

第六章 单相流体对流传热的特征数关联式

——对流传热的工程计算方法

6.1 对流传热计算的经验方法

- 根据前面讨论的对流传热理论，对流传热问题的解可以用特征数关联式表达出来，常见的对流传热特征数关联式的基本形式有

$$Nu = f(Re, Pr)$$

$$Nu = f(Gr, Pr)$$

- 前者用于受迫对流传热，后者则用于自然对流传热。特征数关联式可以通过理论求出，也可以通过实验数据来归纳得到。

6.1 对流传热计算的经验方法

$$Nu = f(\text{Re}, \text{Pr}) \quad \text{Re} = \frac{ul}{\nu} \quad Nu = \frac{hl}{\lambda}$$

$$Nu = f(\text{Gr}, \text{Pr}) \quad \text{Gr} = \frac{ga_v l^3 (t_w - t_\infty)}{\nu^2}$$

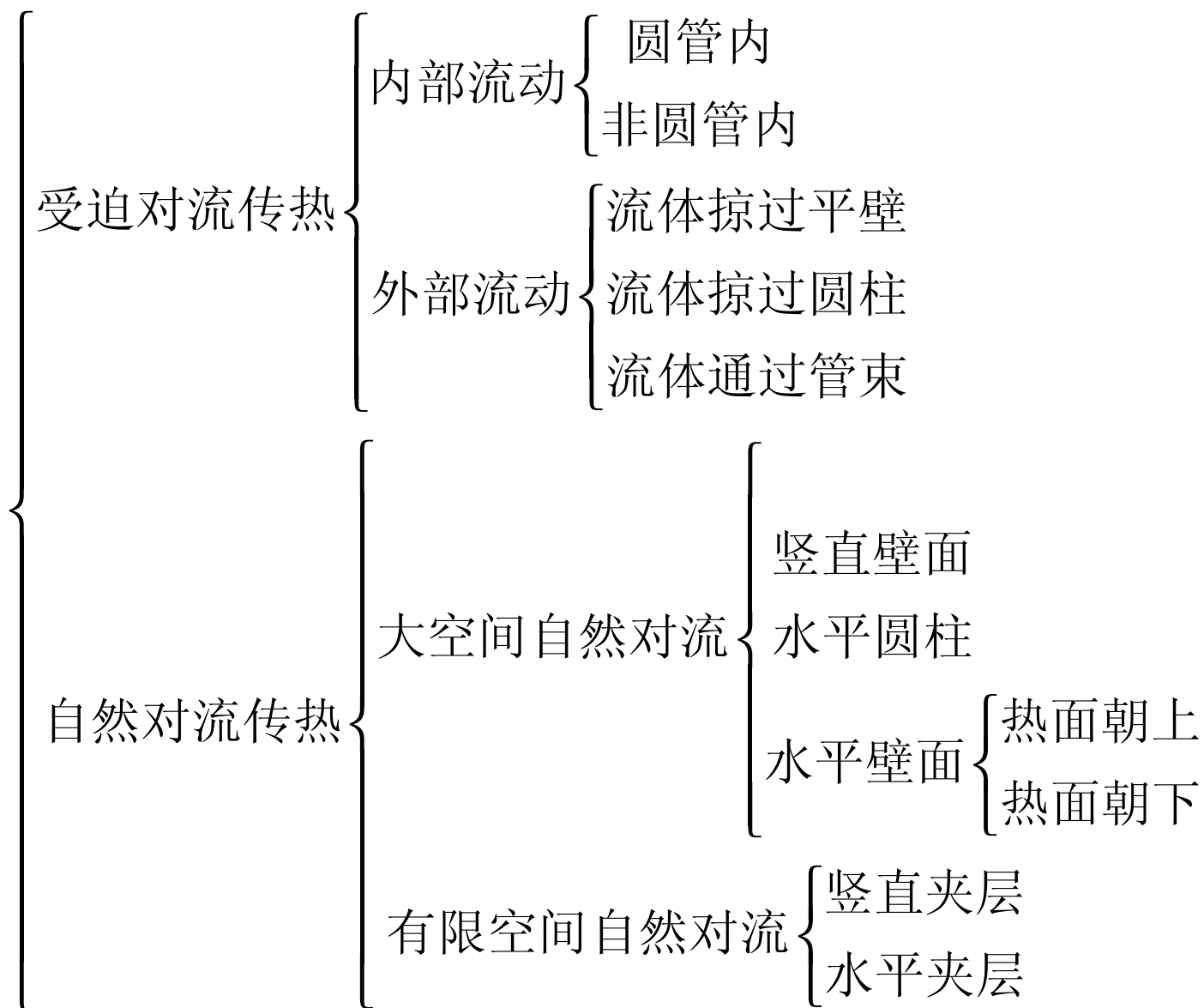
$$h = Nu \frac{\lambda}{l} \quad \Phi = hA(t_w - t_f)$$

- 选择合适的经验关联式，明确所选用的关联式里特征数中的换热面特征尺寸、物性参数参考温度、流体运动的特征速度以及对流传热温差的计算方法是非常必要的。

术语

- 描述流体运动特征的速度称为特征速度
- 描述换热面几何特征的尺寸称为特征尺寸
- 计算流体物理性质的参考温度称为特征温度

6.2.本课程涉及的对流传热问题



管内受迫对流传热计算例题

流量为150kg/h的水在内径为13mm的管内流动，
从100℃冷却到60℃。若管道内壁温度为20℃。
求所需要的管长。

解：

1. 用雷诺数判定流态 $Re = \frac{ud}{n_f}$

管内受迫对流传热时，特征温度 $t_f = \frac{t_{f1} + t_{f2}}{2} = \frac{100 + 60}{2} = 80^\circ\text{C}$

查表(P322) 得到80℃时

$$r_f = 971.8 \text{ kg/m}^3, \quad l_f = 0.674 \text{ W/(m}^\circ\text{gK)}$$

$$n_f = 0.365 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}, \quad Pr_f = 2.21$$

管内受迫对流传热例题（续）

解：

1. 用雷诺数判定流态 $Re = \frac{ud}{n_f}$

管内受迫对流传热时，特征温度 $t_f = \frac{t_{f1} + t_{f2}}{2} = \frac{100 + 60}{2} = 80^\circ\text{C}$

