



第3章 电路的暂态分析 III



- 电路暂态分析

3.1 电阻元件、电感元件与电容元件

3.2 储能元件和换路定则

3.3 RC电路的响应

3.4 一阶线性电路暂态分析的三要素法

3.5 微分电路和积分电路

3.6 RL电路的响应



3.5 微分电路和积分电路

本节所讲微分电路与积分电路是指**矩形脉冲激励下的RC电路**。

若选取不同的时间常数，可构成输出电压波形与输入电压波形之间的特定（微分或积分）的关系。



3.5.1 微分电路

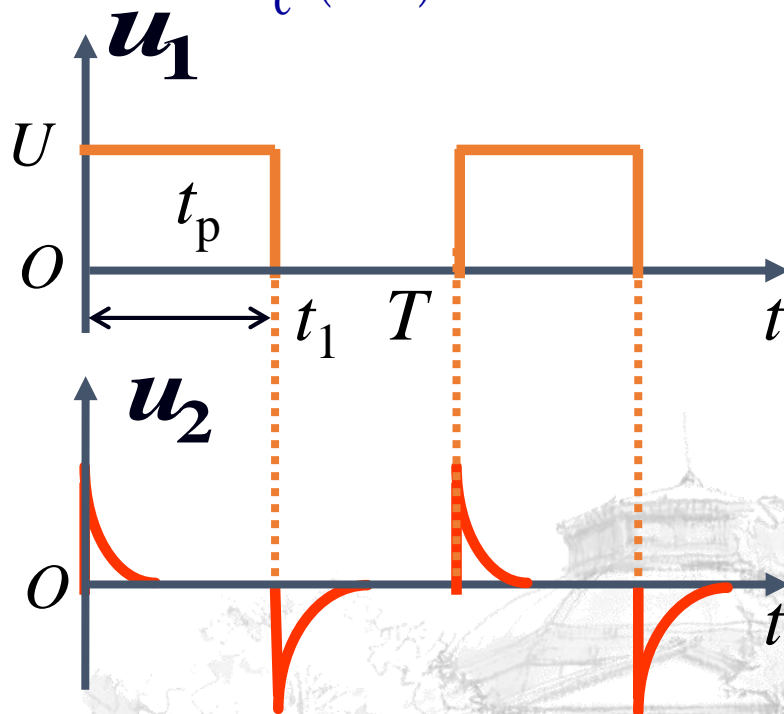
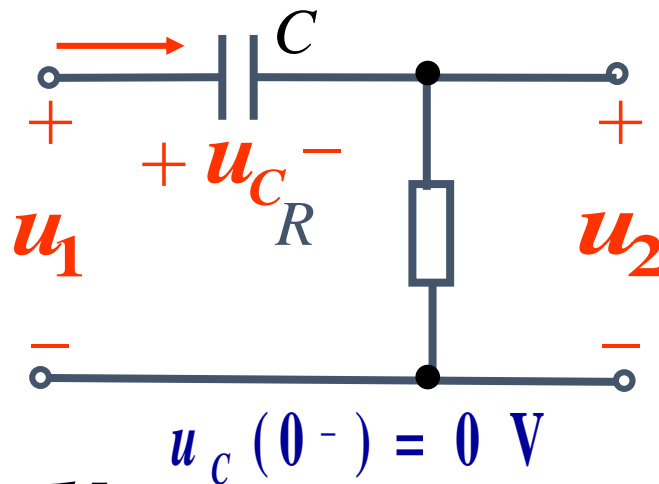
1. 电路

条件：

- (1) $\tau = RC \ll t_p$
- (2) 输出电压从电阻 R 端取出

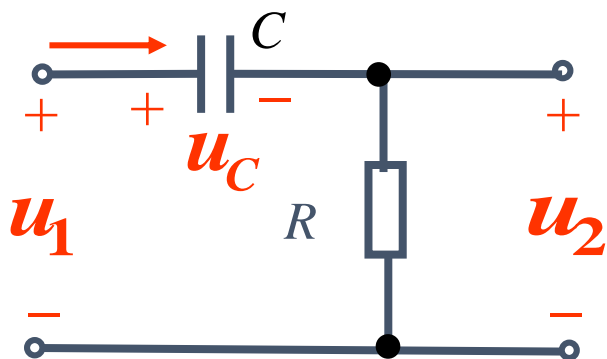
2. 分析

输出电压近似与输入电压对时间的微分成正比。

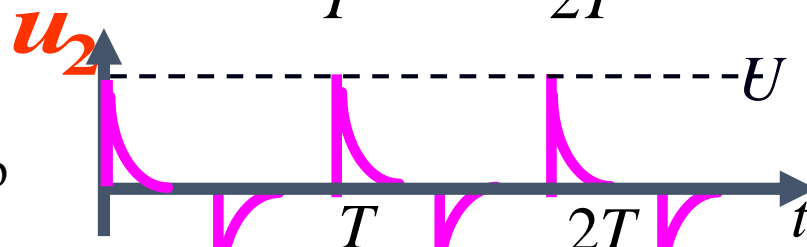
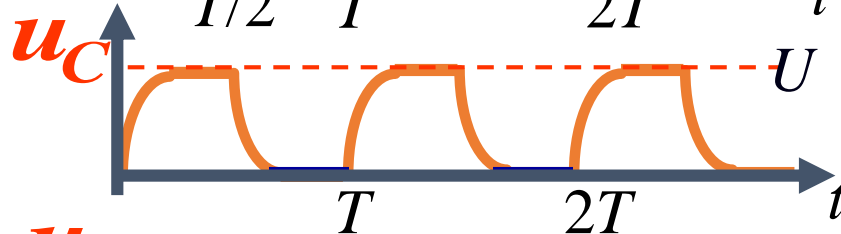
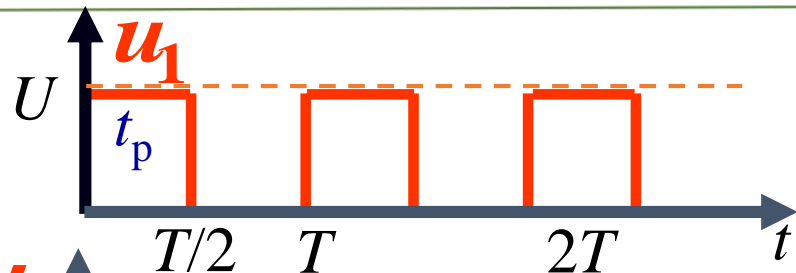


