



## 第3章 电路的暂态分析



- 电路暂态分析

## 3.1 电阻元件、电感元件与电容元件

## 3.2 储能元件和换路定则

## 3.3 RC电路的响应

## 3.4 一阶线性电路暂态分析的三要素法

## 3.5 微分电路和积分电路

## 3.6 RL电路的响应



- 本章要求:

1. 理解电路的暂态和稳态、零输入响应、零状态响应、全响应的概念，以及时间常数的物理意义。
2. 掌握换路定则及初始值的求法。
3. 掌握一阶线性电路分析的三要素法。



## 概念

电路**长期处于**一种固定的激励下进行工作，电路中的电压和电流在一定时间内要么恒定，要么随时间按周期规律变化，电路的这种工作状态称为**稳定状态**，简称**稳态**( Steady State )。

实际上电路从一个稳态转变到另一个稳态常会有一个**暂态过程**，分析此过程中电路的电压或电流随时间变化的情况，称为电路的**暂态**( Transient State )分析。

## 电路暂态分析的内容

- (1) 暂态过程中电压、电流随时间变化的规律。
- (2) 影响暂态过程快慢的电路的时间常数。



## 研究暂态过程的实际意义

### 1. 利用电路暂态过程产生特定波形的电信号

如锯齿波、三角波、尖脉冲等，应用于电子电路。

### 2. 控制、预防可能产生的危害

暂态过程开始的瞬间可能产生过电压、过电流使电气设备或元件损坏。

直流电路、交流电路都存在暂态过程, 我们讲课的重点是直流电路的暂态过程。



## 3.1 电阻元件、电感元件与电容元件

### 3.1.1 电阻元件(Resistance)

#### 一、电阻的物理概念

- 灯泡、电炉等电气设备可用电阻作为电路模型。
- 在电路中，电阻起阻碍电流流动的作用。在电场力作用下，电荷通过电阻时，要**克服阻力**做功。
- 电阻元件是一个**消耗电能**的元件。

#### 电阻的大小

导体的电阻阻值由材料性质及几何尺寸决定，即

$$R = \rho \frac{l}{s}$$

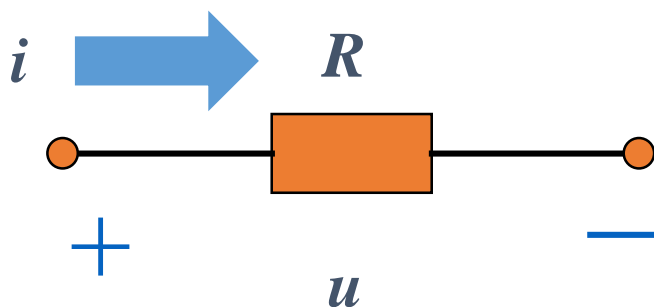
式中， $\rho$ 为材料的电阻率， $l$ 为导体的长度， $s$ 为导体的横截面积。



## 二、电阻元件的伏安关系



### 1、关联参考方向时，非时变线性电阻的伏安关系

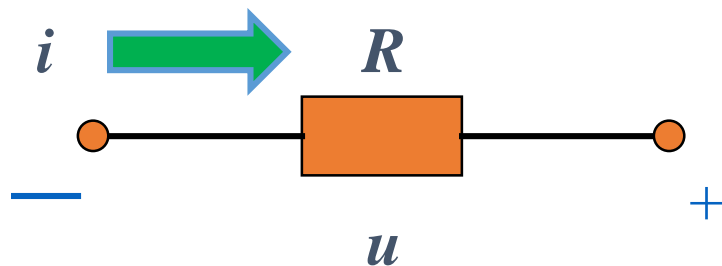


满足欧姆定律 (Ohm's Law), 表现为  $u = Ri$ 。其中,  $R$  为元件电阻值, 是一个与电压和电流无关的常数。





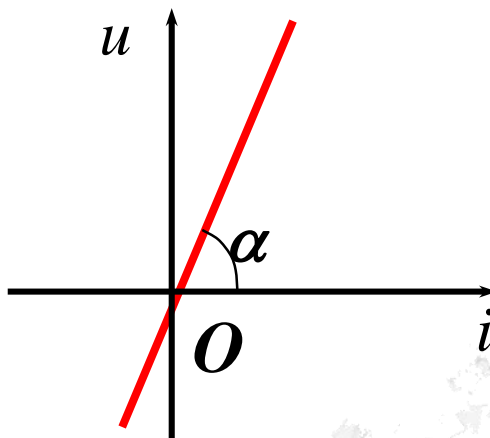
## 2、非关联参考方向，非时变线性电阻的伏安关系



- $u = -Ri$  或  $i = -Gu$ 。
- 公式必须和参考方向**配套**使用。

伏安特性曲线:

过原点的一条直线。



$$R = \operatorname{tg} \alpha$$

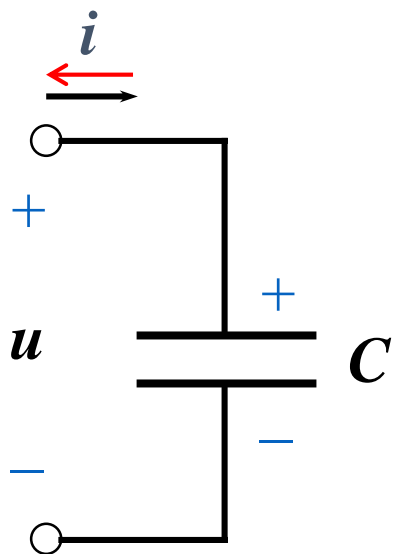




## 二、电容元件的伏安特性

### 1、线性电容

当电荷 $q$ 或者电压 $u$ 发生变化时，在电路中引起电流：



$u$ 、 $i$ 关联方向时，

$$i = \frac{dq}{dt} = C \frac{du}{dt}$$

$u$ 、 $i$ 为非关联方向时，

$$i = -C \frac{du}{dt}$$



## 2、电容的储能

$$P = ui = uC \frac{du}{dt}$$

$$W_C = \int_0^t uidt = \int_0^u Cud u = \frac{1}{2} Cu^2$$

- 电容元件上电压升高时，电场能量增大，电容从电源取用能量（充电）
- 电压降低时，电场能量减小，向电源放还能量（放电）



讨论:

$$i = \frac{dq}{dt} = C \frac{du}{dt}$$

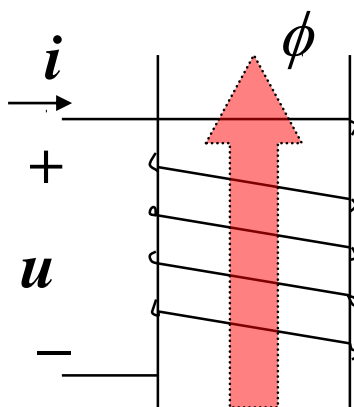
- (1)  $i$  的大小取决  $u$  的变化率，与  $u$  的大小无关。
- (2) 电容元件是一种储能元件，电容元件中的电场能量为  $\frac{1}{2}Cu^2$ 。
- (3) 当  $u$  为常数(直流)时， $du/dt = 0 \rightarrow i = 0$ ；电容在直流电路中相当于开路，电容有隔直作用。
- (4) 表达式与  $u$ 、 $i$  的参考方向有关：  
 $u$ 、 $i$  关联方向时， $i = Cdu/dt$ ；  
 $u$ 、 $i$  为非关联方向时， $i = -Cdu/dt$ 。



