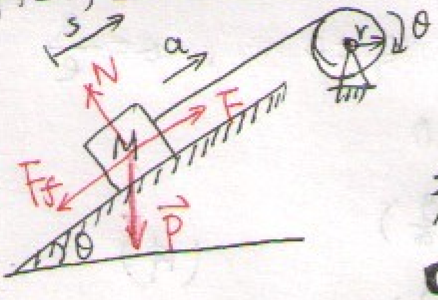
HW8

17-1. 重物质量m，倾角θ，斜面与重物动滑动~~摩~~摩擦因数为f。若绞车半径r，且鼓轮按 $\theta=0.5at^2$ 规律作匀加速转动，试求绳内拉力



解：已知运动求力

对M进行受力分析 如图.

~~若建立~~如图坐标系 则 $s=\theta r=0.5art^2$

$a=\ddot{s}=ar$

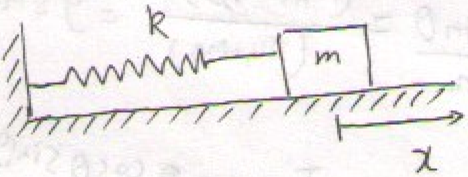
由牛顿第二定律
$$\begin{cases} ma = F - P\sin\theta - F_f \\ N = P\cos\theta \end{cases}$$
因 $F_f = fN$

(#)

有 $F = ma + P\sin\theta + fP\cos\theta = m(ar + gf\cos\theta + g\sin\theta)$

17-2 如图. $m=2kg$, $k=1.25N/mm$，将物体从平衡位置向右移到60mm释放

求物体运动规律、周期、最大速度和最大加速度.



解：物体作简谐振动

$x = A\sin\omega t + B\cos\omega t$，其中 $\omega=\sqrt{\frac{k}{m}}=\sqrt{\frac{1.25\times1000N/m}{2kg}} = 25\ rad/s$

初始条件 $x|_{t=0}=60mm$，$\dot{x}|_{t=0}=0$

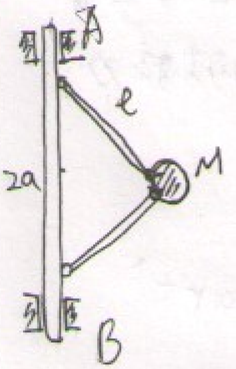
$\Rightarrow A=0,\ B=60mm \Rightarrow x = 60\cos(25t)$

周期 $T=\frac{2\pi}{\omega}=0.25\ s$，最大速度 $v_{max}=60mm\cdot25rad/s=1.5m/s$

(#)

$a_{max}=60\cdot25^2 mm/s^2 = 37.5\ m/s^2$

17-5 质量为m的小球，受两杆支持，杆都随作匀角速为ω转动。若AB=2a，杆两端为铰接，求各杆的力



解：受力分析如图，因小球作匀速圆周运动

$$a = a_n = \omega^2\sqrt{l^2-a^2}$$

由运动微分方程，有

$$\begin{cases}(F_1+F_2)\cos\theta - G = 0\\ ma = F_1\sin\theta - F_2\sin\theta\end{cases} \qquad \cos\theta = \frac{a}{l}$$

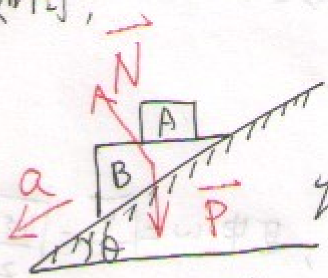
$$\Rightarrow \begin{cases}F_1 = \frac{1}{2}ml\left(\omega^2+\frac{g}{a}\right)\\ F_2 = \frac{1}{2}ml\left(\omega^2+\frac{g}{a}\right)\end{cases}$$

(#)

17-9. 倾角θ光滑斜面，质量 $m_B=5kg$ 楔块B，在B上放质量 $m_A=10kg$ 的物块A，如图，

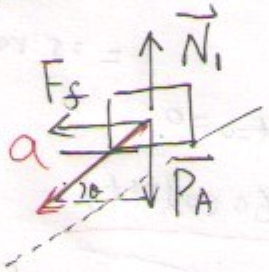
(1) 当B在斜面滑下，问A,B间的摩擦系数才能防止AB滑动

(2) 当AB摩擦系数为0，求B开始下滑时的B加速度



解 (1) AB无运动时，以AB整体为研究对象可得

$$N = P\cos\theta, \quad a = \frac{P\sin\theta}{m} = \frac{(m_A+m_B)g\sin\theta}{(m_A+m_B)} = g\sin\theta$$



