湍流边界层对流传热微分方程

动量方程

$$u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}=(\nu+\varepsilon_m)\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$

能量方程

$$u\frac{\partial t}{\partial x}+v\frac{\partial t}{\partial y}=(a+\varepsilon_t)\frac{\partial^2 t}{\partial y^2}$$

湍流对流传热的比拟理论

$$u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}=(\nu+\varepsilon_m)\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$

$$u\frac{\partial t}{\partial x}+v\frac{\partial t}{\partial y}=(a+\varepsilon_t)\frac{\partial^2 t}{\partial y^2}$$

若 $\Pr=\frac{\nu}{a}=1,\quad \Pr_t=\frac{\varepsilon_m}{\varepsilon_t}=1$

我们就有理由相信，

边界层内的无因次的时平均速度和时平均温度分布是相同的。

$$\left.\frac{\partial\left(\dfrac{t-t_w}{t_\infty-t_w}\right)}{\partial\left(\dfrac{y}{L}\right)}\right|_w=\left.\frac{\partial\left(\dfrac{u-u_w}{u_\infty-u_w}\right)}{\partial\left(\dfrac{y}{L}\right)}\right|_w$$

阻力系数

雷诺比拟

$$\frac{h_x x}{\lambda}=\frac{c_{fx}}{2}\frac{u_\infty x}{\nu}\longrightarrow Nu_x=\frac{c_{fx}}{2}\mathrm{Re}_x$$

湍流边界层对流传热计算

$$Nu_x = \frac{c_{fx}}{2} \mathrm{Re}_x$$

通过实验测得阻力系数

$$c_{fx} = 0.0592 \mathrm{Re}_x^{-1/5} \quad \mathrm{Re} \le 10^7$$

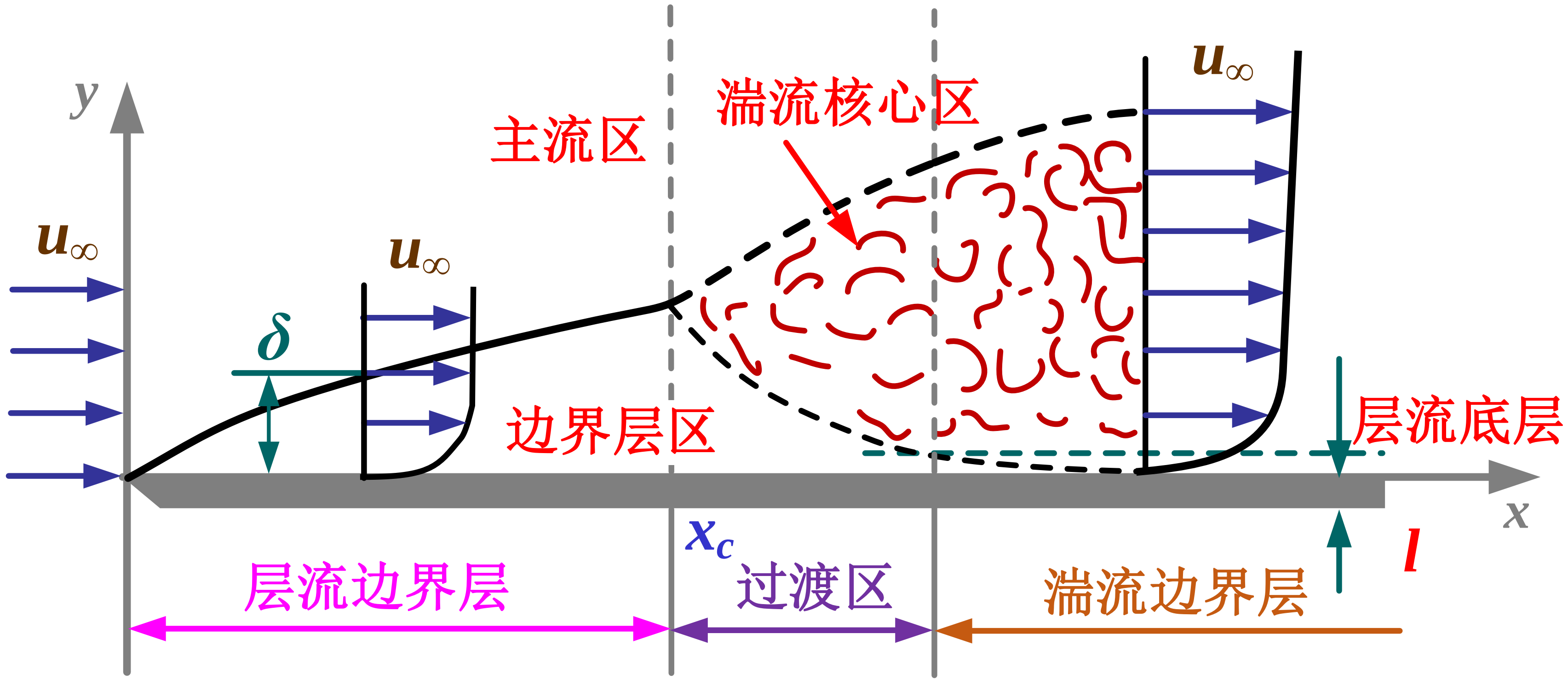
则比拟理论得到的努塞尔数的表达式为

$$Nu_x = 0.0296 \mathrm{Re}_x^{4/5}$$

当平板长度 l 大于临界长度x_c 时，平板上的边界层由层流段和湍流段组成。其Nu分别为：

$$x < x_c\text{时，层流，}Nu_x = 0.332\,\mathrm{Re}^{\frac{1}{2}}\,\mathrm{Pr}^{\frac{1}{3}}$$

$$x > x_c\text{时，湍流，}Nu_x = 0.0296\,\mathrm{Re}^{\frac{4}{5}}\,\mathrm{Pr}^{\frac{1}{3}}$$



