

HW3

3-27. 求图中石合的重心, 设 $a = 3m$

分析: 将该石合分成如图两部分 A 和 B.

A 为 $3a \times a \times 3a$ 的立方体

B 为 $3a \times a \times 3a$ 的三棱锥

有: $V_A = 9a^3$

$V_B = \frac{9a^3}{2}$

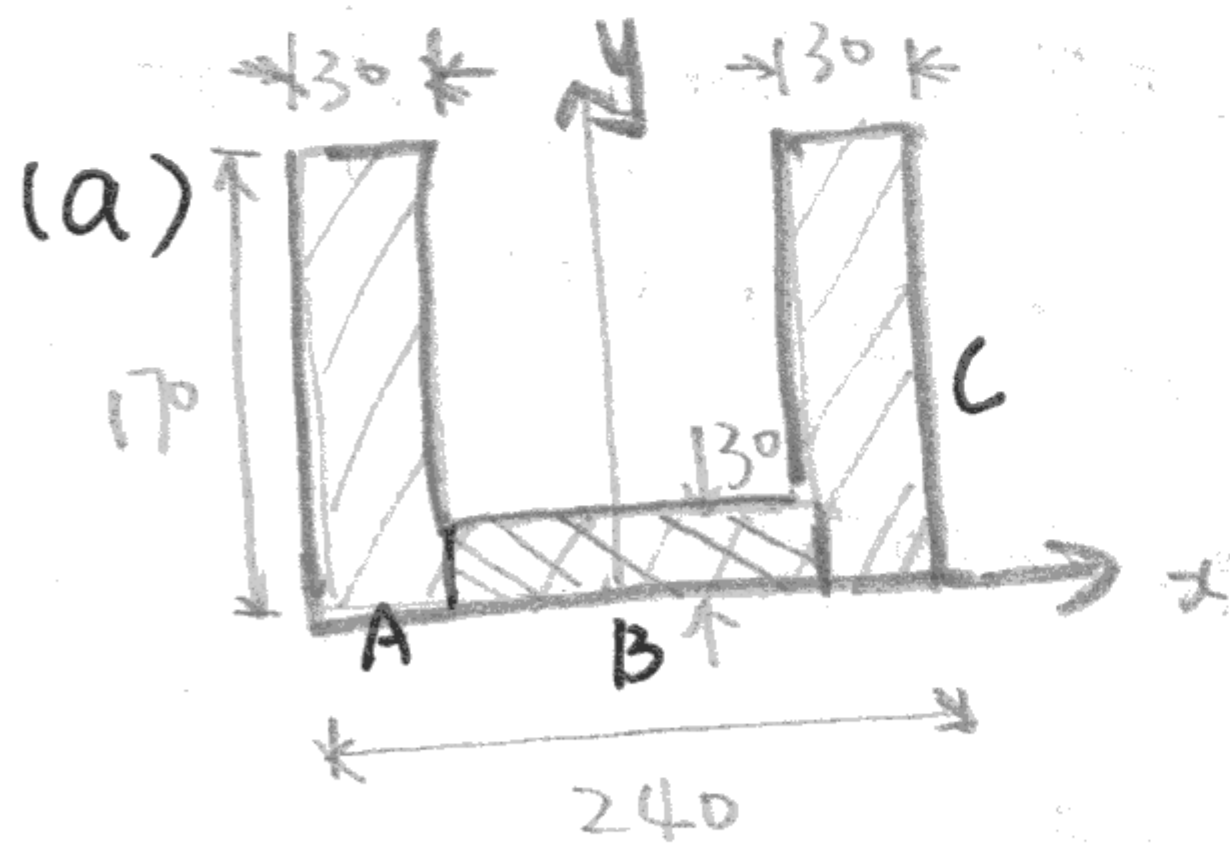
$\vec{x}_{CA} = \frac{a}{2}\vec{i} + \frac{3a}{2}\vec{j} + \frac{3a}{2}\vec{k}$

$\vec{x}_{CB} = (a+a)\vec{i} + \frac{a}{2}\vec{j} + a\vec{k}$

则 $\vec{x}_C = \frac{V_A \cdot \vec{x}_{CA} + V_B \cdot \vec{x}_{CB}}{V_A + V_B} = \left(\frac{a}{3} + \frac{2}{3}a\right)\vec{i} + \left(a + \frac{a}{6}\right)\vec{j} + \left(a + \frac{a}{3}\right)\vec{k}$

$= (3\vec{i} + 3.5\vec{j} + 4\vec{k})m$

3-28. 求截面形心



分析: 由对称性 $x_C = 0$

将截面分成 A, B, C 三部分

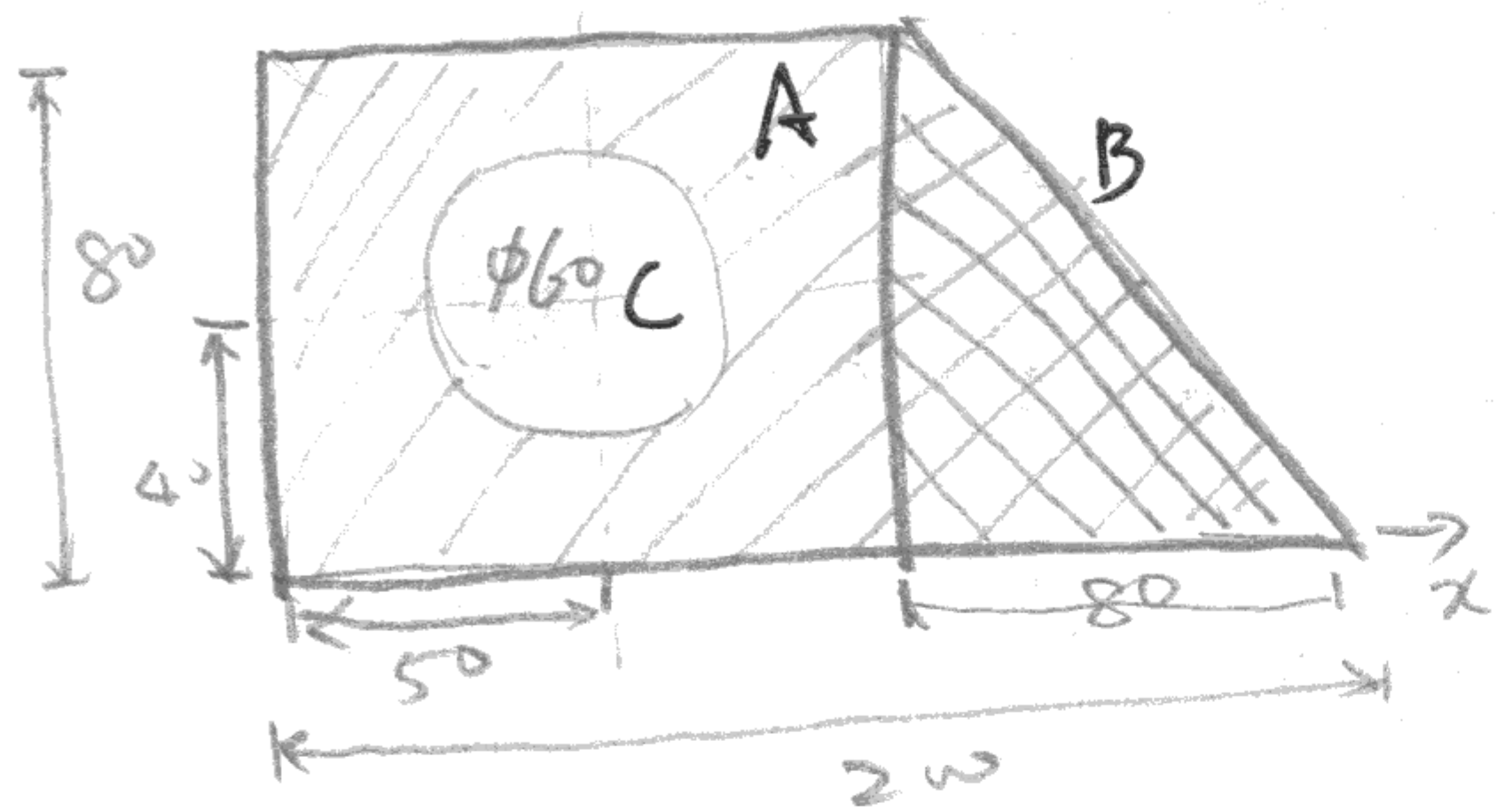
$S_A = 170 \times 30 = S_C$, $S_B = 30 \times 180$

$y_{CB} = 15$, $y_{CA} = y_{CC} = 85$

有: $y_C = \frac{170 \times 30 \times 85 \times 2 + 30 \times 180 \times 15}{170 \times 30 \times 2 + 30 \times 180}$

