

## 2. 通过含内热源实心圆柱体的导热

$$\rho c \frac{\partial t}{\partial \tau} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( \lambda r \frac{\partial t}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \phi} \left( \lambda \frac{\partial t}{\partial \phi} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \lambda \frac{\partial t}{\partial z} \right) + \dot{\Phi}$$

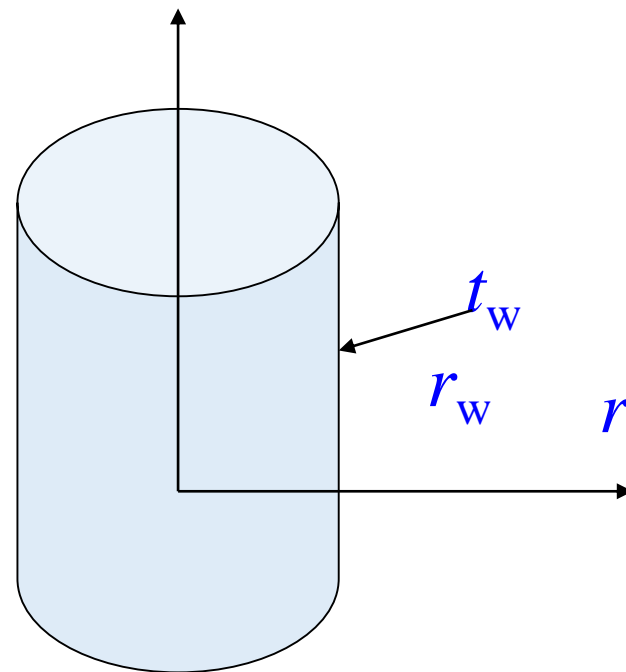
$\lambda$ 为常数，外侧为第一类边界

数学描述：

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left( r \frac{dt}{dr} \right) + \frac{\dot{\Phi}}{\lambda} = 0; \\ r = r_w, t = t_w \\ r = 0, \frac{dt}{dr} = 0 \end{array} \right.$$

积分上面的微分方程两次有

$$t = \frac{\dot{\Phi}}{4\lambda} r^2 + c_1 \ln r + c_2$$

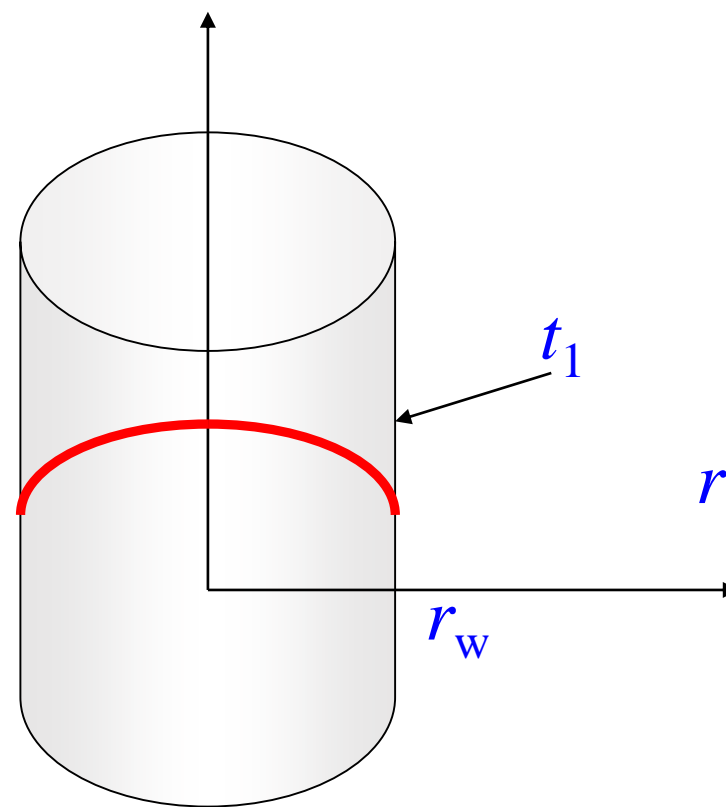


利用边界条件得出圆柱体内的温度分布

$$t = t_w + \frac{\dot{\Phi}}{4\lambda} (r_w^2 - r^2)$$

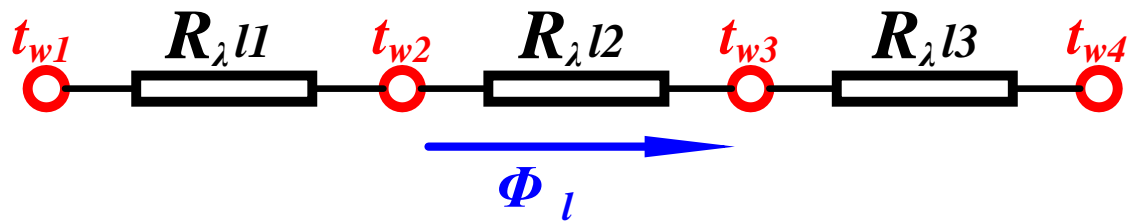
由傅里叶定律可得出壁面处的热流量:

$$\Phi = \pi r_w^2 l \dot{\Phi}$$

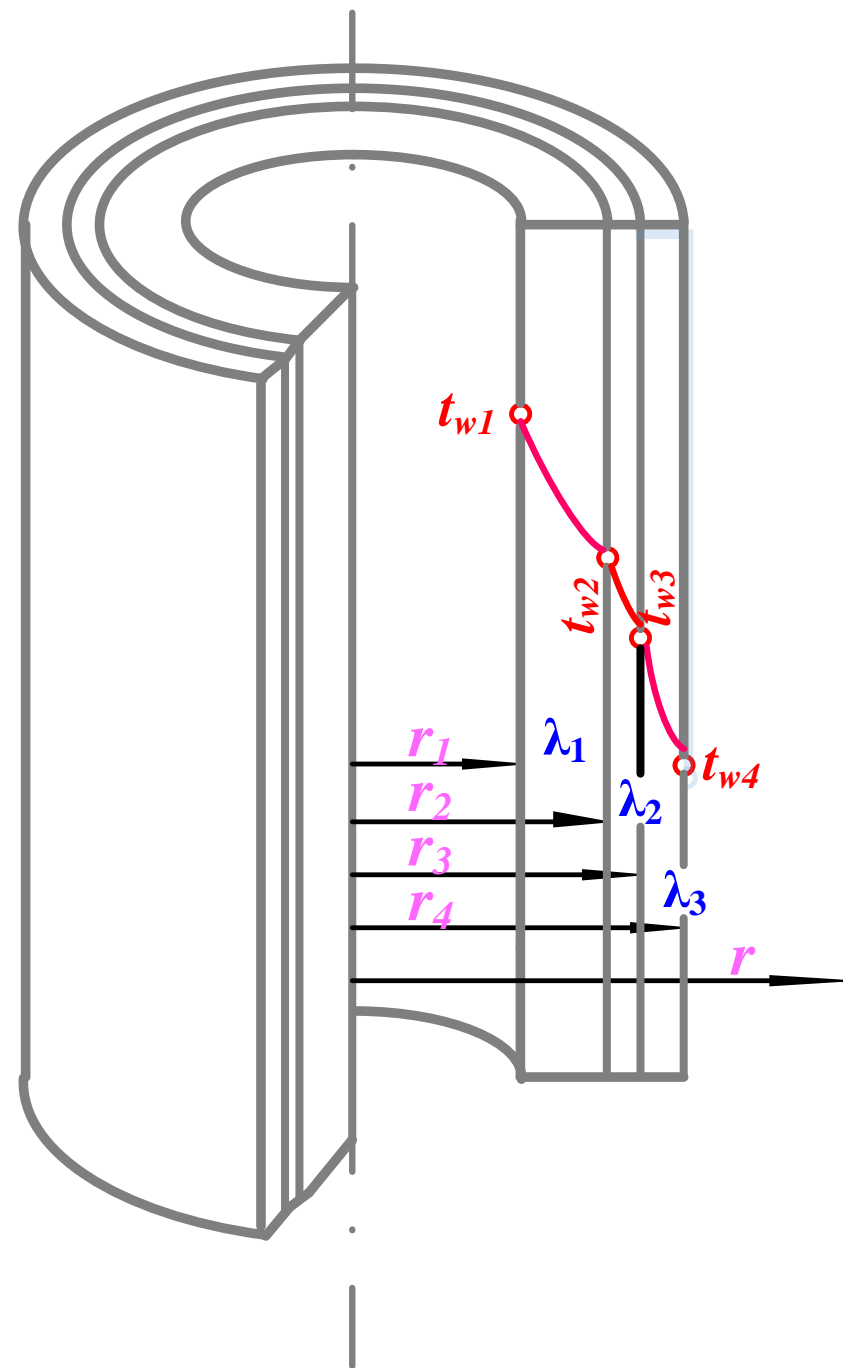


### 3. 通过多层圆筒壁的导热

#### 热阻的概念



$$\Phi = \frac{t_1 - t_2}{\frac{1}{2\pi\lambda_1 l} \ln \frac{r_2}{r_1}} = \frac{t_2 - t_3}{\frac{1}{2\pi\lambda_2 l} \ln \frac{r_3}{r_2}} = \frac{t_3 - t_4}{\frac{1}{2\pi\lambda_3 l} \ln \frac{r_4}{r_3}}$$
$$= \frac{t_1 - t_4}{R_1 + R_2 + R_3}$$



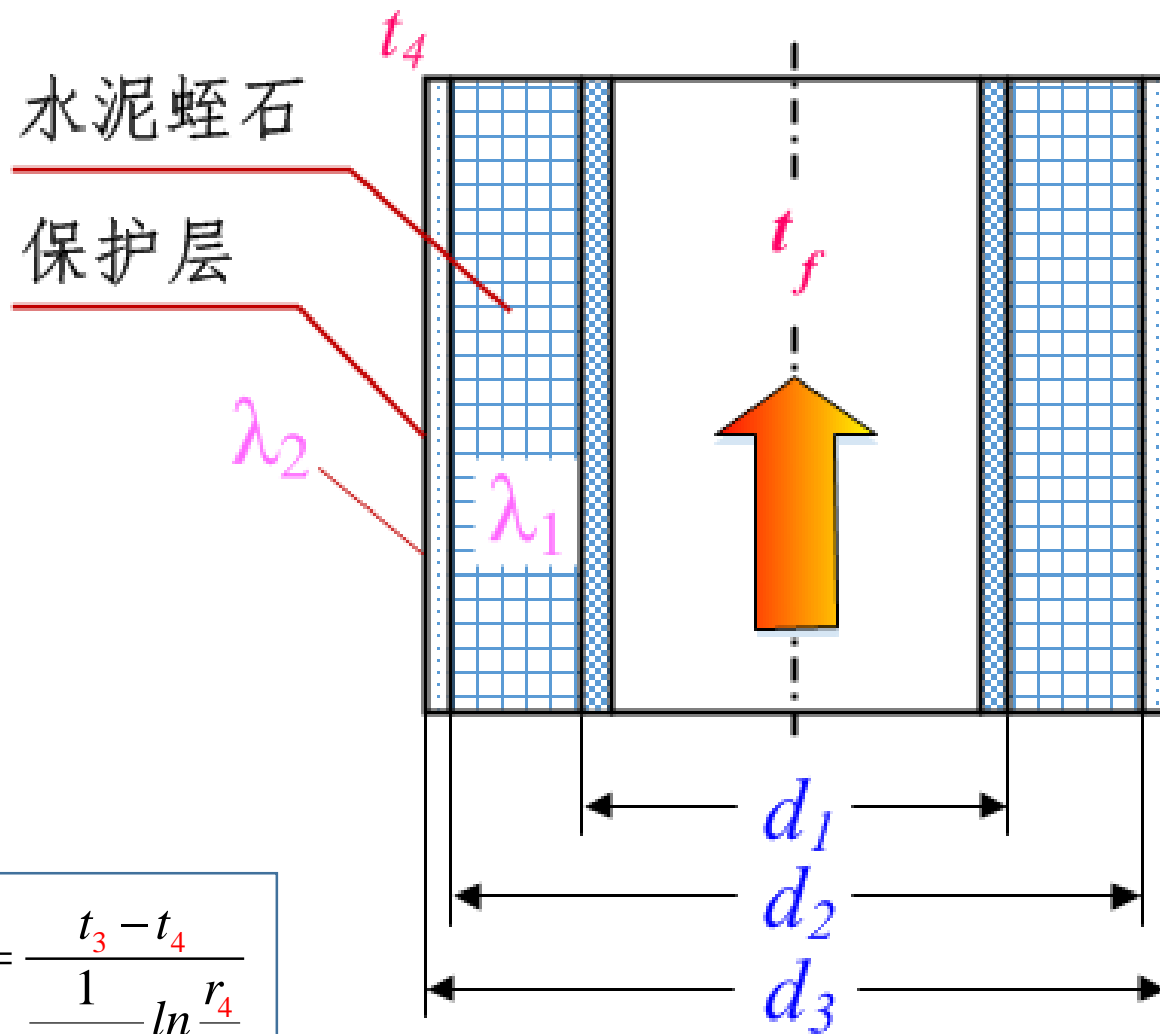
## 练习

已知

$$\left\{ \begin{array}{l} t_f = 540^{\circ}\text{C}, \quad t_4 = 48^{\circ}\text{C} \\ d_1 = 273\text{mm} \\ d_2 = (273 + 2\delta) \text{ mm} \\ d_3 = (273 + 2\delta + 30) \text{ mm} \\ \lambda_1 = 0.105\text{W} / (\text{m} \cdot \text{K}) \\ \lambda_2 = 0.192\text{W} / (\text{m} \cdot \text{K}) \\ q_1 = 442\text{W} / \text{m} \end{array} \right.$$

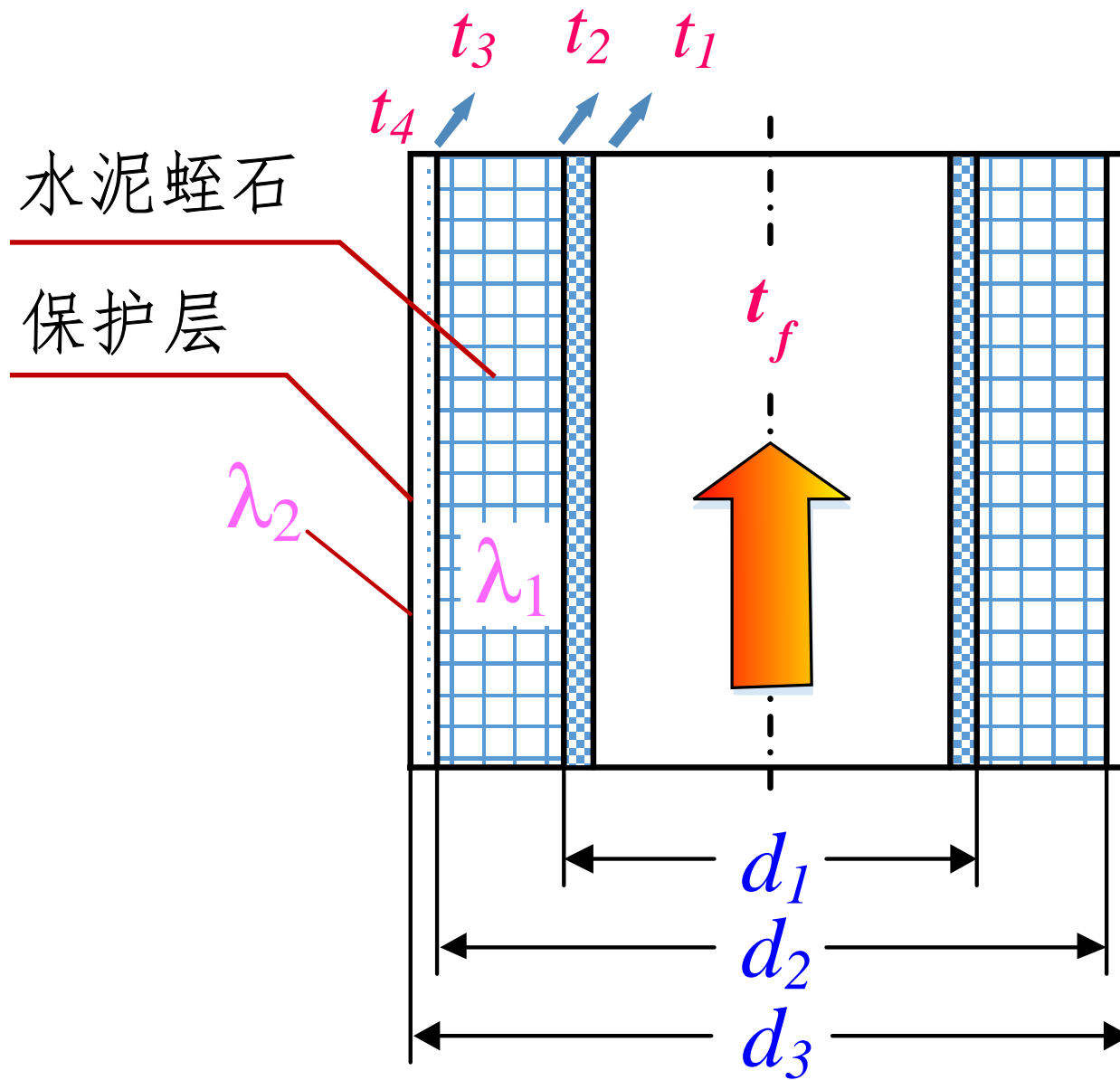
求:  $\delta$

$$\Phi = \frac{t_1 - t_2}{\frac{1}{2\pi\lambda_1 l} \ln \frac{r_2}{r_1}} = \frac{t_2 - t_3}{\frac{1}{2\pi\lambda_2 l} \ln \frac{r_3}{r_2}} = \frac{t_3 - t_4}{\frac{1}{2\pi\lambda_3 l} \ln \frac{r_4}{r_3}}$$