5.1 对流和对流传热的基本概念

5.2 对流传热问题的数学描写

5.3 边界层型对流传热问题的数学描写

5.4 流体外掠平板传热层流分析解及比拟理论

5.5 相似原理简介

5.6 特征数实验关联式的确定和选用

5.5 相似原理简介

$$\boxed{h_x = 0.332\frac{\lambda}{x}\left(\frac{ul}{\nu}\right)_x^{\frac{1}{2}}\left(\frac{\nu}{a}\right)^{\frac{1}{3}}}$$

$$h = f(u,\ \lambda,\ c_p,\ \rho,\ \nu,\ l)$$

换热系数受到6个因素影响

假设每个变量各变化10次，其他5个参数保持不变

共需要进行 10^6次实验。

一、相似原理介绍

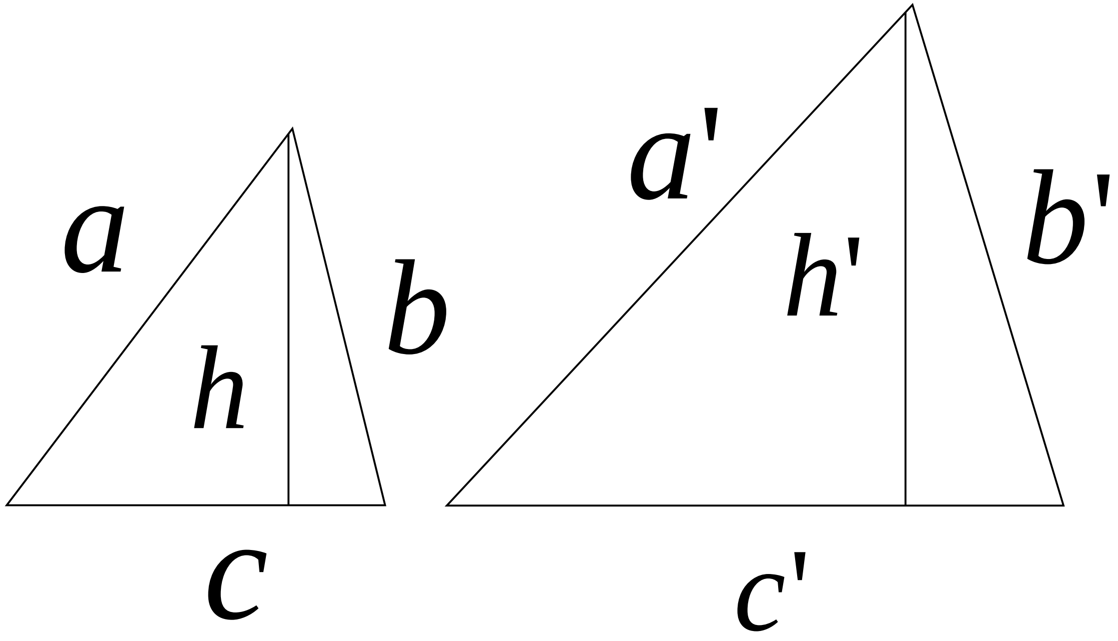
1. 相似的概念

1) 几何相似

图形各对应边成比例

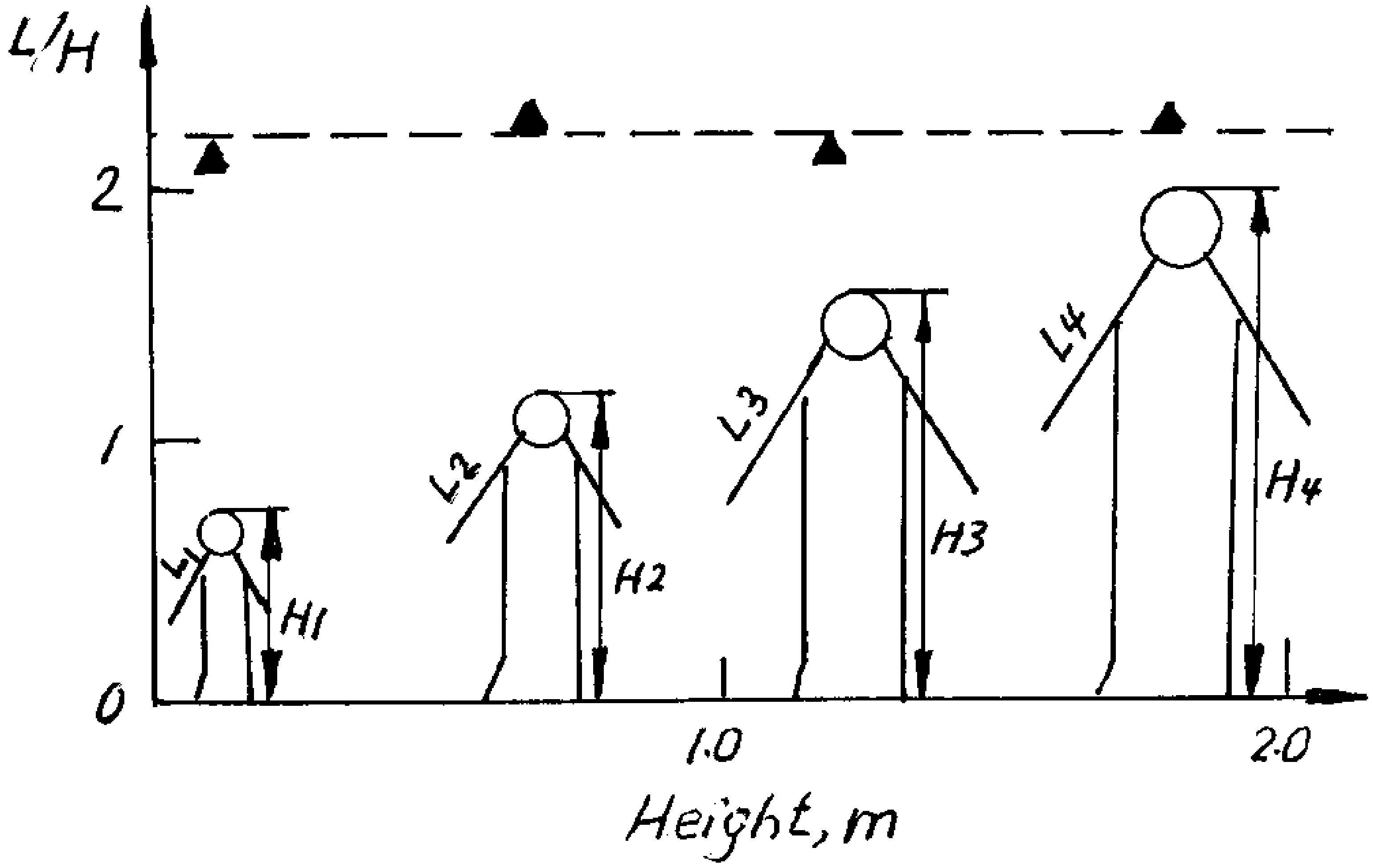
$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'} = \frac{h}{h'} = c_l$$

