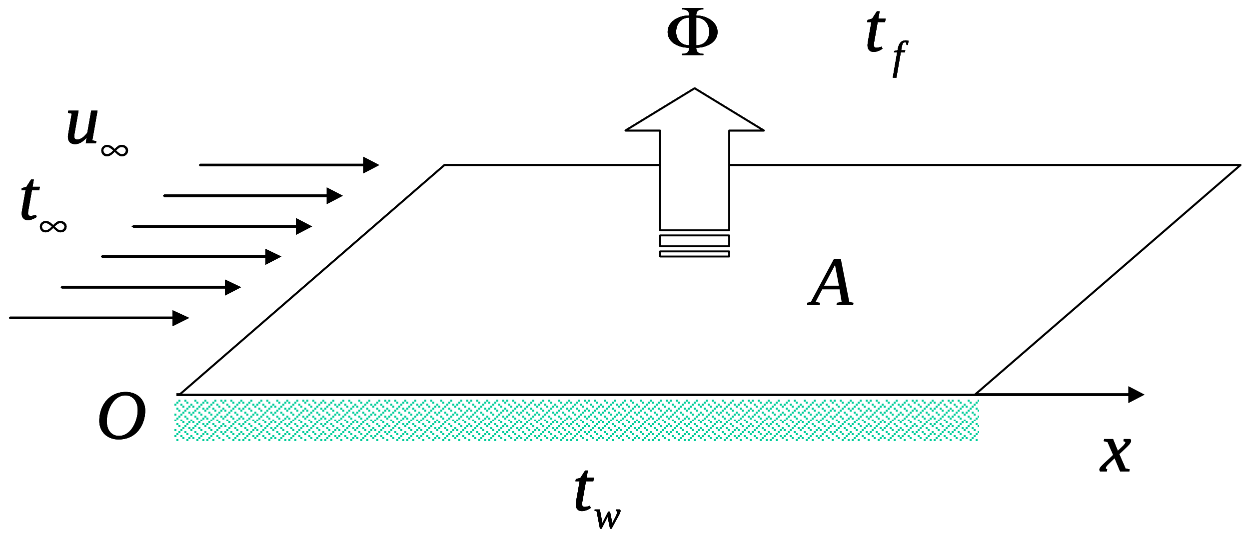
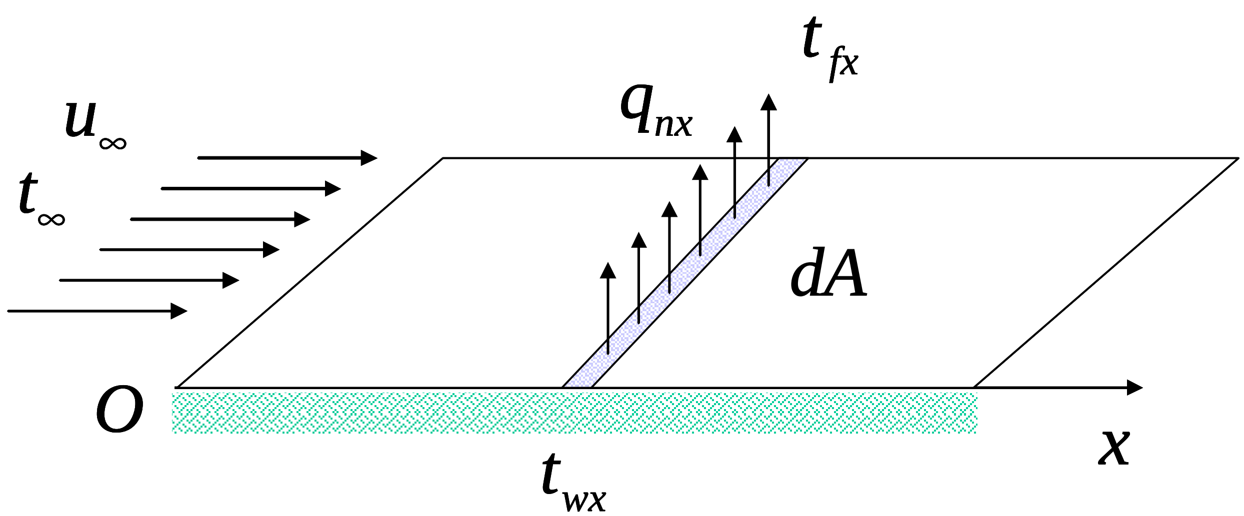
第五章 对流传热原理

——对流传热的理论分析和实验方法



(a)



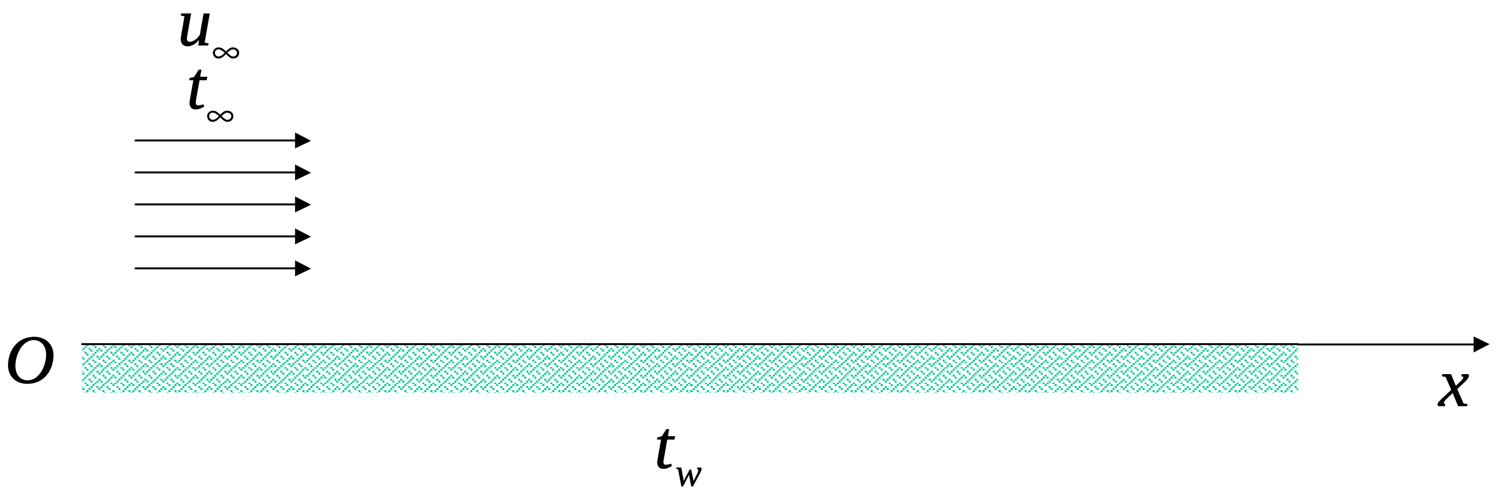
(b)

对流传热的基本概念的回顾

1. 对流——在传热学中特指由于流体宏观运动造成的能量迁移
2. 对流传热——运动的流体和固体壁面之间的热交换
3. 在壁面处的法线方向，流体的宏观速度为零，因而在法线方向没有对流，即没有宏观方式的能量传递，通过固体壁面向流体传热只能通过热传导的方式。

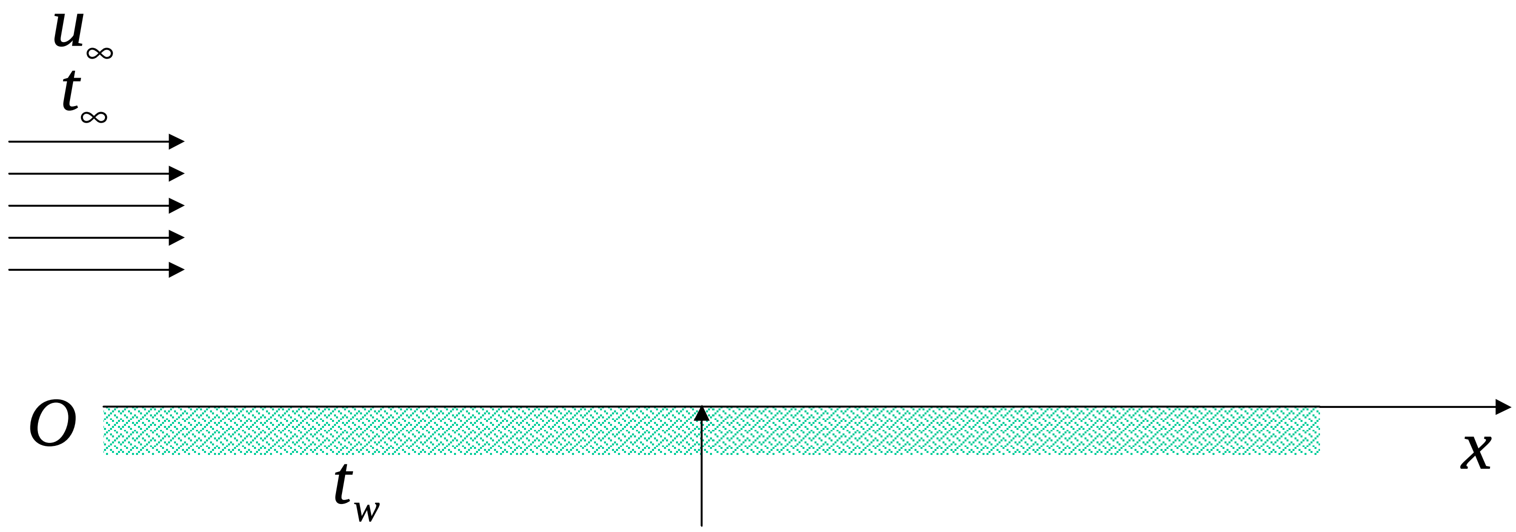
$$q_x = -l \left.\frac{\partial t}{\partial y}\right|_w = h_x (t_w - t_f)$$

5.1 最简单的受迫对流传热问题



- 恒温壁面
- 稳定均匀平行流
- 无粘性不可压缩流体

5.2 对流传热的基本问题

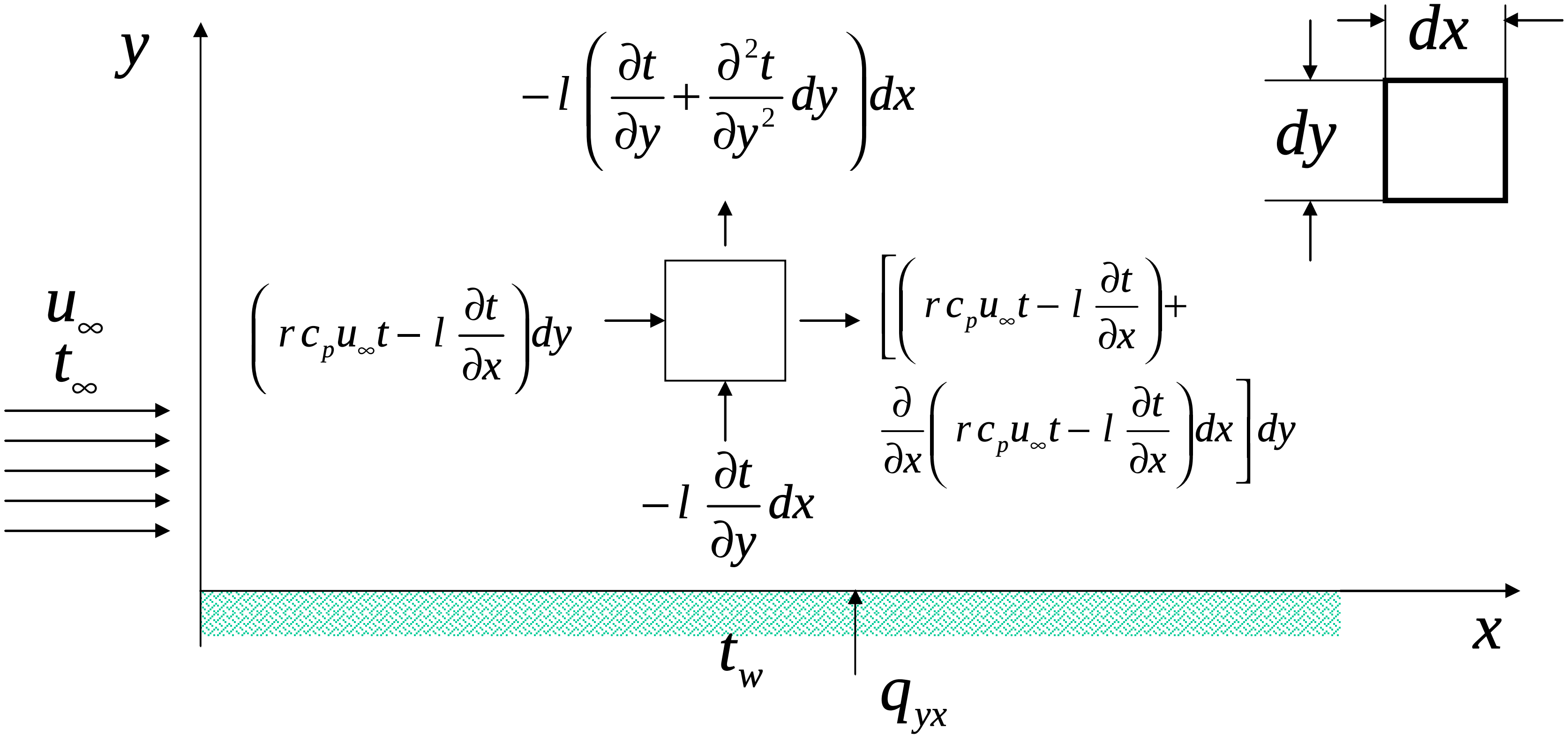


$$q_x = h_x (t_w - t_{fx})$$

$$\Phi_x = \int_0^x h_x (t_w - t_{fx}) dx$$

$$q_x = -l \left. \frac{\partial t}{\partial y} \right|_w = h_x (t_w - t_{fx}) \quad ???$$

微元体的能量平衡关系



y
$-l\left(\frac{\partial t}{\partial y}+\frac{\partial^2 t}{\partial y^2}dy\right)dx$
dx
dy
u_∞
t_∞
$\left(r c_p u_\infty t - l\frac{\partial t}{\partial x}\right)dy$
$\left[\left(r c_p u_\infty t - l\frac{\partial t}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial x}\left(r c_p u_\infty t - l\frac{\partial t}{\partial x}\right)dx\right]dy$
$-l\frac{\partial t}{\partial y}dx$
x
t_w
q_{yx}

能量守恒方程

$$-l\frac{\partial t}{\partial y}dx+\left(r c_p u_\infty t-l\frac{\partial t}{\partial x}\right)dy=$$

$$-l\left(\frac{\partial t}{\partial y}+\frac{\partial^2 t}{\partial y^2}dy\right)dx+\left[\left(r c_p u_\infty t-l\frac{\partial t}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial x}\left(r c_p u_\infty t-l\frac{\partial t}{\partial x}\right)dx\right]dy$$

整理以后，得到 $$\frac{\partial}{\partial x}\left(r c_p u_\infty t\right)=l\left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 t}{\partial y^2}\right)$$

若主流方向的对流远远强于导热 $$\frac{\partial}{\partial x}\left(r c_p u_\infty t\right)\ ?\ l\frac{\partial^2 t}{\partial x^2}$$

$$r c_p u_\infty\frac{\partial t}{\partial x}=l\frac{\partial^2 t}{\partial y^2}$$

能量方程和边界条件

$$\frac{\partial t}{\partial x} = \frac{a}{u_\infty}\frac{\partial^2 t}{\partial y^2}$$

$$x = 0 \quad t = t_\infty$$

$$y = 0 \quad t = t_w$$

$$y \to \infty \quad t \to t_\infty$$

控制方程和边界条件

$$u_\infty \frac{\partial t}{\partial x} = a \frac{\partial^2 t}{\partial y^2}$$

$$x = 0 \quad t = t_\infty$$

$$y = 0 \quad t = t_w$$

$$y \to \infty \quad t \to t_\infty$$

稳态对流传热能量方程的解

$$r c_p u_\infty \frac{\partial t}{\partial x} = l \frac{\partial^2 t}{\partial y^2}$$

$$x = 0 \quad t = t_\infty$$

$$y = 0 \quad t = t_w$$

$$y \to \infty \quad t \to t_\infty$$

$$\frac{t - t_w}{t_\infty - t_w} = \frac{2}{\sqrt{p}} \int_0^{\frac{y}{\sqrt{4ax/u_\infty}}} \exp\left(-h^2\right) \mathrm{d}h$$

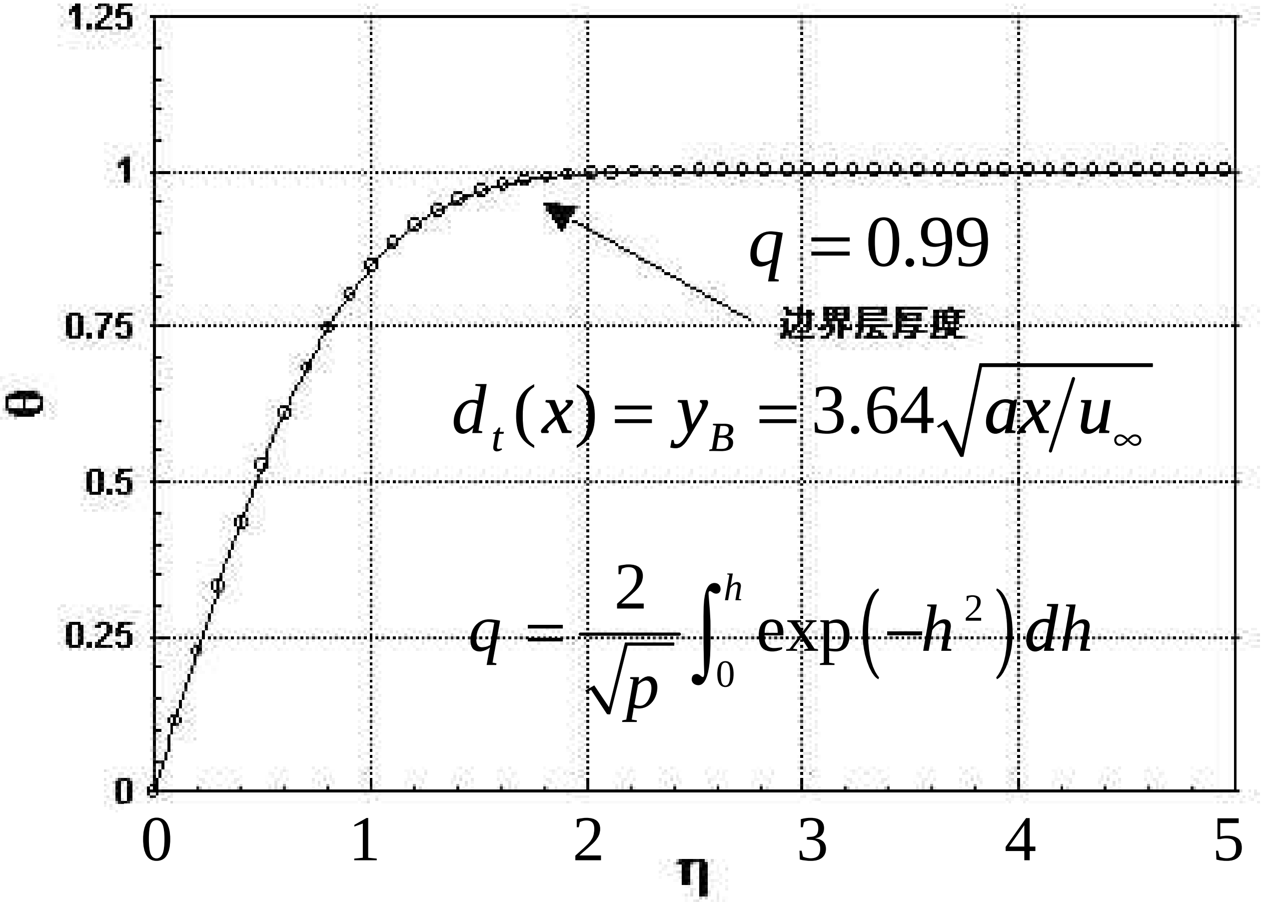
无因次温度分布

$$q = \frac{(t - t_w)}{(t_\infty - t_w)} = \frac{2}{\sqrt{p}} \int_0^h \exp\left(-h^2\right) dh$$

$$h = \frac{y}{\sqrt{4ax/u_\infty}}$$

热边界层现象

$$h_B = \frac{y_B}{\sqrt{4ax/u_\infty}} \approx 1.82$$



$$q = 0.99$$

$$d_t(x) = y_B = 3.64\sqrt{ax/u_\infty}$$

$$q = \frac{2}{\sqrt{p}}\int_0^h \exp\left(-h^2\right)dh$$

局部对流传热系数

$$h_x = \frac{-l \left.\frac{\partial t}{\partial y}\right|_{x,y=0}}{(t_w - t_\infty)} = \frac{-l \left.\frac{\partial q}{\partial y}\right|_{x,y=0} (t_\infty - t_w)}{(t_w - t_\infty)}$$

$$h_x = l \left.\frac{\partial q}{\partial y}\right|_{x,y=0} = l \left.\frac{\partial q}{\partial h}\frac{dh}{dy}\right|_{h=0} = \frac{l}{\sqrt{4ax/u_\infty}} q'(0)$$

$$h_x = \frac{2}{\sqrt{p}} \frac{l}{\sqrt{4ax/u_\infty}} = \frac{1}{\sqrt{p}} \sqrt{\frac{l\, r\, c_p u_\infty}{x}}$$

平均对流传热系数

$$h = \frac{1}{L(t_w - t_\infty)} \int_0^L h_x (t_w - t_\infty) dx = \frac{1}{L} \int_0^L h_x dx$$

$$h = \frac{1}{L} \int_0^L \frac{1}{\sqrt{p}} \sqrt{\frac{l\, r\, c_p u_\infty}{x}} dx = \frac{2}{\sqrt{p}} \sqrt{\frac{l\, r\, c_p u_\infty}{L}} = 2h_L$$

$$h = 2h_L$$

对流传热影响因素理论分析

- 流体的运动（起因、运动规律等）
- 流体的导热系数
- 流体的密度
- 流体的比热
- 壁面的位置
- 壁面的几何形状
- 流体的粘度？

$$h_x = \frac{1}{\sqrt{p}}\sqrt{\frac{l\,r\,c_p u_\infty}{x}}$$

对流传热问题的相似性

$$h_x = \frac{1}{\sqrt{p}}\sqrt{\frac{l\,r\,c_p u_\infty}{x}}$$

对于同类的对流传热问题，只要上式右端的物性和坐标的组合参数相等，则局部对流传热系数就相等，这实际上隐含了与流体力学中类似的相似性。

若整理成无因次形式，则得到

$$\frac{h_x x}{l} = \frac{1}{\sqrt{p}}\sqrt{\frac{u_\infty x}{a}}$$

努塞尔数Nu和贝克列数Pe

$$\frac{h_x x}{l}=\frac{1}{\sqrt{p}}\sqrt{\frac{u_\infty x}{a}}$$

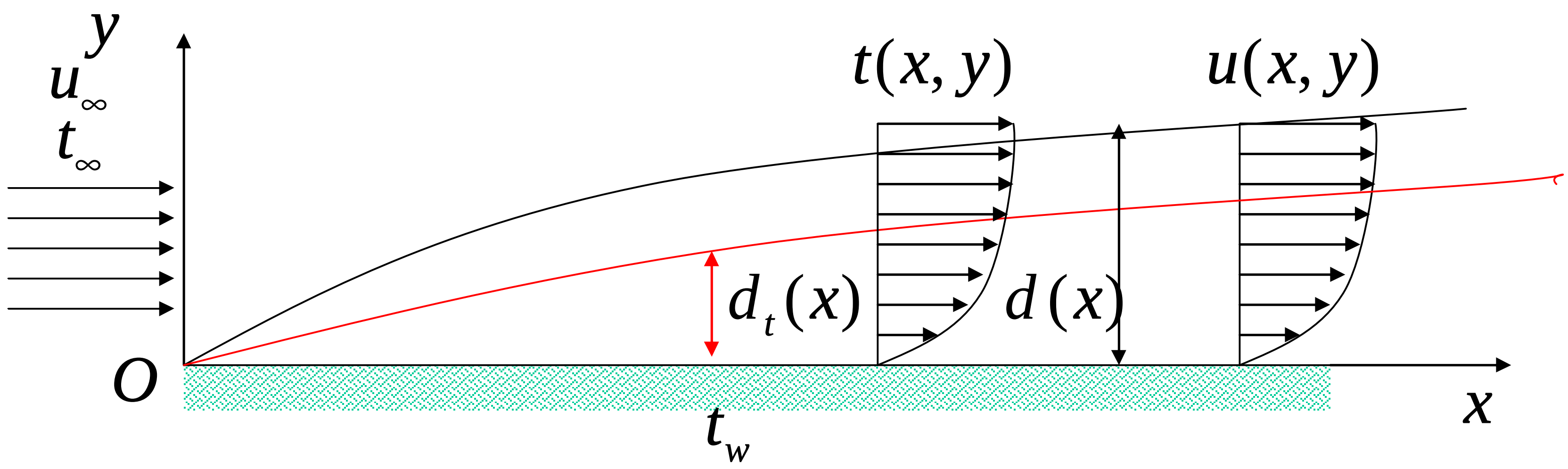
$$Nu_x=\frac{h_x x}{l}\qquad Pe_x=\frac{u_\infty x}{a}$$

$$Nu_x=\frac{1}{\sqrt{p}}Pe_x^{1/2}\qquad\qquad Nu_L=\frac{2}{\sqrt{p}}Pe_L^{1/2}$$

