第4章 计算机控制系统的基本控制策略

4.1 计算机控制系统数学基础

4.2 离散系统的模拟化设计方法

4.3 数字PID控制算法

4.4 直接数字设计方法

4.5 复杂计算机控制系统设计方法

4.6 先进PID控制系统设计方法

内容回顾

数字PID控制算法

- PID控制算法及其作用
- 模拟PID控制器离散化
- PID算法的改进
- 数字PID控制器的实现
- 数字PID控制参数的整定

第4章 计算机控制系统的基本控制策略

4.1 计算机控制系统数学基础

4.2 离散系统的模拟化设计方法

4.3 数字PID控制算法

4.4 直接数字设计方法

4.5 复杂计算机控制系统设计方法

4.6 先进PID控制系统设计方法

主要学习内容

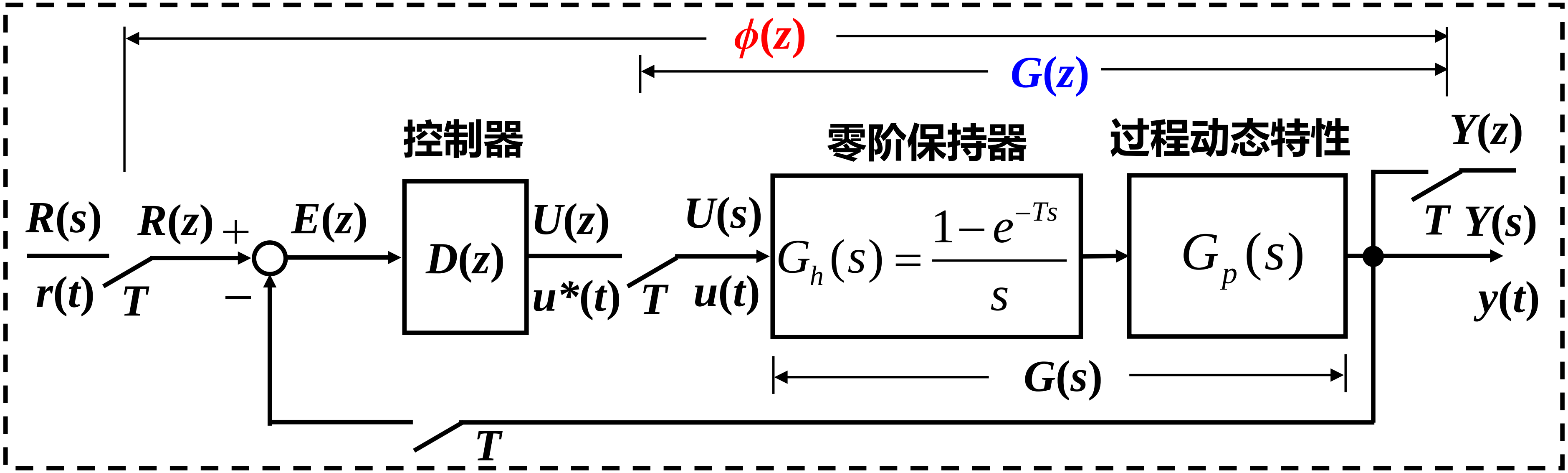
直接数字设计方法

- ◆设计思想
- ◆解析设计法
  - 最少拍系统的设计
  - 无波纹最少拍系统的设计
- ◆Z平面根轨迹设计法（自学）
- ◆大林算法（自学）

直接数字设计方法-设计思想

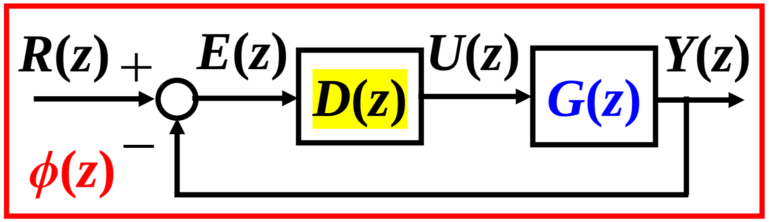
- 又称精确法：将采样器与对象一起离散化，采用离散控制理论，直接在z域设计数字控制器。
- 本方法不要求离散系统逼近连续系统，而是根据设计指标直接求解数字控制器。
- 数字控制算法不限于特定的控制规律（如PID）
- 其精确性仅限于线性范围内及采样点上。
- 不能反映两个采样点之间的系统特性，采样周期选择得不合理会破坏精确法的精确性。