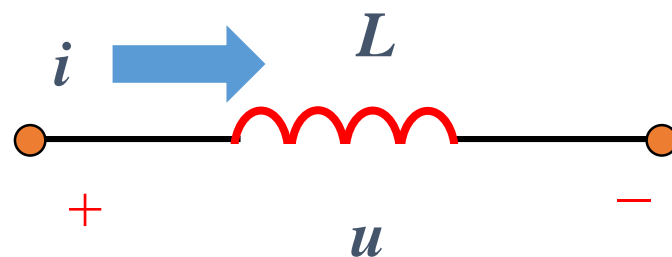
## 3.1.3 电感 (Inductance)

### 一、电感的物理概念

- 电感是能够存储**磁场能量**的器件，一般由线圈构成，有空心、铁心等结构。
- 图示空心线圈当电流  $i$  通过时产生磁场，每匝磁通为  $\phi$ ，线圈匝数为  $N$ ，线圈的磁通链（磁链）为  $\psi$ 。



空心线圈



电路符号

## 1、元件特性

**电感量**定义为通过单位电流时，产生的磁通链

$$L \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\psi}{i}$$

磁通、磁链的单位为：Wb (韦伯)

电感  $L$  的单位：H (亨) (Henry，亨利)；常用单位毫亨、微亨。

电感大小决定于电感的结构，对空心螺管线圈

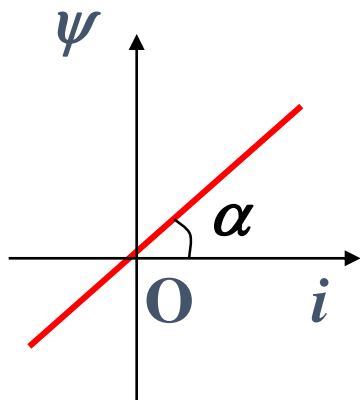
$$L = \frac{\mu_0 N^2 S}{l}$$

其中， $N$  为线圈匝数， $S$  为线圈的横截面积， $l$  为线圈的长度， $\mu_0$  为空气磁导率。



## 2、韦安特性

- 电感线圈磁通链  $\psi$  与通过电流  $I$  之间的关系。
- 线性电感的  $\psi \sim i$  特性是过原点的直线。
- 当线圈周围为磁性材料时（例如有铁心），就为非线性电感。

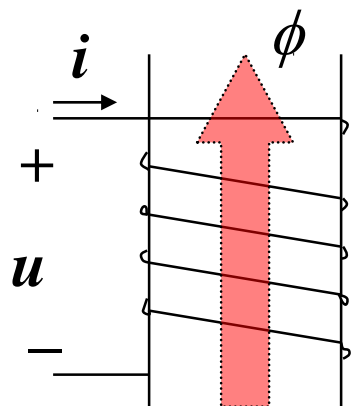


$$L = \psi / I = \operatorname{tg} \alpha$$



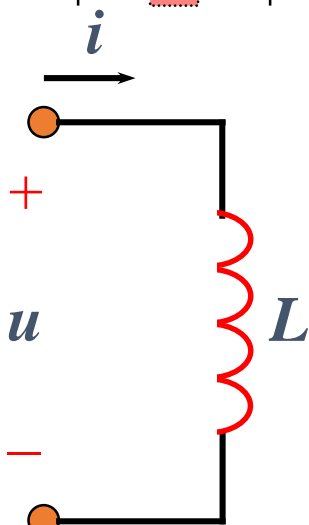
## 二、电感的伏安关系

### 1、线性电感



$i$  参考方向与  $\psi$  呈**右螺旋关系**，则根据电磁感应定律可得：

$$u、i \text{ 关联方向时, } u = \frac{d\psi}{dt} = L \frac{di}{dt}$$



$u、i$  为**非关联方向**时，

$$u = -\frac{d\psi}{dt} = -L \frac{di}{dt}$$





## 2、电感的储能

$$p = ui = i \cdot L \frac{di}{dt}$$

$$W_L = \int_0^t u i dt = \int_0^i L i di = \frac{1}{2} L i^2$$

- 电感元件中电流增大时，磁场能量增大，电能转化为磁能，电感从电源取用能量
- 电流减小时，磁场能量减小，磁能转化为电能，电感元件向电源放还能量



讨论:

$$u = \frac{d\psi}{dt} = L \frac{di}{dt}$$

- (1)  $u$  的大小取决与  $i$  的变化率, 与  $i$  的大小无关;
- (2) 电感元件是一种**储能**元件, 磁场能量为  $\frac{1}{2} Li^2$ ;
- (3) 当  $i$  为常数(直流稳态)时,  $di/dt = 0 \rightarrow u = 0$ 。  
电感在直流电路中相当于短路;
- (4) 表达式前的符号与  $u$ 、 $i$  的参考方向有关。

当  $u$ 、 $i$  为关联方向时,  $u = L di/dt$ ;