$= 60.8mm$

(d) ↑ y



该截面可看成 A+B-C, 其中 A 为 80x120 矩形

B 为 80x80 三角形

C 为直径为 $d=60$ 的圆

则: $x_A = 50, y_A = 40, S_A = 9600$

$x_B = 120 + \frac{80}{3} = 146.68, y_B = \frac{80}{3} = 26.68$

$S_B = \frac{80^2}{2} = 3200$

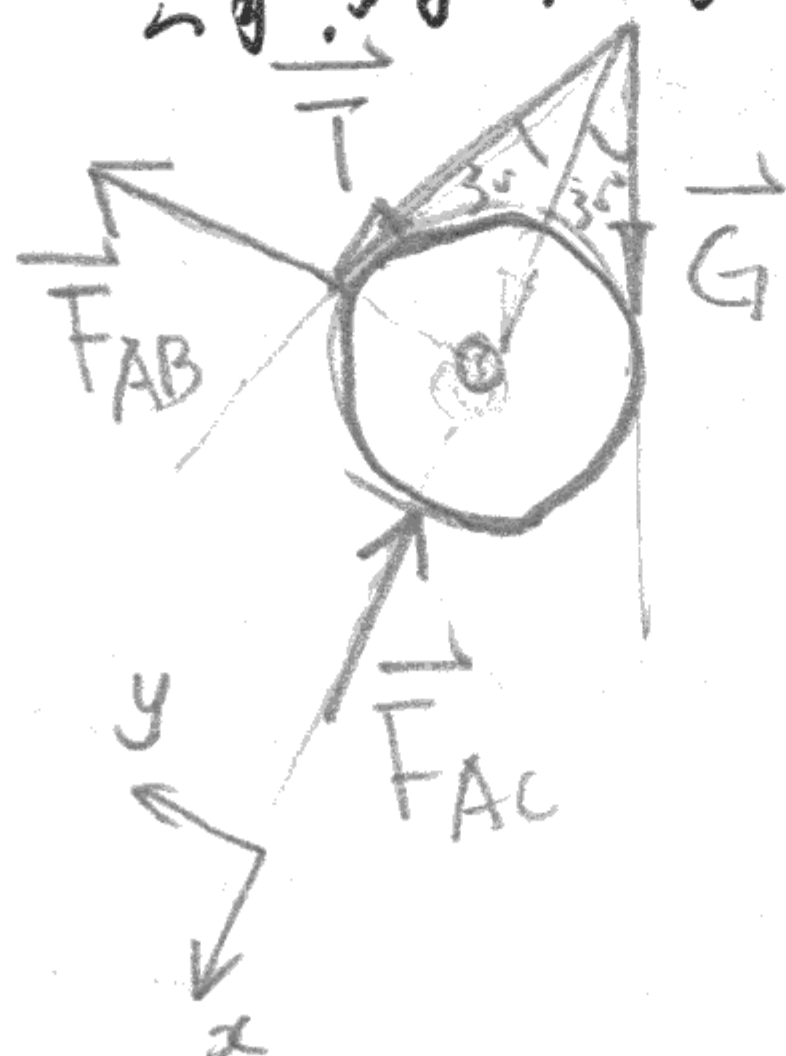
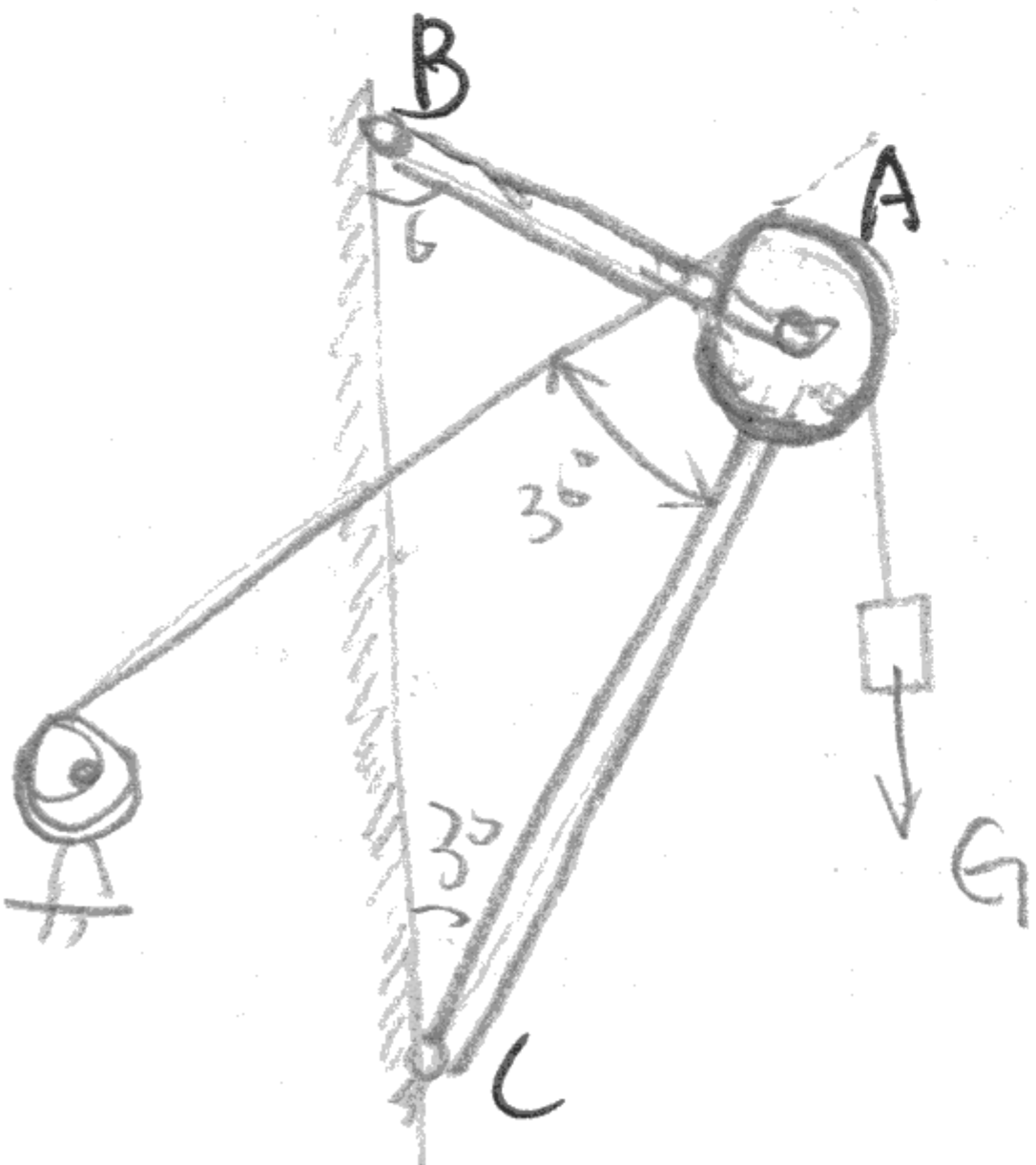
$x_C = 50, y_C = 40, S_C = \pi \frac{30^2}{4} = 2827.43$

$$\bar{x}_C = \frac{9600 \times 50 + 3200 \times 146.68 - 2827.43 \times 50}{9600 + 3200 - 2827.43} = 90.7 \text{ mm}$$

$$\bar{y}_C = \frac{9600 \times 40 + 3200 \times 26.68 - 2827.43 \times 40}{9972.57} = 35.7 \text{ mm}$$

3-2. 如图, 起重机 BAC, 主 $G=10 \text{ kN}$ 荷载由滑轮吊起, A, B, C 为铰链, 求荷载 G 匀速上升时 AB 和 AC 受到力。