c_l—相似倍数



凡人皆等高

人身高/手长 = 2.5

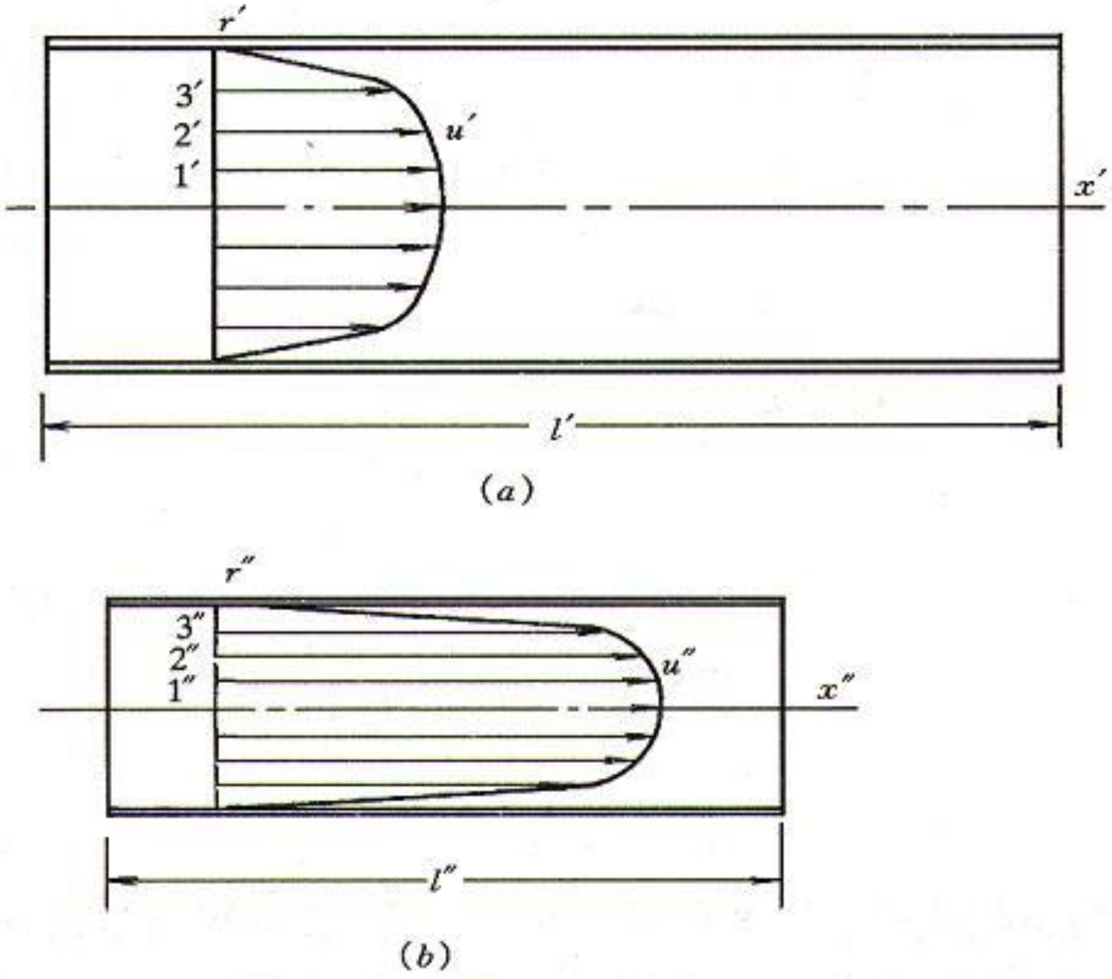


2） 物理量场相似

同名的物理量在所有对应时刻、对应地点的数值成比例。

例：流体在圆管内稳态流动时速度场相似，则

$$\frac{u_1'}{u_1''}=\frac{u_2'}{u_2''}=\frac{u_3'}{u_3''}=....=\frac{u_{max}'}{u_{max}''}=C_u$$



3) 物理现象相似

两个同类的物理现象，如果在相应的时刻与地点上与现象有关的物理量一一对应成比例相似。

- 同类现象是指用相同形式和内容的微分方程式（控制方程+单值性条件方程）所描写的现象。
- 不同类现象(如电场与温度场)

如：对于两个稳态的对流传热现象，如果彼此相似，则必有换热面的几何形状相似、温度场、速度场及物性场等相似。

2 相似原理

描述物理现象相似的特性、相似特征数间的关系及相似判别的准则。

1) 相似物理现象间的特性——同名相似特征数相等

2) 同一类现象中相似特征数的数量及其间的关系

相互约束关系：偏微分方程的解

两个同类物理现象相似的充要条件

①同名的已定特征数相等

②单值性条件相似

3 导出相似特征数的两种方法

1）相似分析法：

现象A：

$$h' = -\frac{\lambda'}{(t'_w - t'_\infty)} \frac{\partial t'}{\partial y'}\bigg|_{y'=0}$$