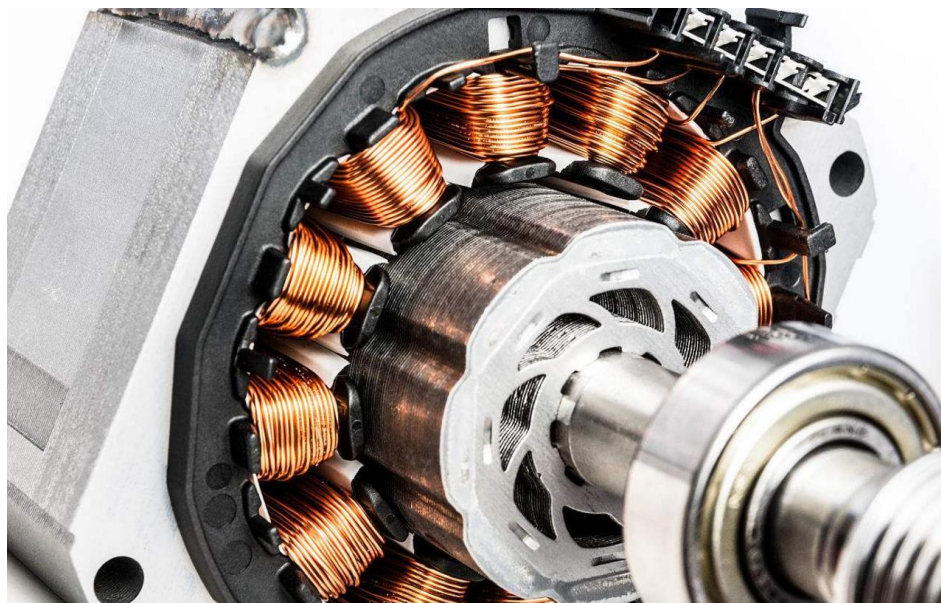
$u$ 、 $i$  为非关联方向时,  $u = -L di/dt$ 。



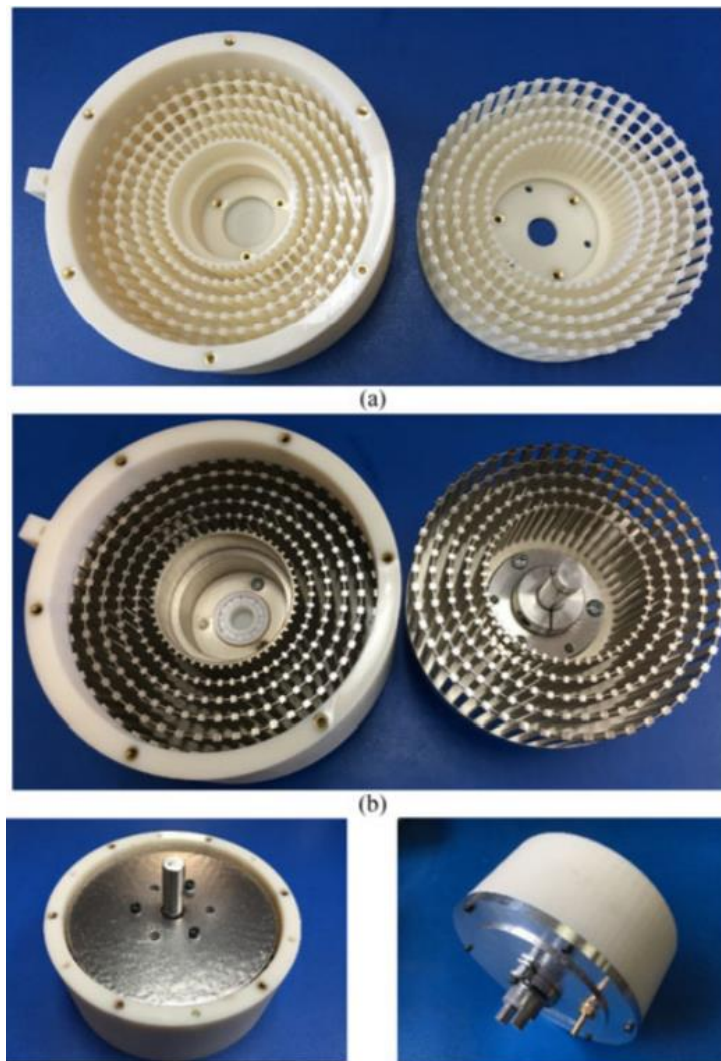
## 三、电容元件与电感元件的比较

	电容 $C$	电感 $L$
变量	电压 $u$ 电荷 $q$	电流 $i$ 磁链 $\psi$
关系式	$q = Cu$ $i = C \frac{du}{dt}$ $W_C = \frac{1}{2} Cu^2$	$\psi = Li$ $u = L \frac{di}{dt}$ $W_L = \frac{1}{2} Li^2$





普通电机

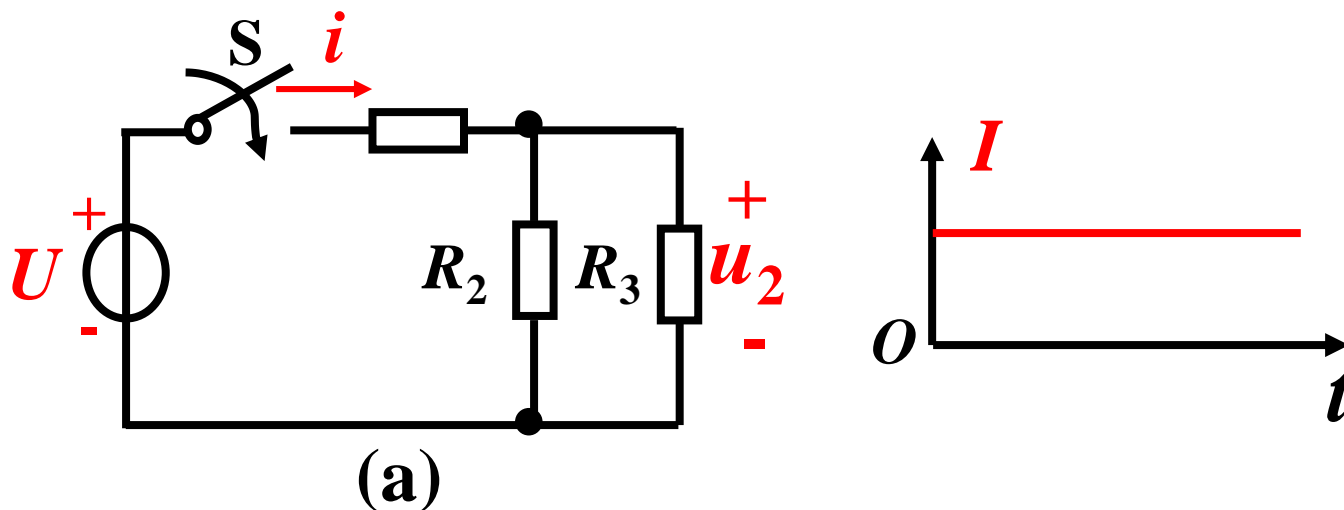


静电场电容电机

## 3.2 储能元件和换路定则

### 3.2.1. 电路中产生暂态过程的原因

例：



图(a)：

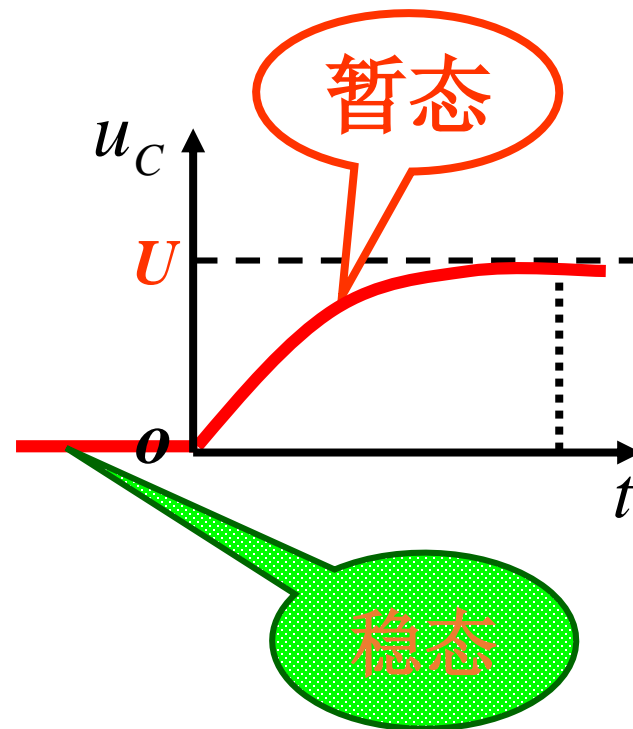
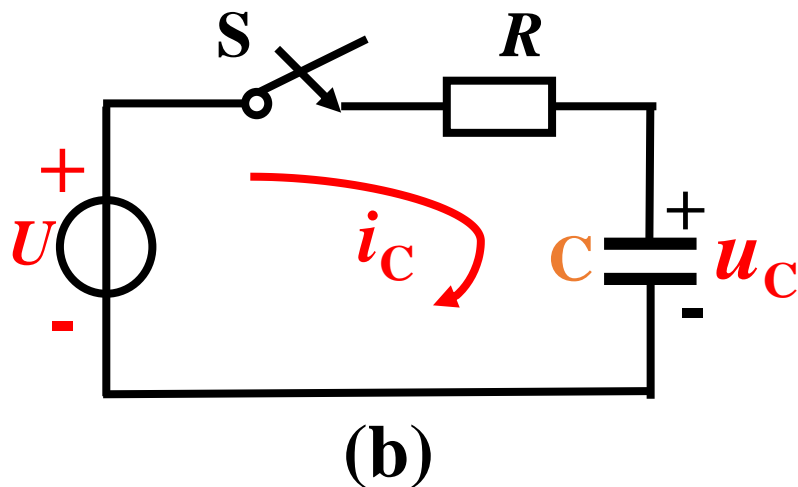
合S前：  $i=0$ ,  $u_{R2}=u_{R3}=0$