解析设计法



计算机控制系统框图

简化



- **$G(s)$离散化** $G(z)=Z\left[\frac{1-e^{-Ts}}{s}\cdot G_p(s)\right]$

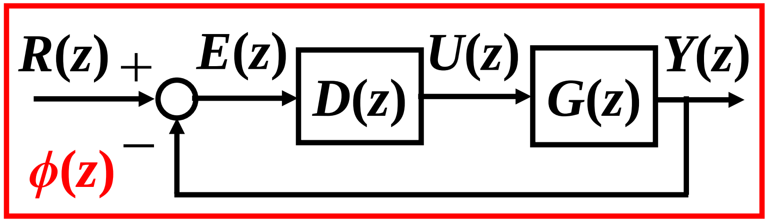
- **闭环脉冲传递函数** $\phi(z)=\frac{Y(z)}{R(z)}=\frac{D(z)\cdot G(z)}{1+D(z)\cdot G(z)}$ ⇒ $D(z)=\frac{1}{G(z)}\cdot\frac{\phi(z)}{1-\phi(z)}$

- **误差脉冲传递函数** $\phi_e(z)=\frac{E(z)}{R(z)}=\frac{R(z)-Y(z)}{R(z)}=1-\phi(z)=\frac{1}{1+D(z)\cdot G(z)}$

- **求$D(z)$ 的关键是求$\phi(z)$ 或$\phi_e(z)$，同时满足闭环系统的稳定性、系统性能指标要求、控制器的可实现性等。**

解析设计法- 最少拍系统的设计

■ **最少拍系统**：**在典型输入作用下，系统经过最少个采样周期，在采样点上无差跟踪。即几拍之后，** $y(k) = r(k)$, $e(k)=0$。



对象要求
- $G(z)$的零极点全部在z平面单位圆内
- 对象没有纯延迟
- $G(z)$对所设计的系统没有附加要求

■ **典型输入下的最少拍要求**

- **单位阶跃函数：** $r(t) = 1$ $\quad R(z) = \dfrac{1}{1-z^{-1}}$
- **单位速度函数：** $r(t) = t$ $\quad R(z) = \dfrac{Tz^{-1}}{(1-z^{-1})^2}$
- **单位加速度函数：** $r(t) = t^2/2$ $\quad R(z) = \dfrac{T^2z^{-1}(1+z^{-1})}{2(1-z^{-1})^3}$

$$R(z) = \frac{A(z)}{(1-z^{-1})^N}$$

$A(z)$是不包含$(1-z^{-1})$因子的关于z^{-1}的多项式。

■ **系统稳态误差：**

(z变换终值定理)

$$e(\infty) = \lim_{z\to 1}\left[(1-z^{-1})E(z)\right] = \lim_{z\to 1}\left[(1-z^{-1})\phi_e(z)R(z)\right]$$

$$= \lim_{z\to 1}\left[(1-z^{-1})\frac{A(z)}{(1-z^{-1})^N}\phi_e(z)\right]$$

解析设计法- 最少拍系统的设计

■ 系统稳态误差：$e(\infty)=\lim\limits_{z\to 1}\left[(1-z^{-1})\dfrac{A(z)}{(1-z^{-1})^N}\phi_e(z)\right]$ *A*(z)是不包含(1-z^{-1})因子的关于z^{-1}的多项式。

- 目标：$e(\infty)=0$：

$$\phi_e(z)=(1-z^{-1})^n F(z) \qquad n\geq N$$

F(z)是关于z^{-1}的待定系数多项式

$$\phi(z)=1-\phi_e(z)=1-(1-z^{-1})^n F(z)$$

- 为了使$\phi(z)$能够实现，*F*(z)中的首项可取为1，即：

$$F(z)=1+f_1 z^{-1}+f_2 z^{-2}+\ldots+f_M z^{-m}$$

- $\phi(z)$具有z^{-1}的最高幂次为($n+m$)，这表明系统闭环响应在采样点的值经($n+m$)拍可达到稳态。

- 特别当m=0时，即*F*(z)=1时，系统在采样点的输出可在最少拍（$n_{min}=N$拍)内达到稳态，即为最少拍控制。

$$\boxed{\phi_e(z)=(1-z^{-1})^N} \quad \text{或} \quad \boxed{\phi(z)=1-(1-z^{-1})^N}$$

- 最少拍控制器*D*(z)为：

$$D(z)=\frac{1}{G(z)}\frac{\phi(z)}{1-\phi(z)}=\frac{1-(1-z^{-1})^N}{G(z)(1-z^{-1})^N}$$