3. 波形

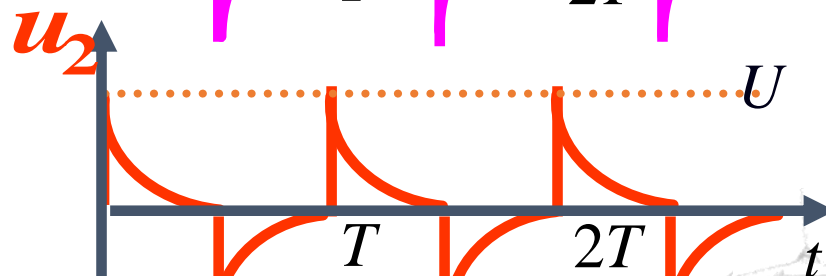
不同 τ 时的 u_2 波形



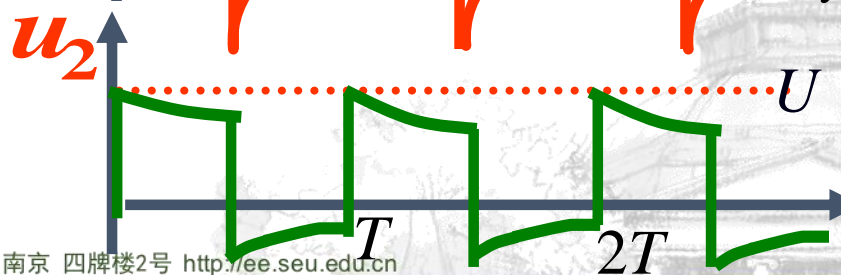
$$\tau = 0.05 t_p$$



$$\tau = 0.2 t_p$$



$$\tau = 10 t_p$$



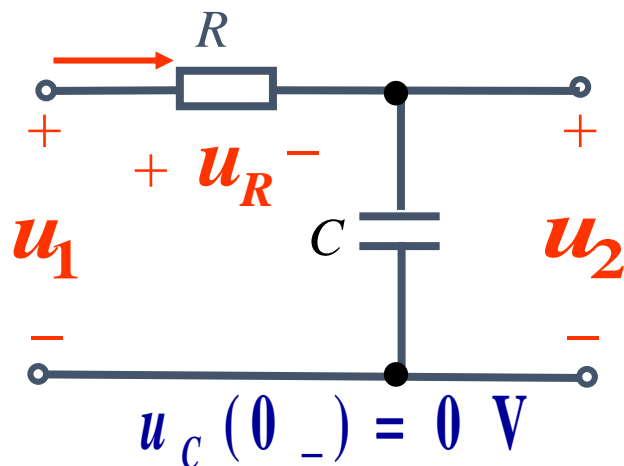
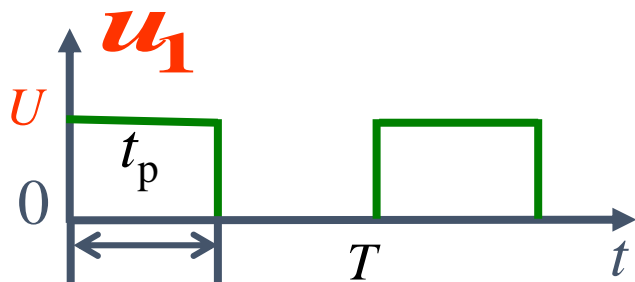
应用:

用于波形变换,
作为触发信号。



3.5.2 积分电路

1. 电路

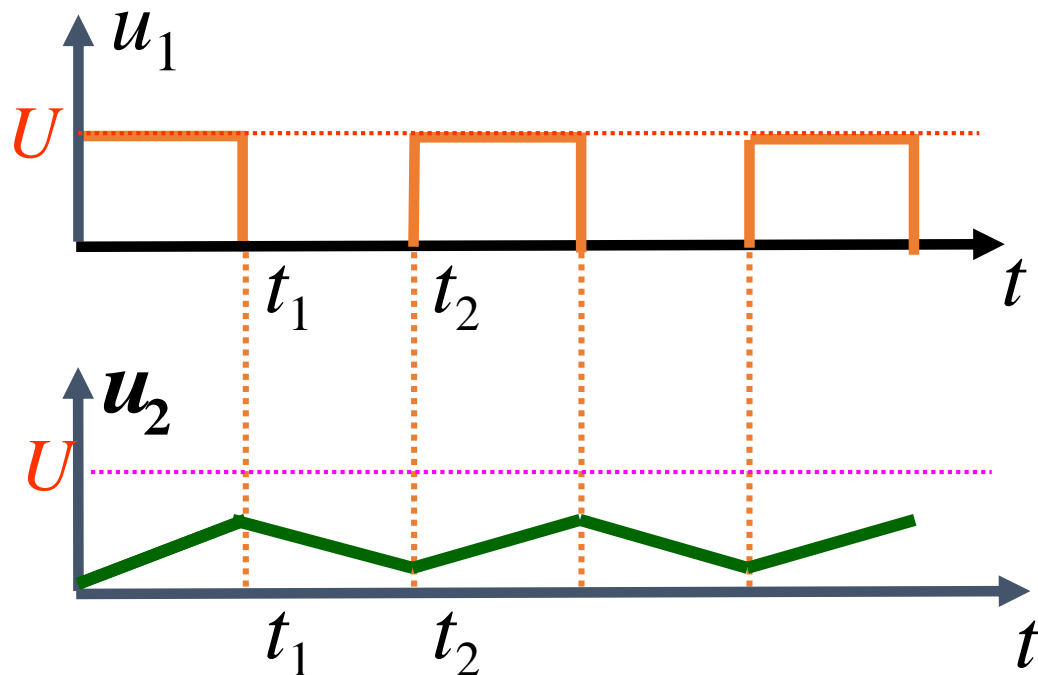


条件

- (1) $\tau = RC \gg t_p$;
- (2) 从电容器两端输出。



2. 波形



输出电压近似为输入电压积分的结果。

应用:

用作示波器的扫描锯齿波电压

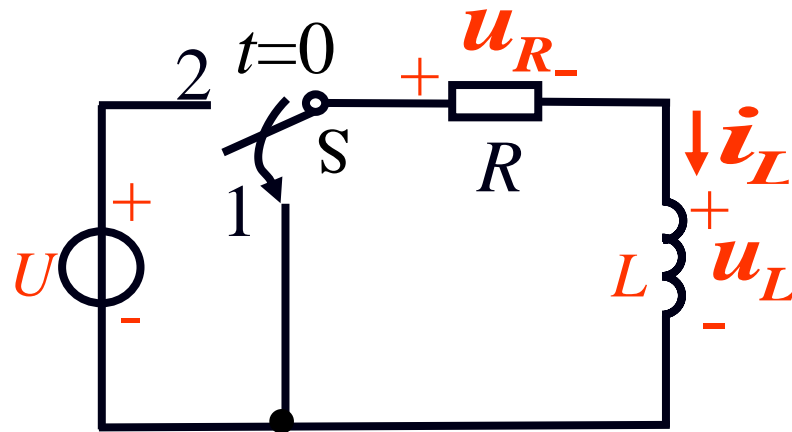


3.6 RL电路的响应

3.6.1 RL 电路的零输入响应

1. RL 短接

(1) i_L 的变化规律



$$i_L = i_L(\infty) + [i_L(0_+) - i_L(\infty)] e^{-t/\tau} \quad (\text{三要素公式})$$