查表(P322) 得到80°C时

$$r_f = 971.8 \text{ kg/m}^3, \quad l_f = 0.674 \text{ W/(m gK)}$$

$$n_f = 0.365 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}, \quad Pr_f = 2.21$$

流速 $u = \frac{Q}{A} = \frac{\dot{m}}{r_f A} = \frac{150/3600}{971.8 \times p \times 0.013^2 / 4} = 0.322 \text{ m/s}$

雷诺数 $Re = \frac{ud}{n_f} = \frac{0.322 \times 0.013}{0.365 \times 10^{-6}} = 11486 > 2000$ （湍流状态）

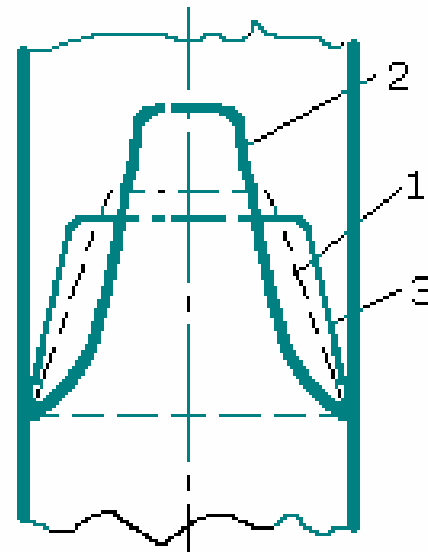
管内受迫对流传热例题（续）

2. 根据雷诺数选择经验关联式 $Nu = f(Re, Pr)$

$$Re = 11486 > 10^4$$

$$Nu_f = 0.023 Re_f^{0.8} Pr_f^{0.4} c_t c_l c_R$$

$$c_t = \begin{cases} (h_f / h_w)^{0.11} & \text{液体被加热} \\ (h_f / h_w)^{0.25} & \text{液体被冷却} \\ (T_f / T_w)^{0.11} & \text{气体被加热} \\ 1 & \text{气体被冷却} \end{cases}$$

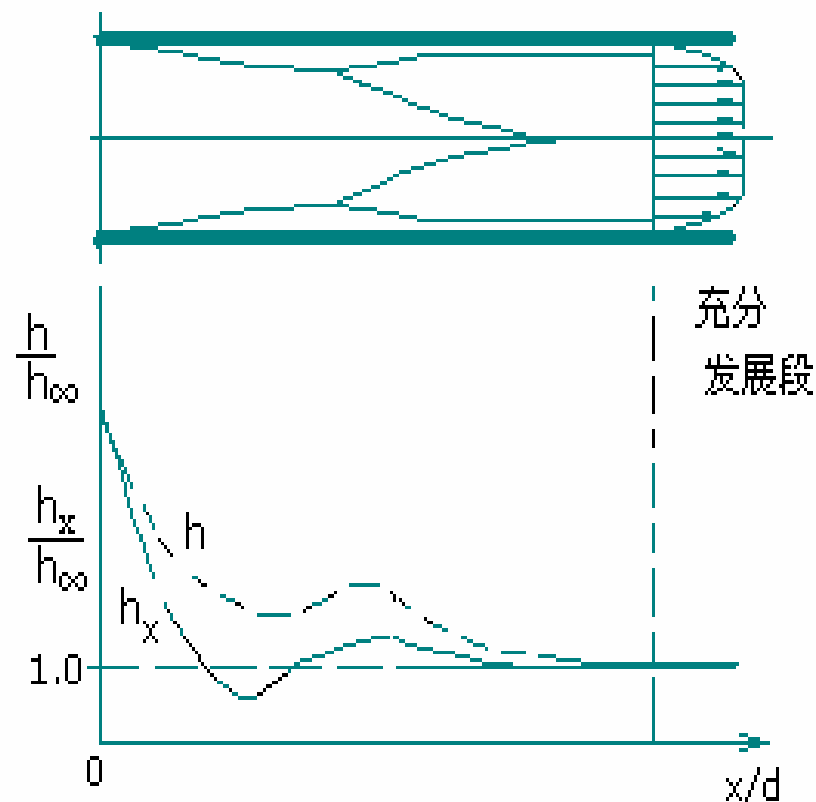
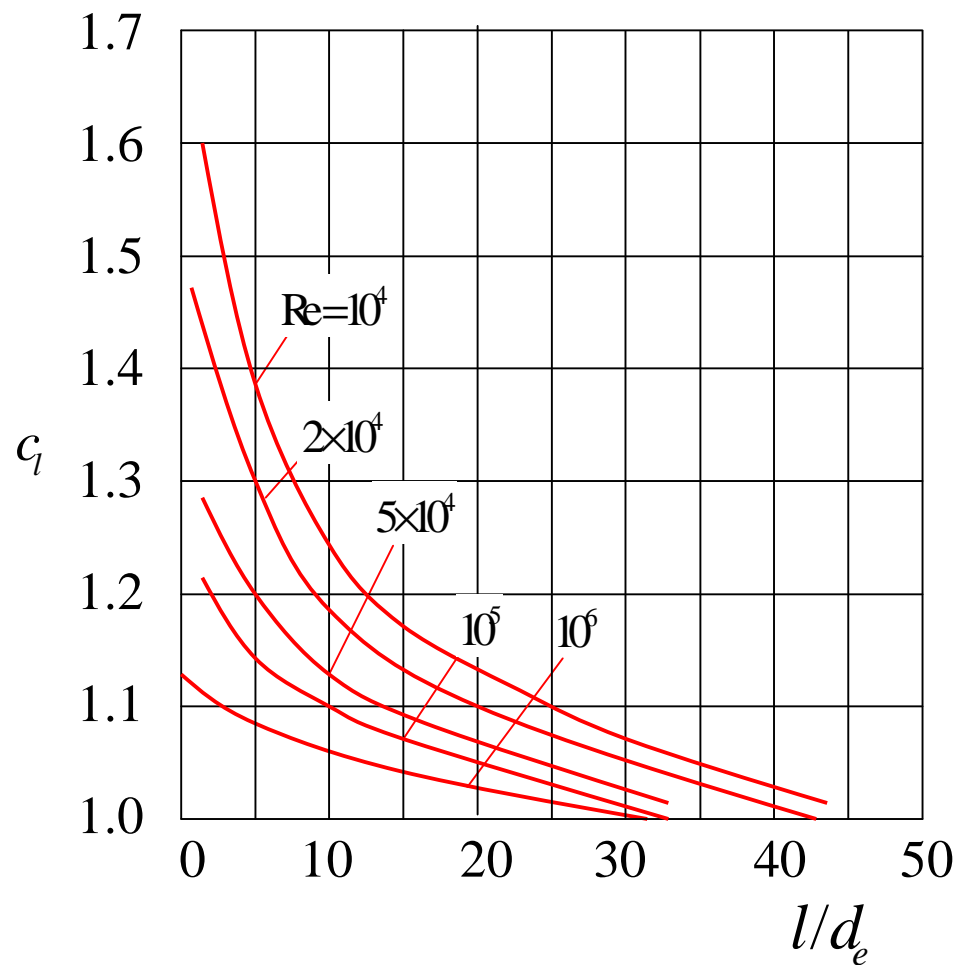


