

第4章正弦交流电路 II

电气工程学院 刘宇

Email: yuliu@seu.edu.cn





提纲

- 4.1 正弦电压与电流
- 4.2 正弦量的相量表示法
- 4.3 单一参数的交流电路
- 4.4 电阻、电感与电容元件串联的交流电路
- 4.5 阻抗的串联与并联
- 4.6 复杂正弦交流电路的分析与计算
- 4.7 交流电路的频率特性
- 4.8 功率因数的提高
- 4.9 非正弦周期电压和电流



4.3 单一参数的交流电路

4.3.1 电阻元件的交流电路

根据欧姆定律: u = iR

设 $u = U_{m} \sin \omega t$

$$i = \frac{u}{R} = \frac{U_{\text{m}} \sin \omega t}{R} = \frac{\sqrt{2}U}{R} \sin \omega t$$

 $= I_{\rm m} \sin \omega \ t = \sqrt{2} \, I \sin \omega \ t$

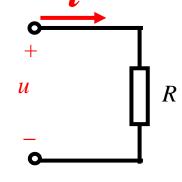
(1) 频率相同

(2)大小关系:
$$I = \frac{c}{R}$$

(3)相位关系: u、i相位相同

相位差
$$\varphi: \varphi = \psi_u - \psi_i = 0$$

東南大學電氣工程學院





相量式:

$$\dot{I} = I \angle 0^{\circ}$$

$$U = U \angle 0^{\circ} = IR$$



2. 功率关系

(1) 瞬时功率 p: 瞬时电压与瞬时电流的乘积

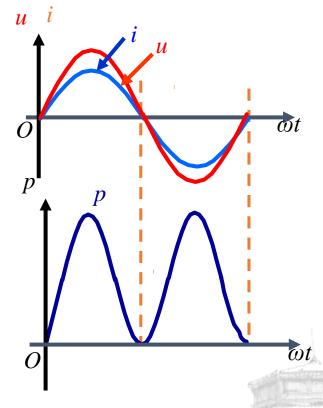
$$i = \sqrt{2} I \sin \omega t$$
$$u = \sqrt{2} U \sin \omega t$$

小写

$$\dot{p} = u \cdot i$$

$$= U_{\rm m} I_{\rm m} \sin^2 \omega t$$

$$= \frac{1}{2} U_{\rm m} I_{\rm m} (1 - \cos 2\omega t)$$



结论: $p \ge 0$ (耗能元件),且随时间变化。



·(2) 平均功率(有功功率)P

瞬时功率在一个周期内的平均值

$$P = \frac{1}{T} \int_{0}^{T} p \, dt = \frac{1}{T} \int_{0}^{T} u \cdot i \, dt$$

$$= \frac{1}{T} \int_{0}^{T} \frac{1}{2} U_{m} I_{m} (1 - \cos 2\omega t) \, dt$$

$$= \frac{1}{T} \int_{0}^{T} U I (1 - \cos 2\omega t) \, dt = U I$$

$$\begin{array}{c|c}
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & \\
 & & & \\
 & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & & \\
 & & \\$$

$$P = U \times I = I^2 R = \frac{U^2}{R}$$
 单位:瓦(W)

注意:通常铭牌数据或测量的功率均指有功功率。



4.3.2 电感元件的交流电路

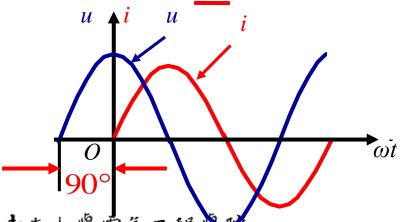
基本关系式:
$$u = -e_L = L \frac{di}{dt}$$

设:
$$i = \sqrt{2} I \sin \omega t$$

$$u = L \frac{\mathrm{d}(I_{\mathrm{m}} \sin \omega t)}{1}$$

$$= \sqrt{2} I\omega L \sin(\omega t + 90^{\circ})$$

$$=\sqrt{2}U\sin(\omega t+90^{\circ})$$





$$(2) U = I\omega L$$

(3) 电压超前电流90°

相位差
$$\varphi = \psi_u - \psi_i = 90$$
°



$$\begin{cases} i = \sqrt{2}I \sin \omega t \\ u = \sqrt{2}I \omega L \cdot \sin (\omega t + 90^{\circ}) \end{cases}$$