$$1) \text{ 确定初始值 } i_L(0_+) \quad i_L(0_+) = i_L(0_-) = \frac{U}{R}$$

$$2) \text{ 确定稳态值 } i_L(\infty) \quad i_L(\infty) = 0$$

$$3) \text{ 确定电路的时间常数 } \tau = \frac{L}{R}$$

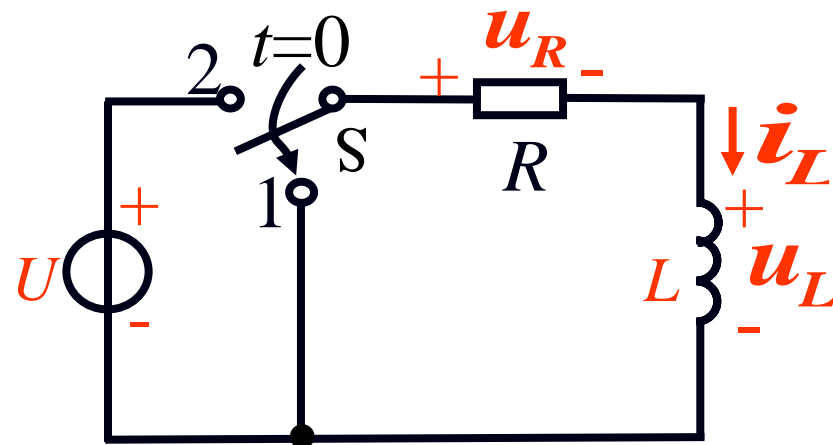
$$\therefore i_L = 0 + \left(\frac{U}{R} - 0 \right) e^{-\frac{R}{L}t} = \frac{U}{R} e^{-\frac{R}{L}t}$$



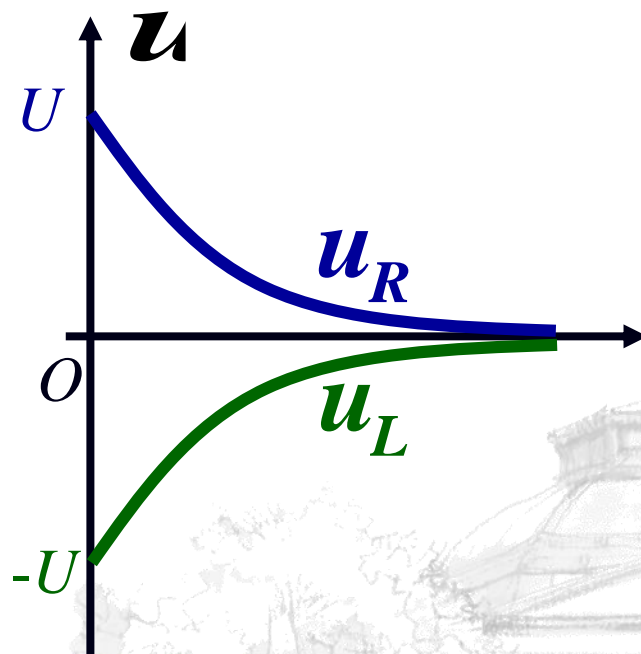
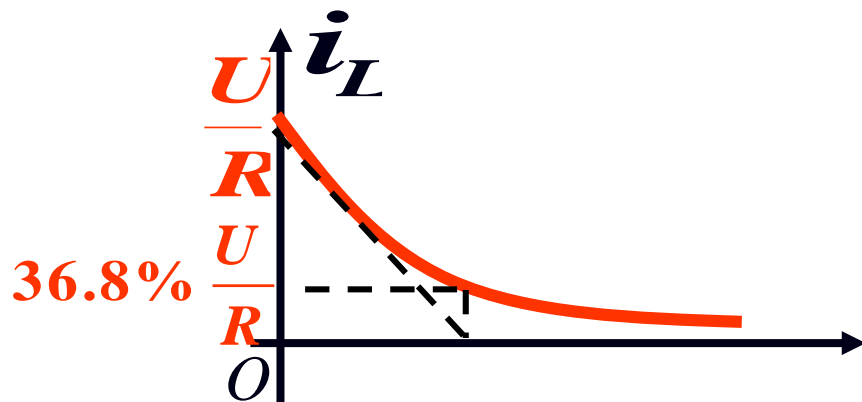
$$i_L = \frac{U}{R} e^{-\frac{R}{L}t}$$

$$u_L = L \frac{di}{dt} = -U e^{-\frac{R}{L}t}$$

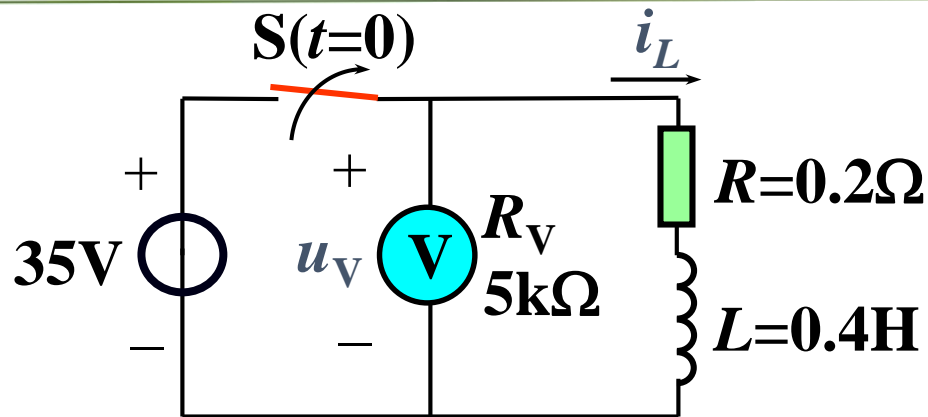
$$u_R = i_L R = U e^{-\frac{R}{L}t}$$



(2) 变化曲线



例题3.11



$$i_L(0_+) = i_L(0_-) = 35/0.2 = 175 \text{ A} = I_0$$

$$\tau = \frac{L}{R + R_V} = \frac{0.4}{5000} = 8 \times 10^{-5} \text{ s} = 80 \mu\text{s}$$

$$i_L = I_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$u_V = -R_V i_L = -R_V I_0 e^{-\frac{t}{\tau}} = -875 e^{-\frac{t}{\tau}} \text{ kV} \quad (t > 0)$$