由此可见，与流体力学问题类似，对流传热的分析结果可以用无因次量之间的关系式来表示，这种相似性为对流传热的理论和实验研究带来了很多的方便。

5.3 层流对流传热理论

- 粘性不可压缩流体
- 稳态层流流动
- 恒温壁面
- 来流方向平行于壁面



微分方程和边界条件

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$$

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = n \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$

$$u \frac{\partial t}{\partial x} + v \frac{\partial t}{\partial y} = a \frac{\partial^2 t}{\partial y^2}$$

$$y = 0 \qquad u = 0, v = 0, t = t_w$$

$$y = d \qquad u = u_\infty, v = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial y} = 0$$

$$y = d_t \qquad t = t_\infty, \quad \frac{\partial t}{\partial y} = 0$$

方程组的近似解

无因次速度分布
$$\frac{u}{u_\infty}=\frac{3}{2}\frac{y}{d}-\frac{1}{2}\left(\frac{y}{d}\right)^3$$

无因次温度分布
$$\frac{q}{q_\infty}=\frac{3}{2}\frac{y}{d_t}-\frac{1}{2}\left(\frac{y}{d_t}\right)^3$$

流动边界层厚度
$$d=4.64\sqrt{\frac{n\,x}{u_\infty}},\quad \mathrm{Re}_x=\frac{u_\infty x}{n}$$

热/流动边界层厚度比
$$\frac{d_t}{d}=\frac{1}{1.026}\mathrm{Pr}^{-\frac{1}{3}},\quad \mathrm{Pr}=\frac{n}{a}$$

对流传热系数及努塞尔数的近似解

$$q_w = -l \left.\frac{\partial t}{\partial y}\right|_{y=0} = -\frac{3}{2} l \frac{q_\infty}{d_t} = \frac{3}{2} l \frac{t_w - t_\infty}{d_t}$$

$$h_x = \frac{q_w}{t_w - t_\infty} = \frac{-l \left.\dfrac{\partial t}{\partial y}\right|_{y=0}}{t_w - t_\infty} = \frac{3}{2}\frac{l}{d_t}$$

$$h_x = \frac{3}{2}\frac{l}{\dfrac{1}{1.026} d \,\mathrm{Pr}^{-\frac{1}{3}}} = \frac{3}{2}\frac{l}{\dfrac{1}{1.026} 4.64 \,\mathrm{Re}_x^{-\frac{1}{2}} x \,\mathrm{Pr}^{-\frac{1}{3}}} = 0.332 \frac{l}{x} \mathrm{Re}_x^{\frac{1}{2}} \mathrm{Pr}^{\frac{1}{3}}$$

$$\mathrm{Nu}_x = \frac{h_x x}{l} = 0.332 \,\mathrm{Re}_x^{\frac{1}{2}} \mathrm{Pr}^{\frac{1}{3}}$$

5.4 对流传热的相似原理

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$$

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = n \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$

$$u \frac{\partial t}{\partial x} + v \frac{\partial t}{\partial y} = a \frac{\partial^2 t}{\partial y^2}$$

$$y = 0 \qquad u = 0, v = 0, t = t_w$$

$$y \to \infty \qquad u = u_\infty, v = 0, \ t = t_\infty$$

无因次化处理

$$\bar{x} = \frac{x}{L}, \bar{y} = \frac{y}{L}, \bar{u} = \frac{u}{u_\infty}, \bar{v} = \frac{v}{u_\infty}, q = \frac{t - t_w}{t_\infty - t_w}$$

$$\bar{u}\frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{x}} + \bar{v}\frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{y}} = \frac{n}{u_\infty L}\frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial \bar{y}^2}$$

$$\bar{u}\frac{\partial q}{\partial \bar{x}} + \bar{v}\frac{\partial q}{\partial \bar{y}} = \frac{n}{u_\infty L}\frac{a}{n}\frac{\partial^2 q}{\partial \bar{y}^2}$$

$$\bar{y} = 0 \qquad \bar{u} = 0, \bar{v} = 0, q = 0$$

$$\bar{y} \to \infty \qquad \bar{u} = 1, v = 0, \quad q = 1$$

无因次化结果

$$\bar{u}\frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{x}} + \bar{v}\frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{y}} = \frac{1}{\mathrm{Re}}\frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial \bar{y}^2}$$

$$\bar{u}\frac{\partial q}{\partial \bar{x}} + \bar{v}\frac{\partial q}{\partial \bar{y}} = \frac{1}{\mathrm{Re}\,\mathrm{Pr}}\frac{\partial^2 q}{\partial \bar{y}^2}$$

$$\bar{y} = 0 \qquad \bar{u} = 0, \bar{v} = 0, q = 0$$

$$\bar{y} \to \infty \qquad \bar{u} = 1, v = 0, \quad q = 1$$

对解的形式的分析

$$\bar{u} = f_1(\mathrm{Re}, \bar{x}, \bar{y})$$

$$\bar{v} = f_2(\mathrm{Re}, \bar{x}, \bar{y})$$

$$q = f_3(\mathrm{Re}, \mathrm{Pr}, \bar{x}, \bar{y})$$

$$q_w = -l \left.\frac{\partial t}{\partial y}\right|_{y=0} = -\frac{l(t_w - t_\infty)}{L} \left.\frac{\partial \bar{q}}{\partial \bar{y}}\right|_{\bar{y}=0}$$

$$h_x = \frac{q_w}{(t_w - t_\infty)} = -\frac{l}{L} \left.\frac{\partial \bar{q}}{\partial \bar{y}}\right|_w$$

$$Nu_x = \frac{h_x x}{l} = -\frac{x}{L} \left.\frac{\partial \bar{q}}{\partial \bar{y}}\right|_w = -\bar{x} \left.\frac{\partial \bar{q}}{\partial \bar{y}}\right|_w = f_4(\mathrm{Re}, \mathrm{Pr}, \bar{x})$$

$$Nu = f_5(\mathrm{Re}, \mathrm{Pr})$$

受迫对流传热的特征数关系式

$$Nu = f_5(\mathrm{Re}, \mathrm{Pr})$$

由上式可见，受迫对流传热可以用无因次特征数的关系式来表达。这一点可以推广到复杂的对流传热问题中。式中的三个特征数是对流传热中的常用特征数，请牢记。！！！

5.5 对流传热的比拟理论

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{x}} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial \bar{y}} = 0$$

$$\bar{u}\frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{x}} + \bar{v}\frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{y}} = \frac{1}{\mathrm{Re}}\frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial \bar{y}^2}$$

$$\bar{u}\frac{\partial \bar{q}}{\partial \bar{x}} + \bar{v}\frac{\partial \bar{q}}{\partial \bar{y}} = \frac{1}{\mathrm{Re}\,\mathrm{Pr}}\frac{\partial^2 \bar{q}}{\partial \bar{y}^2}$$

$$\bar{y} = 0 \qquad \bar{u} = 0, \bar{q} = 0$$

$$\bar{y} \to \infty \qquad \bar{u} \to 1, \bar{q} \to 1$$

如果普朗特数等于 1，则两个方程具有相同的形式，并且具有相同的边界条件。所以无因次速度分布和温度分布的解是相同的。

无因次速度分布和温度分布

$$\overline{u} = \overline{q}$$

$$\frac{\partial \overline{u}}{\partial \overline{\overline{y}}} = \frac{\partial \overline{q}}{\partial \overline{\overline{y}}}$$

$$\left.\frac{\partial \overline{u}}{\partial \overline{\overline{y}}}\right|_{w} = \left.\frac{\partial \overline{q}}{\partial \overline{\overline{y}}}\right|_{w}$$

热传递与动量传递的关系

$$\left.\frac{\partial(\frac{t-t_w}{t_\infty - t_w})}{\partial(\frac{y}{L})}\right|_w = \left.\frac{\partial(\frac{u-u_w}{u_\infty - u_w})}{\partial(\frac{y}{L})}\right|_w$$

$$\frac{L}{t_\infty - t_w}\left.\frac{\partial t}{\partial y}\right|_w = \frac{L}{u_\infty}\left.\frac{\partial u}{\partial y}\right|_w \quad ,q_w = -l\left.\frac{\partial t}{\partial y}\right|_w ,t_w = rn\left.\frac{\partial u}{\partial y}\right|_w$$

$$\frac{-q_w L}{l(t_\infty - t_w)} = \frac{t_w L}{rnu_\infty}, \quad \frac{q_w}{t_w} = -\frac{l(t_\infty - t_w)}{rnu_\infty} = -c_p\frac{(t_\infty - t_w)}{u_\infty}$$

热传递与动量传递的比拟理论

$$t_w = \frac{c_f}{2} r u_\infty^2, \quad q_w = h_x (t_w - t_\infty)$$

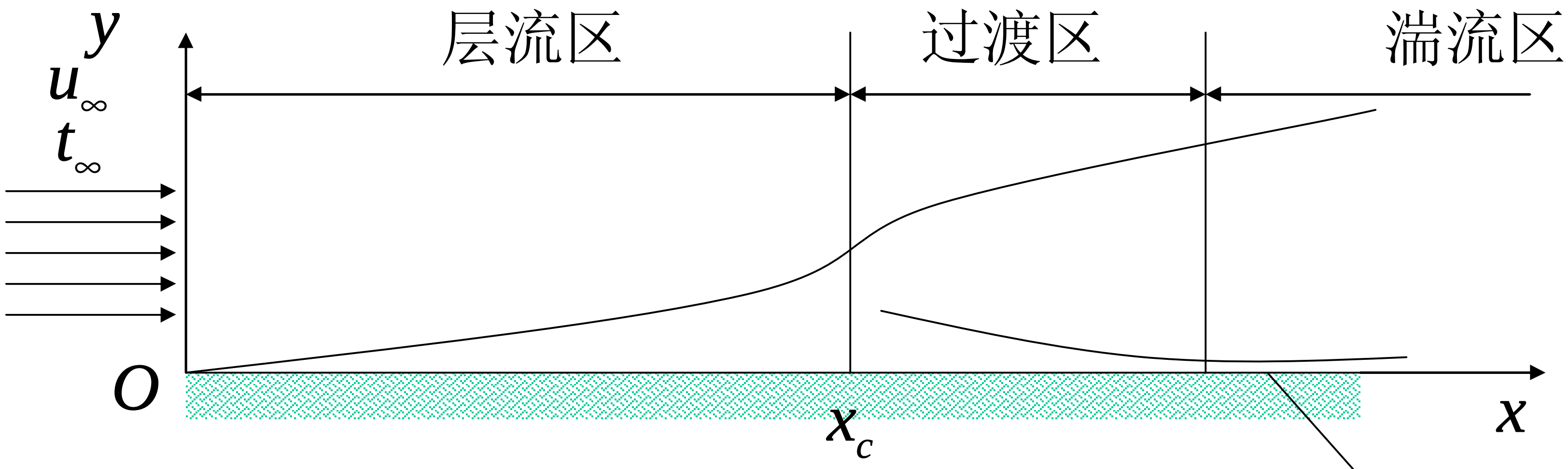
$$\frac{h_x (t_w - t_\infty)}{\frac{c_f}{2} r u_\infty^2} = -c_p \frac{t_\infty - t_w}{u_\infty}$$

$$\frac{h_x}{\frac{c_{fx}}{2} r u_\infty^2} = \frac{l}{r n u_\infty}, \quad \frac{h_x x}{l} = \frac{c_{fx}}{2} \frac{u_\infty x}{n}$$

$$\mathrm{Nu}_x = \frac{c_{fx}}{2} \mathrm{Re}_x \text{——雷诺比拟}$$

上式表现了粘性流体对流传热与动量传递之间的内在联系，该式意味着通过测量壁面的摩阻即可获得对流传热问题的解。

5.6 湍流受迫对流传热



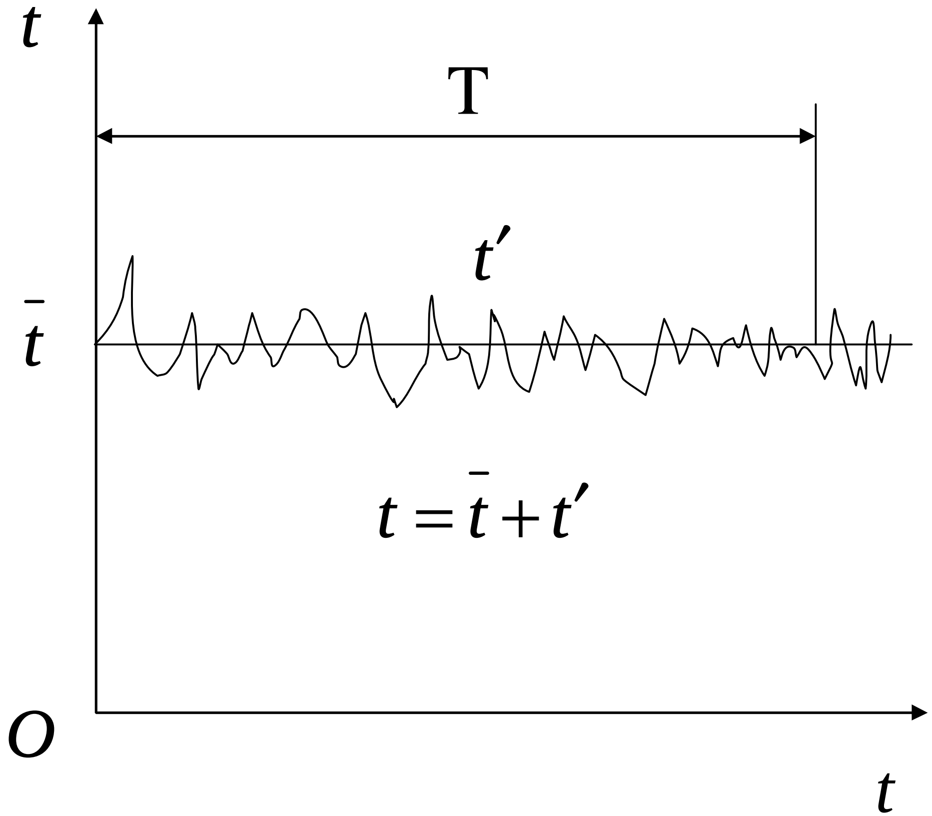
$$\mathrm{Re}_c = \frac{u_\infty x_c}{n} = 5\times10^5$$

粘性底层

湍流对流传热的特点

- 湍流由剪切产生
- 湍流属于非稳态流动
- 壁面附近有很强的脉动
- 湍流脉动影响动量输运
- 湍流脉动影响热传递

$$\bar{t} = \frac{1}{\mathrm{T}}\int_0^{\mathrm{T}} t\,dt$$



湍流边界层对流传热的时平均模型

边界层内的动量传输和能量传输看作是由于分子传输和流体微团脉动联合作用的结果，采用类比的方法，用湍流粘性系数和湍流热扩散系数来描述湍流造成的动量和能量迁移。

$$t = t_l + t_t = rn\frac{du}{dy} + re_m\frac{du}{dy} = r(n + e_m)\frac{du}{dy}$$

$$q = q_l + q_t = -rc_p a\frac{dt}{dy} - rc_p e_t\frac{dt}{dy} = -rc_p(a + e_t)\frac{dt}{dy}$$

e_m—湍流动量扩散率，m^2/s

e_t—湍流热扩散率，m^2/s

湍流边界层对流传热微分方程

$$u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}=(n+e_m)\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$

$$u\frac{\partial t}{\partial x}+v\frac{\partial t}{\partial y}=(a+e_t)\frac{\partial^2 t}{\partial y^2}$$

湍流输运强于分子输运

e_m **?** n , e_t **?** a

$$\Downarrow$$

$$u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}=e_m\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$

$$u\frac{\partial t}{\partial x}+v\frac{\partial t}{\partial y}=e_t\frac{\partial^2 t}{\partial y^2}$$

湍流对流传热的比拟理论

若 $\Pr = \dfrac{\nu}{a} = 1, \quad \Pr_t = \dfrac{\varepsilon_m}{\varepsilon_t} = 1$

我们就有理由相信，边界层内的无因次的时平均速度和时平均温度分布是相同的。因此

$$\left.\frac{\partial\left(\dfrac{t-t_w}{t_\infty - t_w}\right)}{\partial\left(\dfrac{y}{L}\right)}\right|_w = \left.\frac{\partial\left(\dfrac{u-u_w}{u_\infty - u_w}\right)}{\partial\left(\dfrac{y}{L}\right)}\right|_w$$

雷诺比拟

$$\frac{q_w}{t_w} \approx \frac{-\rho c_p \varepsilon_t \left.\frac{dt}{dy}\right|_w}{\rho \varepsilon_m \left.\frac{du}{dy}\right|_w} = -c_p \frac{t_\infty - t_w}{u_\infty}$$

$$t_w = \frac{c_{fx}}{2} \rho u_\infty^2, \quad q_w = h_x (t_w - t_\infty)$$

$$\frac{h_x (t_w - t_\infty)}{\frac{c_{fx}}{2} \rho u_\infty^2} = -c_p \frac{t_\infty - t_w}{u_\infty}$$

$$\frac{h_x x}{l} = \frac{c_{fx}}{2} \frac{u_\infty x}{n} \quad \Rightarrow \quad Nu_x = \frac{c_{fx}}{2} \mathbf{Re}_x$$