合S后： 电流  $i$  随电压  $u$  比例变化。

所以电阻电路不存在暂态过程 ( $R$ 耗能元件)。







图(b)

合S前:  $i_C = 0$  ,  $u_C = 0$

合S后:  $u_C$  由零逐渐增加到  $U$

所以电容（储能元件）电路存在暂态过程

产生暂态过程的必要条件：

- (1) 电路中含有储能元件 (内因)
- (2) 电路发生换路 (外因)

换路：电路状态的改变。如：

电路接通、切断、短路、电压改变或参数变化

产生暂态过程的原因：

由于物体所具有的能量不能跃变而造成

在换路瞬间储能元件的能量也不能跃变

$$\because C \text{ 储能: } W_C = \frac{1}{2} C u_C^2$$

$$\because L \text{ 储能: } W_L = \frac{1}{2} L i_L^2$$

$u_C$  不能突变

$i_L$  不能突变

若  $u_C$  发生突变，  
则  $i_C = \frac{du_C}{dt} \Rightarrow \infty$   
一般电路不可能！





## 3.1.2. 换路定则

设：  $t=0$  — 表示换路瞬间（定为计时起点）

$t=0_-$  — 表示换路前的终了瞬间

$t=0_+$  — 表示换路后的初始瞬间（初始值）

电感电路：  $i_L(0_+) = i_L(0_-)$

电容电路：  $u_C(0_+) = u_C(0_-)$

注：换路定则仅用于换路瞬间来确定暂态过程中  $u_C$ 、 $i_L$  初始值。



## 3. 初始值的确定

初始值：电路中各  $u$ 、 $i$  在  $t=0_+$  时的数值。

**求解要点：**

(1)  $u_C(0_+)$ 、 $i_L(0_+)$  的求法。

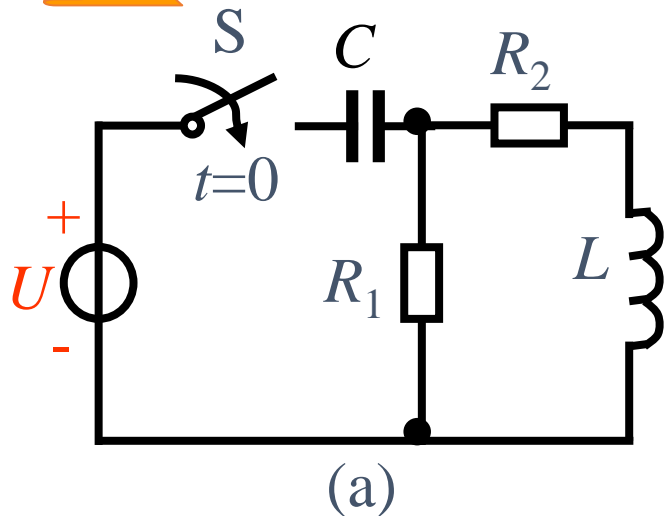
- 1) 先由  $t=0_-$  的电路求出  $u_C(0_-)$ 、 $i_L(0_-)$ ;
- 2) 根据换路定律求出  $u_C(0_+)$ 、 $i_L(0_+)$ 。

(2) 其它电量初始值的求法。

- 1) 由  $t=0_+$  的电路求其它电量的初始值;
- 2) 在  $t=0_+$  时的电压方程中  $u_C = u_C(0_+)$ 、  
 $t=0_+$  时的电流方程中  $i_L = i_L(0_+)$ 。