现象B：

$$h'' = -\frac{\lambda''}{(t''_w - t''_\infty)} \frac{\partial t''}{\partial y''}\bigg|_{y''=0}$$

假设对流传热现象A与对流传热现象B相似

$$\frac{h'}{h''} = C_h,\quad \frac{\lambda'}{\lambda''} = C_\lambda,\quad \frac{t'_w}{t''_w} = \frac{t'_\infty}{t''_\infty} = \frac{t'}{t''} = C_t \qquad \frac{y'}{y''} = \frac{l'}{l''} = C_l$$

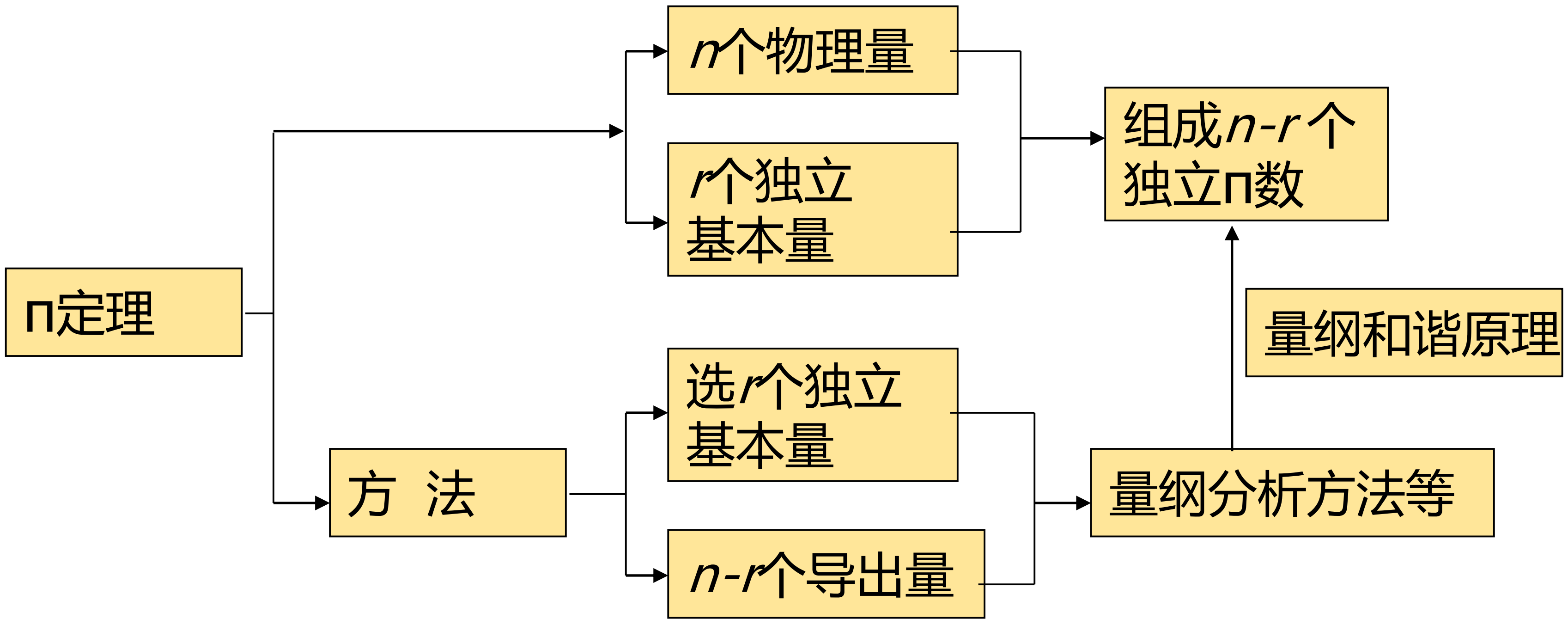
$$\frac{C_h \cdot C_l}{C_\lambda} h'' = -\frac{\lambda''}{(t''_w - t''_\infty)} \frac{\partial t''}{\partial y''}\bigg|_{y''=0}$$

$$\frac{C_h \cdot C_l}{C_\lambda} = 1$$

$$\frac{h' l'}{\lambda'} = \frac{h'' l''}{\lambda''}$$

$$Nu' = Nu''$$

2） 量纲分析法



$$h = f(u,\ d,\ \lambda,\ \eta,\ \rho,\ c_p)$$

Π定理：一个表示 *n* 个物理量间关系的量纲一致的方程式，一定可以转换成包含 *n-r* 个独立的无量纲物理量群之间的关系，*r* 为*n*个量纲涉及的基本量纲

二、对流传热常用特征数（稳态单相对流传热）

$$\mathrm{Re}=\frac{ul}{\nu}=\frac{\rho ul}{\eta}=\frac{\rho l^3u^2/l}{\eta\frac{u}{l}l^2}=\frac{\rho l^3u/\tau}{\eta\frac{u}{l}l^2}=\frac{\text{惯性力}}{\text{粘性力}}$$

$$Bi=\frac{hl}{\lambda_s}=\frac{l}{\lambda_s}/\frac{1}{h}=\frac{\text{内部导热热阻}}{\text{外部（表面）传热热阻}}$$

$$\mathrm{Nu}=\frac{hl}{\lambda}=\frac{l}{\lambda}/\frac{1}{h}=\frac{\text{流体导热热阻}}{\text{对流传热热阻}}$$

$$\mathrm{Pr}=\frac{\nu}{a}=\frac{\eta}{\rho}/\frac{\lambda}{\rho c_p}=\frac{\eta c_p}{\lambda}=\frac{\text{流体动量传递能力}}{\text{热量传递能力}}$$