查表(P322) 得到80℃时

$$h_f = 355.1 \times 10^{-6} \text{ Pa}\mathbf{g}, \quad 20^\circ\text{C} \text{ 时 } h_w = 1004 \times 10^{-6} \text{ Pa}\mathbf{g}$$

$$c_t = (h_f / h_w)^{0.25} = (355.1 \times 10^{-6} / 1004 \times 10^{-6})^{0.25} = 0.771$$

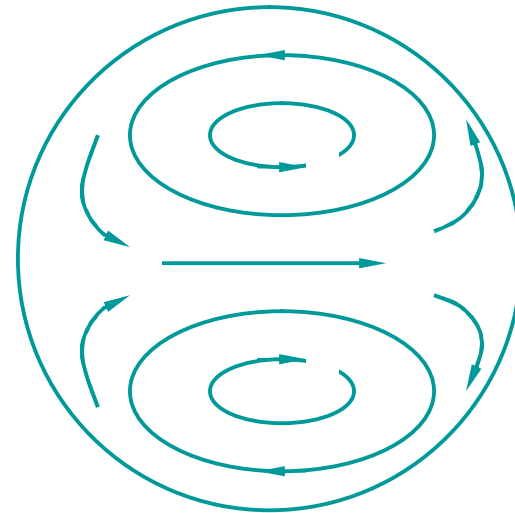
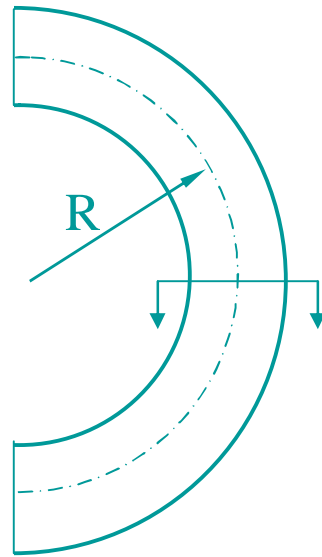
管内受迫对流传热例题（续）



L未知，故暂定 $c_l = 1$ ，待管长求出后再做考虑。如果求出的 $L/d > 50$ ，则不必重新计算，否则，要重新估计 c_l ，再次进行计算，直到计算的管长与估计的管长吻合为止。

管内受迫对流传热例题（续）

● 弯曲管道中的二次环流



● 弯曲管道中的修正系数

对于气体

$$c_R = 1 + 1.77 \frac{d_i}{R}$$

对于液体

$$c_R = 1 + 10.3 \left(\frac{d_i}{R} \right)^3$$

$$c_R = 1?$$

管内受迫对流传热例题（续）

3. 计算努塞尔数

$$\begin{aligned}Nu_f &= 0.023 \text{Re}_f^{0.8} \text{Pr}_f^{0.4} c_t c_l c_R \\&= 0.023 \times 11486^{0.8} \times 2.21^{0.4} \times 0.771 \times 1.0 \times 1.0 \\&= 43.12\end{aligned}$$

4. 计算对流传热系数

$$h = Nu_f \frac{l_f}{d} = 43.12 \times \frac{0.674}{0.013} = 2236 \text{W}/(\text{m}^2 \text{gK})$$

管内受迫对流传热例题（续）

5. 传热量

$$\Phi = m c_{pf} (t_{f1} - t_{f2}) = 150 / 3600 \times 4174 \times (100 - 60) = 6957 \text{ W}$$

注：查表得到 80°C 时 $c_{pf} = 4174 \text{ J/(kg}\cdot\text{K)}$

6. 计算管长 $\Phi = h p d L (t_f - t_w)$

$$L = \frac{\Phi}{h p d (t_f - t_w)} = \frac{6957}{2236 \times p \times 0.013 \times (80 - 20)} = 1.27 \text{ m}$$

讨论：管长修正系数 $L/d = 97.8 > 50$, 所以 $c_l = 1$, 不必重新计算。

管内受迫对流传热计算小结

- 流态的判断
 - (1) 确定特征温度
 - (2) 计算雷诺数
- 无因次关联式的选择
 - (1) 根据雷诺数选择无因次关联式
 - (2) 计算努塞尔数
 - (3) 计算对流传热系数
- 传热量计算

管内流体受迫对流传热时平均温差的计算

1. 管内单相流体强迫对流传热的传热量



$$\Phi = hA\Delta t$$

式中， Δt —对流传热温差（固体壁面与流体之间的温差），

℃。它是沿整个传热面积的平均值，若流体温度写成

过余温度 $q = t_f - t_w$ ，流体入口处和出口处流体与壁面的

温差分别为 $q' = t'_f - t'_w$ 和 $q'' = t''_f - t''_w$ 其对流传热温差为

$$\Delta t = \frac{q' - q''}{\ln \frac{q'}{q''}}$$

当壁面为恒热流时，流体温度和壁面温度呈线性变化，则

$$\Delta t = q'' = t''_f - t''_w \quad \text{或} \quad \Delta t = q'' = t''_w - t''_f$$