解析设计法- 最少拍系统的设计

$$\boxed{\phi_e(z)=(1-z^{-1})^N}$$

最少拍控制器设计

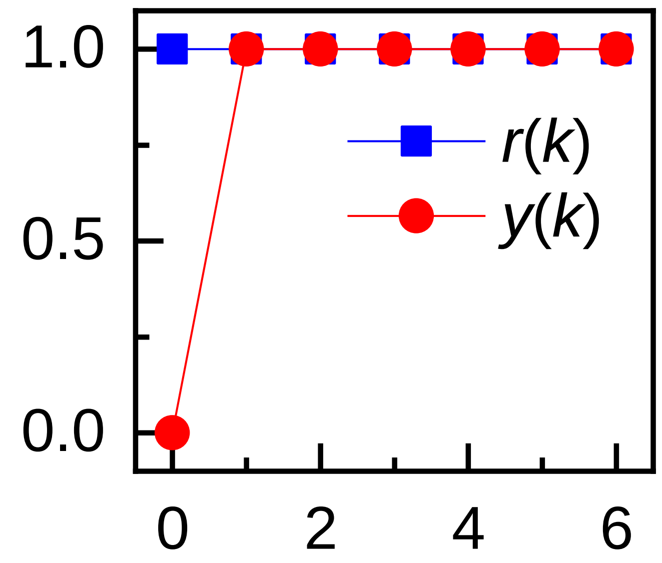
■ 单位阶跃输入最少拍控制系统分析

- **单位阶跃函数: $r(t)=1$** $\quad R(z)=\dfrac{1}{1-z^{-1}} \quad N=1$

$$\phi_e(z)=(1-z^{-1})^N=1-z^{-1}$$

$$\phi(z)=1-\phi_e(z)=z^{-1}$$

$$E(z)=R(z)\phi_e(z)=1$$



$$Y(z)=R(z)\phi(z)=\frac{1}{1-z^{-1}}z^{-1}=z^{-1}+z^{-2}+z^{-3}+\cdots$$

以上两式说明，只需一拍(一个采样周期)输出就能跟踪输入，误差为零，过渡过程结束。

解析设计法- 最少拍系统的设计

■ 单位速度输入最少拍控制系统分析

$$\boxed{\phi_e(z)=(1-z^{-1})^N}$$

最少拍控制器设计

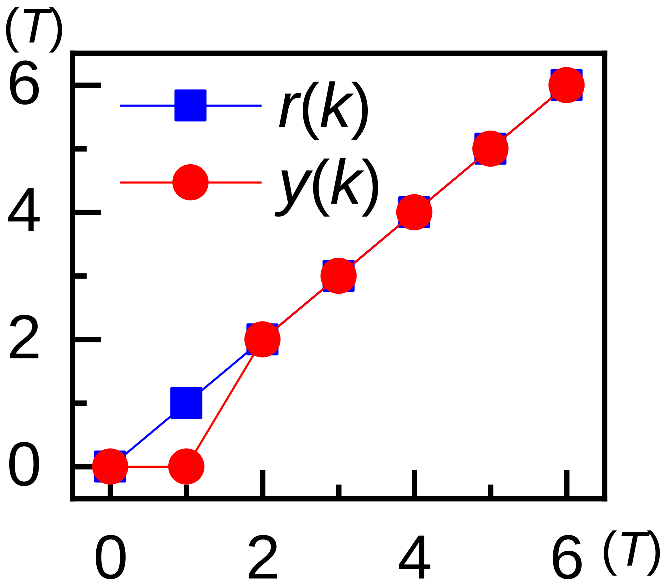
- **单位速度函数: *r*(*t*) = *t***　$R(z)=\dfrac{Tz^{-1}}{(1-z^{-1})^2}$　$N=2$

$$\phi_e(z)=(1-z^{-1})^N=(1-z^{-1})^2$$

$$\phi(z)=1-\phi_e(z)=2z^{-1}-z^{-2}$$

$$E(z)=R(z)\phi_e(z)=Tz^{-1}$$

$$Y(z)=R(z)\phi(z)=2Tz^{-2}+3Tz^{-3}+4Tz^{-4}+\cdots$$



以上两式说明，只需两拍(两个采样周期)输出就能跟踪输入，达到稳态，过渡过程结束。

解析设计法- 最少拍系统的设计

■ 单位加速度输入最少拍控制系统分析

$$\phi_e(z) = (1 - z^{-1})^N$$

- **单位加速度函数: *r*(*t*) = *t*²/2** $R(z) = \dfrac{T^2 z^{-1}(1+z^{-1})}{2(1-z^{-1})^3}$

