



第5章 三相电路

电气工程学院 刘宇

Email: yuliu@seu.edu.cn



• 判断对错

1. 已知:

$$\dot{I} = 4 e^{j30^\circ} \text{ A}$$

复数

~~$$= 4\sqrt{2} \sin(\omega t + 30^\circ) \text{ A}$$~~

瞬时值

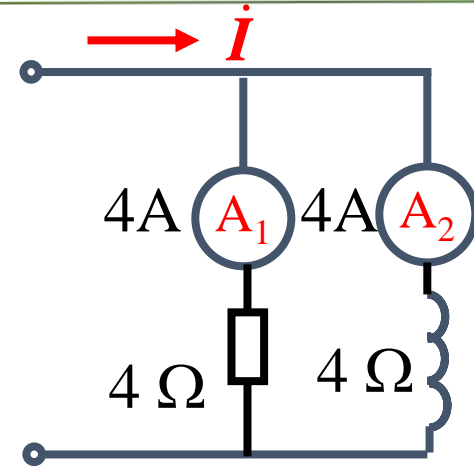
2. 在RLC串联电路中,

设 $\dot{I} = I \angle 0^\circ$

~~$$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{Z}$$~~

~~$$\varphi = \arctan \frac{U_L - U_C}{U_R}$$~~

3.