- 管内流体的平均温度

一般情况下，管内流体的平均温度 t_f 可取 $t_f = \frac{t'_f + t''_f}{2}$

对于粘性油，物性参数随温度变化大时，取

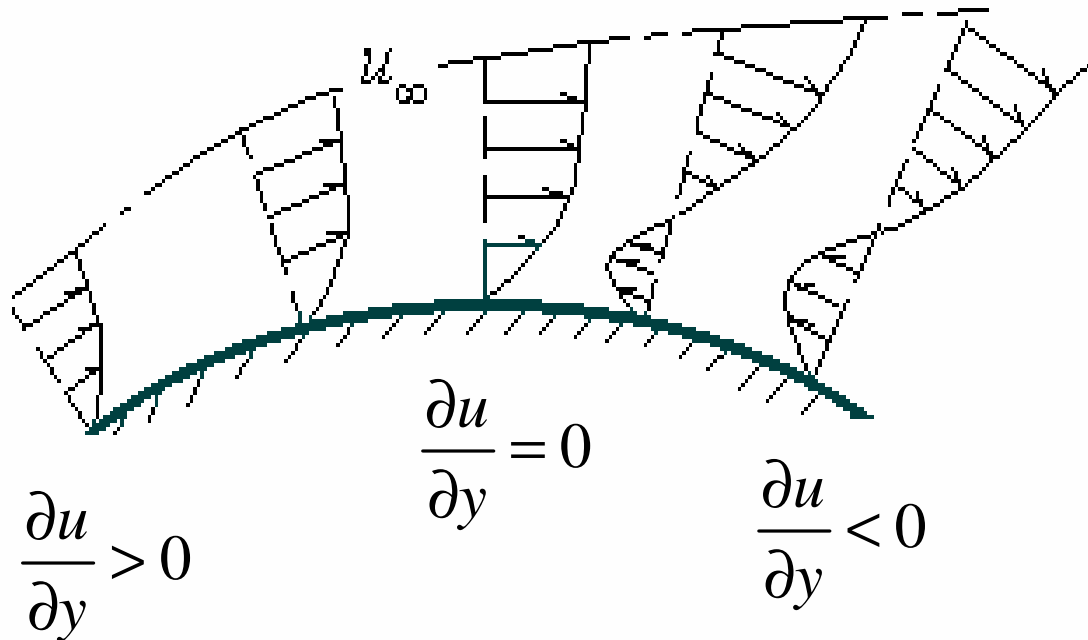
$$t_f = t_w \pm \Delta t,$$

流体被加热时， $t_w > t_f$ ，取负号。

流体被冷却时， $t_w < t_f$ ，取正号。

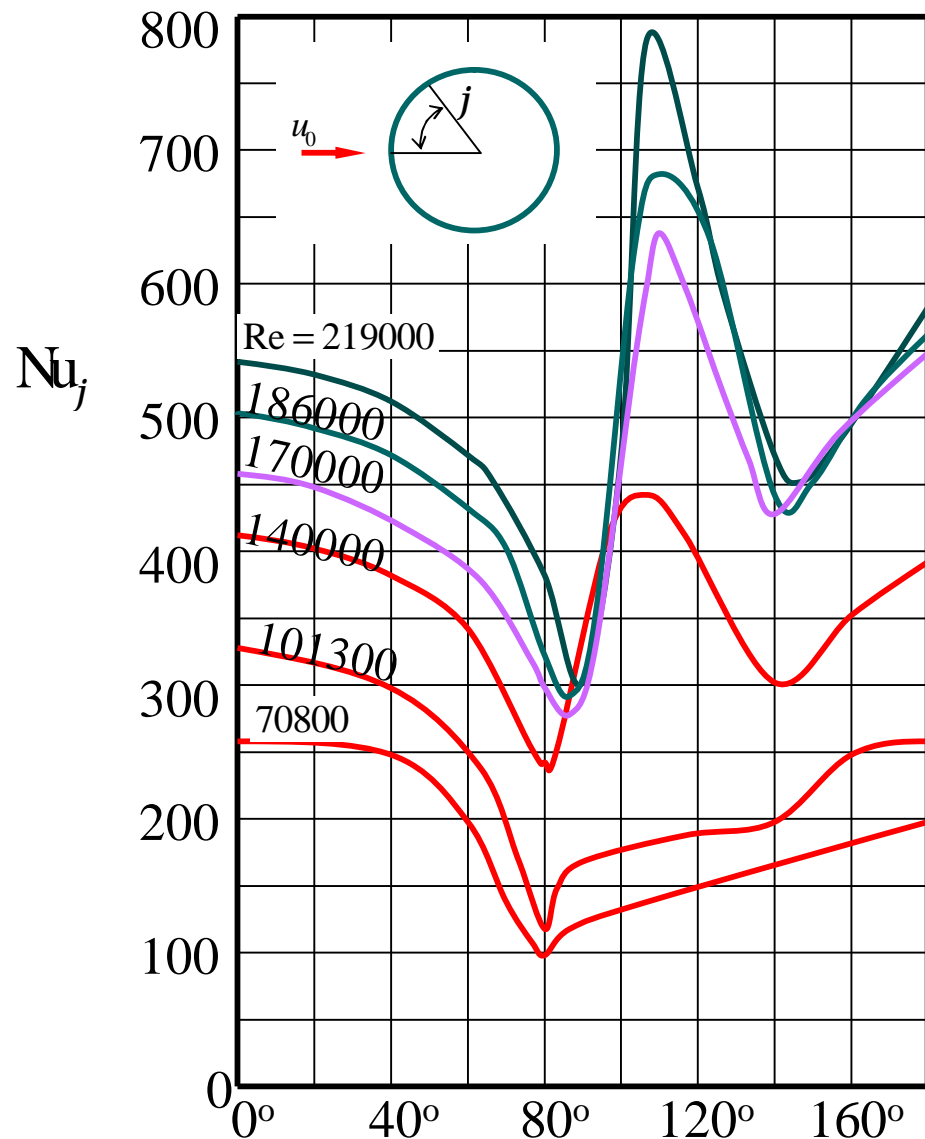
6.3 流体横掠圆管受迫对流传热问题

对绕曲面流动的回顾



图示—流体沿曲面流动时边界层的发展和分离

流体横掠圆管受迫对流传热问题



横掠圆管局部对流传热

系数的变化

流体横掠圆管受迫对流传热的经验关联式

$$Nu_m = c Re_m^n Pr_m^{1/3}$$

c, n 根据 Re_m 的值从表6-1得到

特征温度 $t_m = \frac{t_\infty + t_w}{2}$

流体横掠圆管受迫对流传热计算例题

20℃的空气以2m/s的速度横向流过直径为15mm、表面温度为80℃的圆柱，求稳态条件下圆柱表面与空气的对流传热系数以及单位长度圆柱表面与空气的对流传热量。

解：

1. 特征温度 $t_m = \frac{t_\infty + t_w}{2} = \frac{20 + 80}{2} = 50^\circ\text{C}$

2. 物性参数 $\lambda_m = 0.0283 \text{ W/(m}\cdot\text{K)}$, $\nu_m = 17.95 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$,
 $\text{Pr}_m = 0.698$