湍流边界层对流传热计算

$$Nu_x = \frac{c_{fx}}{2}\mathbf{Re}_x$$

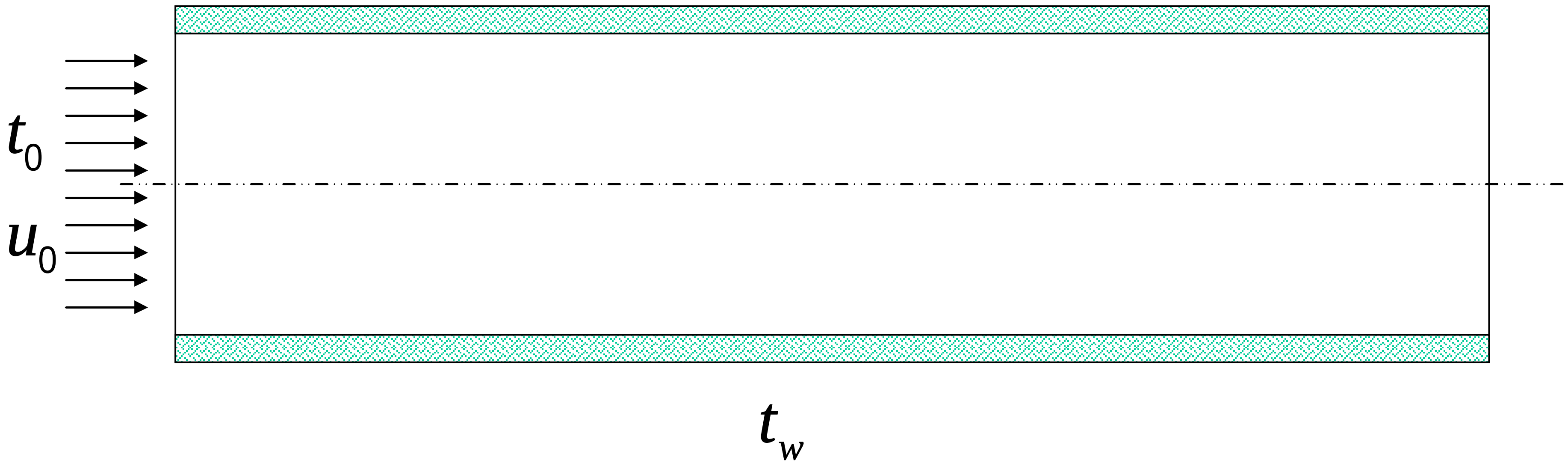
通过实验测得阻力系数

$$c_{fx} = 0.0592\,\mathbf{Re}_x^{-1/5} \quad \mathbf{Re} \le 10^7$$

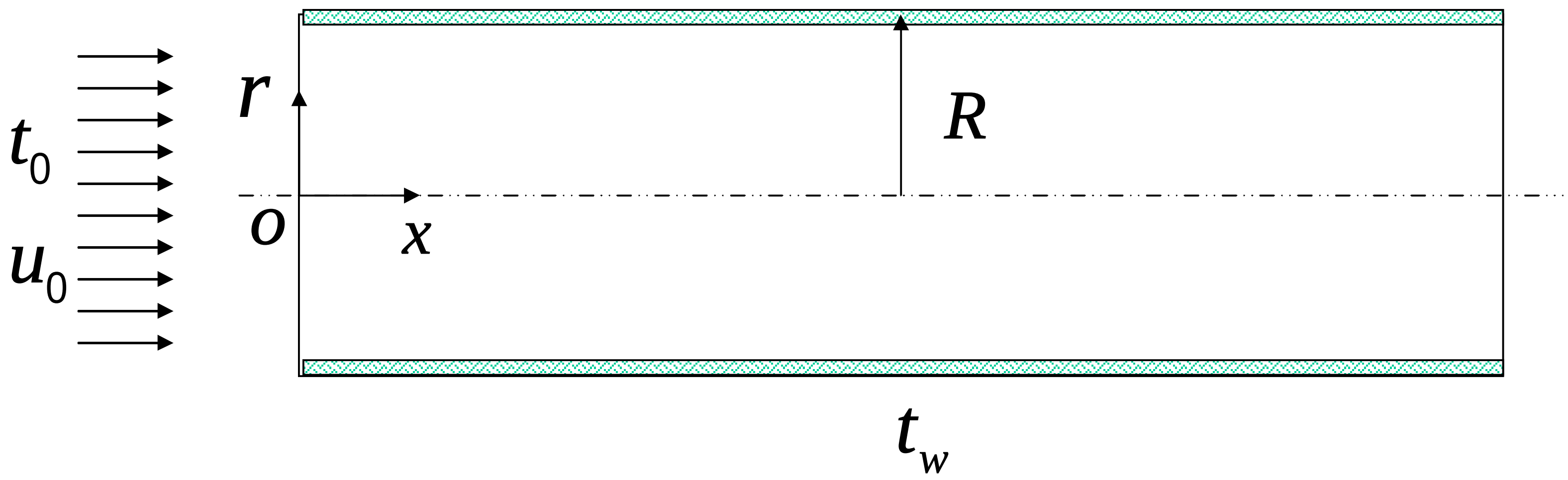
则比拟理论得到的努塞尔数的表达式为

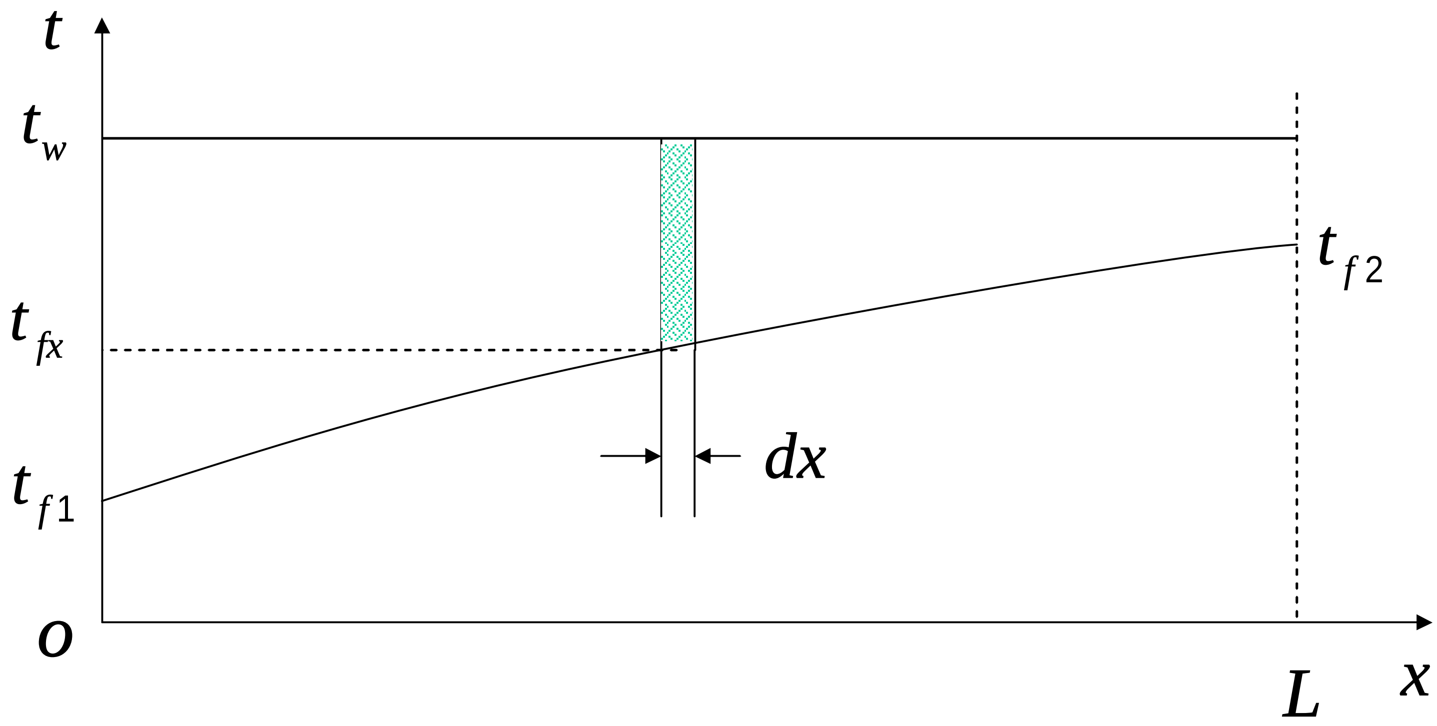
$$Nu_x = 0.0296\,\mathbf{Re}_x^{4/5}$$

5.7 管内受迫对流问题

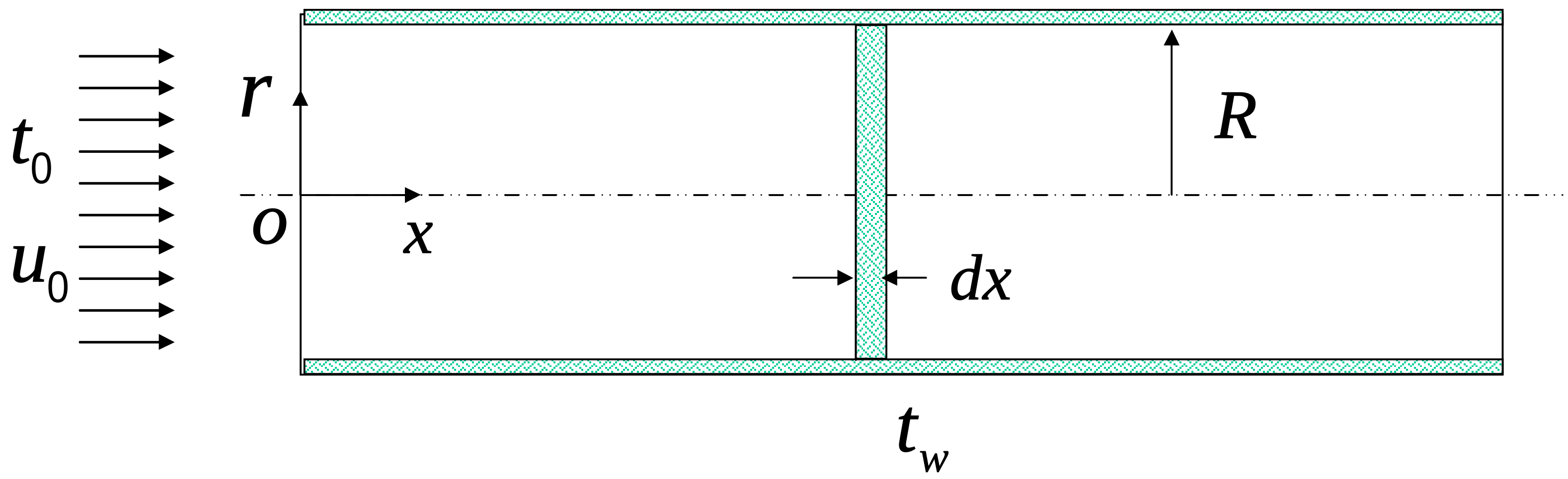


无粘性的流体的速度分布





t
t_w
t_{fx}
t_{f1}
t_{f2}
o
dx
L
x



t_0
u_0
r
o
x
R
dx
t_w

流体无粘性时的温度场

$$r c_p u_0 \frac{\partial t}{\partial x} = l \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r \frac{\partial t}{\partial r}\right)$$

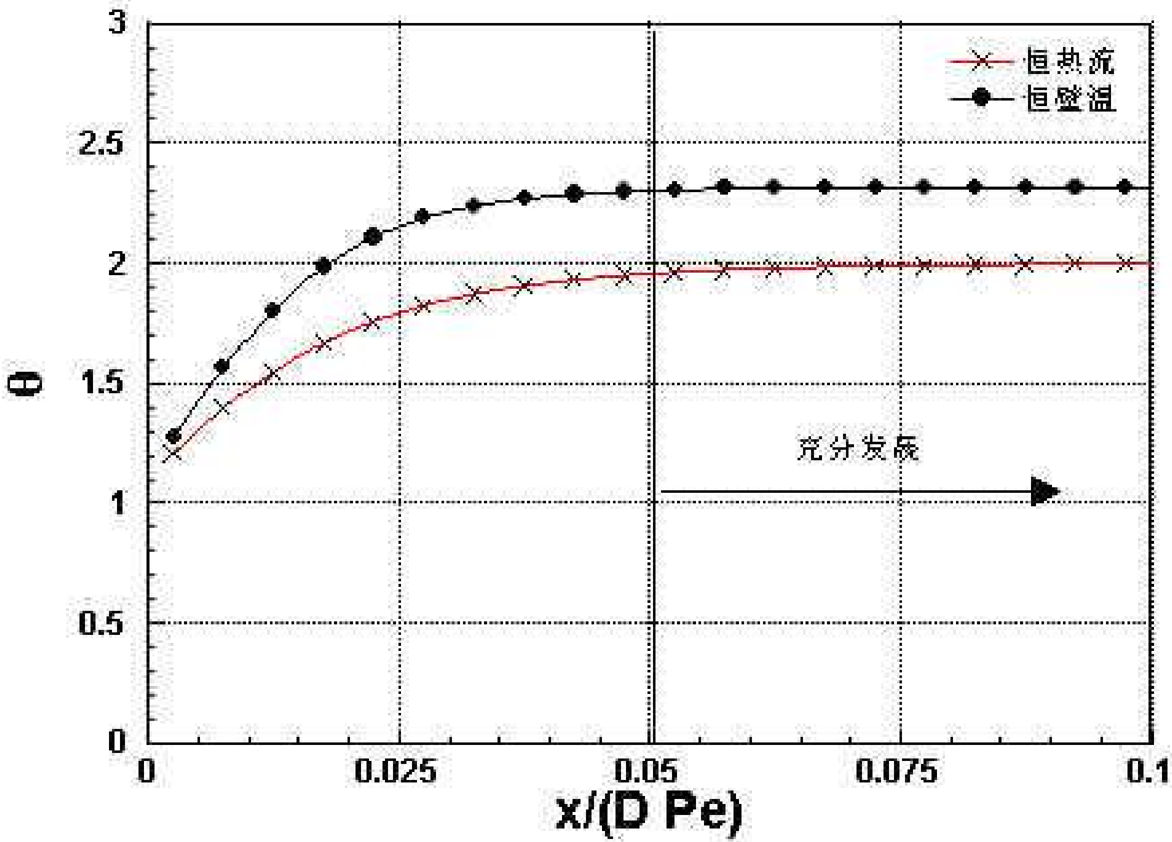
$$x = 0, u = u_0, t = t_0$$

$$r = 0, \frac{\partial t}{\partial r} = 0 \quad r = R, -l \frac{\partial t}{\partial r} = q_w \quad (\text{恒热流})$$

$$x = 0, u = u_0, t = t_0$$

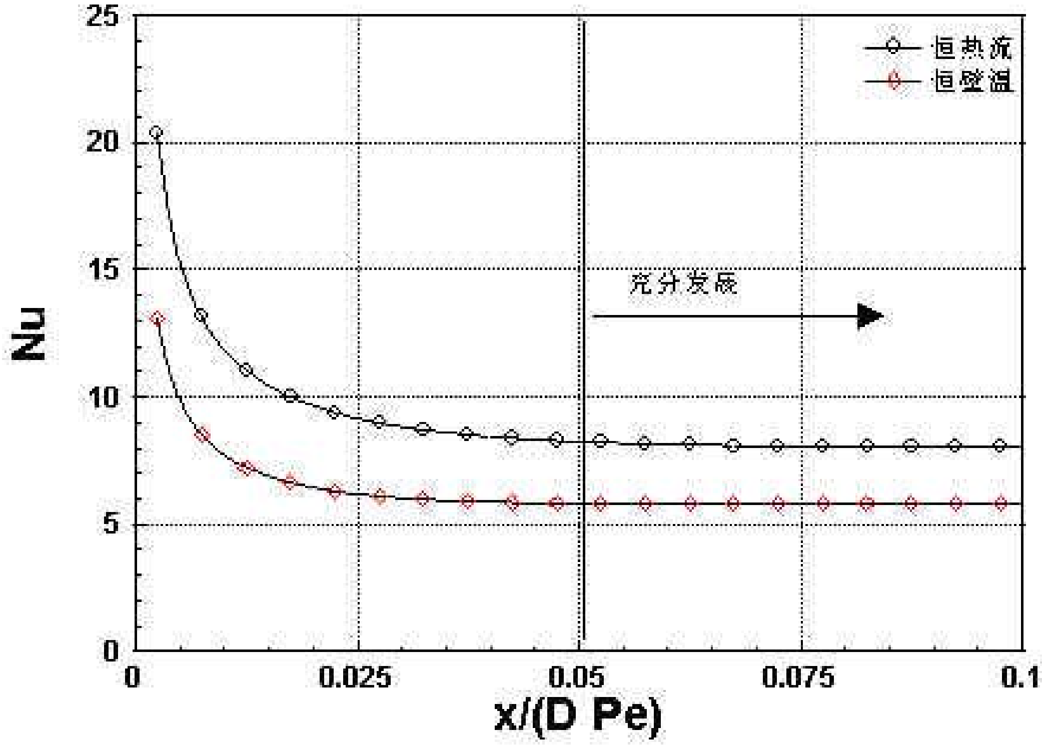
$$r = 0, \frac{\partial t}{\partial r} = 0 \quad r = R, t = t_w \quad (\text{恒壁温})$$

无因次截面平均温度的变化

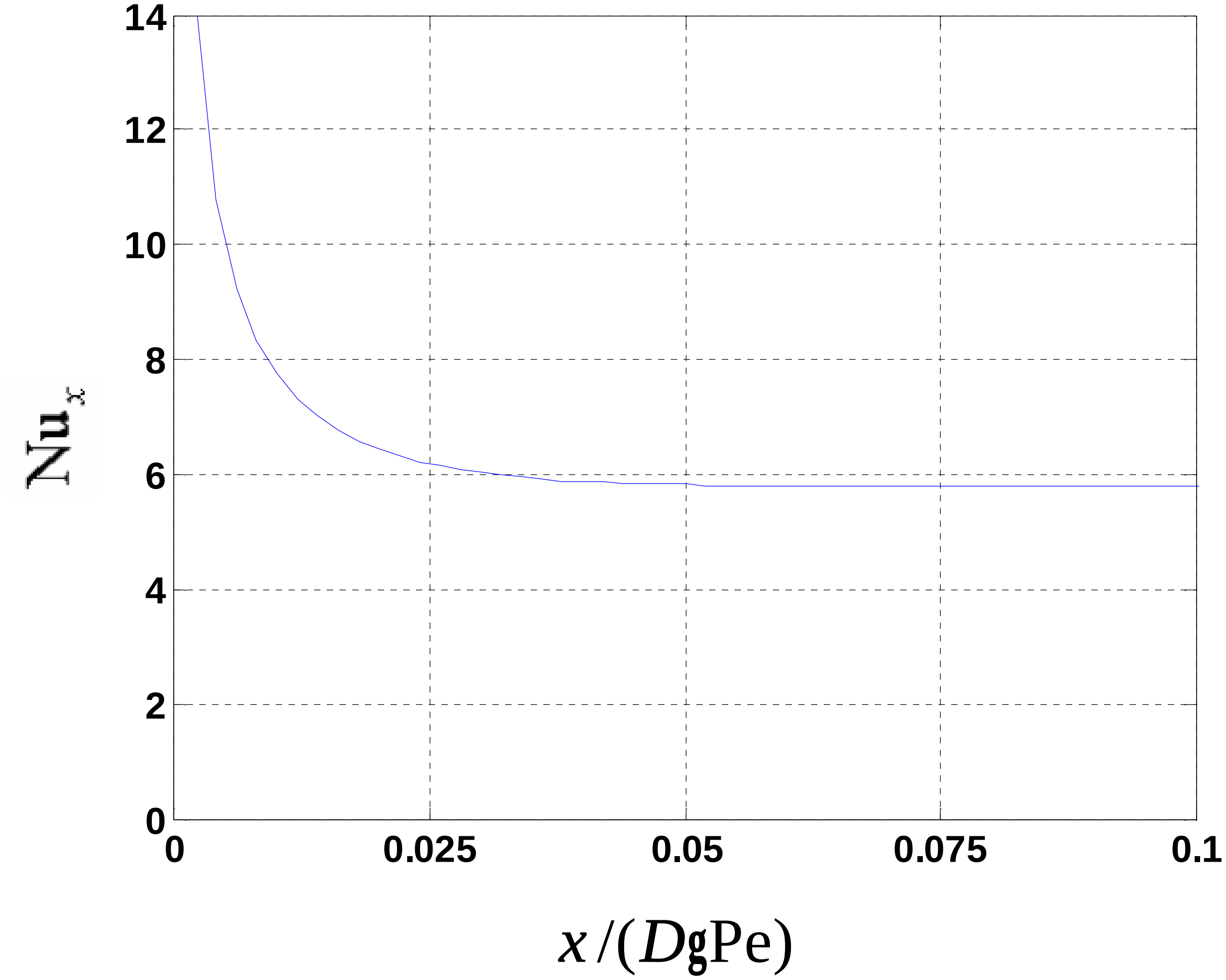


$$q = \frac{t - t_w}{\bar{t}_S - t_w}, \quad \bar{t}_S = \frac{1}{r c_p u_0 p R^2} \int_0^R \left(r c_p u_0 t \right) 2p\, r dr$$