最少拍控制器设计

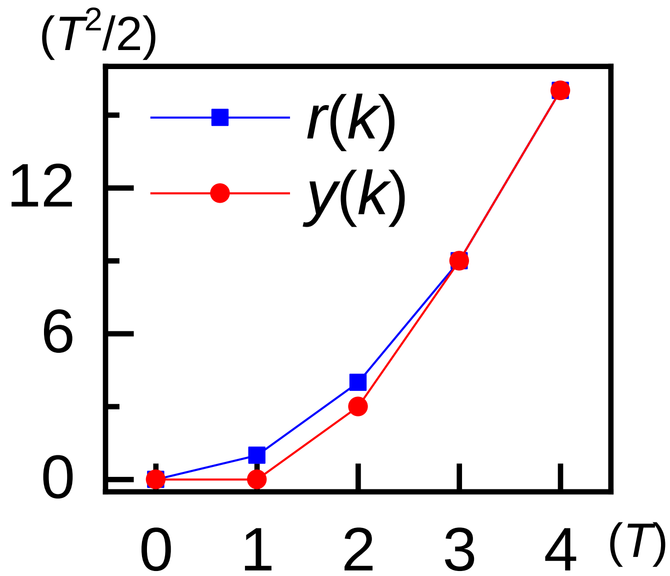
$$N = 3$$

$$\phi_e(z) = (1 - z^{-1})^N = (1 - z^{-1})^3$$

$$\phi(z) = 1 - \phi_e(z) = 3z^{-1} - 3z^{-2} + z^{-3}$$

$$E(z) = R(z)\phi_e(z) = \frac{1}{2}T^2 z^{-1} + \frac{1}{2}T^2 z^{-2}$$

$$Y(z) = R(z)\phi(z) = \frac{3}{2}T^2 z^{-2} + \frac{9}{2}T^2 z^{-3} + \frac{16}{2}T^2 z^{-4} + \cdots$$



以上两式说明，只需三拍(三个采样周期)输出就能跟踪输入，达到稳态。

解析设计法- 最少拍系统的设计

■ 最少拍系统的局限性

- **对某一典型输入的响应为最少拍的控制器，对于其它典型输入不一定为最少拍！**

例: 当$\phi(z)$是按等速输入 $r(t) = t$ 设计时，有$\phi(z)=2z^{-1}-z^{-2}$，则三种不同输入时对应的输出如下：

阶跃输入： $r(t)=1(t)$

$$R(z)=\frac{1}{1-z^{-1}}$$

$$Y(z)=R(z)\phi(z)=\frac{2z^{-1}-z^{-2}}{1-z^{-1}}=2z^{-1}+z^{-2}+z^{-3}+\cdots$$

等速输入： $r(t)=t$

$$R(z)=\frac{Tz^{-1}}{(1-z^{-1})^2}$$

$$Y(z)=\frac{Tz^{-1}}{(1-z^{-1})^2}(2z^{-1}-z^{-2})$$

$$=2Tz^{-2}+3Tz^{-3}+4Tz^{-4}+\cdots$$

等加速输入： $r(t)=(1/2)t^2$

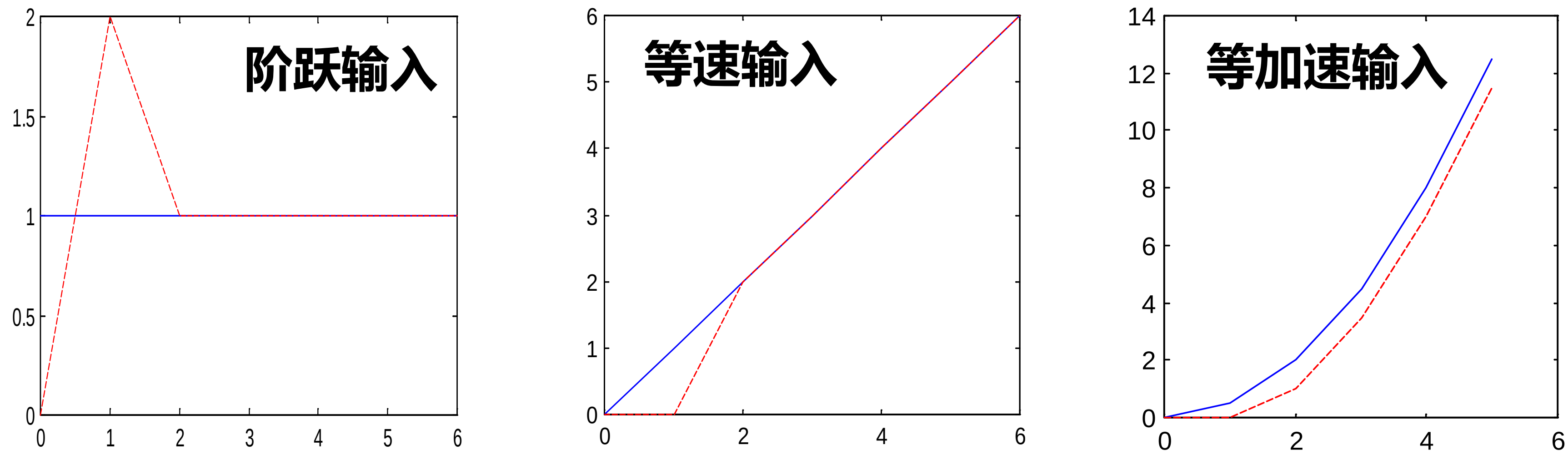
$$R(z)=\frac{T^2z^{-1}(1+z^{-1})}{2(1-z^{-1})^3}$$