三、对实验的指导意义

（1）便于采用模化实验

（2）指明了试验中应该测哪些量。

（3）指明了实验数据如何整理。

（4）可以减少实验次数。

（5）可以提高实验测试结果的通用性。

四、实验数据的整理方法

稳态单相强迫对流传热

$$Nu = f\left(\mathrm{Re}, \mathrm{Pr}\right) = C\,\mathrm{Re}^{n}\,\mathrm{Pr}^{m}$$

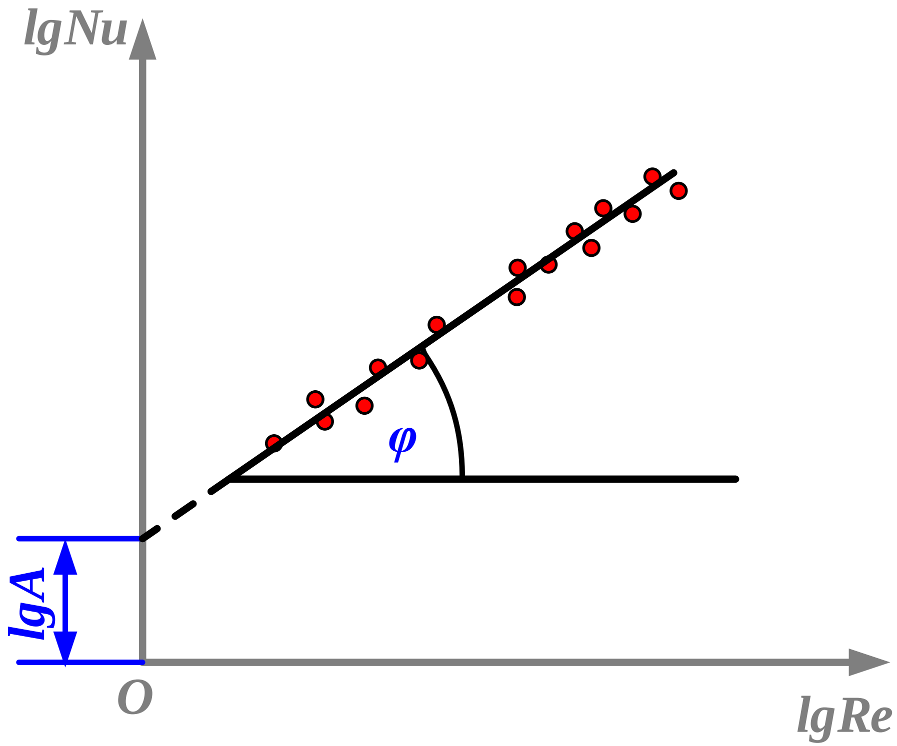
式中：系数C和指数n、m待定，通过实验数据的整理确定。

$$Nu = f(\mathrm{Re},\mathrm{Pr}) = C\,\mathrm{Re}^{n}\,\mathrm{Pr}^{m}$$

（1）先以同一种流体做实验，设法控制温度，使Pr数基本不变

①在不同的Re数下进行实验，对应每一Re数，就有一个Nu数

$$\lg Nu = \lg A + n\lg\mathrm{Re}$$



a)

②若Nu与Re确是指数关系，$Nu=CRe^{n}Pr^{m}=ARe^{n}\,(A=CPr^{m})$，两边取对数

则实验点将基本落在一条直线上，其截距便是lgA，而斜率便是n

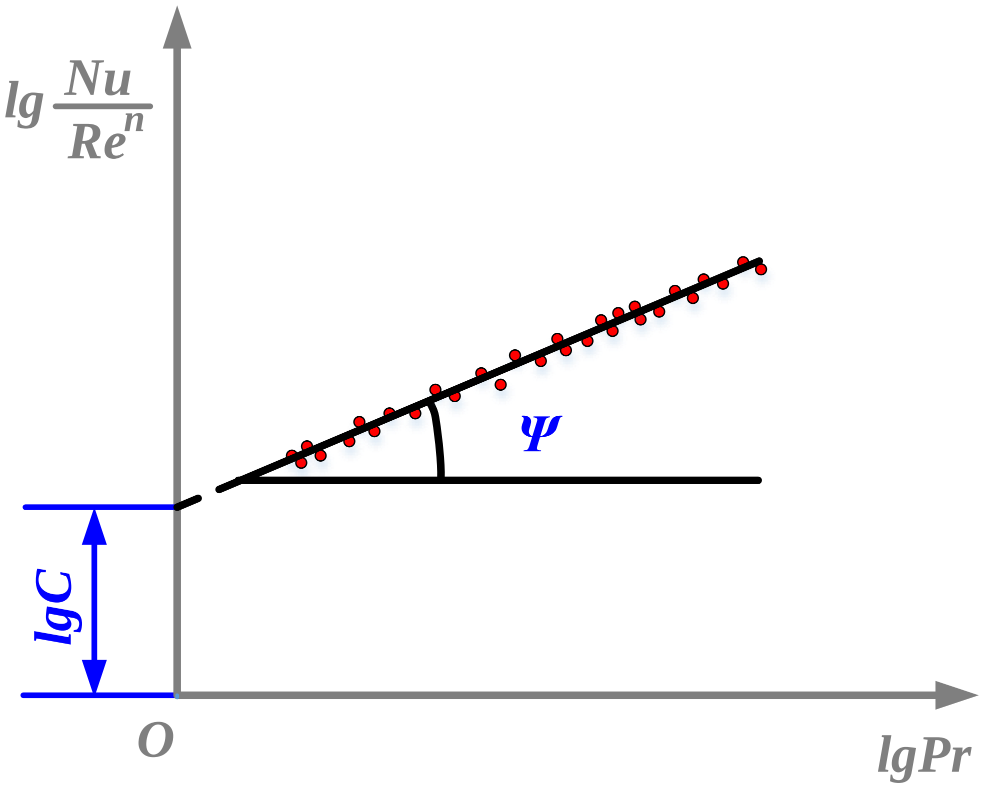
$$Nu = f(\mathrm{Re}, \mathrm{Pr}) = C\,\mathrm{Re}^{n}\,\mathrm{Pr}^{m}$$