$$u_V(0^+) = -875 \text{ kV} !$$

电感电流不能跃变，在高阻上产生高压！

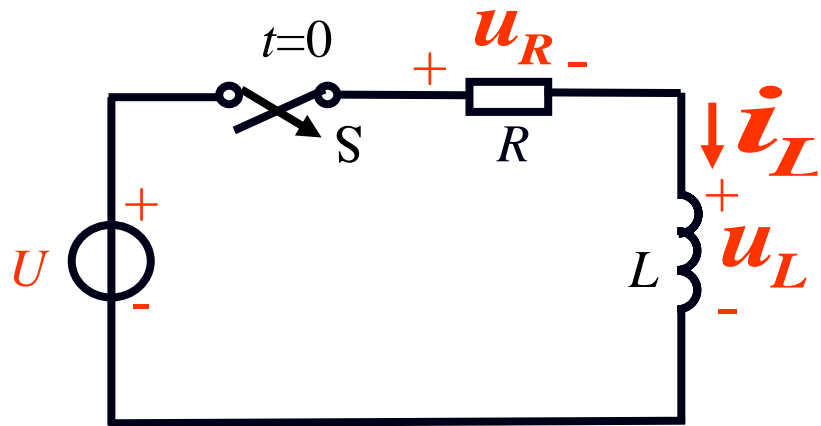
现象：电压表烧坏！



2. RL 直接从直流电源断开

(1) 可能产生的现象

$$u_L = -e_L = L \frac{di}{dt} \rightarrow \infty$$



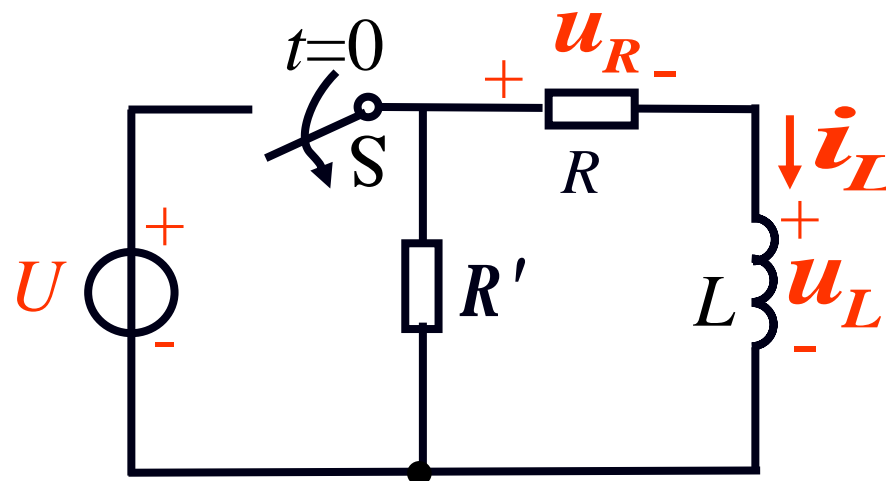
L 产生很高的自感电动势，可能将开关触点之间的空气击穿而造成电弧，烧坏开关触点，而且对线圈的绝缘和人身安全都不利的。

应用：利用拉开开关时 L 产生的高电压击穿火花间隙，产生电火花将气缸点燃。

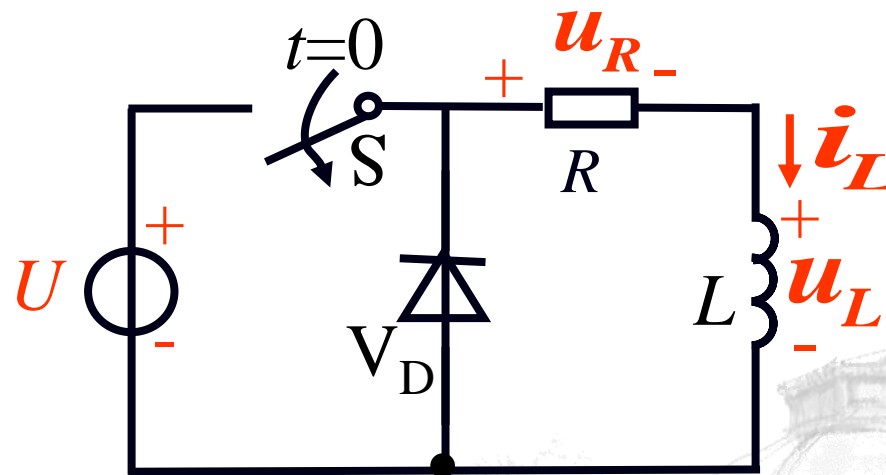


(2) 解决措施

1) 接放电电阻 R'



2) 接续流二极管 V_D



例题3.12

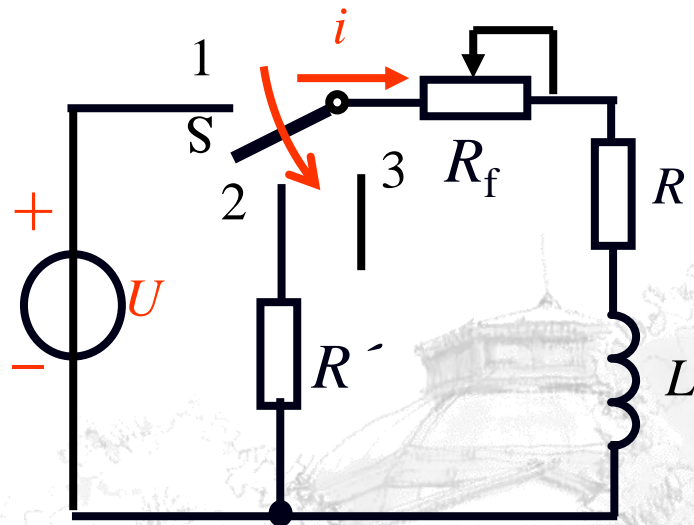
图示电路中， RL 是发电机的励磁绕组，其电感较大。 R_f 是调节励磁电流用的。当将电源开关断开时，为了不至由于励磁线圈所储的磁能消失过快而烧坏开关触头，往往用一个泄放电阻 R' 与线圈联接。开关接通 R' 同时将电源断开。经过一段时间后，再将开关扳到3的位置，此时电路完全断开。

已知 $U = 220\text{V}$ ， $L = 10\text{H}$ ， $R = 80\Omega$ ， $R_f = 30\Omega$ 。

电路稳态时S由1合向2。

(1) $R' = 1000\Omega$ ，试求开关S由1合向2瞬间线圈两端的电压 u_{RL} 。

(2) 在(1)中，若使 u_{RL} 不超过220V，则泄放电阻 R' 应选多大？



(3) 根据(2)中所选用的电阻 R' , 试求开关接通 R' 后经过多长时间, 线圈才能将所储的磁能放出95%?

(4) 写出(3) 中 u_{RL} 随时间变化的表示式。

解: 换路前, 线圈中的电流为

$$i_L(0_+) = \frac{U}{R + R_f} = \frac{220}{80 + 30} = 2A$$

(1) 开关接通 R' 瞬间线圈两端的电压为:

$$u_{RL}(0_+) = (R_f + R')i_L(0_+) = (30 + 1000) \times 2 = 2060V$$

(2) 如果不使 $u_{RL}(0)$ 超过220V, 则

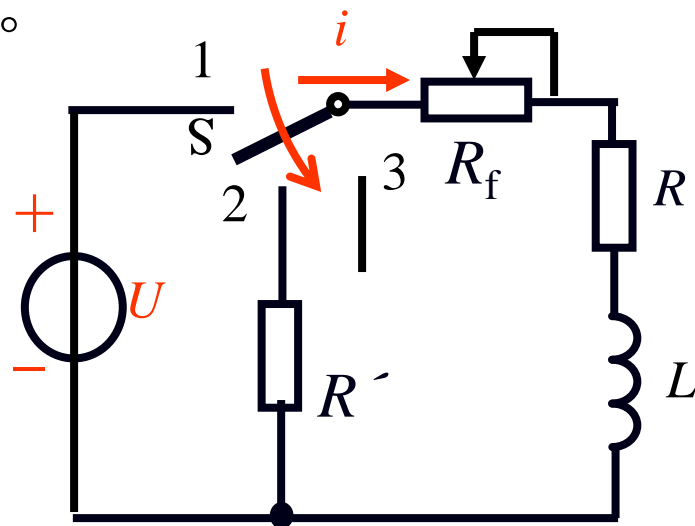
$$(30 + R') \times 2 \leq 220$$

$$R' \leq 80 \Omega$$

即

東南大學電氣工程學院

SCHOOL OF ELECTRICAL ENGINEERING, SEU



(3) 求当磁能已放出95%时的电流

$$\frac{1}{2} L i_L^2 = (1 - 0.95) \frac{1}{2} L i_L^2(0_+) = 0.05 \times \frac{1}{2} \times L \times 2^2$$