3. 计算雷诺数

$$\text{Re} = \frac{u_\infty d}{\nu_m} = \frac{2 \times 0.015}{17.95 \times 10^{-6}} = 1671$$

流体横掠圆管受迫对流传热计算例题（续）

4. 根据雷诺数选择经验关联式 $Nu = f(Re, Pr)$

$$Nu_m = c Re_m^n Pr_m^{1/3}$$

由 $Re_m = 1671$ 查表6-1得到, $c = 0.683, n = 0.466$

5. 计算努塞尔数

$$\begin{aligned} Nu_m &= 0.683 Re_m^{0.466} Pr_m^{1/3} \\ &= 0.683 \times 1671^{0.466} \times 0.698^{1/3} \\ &= 19.24 \end{aligned}$$

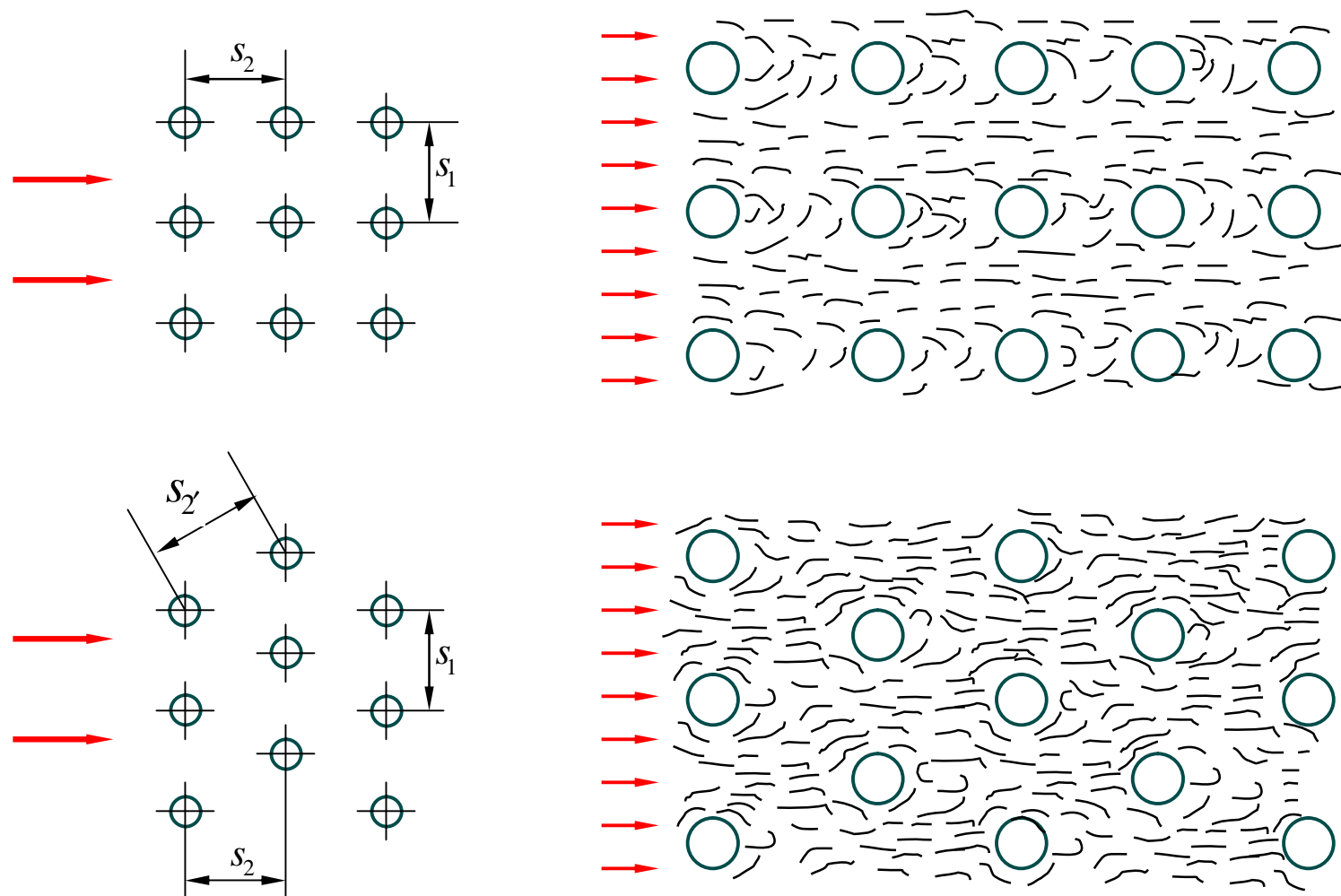
6. 计算对流传热系数

$$h = Nu_m \frac{\lambda_m}{d} = 19.24 \times \frac{0.0283}{0.015} = 36.3 \text{ W}/(\text{m}^2 \text{ gK})$$

7. 单位长度散热量

$$\Phi = h p d (t_w - t_\infty) = 36.3 \times p \times 0.015 \times (80 - 20) = 102.6 \text{ W}$$

流体横掠管束时的受迫对流传热



图中 s_1, s_2, s_2' 均被称为管间距

流体横掠管束时的受迫对流传热经验关联式

流体横掠管束的平均对流传热系数计算式P148(6-23)