## 例题3.1 暂态过程初始值的确定



已知：换路前电路处稳态， $C$ 、 $L$  均未储能。

试求：电路中各电压和电流的初始值。

解：(1)由换路前电路求

$$u_C(0_-), i_L(0_-)$$

由已知条件知

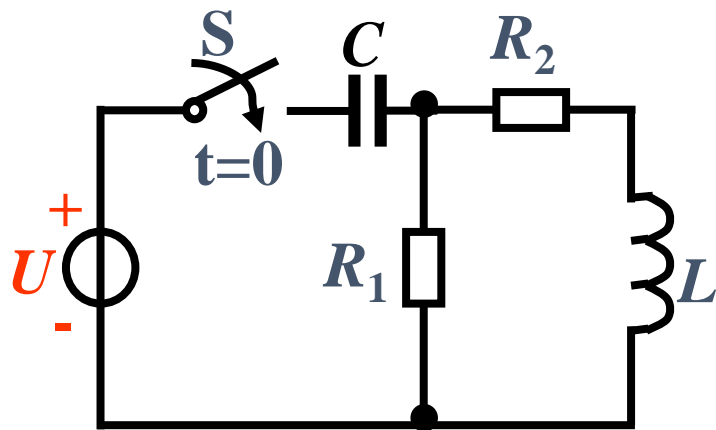
$$u_C(0_-) = 0, i_L(0_-) = 0$$

根据换路定则得：

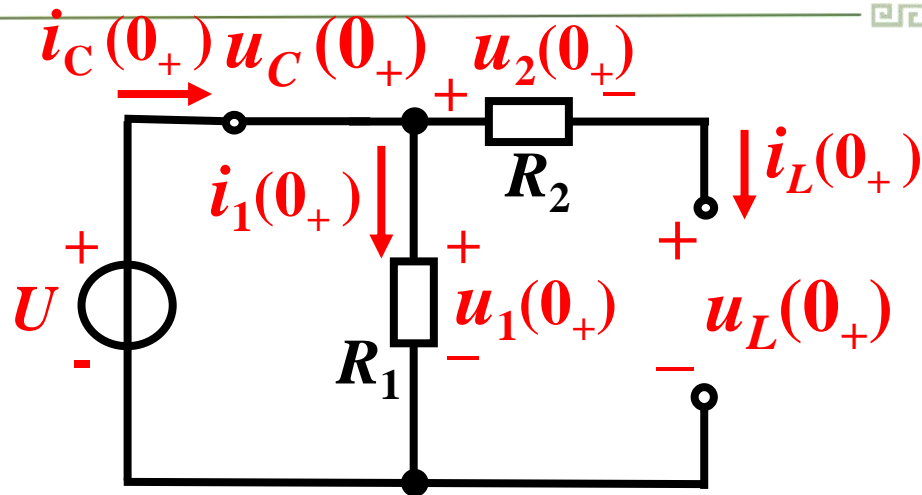
$$u_C(0_+) = u_C(0_-) = 0$$

$$i_L(0_+) = i_L(0_-) = 0$$





(a) 电路



(b)  $t = 0_+$  等效电路

(2) 由  $t=0_+$  电路，求其余各电流、电压的初始值

$u_C(0_+) = 0$ ，换路瞬间，电容元件可视为短路。

$i_L(0_+) = 0$ ，换路瞬间，电感元件可视为开路。

$$i_C(0_+) = i_1(0_+) = \frac{U}{R_1} \quad (i_C(0_-) = 0)$$

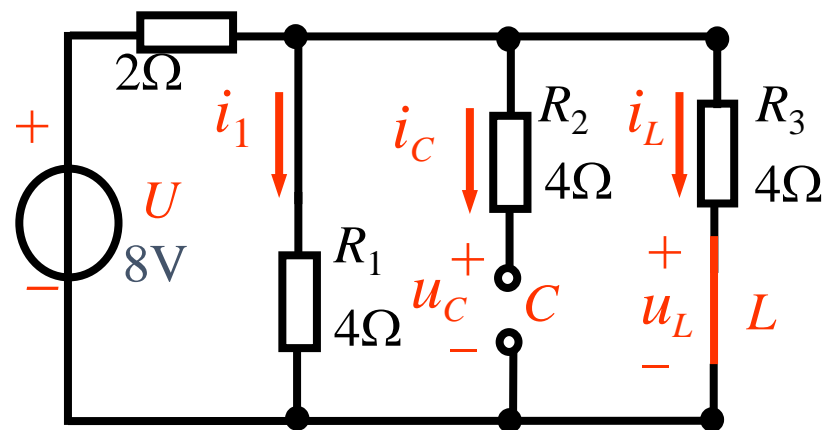
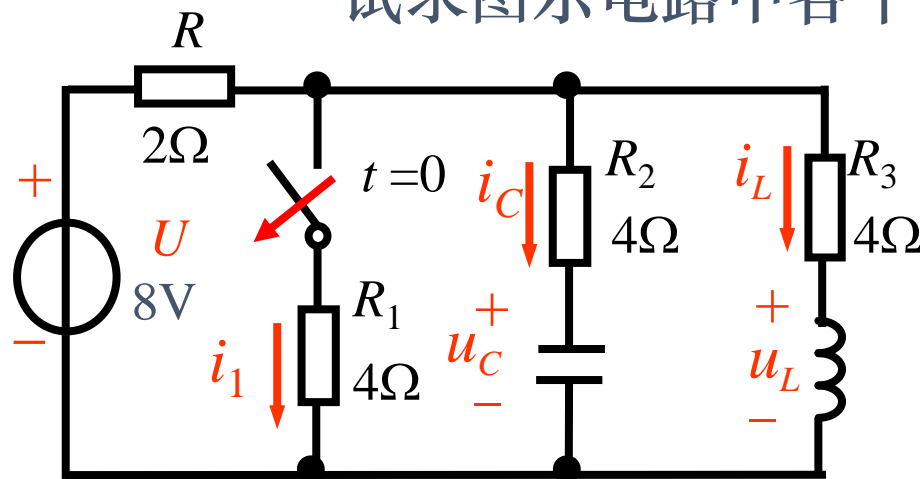
$$u_L(0_+) = u_1(0_+) = U \quad (u_L(0_-) = 0) \quad u_2(0_+) = 0$$

$i_C$ 、 $u_L$  产生突变



## 例题3.2

换路前电路处于稳态。  
试求图示电路中各个电压和电流的初始值。



$t = 0_-$  等效电路

解：(1) 由  $t = 0_-$  电路求  $u_C(0_-)$ 、 $i_L(0_-)$

换路前电路已处于稳态：电容元件视为开路；

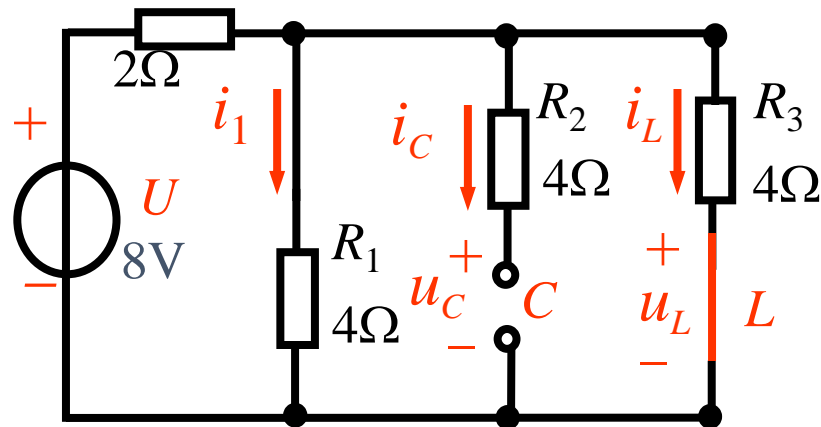
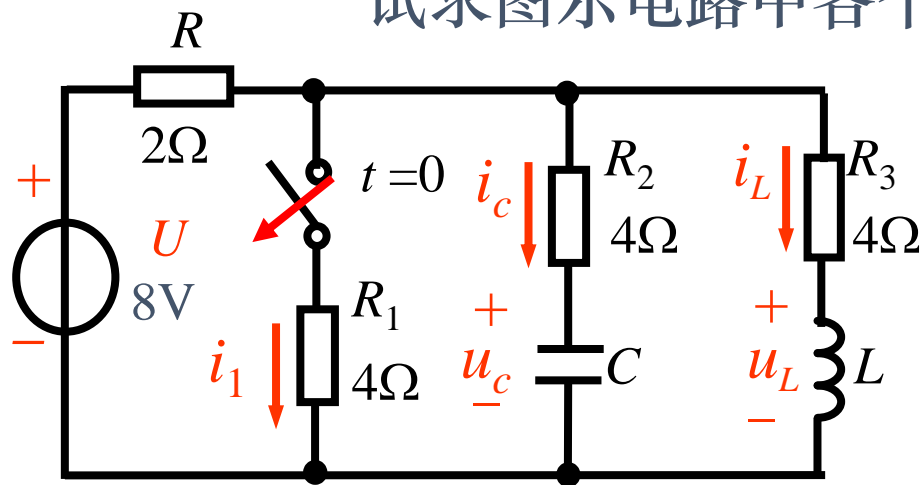
由  $t = 0_-$  电路可求得：电感元件视为短路。

$$i_L(0_-) = \frac{R_1}{R_1 + R_3} \times \frac{U}{R + \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_3}} = \frac{4}{4 + 4} \times \frac{U}{2 + \frac{4 \times 4}{4 + 4}} = 1 \text{ A}$$