二. 对 A 处滑轮进行受力分析, 汇交力



$G = T = 10 \text{ kN}$

取坐标系如图

$F_{AB} = 0$

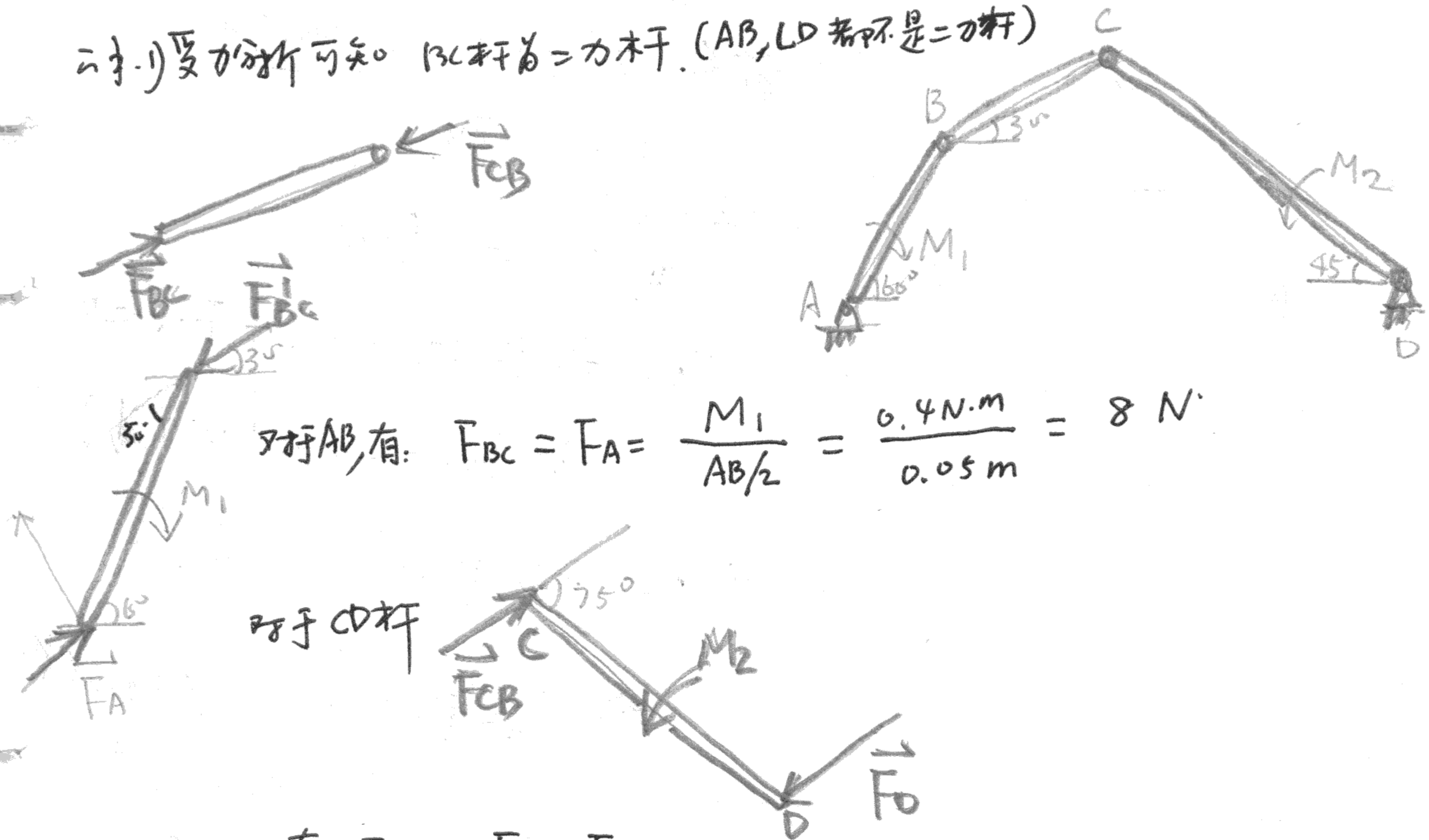
$-F_{AC} + (G + T) \cos 30^\circ = 0$

$F_{AC} = 200 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 17.3 \text{ kN}$

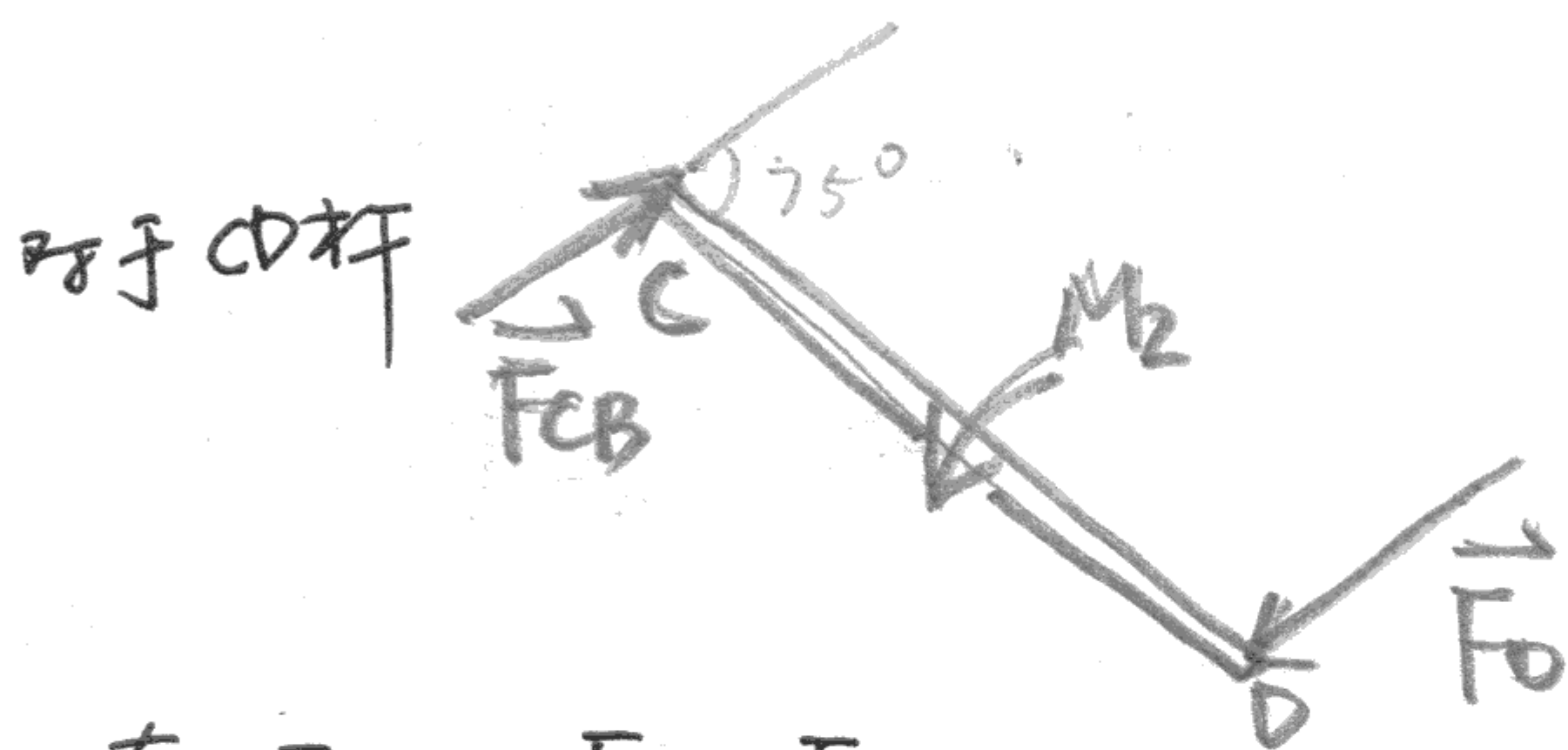
173.kN

因此 AC 杆受压, AB 杆不受力。

3-4. 平面机构 ABCD, AB 和 CD 为内力偶, 在图中所示位置平衡, 已知 $M_1 = 0.4 \text{ N}\cdot\text{m}$, $AB = 10 \text{ cm}$, $CD = 22 \text{ cm}$, 求 A、D 处约束反力及 M_2 大小。
 分析: 1) 受力分析可知 BC 杆为二力杆。(AB, CD 都不是二力杆)



对于 AB, 有: $F_{BC} = F_A = \frac{M_1}{AB/2} = \frac{0.4 \text{ N}\cdot\text{m}}{0.05 \text{ m}} = 8 \text{ N}$



有: $F_{CB} = F_D = F_{BC} = 8 \text{ N}$

$M_2 = F_D \cdot CD \cdot \sin 75^\circ = 8 \cdot 0.22 \times 0.966 = 1.70 \text{ N}\cdot\text{m}$ #

3-5 如图, AB、BC 在 B 处铰接成 60° , A 端悬挂, 已知 $BC = 2AB$, 求 ABC 平衡时 (自重作用下), BC 与水平面的夹角 α 。
 分析: ABC 杆系为静定结构, 在平衡时 $M_A = 0$, 有

分析: ABC 杆系为静定结构, 在平衡时

平行力系。在平衡时

$M_A = 0$, 有

$G_2 \cdot \frac{AB}{2} \cos(60^\circ - \alpha) = G_1 \left(\frac{BC}{2} \cos \alpha - AB \cos(60^\circ - \alpha) \right)$