（2）再以不同的流体，亦即在不同的Pr数下做实验

$$\lg\left(Nu\,\mathrm{Re}^{-n}\right) = \lg C + m \lg \mathrm{Pr}$$

①将实验得到的若干组Pr和$NuRe^{-n}$的数值，作为实验点标于$\lg NuRe^{-n}$～lgPr图上。

②因$NuRe^{-n}=CPr^{m}$，两边取对数



b)

用与上述（1）同样的方法即可求出系数C和Pr数的指数m

5.1 对流和对流传热的基本概念

5.2 对流传热问题的数学描写

5.3 边界层型对流传热问题的数学描写

5.4 流体外掠平板传热层流分析解及比拟理论

5.5 相似原理简介

5.6 特征数实验关联式的确定和选用

5.6 特征数实验关联式的确定和选用

三、如何使用特征数方程

前人已经做了大量实验，得出了各种形式的特征数实验关联式，我们的任务是学会怎样正确地应用特征数方程。

1、特征数方程只能用于同类现象。

例如， 强迫对流传热与自然对流传热就是不同类现象，因此，特征数方程不能混用。

2、要遵循几何相似的条件。

例如， 管内流动与管外流动的对流传热几何不相似，因此，特征数方程也各自不相同。

3、采用与实验时相同的特征温度t_c、特征尺寸l_c和特征流速v_c

4、不能超出已定准则等的实验范围。

这种参数范围主要有**Re数范围、Pr数范围、几何参数范围**等。如果超出实验范围，特征数之间的关系就可能发生变化。

例如，某特征数方程的实验范围中$Re=10^3 \sim 10^4$，就不能用来计算$Re=10^5$的对流传热。

总之，在特征数方程的使用过程中，要**特别注意推荐特征数方程的附加说明**，附加说明包括：**应用范围、特征温度**t_c、**特征尺寸**l_c**和特征流速**v_c、**修正系数等**。

例：宽1m长1.2m的平板温度均匀保持为60℃，压力为1.013bar的空气，以均匀速度16m/s流过平板，设空气未进入平板前的温度均匀，为20℃。求

1）离板端 0.3m 和 1.2m 处的 h_x 和 h ；

2）全板的传热量和湍流段的传热量。

解：（1）确定定性温度 $$t_m = \frac{t_\infty + t_w}{2} = \frac{60+20}{2} = 40℃$$

（2）从附录5查得物性参数为：

$$\lambda = 0.0276 \mathrm{W/(m \cdot K)}, \qquad \nu = 16.96 \times 10^{-6} \mathrm{m^2/s}, \qquad \mathrm{Pr} = 0.699$$

（3）确定流动状态：

$$x = 0.3\mathrm{m}, \qquad \mathrm{Re} = \frac{u_\infty x}{\nu} = 2.38 \times 10^5 < 5 \times 10^5$$ 层流

$$x = 1.2\mathrm{m}, \qquad \mathrm{Re} = \frac{u_\infty x}{\nu} = 11.32 \times 10^5 > 5 \times 10^5$$ 湍流

（4）根据流动状态选择计算式，计算对流传热系数

$$x = 0.3\text{m},$$

$$\text{Nu}_x = 0.332\,\text{Re}^{\frac{1}{2}}\,\text{Pr}^{\frac{1}{3}} = 0.332\times\left(2.38\times10^5\right)^{\frac{1}{2}}\times\left(0.699\right)^{\frac{1}{3}} = 143.74$$

局部传热系数 $h_x = \dfrac{\lambda}{x}\text{Nu}_\text{x} = \dfrac{0.0276}{0.3}\times143.74 = 13.22\text{W/(m}^2\cdot\text{K)}$

平均对流传热系数 $h = 2h_x = 26.44\text{W/(m}^2\cdot\text{K)}$

$x = 1.2\text{m}$ 处的局部对流传热系数的计算

$$\text{Nu}_\text{x} = 0.0296\,\text{Re}_x^{0.8}\,\text{Pr}^{\frac{1}{3}} = 0.0296\times\left(11.32\times10^5\right)^{0.8}\times\left(0.699\right)^{\frac{1}{3}} = 1830.32$$

$$h_x = \frac{\lambda}{x}\text{Nu}_\text{x} = \frac{0.0276}{1.2}\times1830.32 = 42.1\text{W/(m}^2\cdot\text{K)}$$

包括含板前部层流边界层在内的平均对流传热系数的计算

$$\mathrm{Nu_L} = \left(0.037\,\mathrm{Re}^{0.8} - 871\right)\mathrm{Pr}^{\frac{1}{3}} = \left(0.037 \times \left(11.32 \times 10^5\right)^{0.8} - 871\right) \times 0.699^{\frac{1}{3}}$$

$$= 1514.9$$

平均传热系数： $$h = \frac{\lambda}{L}\mathrm{Nu_L} = \frac{0.0276}{1.2} \times 1514.9 = 35.\mathrm{W/(m^2 \cdot K)}$$

（5）计算热流量

层流与湍流段的分界点，当 $\mathrm{Re} = \frac{u_\infty x}{\nu} = 5 \times 10^5$ 时

$$x = \frac{5 \times 10^5}{u_\infty}\nu = \frac{5 \times 10^5}{10} \times 16.96 \times 10^{-6} = 0.85\mathrm{m}$$