$$i_L = 0.446 \text{ A}$$

求所经过的时间

$$i_L(t) = i_L(0_+) e^{-\frac{R+R_F+R'}{L}t} = 2e^{-19t} \text{ A}$$

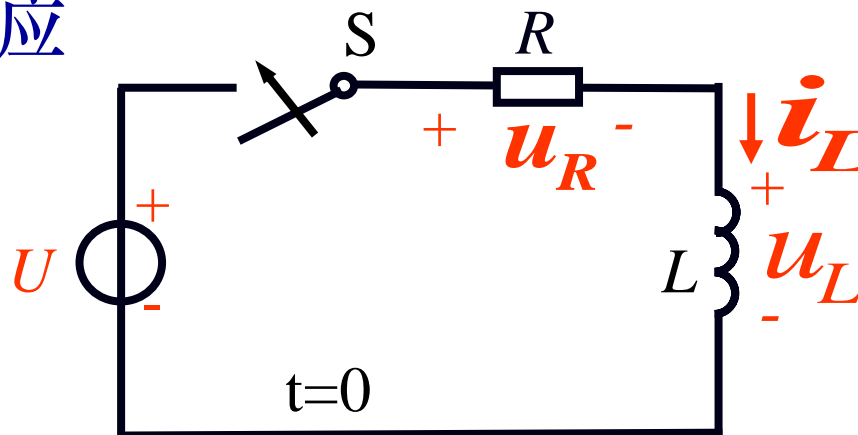
$$0.446 = 2e^{-19t} \quad t = 0.078 \text{ s}$$

(4) 若按 $R' = 80 \Omega$ 计算

$$u_{RL}(t) = -i_L(t)(R_F + R') = -220e^{-19t} \text{ V}$$



3.6.2 RL电路的零状态响应



1. i_L 变化规律

三要素法

$$(U = 0 \quad i_L(0_-) = 0)$$

$$i_L = i_L(\infty) + [i_L(0_+) - i_L(\infty)] e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$\underline{i_L(\infty) = \frac{U}{R}}$$

$$\underline{i_L(0_+) = i_L(0_-) = 0}$$

$$\underline{\tau = \frac{L}{R}}$$

$$i_L = \frac{U}{R} + (0 - \frac{U}{R}) e^{-\frac{R}{L}t} = \frac{U}{R} (1 - e^{-\frac{R}{L}t})$$

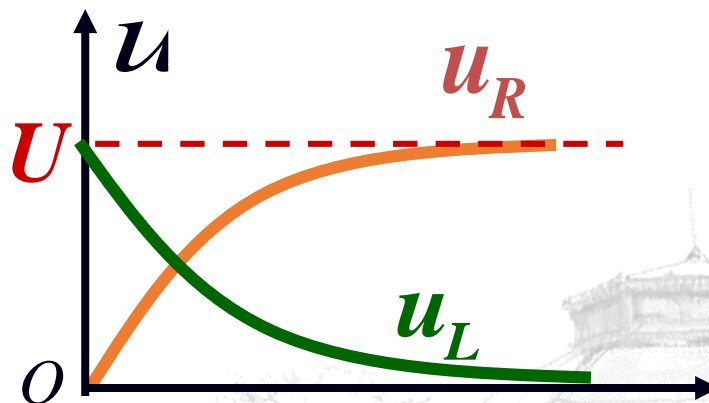
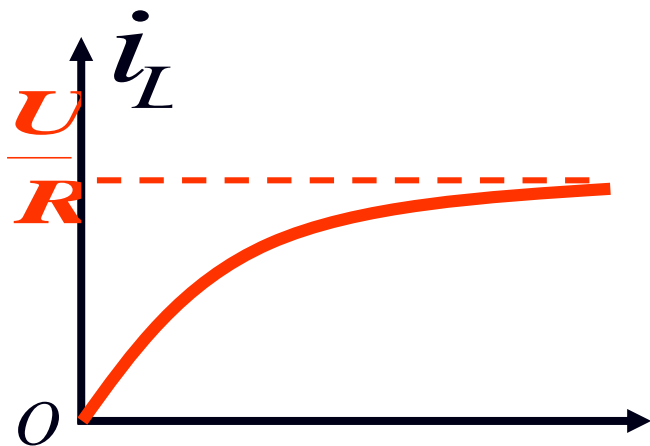


$$i_L = \frac{U}{R} (1 - e^{-\frac{R}{L}t})$$

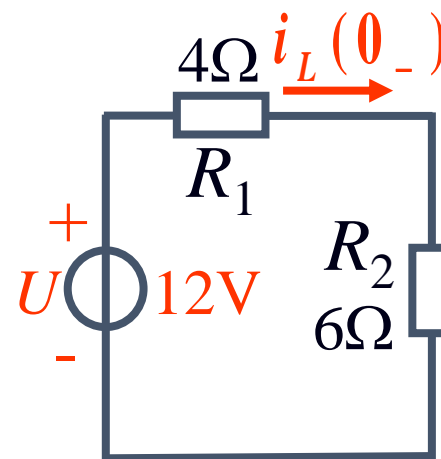
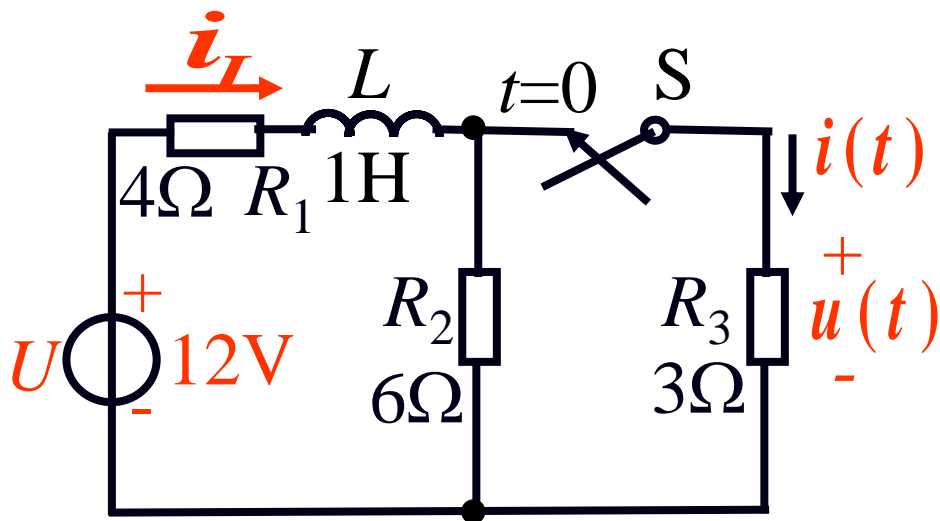
$$u_L = L \frac{di}{dt} = U e^{-\frac{t}{\tau}} = U e^{-\frac{R}{L}t}$$