## 例题3.2

换路前电路处于稳态。  
试求图示电路中各个电压和电流的初始值。



解：(1)  $i_L(0_-) = 1 \text{ A}$

$t = 0_-$  等效电路

$$u_C(0_-) = R_3 i_L(0_-) = 4 \times 1 = 4 \text{ V}$$

由换路定则：

$$i_L(0_+) = i_L(0_-) = 1 \text{ A}$$

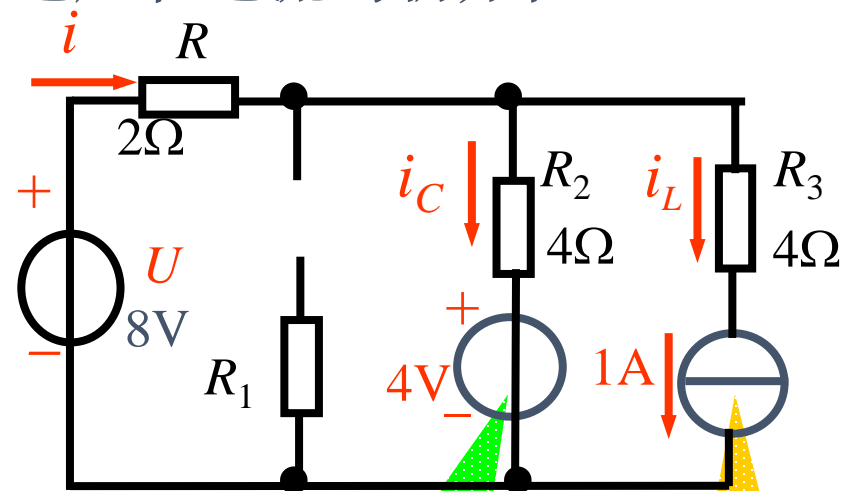
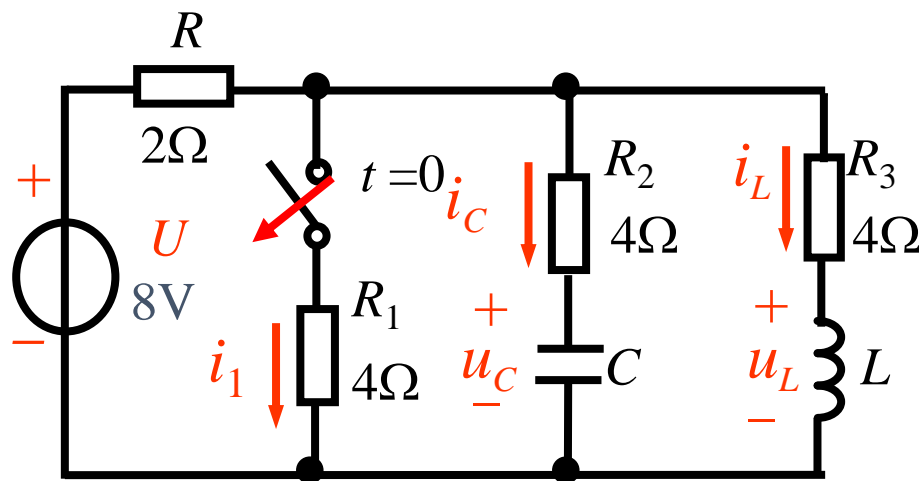
$$u_C(0_+) = u_C(0_-) = 4 \text{ V}$$



## 例题3.2

换路前电路处稳态。

试求图示电路中各个电压和电流的初始值。



$t = 0_+$ 时等效电路

解：(2) 由  $t = 0_+$  电路求  $i_C(0_+)$ 、 $u_L(0_+)$

由图可列出

$$U = R i(0_+) + R_2 i_C(0_+) + u_C(0_+)$$

$$i(0_+) = i_C(0_+) + i_L(0_+)$$

带入数据

$$8 = 2 i(0_+) + 4 i_C(0_+) + 4$$

$$i(0_+) = i_C(0_+) + 1$$

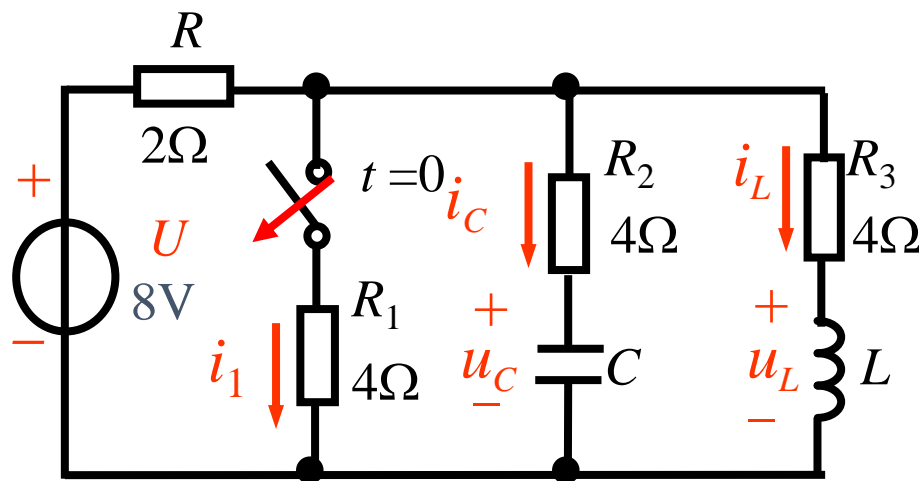




## 例题3.2

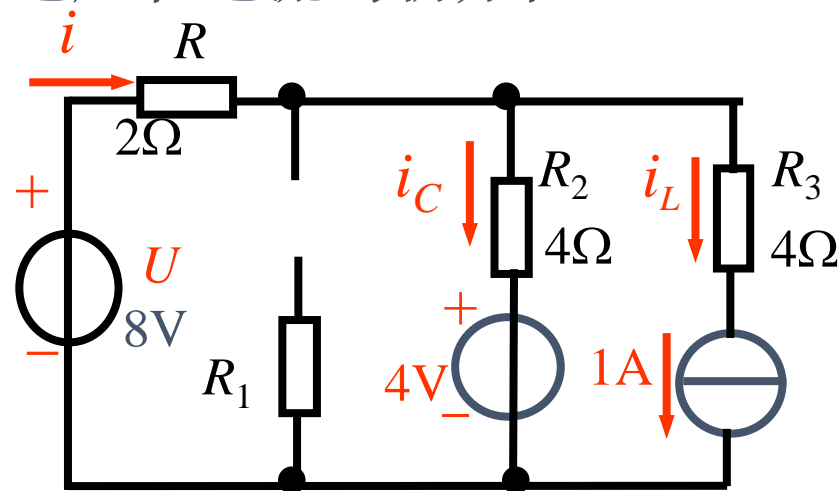
换路前电路处稳态。

试求图示电路中各个电压和电流的初始值。



解：解之得

$$i_C(0_+) = \frac{1}{3} \text{ A}$$

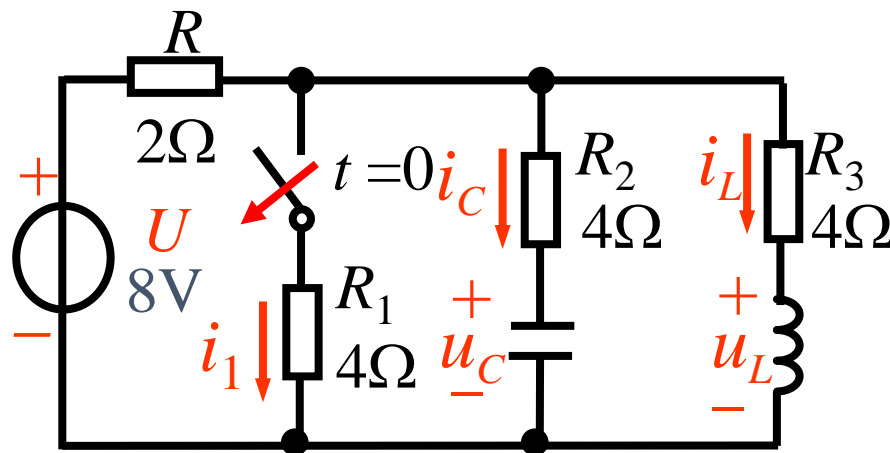


$t = 0_+$ 时等效电路

$$\begin{aligned} \text{并可求出} \quad u_L(0_+) &= R_2 i_C(0_+) + u_C(0_+) - R_3 i_L(0_+) \\ &= 4 \times \frac{1}{3} + 4 - 4 \times 1 = 1\frac{1}{3} \text{ V} \end{aligned}$$



计算结果:



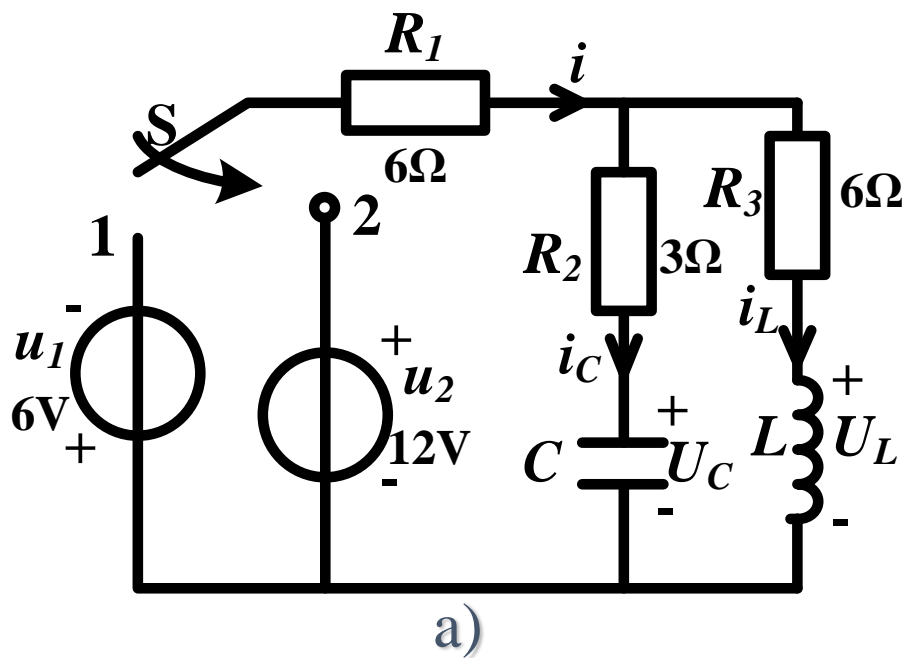
电量	$u_C / \text{V}$	$i_L / \text{A}$	$i_C / \text{A}$	$u_L / \text{V}$
$t = 0_-$	4	1	0	0
$t = 0_+$	4	1	$\frac{1}{3}$	$1\frac{1}{3}$

换路瞬间， $u_C$ 、 $i_L$  不能跃变，但  $i_C$ 、 $u_L$  可以跃变。



## 例题3.3

换路前电路处稳态。 $t=0$ 时刻开关S由“1”打向“2”。求 $u_c(0_+)$ 、 $i_c(0_+)$ 、 $u_L(0_+)$ 、 $i_L(0_+)$ 和 $i(0_+)$

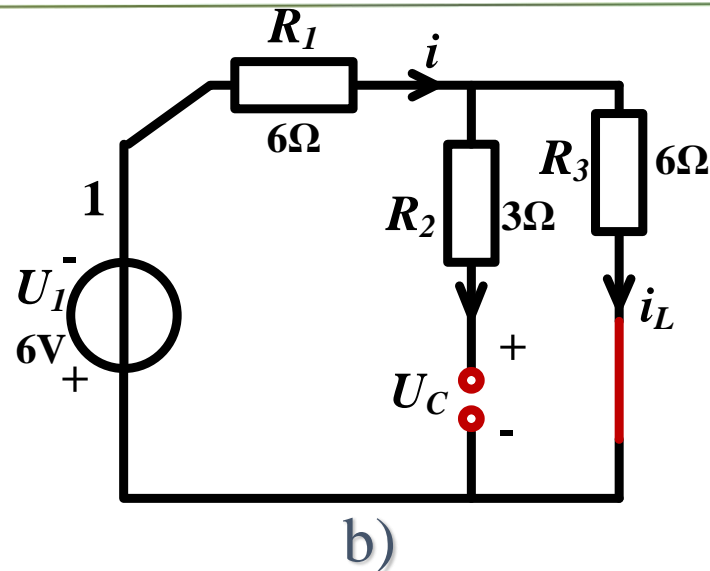
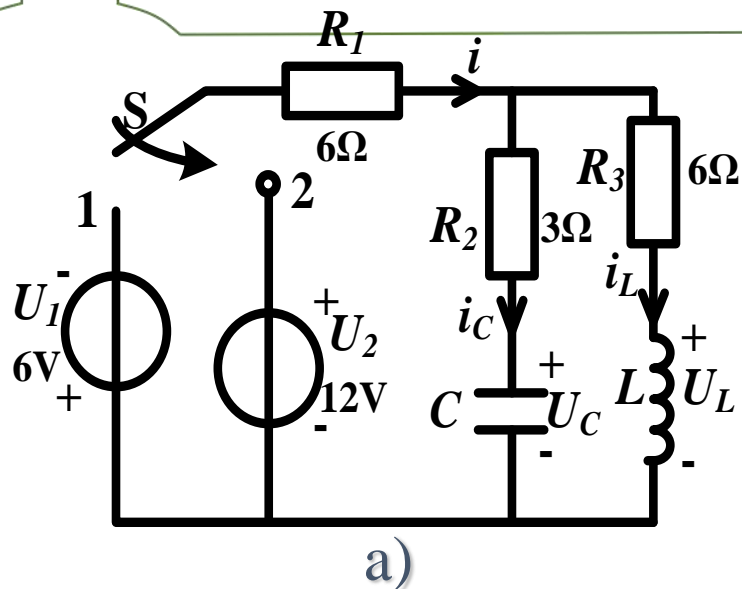