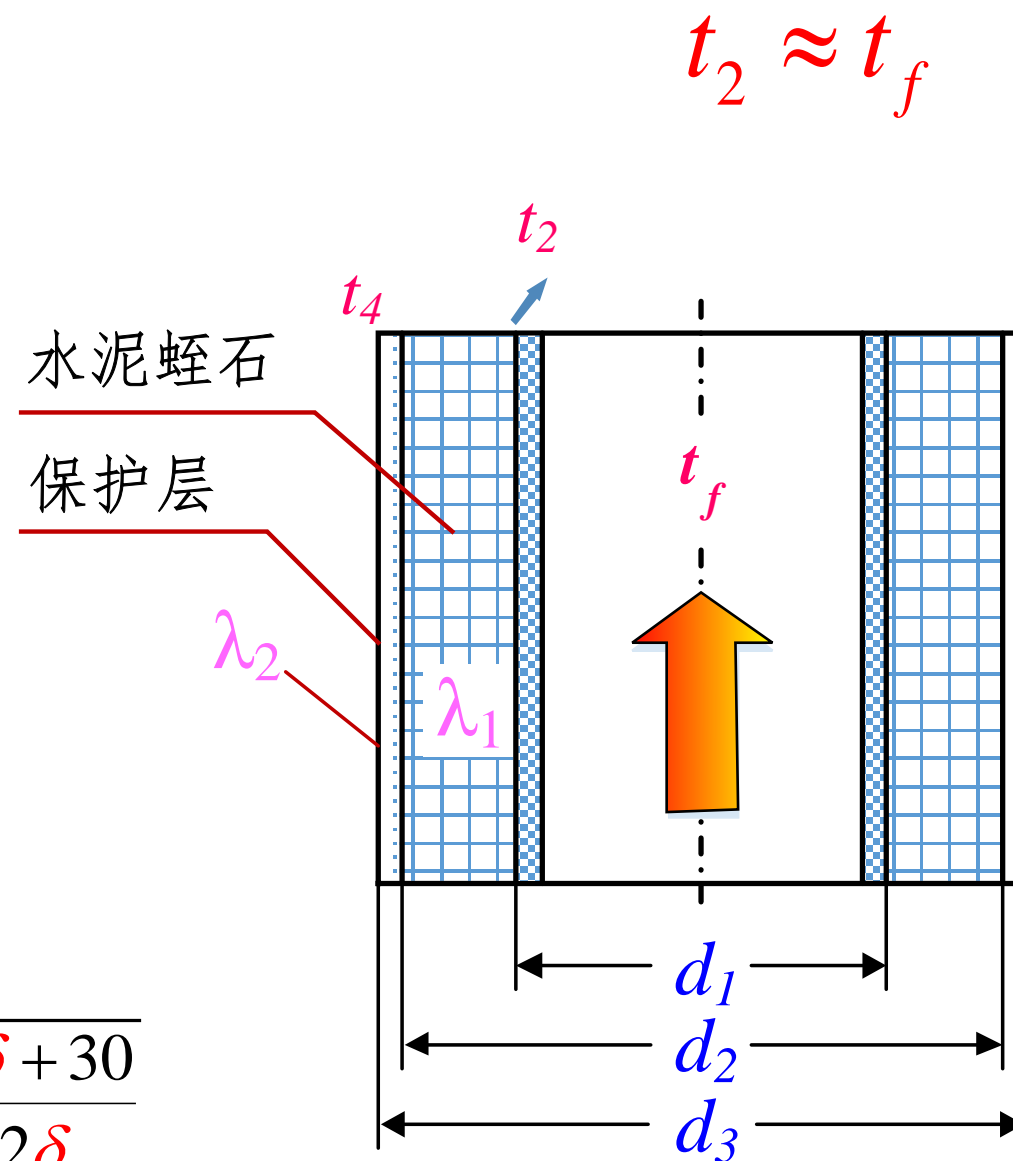
分析:

$$t_2 \approx t_f$$



解：单位长度的散热量

$$\begin{aligned}
 \Phi_l &= \frac{\Phi}{L} = \frac{t_2 - t_4}{\frac{1}{2\pi\lambda} \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{2\pi\lambda} \ln \frac{d_3}{d_2}} \\
 &= \frac{t_2 - t_4}{\frac{1}{2\pi\lambda_1} \ln \frac{d_1 + 2\delta}{d_1} + \frac{1}{2\pi\lambda_2} \ln \frac{d_1 + 2\delta + 30}{d_1 + 2\delta}} \\
 &= \frac{540 - 48}{\frac{1}{2\pi \times 0.105} \times \ln \frac{273 + 2\delta}{273} + \frac{1}{2\pi \times 0.192} \times \ln \frac{273 + 2\delta + 30}{273 + 2\delta}}
 \end{aligned}$$



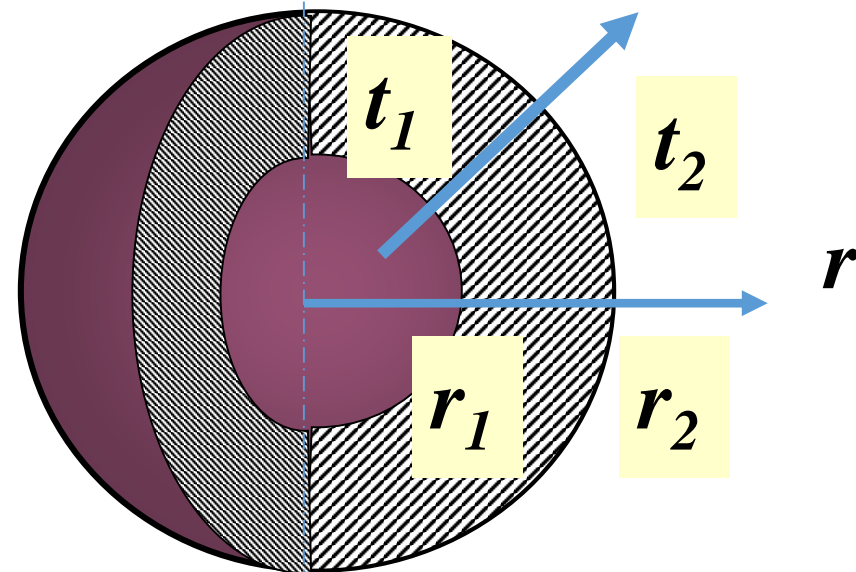
### 三、通过球壳的导热

导热系数为常数，无内热源

$$\rho c \frac{\partial t}{\partial \tau} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( \lambda r^2 \frac{\partial t}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \lambda \sin \theta \frac{\partial t}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial}{\partial \phi} \left( \lambda \frac{\partial t}{\partial \phi} \right) + \dot{\Phi}$$

数学描述：

$$\begin{cases} \frac{d}{dr} \left( r^2 \frac{dt}{dr} \right) = 0 \\ r = r_1, t = t_1 \\ r = r_2, t = t_2 \end{cases}$$

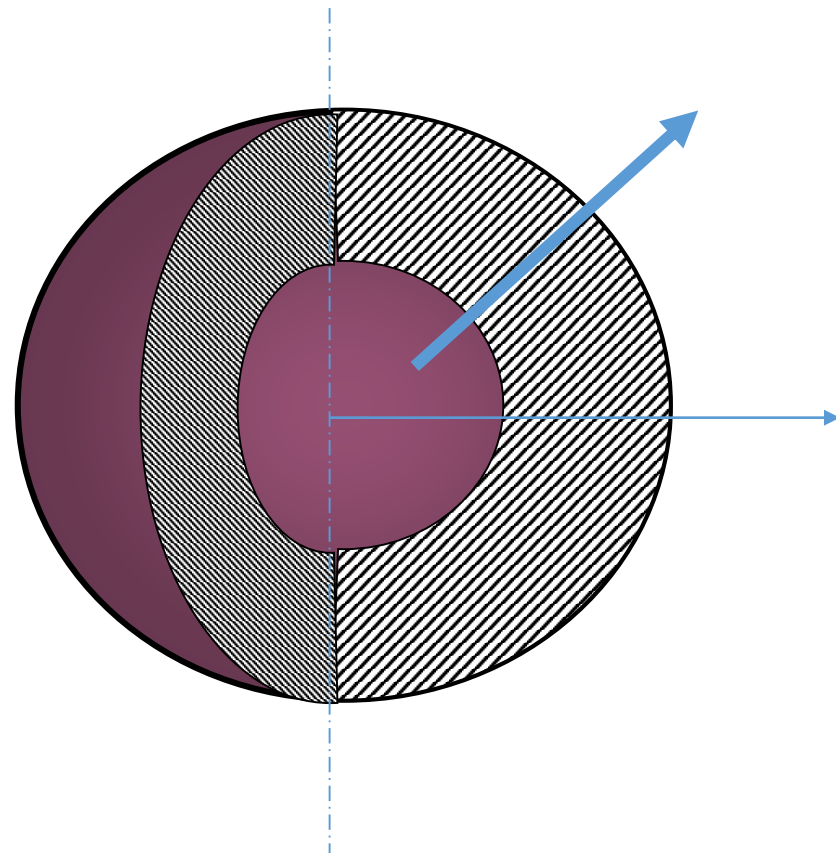


温度分布：

$$t = t_{w2} + \frac{t_{w1} - t_{w2}}{1/r_1 - 1/r_2} \left( 1/r - 1/r_2 \right)$$

热流量：

$$\Phi = \frac{4\pi\lambda(t_{w1} - t_{w2})}{1/r_1 - 1/r_2}$$





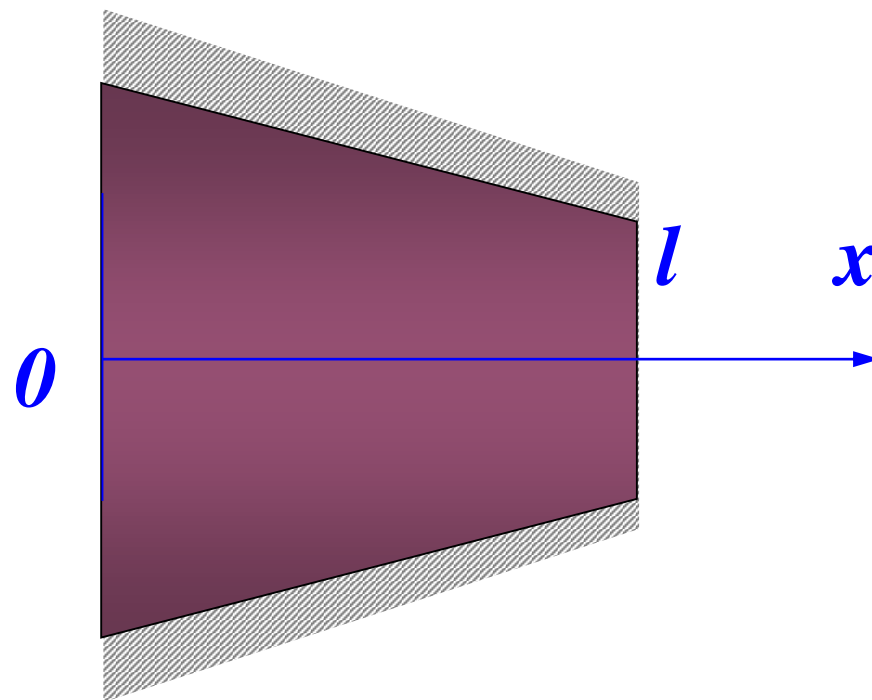
## 四、其它变截面的导热

变截面形状的一维稳态、且无内热源的导热问题

$$\Phi = qA = -A(x)\lambda \frac{dt}{dx}$$

$$\Phi \int_0^l \frac{1}{A(x)} dx = \int_{t_1}^{t_2} \lambda dt$$

$$\Phi = \int_{t_1}^{t_2} \lambda dt / \int_0^l \frac{1}{A(x)} dx$$



一维，稳态，无内热源，导热系数为常数，变截面

$$\Phi = \int_{t_1}^{t_2} \lambda dt / \int_0^l \frac{1}{A(x)} dx$$

$$\Phi = \frac{\lambda(t_1 - t_2)}{\int_{x_1}^{x_2} \frac{dx}{A(x)}} \Rightarrow \Phi = \lambda S (t_1 - t_2)$$

└ 形状因子

$$\Phi = \lambda S (t_1 - t_2)$$

	热流密度	传热面积	导热量
平板	$q = \frac{\lambda}{\delta} (t_1 - t_2)$	$A$	$\Phi = \lambda \frac{A}{\delta} (t_1 - t_2)$
圆筒壁	$q = \frac{\lambda}{r} \frac{(t_1 - t_2)}{\ln(r_2/r_1)}$	$A = 2\pi r l$	$\Phi = \lambda \frac{2\pi l}{\ln(r_2/r_1)} (t_1 - t_2)$
球壳	$q = \frac{\lambda (t_1 - t_2)}{r^2 (1/r_1 - 1/r_2)}$	$A = 4\pi r^2$	$\Phi = \lambda \frac{4\pi}{1/r_1 - 1/r_2} (t_1 - t_2)$