$$u_R = i_L R = U (1 - e^{-\frac{R}{L}t})$$

2. i_L 、 u_L 、 u_R 变化曲线



3.6.3 RL 电路的全响应 ($U \neq 0$ $i_L(0_-) \neq 0$)



$t=0_-$ 时等效电路

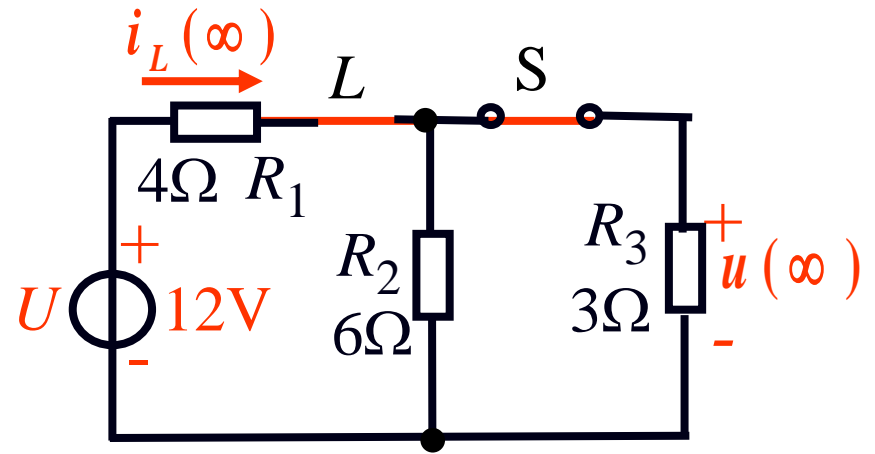
1. i_L 变化规律 (三要素法)

$$i_L = i_L(\infty) + [i_L(0_+) - i_L(\infty)] e^{-\frac{t}{\tau}}$$

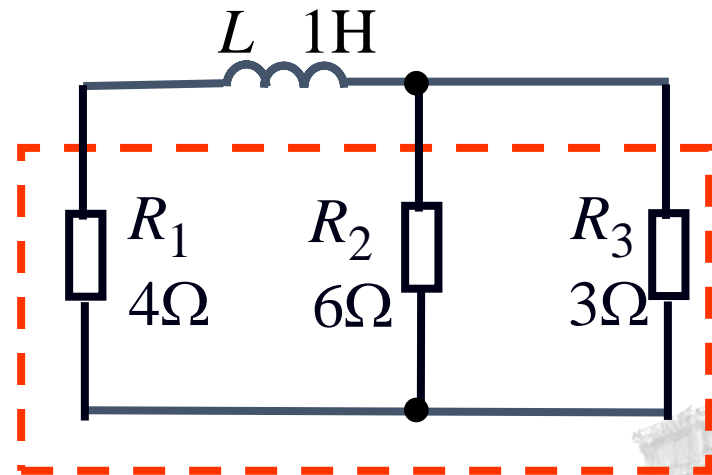
$$i_L(0_+) = i_L(0_-) = \frac{U}{R_1 + R_2} = \frac{12}{4 + 6} = 1.2 \text{ A}$$



$$\begin{aligned}
 i_L(\infty) &= \frac{U}{R_1 + \frac{R_2 \times R_3}{R_2 + R_3}} \\
 &= 2 \text{ A} \\
 \tau &= \frac{L}{R_0} \\
 &= \frac{L}{R_1 + \frac{R_2 \times R_3}{R_2 + R_3}} \\
 &= \frac{1}{6} \text{ s}
 \end{aligned}$$



$t = \infty$ 时等效电路



$$\therefore i_L = 2 + (1.2 - 2)e^{-6t} = 2 - 0.8e^{-6t} \quad (t \geq 0)$$



2. $u(t)$ 变化规律

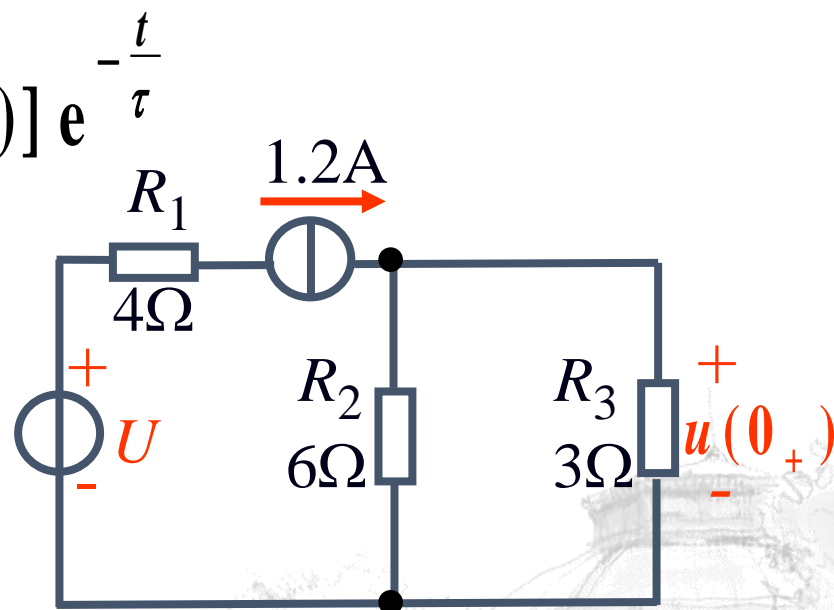
$$u = iR_3 = \frac{R_2}{R_2 + R_3} \times i_L \times R_3$$

$$u = \frac{6 \times 3}{6 + 3} (2 - 0.8 e^{-6t}) = 4 - 1.6 e^{-6t} \text{ V } (t \geq 0)$$

用三要素法求 u

$$u = u(\infty) + [u(0_+) - u(\infty)] e^{-\frac{t}{\tau}}$$

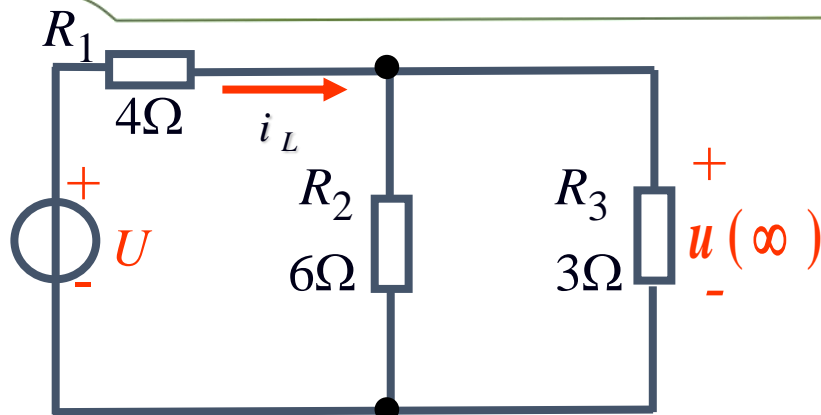
$$\begin{aligned} u(0_+) &= \frac{6}{6 + 3} \times 1.2 \times R_3 \\ &= \frac{2}{3} \times 1.2 \times 3 = 2.4 \text{ V} \end{aligned}$$