局部努塞尔数的变化

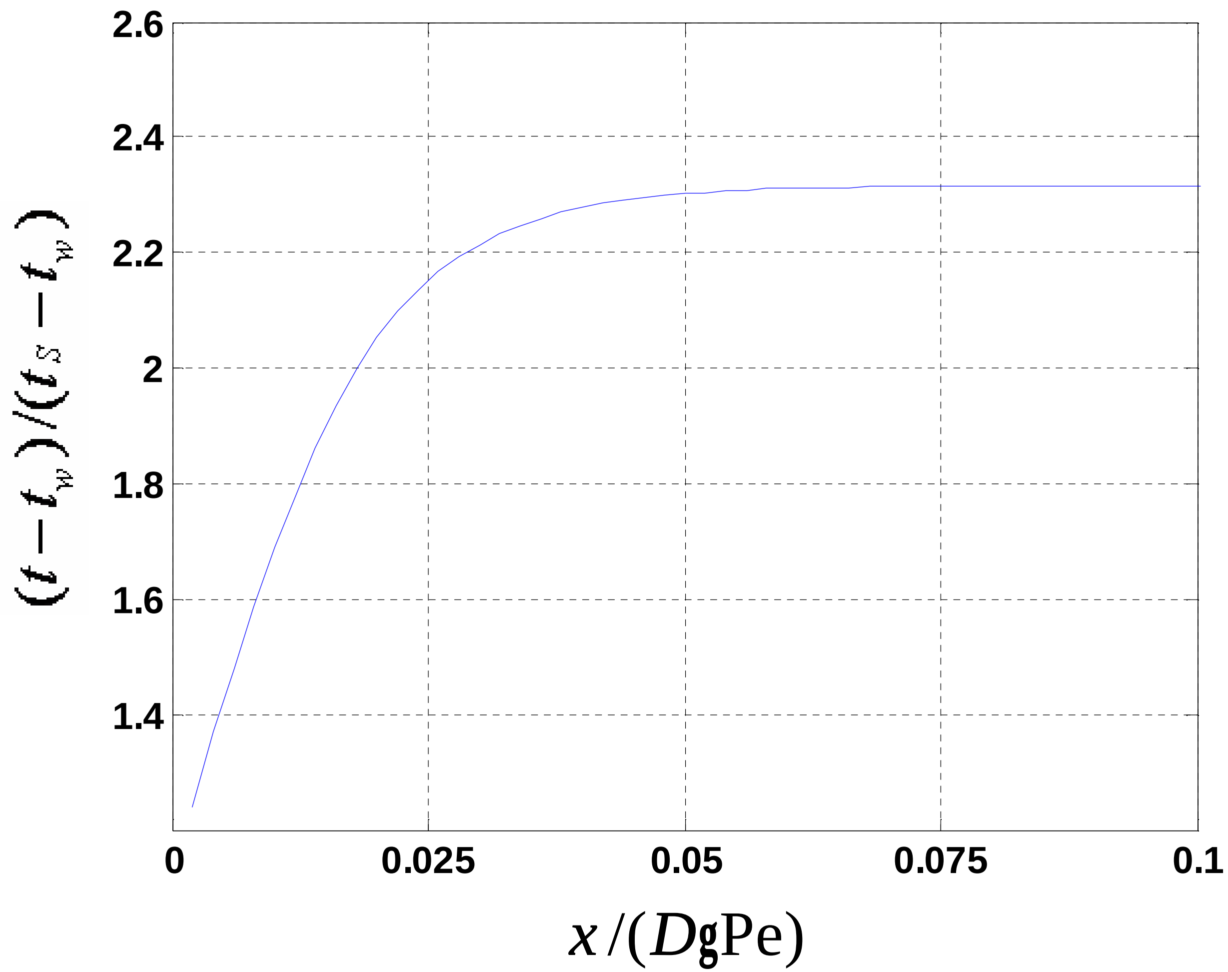


$$Nu = \frac{hd}{l}, \quad Pe = \frac{u_0 d}{a}$$

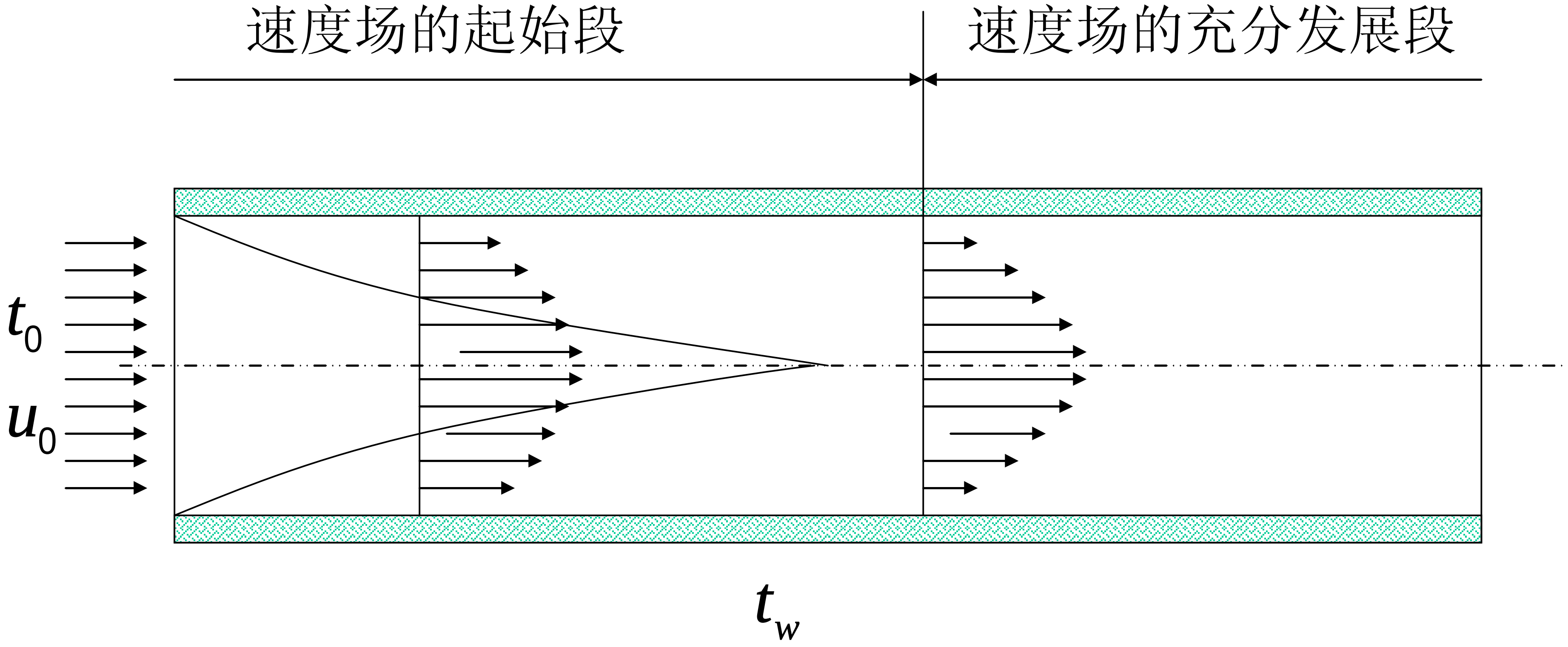

14
12
10
8
6
4
2
0
0
0.025
0.05
0.075
0.1
Nu_x
$x/(D\mathrm{g}\mathrm{Pe})$

Nu_x

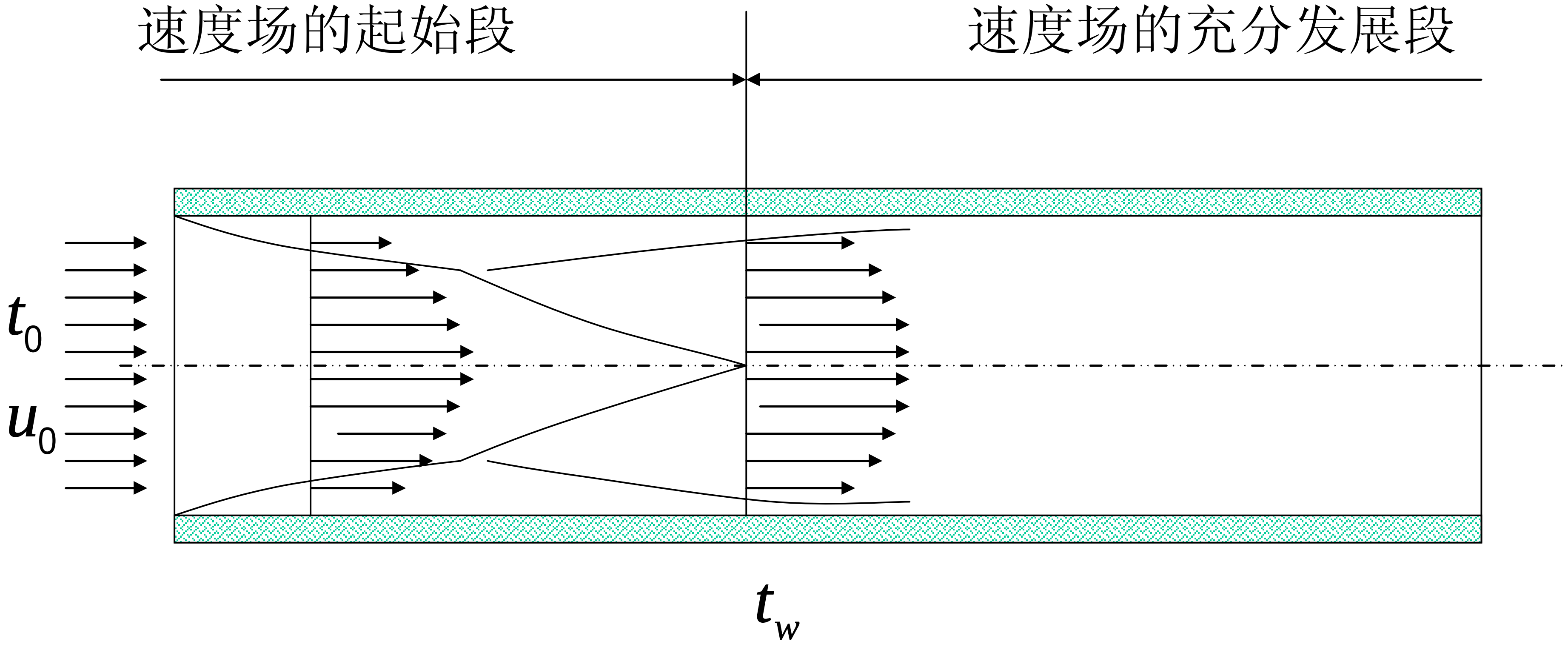
$(t - t_w)/(\bar{t}_S - t_w)$



粘性流体层流时的速度分布

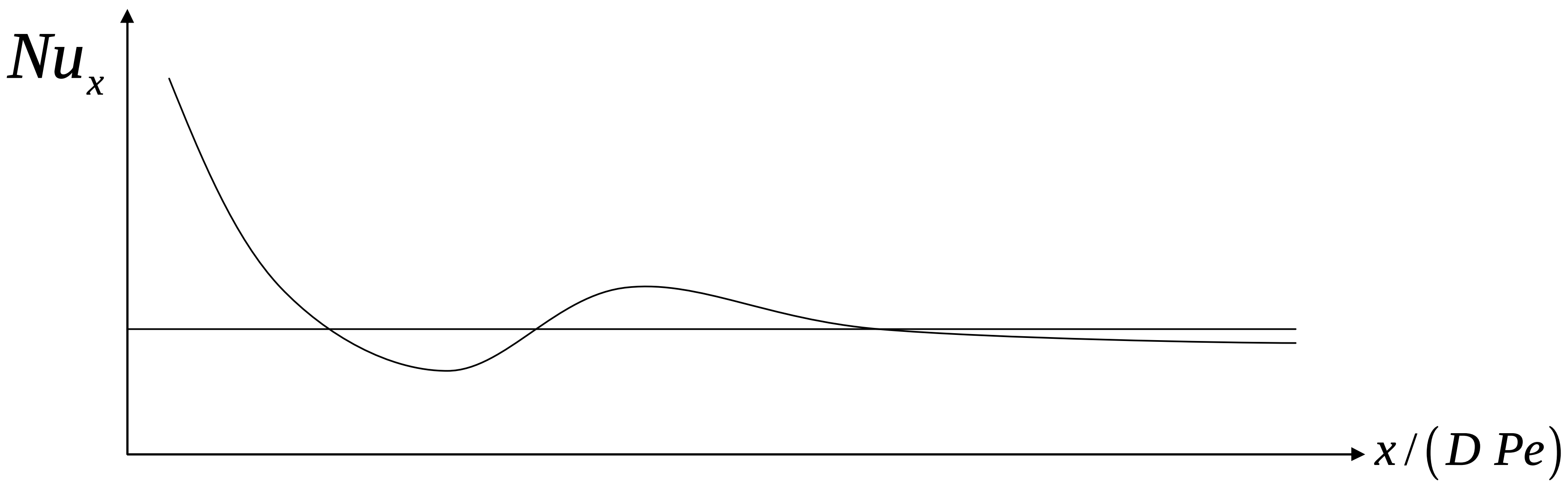


粘性流体湍流时的速度分布



粘性流体时的情况

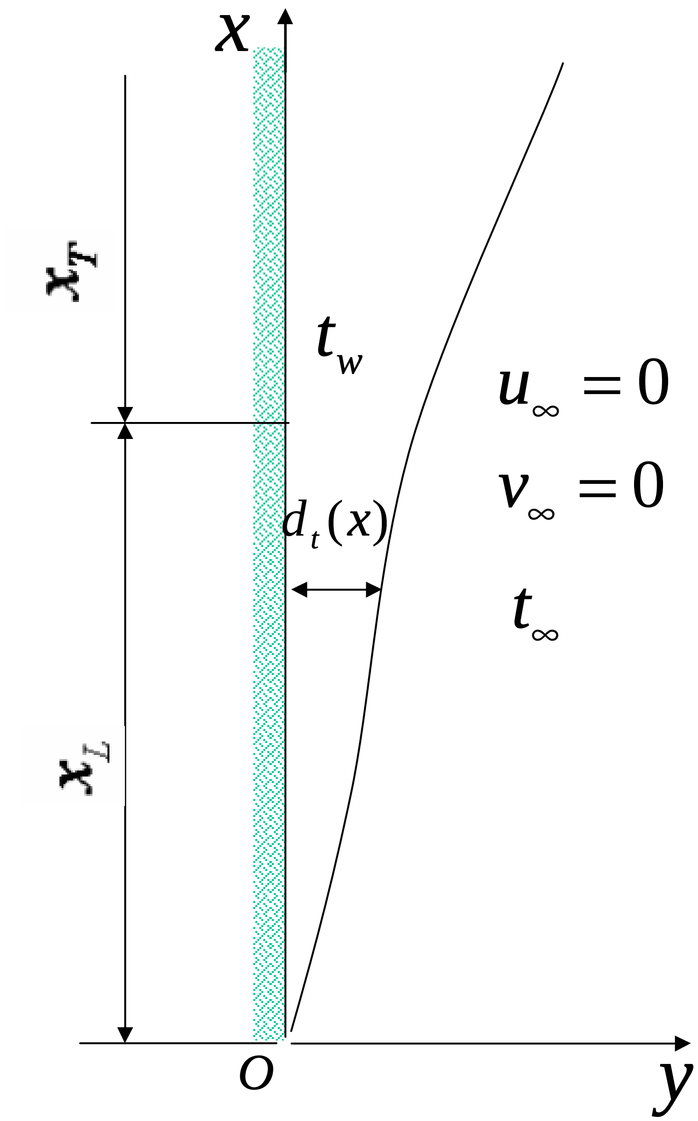
- 层流时与无粘性的情况类似
- 湍流时，局部努塞尔数先是逐渐减小，后由于边界层向湍流转变，努塞尔数增加，尔后再因为达到充分发展而趋于不变的值。



管内受迫对流小结

- 管内温度场与速度场类似，有起始段和充分发展段的特征，在充分发展段，无因次的截面平均温度保持不变；
- 起始段的对流传热系数一般要高于充分发展段的对流传热系数；
- 起始段的对流传热与平壁边界层的对流传热问题相似。

5.8 自然对流传热

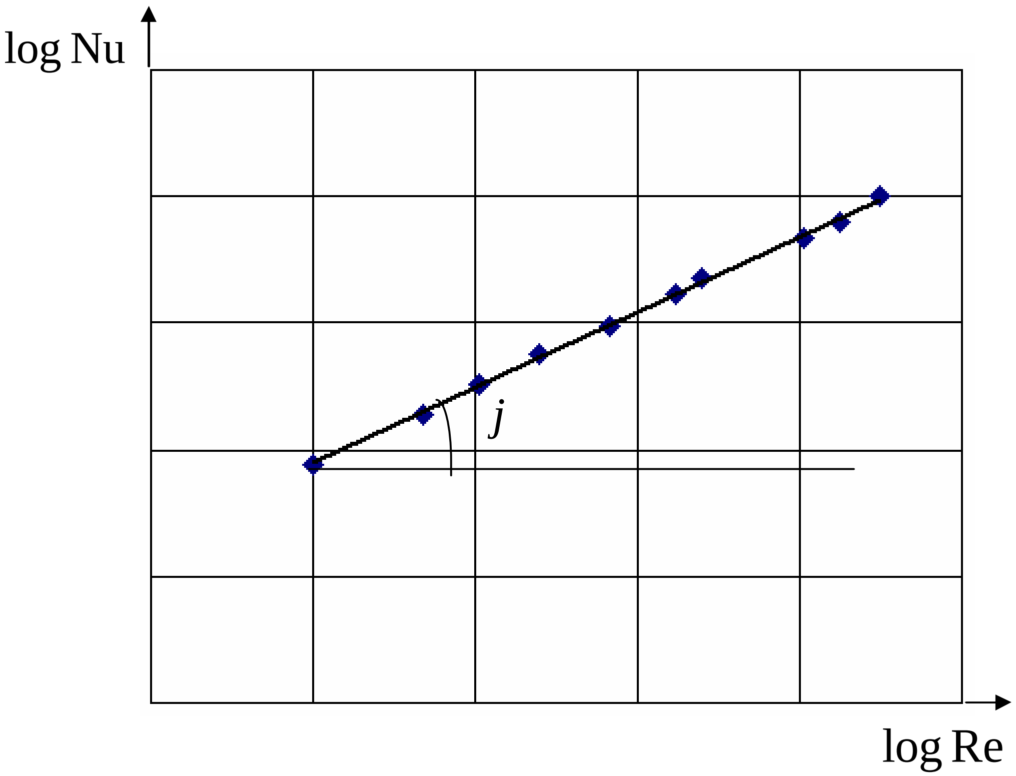


x_L

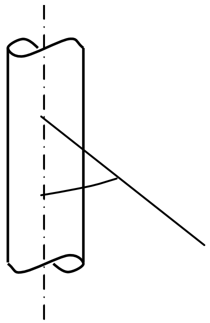
x_T

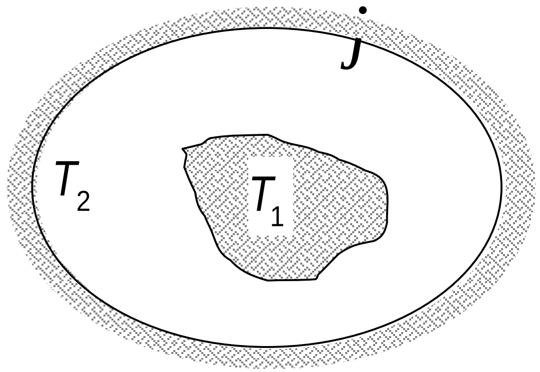
$$F_x = -\rho g, \quad \frac{\partial p}{\partial x} = -\rho_\infty g$$

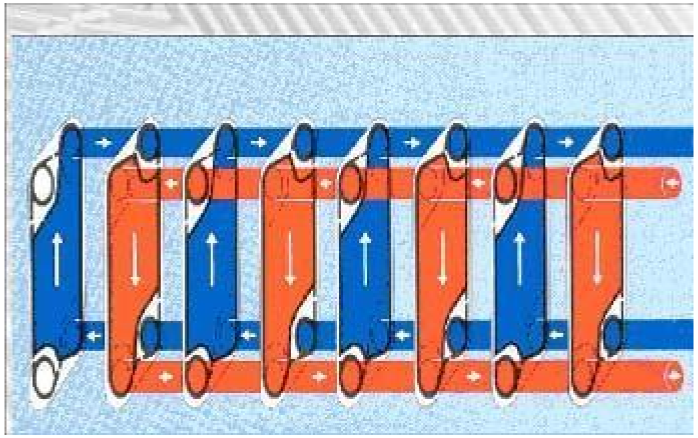
$$F_y = 0, \quad \frac{\partial p}{\partial y} = 0$$

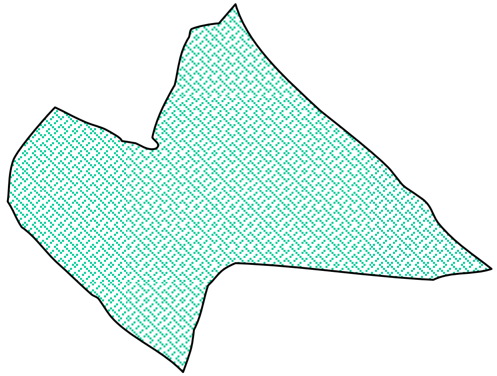


$$\mathrm{Nu} = C\,\mathrm{Re}^m, \quad \log \mathrm{Nu} = \ln C + m \log \mathrm{Re}$$




J
T2
T1





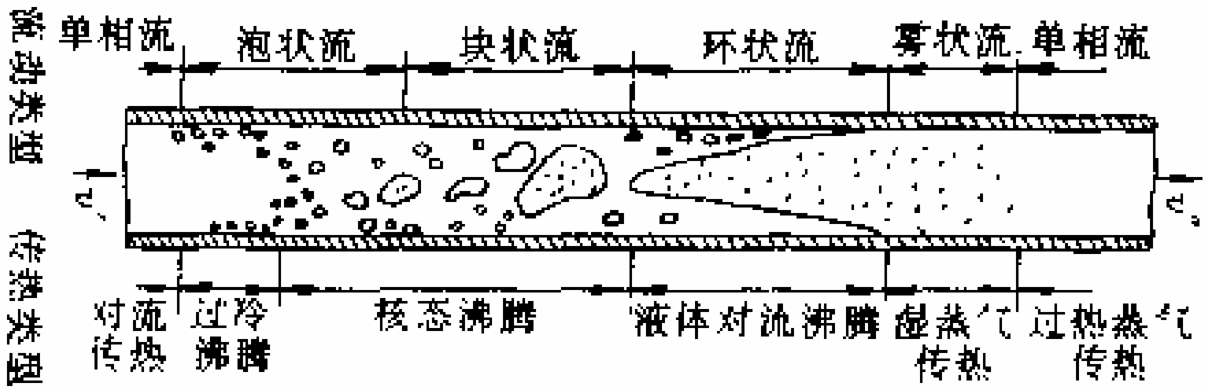

流动类型
单相流
泡状流
块状流
环状流
雾状流
单相流
传热类型
对流传热
过冷沸腾
核态沸腾
液体对流沸腾
湿蒸气传热
过热蒸气传热

图7-11 竖直管内沸腾

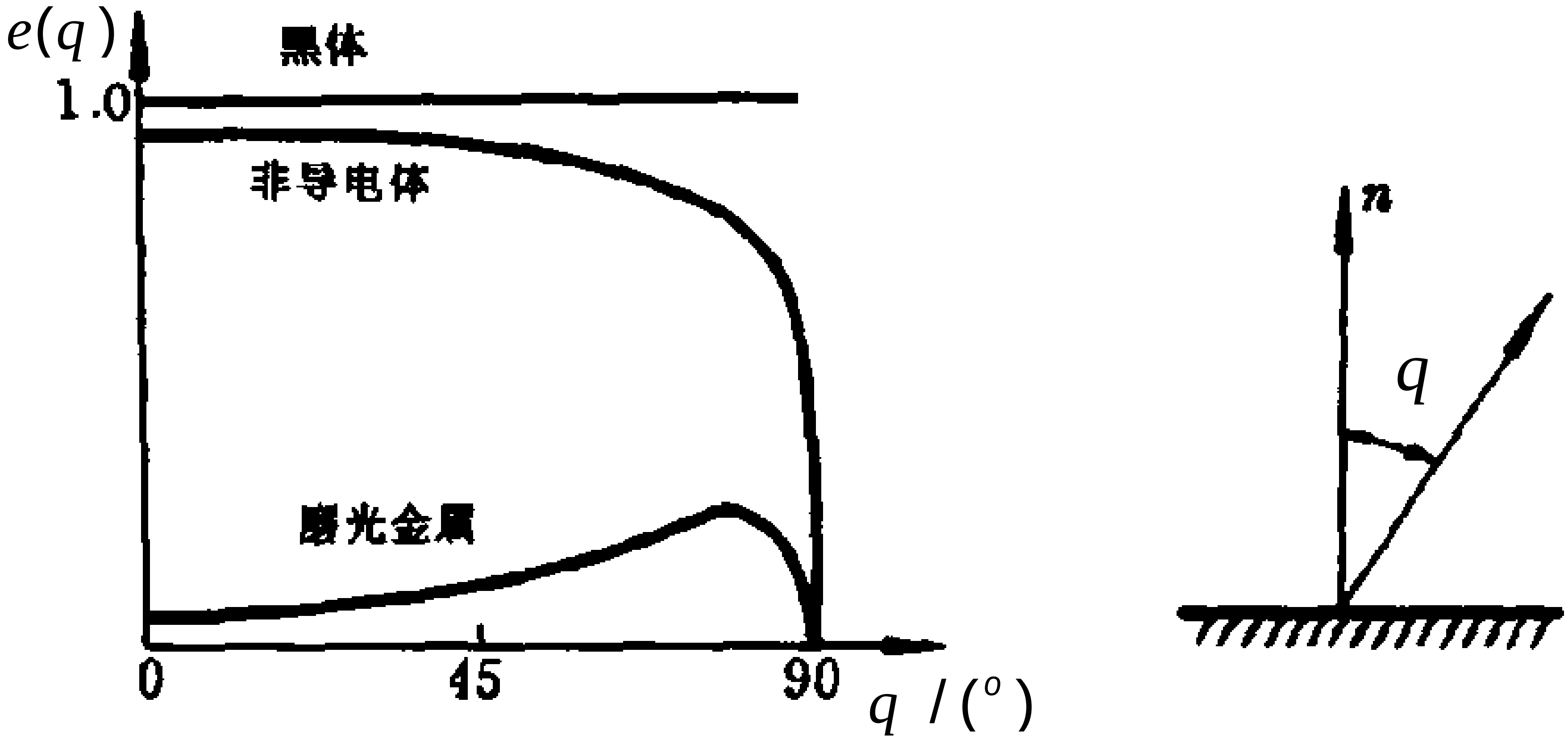
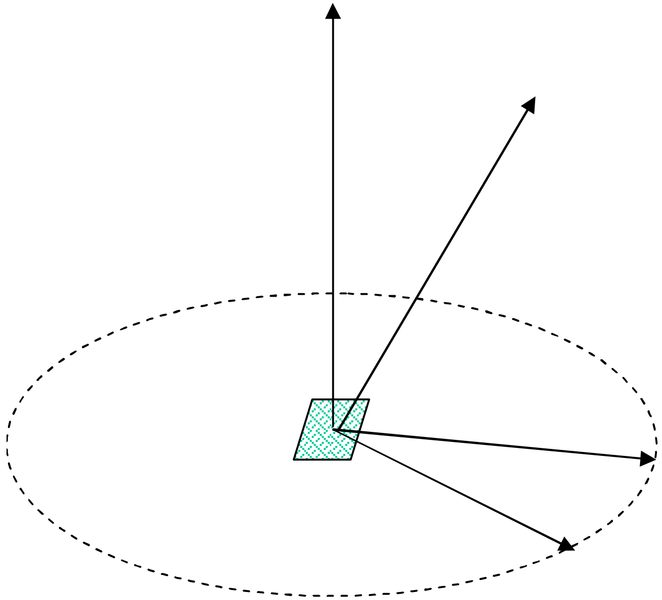
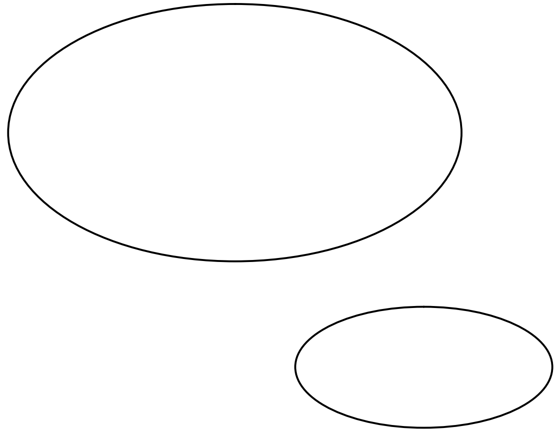
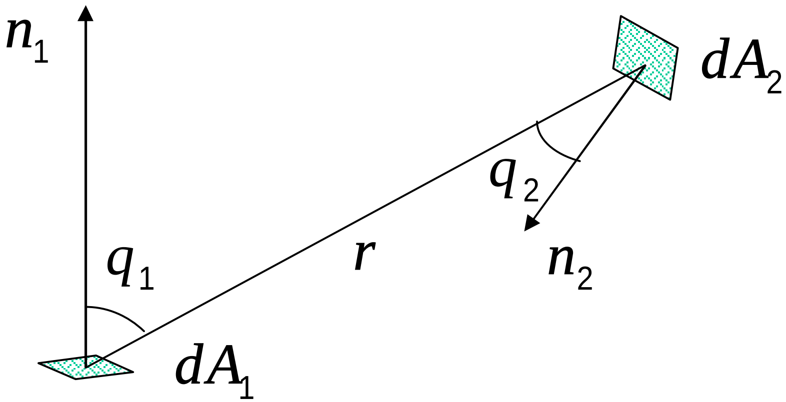


