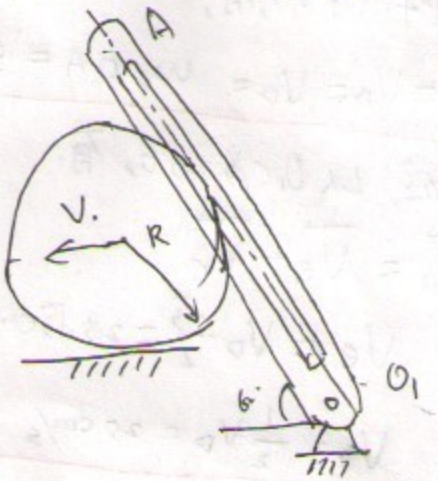
HW 7

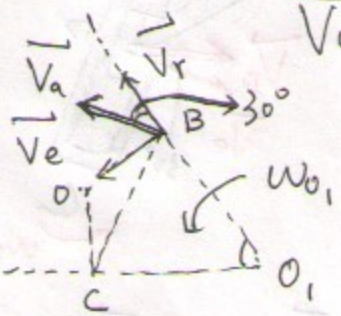
16.12 如图轮O在水平面滚动，销钉B 在在O_1A槽滑动，已知R=50cm

此时O_1A与圆相切，$V_0=20cm/s$，$\alpha=60°$. 求摇杆角速度



解：以销钉B为动点，O_1A为动系。有：

$$\vec{V_a}=\vec{V_e}+\vec{V_r}$$



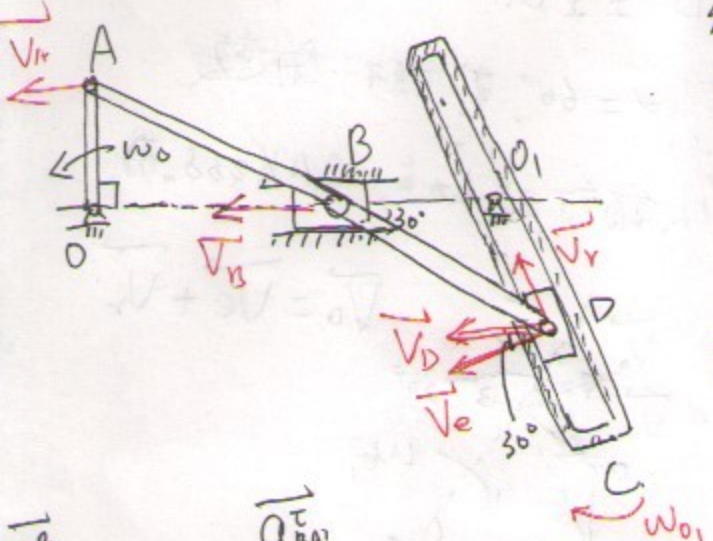
因圆轮O纯滚动，有C为瞬心，$\vec{V_a}$速度方向如图，$\vec{V_a}\perp BC$

$$V_a=\frac{V_0}{R}\cdot\sqrt{3}R=\sqrt{3}V_0=20\sqrt{3}\ cm/s,$$

$$\Rightarrow V_e=\frac{1}{2}V_a=10\sqrt{3}\ cm/s$$

$$\Rightarrow \omega_{O_1}=\frac{V_e}{\overline{O_1B}}=\frac{10\sqrt{3}\ cm/s}{\sqrt{3}R}=0.2\ rad/s\ (\curvearrowleft)\quad(\#)$$

16-13：图示曲柄滑杆机构，$OA=5cm$，OA角速度 $\omega_0=10rad/s$，$O_1D=7cm$，AB与水平夹角为30°，求：摇杆O_1C的角速度和角加速度。



解：

(1) 考虑刚体ABD，A，B速度如图所示

AB瞬时平移，有，

$$V_A=V_B=V_D=\omega_0\cdot OA=50cm/s$$

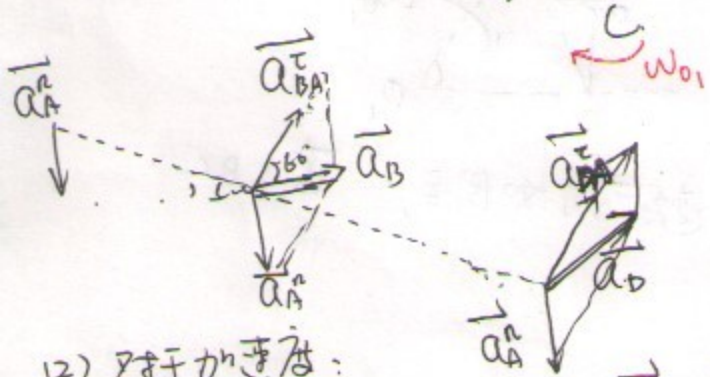
以D为动点，以O_1C为动系，有：

$$\vec{V}_D=\vec{V}_e+\vec{V}_r$$

$$\text{而 } V_e=V_D\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}=25\sqrt{3}cm/s$$

$$V_r=\frac{1}{2}V_D=25cm/s$$

$$\text{得 } \omega_{O_1}=\frac{V_e}{O_1D}=\frac{25\sqrt{3}cm/s}{7cm}=6.186rad/s$$