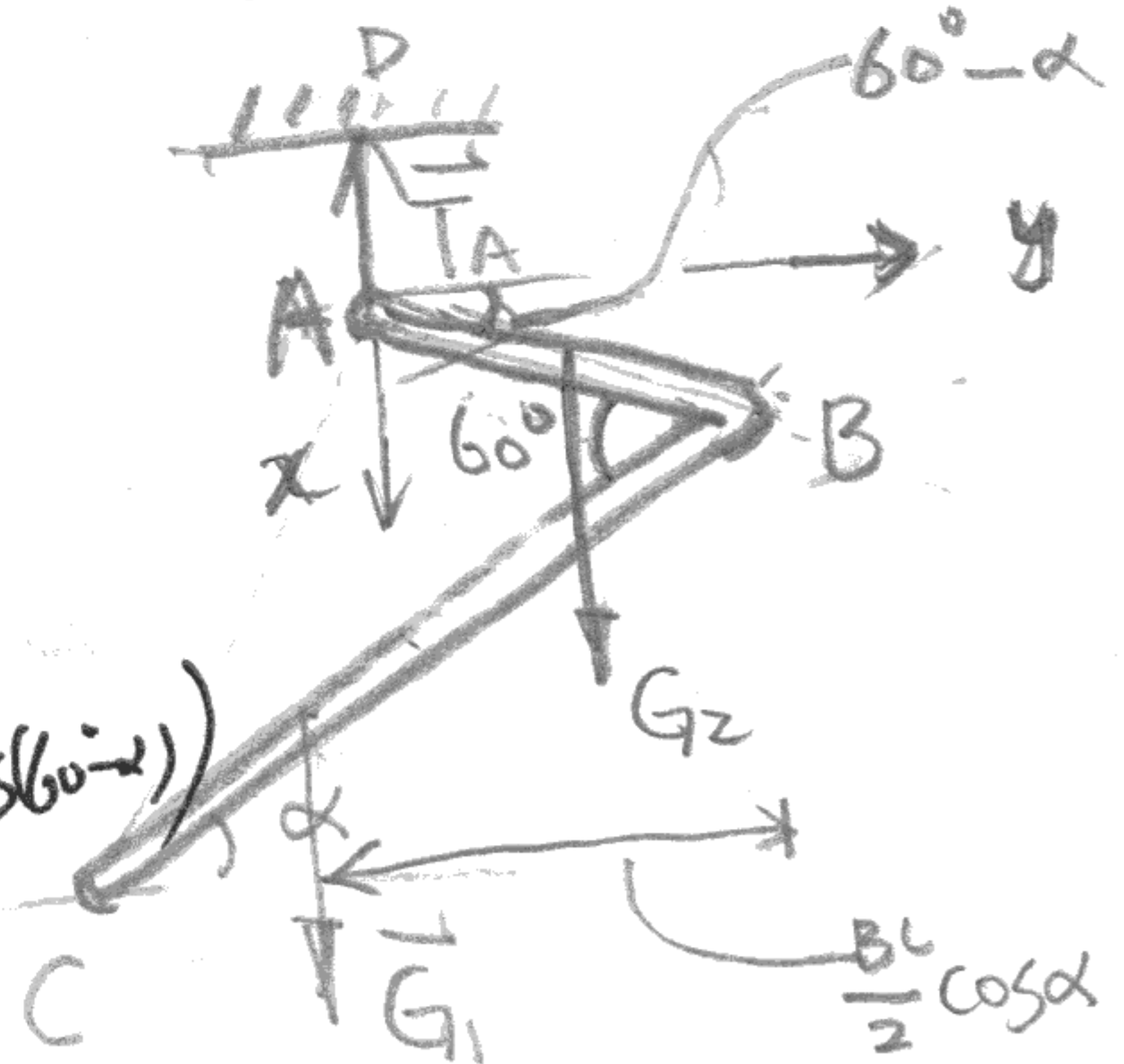
$G_2 = \frac{G_1}{2}, AB = \frac{BC}{2}$

$\Rightarrow \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cos(60^\circ - \alpha) = \frac{\cos \alpha}{2} - \frac{1}{2} \cos(60^\circ - \alpha)$

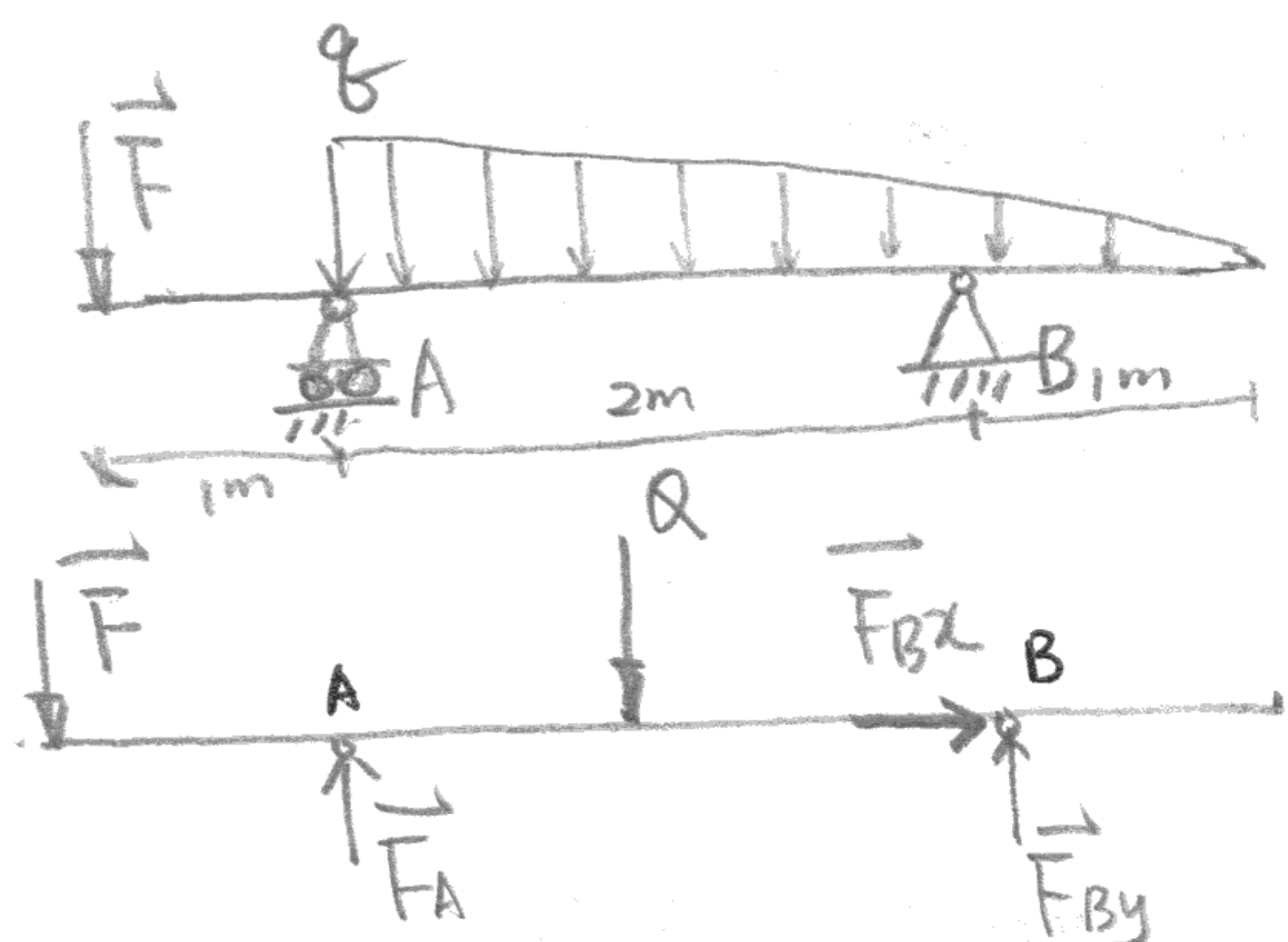
$\frac{3}{4} \cos(60^\circ - \alpha) = \frac{1}{2} \cos \alpha$

$\tan \alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}$

$\Rightarrow \alpha = 10.9^\circ$ #



3-9a, 求图中梁的支持反力 (a) ~~$F_A = 3.75 \text{ kN}$~~ , ~~F_{Bx}~~ , $q = 1 \text{ kN/m}$, $F = 2 \text{ kN}$



解: 梁受力分析如图示,

分布荷载的等效力为 $Q = \frac{1 \text{ kN} \cdot \text{m} \cdot 2 \text{ m}}{2} = 1 \text{ kN}$

F 用于 AB 的跨中.

由平衡方程:

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow F_{Bx} = 0$$

$$\sum M_A = 0 \Rightarrow F_{By} \cdot 2 - Q \cdot 1 + F \cdot 1 = 0$$

$$\Rightarrow F_{By} = -0.25 \text{ kN} (\downarrow)$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow F + Q - F_A - F_{By} = 0$$

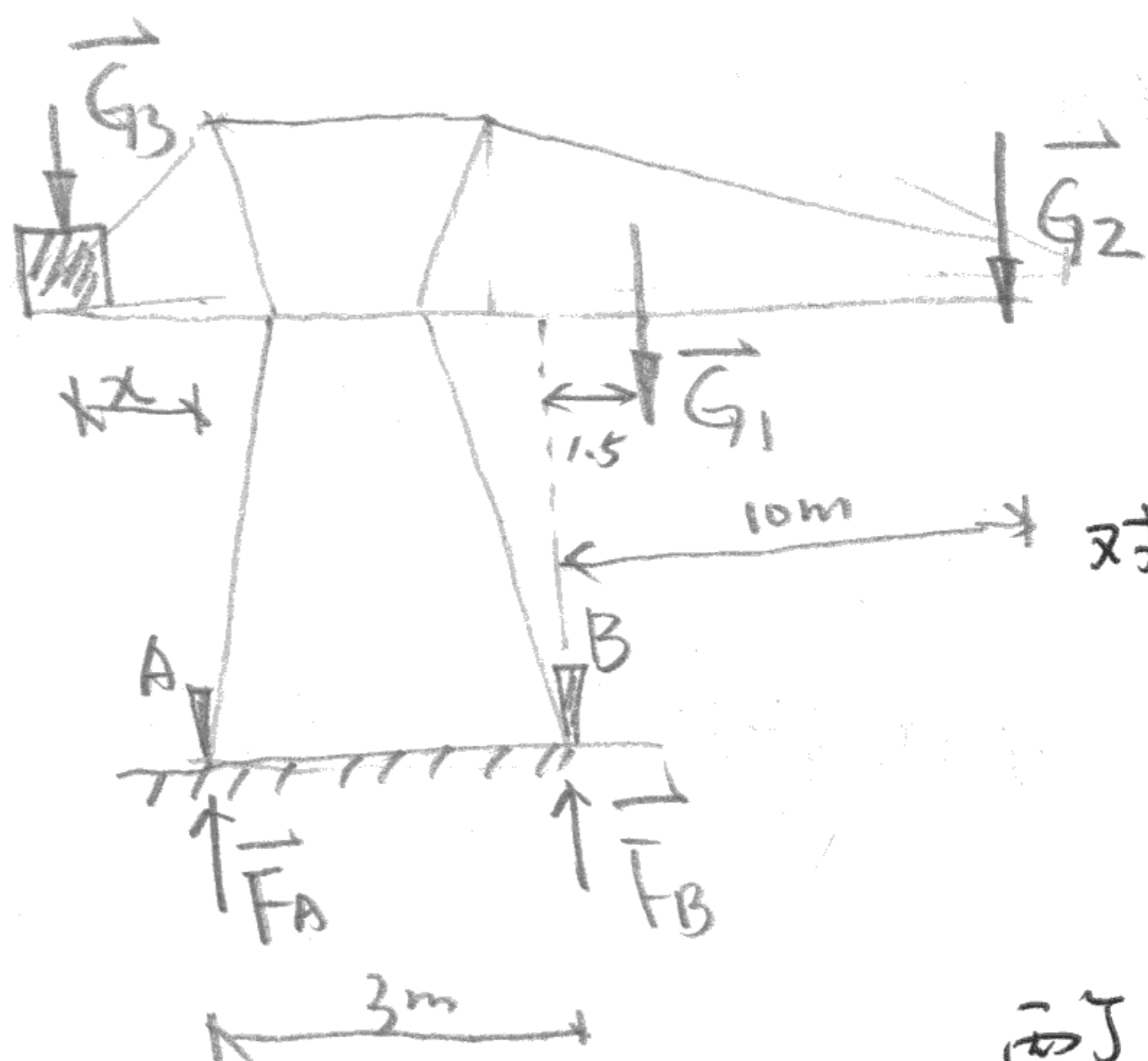
$$\Rightarrow F_A = F + Q - F_{By} = 3.75 \text{ kN} (\uparrow)$$