有效值:
$$U = I \cdot \omega L$$

或
$$I = \frac{U}{\omega L}$$

定义:
$$X_L = \omega L = 2\pi f L$$
 感抗(Ω)

$$U = I X_{L}$$

$$X_L = 2 \pi f L$$

直流: $f = 0, X_L = 0$, 电感L视为短路
交流: $f \uparrow \longrightarrow X_L \uparrow$

电感L具有通直阻交的作用



正弦交流电路

$$X_L = \omega L = 2 \pi f L$$

感抗XL是频率的函数

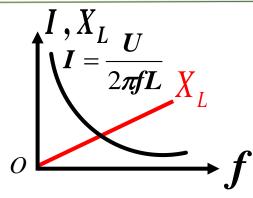
根据:
$$\begin{cases} i = \sqrt{2}I \sin \omega t \\ u = \sqrt{2}I \omega L \cdot \sin (\omega t + 90^{\circ}) \end{cases}$$

可得相量式:
$$\dot{I} = I \angle 0$$
°

$$\dot{U} = U / 90^{\circ} = I\omega L / 90^{\circ}$$

$$\frac{U}{\dot{I}} = \frac{U}{I} / 90^{\circ} = j\omega L$$

$$\dot{U} = j\dot{I} \omega L = \dot{I} \cdot (jX_L)$$





相量图



电感电路满足复数形式的欧姆定律来南大學電氣工程學院

2. 功率关系 $\begin{cases} i = \sqrt{2}I\sin\omega t \\ u = \sqrt{2}I\omega L\cdot\sin(\omega t + 90^{\circ}) \end{cases}$ (1) 瞬时功率

$$p = i \cdot u = U_{\rm m} I_{\rm m} \sin \omega t \sin (\omega t + 90^{\circ})$$

$$= U_{\rm m} I_{\rm m} \sin \omega t \cos \omega t = \frac{U_{\rm m} I_{\rm m}}{2} \sin 2\omega t$$

$$= UI \sin 2\omega t$$

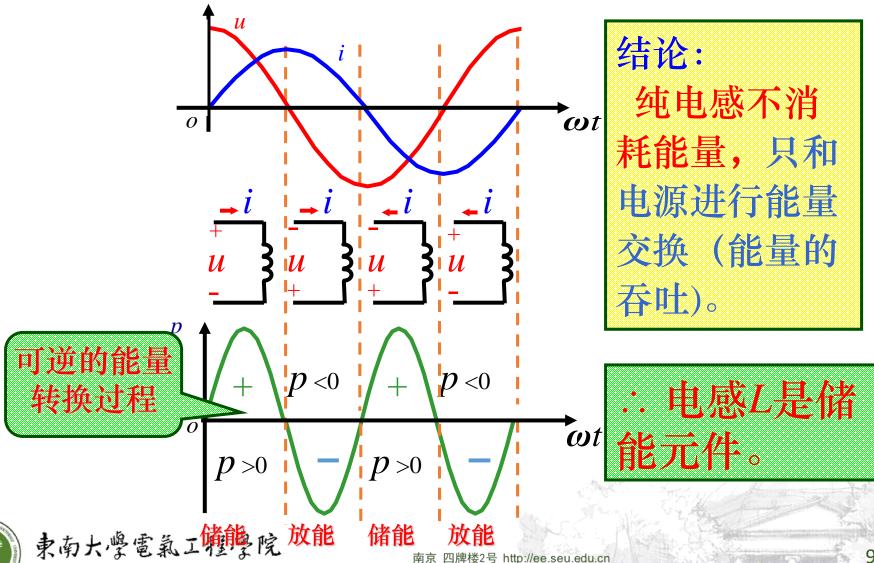
(2) 平均功率

$$P = \frac{1}{T} \int_{0}^{T} p \, dt$$

$$= \frac{1}{T} \int_{0}^{T} UI \sin(2\omega t) \, dt = \underline{0}$$



分析: 瞬时功率 : $p = i \cdot u = UI \sin 2\omega t$



(3) 无功功率 Q

用以衡量电感电路中能量交换的规模。用瞬时功率达到的最大值表征,即

瞬时功率 : $p = i \cdot u = UI \sin 2\omega t$

$$Q = U I = I^2 X_L = \frac{U^2}{X_L}$$

单位: var



例1: 把一个0.1H的电感接到 f=50Hz, U=10V的正弦电源上,求I,如保持U不变,而电源 f=5000Hz, 这时I为多少?