# 计算导热量的形状因子法

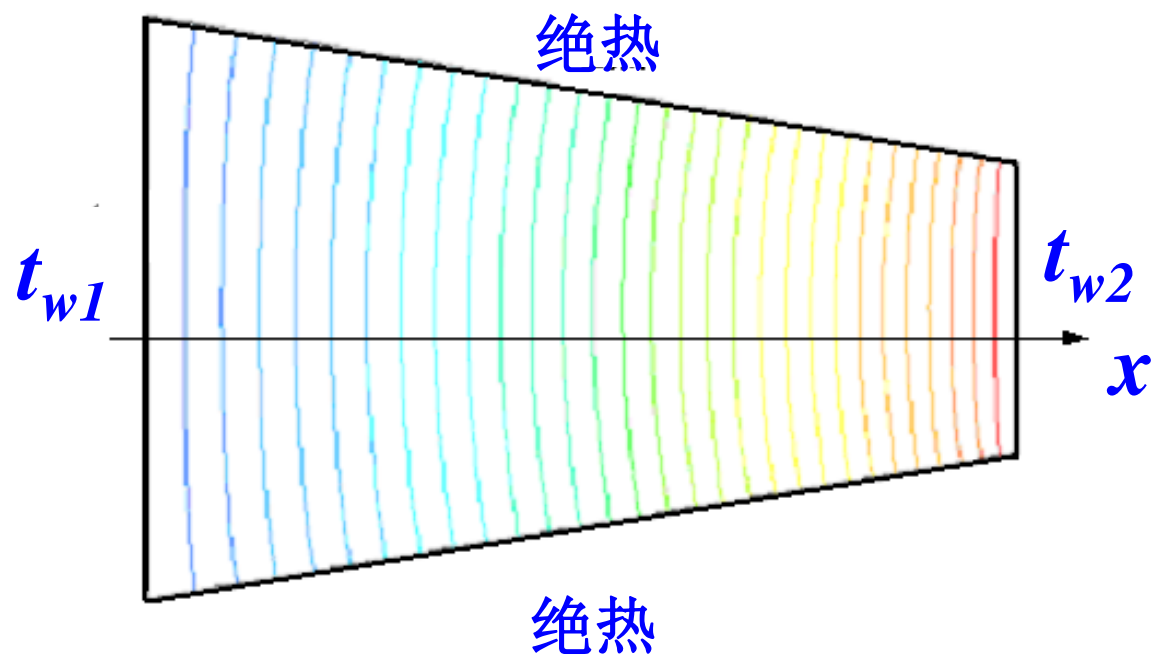
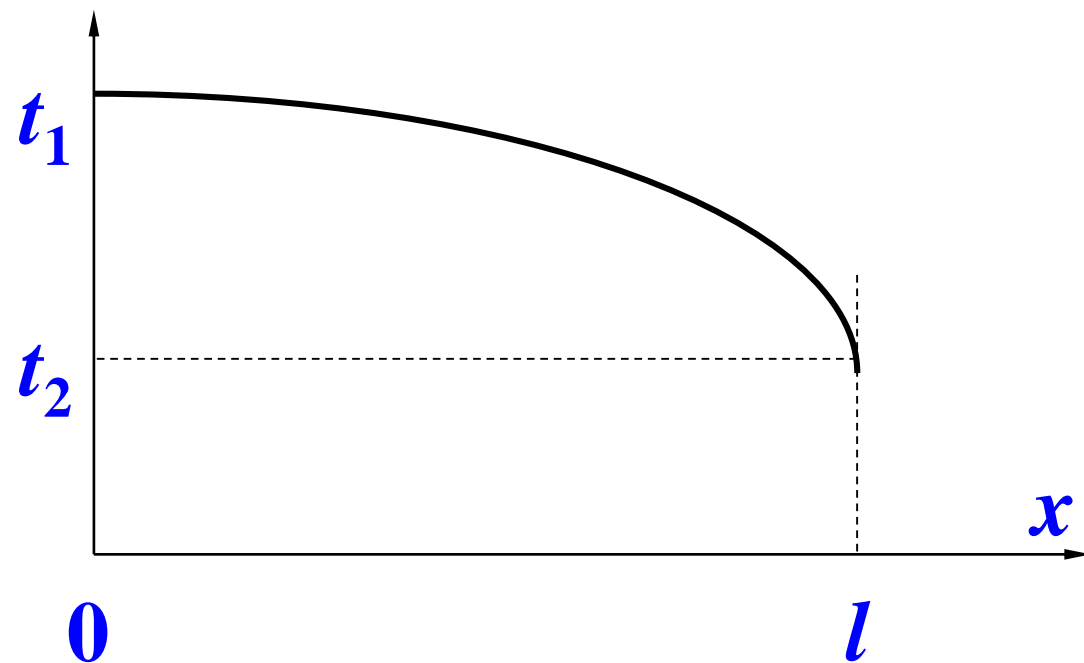
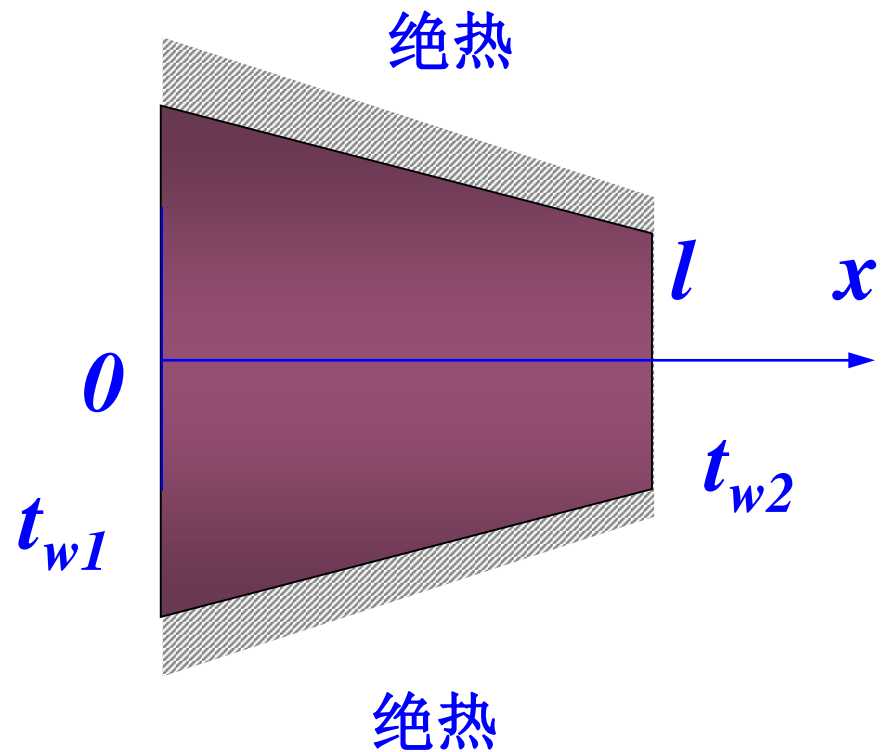
$$\Phi = \lambda S (t_1 - t_2)$$

## ➤ 讨论与说明

- (1) 形状因子 $S$ 是纯几何参数，与温度、导热系数等物性参数无关
- (2) 仅适用于两个等温面之间的导热热流量计算
- (3) 对于二维、三维问题的两个等温面之间也可运用计算

作用：主要应用于工程中复杂结构的导热问题。

例：一维稳态，导热系数为常数  
画出等温线及各截面平均温度分布



## 2-3 小结

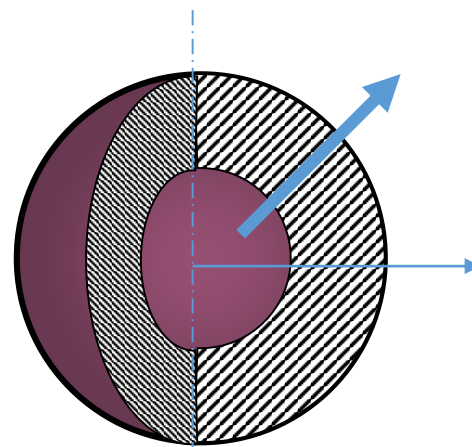
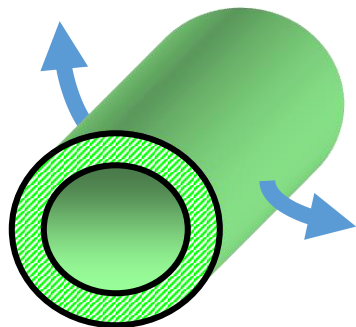
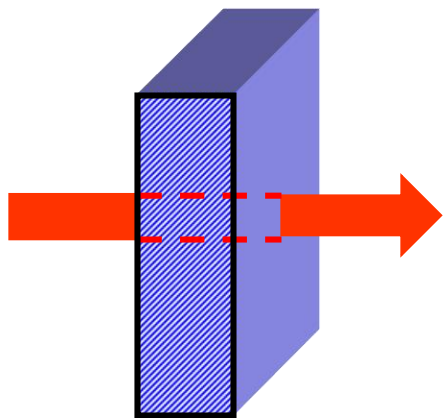
稳态导热  $\frac{\partial t}{\partial \tau} = 0$  温度不随时间而变化。

通过平壁的导热, 直角坐标系中的一维问题。★

通过圆筒壁的导热, 圆柱坐标系中的一维问题。★

通过球壳的导热, 球坐标系中的一维问题。

其他变截面的一维导热问题。



# 主要内容

2-1 导热基本定律

2-2 导热问题的数学描写

2-3 典型一维稳态导热问题的分析解

2-4 通过肋片的导热

## 2-4 通过肋片的导热

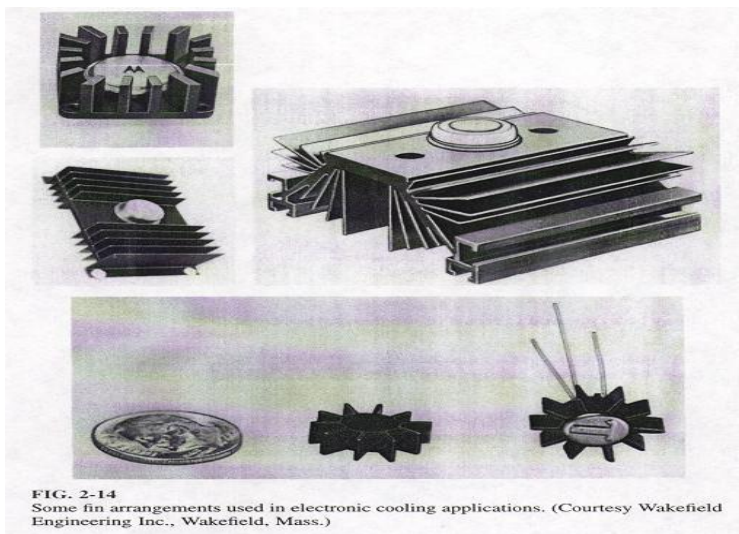
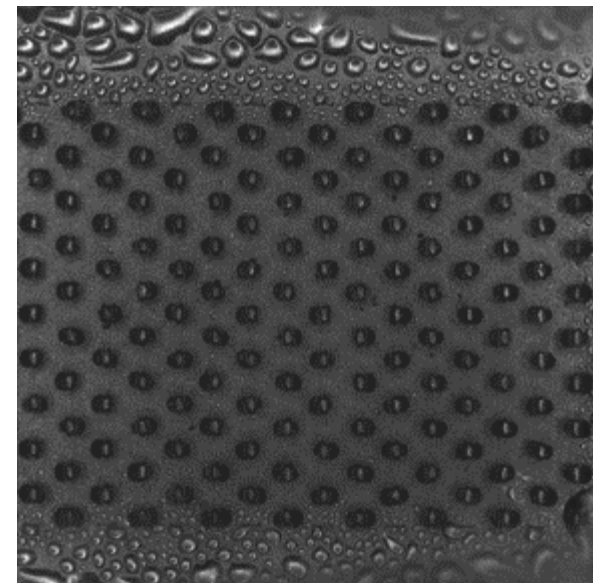
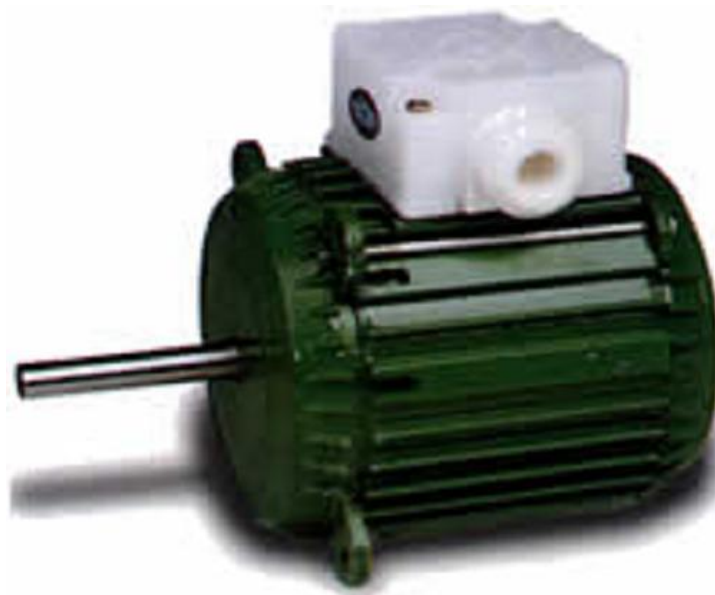


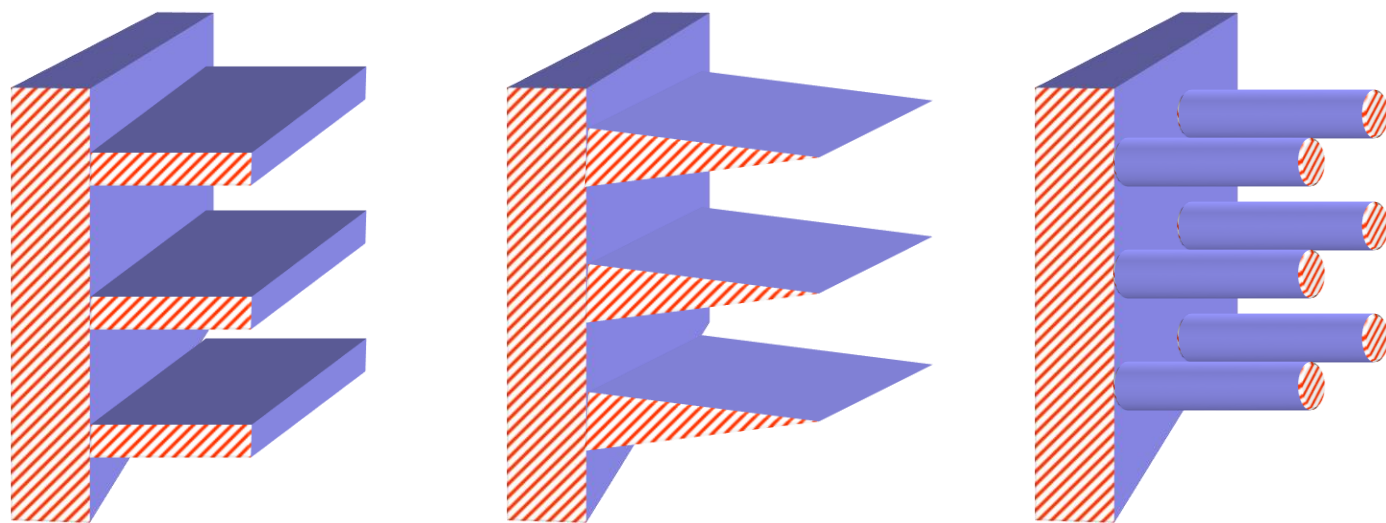
FIG. 2-14  
Some fin arrangements used in electronic cooling applications. (Courtesy Wakefield Engineering Inc., Wakefield, Mass.)



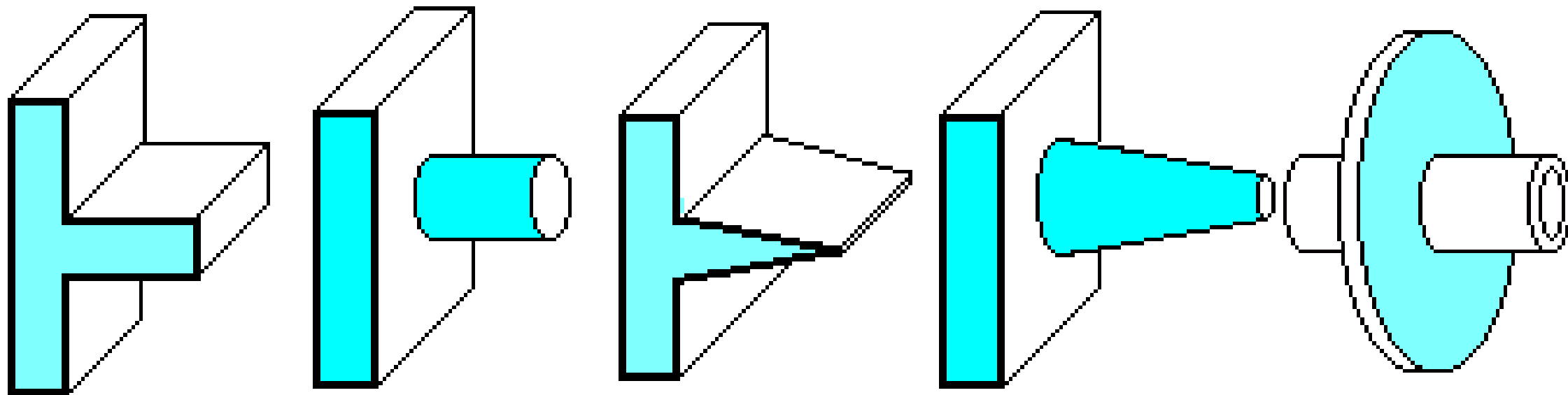


**肋片**是指那些从基础表面上伸展出来的固体表面。

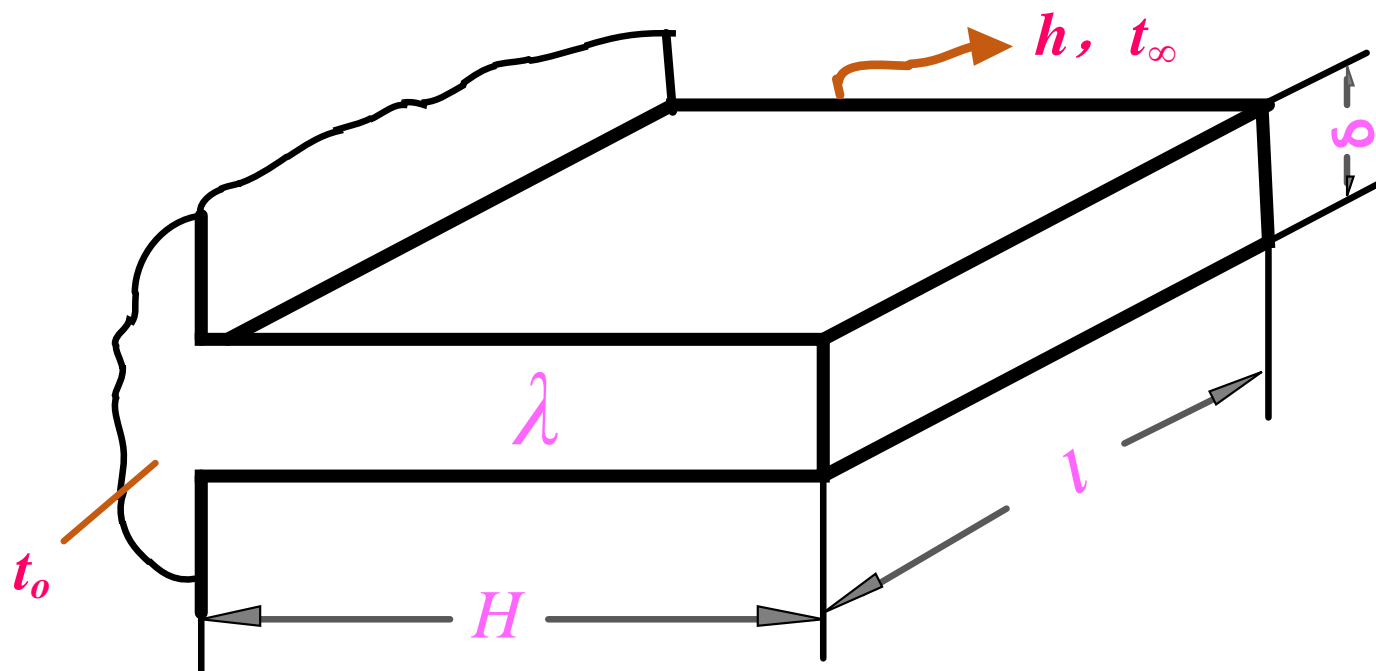
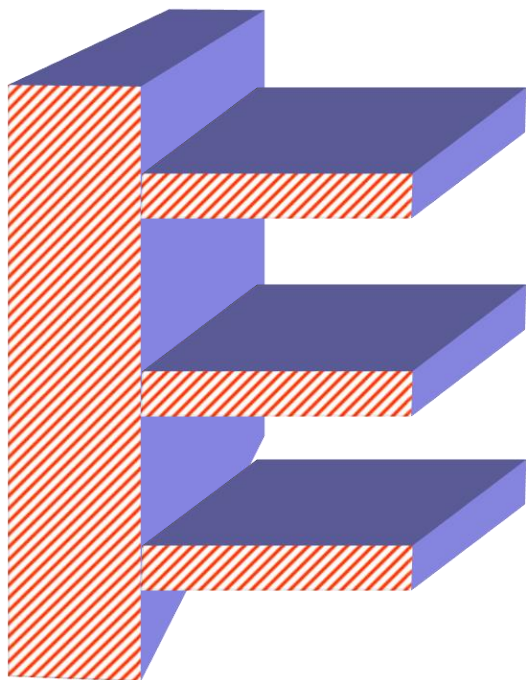
**主要作用**是通过**提高面积**来提高传热量。