解： 1) 根据 $t=0^-$ 时刻的电路状态计算 $i_c(0_+)$ 、 $u_L(0_+)$

由于开关动作之前电路处于稳态，所以 $t=0^-$ 时刻的电路中电容相当于断路，电感相当于短路，如图b所示。



# 电路的暂态分析



由电路b)可以得出：

$$i_L(0_-) = -U_1 / (R_1 + R_3) = -6 / (6 + 6) = -0.5 \text{ A}$$

$$u_C(0_-) = i_L(0_-) \times R_3 = -0.5 \times 6 = -3 \text{ V}$$

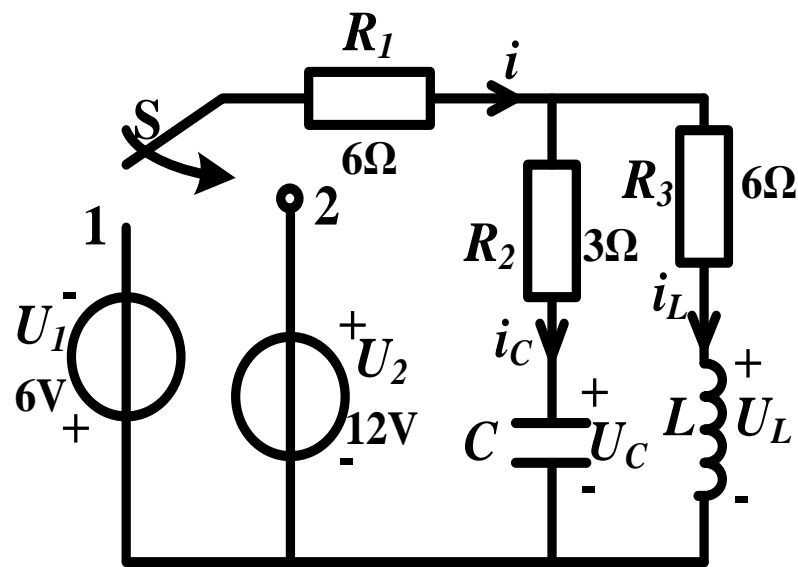
由换路规则得：

$$i_L(0_+) = i_L(0_-) = -0.5 \text{ A}$$

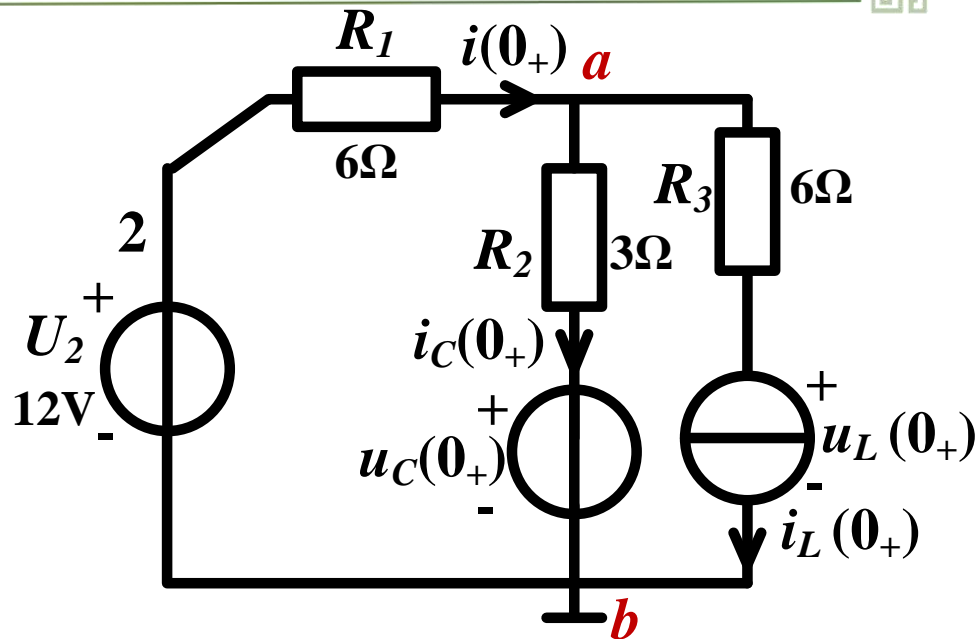
$$u_C(0_+) = u_C(0_-) = -3 \text{ V}$$

根据上述结果，求出  $t=0_+$  时刻的等效电路如图c)所示。

# 电路的暂态分析



a)



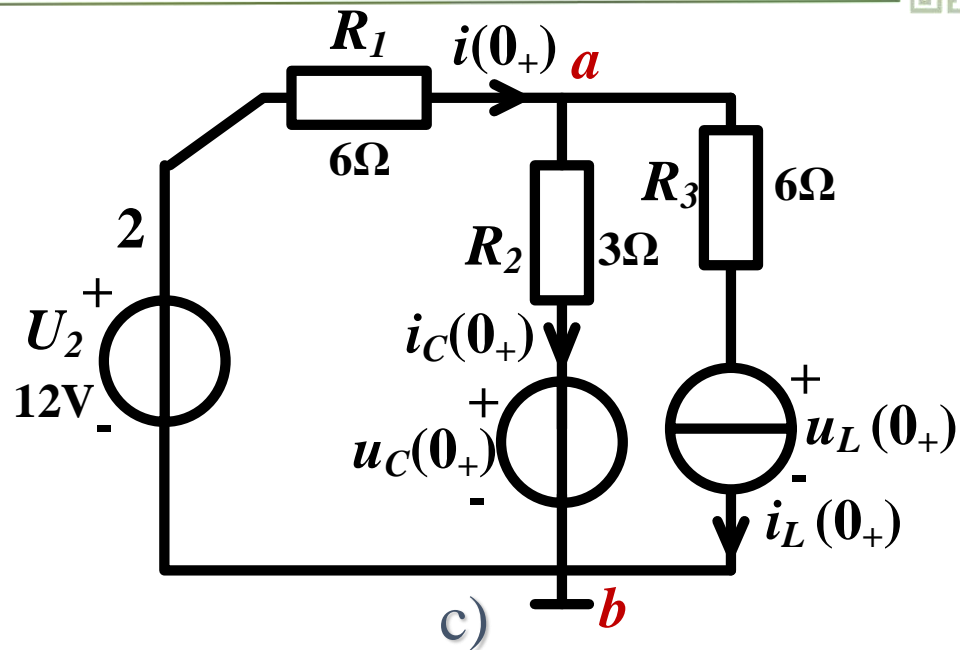
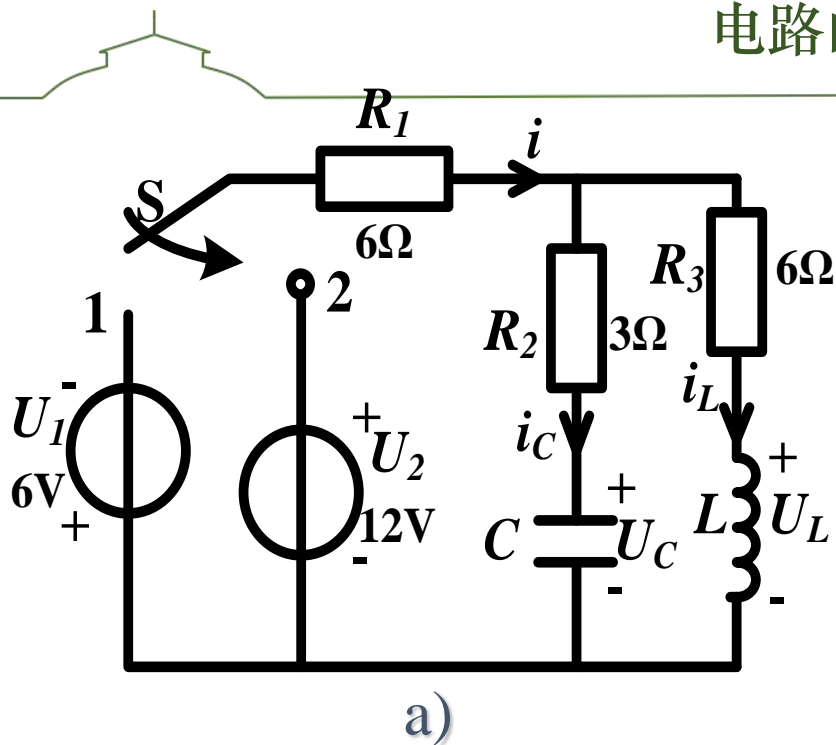
c)

对电路c)列节点方程为：

$$U_a = \frac{\frac{U_2}{R_1} + \frac{U_C(0_+)}{R_2} - i_L(0_+)}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} = \frac{2 - 1 + 0.5}{\frac{1}{6} + \frac{1}{3}} = 3V$$



# 电路的暂态分析



进一步求得：

$$i_C(0_+) = (U_a - u_C(0_+)) / R_2 = 6 / 3 = 2A$$

$$u_L(0_+) = U_a - i_L(0_+) \times R_3 = 3 + 3 = 6V$$

$$i(0_+) = i_C(0_+) + i_L(0_+) = 2 - 0.5 = 1.5A$$



## 结论

1. 换路瞬间,  $u_C$ 、 $i_L$  不能跃变, 但其它电量均可以跃变。
2. 换路前, 若储能元件没有储能, 换路瞬间( $t=0_+$ 的等效电路中), 可视电容元件短路, 电感元件开路。
3. 换路前, 若 $u_C(0_-) \neq 0$ , 换路瞬间 ( $t=0_+$ 等效电路中), 电容元件可用一理想电压源替代, 其电压为 $u_C(0_+)$ ; 换路前, 若 $i_L(0_-) \neq 0$ , 在 $t=0_+$ 等效电路中, 电感元件可用一理想电流源替代, 其电流为 $i_L(0_+)$ 。





## 第三章-Part 1 结束

*Thank You!*