#

3-8. 图所示一可移动塔式起重机, 不计平衡块时 $G_1 = 500 \text{ kN}$, 手向下用绳

距右轨 1.5m, 起重重量 $G_2 = 250 \text{ kN}$, 吊臂 10m, 要使满载和空载时起重机均不翻倒

求平衡块的最小重量 G_3 以及平衡块到左轨的最大距离 x



受力分析如图示, 不翻倒的条件是 F_A, F_B 同时大于 0

空载时, 主要关心的是起重机左翻问题, 因此

$$G_3 \cdot x \leq G_1 \cdot 4.5 = 2250 \quad (a)$$

(等号对应于 $F_B = 0$, 对 A 点取矩)

满载时, 主要关心右翻问题, 临界翻倒时 $F_A = 0$, 对 B 点取矩

$$\frac{G_2 \cdot 10}{2500} + \frac{G_1 \cdot 1.5}{750} \leq G_3(x + 3)$$

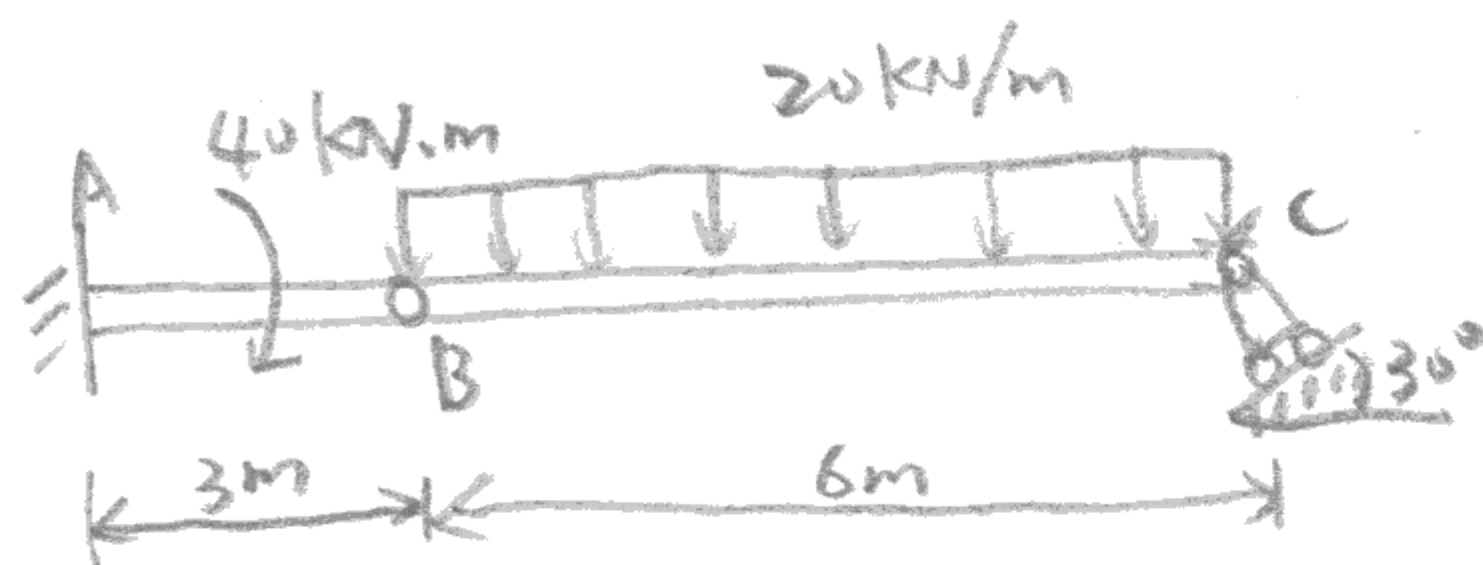
而了临界条件同时满足时可得到

$$G_3 \geq 333 \text{ kN}$$

$$x = 6.75 \text{ m}$$

#

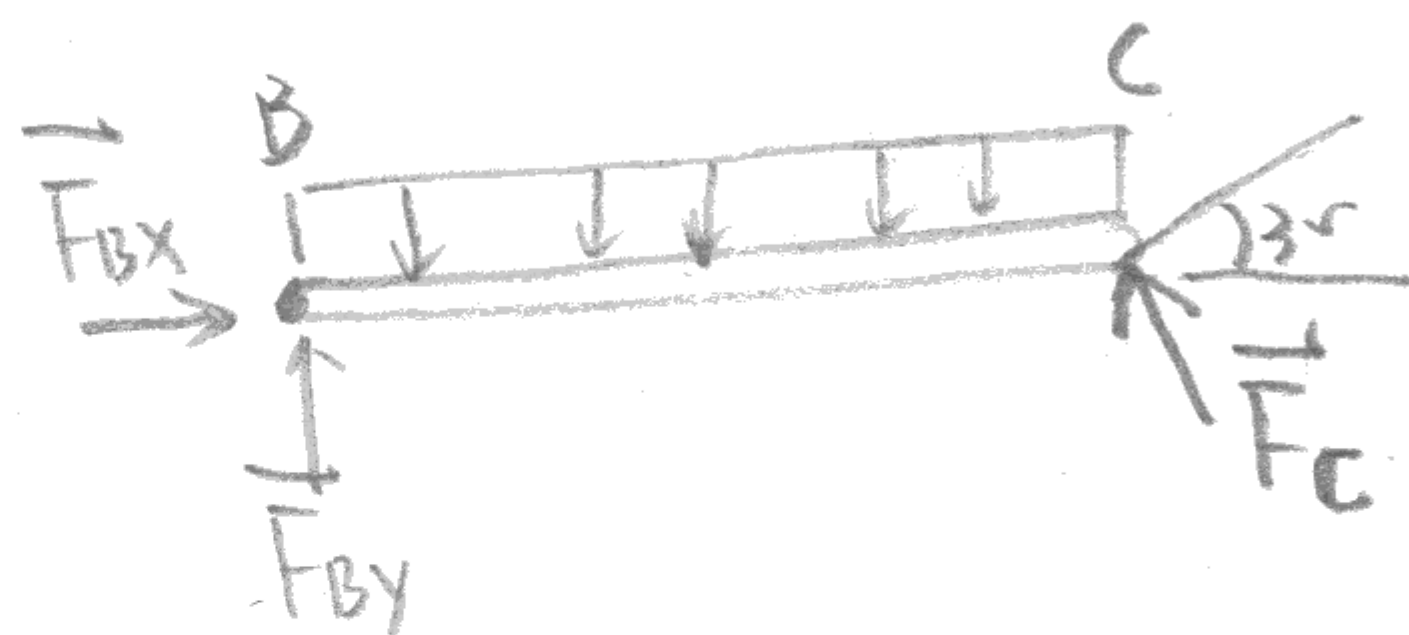
3-10. 静定多跨梁. 如图, 求支反力和中间铰链反力



求:

取BC杆为研究对象如图.

对B点取矩.