$t=0_+$ 等效电路



电路的暂态分析



$$u(\infty) = \frac{R_2}{R_2 + R_3} i_L(\infty) \times R_3$$

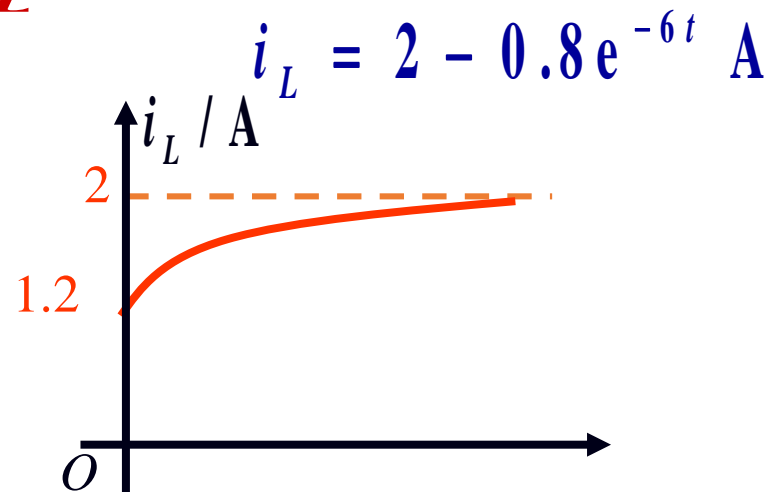
$$= \frac{6}{9} \times 2 \times 3 = 4 \text{ V}$$

$$\tau = \frac{L}{R_0} = \frac{1}{6} \text{ s}$$

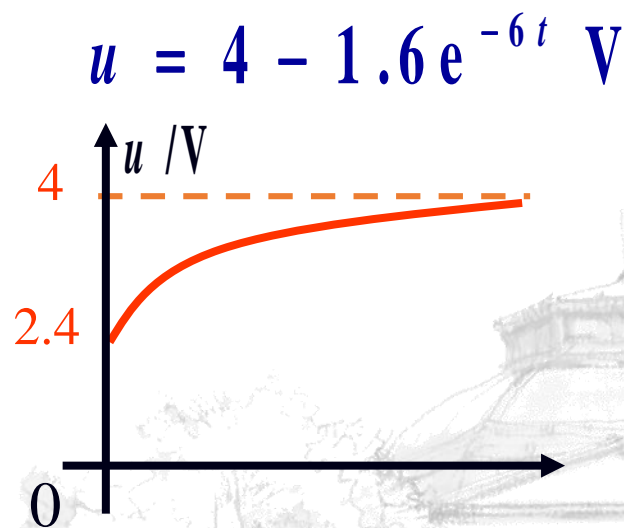
$$u = 4 + (2.4 - 4) e^{-6t}$$

$$= 4 - 1.6 e^{-6t} \text{ V} \quad (t \geq 0)$$

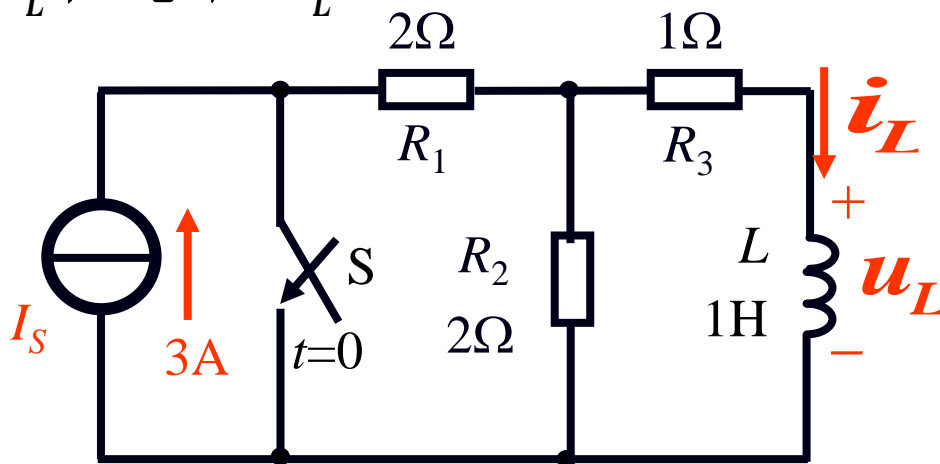
i_L 变化曲线



u 变化曲线



例题3.13 已知：S 在 $t=0$ 时闭合，换路前电路处于稳态。求：电感电流 i_L 和 电压 u_L 。



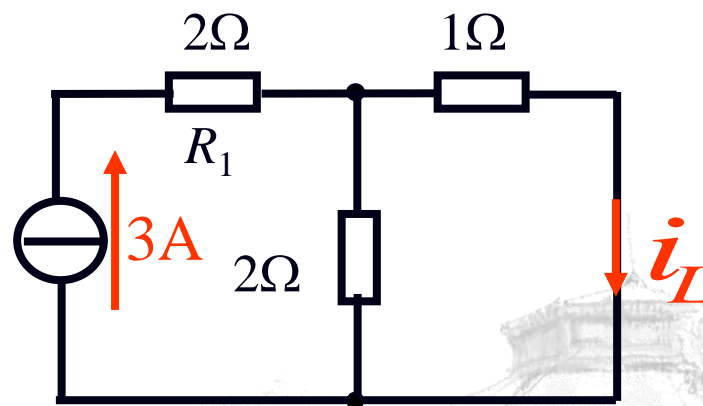
解：用三要素法求解

(1) 求 $u_L(0_+)$, $i_L(0_+)$

由 $t=0$ -等效电路可求得

$$i_L(0_-) = \frac{2}{1+2} \times 3 = 2 \text{ A}$$

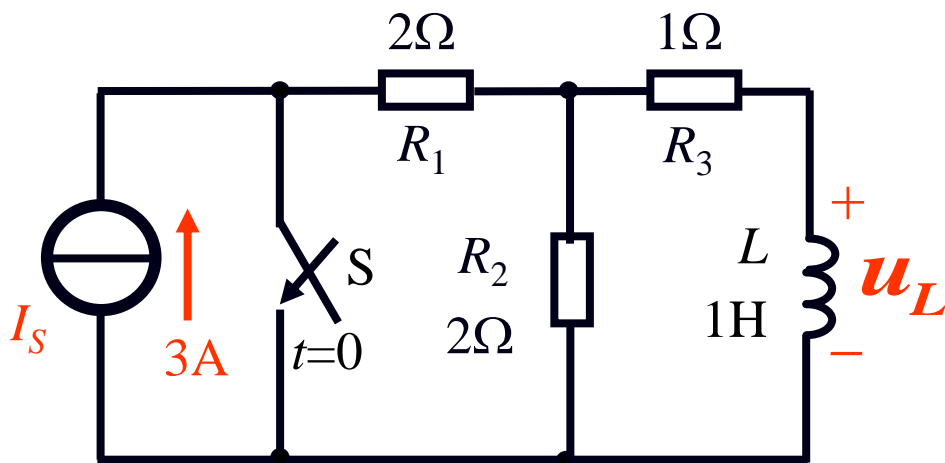
$$i_L(0_+) = i_L(0_-) = 2 \text{ A}$$



$t=0$ -等效电路



电路的暂态分析



$$i_L(0_+) = i_L(0_-) = 2 \text{ A}$$

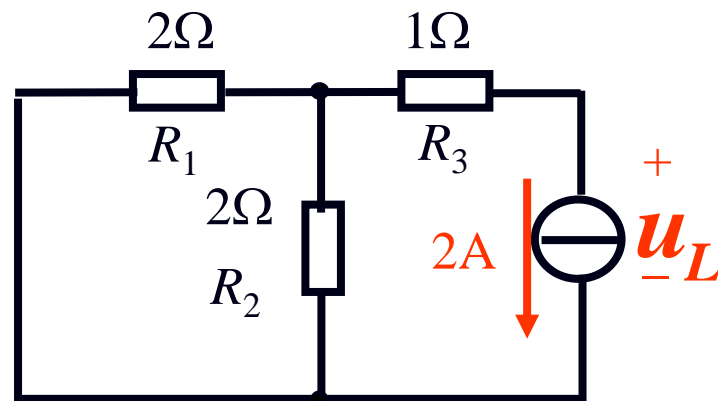
由 $t = 0_+$ 等效电路可求得

$$\begin{aligned} u_L(0_+) &= -i_L(0_+) \times \left(\frac{2 \times 2}{2 + 2} + 1 \right) \\ &= -4 \text{ V} \end{aligned}$$