$$Y(z)=R(z)\Phi(z)=\frac{T^2z^{-1}(1+z^{-1})}{2(1-z^{-1})^3}(2z^{-1}-z^{-2})$$

$$=T^2z^{-2}+3.5T^2z^{-3}+7T^2z^{-4}+11.5T^2z^{-5}+\cdots$$

解析设计法- 最少拍系统的设计

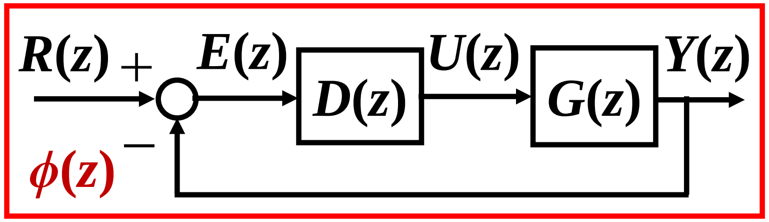
■ 最少拍系统的局限性



不同输入是的输入输出比较

- 用于次数较低的输入函数$R(z)$时，系统将出现较大的超调，响应时间也会增，但在采样时刻的误差为零。
- 用于次数较高的输入函数时，输出将不能完全跟踪输入，产生稳态误差。
- 一种典型的最少拍闭环脉冲传递函数$\phi(z)$只适应一种特定的输入而不能适应于各种输入。

解析设计法- 最少拍系统的设计



■ 最少拍系统的可实现性

➢根据$\phi(z)$设计出的$D(z)$ 一定要是物理可实现的，即$D(z)$分子的阶次小于等于分母的阶次。

$$D(z)=\frac{1}{G(z)}\frac{\phi(z)}{\phi_e(z)}$$

例:
$$\frac{U(z)}{R(z)}=\frac{z^2+2z}{3+z}=\frac{z+2}{3z^{-1}+1}$$

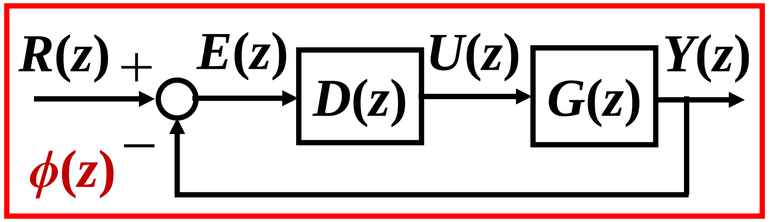
$$U(z)+3z^{-1}U(z)=z\cdot R(z)+2R(z)$$

$$u(k)=-3u(k-1)+r(k+1)+2r(k)$$

$u(k)$依赖于$r(k+1)$，产生超前输入。

解析设计法- 最少拍系统的设计

■ 最少拍系统的可实现性



$$D(z)=\frac{1}{G(z)}\frac{\phi(z)}{\phi_e(z)}$$

- 对象具有滞后特性:

$$G(z)=K\cdot\frac{z^{-l}(1+a_1z^{-1}+a_2z^{-2}+\ldots)}{(1+b_1z^{-1}+b_2z^{-2}+\ldots)}\qquad ,l\geq 1$$

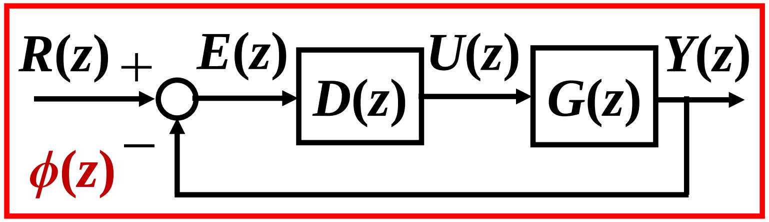
- 根据物理可实现条件，必须具有如下的形式才可抵消$G(z)$中的 z^{-l} 项:

$$\phi(z)=z^{-l}(1+C_1z^{-1}+\cdots)$$

- 对象具有纯迟延，则控制系统的闭环特性须有相同的纯迟延
- 数字控制器只能改善系统动态特性，不能使对象提前动作

解析设计法- 最少拍系统的设计

■ 最少拍系统的稳定性



$$D(z)=\frac{1}{G(z)}\frac{\phi(z)}{1-\phi(z)}=\frac{1}{G(z)}\frac{\phi(z)}{\phi_e(z)}$$