层流段的平均传热系数

$x = 0.85\text{m}$

$$\text{Nu}_x = 0.332\,\text{Re}^{\frac{1}{2}}\,\text{Pr}^{\frac{1}{3}} = 0.332\times\left(5\times10^5\right)^{\frac{1}{2}}\times0.699^{\frac{1}{3}} = 208.3$$

$$h_x = \frac{\lambda}{x}\text{Nu}_\text{x} = \frac{0.0276}{0.85}\times208.3 = 6.76\text{W/(m}^2\cdot\text{K)}$$

$$h = 2h_x = 13.52\text{W/(m}^2\cdot\text{K)}$$

- 层流段的传热量 $\Phi_c = \bar{h}L_c(t_w - t_\infty)$
- 整个平板的传热量 $\Phi = h_L L(t_w - t_\infty)$
- 紊流段的传热量

$$\Phi_w = \Phi - \Phi_c = h_L L(t_w - t_\infty) - \bar{h}L_c(t_w - t_\infty) = \left(h_L L - \bar{h}L_c\right)(t_w - t_\infty)$$

$$= (35.\times1.2 - 13.5\times0.85)(60-20) = 1221.\text{W}$$

例5-1压力为大气压的20℃空气，纵向流过一块长320mm、温度为40 ℃的平板，流速为10m/s。求离平板前缘50mm, 100mm, 150mm, 200mm, 250mm, 300mm, 320mm处的（1）空气流动边界层及热边界层厚度；（2）各位置的对流传热系数。

- 解：空气的定性温度：t_m=30 °C,

  空气物性参数$\nu_a=16\times10^{-6}m^2/s$, $Pr_a=0.703$, $\lambda=0.067W/(m.K)$

板长320mm内的流动状态判断：

$$Re_a = \frac{ul}{\nu} = \frac{10\times0.32}{15.6\times10^{-6}} = 2.0\times10^5 < 5\times10^5$$ 位于层流范围

- 流动边界层厚度：

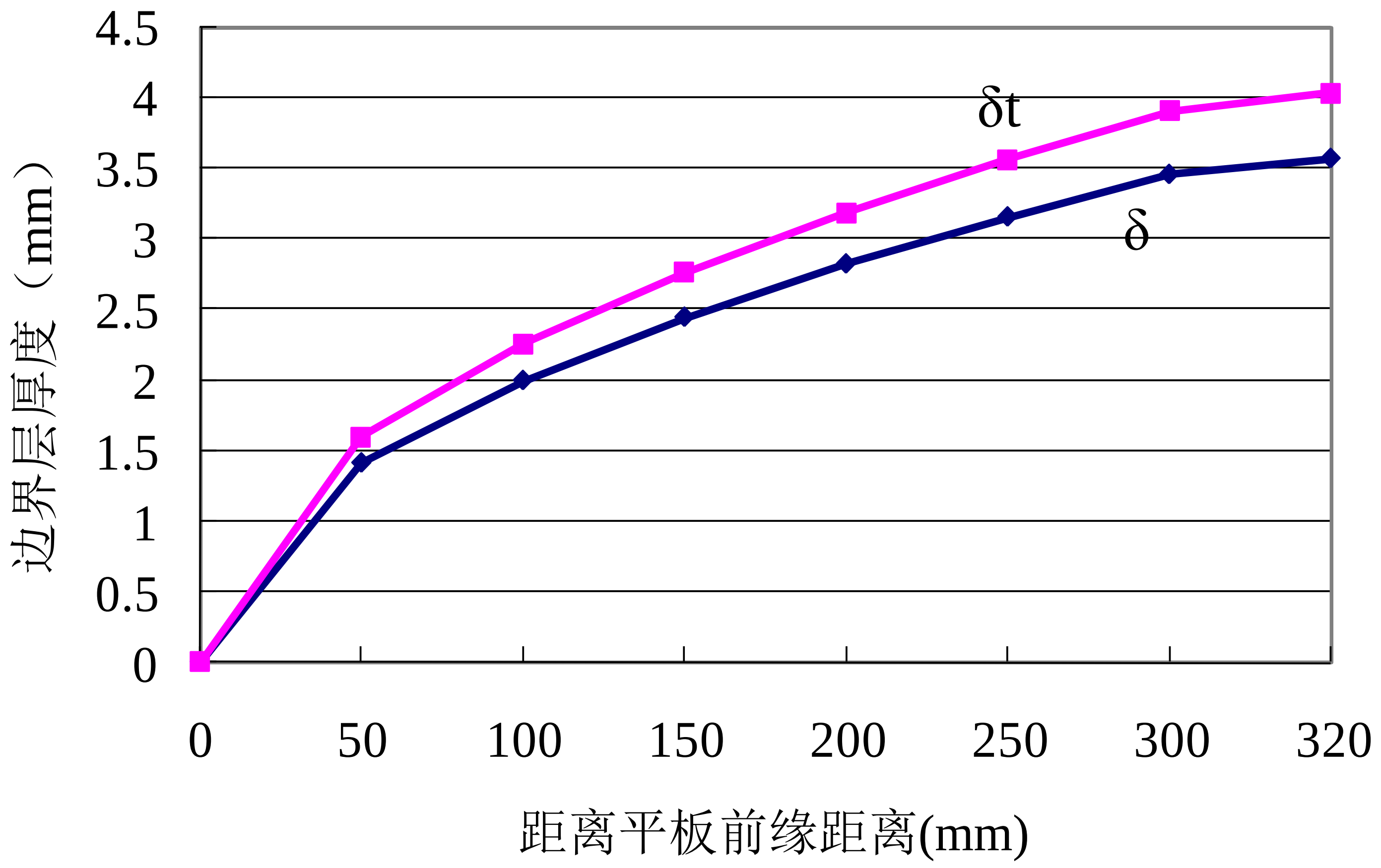
$$\delta = 5.0\sqrt{\frac{\nu x}{u_\infty}} = 5.0\sqrt{\frac{16\times10^{-6}x}{10}} = 6.32\times10^{-3}\sqrt{x}(m)$$

- 热边界层厚度：

$$\delta_t = \frac{\delta}{\sqrt[3]{Pr}} = \frac{\delta}{\sqrt[3]{0.701}} = 1.13\delta$$