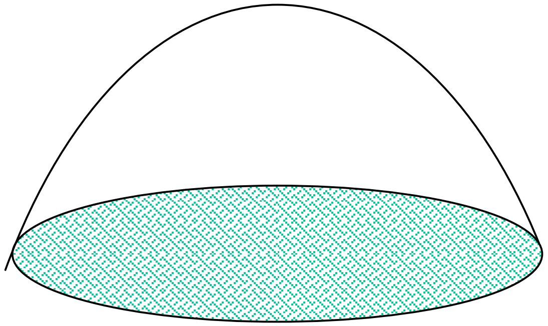
图 8－12　定向发射率 ε_φ 与 φ 的关系





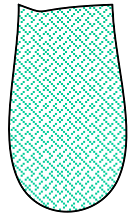


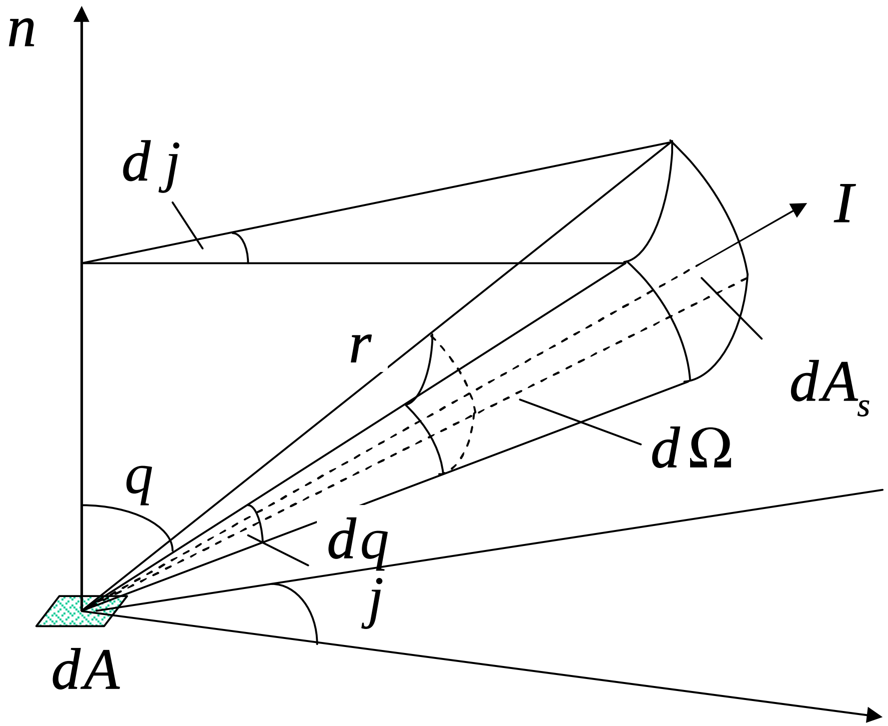
n_1
dA_2
q_2
n_2
q_1
r
dA_1

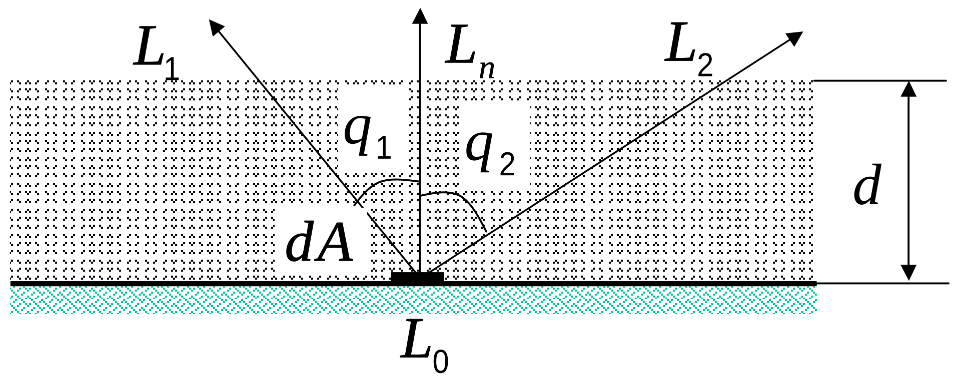


$$dA_s = r\,\mathbf{sin}\,q\,d\,j\;\mathbf{g}r\,\mathbf{sin}\,j$$

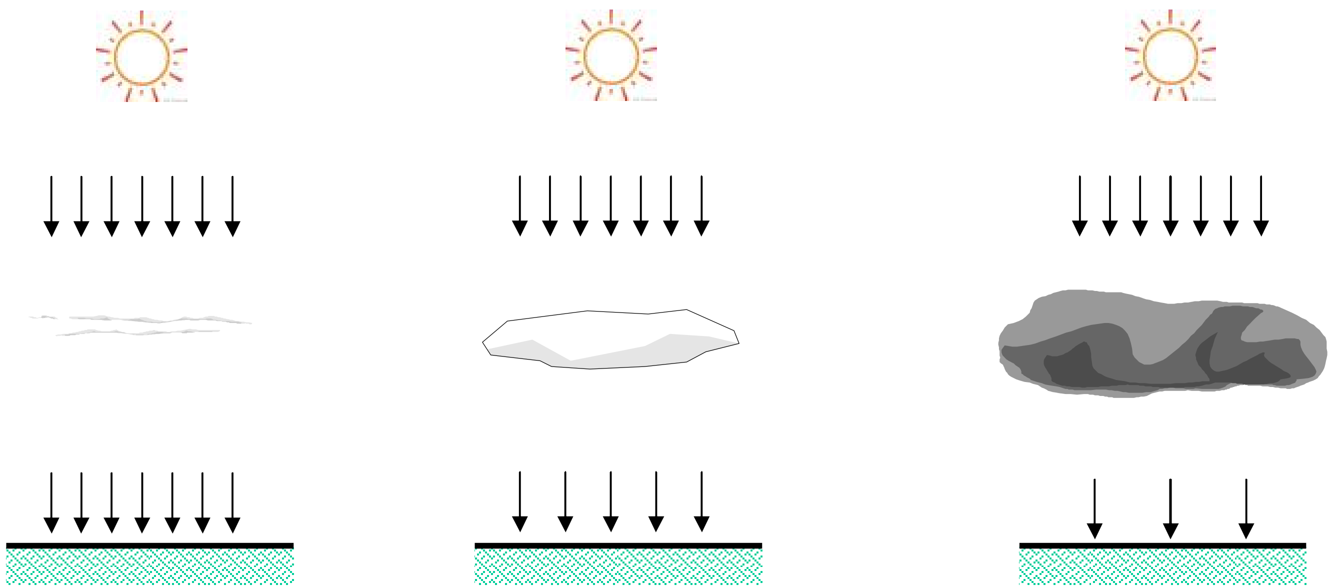
$$r\,\mathbf{sin}\,q$$

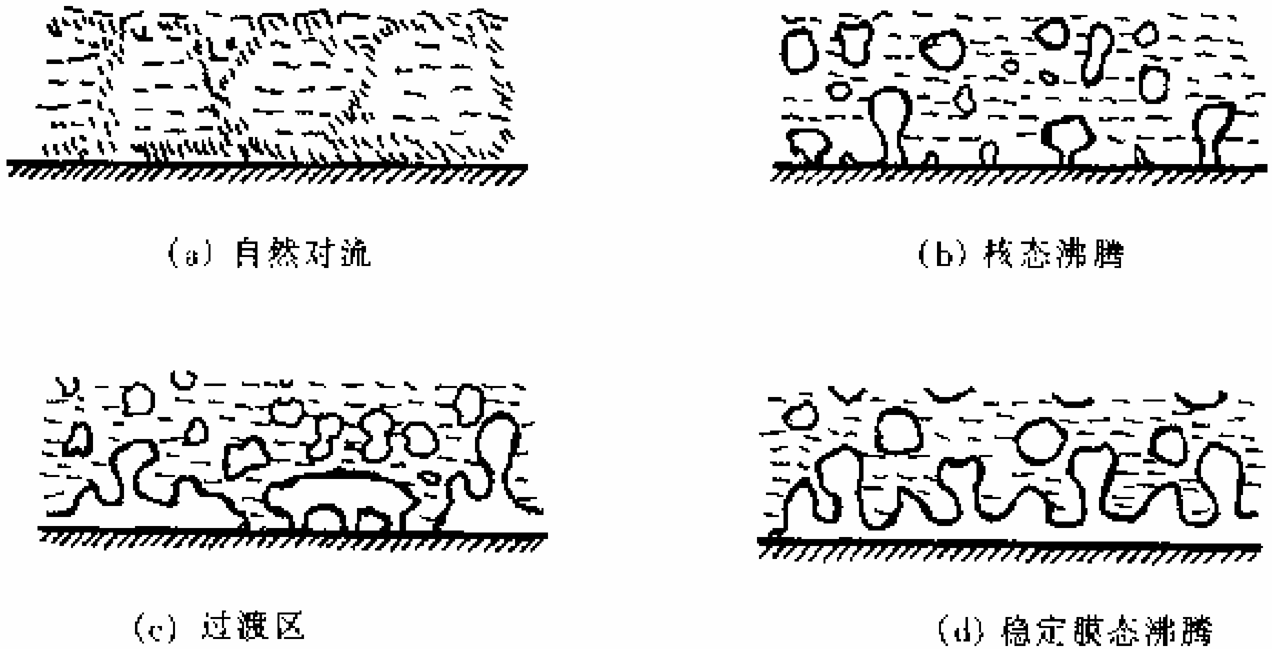






L_1
L_n
L_2
q_1
q_2
d
dA
L_0

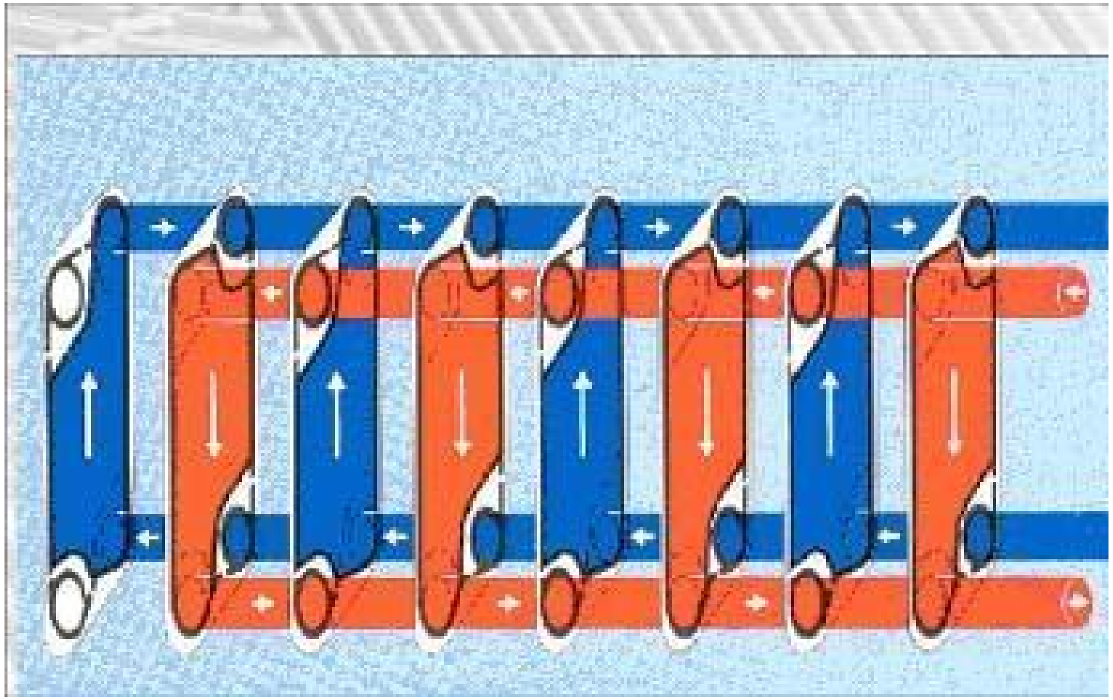




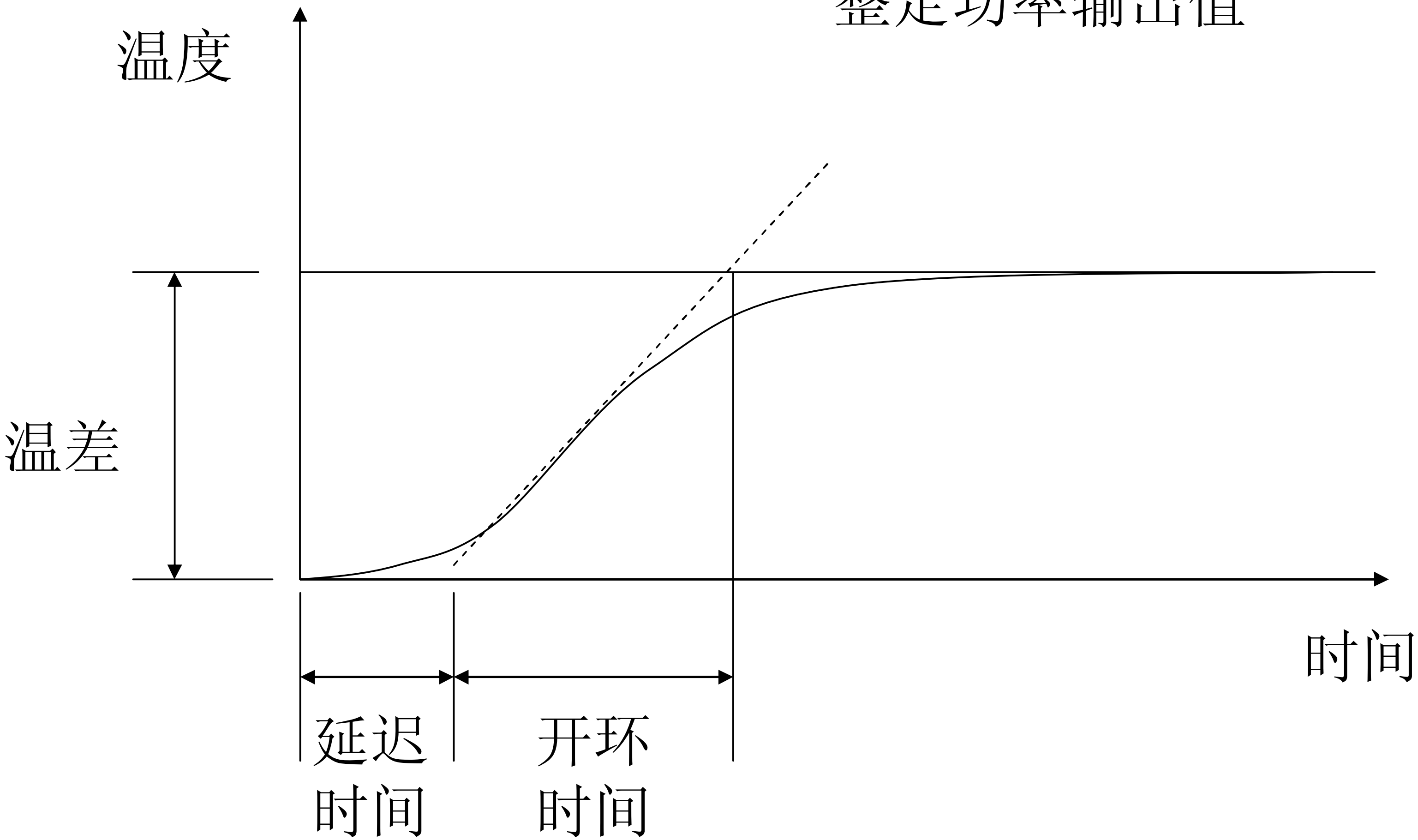
(a) 自然对流　　(b) 核态沸腾

(c) 过渡区　　(d) 稳定膜态沸腾

图 7－9　几种典型的沸腾状态



$$\text{增益系数}=\frac{\text{温差}}{\text{整定功率输出值}}$$



无粘性流体自然对流的运动方程

$$\frac{\partial}{\partial x}(ru) + \frac{\partial}{\partial y}(rv) = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial x}(ruu) + \frac{\partial}{\partial y}(rvu) = F_x - \frac{\partial p}{\partial x}$$

$$\frac{\partial}{\partial x}(ruv) + \frac{\partial}{\partial y}(rvv) = F_y - \frac{\partial p}{\partial y}$$

Boussinesq 假设

在研究自然对流问题时，假设除了与体积力相关的密度是随温度变化的以外，其它项中的密度保持不变。

$$\frac{\partial}{\partial x}(r_{\infty} u) + \frac{\partial}{\partial y}(r_{\infty} v) = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial x}(r_{\infty} uu) + \frac{\partial}{\partial y}(r_{\infty} vu) = r_{\infty} g - r g$$

$$\frac{\partial}{\partial x}(r_{\infty} uv) + \frac{\partial}{\partial y}(r_{\infty} vv) = 0$$

密度与温度的关系

$$a_v = -\frac{1}{r_\infty}\left(\frac{\partial r}{\partial T}\right)_p$$

$$-\frac{1}{r_\infty}\left(\frac{\partial r}{\partial T}\right) \approx -\frac{r - r_\infty}{r_\infty (T - T_\infty)}$$

$$\frac{r - r_\infty}{r_\infty} = a_v (T - T_\infty) = a_v (t - t_\infty)$$

对于理想气体

$$p = r RT \quad a_v = -\frac{1}{r}\left(\frac{\partial r}{\partial T}\right)_p = \frac{p}{r RT^2} = \frac{1}{T}$$

自然对流传热微分方程组

能量方程与受迫对流时是相同的，也是略去了主流方向的热传导。以下四个方程中，由于密度是与温度相关的量，所以只需要求解三个微分方程，因此我们可以从方程组中去掉垂直于壁面的微分方程。

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$$

$$u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} = \frac{r_{\infty} - r}{r_{\infty}} g$$

$$u\frac{\partial v}{\partial x} + v\frac{\partial v}{\partial y} = 0$$

$$u\frac{\partial t}{\partial x} + v\frac{\partial t}{\partial y} = a\frac{\partial^2 t}{\partial y^2}$$

简化的微分方程组

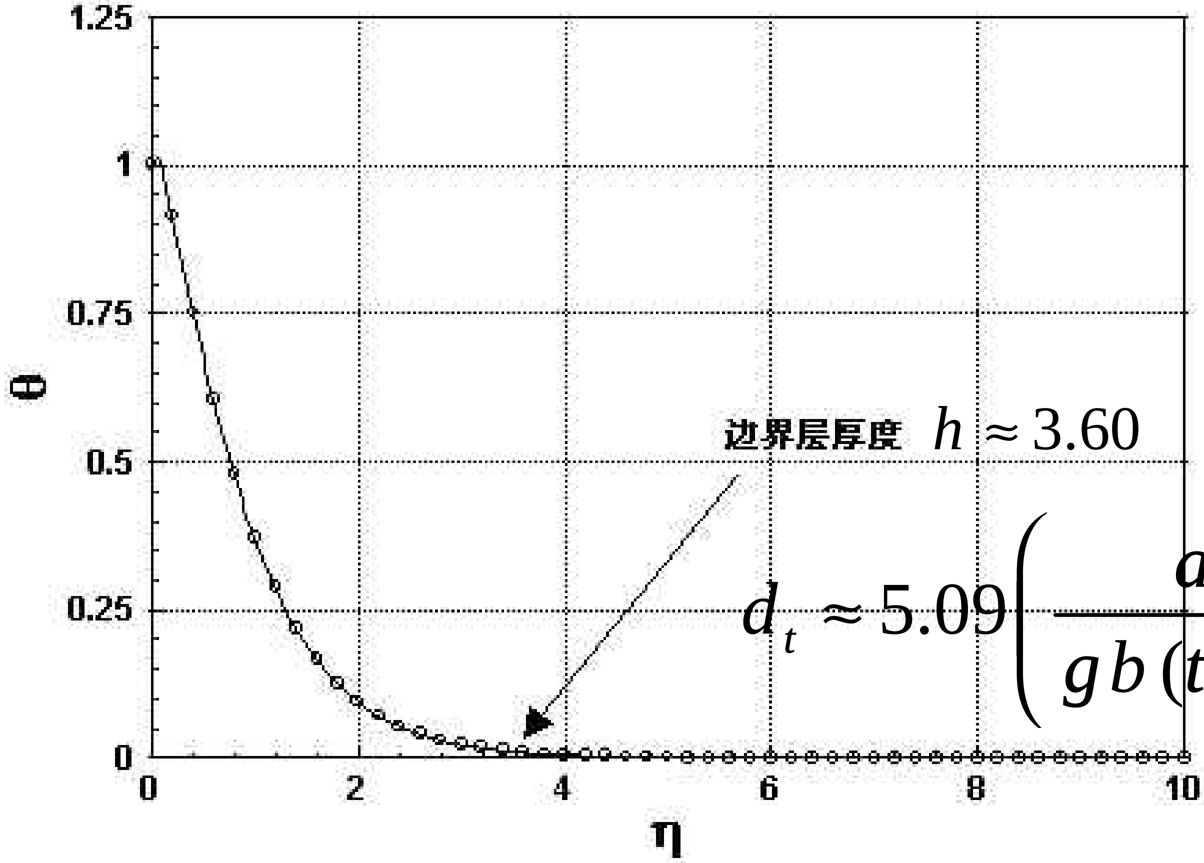
$$a_v = -\frac{1}{r}\left(\frac{\partial r}{\partial T}\right)_p \qquad \frac{r_\infty - r}{r_\infty} \approx a_v(T - T_\infty) = a_v(t - t_\infty)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$$

$$u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} = g a_v(t - t_\infty)$$

$$u\frac{\partial t}{\partial x} + v\frac{\partial t}{\partial y} = a\frac{\partial^2 t}{\partial y^2}$$

自然对流的热边界层现象



$$d_t \approx 5.09\left(\frac{a^2 x}{g b\,(t_w - t_\infty)}\right)^{1/4}$$

$$C = \sqrt[4]{\frac{g b\,(t_w - t_\infty)}{4a^2}}, \quad q = \frac{t - t_\infty}{t_w - t_\infty}, \quad h = \frac{Cy}{x^{1/4}}$$

对流传热系数

$$h_x \approx 0.60\sqrt{l\,r\,c_p}\sqrt[4]{\frac{g a_v (t_w - t_\infty)}{x}}$$

$$Nu_x = \frac{h_x x}{l} = 0.60\left(\frac{g a_v x^3 (t_w - t_\infty)}{a^2}\right)^{1/4}$$

$\dfrac{g a_v x^3 (t_w - t_\infty)}{a^2}$是控制无粘性流体自然对流传热的无因次量

粘性流体层流自然对流传热

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$$

$$u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} = g a_v (t - t_\infty) + n\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$

$$u\frac{\partial t}{\partial x} + v\frac{\partial t}{\partial y} = a\frac{\partial^2 t}{\partial y^2}$$

方程组的无因次化处理

$$u^* = \frac{n}{l}, \bar{u} = \frac{u}{u^*}, \bar{v} = \frac{v}{u^*}, \bar{x} = \frac{x}{l}, \bar{y} = \frac{y}{l}, \bar{q} = \frac{t - t_\infty}{t_w - t_\infty}$$

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{x}} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial \bar{y}} = 0$$

$$\bar{u}\frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{x}} + \bar{v}\frac{\partial \bar{v}}{\partial \bar{y}} = \frac{g a_v l^3 (t_w - t_\infty)}{n^2}\bar{q} + \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial \bar{y}^2}$$

$$\bar{u}\frac{\partial \bar{q}}{\partial \bar{x}} + \bar{v}\frac{\partial \bar{q}}{\partial \bar{y}} = \frac{1}{\Pr}\frac{\partial^2 \bar{q}}{\partial \bar{y}^2}$$

$$\bar{y} = 0 \qquad \bar{u} = 0, \bar{v} = 0, \bar{q} = 1$$

$$\bar{y} \to \infty \qquad \bar{u} \to 0, \bar{v} \to 0, \bar{q} \to 0$$

格拉晓夫数

$$\mathrm{Gr} = \frac{g a_v l^3 (t_w - t_\infty)}{n^2}$$

控制粘性流体自然对流传热的无因次量。

预期解的形式

$$\bar{u} = f_1(\mathrm{Gr}, \mathrm{Pr}, \bar{x}, \bar{y})$$

$$\bar{v} = f_2(\mathrm{Gr}, \mathrm{Pr}, \bar{x}, \bar{y})$$

$$\bar{q} = f_3(\mathrm{Gr}, \mathrm{Pr}, \bar{x}, \bar{y})$$

$$q_w = -l \left.\frac{\partial t}{\partial y}\right|_w = -\frac{l(t_w - t_\infty)}{l} \left.\frac{\partial \bar{q}}{\partial \bar{y}}\right|_w$$

$$h_x = \frac{q_w}{(t_w - t_\infty)} = -\frac{l}{l} \left.\frac{\partial \bar{q}}{\partial \bar{y}}\right|_w$$

$$\mathrm{Nu}_x = \frac{h_x x}{l} = -\frac{x}{l} \left.\frac{\partial \bar{q}}{\partial \bar{y}}\right|_w = -\bar{x} \left.\frac{\partial \bar{q}}{\partial \bar{y}}\right|_w = f_4(\mathrm{Gr}, \mathrm{Pr}, \bar{x})$$

自然对流传热的无因次关系式

$$Nu_x = f_4(Gr, \Pr, \bar{x})$$

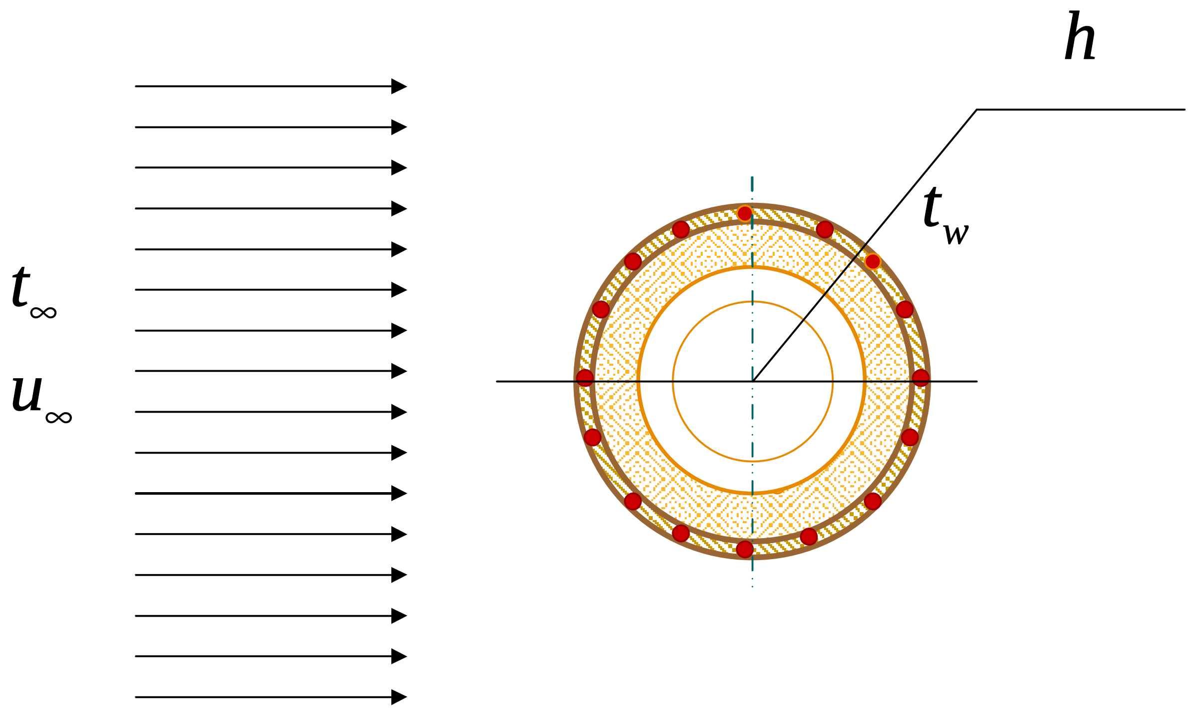
$$Nu = f_5(Gr, \Pr)$$

$$\mathrm{Gr} = \frac{g a_v l^3 (t_w - t_\infty)}{n^2}$$

5.9 对流传热的实验研究举例

- 实验方法是研究传热问题的主要手段之一，有时甚至是唯一的手段；
- 相似原理是指导对流传热研究的重要理论基础，对流传热的定量计算经常是以相似特征数之间的关系来表达的；
- 对流传热实验涉及
  - 流速测量—速度是受迫对流传热最重要的影响因素之一
  - 温度测量—温度和温度分布是传热问题中最重要的物理量
  - 压力、压差测量—压力影响物理性质，压差影响速度和流量
  - 传热量测量—量热是传热实验中的关键技术之一
  - 几何量的测量—几何尺寸、形状影响速度分布和温度分布