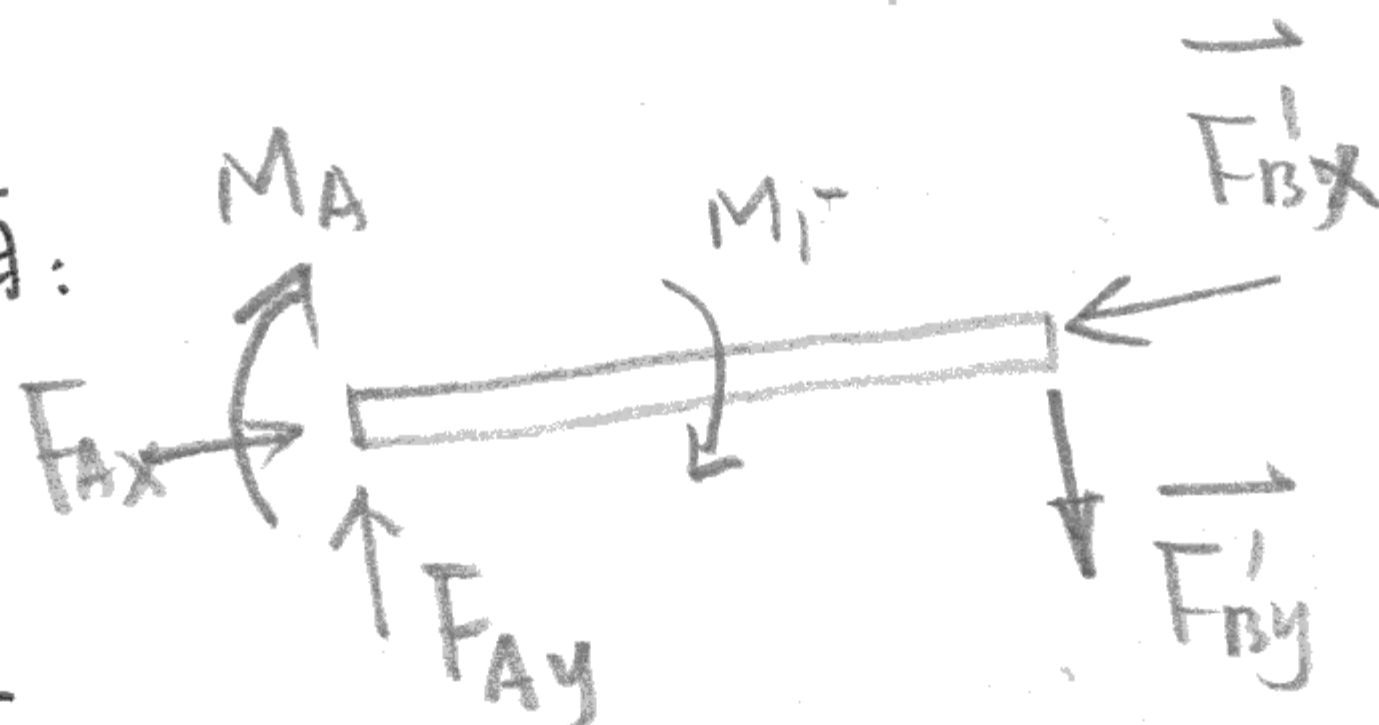
$$M_B = 0 \Rightarrow F_C \cdot \cos 30^\circ \cdot 6 - 20 \cdot 6 \cdot 3 = 0 \Rightarrow F_C = 69.282 \text{ kN}$$

~~取整体为研究对象, 求支反力~~

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow F_{Bx} - F_C \cdot \frac{1}{2} = 0 \Rightarrow F_{Bx} = 34.641 \text{ kN}$$

$$M_A = 0 \Rightarrow F_{By} \cdot 6 = 20 \cdot 6 \cdot 3 \Rightarrow F_{By} = 60 \text{ kN}$$

取AB为研究对象有:



$$\sum F_x = 0 \Rightarrow F_{Ax} = F_{Bx} = 34.641 \text{ kN}$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow F_{Ay} - F_{By} = 0 \Rightarrow F_{Ay} = 60 \text{ kN}$$

$$\sum M_A = 0 \Rightarrow M_A + M_1 + F_{By} \cdot 3 = 0$$

$$\Rightarrow M_A = -40 - 60 \cdot 3 = -220 \text{ kN.m} \quad (\uparrow) \quad \#$$

3-11. 弯曲刚架荷载如图, 求支反力和中间铰反力

已知: 刚架荷载如图

$$\text{由 } \sum M_A = 0 \Rightarrow$$

$$F \cdot 5 + q \cdot 5 \cdot 7.5 - F_{By} \cdot 10 = 0$$

$$\Rightarrow F_{By} = 100 \text{ kN}$$

$$\sum M_B = 0 \Rightarrow$$

$$F_{Ay} \cdot 10 + 50 \cdot F \cdot 5 - q \cdot 5 \cdot 2.5 = 0$$

$$\Rightarrow F_{Ay} = 0$$

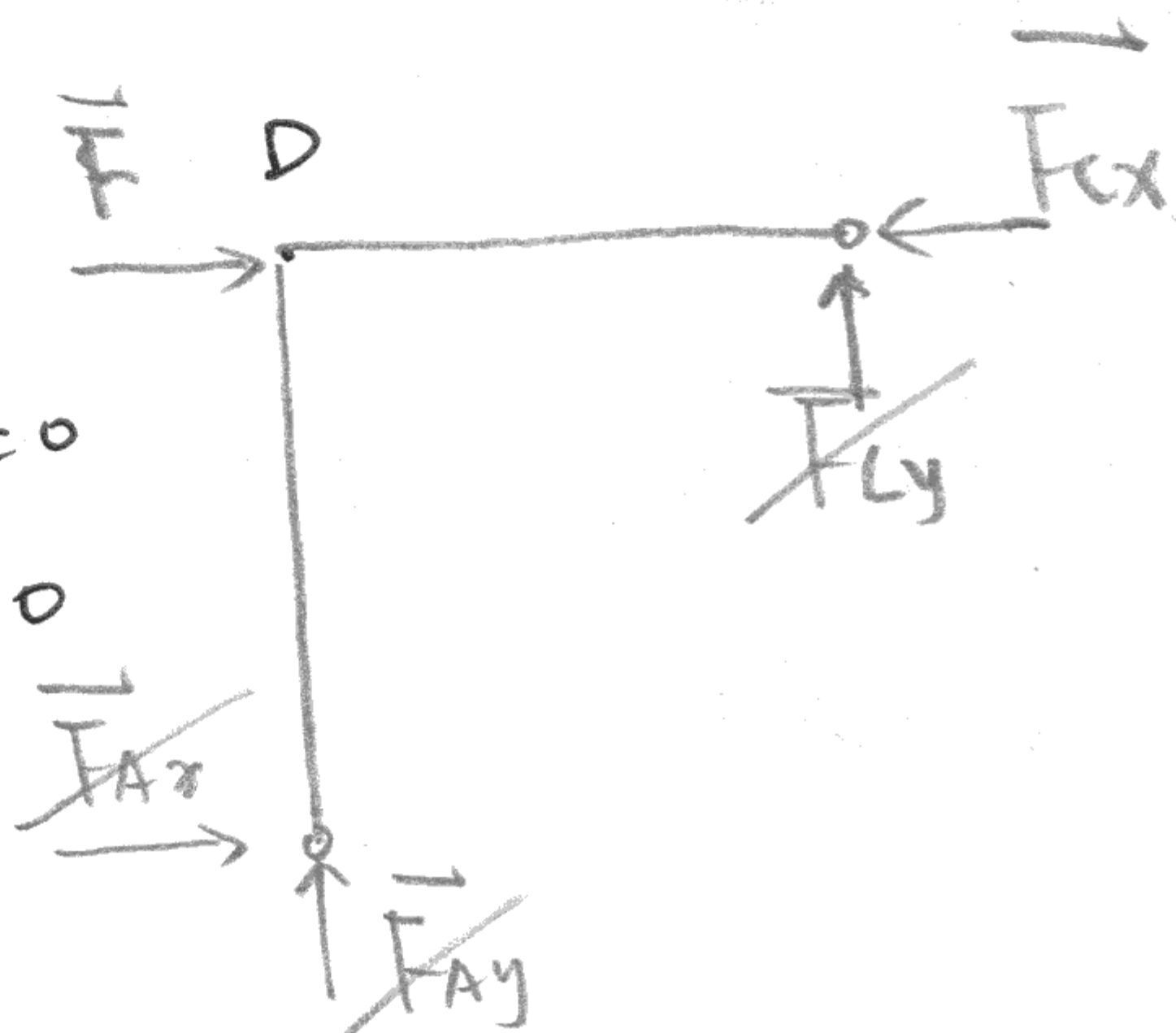
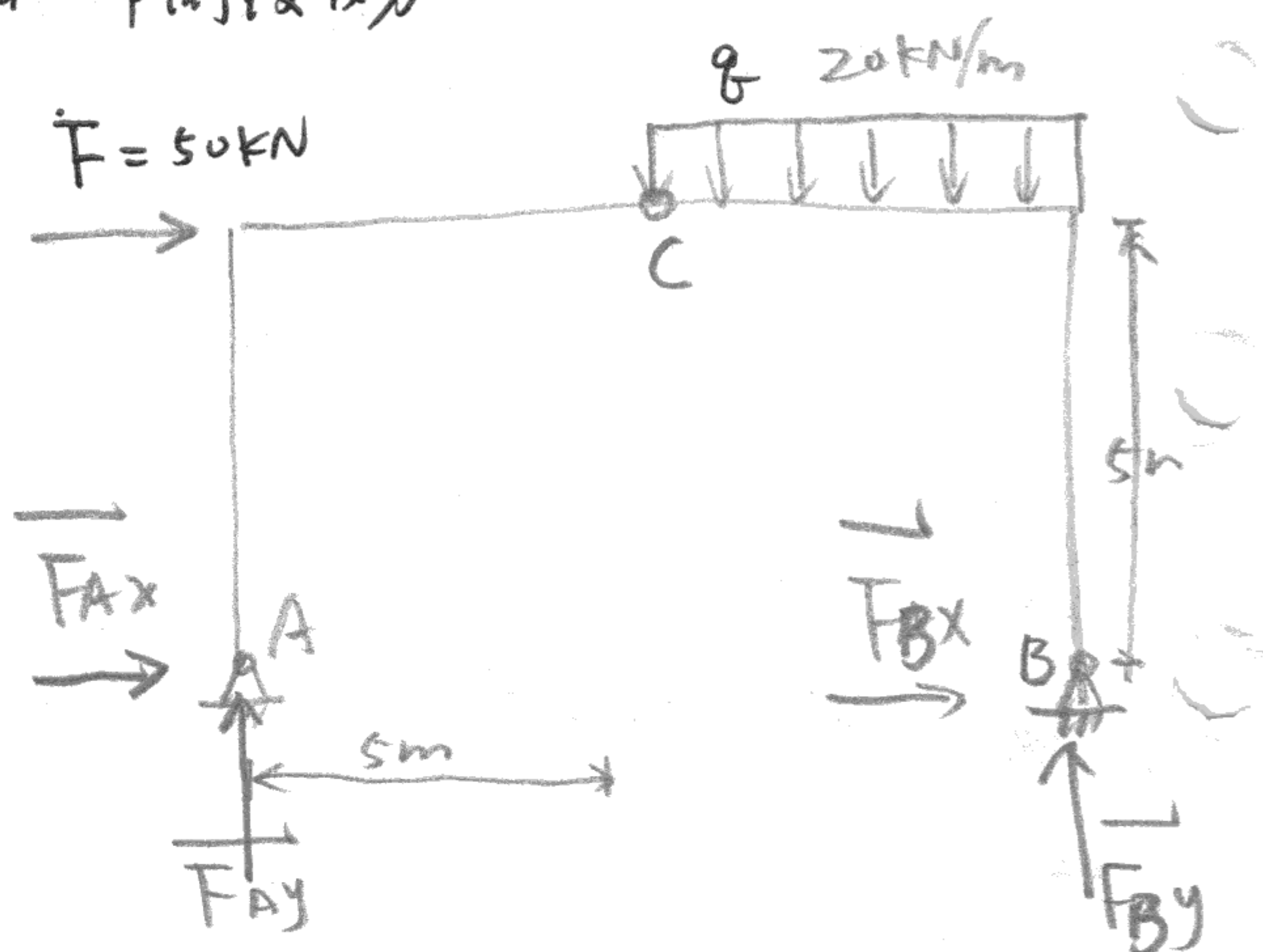
取 AC 杆为研究对象, 受力如图