- 计算结果：

x, mm	δ, mm	δ_t, mm
50	1.41	1.60
100	2.00	2.26
150	2.45	2.77
200	2.83	3.19
250	3.16	3.57
300	3.46	3.91
350	3.58	4.04



4.5
4
3.5
3
2.5
2
1.5
1
0.5
0
0
50
100
150
200
250
300
320
δt
δ
边界层厚度（mm）
距离平板前缘距离(mm)

例5-1压力为大气压的20℃空气，纵向流过一块长320mm、温度为40 ℃的平板，流速为10m/s。求离平板前缘50mm，100mm，150mm，200mm，250mm，300mm，320mm处的（1）空气流动边界层及热边界层厚度；（2）各位置的对流传热系数。

解：气物性参数$\nu_a=16\times10^{-6}m^2/s$, $Pr_a=0.703$, $\lambda=0.0267W/(m.K)$

$$\mathbf{Re}_a=\frac{ul}{\nu}=\frac{10\times0.32}{15.6\times10^{-6}}=2.0\times10^5<5\times10^5$$

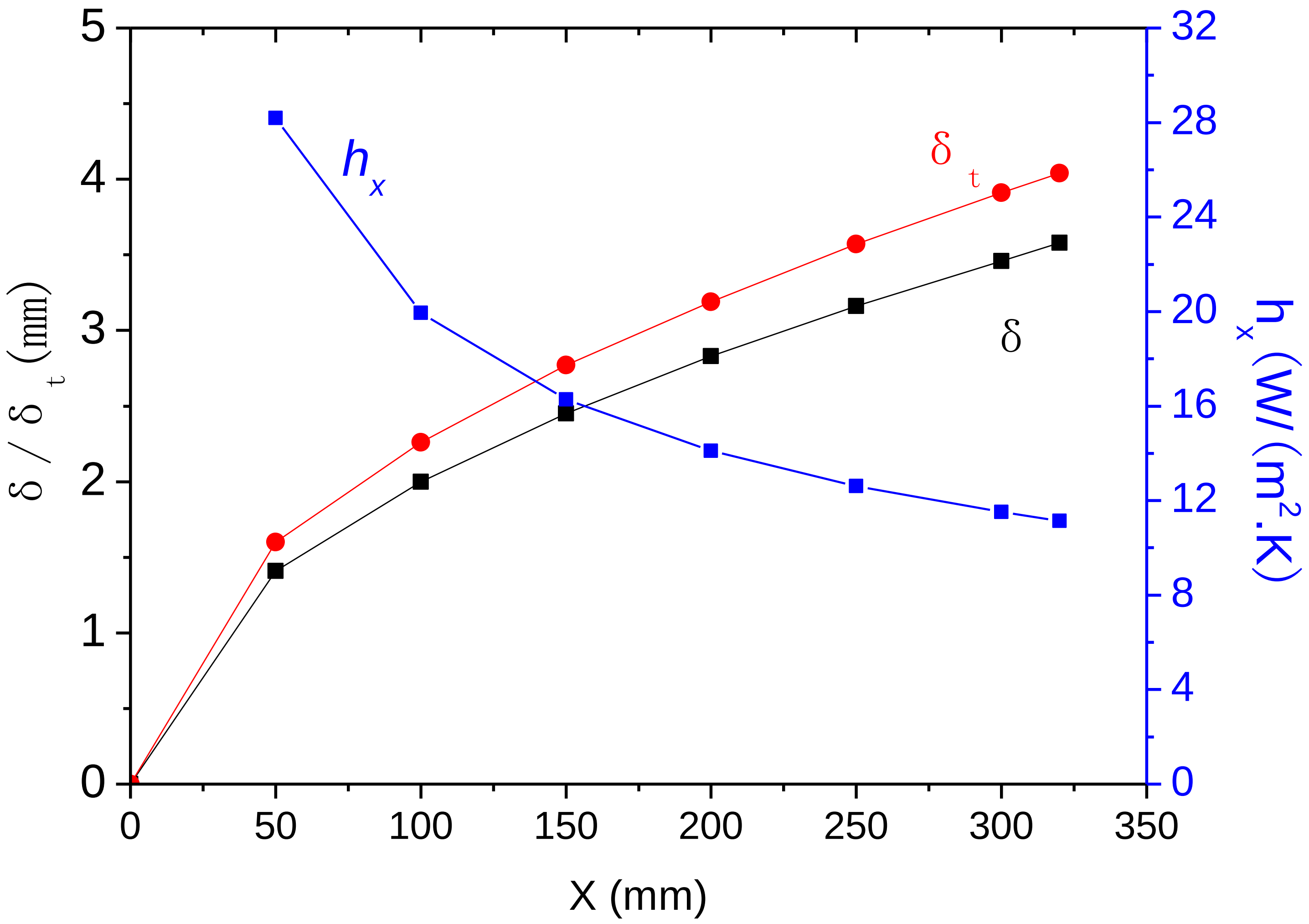
位于层流范围

- 层流对流传热系数h_x:

$$Nu_x=0.332\,\mathrm{Re}^{\frac{1}{2}}\,\mathrm{Pr}^{\frac{1}{3}}$$

$$h_x=\frac{\lambda}{x}\mathrm{Nu}_x=\frac{\lambda}{x}\cdot0.332\,\mathrm{Re}_x^{\frac{1}{2}}\,\mathrm{Pr}^{\frac{1}{3}}$$

$$=0.332\times(\mathrm{Re}_x)^{\frac{1}{2}}\times0.703^{\frac{1}{3}}\times\frac{0.0267}{x}$$



δ / δ t (mm)
h x (W/(m².K)
X (mm)
h x
δ t
δ
0
1
2
3
4
5
0
50
100
150
200
250
300
350
0
4
8
12
16
20
24
28
32