解: (1) 当 f = 50Hz 时

$$X_L = 2\pi f L = 2 \times 3.14 \times 50 \times 0.1\Omega = 31.4\Omega$$

$$I = \frac{U}{X_L} = \frac{10}{31.4} = 318$$
mA 所以电感元件具有通 低频阻高频的特性!

$$X_L = 2\pi f L = 2 \times 3.14 \times 5000 \times 0.1 = 3140\Omega$$

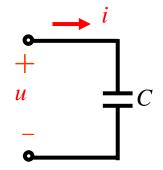
$$I = \frac{U}{X_L} = \frac{10}{3140} = 3.18 \text{mA}$$



4.3.3 电容元件的交流电路

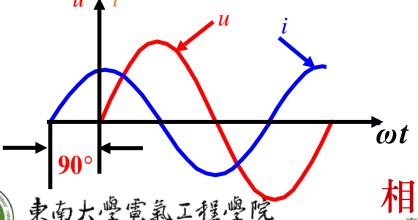
基本关系式: $i = C \frac{du}{dt}$

设: $u = \sqrt{2} U \sin \omega t$



 $\iint : i = C \frac{du}{dt} = \sqrt{2} UC \omega \cos \omega t$ $= \sqrt{2} U \omega C \sin(\omega t + 90^\circ)$

电流与电压 的变化率成 正比。



- (1)频率相同
- (2) $I = U\omega C$
- (3)电流超前电压90°

相位差 $\varphi = \psi_u - \psi_i = -90^\circ$

南京 四牌楼2号 http://ee.seu.edu.cn

12

$$\begin{cases} u = \sqrt{2}U\sin\omega t \\ i = \sqrt{2}U\omega C \cdot \sin(\omega t + 90^{\circ}) \end{cases}$$

• 有效值
$$I = U \cdot \omega C$$
 或 $U = \frac{1}{\omega C} I$ 定义:
$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C}$$
 容抗 (Ω)

则:
$$U = IX_C$$

$$X_{C} = \frac{1}{2\pi f C} \begin{cases} \hat{\underline{\mathbf{n}}} : X_{C} \to \infty, & \mathbf{e} \otimes C \rangle \mathcal{X}_{C} \end{pmatrix}$$
 宣流: $X_{C} \to \infty$ **电容**C 视为开路 **交流**: $f \uparrow \longrightarrow X_{C} \downarrow$

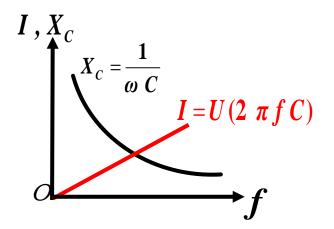




$$X_C = \frac{1}{2\pi fC}$$

容抗Xc是频率的函数

$$\exists \begin{cases} u = \sqrt{2}U\sin\omega t \\ i = \sqrt{2}U\omega C \cdot \sin(\omega t + 90^{\circ}) \end{cases}$$



可得相量式 $\dot{U} = U/0^{\circ}$

$$\dot{I} = I / 90^{\circ} = jU\omega C$$

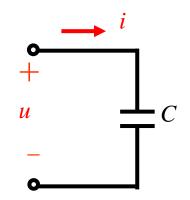
$$\dot{U} = -\mathbf{j}\dot{I}\frac{1}{\omega C} = -\mathbf{j}\dot{I}X_{C}$$





東南大學電氣工程是管电路中复数形式的欧姆定律

2.功率关系



(1) 瞬时功率

$$p = i \cdot u = U_{\rm m} I_{\rm m} \sin \omega t \sin (\omega t + 90^{\circ})$$

$$= \frac{U_{\rm m} I_{\rm m}}{2} \sin 2\omega t = UI \sin 2\omega t$$

(2) 平均功率 P

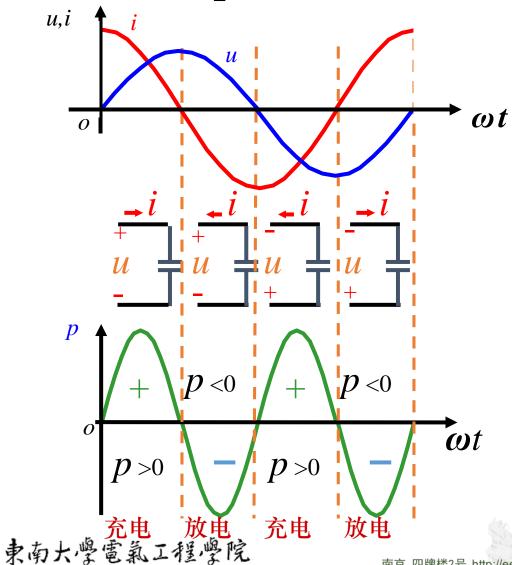
$$P = rac{1}{T} \int_0^T p \, \mathrm{d}t$$

$$= rac{1}{T} \int_0^T UI \sin(2\omega t) \, \mathrm{d}t = 0$$

C是非耗 能元件



瞬时功率 $p = i \cdot u = UI \sin 2\omega t$



结论:

纯电容不消 耗能量, 只和 电源进行能量 交换(能量的 吞吐)。

所以电容C是储 能元件。

(3) 无功功率 Q

为了同电感电路的无功功率相比较,这里也设

$$i = \sqrt{2}I\sin\omega t$$

则: $u = \sqrt{2}U\sin(\omega t - 90^{\circ})$

所以 $p = -UI \sin 2\omega t$

同理,无功功率等于瞬时功率达到的最大值。

$$Q = -UI = -I^2 X_C = -\frac{U^2}{X_C}$$

单位: var



单一参数正弦交流电路的分析计算小结

电路	电路图	基本	基本	电压、电流关系				功	率
参数	(参考方向)	关系	阻抗	瞬时值	有效值	相量图	相量式	有功功率	无功功率
R	+ u -	u = iR	R	设 $i = \sqrt{2} I \sin \omega t$ 则 $u = \sqrt{2} U \sin \omega t$	U = IR	$i \rightarrow U$ u , $i \in \mathbb{R}$	$\dot{m{U}}=\dot{m{I}}m{R}$	UI I^2R	0
L	+ u	$u = L \frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$	$\mathbf{j}X_L$	设 $i = \sqrt{2} I \sin \omega t$ 则 $u = \sqrt{2} I \omega L$ $\sin(\omega t + 90^{\circ})$	$U = IX_{L}$ $X_{L} = \omega L$	<i>Ů I u</i> 领先 <i>i</i> 90°	$\dot{U} = \mathbf{j}\dot{I}X_L$	0	UI I^2X_L
C				设 $i = \sqrt{2} I \sin \omega t$ 则 $u = \sqrt{2} I \omega C$ $\sin(\omega t - 90^{\circ})$	$U = IX_{C}$ $X_{C} = 1/\omega c$	<i>i</i> <i>i</i> <i>i</i> <i>i</i> <i>i</i> <i>i</i> <i>i</i>	$\dot{U} = -\mathbf{j}\dot{I}X_{C}$	0	$-UI$ $-I^2X_C$
C		$i = C \frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}$		$u = \sqrt{2}I\omega C$ $\sin(\omega t - 90^{\circ})$	$U = IX_{C}$ $X_{C} = 1/\omega c$	u落后 i 90°	and the second	0	

東南大學電氣工程學院

南京 四牌楼2号 http://ee.seu.edu.cn

【练习】

指出下列各式中哪些是对的,哪些是错的?

在电阻电路中:

在电容电路中:

$$I
eq \frac{U}{R}$$
 $i
eq \frac{U}{R}$

$$i \neq \frac{u}{R}$$

$$\dot{I} \neq \frac{U}{R}$$

$$i \not X \frac{u}{X_L}$$
 $\frac{U}{I} \not X j \omega L$

$$I \neq \frac{U}{\omega L} \quad \frac{\dot{U}}{\dot{I}} \neq \mathbf{j} X_L$$

$$\frac{\dot{U}}{\dot{I}} \not \succeq X_L \, u \not = L \frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$$

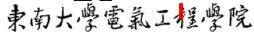
$$i \not\succeq \frac{u}{\omega L}$$

$$U \not\succeq I \cdot \omega C$$

$$u \not \succeq i \cdot X_C$$

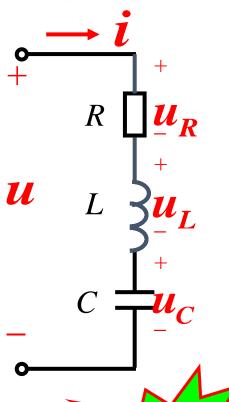
$$\dot{I} \neq \dot{U} \cdot j\omega C$$

$$\frac{\dot{U}}{\dot{I}} \neq \frac{1}{j\omega C}$$



4.4 R、L、C串联的交流电路

1. 电流、电压的关系



直流电路两电阻串联时

$$\boldsymbol{U} = \boldsymbol{IR}_1 + \boldsymbol{IR}_2$$

RLC串联交流电路中

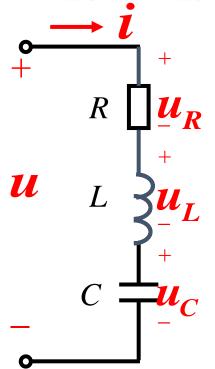
设:
$$i = \sqrt{2}I$$
 sin ωt

$$?U = IR + I\omega L + I/\omega C$$

交流电路、 \dot{U} \dot{I} 与参数R、L、C、 ω 间的关系如何?