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow F_{Ay} + F_{Cy} = 0 \Rightarrow F_{Cy} = 0$$

$$\sum M_D = 0 \Rightarrow F_{Ax} \cdot 5 = 0 \Rightarrow F_{Ax} = 0$$

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow F - F_{Cx} = 0$$

$$\Rightarrow F_{Cx} = 50 \text{ kN}$$

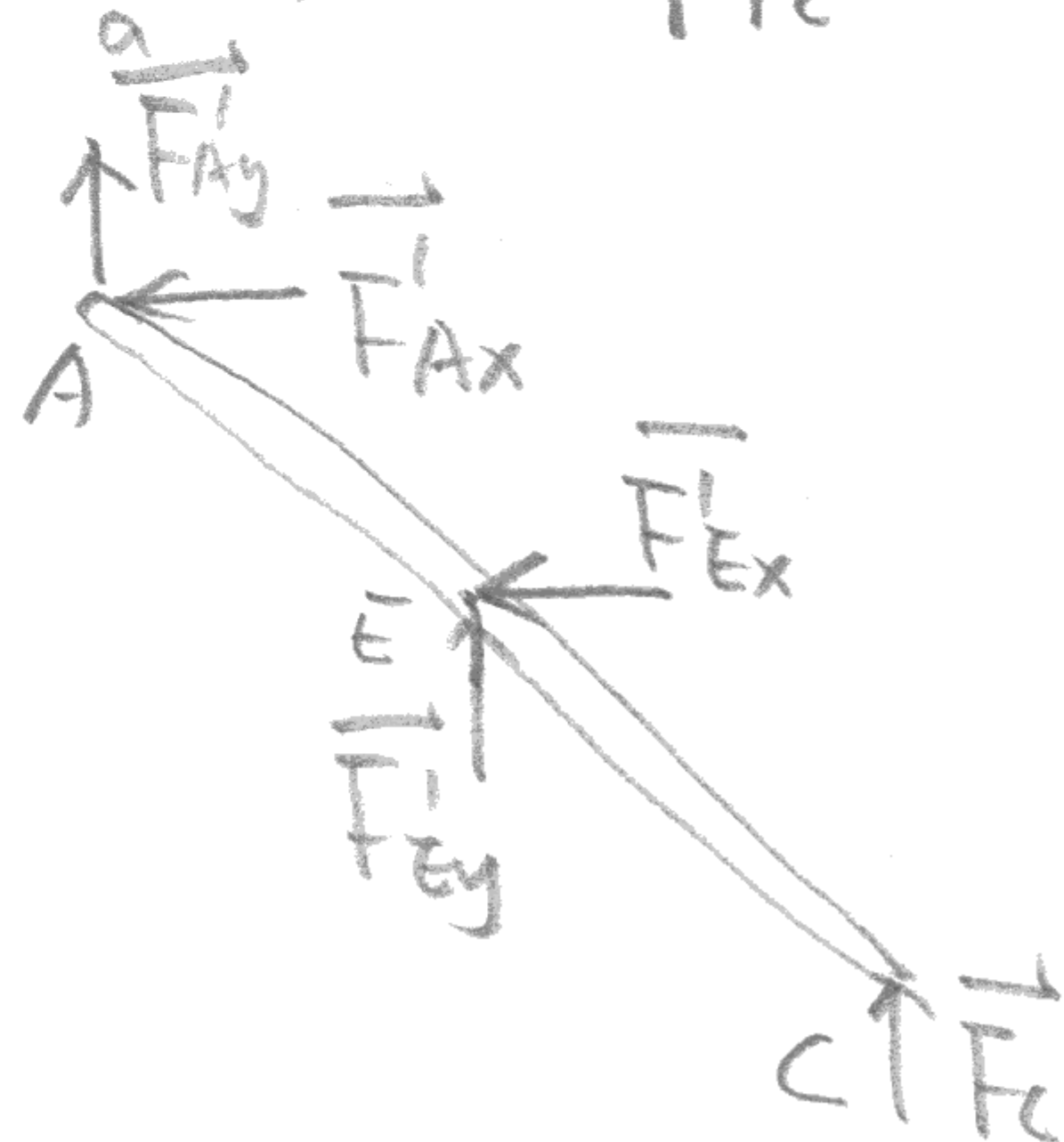
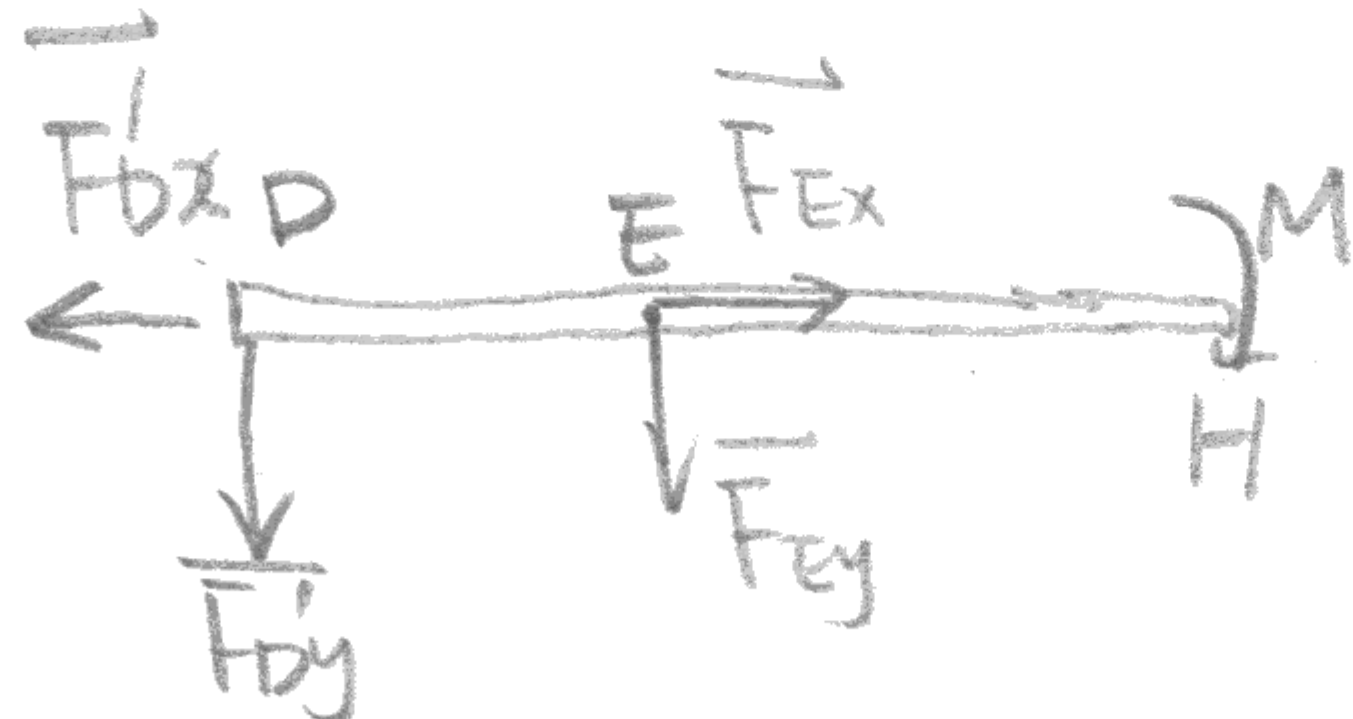
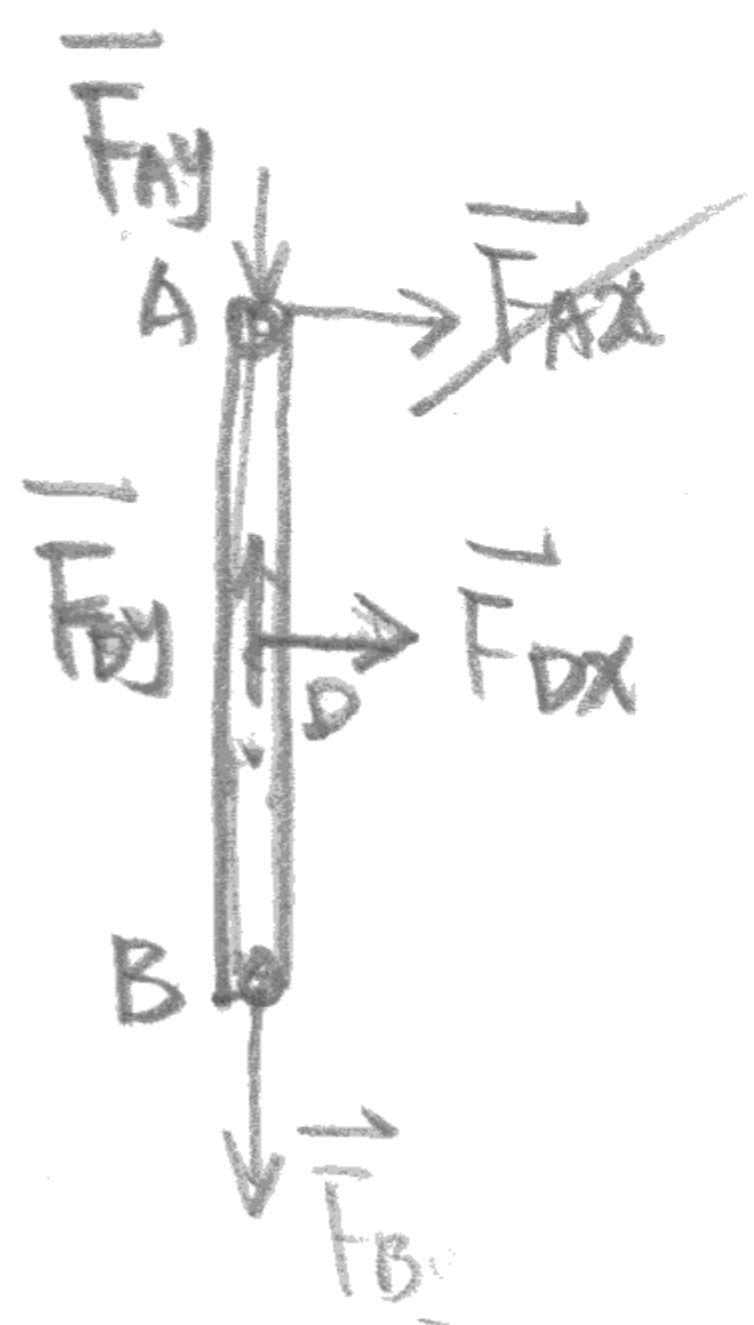
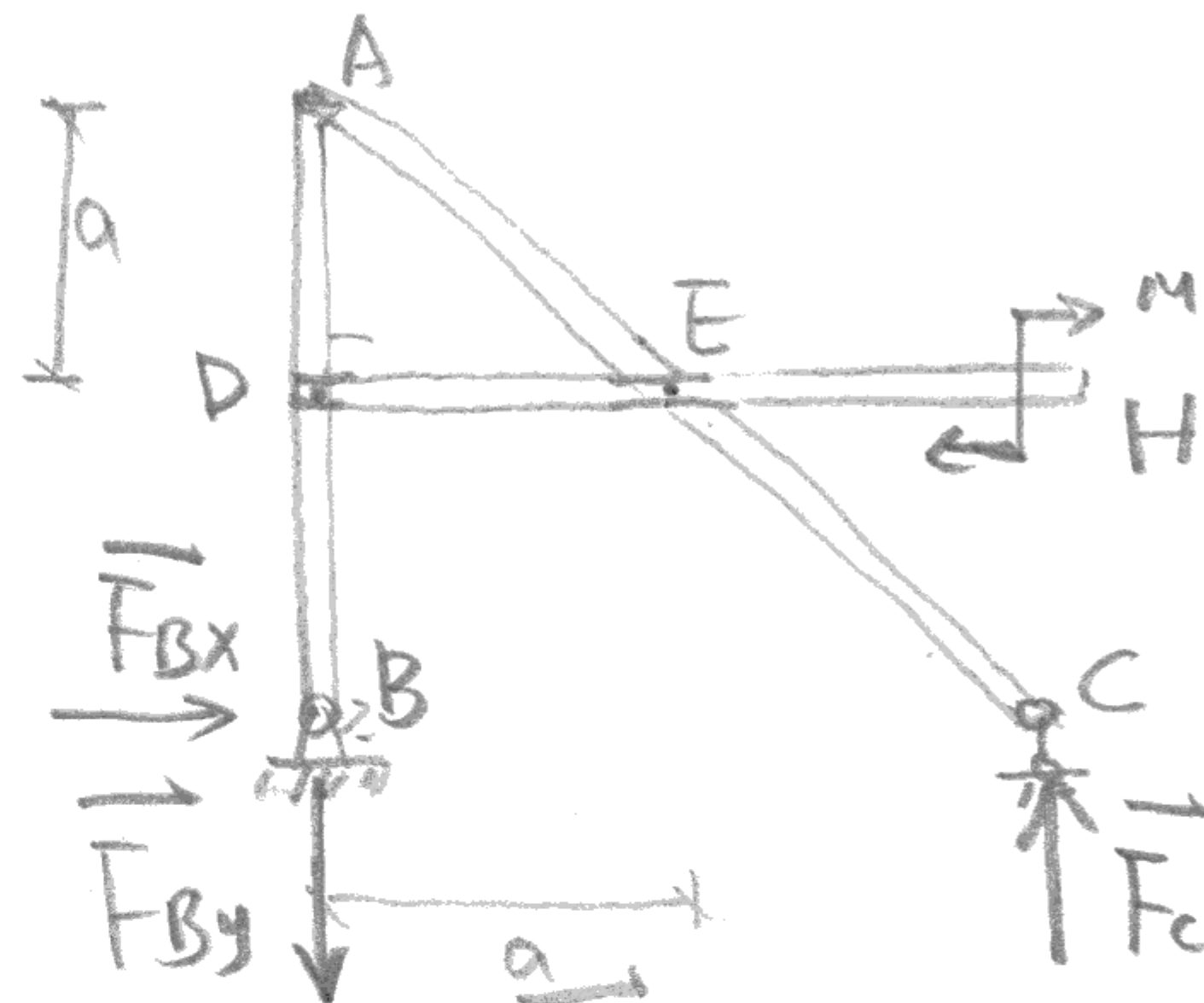


3-15 如图. 构架由 AB, AC 和 DH 杆连接而成, 在 DEH 杆上作用力偶 M, 不计自重, 求 AB 杆上 A, B 处的约束反力

解: 对整体进行受力分析

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow F_{Bx} = 0$$

$$\Rightarrow F_c = F_{By} = \frac{M}{2a}$$



AB, DH, AC 的受力分析如图

对 DH 杆. $\sum M_E = 0 \Rightarrow F_{Dy} \cdot a - M = 0 \Rightarrow F_{Dy} = \frac{M}{a}$

对 AC 杆. $\sum M_E = 0 \Rightarrow F_{Ay} \cdot a - F_{Ax} \cdot a - F_c \cdot a = 0$
 $\Rightarrow F_{Ay} - F_{Ax} = \frac{M}{2a}$

对 AB 杆. $\sum M_D = 0 \Rightarrow F_{Ax} = 0$

$$\Rightarrow F_{Ay} = \frac{M}{2a}$$

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow F_{Dx} = 0$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow F_{Dy} = \frac{M}{a}$$

#