## 一、肋片的分类

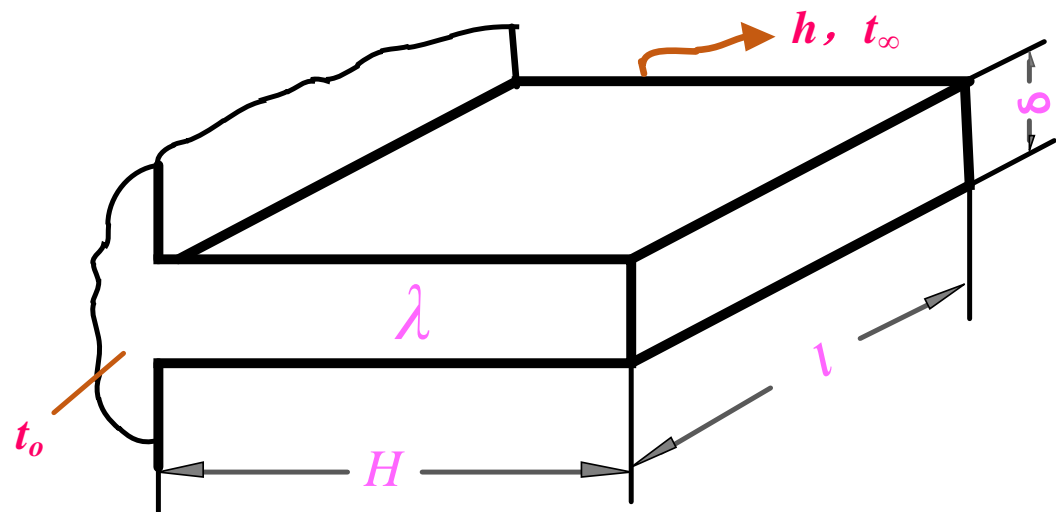


(a) 矩形 (b) 圆柱形 (c) 三角形 (d) 圆锥形 (e) 圆环形



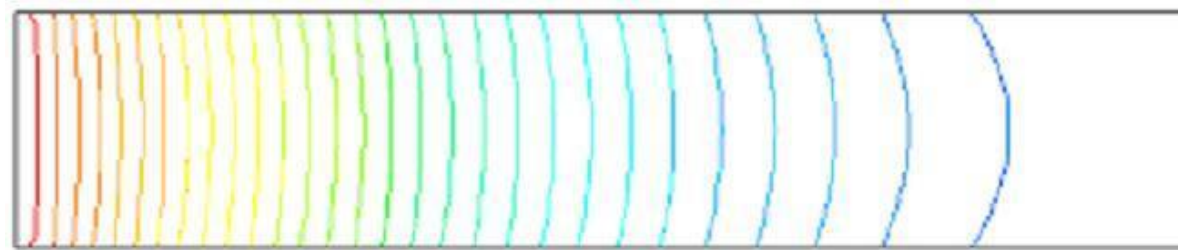
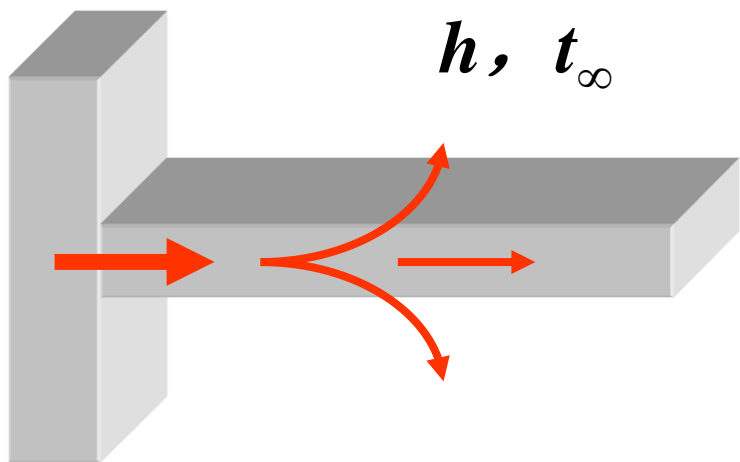
➤ 问题:

- (1) 肋片中沿着肋片高度方向温度是否等于肋根部温度?
- (2) 肋片中沿着肋片高度方向热流量是否相等?



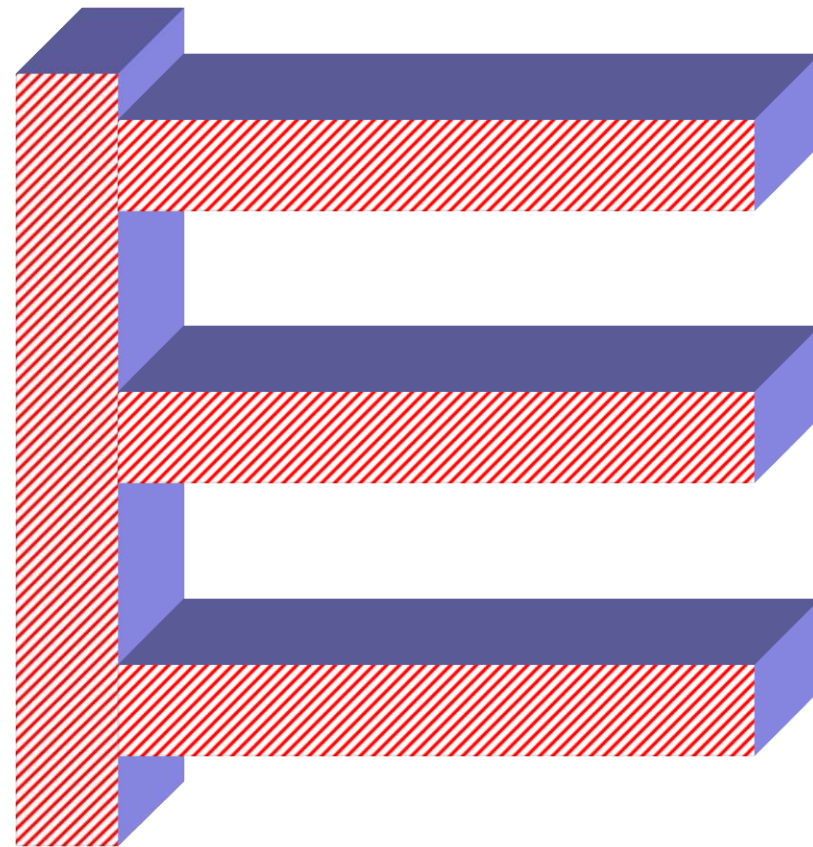
### ➤ 肋片导热的特点:

- (1) 肋片伸展的方向上有表面的对流传热及辐射传热。
- (2) 沿导热热流传递方向的热流量是变化的。



## 二、主要问题

- (1) 通过肋片散热的热流量；
- (2) 肋片上的温度分布。

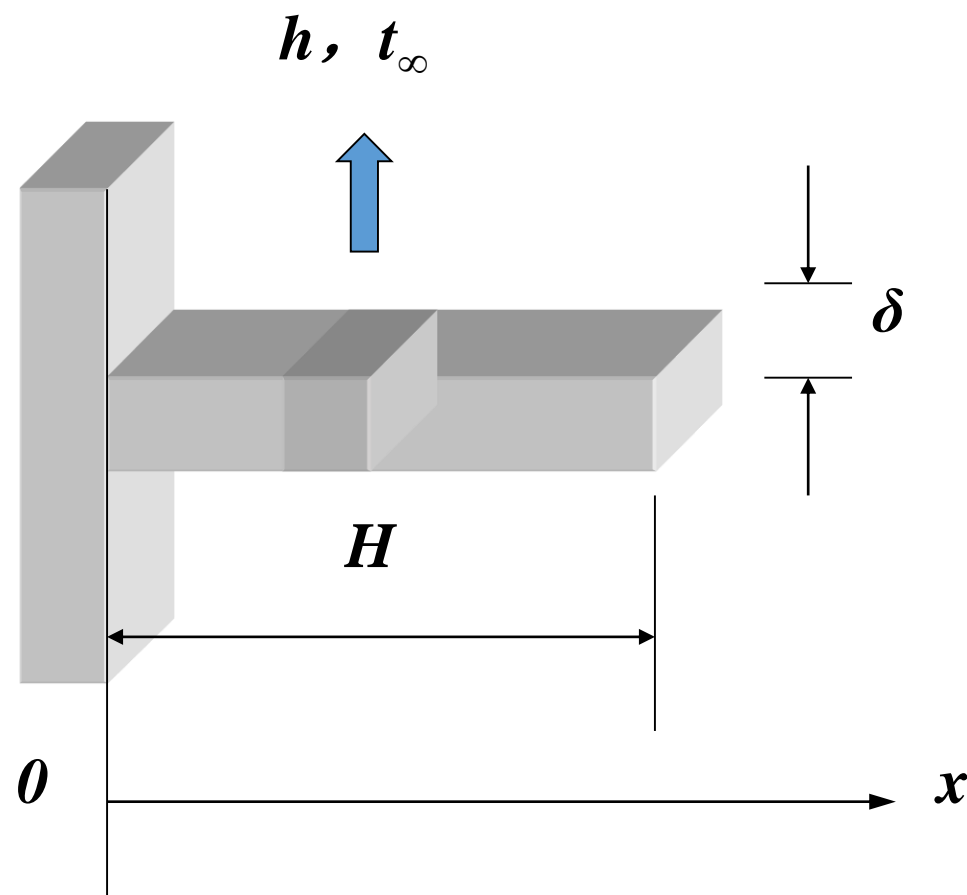


### 三、通过等截面直肋导热的分析和计算

- $\lambda$ 、 $h$ 、 $A_c$ 均为常数
- 肋片温度在垂直于纸面方向不发生变化
- $1/h \gg \delta/\lambda$



一维稳态导热问题



## 导热微分方程

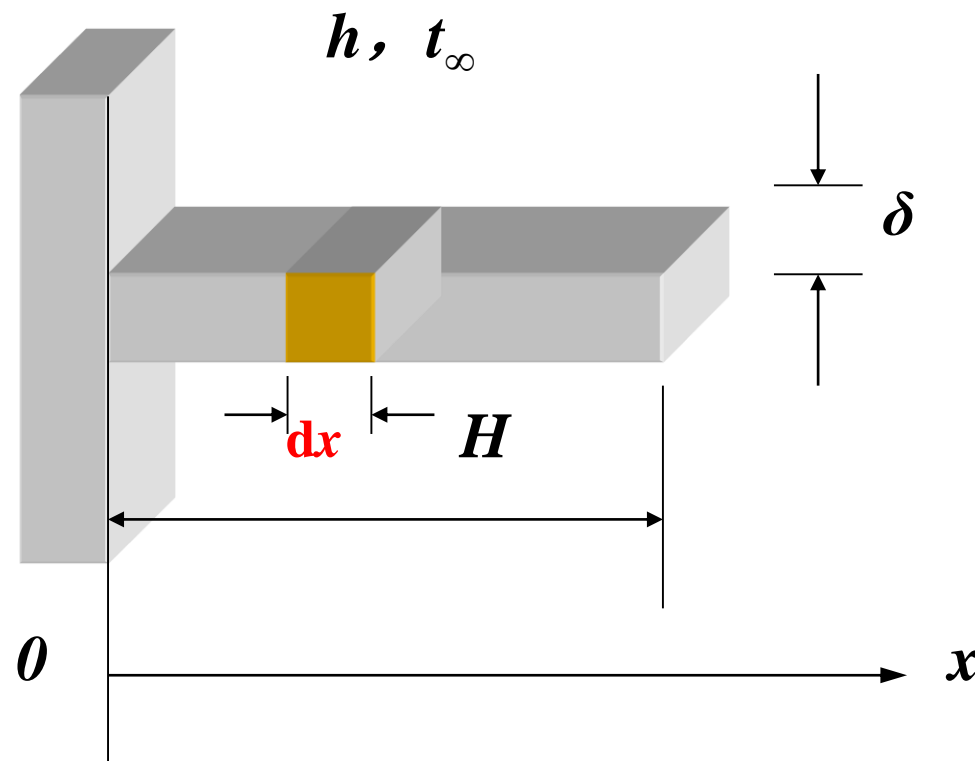
$$\cancel{\rho c \frac{\partial t}{\partial \tau}} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda \frac{\partial t}{\partial x} \right) + \cancel{\frac{\partial}{\partial y} \left( \lambda \frac{\partial t}{\partial y} \right)} + \cancel{\frac{\partial}{\partial z} \left( \lambda \frac{\partial t}{\partial z} \right)} + \dot{\Phi}_v$$

$$\lambda \frac{d^2 t}{dx^2} + \dot{\Phi} = 0$$

内热源强度的确定:

设横截面积为 $A_c$ ，界面的周长为 $P$ 。  
对 $dx$ 的微元段进行分析。

$$\dot{\Phi} = -\frac{hPdx(t-t_\infty)}{A_c dx} = -\frac{hP(t-t_\infty)}{A_c}$$



$$\left\{ \begin{aligned} \lambda \frac{d^2 t}{dx^2} + \dot{\Phi} &= 0 \\ \dot{\Phi} &= -\frac{hP dx(t-t_\infty)}{A_c dx} = -\frac{hP(t-t_\infty)}{A_c} \end{aligned} \right.$$

$$\frac{d^2 t}{dx^2} - \frac{hP(t-t_\infty)}{\lambda A_c} = 0$$

令

$$\theta = t - t_\infty$$

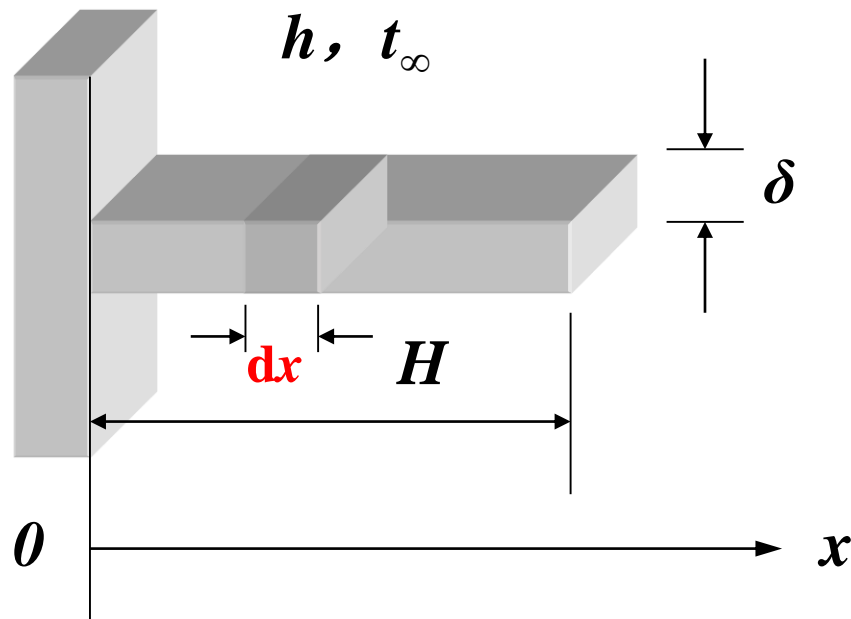
$$m^2 = \frac{hP}{A_c \lambda}$$



$$\frac{d^2 \theta}{dx^2} - m^2 \theta = 0$$

通解为

$$\theta = C_1 e^{mx} + C_2 e^{-mx}$$



关于温度的二阶  
齐次常微分方程



通解为

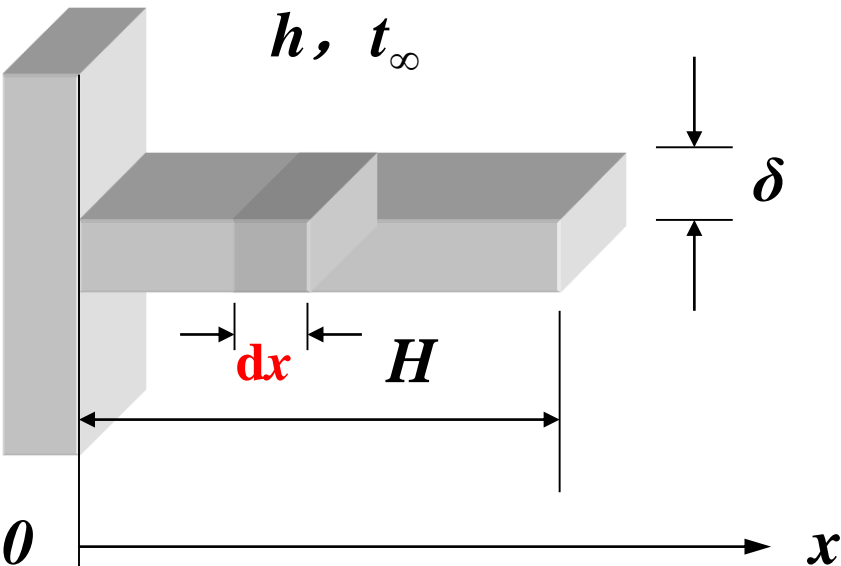
$$\theta = C_1 e^{mx} + C_2 e^{-mx}$$

边界条件  $x=0, t=t_0, \theta=\theta_0$

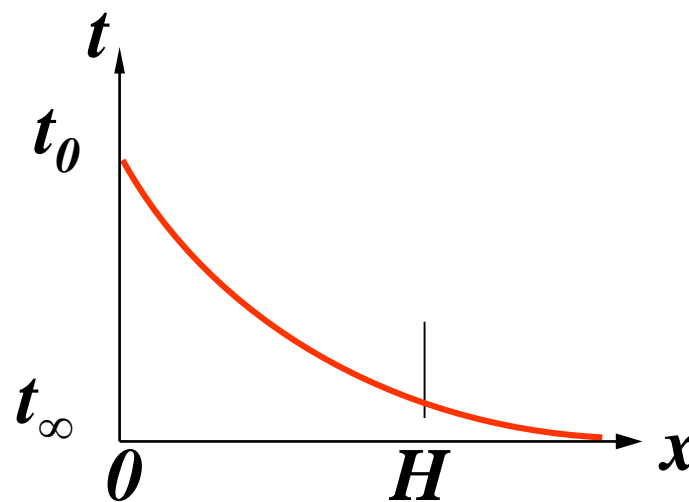
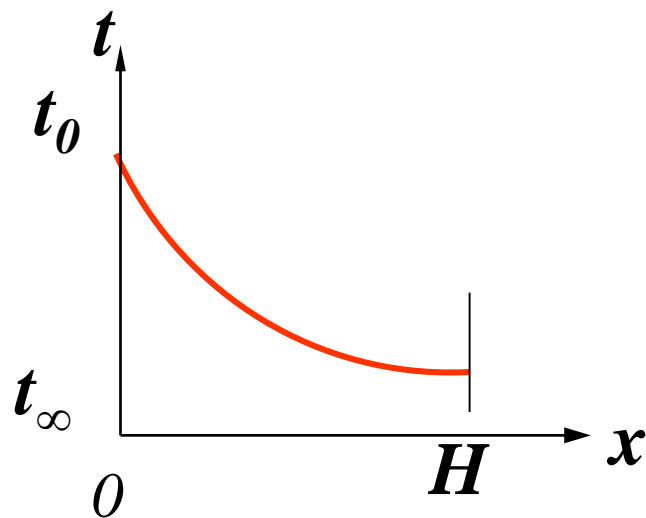
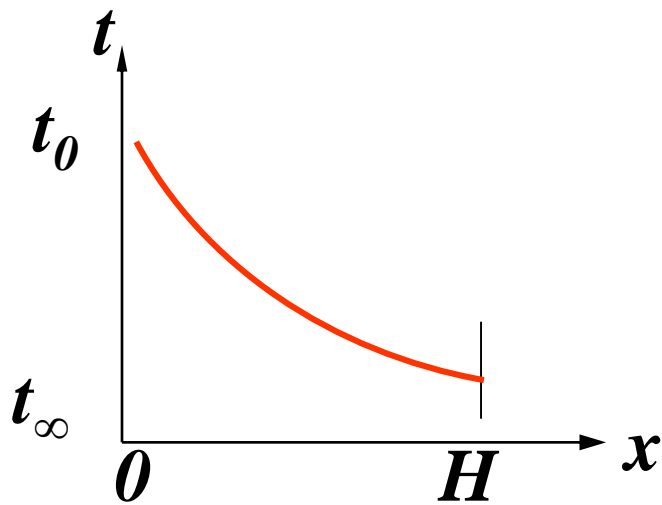
在  $x=H$  的边界处，有三种情况

$$-\lambda \frac{dt}{dx} \Big|_{x=H} = h(t \Big|_{x=H} - t_\infty)$$

$$\frac{dt}{dx} \Big|_{x=H} = 0$$



$$t \Big|_{x \rightarrow \infty} = t_\infty$$



采用第二种情况，顶端绝热

$$x = H, \frac{dt}{dx} = 0, \frac{d\theta}{dx} = 0$$

求解肋片中的温度分布

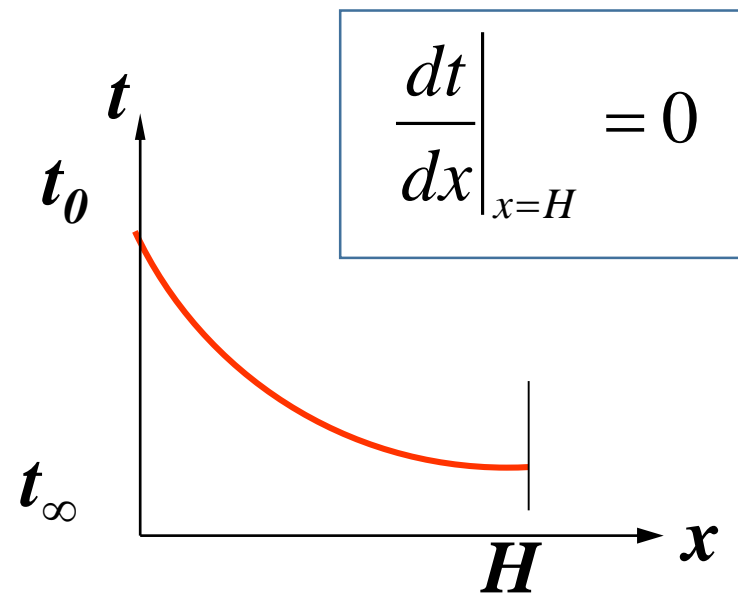
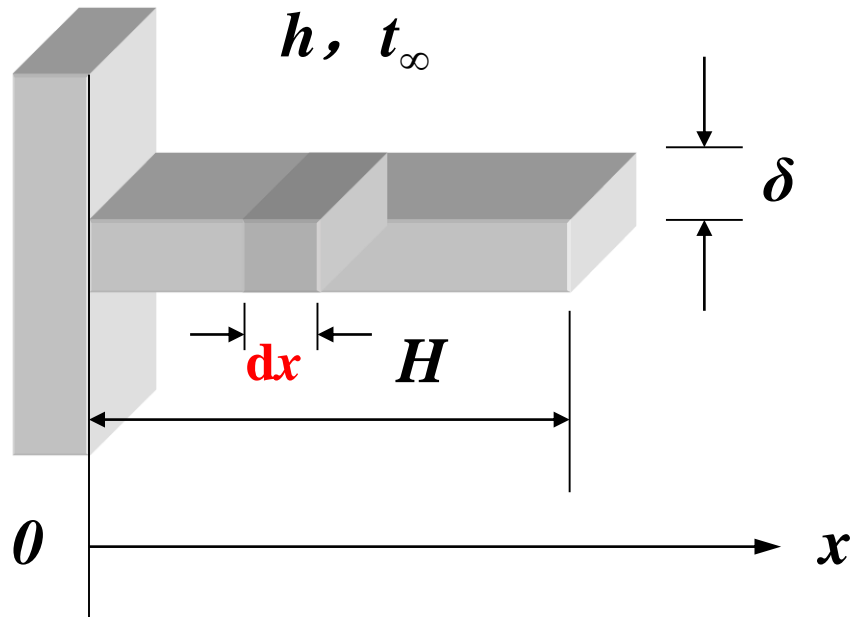
$$\frac{\theta}{\theta_0} = \frac{t - t_\infty}{t_0 - t_\infty} = \frac{\cosh[m(H - x)]}{\cosh(mH)}$$

$$\cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$$

双曲余弦函数

$$\sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$$

双曲正弦函数



求解热流量

$$\frac{\theta}{\theta_0} = \frac{t - t_{\infty}}{t_0 - t_{\infty}} = \frac{\cosh[m(H - x)]}{\cosh(mH)}$$

由肋片散失的全部热流量都必须通过肋的根部

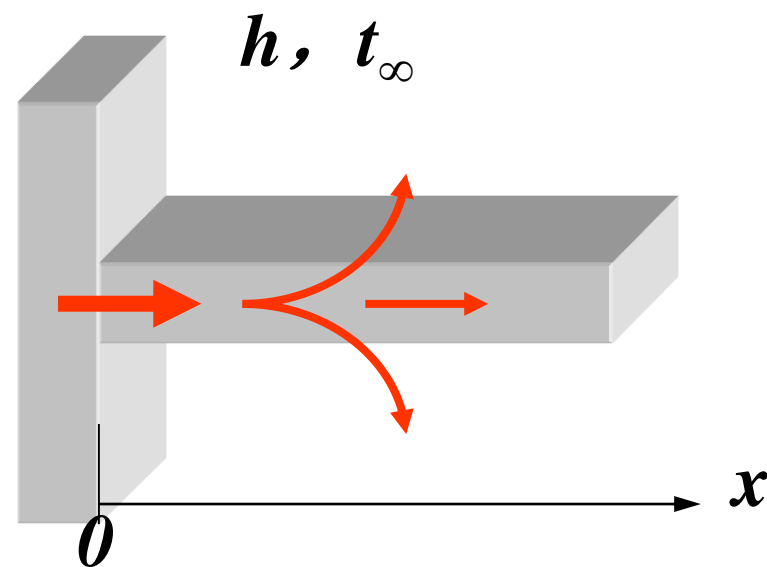
应用傅立叶定律

$$\Phi = -\lambda A \left. \frac{dt}{dx} \right|_{x=0} = \sqrt{\lambda A_c h P} \theta_0 \tanh(mH)$$

双曲正切函数

此时，肋片顶端的温度

$$\theta_H = \frac{\theta_0}{\cosh(mH)}$$

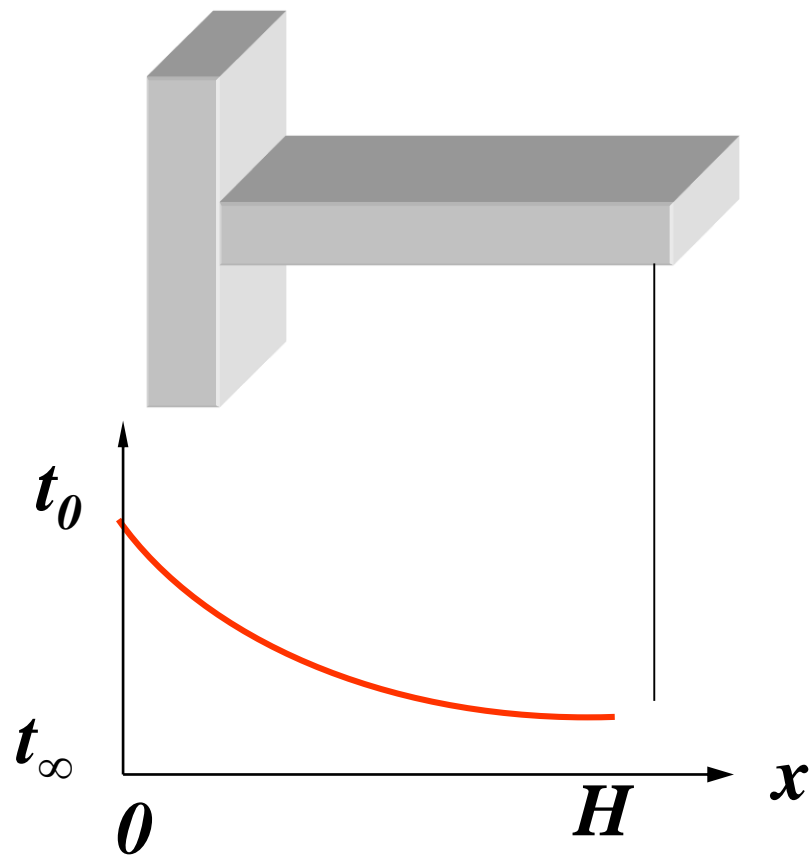


## 四、肋片效率

$$\eta_f = \frac{\text{肋片的实际散热量}}{\text{肋片全部处于根部温度下的散热量}}$$

$$= \frac{\Phi}{\Phi_0}$$

$$= \frac{hA_f(t_m - t_\infty)}{hA_f(t_0 - t_\infty)} = \frac{t_m - t_\infty}{t_0 - t_\infty}$$



肋片效率

$$\eta_f = \frac{hA_f(t_m - t_\infty)}{hA_f(t_0 - t_\infty)} = \frac{t_m - t_\infty}{t_0 - t_\infty}$$

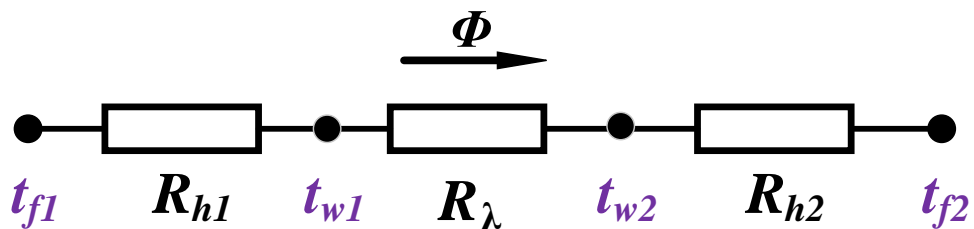
### ● 问题1 如何增大肋效率

从上式可以看出，应该提高 $t_m$ ，使肋内部温度均匀。

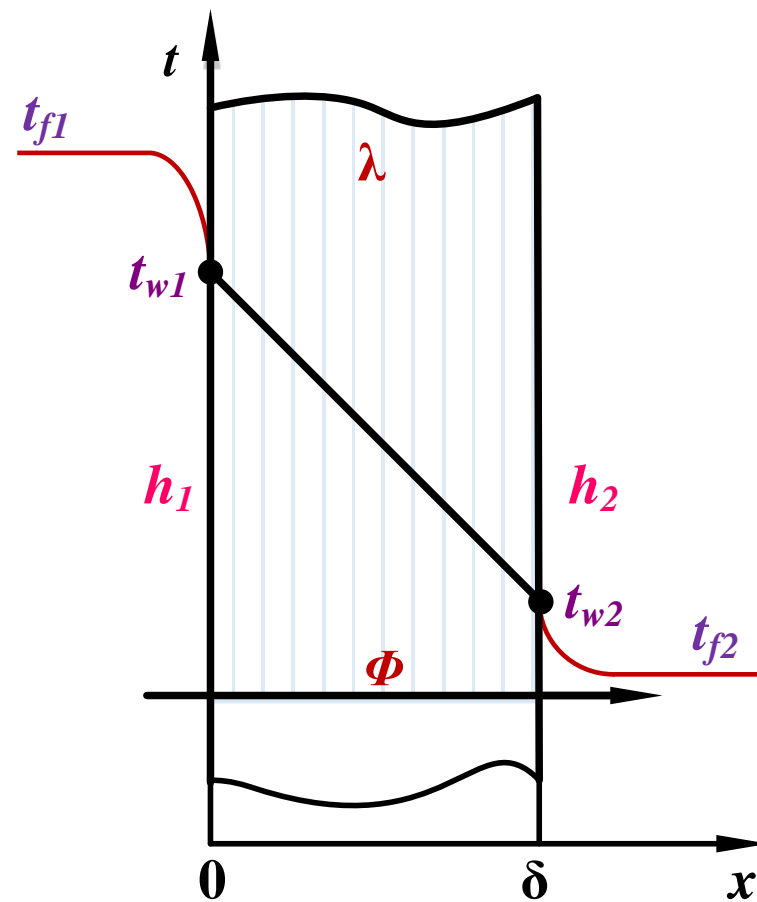
- ① 选择热导率大的材料作肋
- ② 肋的厚度要小（薄）

• 问题2:

总传热过程中，肋片安装在哪一侧更有利于加强换热？



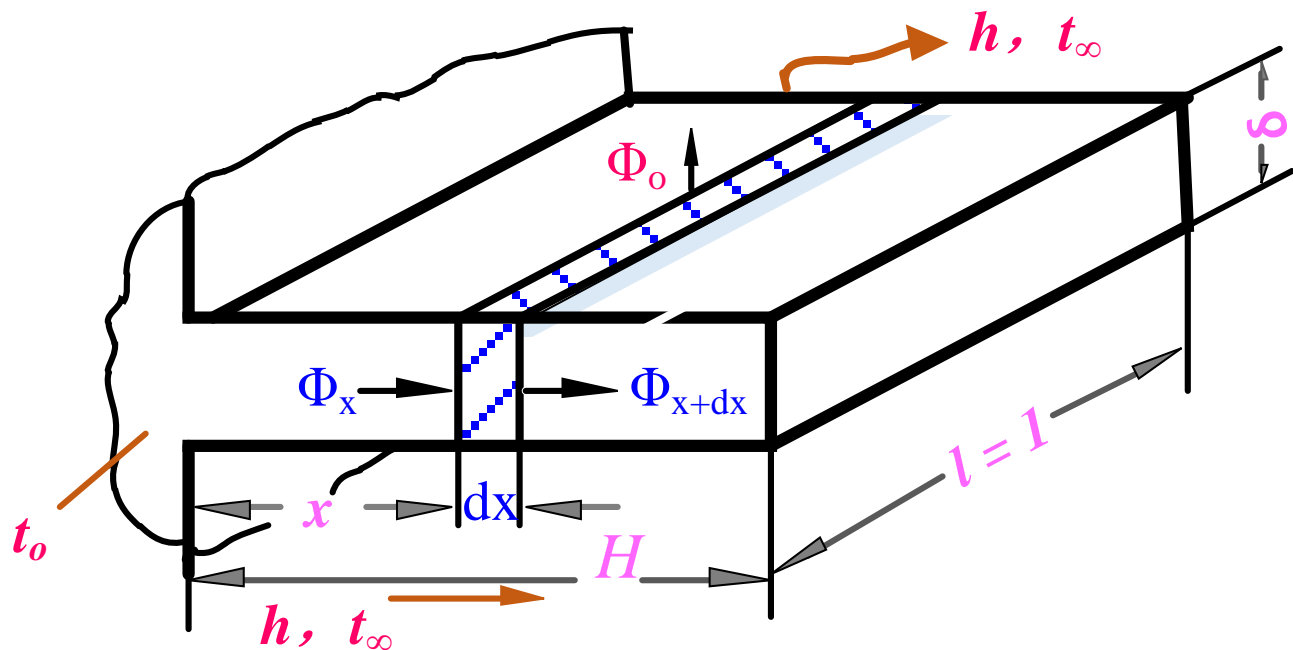
$$\Phi = \frac{t_{f1} - t_{f2}}{\frac{1}{h_1 A} + \frac{\delta}{\lambda A} + \frac{1}{h_2 A}} \quad [\text{W}]$$



减小总热阻，应减小对总热阻影响最大的分热阻。  
即肋应加在表面传热系数较小一侧的壁面上。



❁ 问题：加装肋片是否总是加强换热？



$Bi < 0.1$ ,  
即内部导热热阻 < 表面传热热阻



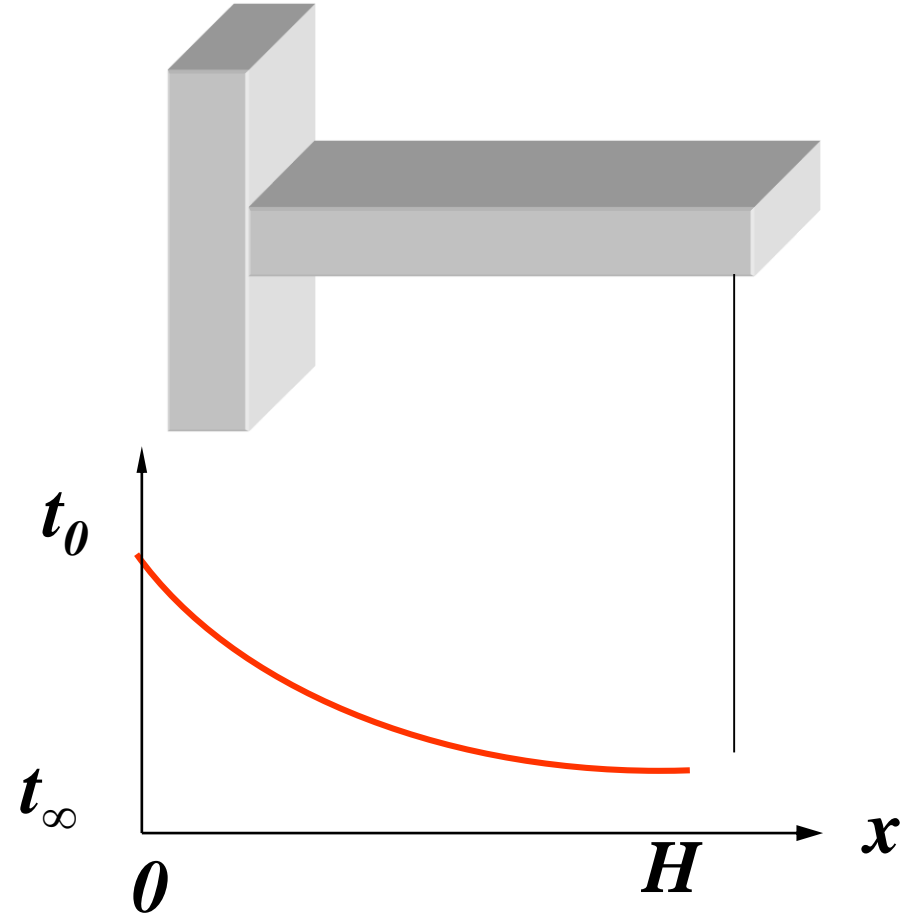
对于等截面直肋

$$\Phi = -\lambda A \frac{dt}{dx} \Big|_{x=0} = \sqrt{\lambda A_c h P} \theta_0 th(mH)$$

$$\eta_f = \frac{\Phi}{\Phi_0} = \frac{\lambda A \theta_0 m th(mH)}{h P H (t_0 - t_f)} = \frac{th(mH)}{mH}$$

在实际计算中，肋片的端部边界条件应该是**第三类边界条件**，把端面的面积折算成**当量长度**来处理，取

$$H_c = H + \frac{A}{P}$$



➤影响肋片效率的因素有哪些？

$$\eta_f = \frac{th(mH)}{mH}$$

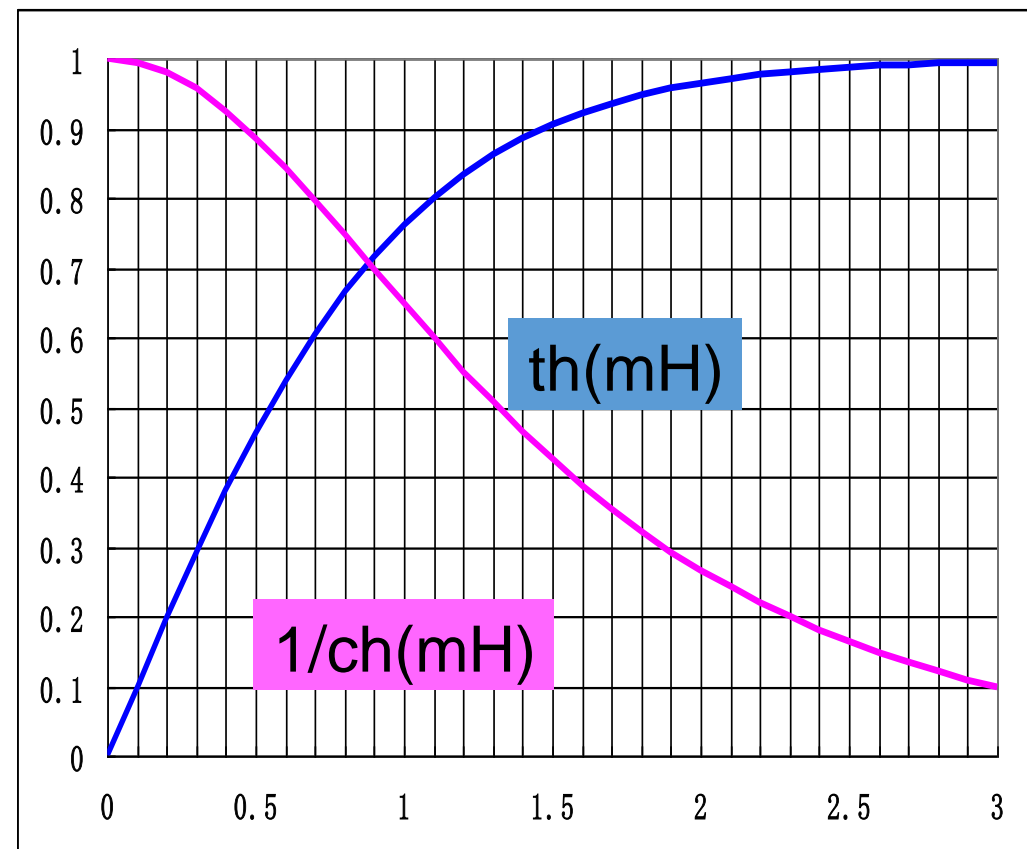
◆H不变，m较小有利，肋片应选择λ大的材料；

◆当λ、h一定，m随（P/A<sub>c</sub>）降低而减小，与几何形状和尺寸有关

$$mH = \sqrt{\frac{hP}{\lambda A_c}} H = \sqrt{\frac{h2l}{\lambda l \delta}} H = \sqrt{\frac{2h}{\lambda A_L}} H^{3/2}$$

$$\theta_H = \theta_0 \frac{1}{ch(mH)}$$

$\eta_f$

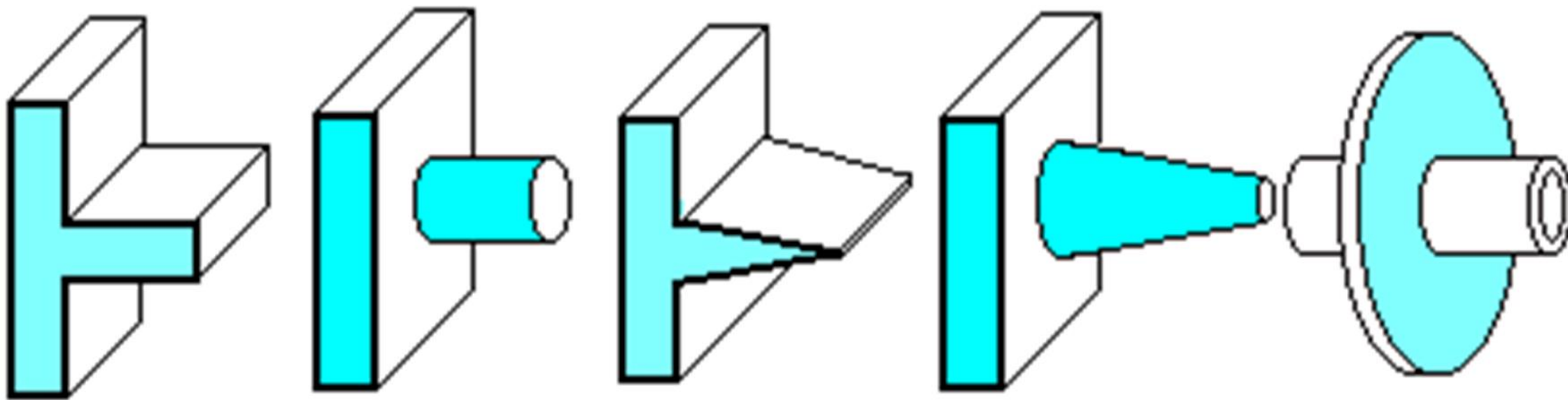


$mH$

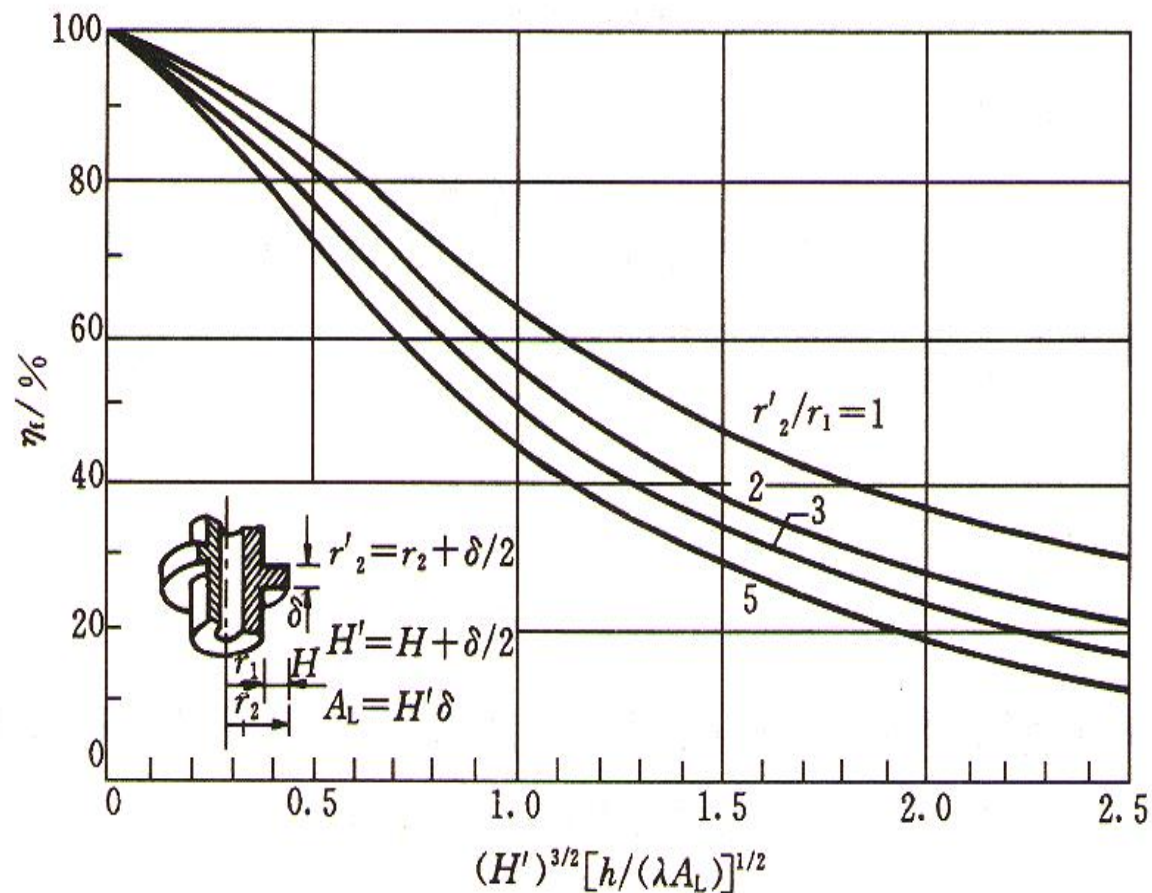
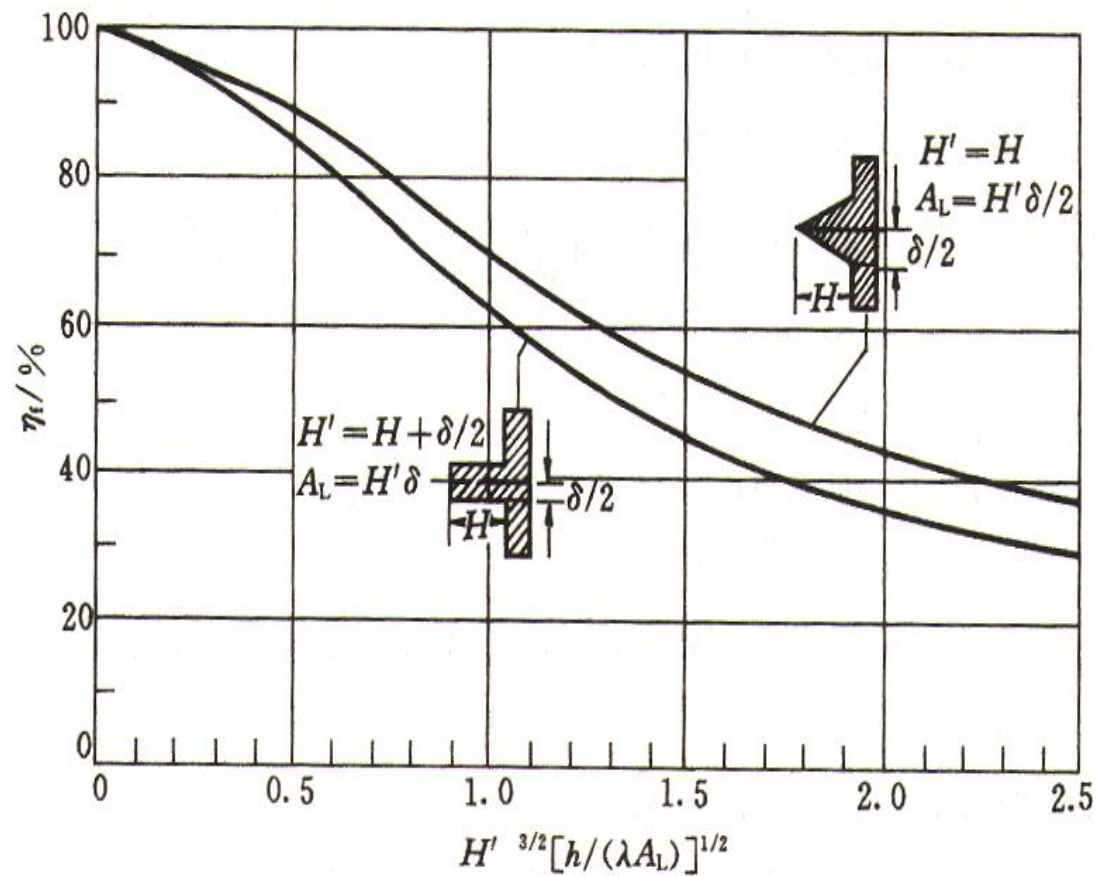
## 肋片的选择