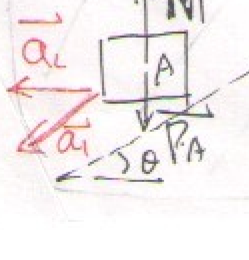
以A为研究对象有：

$$\begin{cases}m_A a\cos\theta = F_f\\ m_A a\sin\theta = m_A g - N_1\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}F_f = m_A g\cos\theta\sin\theta\\ N_1 = m_A g(1-\sin^2\theta)\end{cases}$$

而满足 $F_f < fN$ 即 $f > \frac{F_f}{N} = tg\theta = 0.577$

(2) 令B的加速度为 a_1，A相对B的加速度 a_2，有如图

对于A

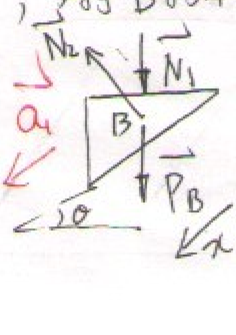


$$\vec{a_A} = \vec{a_1} + \vec{a_2}$$

有方程：

$$\begin{cases}m_A a_2 + m_A a_1\cos\theta = 0 \quad (1)\\ m_A a_1\sin\theta = m_A g - N_1 \quad (2)\end{cases}$$

对于B物体



对x方向投影，有：

$$m_B a_1 = (m_B g + N_1)\sin\theta \quad (3)$$

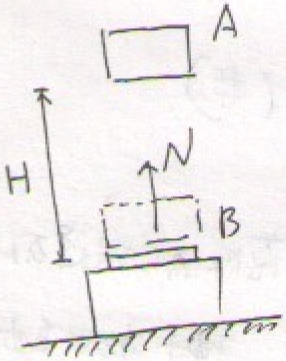
由(2)(3)可得

$$a_A = a_1 = \frac{(m_A+m_B)g\sin\theta}{(m_A\sin^2\theta + m_B)} = g$$

$a_2 = -a_1\cos\theta = -g\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} = -\frac{\sqrt{3}}{2}g$

$\vec{a}_A = \vec{a}_1 + \vec{a}_2$, $\Longrightarrow$ $a_A = a_1\sin\theta = \frac{1}{2}g$ (#)

18-2，锻锤A质量250kg，从高度$H=2m$自由落下，锻打工件B。设锻击时间$1/40$ s，没有反跳，锻击时间内重力冲量不计，求平均锻击力。



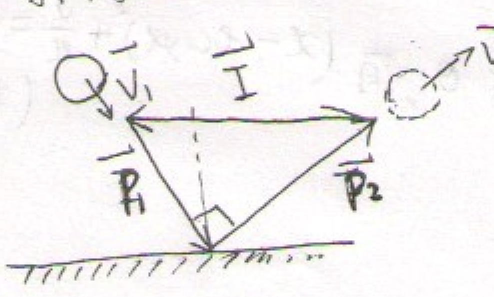
解：锻击前 t_0时刻 $v_A = \sqrt{2gH} = 6.26$ m/s

锻击后 t_1时刻 $v_A = 0$

应用动量定理

$$m\Delta v = N\cdot\frac{1}{40}s \Longrightarrow N = 40\frac{1}{s}\cdot 250kg\cdot 6.26m/s = 62.6kN$$ (#)

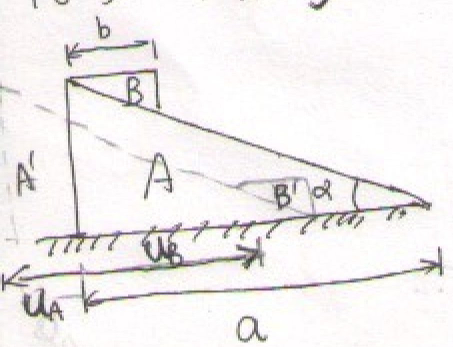
18-3. 如图，物体$m=1kg$，初速度4m/s，碰撞时仅改变方向，且$\alpha+\beta=90°$，求地面作用于物体的冲量大小。



解：$\vec{I} = \vec{P}_2 - \vec{P}_1 = \Delta\vec{P}$ 因 $P_1 = P_2 = mv$
（如图）

有 $I = \sqrt{2}P_1 = \sqrt{2}mv = 4\sqrt{2}$ kg·m/s
$= 5.66$ kg·m/s (#)