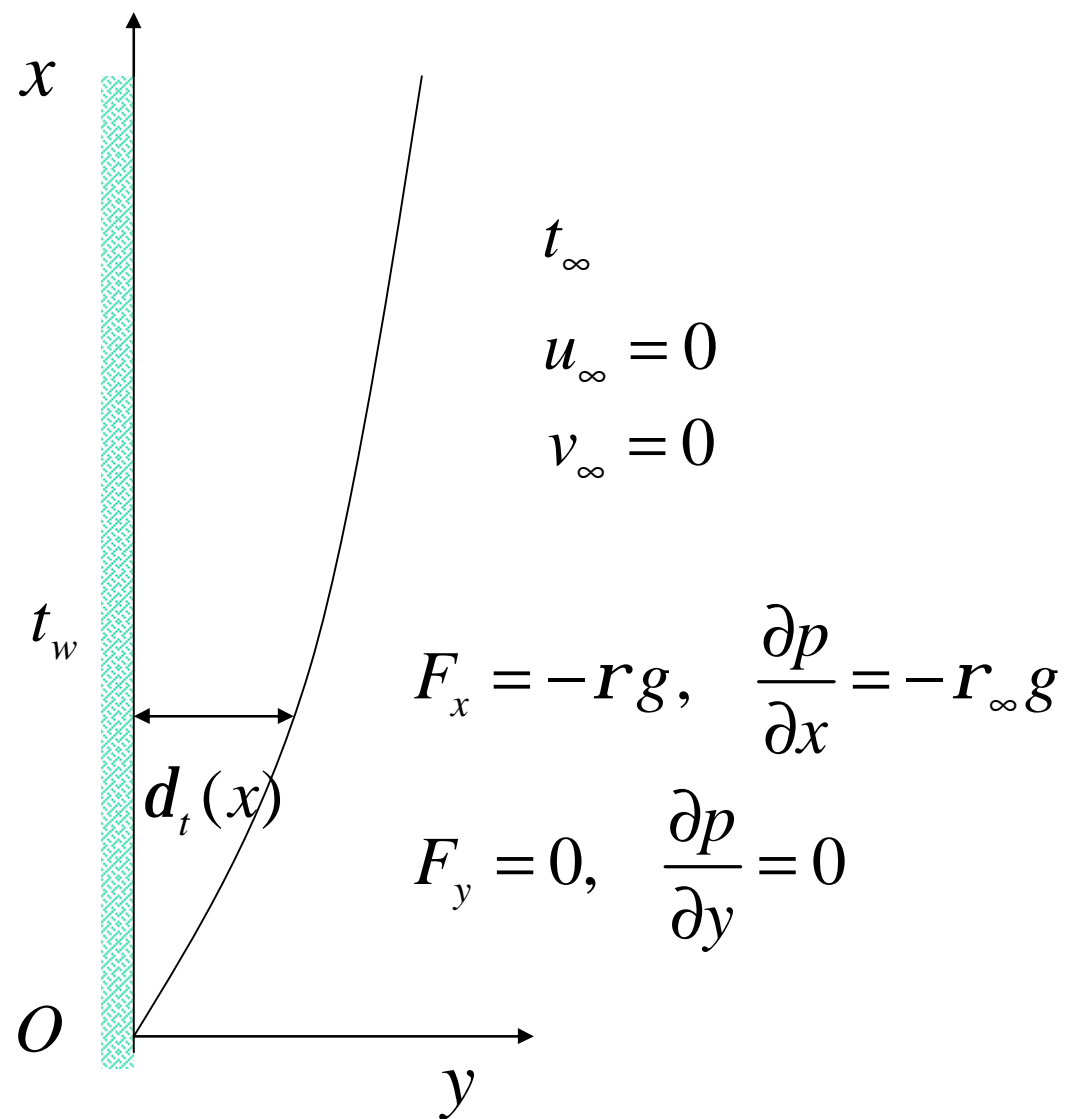
$$\text{Nu}_f = c \text{Re}_m^m \text{Pr}_{f,\max}^{1/3} \text{Pr}_f^n \left(\frac{\text{Pr}_f}{\text{Pr}_w} \right)^k \left(\frac{s_1}{s_2} \right)^p c_j c_z$$

c, m, n, k, p 见 P149 表 6-3

c_z 管排修正系数见P149 表6-4

c_j 流体斜向冲刷管束时的修正系数，见P150表6-5

6.4 自然对流传热



格拉晓夫数

$$\frac{g \beta x^3 (t_w - t_\infty)}{a^2}$$

是控制无粘性流体自然对流传热的无因次量

$$\text{Gr} = \frac{g a_v l^3 (t_w - t_\infty)}{n^2}$$

是控制粘性流体自然对流传热的无因次量

预期解的无因次关联式

$$h_x = \frac{q_w}{(t_w - t_\infty)} = -\frac{l}{l} \frac{\partial \bar{q}}{\partial \bar{y}} \bigg|_w = f_1(\text{Gr}, \text{Pr}, \bar{x})$$

$$\text{Nu}_x = \frac{h_x x}{l} = -\frac{x}{l} \frac{\partial \bar{q}}{\partial \bar{y}} \bigg|_w = -\bar{x} \frac{\partial \bar{q}}{\partial \bar{y}} \bigg|_w = f_2(\text{Gr}, \text{Pr}, \bar{x})$$

$$\text{Nu} = \frac{hl}{l} = f_3(\text{Gr}, \text{Pr}) = f_3 \left(\frac{g a_v l^3 (t_w - t_\infty)}{n^2}, \frac{n}{a} \right)$$