1. 电流、电压的关系



(1) 瞬时值表达式

根据KVL可得:

$$u = u_R + u_L + u_C$$
$$= iR + L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + \frac{1}{C}\int i\mathrm{d}t$$

设: $i = \sqrt{2}I\sin\omega t$

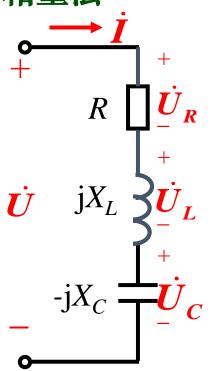
$$+\sqrt{2}I(\omega L)\sin(\omega t + 90^{\circ})$$

$$+\sqrt{2}I(\frac{1}{\omega C})\sin(\omega t - 90^{\circ})$$

为同频率 正弦量



(2)相量法



1)相量式

$$\dot{U}=\dot{U}_R+\dot{U}_L+\dot{U}_C$$
设 $\dot{I}=I\angle 0^\circ$ (参考相量)
则 $\dot{U}_R=\dot{I}R$
 $\dot{U}_L=\dot{I}(\mathbf{j}X_L)$
 $\dot{U}_C=\dot{I}(-\mathbf{j}X_C)$

$$\dot{U} = \dot{I}R + \dot{I}(jX_L) + \dot{I}(-jX_C)$$
$$= \dot{I}[R + j(X_L - X_C)]$$

总电压与总电流 的相量关系式



根据
$$\dot{U} = \dot{I}[R + j(X_L - X_C)]$$

$$Z = R + j(X_L - X_C)$$

阻抗

则

$$\dot{U}=\dot{I}Z_{\circ}$$

复数形式的 欧姆定律

$$Z = \frac{\dot{U}}{\dot{I}} = \frac{U/\psi_u}{I/\psi_i} = |Z|/\varphi = \frac{U}{I}/\psi_u - \psi_i$$

Z的模表示u、i的大小关系,辐角(阻抗角) 为u、i的相位差。



是一个复数,不是相量,上面不能加点。



$$Z = |Z| \angle \varphi = R + \mathbf{j}(X_L - X_C)$$

图抗模:
$$|Z| = \frac{U}{I} = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$
阻抗角: $\varphi = \psi_u - \psi_i = \arctan \frac{X_L - X_C}{R} = \arctan \frac{\omega L - 1/\omega C}{R}$

 $\star \varphi$ 由电路参数决定。

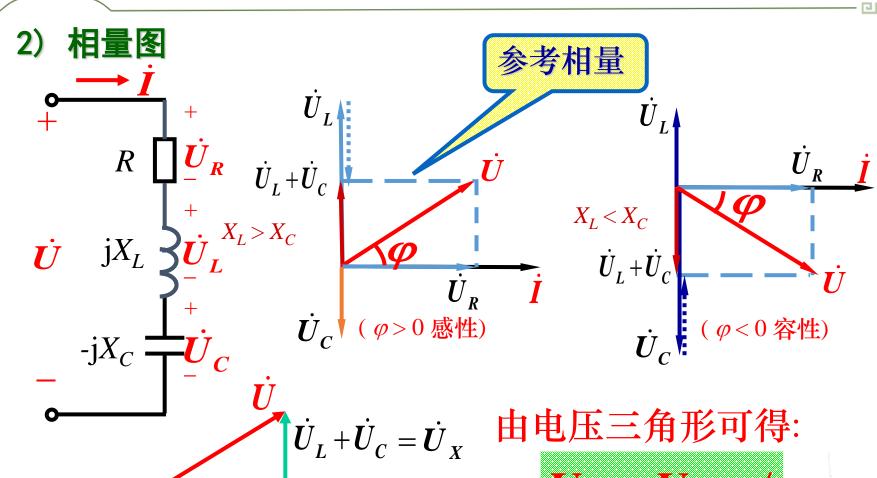
电路参数与电路性质的关系:

当 $X_L > X_C$ 时, $\varphi > 0$, u 超前 i — 呈感性

 $| \exists X_L < X_C$ 时, $\varphi < 0$, u 滞后 i — 呈容性

当 $X_L = X_C$ 时, $\varphi = 0$,u. i 同相——呈电阻性





电压

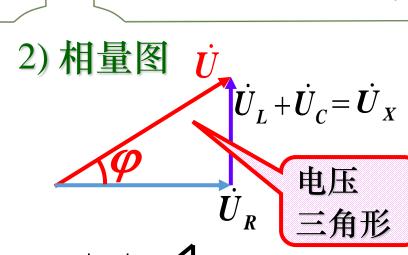
$$U_{_R} = U \cos \phi$$

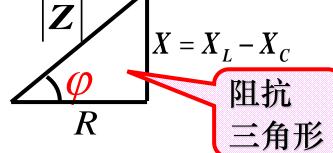
$$U_x = U \sin \phi$$



東南大學電氣工程學院

南京 四牌楼2号 http://ee.seu.edu.cn





由阻抗三角形:

$$egin{aligned} R &= |Z| \cos \varphi \ X &= |Z| \sin \varphi \end{aligned}$$

東南大學電氣工程學院

由相量图可求得:

$$U = \sqrt{U_R^2 + (U_L - U_C)^2}$$

$$= I\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

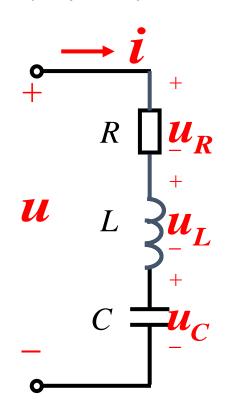
$$= I\sqrt{R^2 + X^2}$$

$$= I|Z|$$

$$|Z| = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

$$\varphi = \arctan \frac{X_L - X_C}{R}$$

2.功率关系



(1) 瞬时功率

设:
$$i = I_{\rm m} \sin \omega t$$

 $u = U_{\rm m} \sin (\omega t + \varphi)$

$$| p = u \cdot i = U_{m} \sin(\omega t + \varphi) \cdot I_{m} \sin \omega t$$

$$= U_{\rm m} I_{\rm m} \cos \varphi \sin^2 \omega t + UI \sin \varphi \sin 2\omega t$$

耗能元件上的瞬时功率

储能元件上 的瞬时功率

在每一瞬间,电源提供的功率一部 分被耗能元件消耗掉,一部分与储能 元件进行能量交换。

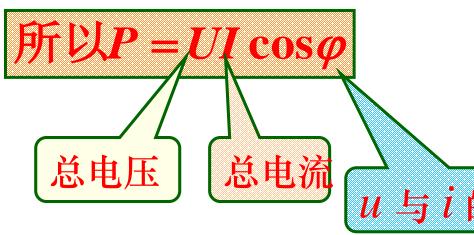


(2) 平均功率P (有功功率)

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p \, \mathrm{d}t$$

$$= \frac{1}{T} \int_0^T [UI \cos \varphi - UI \cos (2\omega t + \varphi)] dt$$

 $=UI\cos\varphi$ 单位: W



cosφ称为功率 因数,用来衡 量对电源的利 用程度。

u 与 i 的夹角



根据电压三角形可得:

$$P = UI\cos\varphi = U_RI = I^2R$$

电阻消耗 的电能

(3) 无功功率Q

$$Q = U_L I - U_C I = (U_L - U_C)I = I^2(X_L - X_C)$$

根据电压三角形可得:

$$Q = UI \sin \varphi$$

单位: var

总电压

总电流

u 与 i 的夹角

电感和电容与电源 之间的能量互换



東南大學電氣工程學院

南京 四牌楼2号 http://ee.seu.edu.cn

(4) 视在功率 S

电路中总电压与总电流有效值的乘积。

$$S = UI = |Z|I^2$$
 单位: VA

注: $S_N = U_N I_N$ 称为发电机、变压器 等供电设备的容量,可用来衡量发电机、变压器可能提供的最大有功功率。

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} \qquad S \not \not R + Q$$

♣ P、Q、S都不是正弦量,不能用相量表示。



阻抗三角形、电压三角形、功率三角形

将电压三角形的有效值同除。得到阻抗三角形将电压三角形的有效值同乘。得到功率三角形 *S*

$$U = \sqrt{U_R^2 + (U_L - U_C)^2}$$

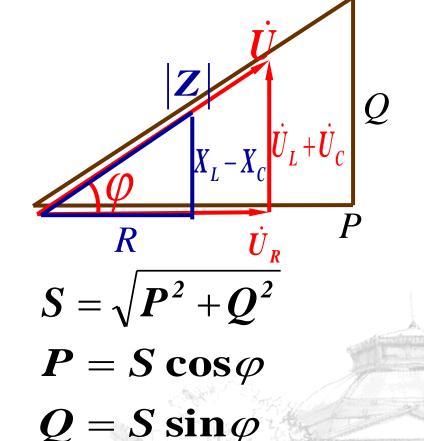
$$U_R = U \cos \varphi$$

$$U_X = U \sin \varphi$$

$$|Z| = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

$$R = |Z| \cos \varphi$$

$$X = |\mathbf{Z}| \sin \varphi$$



例1: 在RLC串联交流电路中,

已知:
$$R = 30\Omega, L = 127\text{mH}, C = 40\mu \text{ F}$$

 $u = 220\sqrt{2}\sin(314t + 20^{\circ})\text{V}$

求:(1)电流的有效值I与瞬时值i;(2)各部分电压的有效值与瞬时值;(3)作相量图;(4)有功功率P、无功功率Q和视在功率S。

解:
$$X_L = \omega L = 314 \times 127 \times 10^{-3} \Omega = 40 \Omega$$

 $X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{314 \times 40 \times 10^{-6}} \Omega = 80 \Omega$