空气横掠圆柱表面平均对流传热系数的测定



实验原理

牛顿冷却公式 $$\Phi = hA\left(t_w - t_\infty\right)$$

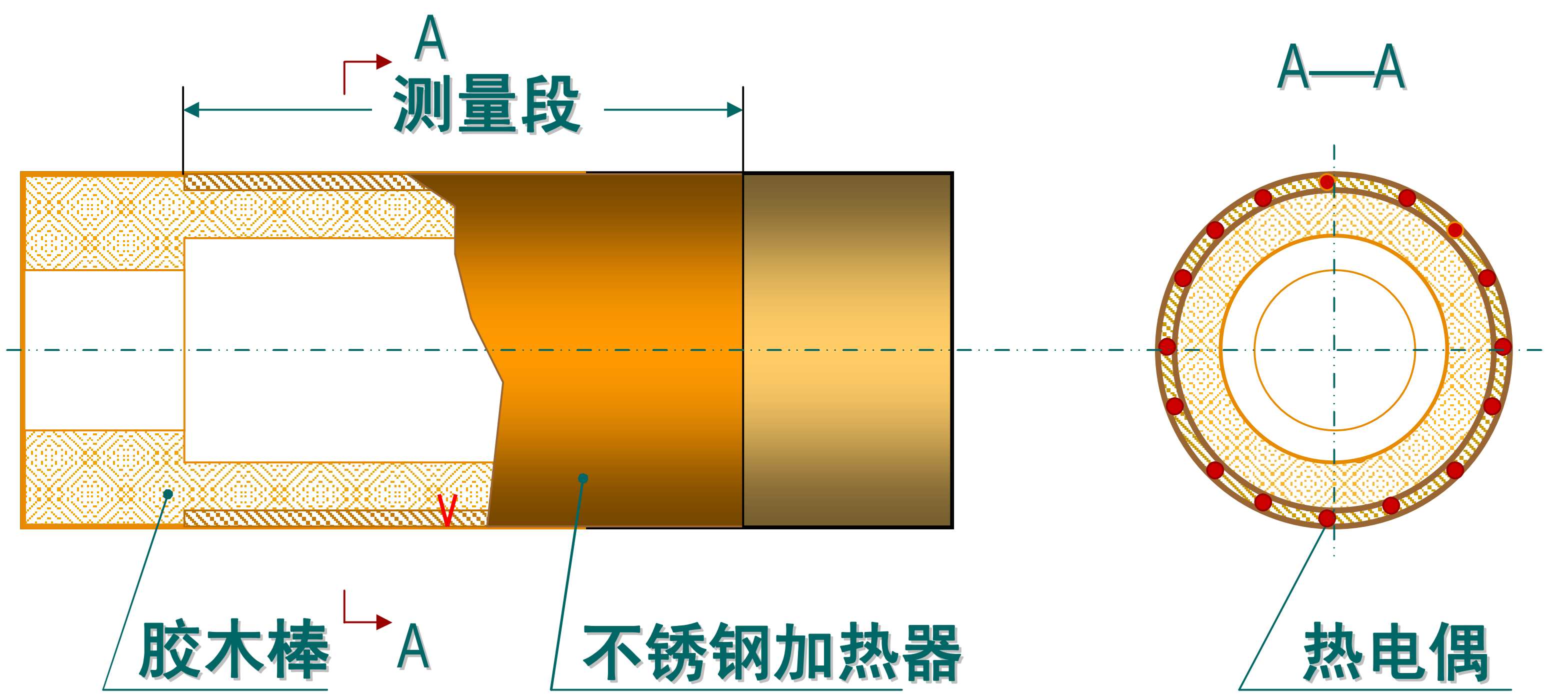
或 $$q = h\left(t_w - t_\infty\right)$$

对流传热系数 $$h = \frac{q}{t_w - t_\infty}$$

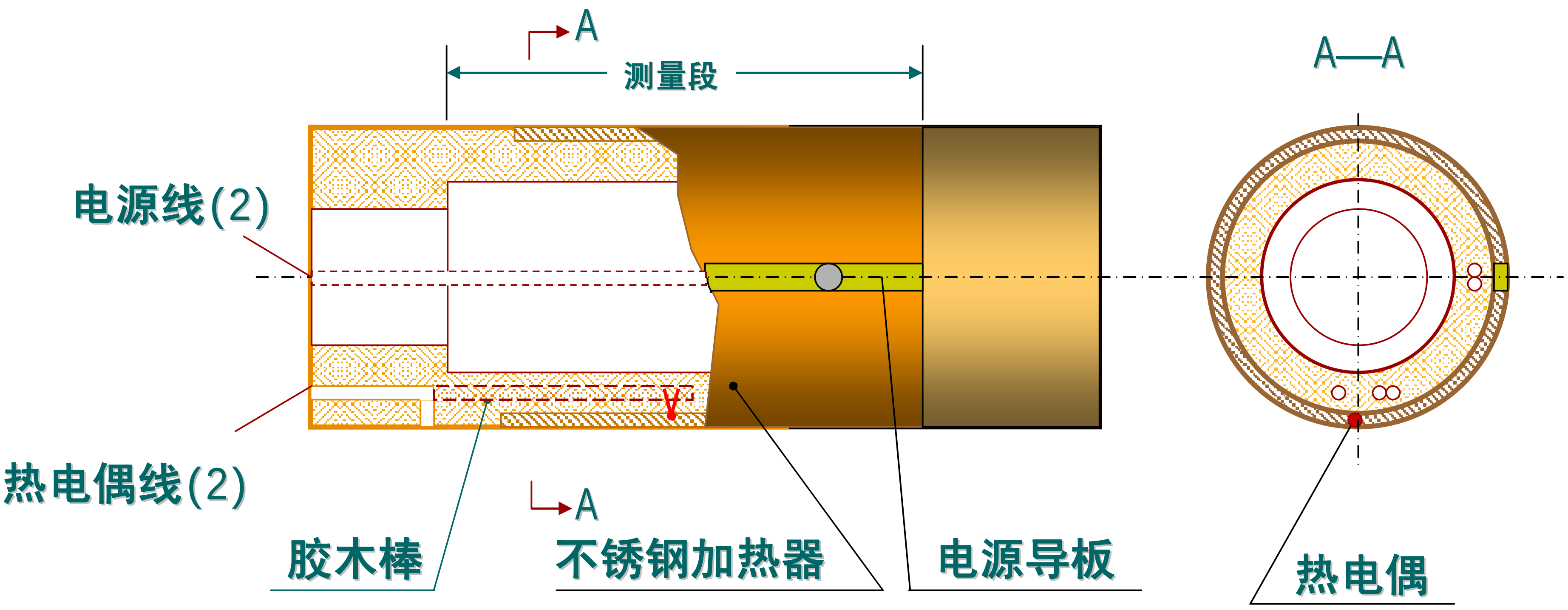
特征数关系式 $$Nu = f(\mathrm{Re}, \mathrm{Pr})$$

$$Nu = \frac{hd}{l}, \quad \mathrm{Re} = \frac{u_\infty d}{n}, \quad \mathrm{Pr} = \frac{n}{a}$$

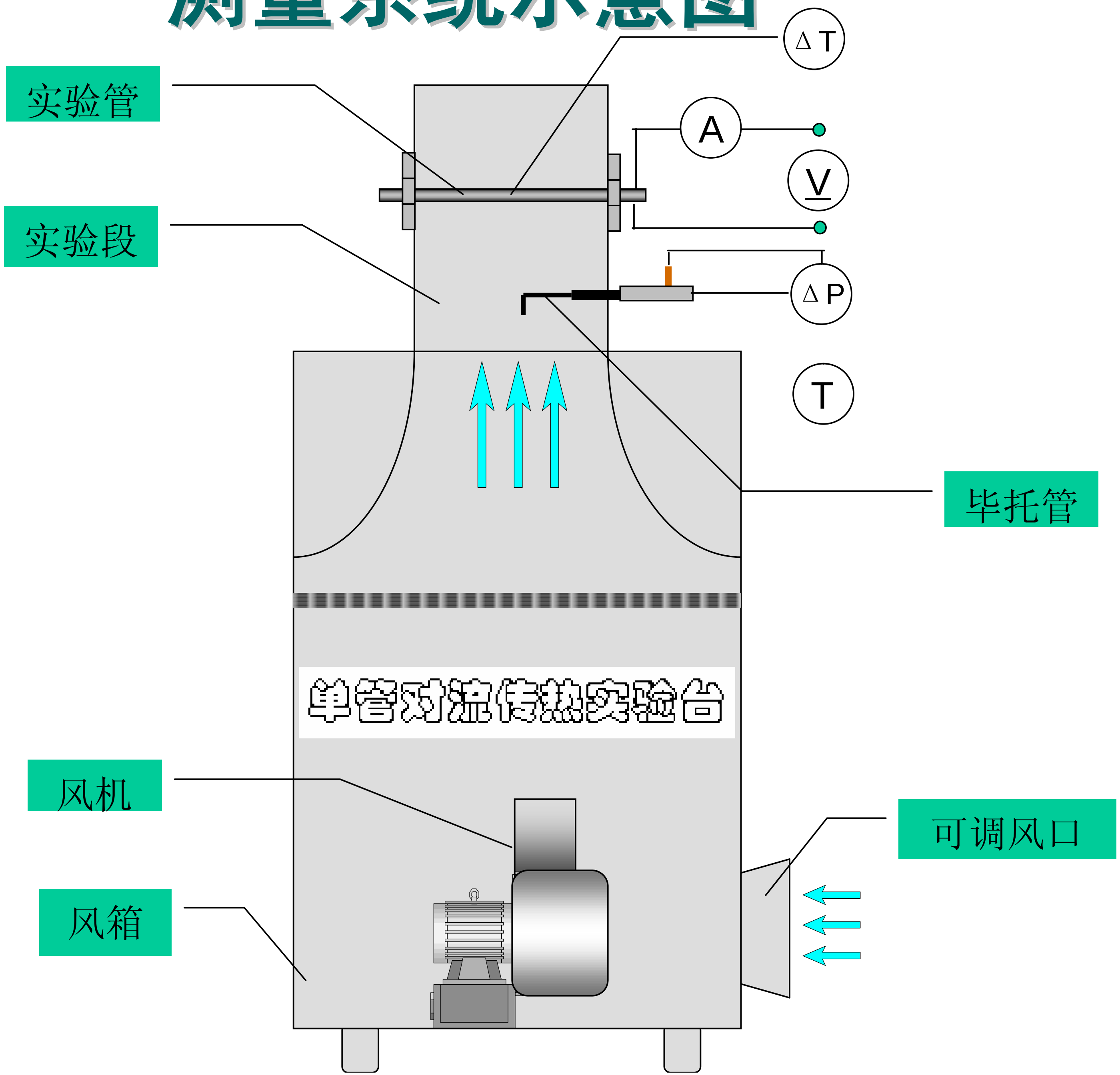
实验段结构简图



实验段结构详图



测量系统示意图



测量系统实物照片

测量系统实物照片

需要测量的原始数据

- 风速—通过皮托管压差测量
- 空气温度—热电偶或热电阻测量
- 壁面温度—热电偶或热电阻测量
- 热流量—通过加热功率测量

- 空气湿度—？

数据整理方法

1.　空气的来流速度

空气的来流速度由毕托管经差压变送器和 A/D 转换得到的动压间接计算

$$u_{\infty} = \sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho}} \quad \text{m/s}$$

式（4）中 Δp 是毕托管测得的动压，Pa； ρ 是在来流温度下空气的密度 kg/m^3。

2.　实验段加热功率

加热功率由测得的实验管有效测量段两端的电压 V（V）和通过实验管的电流 I，计算

$$\Phi = VI \quad \text{W}$$

数据整理方法

3. 平均对流传热系数

$$h = \frac{\Phi}{\pi DL\left(t_w - t_f\right)} \quad \mathrm{W/(m^2 \cdot ℃)} \tag{6}$$

式中 L 是有效测量段的长度，m。

4. 特征数经验关联式

如果将实验中每个工况的数据整理后得到的 Re_i 和 Nu_i $(i = 1, 2, \cdots, M)$ 绘在

$\log \mathrm{Re} \sim \log Nu$ 对数坐标图上，可以看出，Nu 和 Re 之间的关系可以近似用以下形式表示

$$\log Nu = \log C + n \log \mathrm{Re} \tag{7}$$

即

$$Nu = C\,\mathrm{Re}^n \tag{8}$$

数据整理方法

$$\log C = \frac{\sum_{i=1}^{M} \log Nu_i \log \mathrm{Re}_i \sum_{i=1}^{M} \log \mathrm{Re}_i - \sum_{i=1}^{M} \log Nu_i \sum_{i=1}^{M} (\log \mathrm{Re}_i)^2}{\left(\sum_{i=1}^{M} \log \mathrm{Re}_i\right)^2 - M \sum_{i=1}^{M} (\log \mathrm{Re}_i)^2}$$

$$n = \frac{\sum_{i=1}^{M} \log Nu_i \sum_{i=1}^{M} \log \mathrm{Re}_i - M \sum_{i=1}^{M} \log Nu_i \log \mathrm{Re}_i}{\left(\sum_{i=1}^{M} \log \mathrm{Re}_i\right)^2 - M \sum_{i=1}^{M} (\log \mathrm{Re}_i)^2}$$

$$t_m = \frac{t_w + t_f}{2}$$

需要测量的原始数据

实验段面积 A

序号	电压	电流	气流动压	壁面温度	气流温度	备注
1						
2						
3						
4						
5						

需要查阅和计算的数据

序号	导热系数	运动粘度	普朗特数	发热功率	热流密度	气体流速	雷诺数	努塞尔数
1								
2								
3								
4								
5								

实验测量的步骤

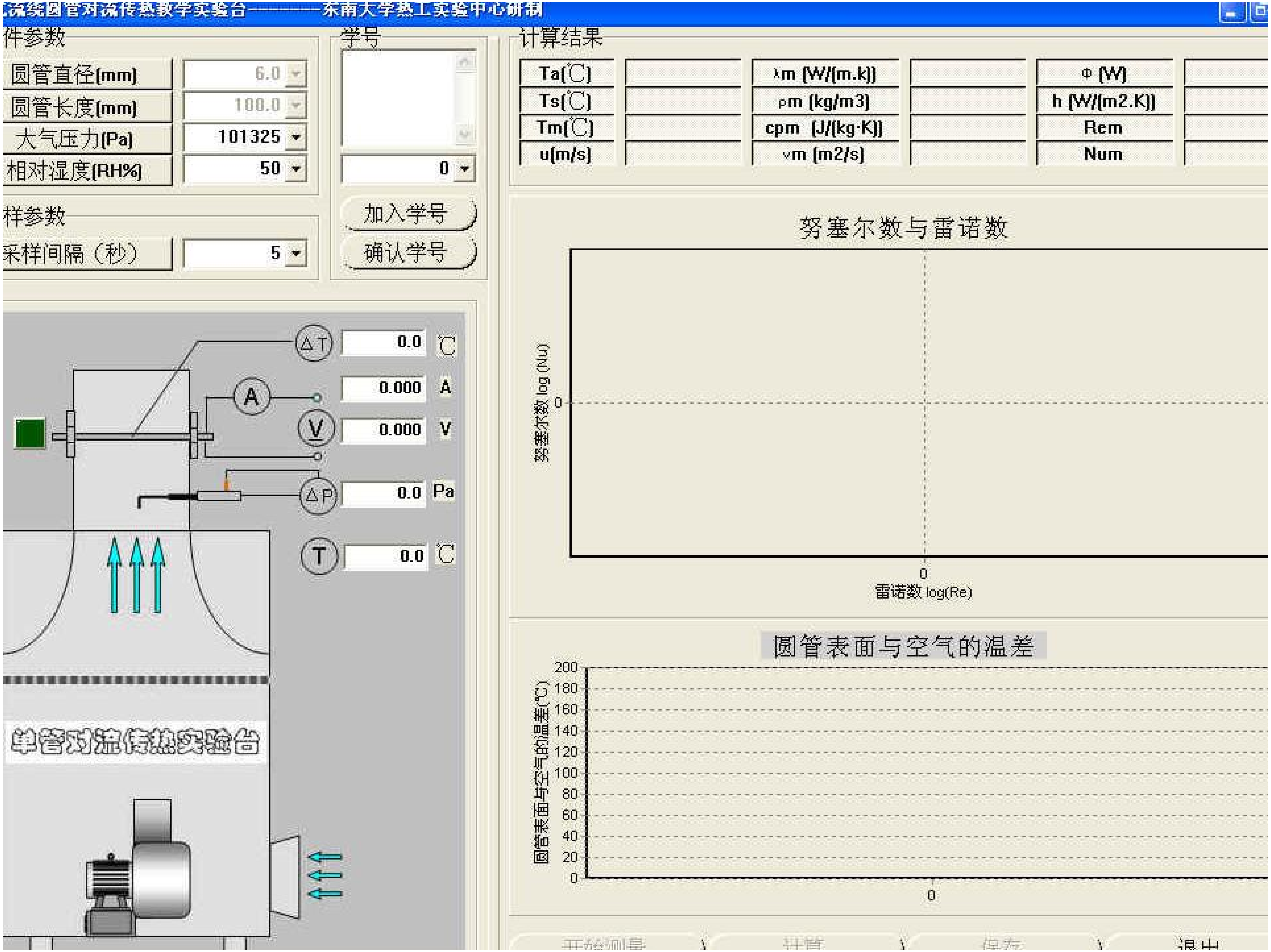
1.检查仪器，确保其工作正常；

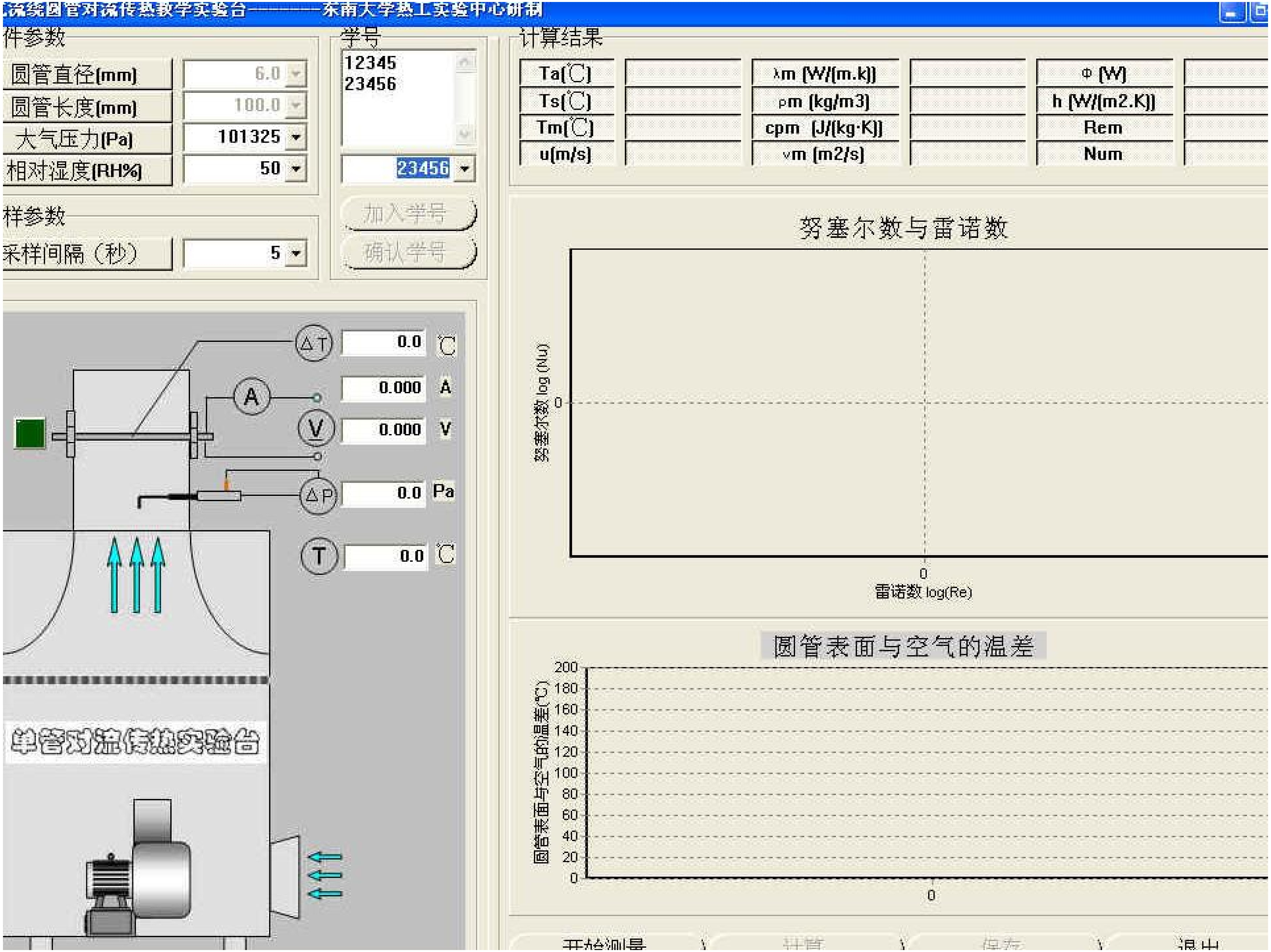
2.打开加热器开关，调整电压和电流；

3.调整风门开度，保持一定的风量（风速）；

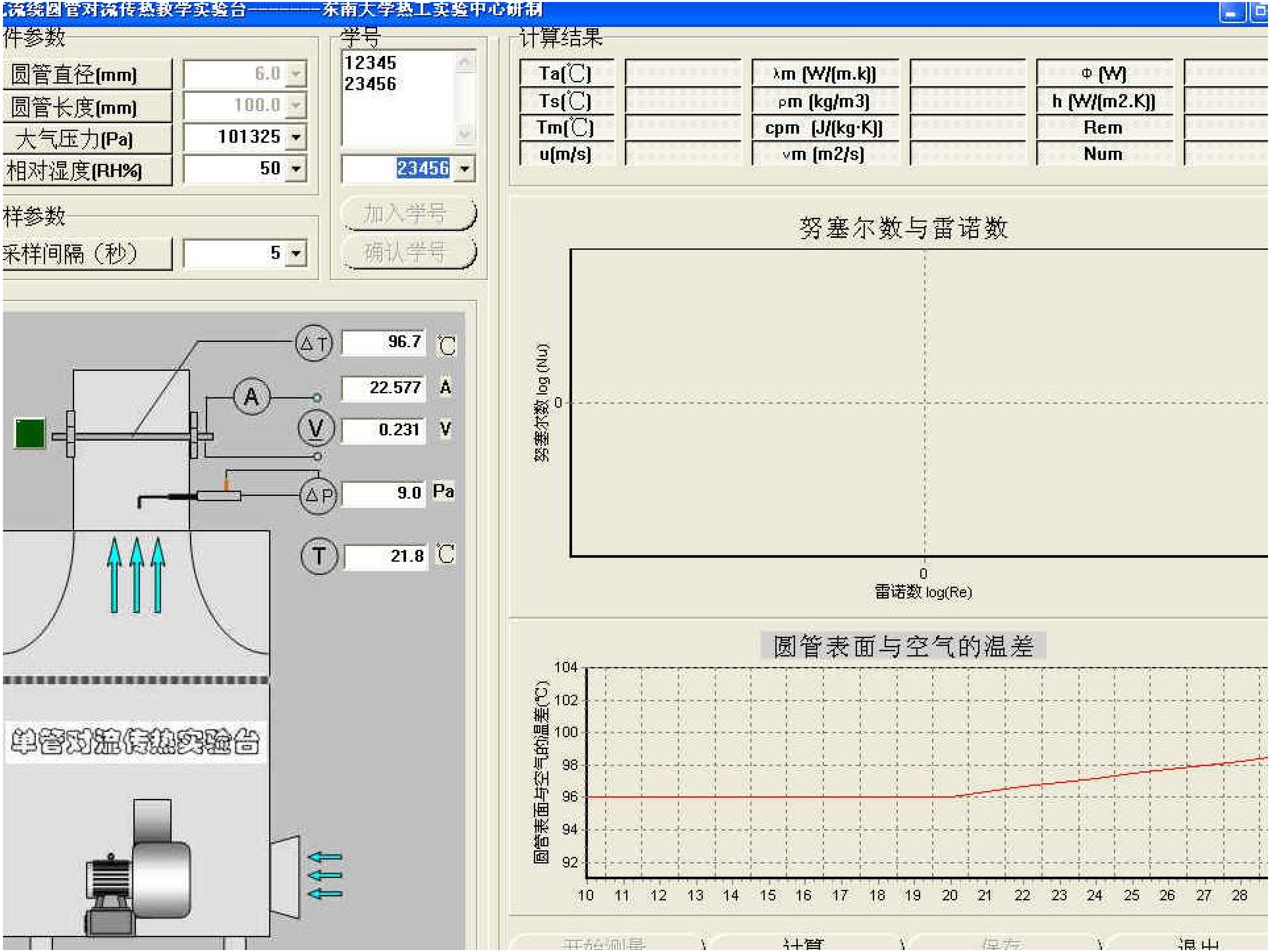
4.待风速、气流温度和壁面温度都稳定后，记录下加热器电压、电流、气流温度、壁面温度、皮托管上的压差；