$$|Z| = 2\Omega \quad I = 8\text{A} ? \quad \times$$

4. 非正弦周期电路

功率关系

$$P = P_0 + P_1 + P_2 + \dots$$

✓



• 提纲

5.1 三相电压

5.2 负载星形联结的三相电路

5.3 负载三角形联结的三相电路

5.4 三相功率



5.1 三相电压

1. 三相电压的产生

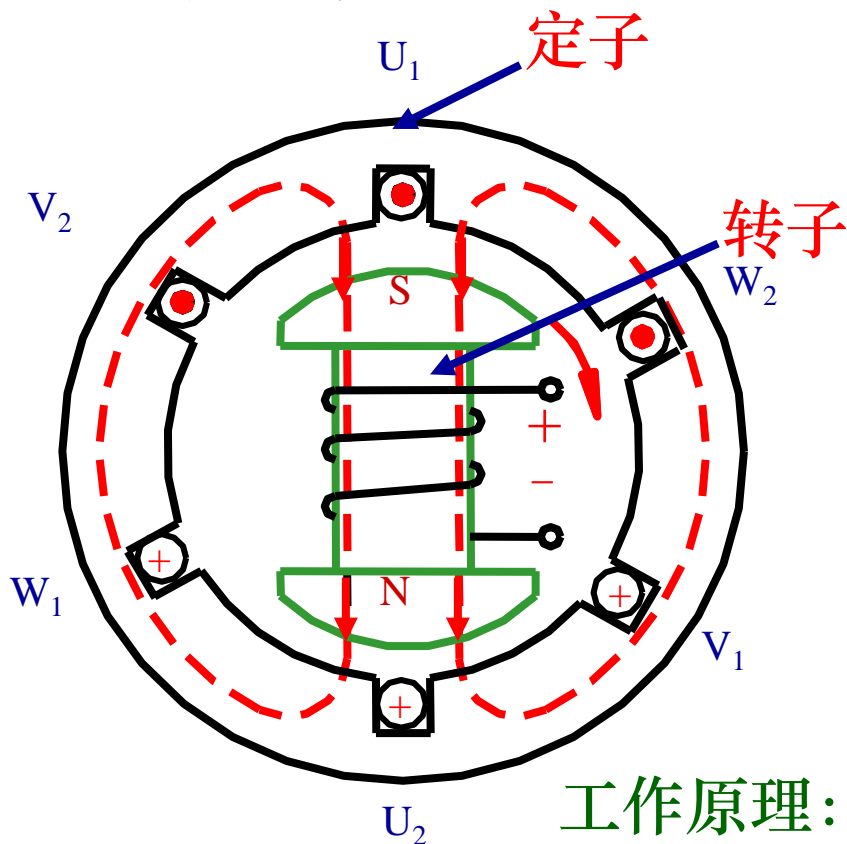


图5.1.1 三相交流发电机示意图

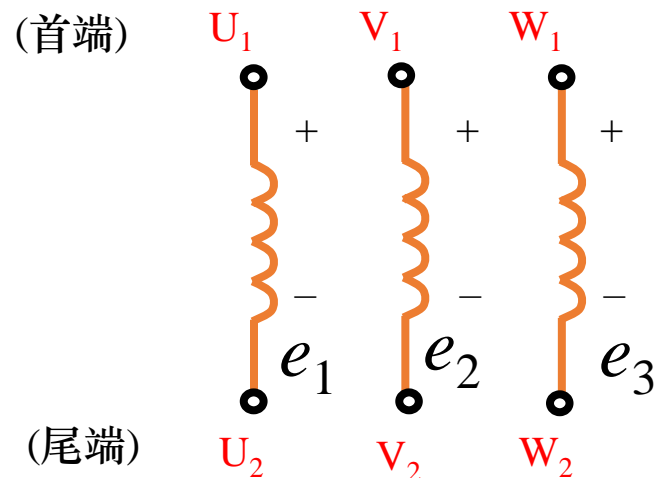
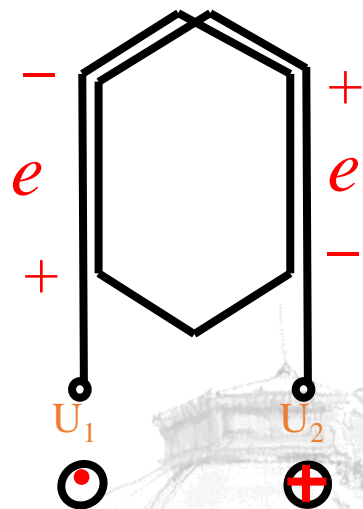


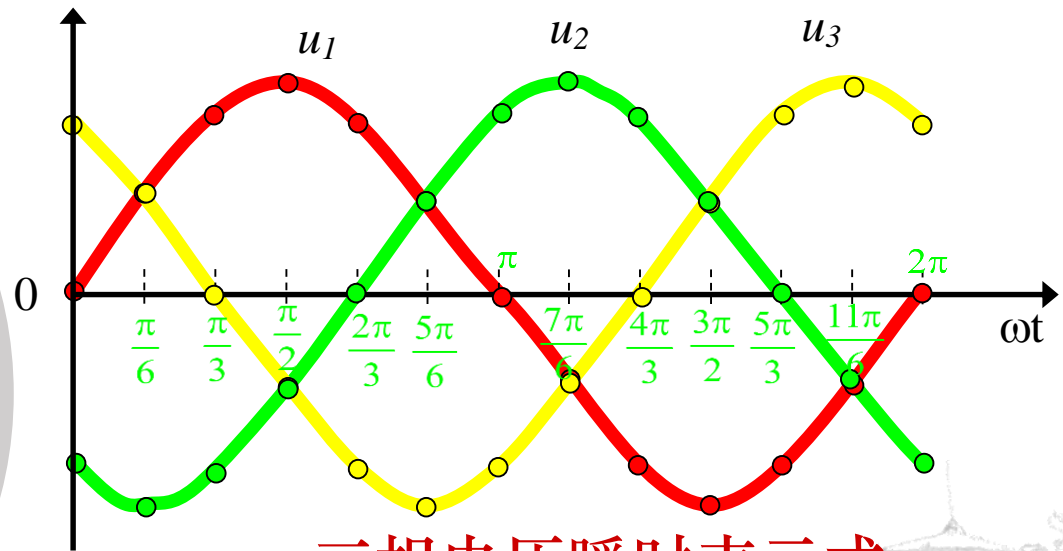
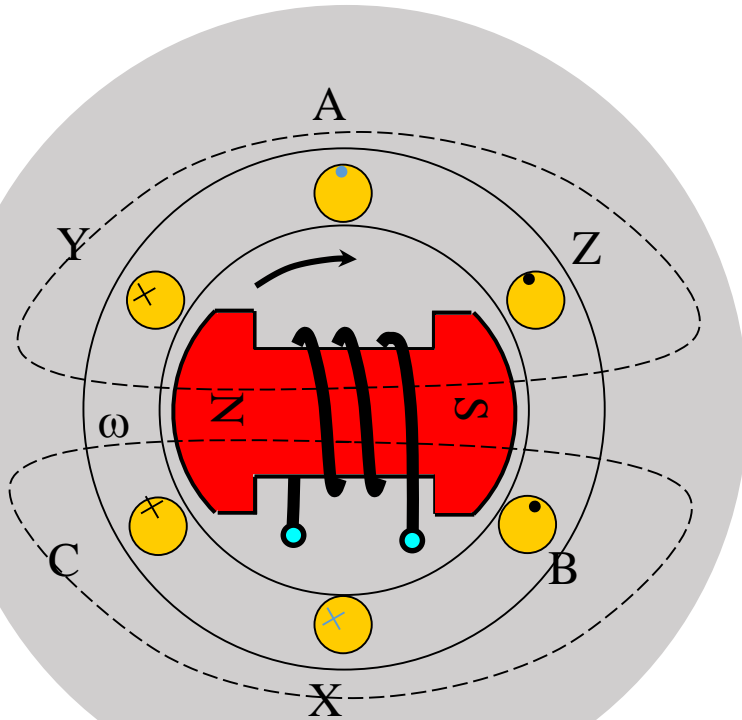
图5.1.2 三相绕组示意图