(2) 对于加速度：

对刚体AB，利用基点法有 $\vec{a}_B=\vec{a}_A+\vec{a}_{BA}$

$$\vec{a}_A=\vec{a}_A^n,\quad \vec{a}_{BA}=\vec{a}_{BA}^{\tau}\ (\omega_{AB}=0),$$

$$a_A^n=\omega_0^2\cdot OA=500cm/s^2,\Rightarrow\begin{cases}a_B=\cos30°\cdot a_A^n=\dfrac{500}{\sqrt{3}}cm/s^2\\ a_{BA}^{\tau}=\dfrac{a_A^n\cdot 2}{\sqrt{3}}=\dfrac{1000}{\sqrt{3}}cm/s^2\end{cases}$$

有：$$\alpha_{AB}=\frac{a_{BA}^{\tau}}{\overline{AB}}=\frac{1000\sqrt{3}cm/s^2}{\sqrt{3}\cdot10\cdot1cm}=\frac{100}{\sqrt{3}}rad/s^2$$

同而有 $\vec{a}_D=\vec{a}_A+\vec{a}_{DA}$

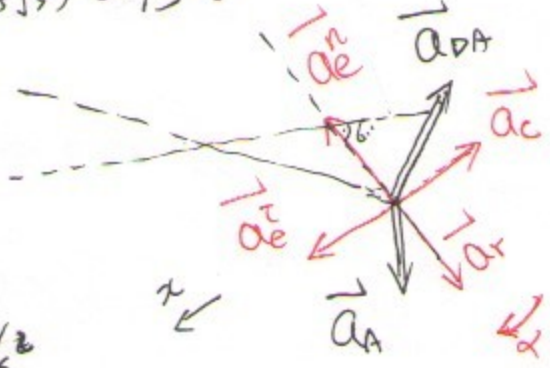
$$a_{DA}=a_{DA}^{\tau}=\alpha_{AB}\cdot AD=\frac{100}{\sqrt{3}}\cdot(10+3.5\sqrt{3})cm/s=927.4cm/s$$

以D为动点，O_1C为动系有：

$$\vec{a}_D=\vec{a}_A+\vec{a}_{DA}=\vec{a}_e+\vec{a}_r+\vec{a}_C$$

其中：$a_e^n=\omega_{O_1}^2\cdot\overline{O_1D}=$

$$a_C=2\cdot\omega_{O_1}\cdot V_r=2\cdot6.186\cdot25=309.3cm/s^2$$



对x轴投影有:

$$a_A\frac{\sqrt{3}}{2} - a_{DA}\frac{\sqrt{3}}{2} = a_e^\tau - a_C$$

$$\Rightarrow 500\cdot\frac{1}{2} - \frac{100}{\sqrt{3}}(10+3.5\sqrt{3})\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} = a_e^\tau - 2\cdot 6.186\cdot 25$$

$$\Rightarrow a_e^\tau = 250 - 927\frac{\sqrt{3}}{2} + 309.3(cm/s^2) = -243.9\ cm/s^2\ (\nearrow)$$

$$\therefore \alpha_{O_1} = \frac{a_e^\tau}{7cm} = -34.8\ rad/s^2\ (\curvearrowleft)$$

16-15如图，滚动纯滚，OA杆 $r=10cm$，$n=30r/min$。AB杆 $l=17.3cm$，滚珠经 $R=10cm$，求图示位置滚动角速度和角加速度

解：考察AB杆的运动

1) A,B两点速度如图所示，

~~AB杆作平面平移~~ 因 $l=17.3cm$，$\angle AOB=60°$

$r=10cm$，

~~$v_B=v_A$~~ = 有$\angle OAB$为直角；

由图投影法有：$v_A = v_B\cdot\cos 30°$

$$v_B = \frac{v_A}{\cos 30°} = \frac{n\cdot r}{\cos 30°} = 30\frac{2\pi}{60}\cdot\frac{10cm/s}{\text{量}}$$

$$= 36.28\ cm/s^2$$

得 ~~AB~~ 圆滚动角速度 $\omega_B = \frac{v_B}{R} = 3.63\ rad/s^2$

且 AB角速度 $\omega_{AB} = \frac{v_B\cdot\frac{1}{2}}{AB} = \frac{36.28\times\frac{1}{2}}{17.3} = 1.05\ rad/s^2$

2) 对于加速度有：

~~2) 对于加速度有：~~

$$\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{BA}^\tau + \vec{a}_{BA}^n = \vec{a}_A^n + \vec{a}_{BA}^n + \vec{a}_{BA}^\tau$$

其中，$a_{BA}^n = \omega_{AB}^2\overline{AB} = 19.1\ cm/s^2$

对"x"轴投影，有 $a_B\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} = a_{BA}^n \Rightarrow a_B = \frac{19.1}{\sqrt{3}}\cdot 2 = 22\ cm/s^2$

同理有：$\alpha_B = \frac{a_B}{R} = 2.2\ rad/s^2$