- **$D(z)$须有稳定的零极点，$G(z)$不稳定零极点只能$\phi(z)$、$\phi_e(z)$ 包含。**

（1）使$\phi(z)$包含$G(z)$所有不稳定的零点

$$\phi(z)=[\prod_i(1-z_i z^{-l})]F_1(z),\left|z_i\right|\geq 1$$

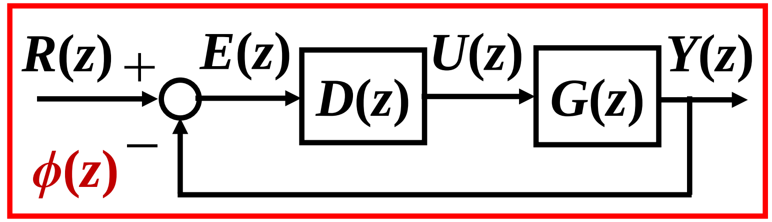
（2）使$\phi_e(z)$包含$G(z)$所有不稳定的极点

$$\phi_e(z)=[\prod_j(1-p_j z^{-l})]F_2(z),\left|p_j\right|\geq 1$$

$F_1(z)$ 、$F_2(z)$为平衡表达式，应取项数最小的z^{-1}的表达式

解析设计法- 最少拍系统的设计

■ 典型输入最少拍系统闭环特性的选择



$$R(z)=\frac{A(z)}{(1-z^{-1})^{N}}$$

$$D(z)=\frac{1}{G(z)}\frac{\phi(z)}{\phi_e(z)}$$

闭环特性	零稳态误差	物理可实现	稳定性
$\phi(z)$		z^{-l}	$\prod_i(1-z_i z^{-1}),\lvert z_i\rvert\ge 1$
$\phi_e(z)$	$(1-z^{-1})^{N}$		$\prod_j(1-p_j z^{-1}),\lvert p_j\rvert\ge 1$

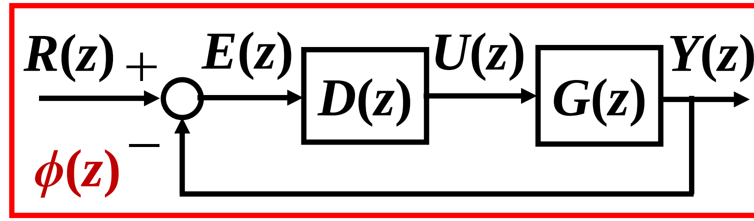
说明: 1. **输入:** $r(t)=1, N=1; r(t)=t, N=2; r(t)=\frac{1}{2}t^{2}, N=3$

2．l 为对象纯迟延幂次　　3. z_i、p_j为$G(z)$的零极点

4. 假设$G(z)$的极点中有J个临界点（p_j=1）,那么$\phi_e(z)$中（1-z^{-1}）的指数为max（N, J）。

解析设计法- 最少拍系统的设计

■ **例题** 对象 $G(s)=\dfrac{10}{s(s+1)}$， 输入信号为单位速度， T=1s，零阶保持器，求最少拍控制器。



$$D(z)=\frac{1}{G(z)}\frac{\phi(z)}{\phi_e(z)}$$

解： 1. 求广义对象传递函数：

$$G(z)=Z[G_h(s)G(s)]=Z[\frac{1-e^{-Ts}}{s}\cdot\frac{10}{s(s+1)}]$$

$$=10(1-z^{-1})Z[\frac{1}{s^2(s+1)}]=10(1-z^{-1})\cdot Z[\frac{1}{s^2}-\frac{1}{s}+\frac{1}{s+1}]$$

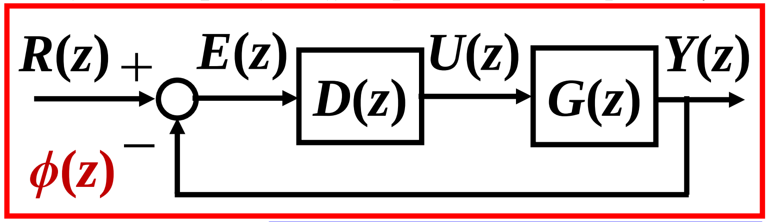
$$=10(1-z^{-1})[\frac{Tz^{-1}}{(1-z^{-1})^2}-\frac{1}{1-z^{-1}}+\frac{1}{1-e^{-T}z^{-1}}]$$

$$=\frac{10}{e}\cdot\frac{z^{-1}[1+(e-2)z^{-1}]}{(1-z^{-1})(1-e^{-1}z^{-1})}=\frac{3.679z^{-1}(1+0.718z^{-1})}{(1-z^{-1})(1-0.3679z^{-1})}$$

其中，（1-$0.718z^{-1}$）和（1-$0.3679z^{-1}$）是稳定的零极点，1-z^{-1}是临界点.