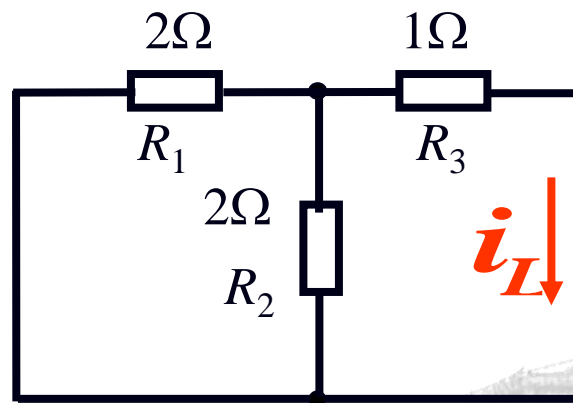
(2) 求稳态值 $i_L(\infty)$ 和 $u_L(\infty)$

由 $t = \infty$ 等效电路可求得

$$i_L(\infty) = 0 \text{ V} \quad u_L(\infty) = 0 \text{ V}$$



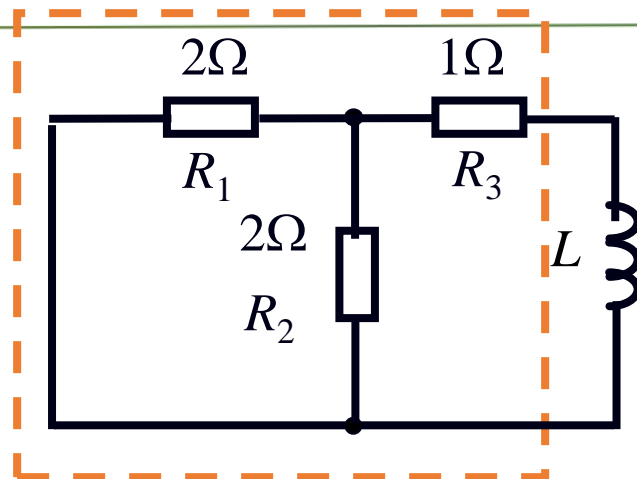
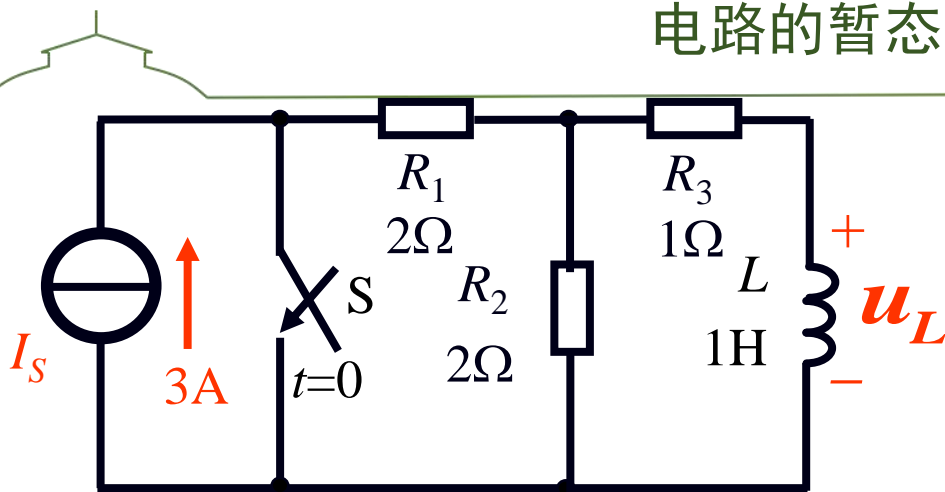
$t = 0_+$ 等效电路



$t = \infty$ 等效电路



电路的暂态分析



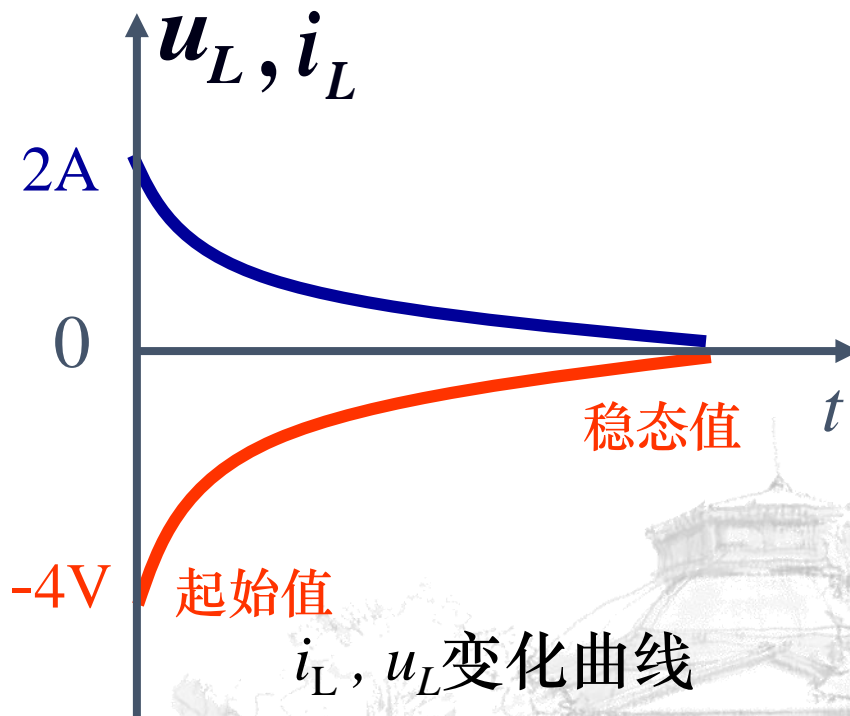
(3) 求时间常数 τ

$$R_0 = R_1 // R_2 + R_3$$

$$\tau = \frac{L}{R_0} = \frac{1}{2} = 0.5 \text{ s}$$

$$i_L = 0 + (2 - 0) e^{-2t} = 2 e^{-2t} \text{ A}$$

$$u_L = 0 + (-4 - 0) e^{-2t} = -4 e^{-2t} \text{ V}$$



作业

- P103-3.2.4, 3.6.1
- P104-3.3.4, 3.3.6
- P105-3.4.5



第三章-Part 3 结束

Thank You!