### ➤ 其它形状肋片

为了减轻肋片重量、节省材料，并保持散热量基本不变，需要采用**变截面肋片**，环肋及三角形截面直肋是其中的两种。



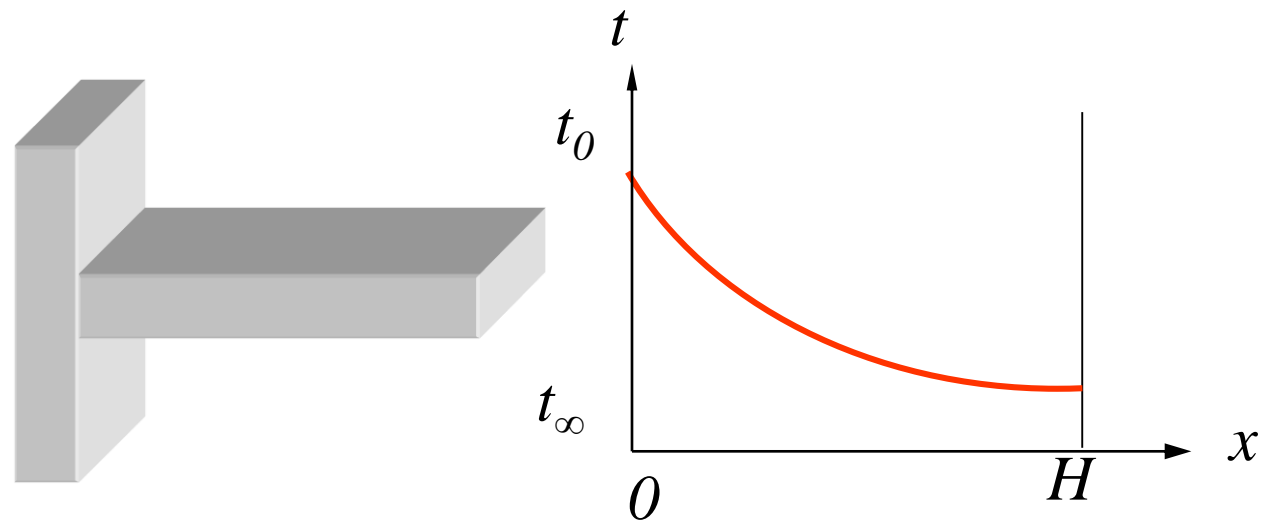
## 肋片散热量的工程计算方法：



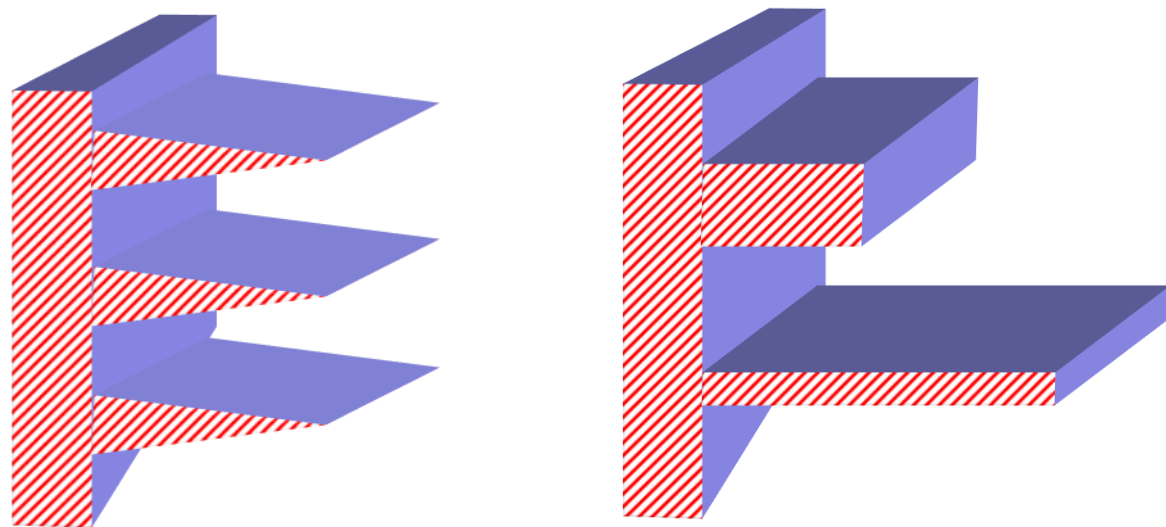
- 由图线或计算公式得到  $\eta_f$
- 计算出理想情况下的散热量  $\Phi_0 = hA(t_0 - t_\infty)$
- 由式  $\Phi = \eta_f \Phi_0$  计算出实际散热量  $\Phi$

## 五、肋片的优化

### 1、最优的肋片型式



### 2、最小重量的矩形肋 (尺寸的优化)

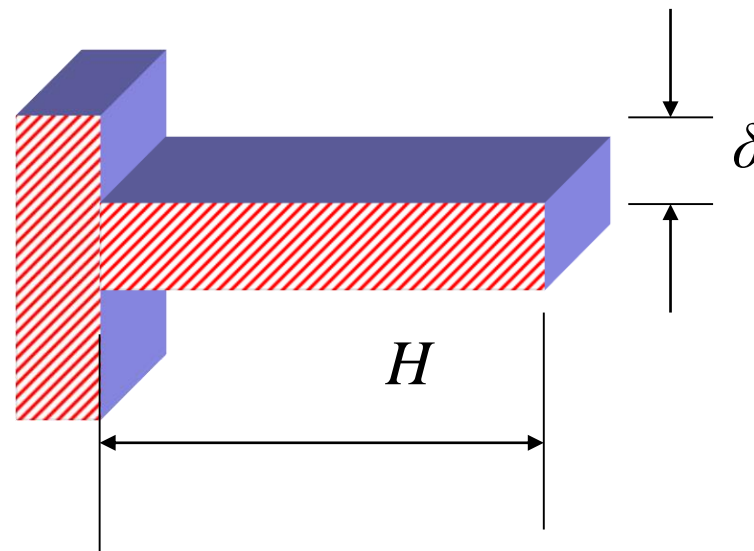


对于矩形肋片，其单位长度的重量与肋片的截面积  $A'$  成正比。

$$A' = H\delta$$

矩形肋片总散热量的计算公式为：

$$\Phi = \sqrt{\lambda A_c h P \theta_0} th(mh)$$



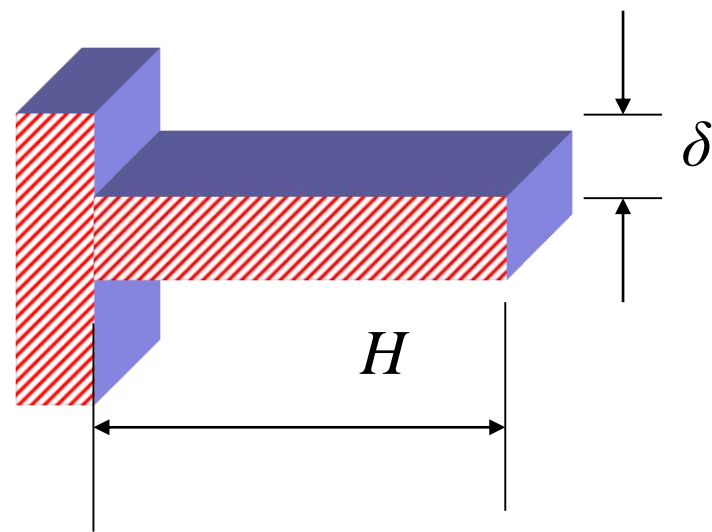
当  $\left. \frac{d\Phi}{d\delta} \right|_{H\delta=\text{常量}} = 0$  可得肋片的最佳厚度和高度，此时肋端的过余温度为

$$\theta_H = 0.457\theta_0$$

## 思考

肋片高度增加引起两种效果：肋效率下降及散热表面积增加。因而有人认为，随着肋片高度的增加会出现一个临界高度，超过这个高度后肋片导热热流量反而会下降。请分析这一观点的正确性。

**错误。**因为当肋片高度达到一定值时，通过该截面处的热流密度为零。通过肋片的热流已达到最大值，不会因为高度的增加而发生变化。



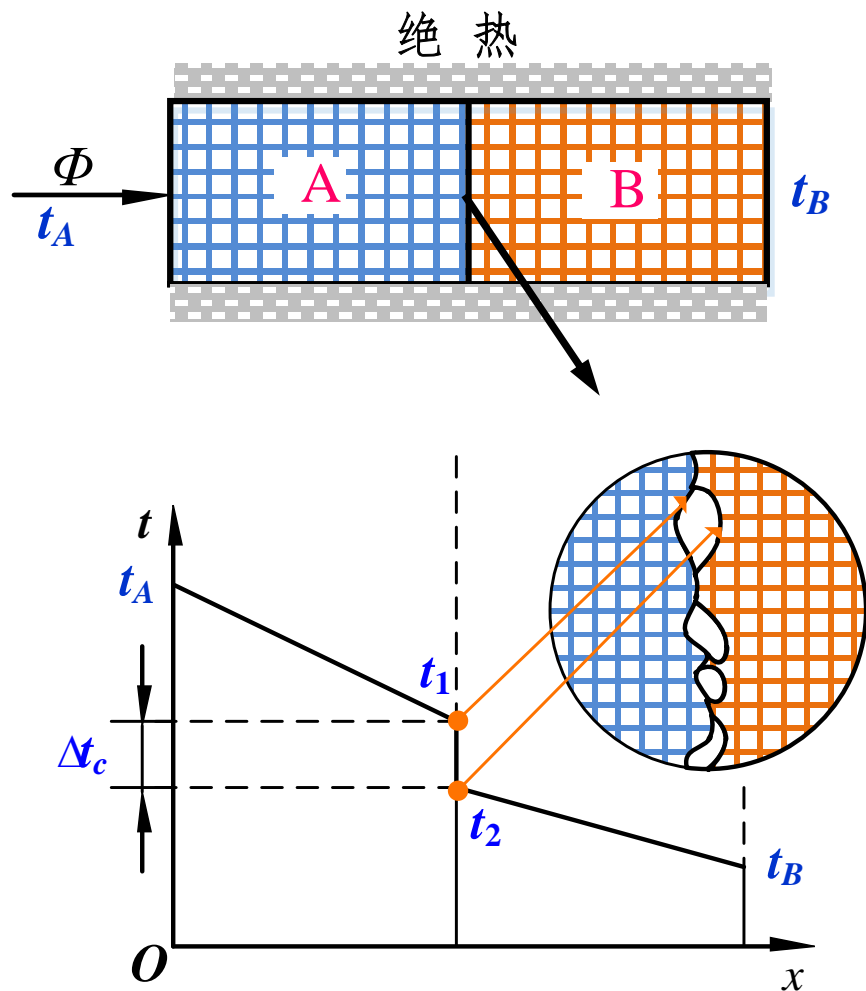
# 思考

对于一根圆管，保温厚度是否越大越好？

临界绝缘直径



# 接触热阻



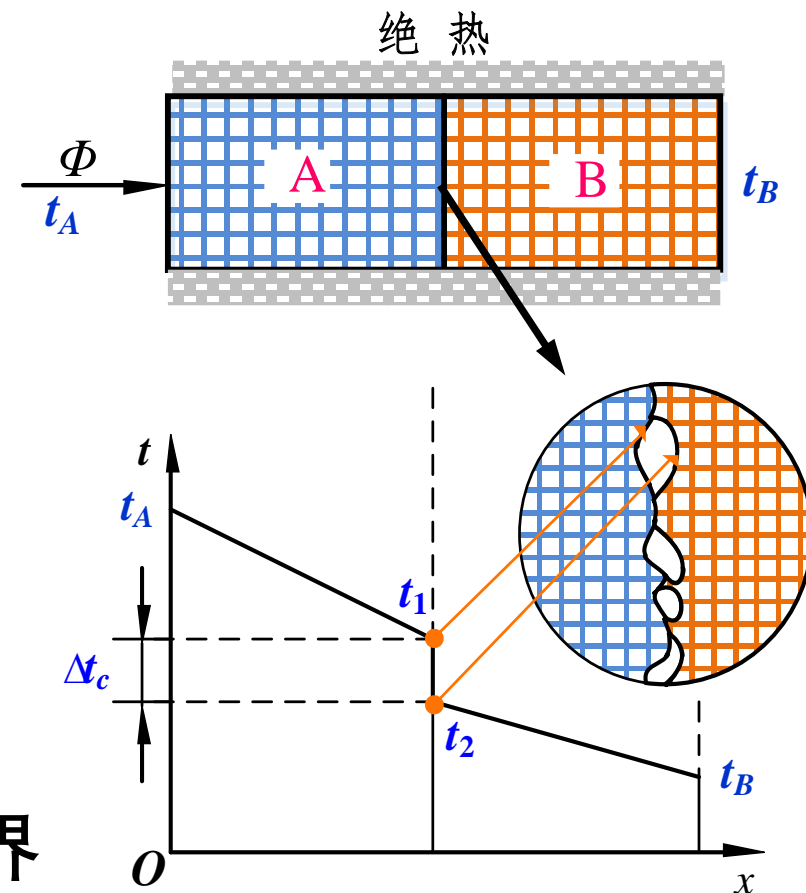
**接触热阻**(Thermal contact resistance) :  
接触界面由于存在空隙，导致热量传递时出现附加的热阻。

当界面上的空隙中充满导热系数远小于固体的气体时，接触热阻的影响更突出

$$q = \frac{t_A - t_B}{\frac{\delta_A}{\lambda_A} + r_c + \frac{\delta_B}{\lambda_B}}$$

$$t_A - t_B = q \left( \frac{\delta_A}{\lambda_A} + r_c + \frac{\delta_B}{\lambda_B} \right)$$

- (1) 当热流量不变时，接触热阻  $r_c$  较大时，必然在界面上产生较大温差
- (2) 当温差不变时，热流量必然随着接触热阻  $r_c$  的增大而下降
- (3) 即使接触热阻  $r_c$  不是很大，若热流量很大，界面上的温差是不容忽视的



例：

$$q = 6 \times 10^5 \text{ W} / \text{m}^2$$
$$r_c = 2.64 \times 10^{-4} \text{ m}^2 \text{K} / \text{W}$$
$$\Delta t_c = q \cdot r_c = 158.4 \text{ } ^\circ\text{C}$$