$$|Z| = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{30^2 + (40 - 80)^2}\Omega = 50\Omega$$



方法1:(1)
$$I = \frac{U}{|Z|} = \frac{220}{50} A = 4.4A$$

$$\varphi = \arctan \frac{X_L - X_C}{R} = \arctan \frac{40 - 80}{30} = -53^{\circ}$$

因为
$$\varphi = \psi_u - \psi_i = -53^\circ$$
, 所以 $\psi_i = 73^\circ$

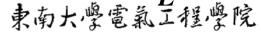
$$i = 4.4\sqrt{2}\sin (314t + 73^{\circ})A$$

(2)
$$U_R = IR = 4.4 \times 30V = 132V$$

$$u_R = 132\sqrt{2}\sin(314t + 73^\circ)V$$

$$U_I = IX_I = 4.4 \times 40 \text{ V} = 176 \text{ V}$$

$$u_L=176\sqrt{2}\sin{(314t+163^\circ)} ext{V}$$
東南大學電氣工程學院 π 東京 四牌楼2号 http://ee.seu.edu.cn



- 1

方法1:

$$U_C = IX_C = 4.4 \times 80 = 352V$$

 $u_C = 352\sqrt{2} \sin (314t - 17^\circ)V$

通过计算可看出:

$$U \neq U_R + U_L + U_C$$
 \dot{U}_L

而是
$$\dot{\boldsymbol{U}} = \dot{\boldsymbol{U}}_{\boldsymbol{R}} + \dot{\boldsymbol{U}}_{\boldsymbol{L}} + \dot{\boldsymbol{U}}_{\boldsymbol{C}}$$

(3)相量图

(4)
$$P = UI \cos \varphi = 220 \times 4.4 \times \cos(-53^{\circ})W$$

= 580.8W

或
$$P = U_R I = I^2 R = 580.8 W$$



(4) $Q = UI \sin \varphi = 220 \times 4.4 \times \sin(-53^\circ)$ var = -774.4 var (电容性)

方法2: 复数运算

解: $\dot{U} = 220/20^{\circ}V$

$$Z = R + j(X_L - X_C) = (30 - j40) \Omega = 50 / -53^{\circ} \Omega$$

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{Z} = \frac{220/20^{\circ}}{50/53^{\circ}} A = 4.4/73^{\circ} A$$

$$\dot{U}_R = \dot{I}R = 4.4/73^{\circ} \times 30V = 132/73^{\circ}V$$

$$\dot{U}_L = j\dot{I}X_L = j4.4 \times 40/73^{\circ}V = 176/163^{\circ}V$$

$$\dot{U}_C = -j\dot{I}X_C = -j4.4 \times 80 / 73^{\circ}V = 352 / -17^{\circ}V$$

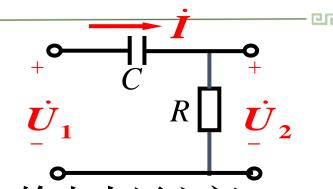


正弦交流电路

例2: 在RC串联交流电路中,

已知: $R = 2k\Omega$, $C = 0.1\mu$ F

输入电压 $U_1 = 1$ V, f = 500Hz



(1)求输出电压 U_2 ,并讨论输入和输出电压之间 的大小和相位关系 (2) 当将电容C改为 20μ F时, 求(1)中各项; (3)当将频率改为4000Hz时,再求 (1)中各项。

解: 方法1:

(1)
$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2 \times 3.14 \times 500 \times 0.1 \times 10^{-6}} \text{k}\Omega = 3.2 \text{k}\Omega$$

$$|Z| = \sqrt{R^2 + X_C^2} = \sqrt{2^2 + 3.2^2} k\Omega = 3.77 k\Omega$$
,
東南大學電氣工程學院