解析设计法- 最少拍系统的设计

■ **例题** 对象 $G(s)=\dfrac{10}{s(s+1)}$，输入信号为单位速度，T=1s，零阶保持器，求最少拍控制器。



解：

$$G(z)=\frac{3.679z^{-1}(1+0.718z^{-1})}{(1-z^{-1})(1-0.3679z^{-1})}$$

$$D(z)=\frac{1}{G(z)}\frac{\phi(z)}{\phi_e(z)}$$

2. 确定$\phi(z)$、$\phi_e(z)$：

$$\begin{cases}\phi(z)=z^{-1}F_1(z)\\ \phi_e(z)=(1-z^{-1})^2F_2(z)\end{cases}$$

假设： $\Rightarrow$

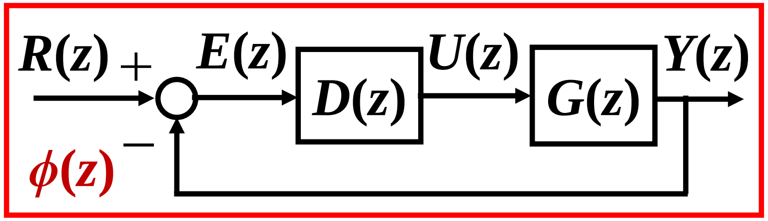
$$\begin{cases}F_1(z)=b+cz^{-1}\\ F_2(z)=a\end{cases}$$

$$\begin{aligned}1&=\phi(z)+\phi_e(z)\\ \Rightarrow\quad &=(b+cz^{-1})z^{-1}+a(1-z^{-1})^2\\ &=a+(b-2a)z^{-1}+(a+c)z^{-2}\end{aligned}$$

$$\Rightarrow\begin{cases}a=1\\ b=2\\ c=-1\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\phi(z)=z^{-1}(2-z^{-1})\\ \phi_e(z)=(1-z^{-1})^2\end{cases}$$

解析设计法- 最少拍系统的设计

■ **例题** **对象** $G(s)=\dfrac{10}{s(s+1)}$ **，输入信号为单位速度，** T=1s**，零阶保持器，求最少拍控制器。**



解：

$$G(z)=\frac{3.679z^{-1}(1+0.718z^{-1})}{(1-z^{-1})(1-0.3679z^{-1})}$$

$$\begin{cases}\phi(z)=z^{-1}(2-z^{-1})\\ \phi_e(z)=(1-z^{-1})^2\end{cases}$$

3. 求*D*(*z*)： $D(z)=\dfrac{1}{G(z)}\dfrac{\phi(z)}{\phi_e(z)}=\dfrac{(1-z^{-1})(1-0.3679z^{-1})}{3.679z^{-1}(1+0.718z^{-1})}\cdot\dfrac{z^{-1}(2-z^{-1})}{(1-z^{-1})^2}$

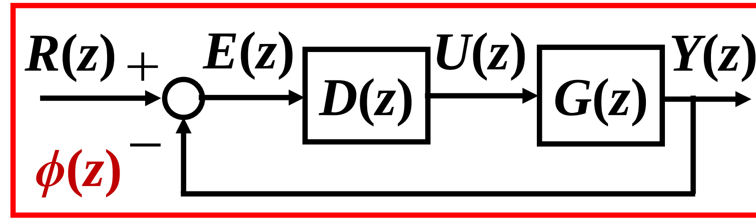
$$=\frac{0.5436(1-0.5z^{-1})(1-0.3679z^{-1})}{3.679(1-z^{-1})(1+0.718z^{-1})}$$

$$E(z)=\phi_e(z)\cdot R(z)=(1-z^{-1})^2\cdot\frac{Tz^{-1}}{(1-z^{-1})^2}=z^{-1}$$

$$Y(z)=\phi(z)\cdot R(z)=z^{-1}(2-z^{-1})\cdot\frac{Tz^{-1}}{(1-z^{-1})^2}=2z^{-2}+3z^{-3}+4z^{-4}+\ldots.$$