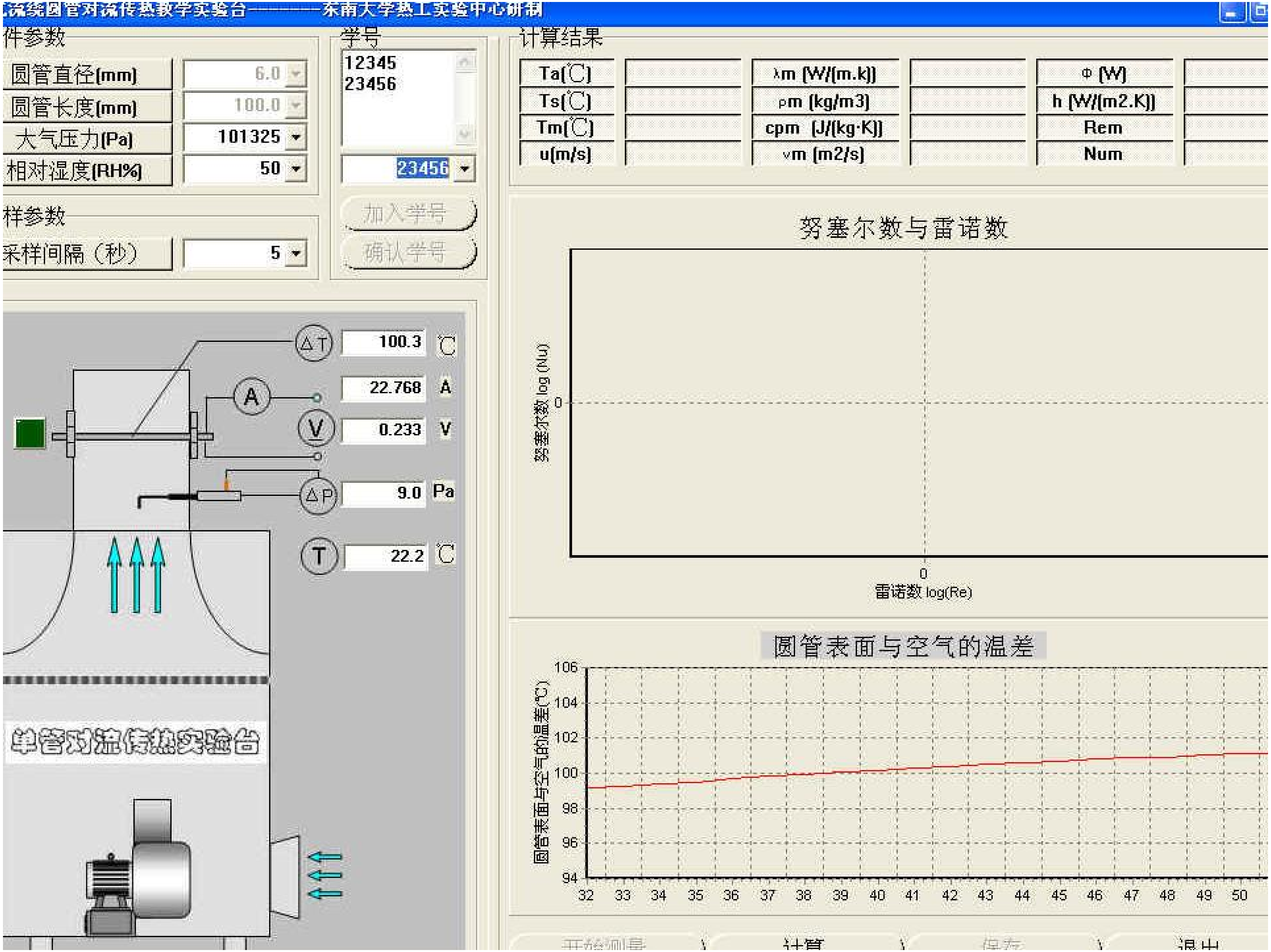
5.改变风门开度，重复步骤3、4,直到所规定的雷诺数范围都被覆盖；

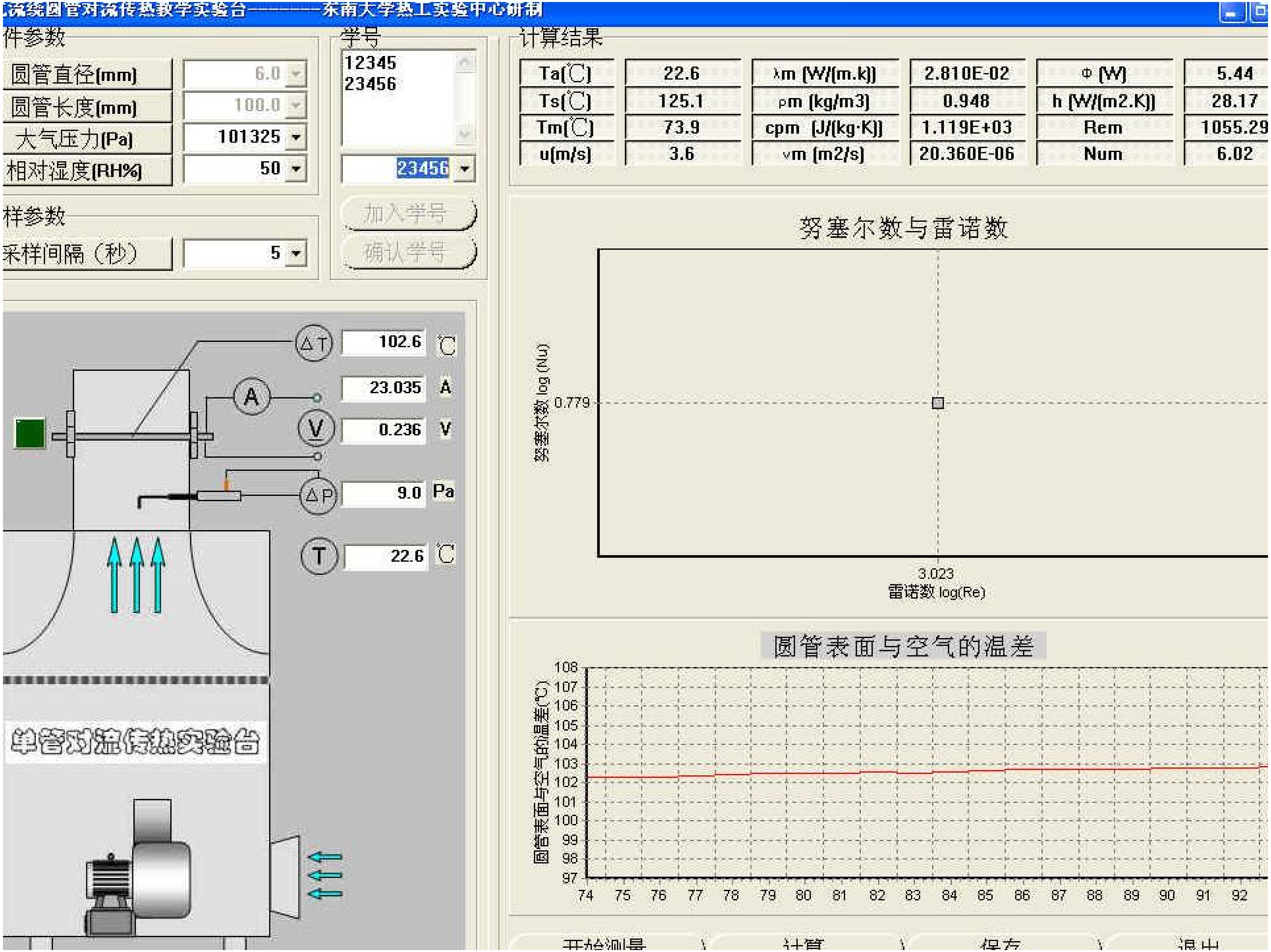

流绕圆管对流传热教学实验台————东南大学热工实验中心研制
件参数
圆管直径(mm)
6.0
圆管长度(mm)
100.0
大气压力(Pa)
101325
相对湿度(RH%)
50
样参数
采样间隔（秒）
5
学号
0
加入学号
确认学号
计算结果
Ta(℃)
Ts(℃)
Tm(℃)
u(m/s)
λm (W/(m.k))
ρm (kg/m3)
cpm (J/(kg·K))
νm (m2/s)
Φ (W)
h (W/(m2.K))
Rem
Num
努塞尔数与雷诺数
努塞尔数 log (Nu)
0
0
雷诺数 log(Re)
ΔT
0.0
℃
A
0.000
A
V
0.000
V
ΔP
0.0
Pa
T
0.0
℃
单管对流传热实验台
圆管表面与空气的温差
圆管表面与空气的温差(℃)
200
180
160
140
120
100
80
60
40
20
0
0
开始测量
计算
保存
退出

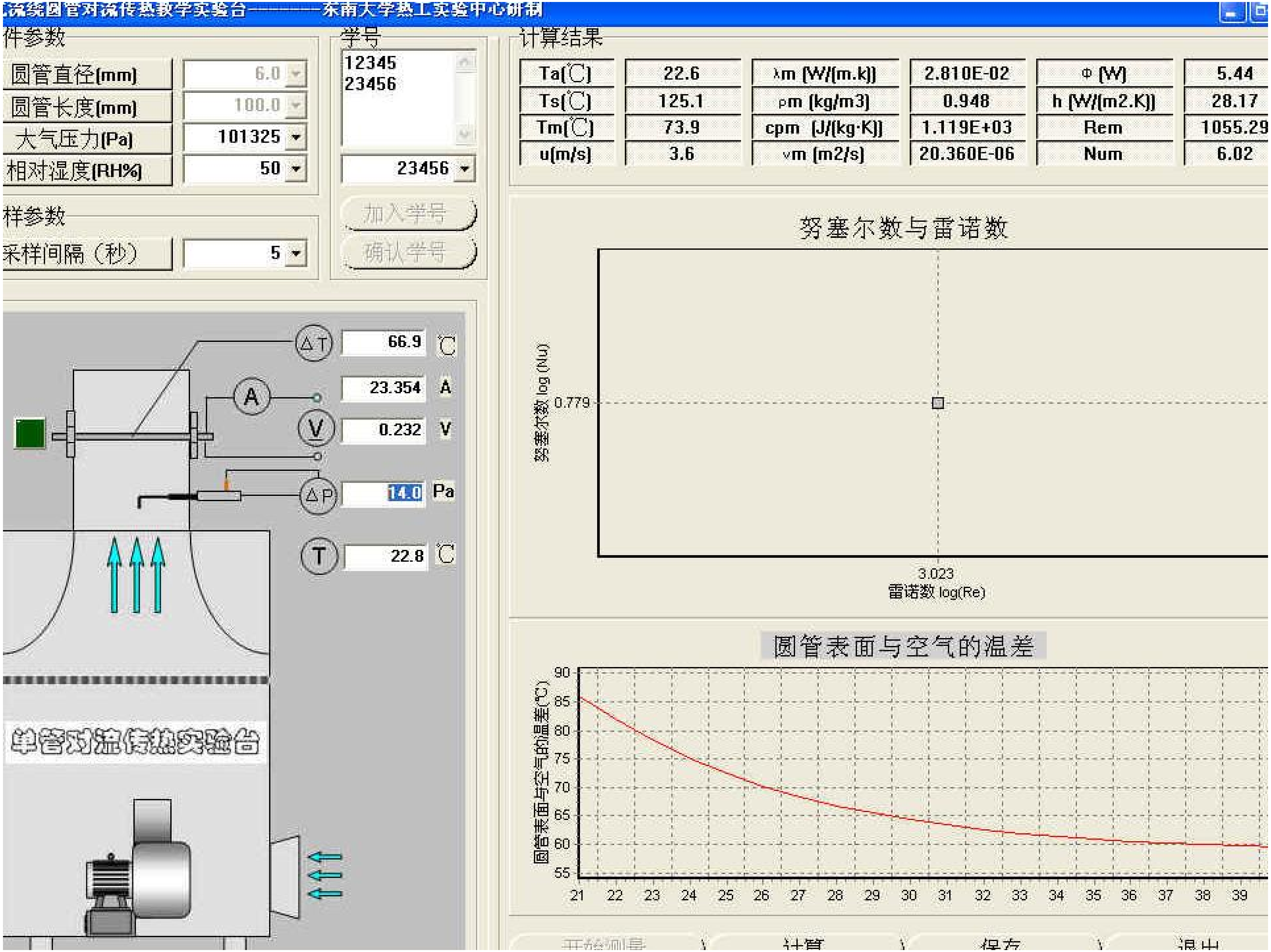


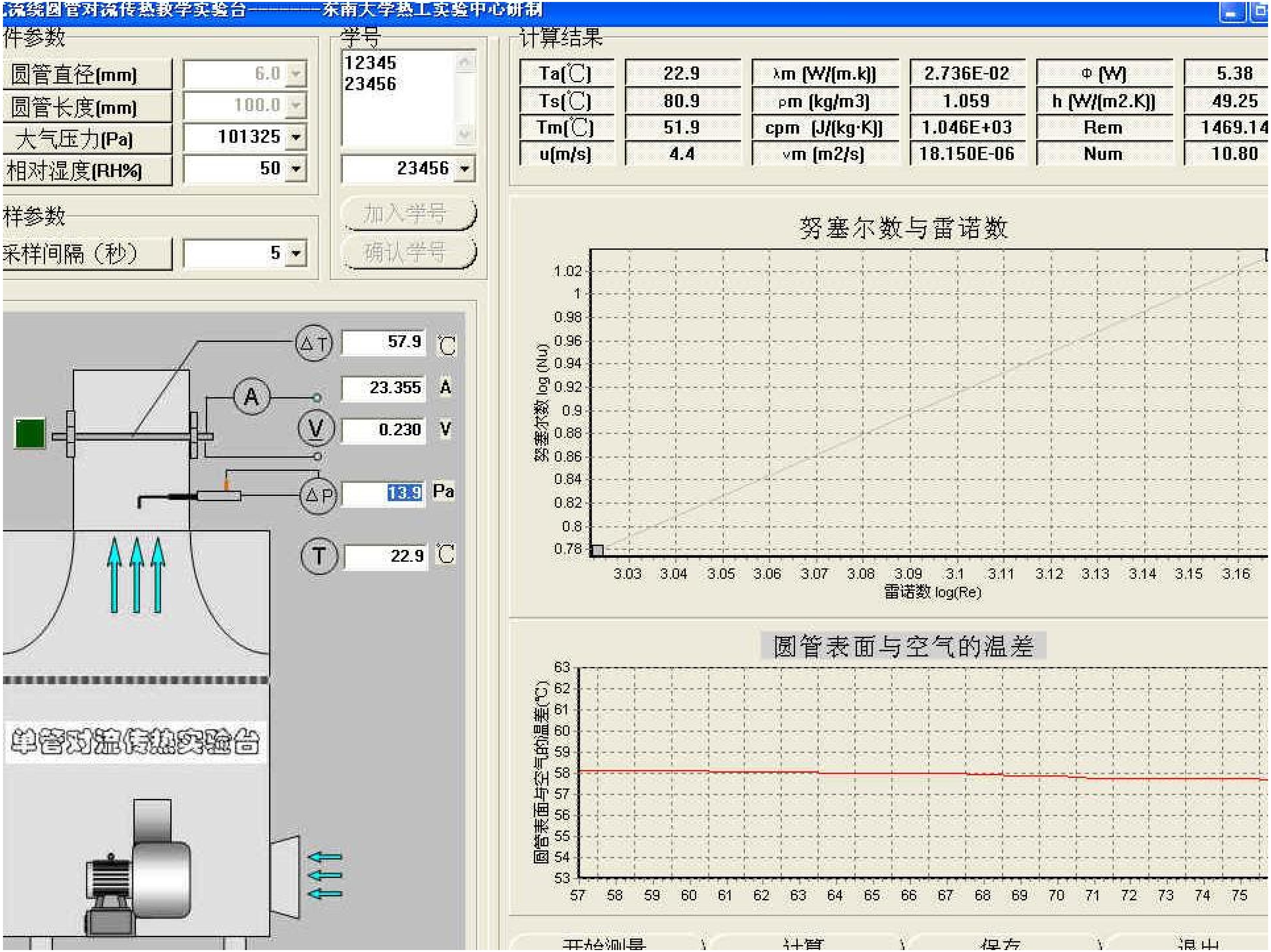
流统圆管对流传热教学实验台——————东南大学热工实验中心研制
件参数
圆管直径(mm)
6.0
圆管长度(mm)
100.0
大气压力(Pa)
101325
相对湿度(RH%)
50
样参数
采样间隔（秒）
5
学号
12345
23456
23456
加入学号
确认学号
计算结果
Ta(℃)
Ts(℃)
Tm(℃)
u(m/s)
λm (W/(m.k))
ρm (kg/m3)
cpm (J/(kg·K))
νm (m2/s)
Φ (W)
h (W/(m2.K))
Rem
Num
ΔT
0.0
℃
A
0.000
A
V
0.000
V
ΔP
0.0
Pa
T
0.0
℃
单管对流传热实验台
努塞尔数与雷诺数
努塞尔数 log (Nu)
0
0
雷诺数 log(Re)
圆管表面与空气的温差
圆管表面与空气的温差(℃)
200
180
160
140
120
100
80
60
40
20
0
0
开始测量
计算
保存
退出


流绕圆管对流传热教学实验台————东南大学热工实验中心研制
件参数
圆管直径(mm)
6.0
圆管长度(mm)
100.0
大气压力(Pa)
101325
相对湿度(RH%)
50
样参数
采样间隔（秒）
5
学号
12345
23456
23456
加入学号
确认学号
计算结果
Ta(℃)
Ts(℃)
Tm(℃)
u(m/s)
λm (W/(m.k))
ρm (kg/m3)
cpm (J/(kg·K))
νm (m2/s)
Φ (W)
h (W/(m2.K))
Rem
Num
ΔT
96.7
℃
A
22.577
A
V
0.231
V
ΔP
9.0
Pa
T
21.8
℃
单管对流传热实验台
努塞尔数与雷诺数
努塞尔数 log (Nu)
雷诺数 log(Re)
圆管表面与空气的温差
圆管表面与空气的温差(℃)
104
102
100
98
96
94
92
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
21
22
23
24
25
26
27
28
开始测量
计算
保存
退出

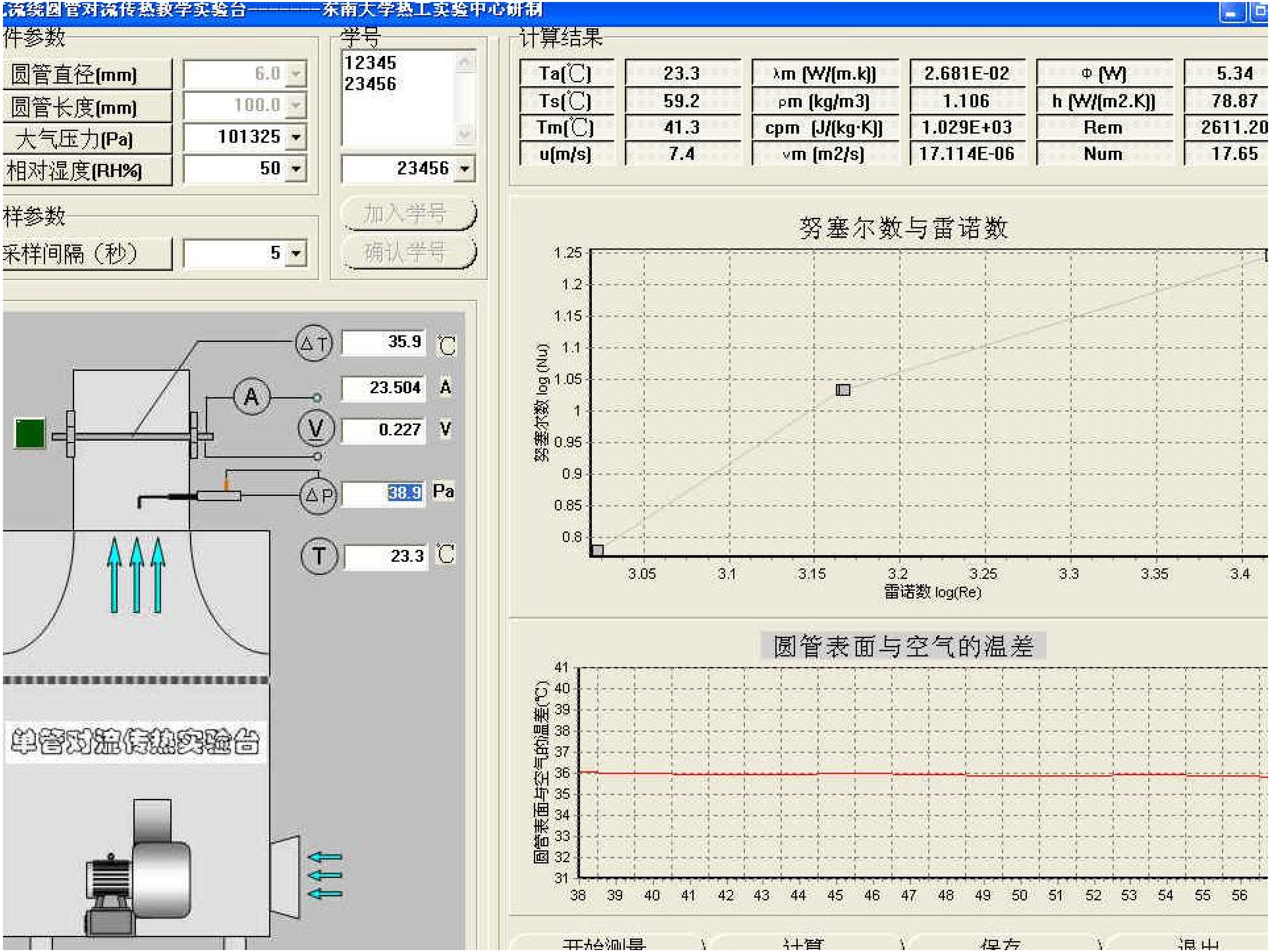

流绕圆管对流传热教学实验台————东南大学热工实验中心研制
件参数
圆管直径(mm)
6.0
圆管长度(mm)
100.0
大气压力(Pa)
101325
相对湿度(RH%)
50
样参数
采样间隔（秒）
5
学号
12345
23456
23456
加入学号
确认学号
计算结果
Ta(℃)
Ts(℃)
Tm(℃)
u(m/s)
λm (W/(m.k))
ρm (kg/m3)
cpm (J/(kg·K))
νm (m2/s)
Φ (W)
h (W/(m2.K))
Rem
Num
ΔT
100.3
℃
A
22.768
A
V
0.233
V
ΔP
9.0
Pa
T
22.2
℃
单管对流传热实验台
努塞尔数与雷诺数
努塞尔数 log (Nu)
0
0
雷诺数 log(Re)
圆管表面与空气的温差
圆管表面与空气的温差(℃)
106
104
102
100
98
96
94
32
33
34
35
36
37
38
39
40
41
42
43
44
45
46
47
48
49
50
开始测量
计算
保存
退出

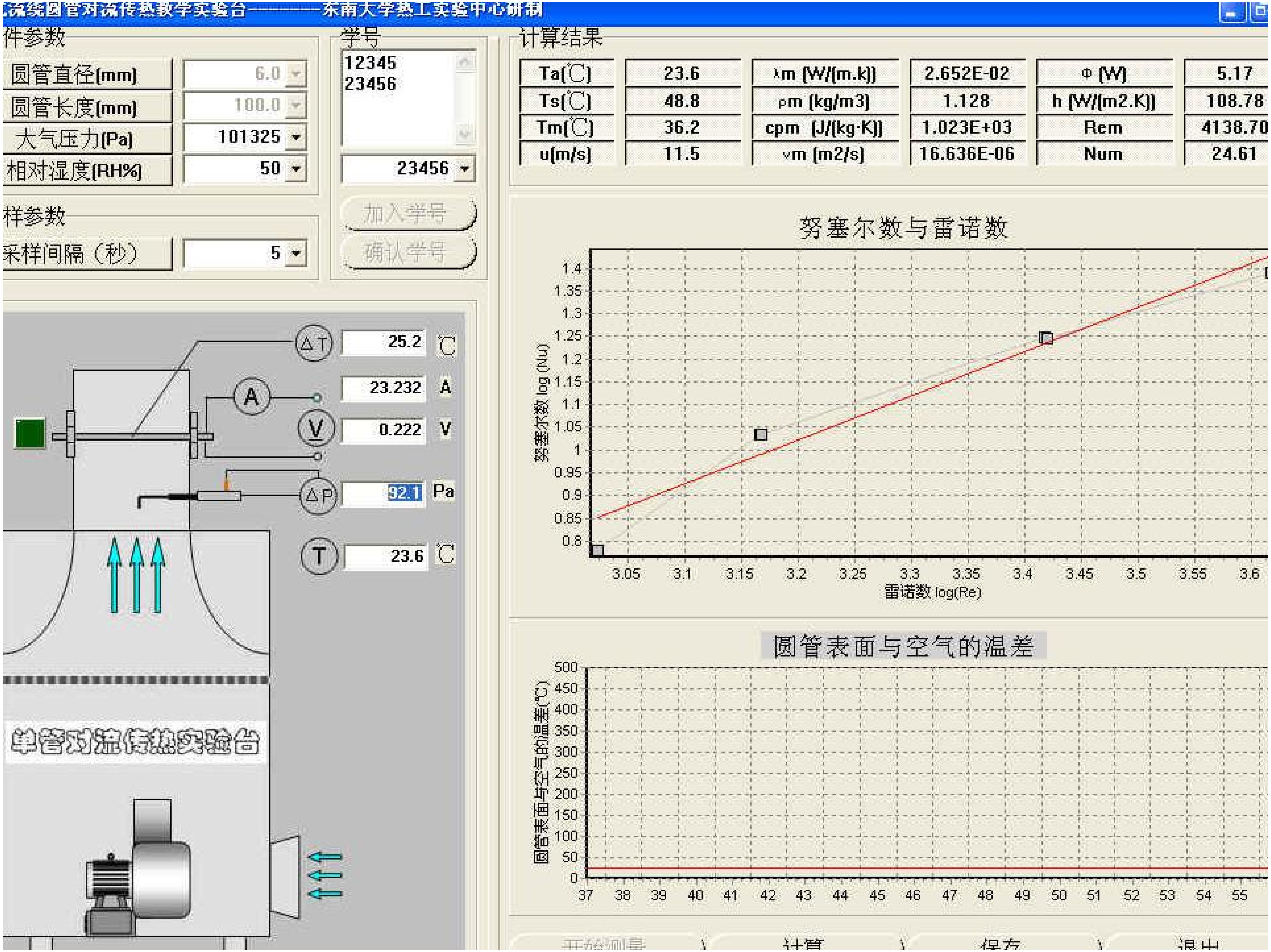

流绕圆管对流传热教学实验台———东南大学热工实验中心研制
件参数
圆管直径(mm) 6.0
圆管长度(mm) 100.0
大气压力(Pa) 101325
相对湿度(RH%) 50
样参数
采样间隔（秒） 5
学号
12345
23456
23456
加入学号
确认学号
计算结果
Ta(℃) 22.6
Ts(℃) 125.1
Tm(℃) 73.9
u(m/s) 3.6
λm (W/(m.k)) 2.810E-02
ρm (kg/m3) 0.948
cpm (J/(kg·K)) 1.119E+03
νm (m2/s) 20.360E-06
Φ (W) 5.44
h (W/(m2.K)) 28.17
Rem 1055.29
Num 6.02
ΔT 102.6 ℃
A 23.035 A
V 0.236 V
ΔP 9.0 Pa
T 22.6 ℃
单管对流传热实验台
努塞尔数与雷诺数
努塞尔数 log (Nu)
0.779
3.023
雷诺数 log(Re)
圆管表面与空气的温差
圆管表面与空气的温差(℃)
108
107
106
105
104
103
102
101
100
99
98
97
74 75 76 77 78 79 80 81 82 83 84 85 86 87 88 89 90 91 92
开始测量
计算
保存
退出