18-5. $m_A = 3m_B$，如图所示尺寸，初始静止，求当A接触地面时A的位移。



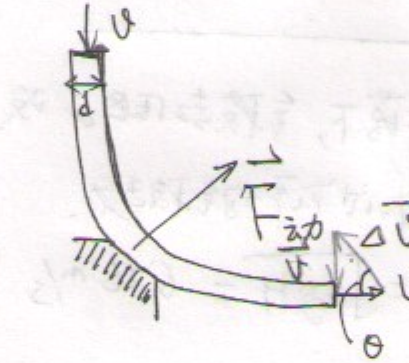
解：设接触地面时如图所示，设A位移u_A，B位移u_B，有：$u_A + u_B + b = a$

因为A,B组成的系统水平动量守恒。

$m_A\vec{v}_A = m_B\vec{v}_B$ 因 $\begin{cases} v_A(0)=0 \\ v_B(0)=0 \end{cases}$ 有 $m_Au_A = m_Bu_B$ 即 $3u_A = u_B$

$\Longrightarrow \begin{cases} u_A = (a-b)/4 \\ u_B = \frac{3(a-b)}{4} \end{cases}$ (#)

18-8. 如图，水以 $v=v'=2m/s$ 流出 直径 $d=300mm$ 的管流动 求 弯头处所受P附加动压力的水平分力大小



解：

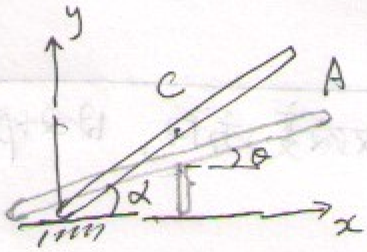
$$\vec F_{动} = \rho Q(\vec v' - \vec v) = \rho Q \Delta \vec v$$

$$Q = v\frac{\pi}{4}d^2 = 0.141 m^3/s$$

$$\vec F_{动}\cdot\cos\theta = \rho Q v' = 1\times10^3 kg/m^3 \cdot 0.14 m^3/s \cdot 2 m/s$$

$$= 282 N \quad (\#)$$

18-10. 光滑 均质杆AB，B置于水平面，与水平成α角，求杆下落时A点轨迹方程



解：AB杆在水平方向动量守恒，由于初始静止

时 $v_C=0$，因此有

$$x_C = x_C|_{t=0} = l\cos\alpha$$

设任一时刻 A 坐标 (x_A,y_A) 则有

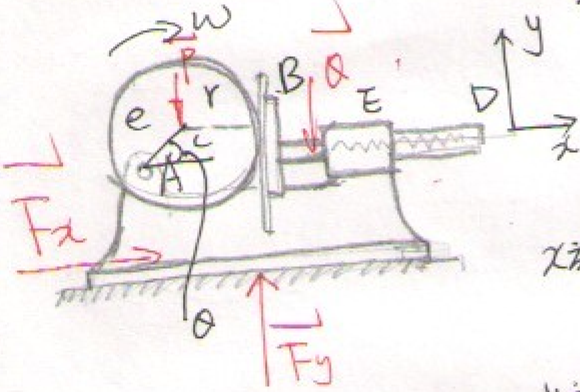
$$\begin{cases} x_A = l\cos\theta + l\cos\alpha \\ y_A = 2l\sin\theta \end{cases}$$

消去 θ，有 $(x-l\cos\alpha)^2+\frac{y^2}{4}=l^2$ (#)

18-12，如图凸轮机构，半径r，偏心e，凸轮ω匀速，已知凸轮重P，滑块Q

求任一瞬时机座与螺钉的动约束力

解：令AC与水平夹角为θ，则$\theta = 2\pi - \omega t$



取整体研究分析，考虑机座受到的约束力的主矢部分(F_x, F_y)

$$x方向：\frac{P}{g}a_{cx} + \frac{Q}{g}a_D = F_x$$

$$y方向 \begin{cases} \dfrac{P}{g}a_{cy} = F_y - P - Q \end{cases}$$

由运动学关系：

$$\begin{cases} x_c = e\cos\theta \\ y_c = e\sin\theta \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \ddot{x} = -e\omega^2\cos\theta \\ \ddot{y} = -e\omega^2\sin\theta \end{cases}$$

$$x_D = e\cos\theta + r \Rightarrow \ddot{x}_D = -e\omega^2\cos\theta$$

因此有

$$\begin{cases} F_x = -\dfrac{P+Q}{g}e\omega^2\cos\theta \\ F_y = P + Q - \dfrac{Q}{g}e\omega^2\sin\theta \end{cases} \qquad (\#)$$