解析设计法- 最少拍系统的设计

■ **例题** 对象 $G(s)=\dfrac{10}{s(s+1)}$，输入信号为单位速度，T=1s，零阶保持器，求最少拍控制器。



解：

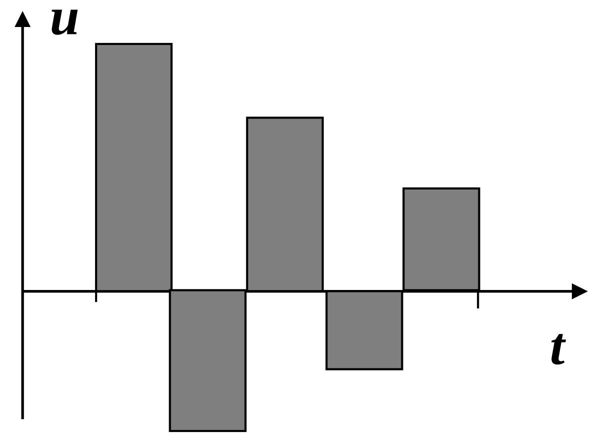
$$G(z)=3.679\cdot\frac{z^{-1}(1+0.718z^{-1})}{(1-z^{-1})(1-0.3679z^{-1})}$$

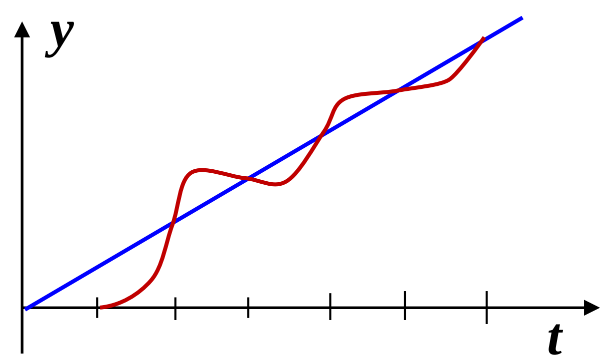
$$D(z)=\frac{0.5436(1-0.5z^{-1})(1-0.3679z^{-1})}{3.679(1-z^{-1})(1+0.718z^{-1})}$$

$$E(z)=z^{-1}\qquad Y(z)=2z^{-2}+3z^{-3}+4z^{-4}+....$$

$$U(z)=E(z)\cdot D(z)=z^{-1}\cdot\frac{0.5436(1-0.5z^{-1})(1-0.3679z^{-1})}{(1-z^{-1})(1+0.718z^{-1})}$$

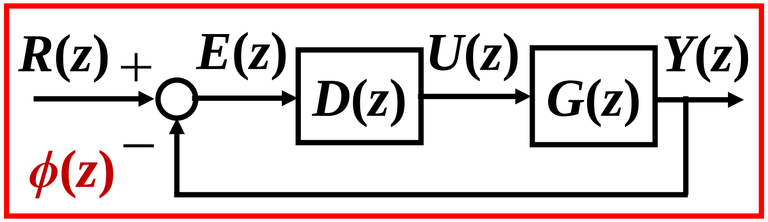
$$=0.54z^{-1}-0.32z^{-2}+0.4z^{-3}-0.124z^{-4}+0.25z^{-5}....$$



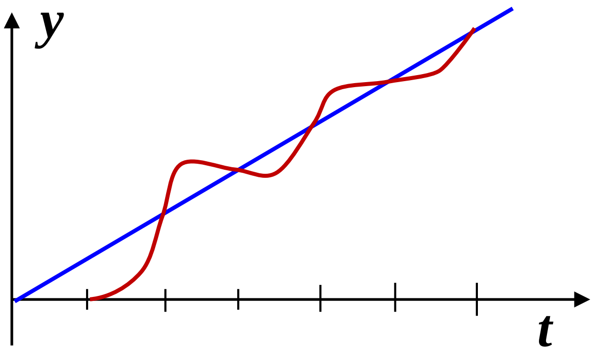


解析设计法- 最少拍系统的设计

- 根据上述约束条件设计的最少拍控制系统，只保证了在最少的几个采样周期后系统的响应在**采样点时是稳态误差为零**。



- 这种控制系统输出信号$y(t)$有纹波存在，故称为**最少拍有纹波控制系统**，上式的控制器为最少拍有纹波控制器。



- $y(t)$的纹波在采样点上观测不到，用修正z变换方才能计算两个采样点之间的输出值，称为**隐蔽振荡**(hidden oscillations) 。

- 可以**改变**系统**闭环脉冲传递函数**的构造，消除这一弊端——**最少拍无纹波控制器。**