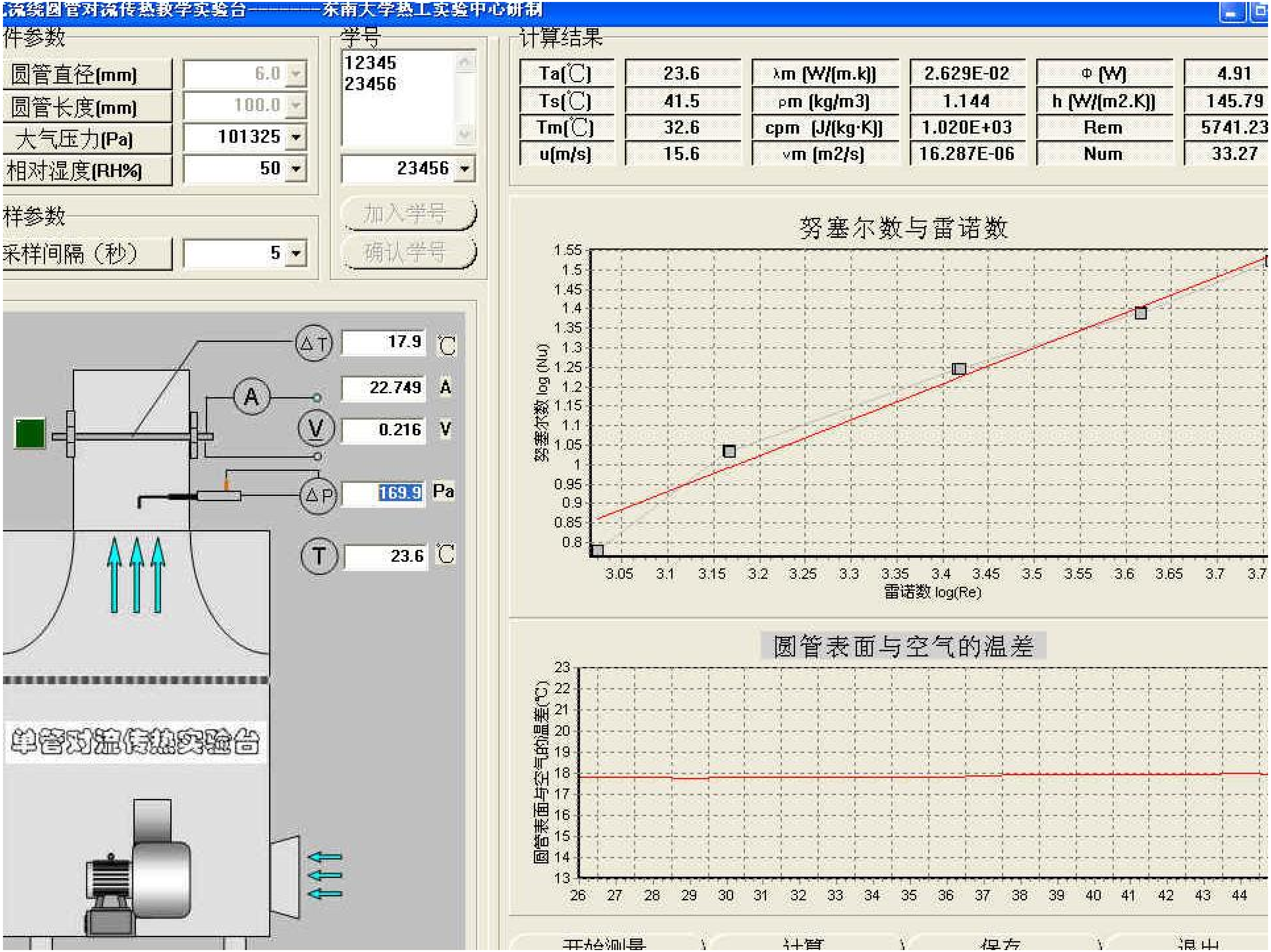

流绕圆管对流传热教学实验台———东南大学热工实验中心研制
件参数
圆管直径(mm) 6.0
圆管长度(mm) 100.0
大气压力(Pa) 101325
相对湿度(RH%) 50
学号
12345
23456
23456
加入学号
确认学号
样参数
采样间隔（秒） 5
计算结果
Ta(℃) 22.6
Ts(℃) 125.1
Tm(℃) 73.9
u(m/s) 3.6
λm (W/(m.k)) 2.810E-02
ρm (kg/m3) 0.948
cpm (J/(kg·K)) 1.119E+03
νm (m2/s) 20.360E-06
Φ (W) 5.44
h (W/(m2.K)) 28.17
Rem 1055.29
Num 6.02
ΔT 66.9 ℃
A 23.354 A
V 0.232 V
ΔP 14.0 Pa
T 22.8 ℃
努塞尔数与雷诺数
努塞尔数 log (Nu)
0.779
3.023
雷诺数 log(Re)
圆管表面与空气的温差
圆管表面与空气的温差(℃)
90 85 80 75 70 65 60 55
21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39
单管对流传热实验台
开始测量
计算
保存
退出

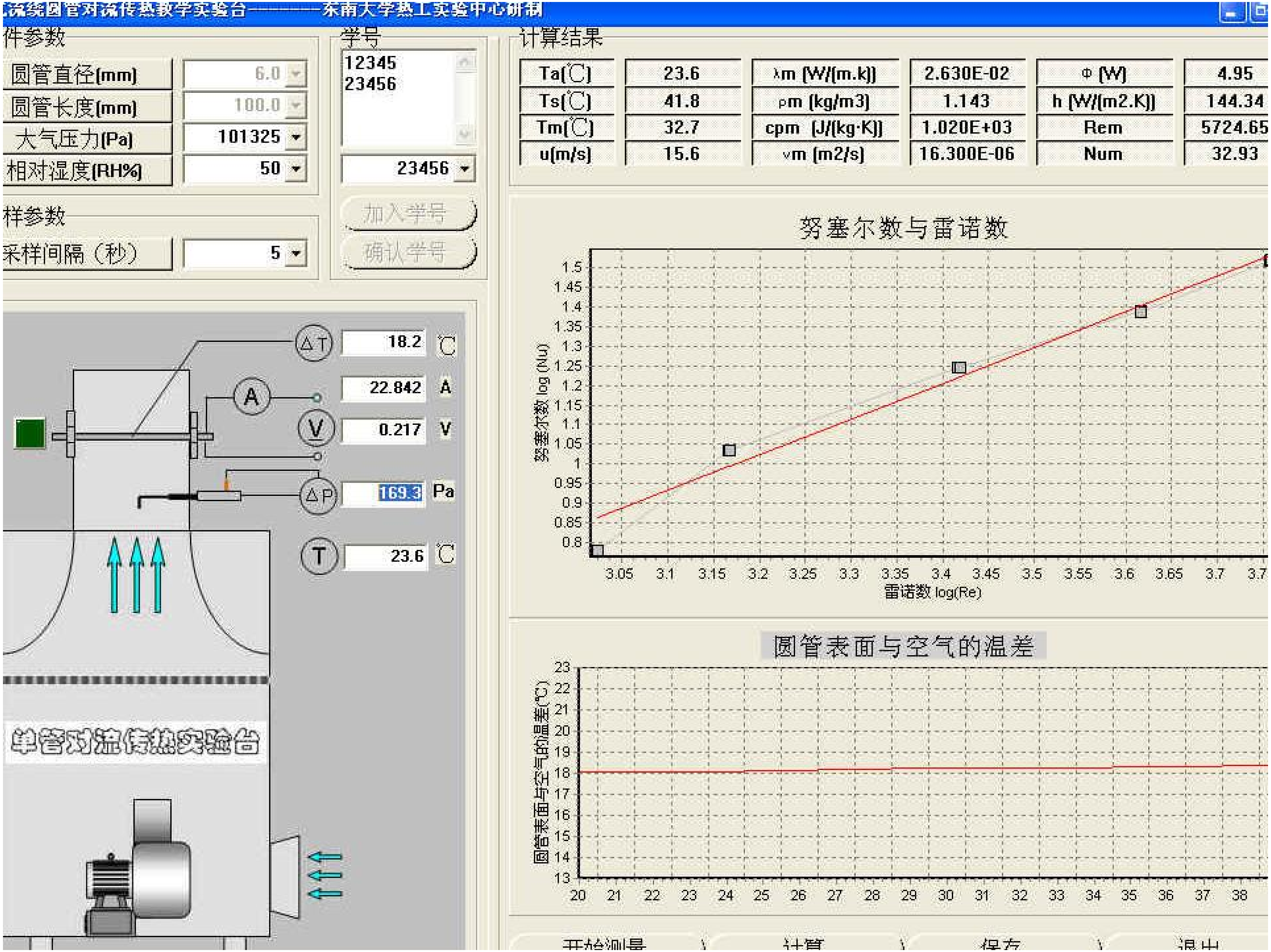


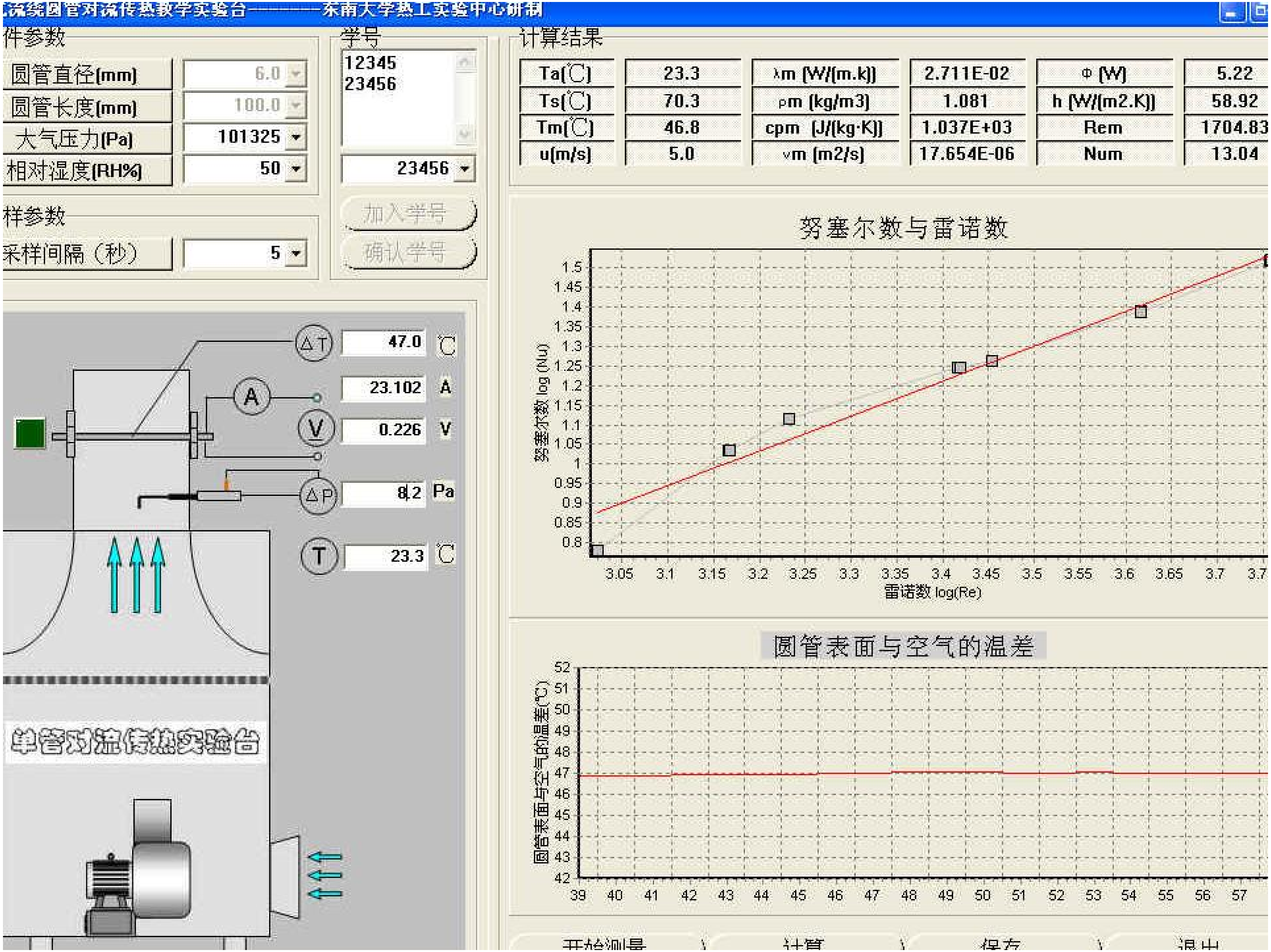
流绕圆管对流传热教学实验台———东南大学热工实验中心研制
件参数
圆管直径(mm) 6.0
圆管长度(mm) 100.0
大气压力(Pa) 101325
相对湿度(RH%) 50
学号
12345
23456
23456
加入学号
确认学号
样参数
采样间隔（秒） 5
计算结果
Ta(℃) 22.9
Ts(℃) 80.9
Tm(℃) 51.9
u(m/s) 4.4
λm (W/(m.k)) 2.736E-02
ρm (kg/m3) 1.059
cpm (J/(kg·K)) 1.046E+03
νm (m2/s) 18.150E-06
Φ (W) 5.38
h (W/(m2.K)) 49.25
Rem 1469.14
Num 10.80
ΔT 57.9 ℃
A 23.355 A
V 0.230 V
ΔP 13.9 Pa
T 22.9 ℃
单管对流传热实验台
努塞尔数与雷诺数
努塞尔数 log(Nu)
雷诺数 log(Re)
圆管表面与空气的温差
圆管表面与空气的温差(℃)
开始测量
计算
保存
退出


流绕圆管对流传热教学实验台———东南大学热工实验中心研制
件参数
圆管直径(mm) 6.0
圆管长度(mm) 100.0
大气压力(Pa) 101325
相对湿度(RH%) 50
样参数
采样间隔（秒） 5
学号
12345
23456
23456
加入学号
确认学号
计算结果
Ta(℃) 23.3
Ts(℃) 59.2
Tm(℃) 41.3
u(m/s) 7.4
λm (W/(m.k)) 2.681E-02
ρm (kg/m3) 1.106
cpm (J/(kg·K)) 1.029E+03
νm (m2/s) 17.114E-06
Φ (W) 5.34
h (W/(m2.K)) 78.87
Rem 2611.20
Num 17.65
努塞尔数与雷诺数
努塞尔数 log(Nu)
雷诺数 log(Re)
ΔT 35.9 ℃
A 23.504 A
V 0.227 V
ΔP 38.9 Pa
T 23.3 ℃
单管对流传热实验台
圆管表面与空气的温差
圆管表面与空气的温差(℃)
开始测量
计算
保存
退出


流统圆管对流传热教学实验台———东南大学热工实验中心研制
件参数
圆管直径(mm) 6.0
圆管长度(mm) 100.0
大气压力(Pa) 101325
相对湿度(RH%) 50
学号
12345
23456
23456
加入学号
确认学号
样参数
采样间隔（秒） 5
计算结果
Ta(℃) 23.6
Ts(℃) 48.8
Tm(℃) 36.2
u(m/s) 11.5
λm (W/(m.k)) 2.652E-02
ρm (kg/m3) 1.128
cpm (J/(kg·K)) 1.023E+03
νm (m2/s) 16.636E-06
Φ (W) 5.17
h (W/(m2.K)) 108.78
Rem 4138.70
Num 24.61
ΔT 25.2 ℃
A 23.232 A
V 0.222 V
ΔP 92.1 Pa
T 23.6 ℃
单管对流传热实验台
努塞尔数与雷诺数
努塞尔数 log (Nu)
雷诺数 log(Re)
圆管表面与空气的温差
圆管表面与空气的温差(℃)
计算
保存
退出

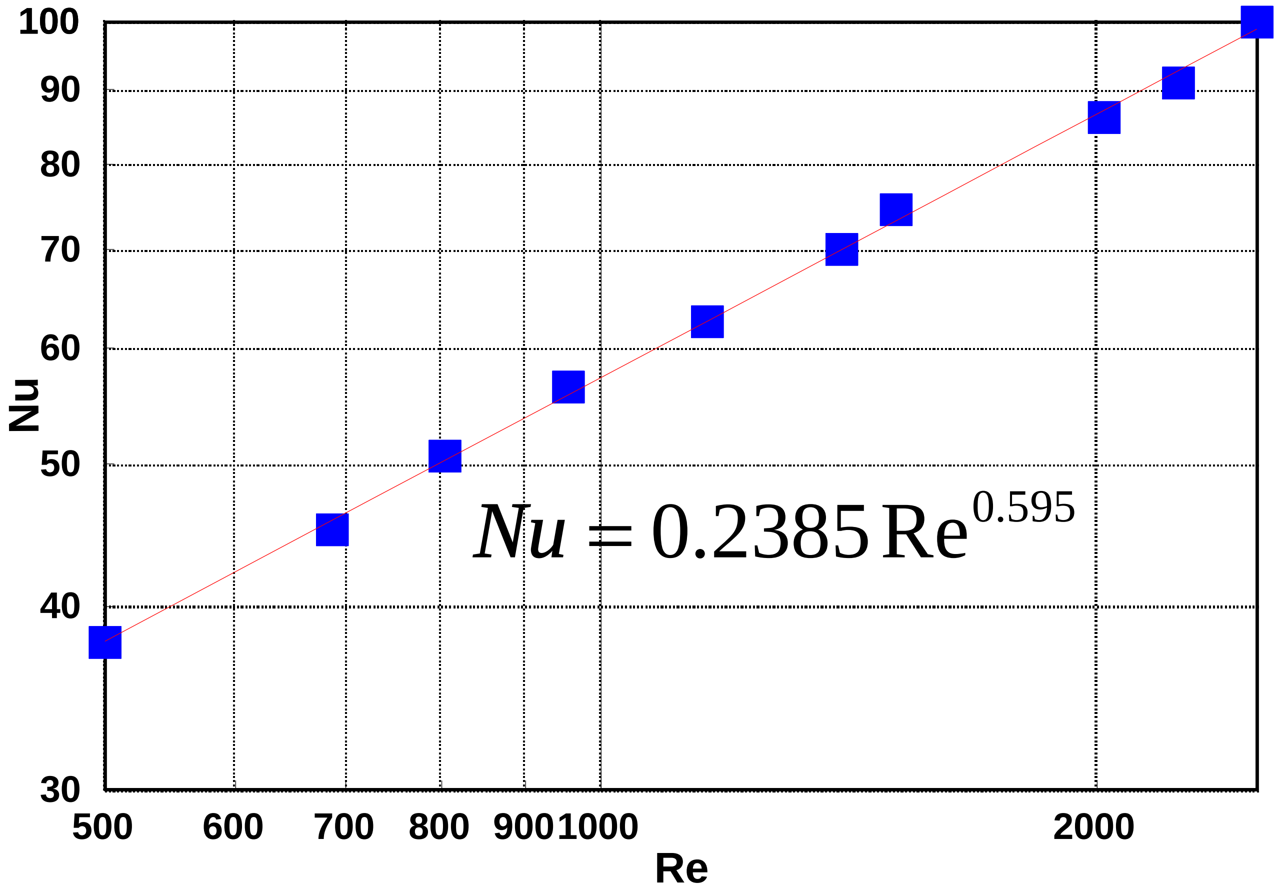

流线圆管对流传热教学实验台————东南大学热工实验中心研制
件参数
圆管直径(mm) 6.0
圆管长度(mm) 100.0
大气压力(Pa) 101325
相对湿度(RH%) 50
样参数
采样间隔（秒） 5
学号
12345
23456
23456
加入学号
确认学号
计算结果
Ta(℃) 23.6
Ts(℃) 41.5
Tm(℃) 32.6
u(m/s) 15.6
λm (W/(m.k)) 2.629E-02
ρm (kg/m3) 1.144
cpm (J/(kg·K)) 1.020E+03
νm (m2/s) 16.287E-06
Φ (W) 4.91
h (W/(m2.K)) 145.79
Rem 5741.23
Num 33.27
ΔT 17.9 ℃
A 22.749 A
V 0.216 V
ΔP 169.9 Pa
T 23.6 ℃
单管对流传热实验台
努塞尔数与雷诺数
努塞尔数 log (Nu)
雷诺数 log(Re)
圆管表面与空气的温差
圆管表面与空气的温差(℃)
开始测量
计算
保存
退出


流线圆管对流传热教学实验台——东南大学热工实验中心研制
件参数
圆管直径(mm) 6.0
圆管长度(mm) 100.0
大气压力(Pa) 101325
相对湿度(RH%) 50
样参数
采样间隔（秒） 5
学号
12345
23456
23456
加入学号
确认学号
计算结果
Ta(℃) 23.6
Ts(℃) 41.8
Tm(℃) 32.7
u(m/s) 15.6
λm (W/(m.k)) 2.630E-02
ρm (kg/m3) 1.143
cpm (J/(kg·K)) 1.020E+03
νm (m2/s) 16.300E-06
Φ (W) 4.95
h (W/(m2.K)) 144.34
Rem 5724.65
Num 32.93
ΔT 18.2 ℃
A 22.842 A
V 0.217 V
ΔP 169.3 Pa
T 23.6 ℃
单管对流传热实验台
努塞尔数与雷诺数
努塞尔数 log (Nu)
雷诺数 log(Re)
圆管表面与空气的温差
圆管表面与空气的温差(℃)
开始测量
计算
保存
退出


流线圆管对流传热教学实验台———东南大学热工实验中心研制
件参数
圆管直径(mm) 6.0
圆管长度(mm) 100.0
大气压力(Pa) 101325
相对湿度(RH%) 50
学号
12345
23456
23456
加入学号
确认学号
样参数
采样间隔（秒） 5
计算结果
Ta(℃) 23.3
Ts(℃) 70.3
Tm(℃) 46.8
u(m/s) 5.0
λm (W/(m.k)) 2.711E-02
ρm (kg/m3) 1.081
cpm (J/(kg·K)) 1.037E+03
νm (m2/s) 17.654E-06
Φ (W) 5.22
h (W/(m2.K)) 58.92
Rem 1704.83
Num 13.04
ΔT 47.0 ℃
A 23.102 A
V 0.226 V
ΔP 8.2 Pa
T 23.3 ℃
单管对流传热实验台
努塞尔数与雷诺数
努塞尔数 log (Nu)
雷诺数 log(Re)
圆管表面与空气的温差
圆管表面与空气的温差(℃)
开始测量
计算
保存
退出

实验结果的整理

No.	Re	Nu
1	500	37.8
2	687	45.1
3	804	50.6
4	955	56.4
5	1160	62.5
6	1400	70.0
7	1510	74.5
8	2020	86.1
9	2240	90.9
10	2500	100



$$Nu = C\,\mathrm{Re}^{m}, \quad \ln Nu = \ln C + m \ln \mathrm{Re}$$

不同的实验结果整理方法