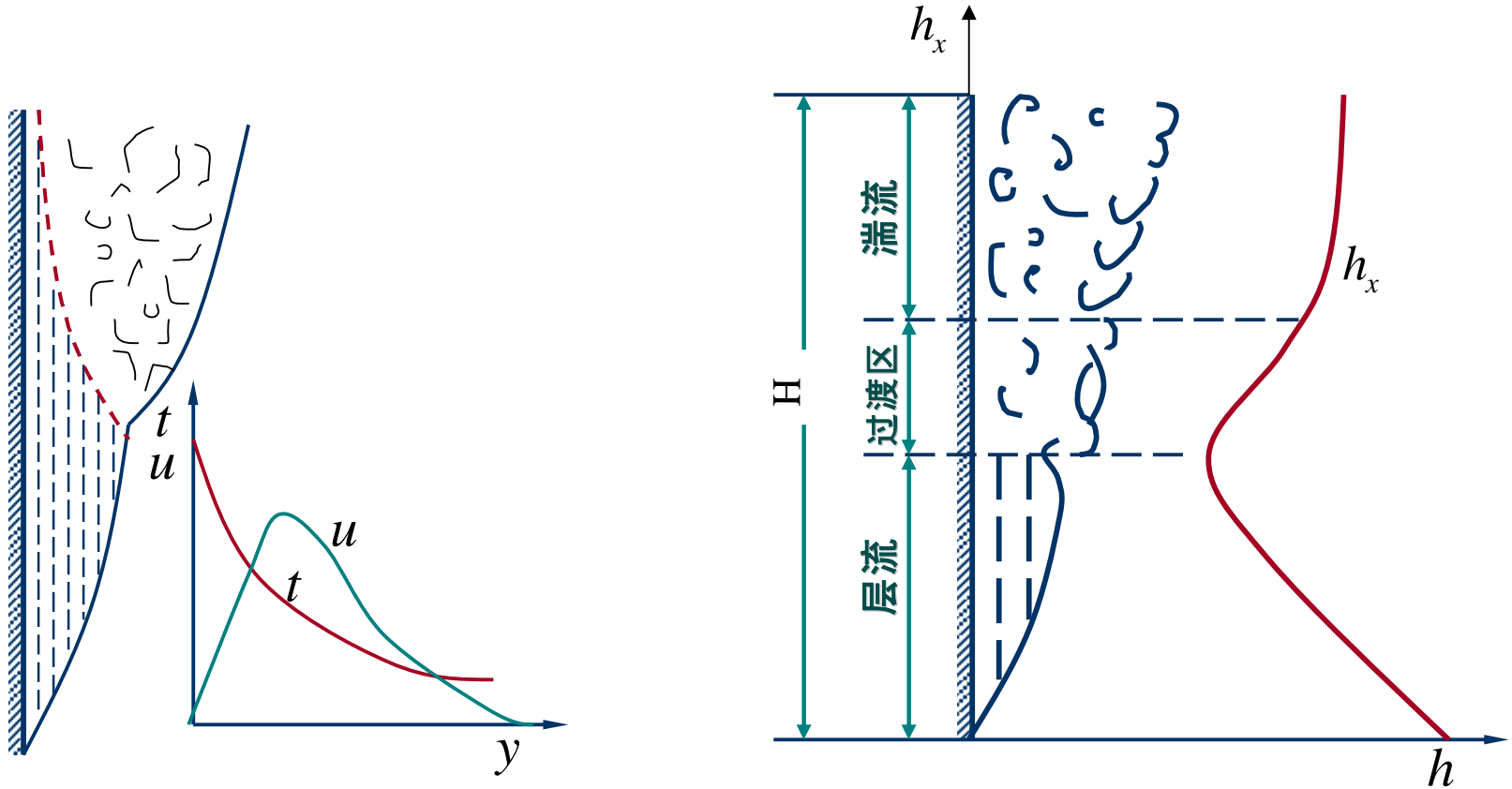
自然对流传热的无因次关系式

$$Nu_x = f_6(Gr, Pr, \bar{x})$$

$$Nu = f_7(Gr, Pr)$$

$$Gr = \frac{ga_v l^3 (t_w - t_\infty)}{n^2}$$

大空间自然对流传热问题的特点



格拉晓夫数

$$\text{Gr} = \frac{g a_v \Delta t l^3}{n^2}$$

大空间自然对流传热的经验关联式

恒壁温情况下

$$\text{Nu}_m = c(\text{GrPr})_m^n$$

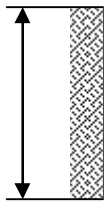
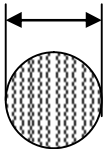
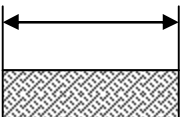
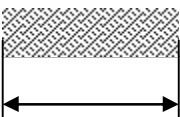
对于理想气体，格拉晓夫准则数Gr中体积膨胀系数 $a_v = \frac{1}{T}$

特征温度采用膜平均温度 $t_m = \frac{t_w + t_\infty}{2}$

而 $\text{Gr} = \frac{g a_v \Delta t l_c^3}{\nu^2}$ 中的 $\Delta t = t_w - t_\infty$ 。

特征尺寸和常数 c, n 的值列表于 P 155 表6-6中。

经验关联式中的常数

加热面形状及位置	图示	流态	c	n	特征尺寸 l	$(GrPr)_m$
竖直平壁或 竖直圆柱		层流	0.59	1/4	高度H	$10^4 : 10^9$
		湍流	0.10	1/3		$10^9 : 10^{13}$
水平圆柱		层流	0.48	1/4	外径D	$10^4 : 1.5 \times 10^8$
		湍流	0.10	1/3		$> 1.5 \times 10^8$
水平板 (热面朝上 或冷面朝下)		层流	0.54	1/4	正方形取边长 长方形取两边平均值	$2.5 \times 10^4 : 5 \times 10^6$
		湍流	0.15	1/3		$5 \times 10^6 : 1.0 \times 10^{11}$
水平板 (冷面朝上 或热面朝下)		层流	0.27	1/4	狭长条取短边 圆盘取直径的0.9倍	$3.0 \times 10^5 : 3.0 \times 10^{10}$

大空间自然对流传热的计算例题

水平放置的蒸汽管道，保温层外径 $d_0=383\text{mm}$ ，壁温 $t_w=48^\circ\text{C}$ ，周围空气温度 $t_\infty=23^\circ\text{C}$ 。试计算保温层外壁的对流散热量。

解 特征温度
$$t_m = \frac{t_w + t_\infty}{2} = \frac{48 + 23}{2} = 35.5^\circ\text{C}$$

由附录4中查取空气的物性参数值

$$l_m = 0.0272 \text{ W } / (\text{m} \cdot \text{K}), \quad n_m = 16.53 \times 10^{-6} \text{ m}^2 / \text{s}, \quad \text{Pr}_m = 0.7$$

$$a_v = \frac{1}{T_m} = \frac{1}{273 + 35.5} = 3.24 \times 10^{-3} \text{ K}^{-1}$$