南京 四牌楼2号 http://ee.seu.edu.cn

$$I = \frac{U_1}{|Z|} = \frac{1}{3.77} \text{mA} = 0.27 \text{mA}$$

$$U_2 = IR = 0.27 \times 2V = 0.54V$$

$$\varphi = \arctan \frac{-X_C}{R} = \arctan \frac{-3.2}{2} = -58^{\circ}$$

大小和相位关系 $\frac{U_2}{L} = 54\%$ \dot{U}_2 比 \dot{U}_1 超前 58°

方法2: 复数运算

解: 设 $U_1 = 1/0^{\circ}V$

$$\dot{U}_2 = \frac{R}{Z}\dot{U}_1 = \frac{2}{2 - j3.2} \times 1/0^{\circ}V = \frac{2}{3.77 \cancel{/}-58^{\circ}}V = 0.54 \cancel{/}58^{\circ}V$$
東南大學電氣工程學院

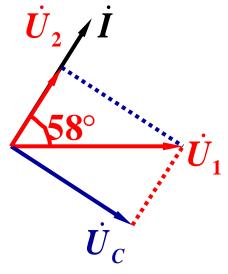


方法3: 相量图

解: 设 $\dot{U}_1 = 1/0$ °V

$$\varphi = \arctan \frac{-X_C}{R} = \arctan \frac{-3.2}{2} = -58^{\circ}$$

$$U_2 = U_1 \cos \varphi = 1 \times \cos 58^{\circ} \text{V} = 0.54 \text{V}$$



 $U_2 \approx U_1$

(2)
$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2 \times 3.14 \times 500 \times 20 \times 10^{-6}} \Omega = 16 \Omega << R$$

$$|Z| = \sqrt{R^2 + X_C^2} \approx 2 \,\mathrm{k}\Omega,$$

$$\varphi = \arctan \frac{-X_C}{R} \approx 0^{\circ}$$

$$U_2 = U_1 \cos \varphi \approx U_1 = 1 \text{V}$$



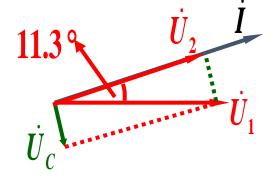
(3)
$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2 \times 3.14 \times 4000 \times 0.1 \times 10^{-6}} \Omega = 400 \Omega$$

$$|Z| = \sqrt{R^2 + X_C^2} = 2.04 \text{k}\Omega, \ \varphi = \arctan \frac{-X_C}{R} = -11.3^{\circ}$$

$$U_2 = U_1 \cos \varphi = 0.98 \text{V}$$

大小和相位关系

$$\frac{U_2}{U_1} = 98\%$$
 \dot{U}_2 比 \dot{U}_1 超前11.3°



从本例中可了解两个实际问题:

- (1) 串联电容C可起到隔直通交的作用(只要选择合适 的C,使 $X_C << R$)
- (2) RC串联电路也是一种移相电路, 改变C、R或f都

可达到移相的目的。 東南大學電氣工程學院

正误判断

在RLC 串联电路中,设 $\dot{I} = I/0$ °

$$\begin{array}{c|c}
I \neq \frac{U}{|Z|} \\
\dot{I} \neq \frac{\dot{U}}{|Z|} \\
\downarrow \dot{Z} \\
I \neq \frac{U}{|Z|} \\
\downarrow \dot{Z} \\
\downarrow$$

$$I \not\searrow \frac{U}{R + X_L + X_C}$$

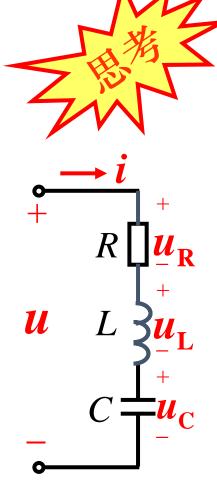
$$U \not\searrow U_R + U_L + U_C$$

$$u \not\searrow u_R + u_L + u_C$$

$$Z \not\searrow R + X_L + X_C$$

$$Z \not\searrow R + \mathbf{j}(X_L + X_C)$$





- 1.假设R、L、C已定,电路性质能否确定?阻性?感性?容性?
- 2.RLC串联电路的 $\cos \varphi$ 是否一定小于1?
- 3.RLC串联电路中是否会出现 $U_R > U_S$ $U_L > U, U_C > U$ 的情况?
- 4.在RLC串联电路中, 当L>C时, u超前i, 当L<C时, u滞后i, 这样分析对吗?



练习题:

1.一只L=20mH的电感线圈,通以 $i = 5\sqrt{2}\sin(314t - 30^{\circ})$ A的电流 求(1)感抗 X_L ;(2)线圈两端的电压u; (3)有功功率和无功功率。



第四章-Part 2 结束