### 接触热阻的影响因素：

- (1) 固体表面的粗糙度
- (2) 接触表面的硬度匹配
- (3) 接触面上的挤压压力
- (4) 空隙中的介质的性质

在实验研究与工程应用中，消除接触热阻很重要  
导热姆（导热油、硅油）、银、先进的电子封装材料（AlN），导热系数达400W/(mK)以上

表 2-3 几种接触面的面接触热阻<sup>[21]</sup>

表面情况	表面不平整 尺度/ $\mu\text{m}$	温度 $t/^{\circ}\text{C}$	压力 $p/\text{Pa}$	面接触热阻 $r_c/(\text{m}^2\cdot\text{K}/\text{W})$
416 号不锈钢,磨削,空气	2.54	90~200	$(3.0\sim 25.3)\times 10^5$	$2.64\times 10^{-4}$
304 号不锈钢,磨削,空气	1.14	20	$(40.5\sim 70.9)\times 10^5$	$5.28\times 10^{-4}$
416 号不锈钢,磨削,空气,加 0.025 mm 黄铜垫片	2.54	30~200	$7.1\times 10^5$	$3.52\times 10^{-4}$
铝,磨削,空气	2.54	150	$(12.2\sim 25.3)\times 10^5$	$0.88\times 10^{-4}$
铝,磨削,空气	0.25	150	$(12.2\sim 25.3)\times 10^5$	$0.18\times 10^{-4}$
铝,磨削,空气,加 0.025 mm 黄铜垫片	2.54	150	$(12.2\sim 20.3)\times 10^5$	$1.23\times 10^{-4}$
铜,磨削,空气	1.27	20	$(12.2\sim 20.3)\times 10^5$	$0.07\times 10^{-4}$
铜,铣削,空气	3.81	20	$(10.1\sim 50.7)\times 10^5$	$0.18\times 10^{-4}$
铜,铣削,真空	0.25	30	$(7.1\sim 70.9)\times 10^5$	$0.88\times 10^{-4}$

注:416 号不锈钢相当于我国的 1Cr13;304 号不锈钢相当于我国的 0Cr18Ni9。

表 2-4 在  $10^5$  Pa 的接触面压力下间隙介质对铝-铝结合面  
(表面不平整尺度为  $10\text{ }\mu\text{m}$ ) 面接触热阻的影响<sup>[19]</sup>

间 隙 介 质	面接触热阻 $r_c/(\text{m}^2\cdot\text{K}/\text{W})$
空 气	$2.75 \times 10^{-4}$
氮	$1.05 \times 10^{-4}$
氢	$0.720 \times 10^{-4}$
硅 油	$0.525 \times 10^{-4}$
甘 油	$0.265 \times 10^{-4}$

**例**  $\delta = 6 \text{ mm}$ ,  $H = 50 \text{ mm}$ ,  $l = 800 \text{ mm}$ ,  $t_0 = 95 \text{ }^\circ\text{C}$ ,  $\lambda = 120 \text{ W/(m }^\circ\text{K)}$ 。  $t_\infty = 20 \text{ }^\circ\text{C}$ ,  
 $h = 12 \text{ W/(m}^2 \text{ }^\circ\text{K)}$ 。

试计算肋片的散热量（不计肋端的散热）。

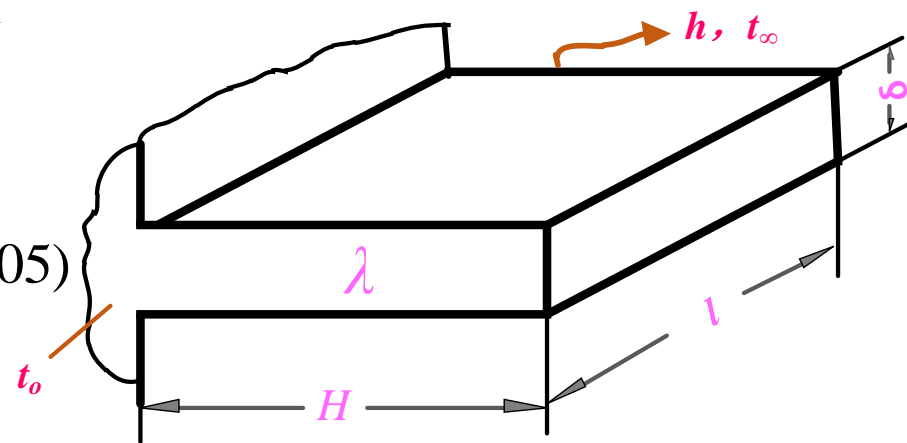
**解** 散热量

$$m = \sqrt{\frac{hP}{\lambda A}} = \sqrt{\frac{12 \times (0.8 + 0.006) \times 2}{120 \times 0.8 \times 0.006}} = 5.795 \text{ m}^{-1}$$

$$\Phi = \lambda A \theta_0 m th(mH)$$

$$= 120 \times 0.8 \times 0.006 \times (95 - 20) \times 5.795 \times th(5.795 \times 0.05)$$

$$= 70.57 \text{ W}$$



考虑端部的散热  $H_c = H + \frac{A}{P} = 0.05 + \frac{0.8 \times 0.006}{(0.8 + 0.006) \times 2} = 0.0530 \text{ m}$

$$\Phi = \lambda A \theta_0 m th(mH_c)$$

$$= 120 \times 0.8 \times 0.006 \times (95 - 20) \times 5.795 \times th(5.795 \times 0.053)$$

$$= 74.56 \text{ W}$$

不考虑端部散热时的误差

$$\left| \frac{74.56 - 70.57}{74.56} \right| \times 100\% = 5.35\%$$

肋效率

$$\eta_f = \frac{\lambda A \theta_0 m t h(mH)}{h P H_c \theta_0} = \frac{74.56}{12 \times 1.612 \times 0.053 \times (95 - 20)} = 0.970$$

与无肋时相比

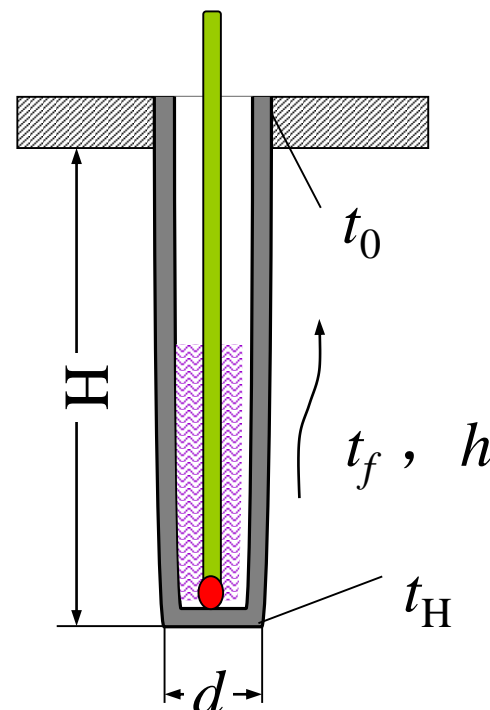
$$\Phi' = \lambda A \theta_0 = 4.32W$$

$$\frac{\Phi}{\Phi'} = \frac{74.57}{4.32} = 17.26$$

加装了肋后，散热量增加为无肋时的17倍之多。

## 练习

**例** 一支插入装有油的套管中的水银温度计，测量贮气筒中空气温度。已知温度计的读数  $t_h = 100^\circ\text{C}$ ，温度计套管与贮气筒连接处的温度为  $t_0 = 50^\circ\text{C}$ ，套管长度  $H = 140\text{mm}$ ，壁厚  $\delta = 1\text{mm}$ ，套管的导热系数  $\lambda = 58.2\text{W}/(\text{m}^2 \cdot ^\circ\text{C})$ ，套管与贮气筒中空气的换热系数  $h = 29.1\text{W}/(\text{m}^2 \cdot ^\circ\text{C})$ ，此测量误差是多少？

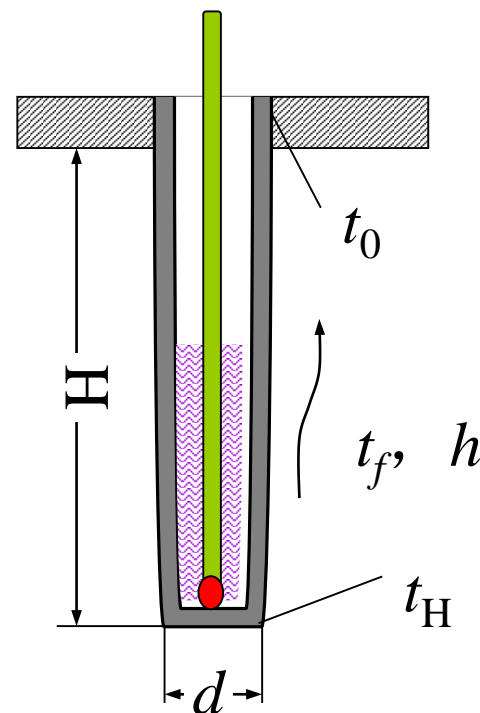




## 练习

- (1) 温度计套管可看作从贮气筒筒体上伸出的扩展换热面，  
∴ 采用肋片的分析方法。
- (2) 温度计直接接触套管底部，  
∴ 温度计的读数即为套管底部温度  $t_H$
- (3) 近似认为套管底部散热可忽略不计。
- (4) 套管壁的温度分布：

$$\theta = \theta_0 \frac{ch[m(x-H)]}{ch(mH)}$$



## 练习

$$\theta = \theta_0 \frac{ch[m(x-H)]}{ch(mH)} \quad \frac{t-t_f}{t_0-t_f} = \frac{ch[m(x-H)]}{ch(mh)}$$

在  $x=H$  处,  $ch[m(H-H)]=1$

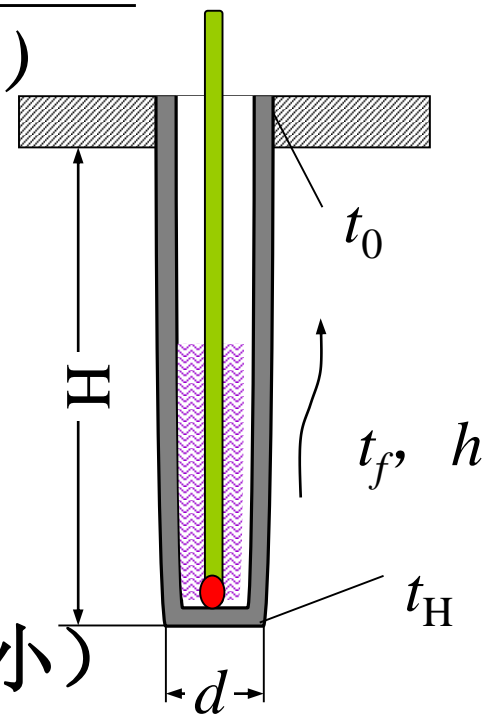
则: 
$$\theta_H = \frac{t_H - t_f}{t_0 - t_f} = \frac{1}{ch(mH)}$$

■ 其中  $m = \sqrt{hP / \lambda A_c}$

周长  $P = \pi d$ , 套管截面积  $A_c = \pi d \delta$  ( $\delta$  较小)

$$\text{整理后: } mH = \sqrt{\frac{hP}{\lambda A_c}} H = \sqrt{\frac{h\pi d}{\lambda \pi d \delta}} H = \sqrt{\frac{h}{\lambda \delta}} H$$

$$= \sqrt{\frac{29.1}{58.2 \times 0.001}} \times 0.14 = 3.13$$



## 练习

$$\theta_H = \frac{t_H - t_f}{t_0 - t_f} = \frac{1}{ch(mH)} \quad t_f = \frac{t_H ch(mH) - t_0}{ch(mH) - 1}$$

$$mH = \sqrt{\frac{h}{\lambda \delta}} H = \sqrt{\frac{29.1}{58.2 \times 0.001}} \times 0.14 = 3.13$$

- 查双曲线函数  $ch(3.13)=11.5$

$$\theta_H = \frac{\theta_0}{ch(mH)} \quad 100 - t_f = \frac{50 - t_f}{ch(3.13)} = \frac{50 - t_f}{11.5}$$

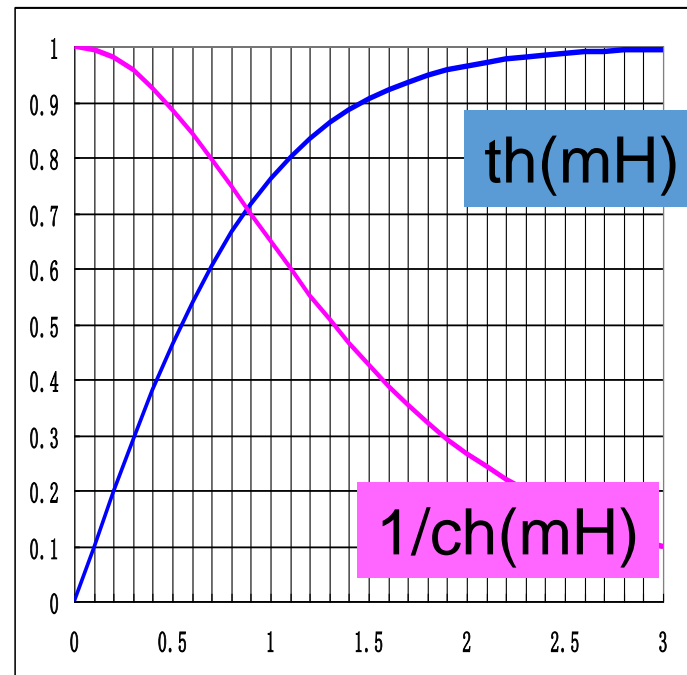
$$t_f = (100 \times 11.5 - 50) / (11.5 - 1) = 104.7$$

测量误差： $\theta = t_f - t_H = 4.7^\circ\text{C}$

## 练习

减小该误差的措施：

$$m = \sqrt{hP / \lambda A_c}$$
$$t_H - t_f = \frac{t_0 - t_f}{ch(mH)} = \frac{t_0 - t_f}{ch\left(\sqrt{\frac{h}{\lambda \delta}} H\right)}$$



分析：1/ch(mH)随mH增加而减少， $\therefore$ 尽量增加mH

- 增加套管的长度，减少壁厚
- 选用导热系数小的套管
- 强化套管与流体间的换热
- 减小  $\theta_0$ ，减少沿套管长度方向上的温降

# 练习

$$\Phi = h (t_{w2} - t_{f2}) A_2' + h \eta_f A_2'' (t_{w2} - t_{f2})$$

$$\Phi = h (t_{w2} - t_{f2}) (A_2' + \eta_f A_2'')$$

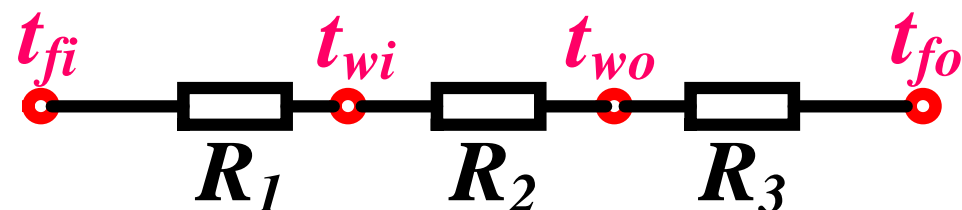
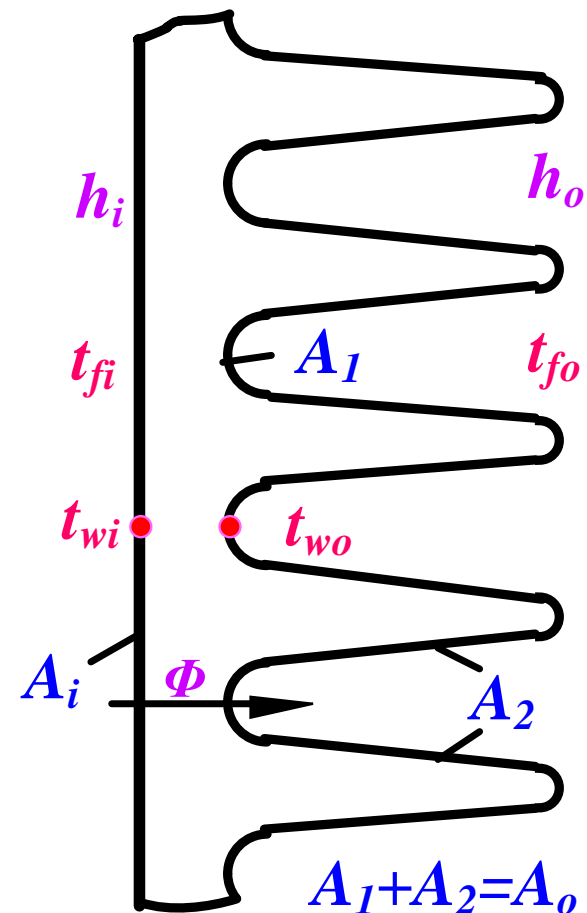
$$= h (t_{w2} - t_{f2}) \eta_0 A_2$$

其中：

$$\eta_0 = \frac{A_2' + \eta_f A_2''}{A_2}$$

$$A_2 = A_2' + A_2''$$

称为肋面总效率



# 主要内容

2-1 导热基本定律

2-2 导热问题的数学描写

2-3 典型一维稳态导热问题的分析解

2-4 通过肋片的导热

# 作业

2-1, 2-2, 2-4, 2-5, 2-7,  
2-12, 2-22

谢谢大家！