选择系数 c 、 n
$$(\text{GrPr})_m = \frac{g a_v \Delta t d_0^3}{n_m^2} \text{Pr}_m$$

大空间自然对流传热计算例题（续）

$$\begin{aligned}(\text{GrPr})_m &= \frac{g a_v \Delta t d_0^3}{n_m^2} \text{Pr}_m = \frac{9.8 \times 3.24 \times 10^{-3} \times (48 - 32) \times 0.383^3}{(16.53 \times 10^{-6})^2} \times 0.7 \\ &= 1.14 \times 10^8 < 1.5 \times 10^8\end{aligned}$$

查表6-6得 $c=0.48$ 、 $n=1/4$ 。

对流传热系数 $h = 0.48 (\text{GrPr})_m^{1/4} \frac{l_m}{d_0}$

$$= 0.48 \times (1.14 \times 10^8)^{1/4} \times \frac{0.027}{0.383} = 3.53 \text{ W}/(\text{m}^2 \text{ gK})$$

单位管长的对流散热量

$$\Phi_l = h p d_0 (t_w - t_\infty) = 3.53 \times p \times (48 - 23) = 106 \text{ W/m}$$

关于湍流自然对流的自模化

仔细研究表中经验关联式的指数 n , 我们注意到湍流时

$$n = \frac{1}{3}$$

这意味着由
$$\text{Nu}_m = c(\text{GrPr})_m^n \rightarrow \frac{hl}{l_m} \propto \left(\frac{ga_v \Delta t l^3}{n^2} \frac{n}{a} \right)_m^{\frac{1}{3}}$$

而
$$\frac{h}{l_m} \propto \left(\frac{ga_v \Delta t}{n^2} \frac{n}{a} \right)_m^{\frac{1}{3}}$$

即对流传热系数与尺寸无关。这种情况称为**自模化**现象。

壁面恒热流的情况

恒热流情况下

$$\text{Gr}^* = \text{GrNu} = \frac{g a_v \Delta t l^3}{n^2} \frac{hl}{l} = \frac{g a_v q l^4}{l n^2}$$

这里局部对流传热系数可能更为重要。对于竖直平壁

$$\text{Nu}_x = \frac{h_x x}{l_m} = 0.60 \left(\text{Gr}^* \text{Pr} \right)_m^{1/5} \quad 10^5 < \text{Gr}^* \text{Pr} < 10^{11}$$

$$\text{Nu}_x = \frac{h_x x}{l_m} = 0.17 \left(\text{Gr}^* \text{Pr} \right)_m^{1/4} \quad 2 \times 10^{13} < \text{Gr}^* \text{Pr} < 10^{16}$$

$$t_m = \frac{t_{wx} + t_\infty}{2}$$

受迫对流和自然对流的相对强弱

事实上，对流传热的过程往往是受迫对流和自然对流同时存在的，特别是受迫对流的情况下，自然对流所起的作用可能也很大。通常可以采用对流传热的相似准则关系的相对大小来判断自然对流的强弱。

$$\frac{Gr}{Re^2} < 0.1 \quad \text{自然对流可以忽略}$$

$$\frac{Gr}{Re^2} > 10 \quad \text{强迫对流可以忽略。}$$

有限空间自然对流传热

热流密度可以用当量导热的计算式

$$q = \frac{l_e(t_1 - t_2)}{d}$$

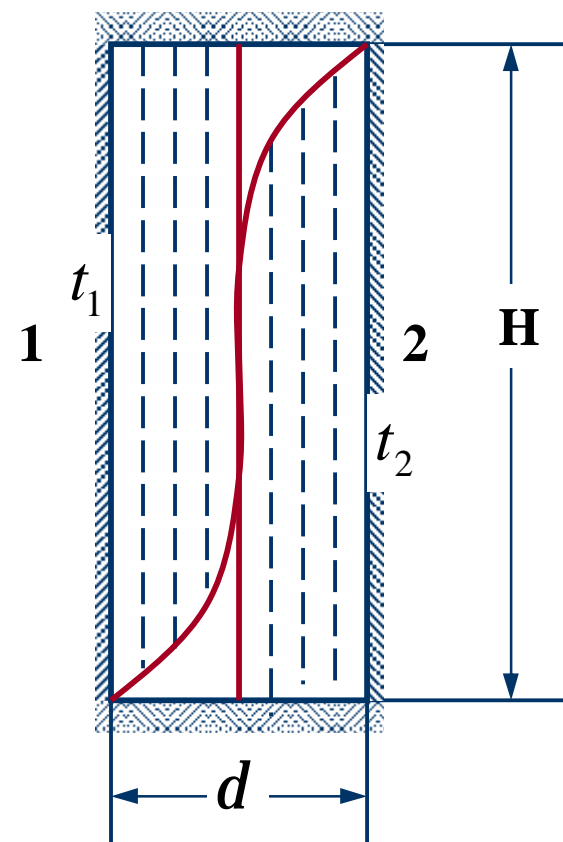
式中,

l_e —当量导热系数 (等效导热系数)

$\text{W}/(\text{m} \cdot \text{K})$;

d —竖壁夹层的厚度, m ;

t_1, t_2 —二竖壁的温度, $^{\circ}\text{C}$ 。



有限空间自然对流的经验关联式

有限空间自然对流传热的特征数关联式可以写成

$$\frac{l_e}{l} = c(\text{Gr Pr})_m^n \left(\frac{d}{H} \right)^k$$

式中 C, m, n 均由实验得到。对于竖直的空气夹层

$$\frac{l_e}{l} = \begin{cases} 1 & \text{Gr Pr} < 2000 \\ 0.197(\text{Gr Pr})_m^{1/4} \left(\frac{d}{H} \right)^{1/9} & 6000 < \text{Gr Pr} < 2 \times 10^5 \\ 0.073(\text{Gr Pr})_m^{1/3} \left(\frac{d}{H} \right)^{1/9} & 2 \times 10^5 < \text{Gr Pr} < 1.1 \times 10^7 \end{cases}$$

$$\text{Pr} = 0.5 : 2, \frac{H}{d} = 11 : 42, t_m = \frac{t_1 + t_2}{2}$$