每相电枢绕组

发电机结构

定子 { 铁心 (作为导磁路经)
 三相绕组 { 匝数相同
 空间排列互差120°
 转子 : 直流励磁的电磁铁



● A相 三相电压瞬时表示式

$$u_1 = E_m \sin \omega t$$

○ B相

$$u_2 = E_m \sin(\omega t - 120^\circ)$$

● C相

$$u_3 = E_m \sin(\omega t + 120^\circ)$$

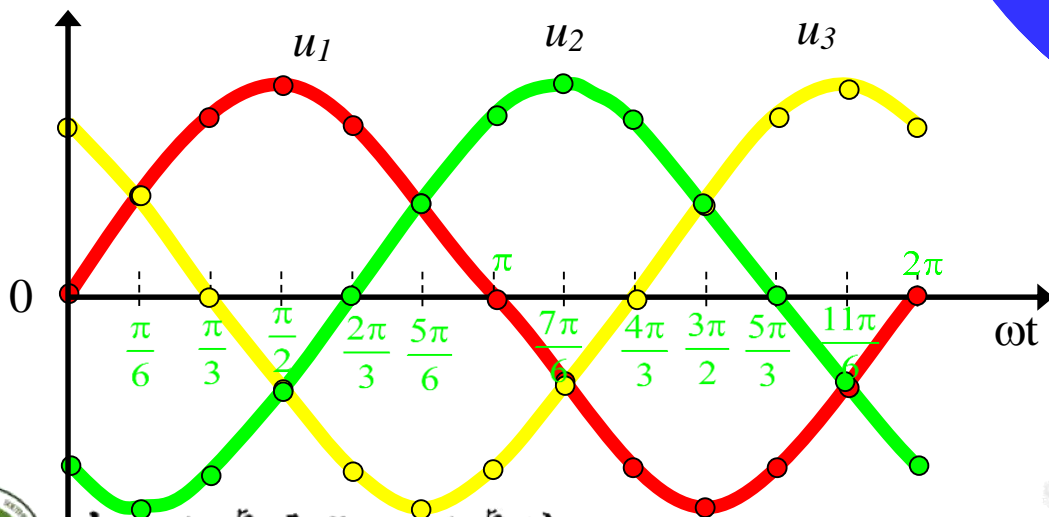
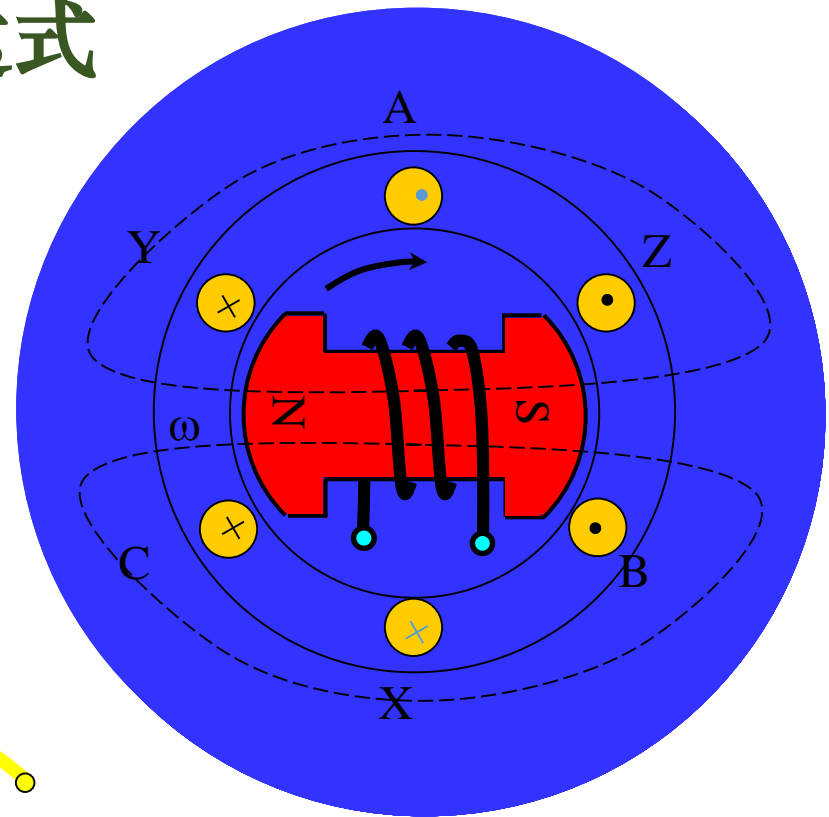
三相对称电动势的表达式

三相电压瞬时表示式

$$u_1 = E_m \sin \omega t$$

$$u_2 = E_m \sin(\omega t - 120^\circ)$$

$$u_3 = E_m \sin(\omega t + 120^\circ)$$



- A相
- B相
- C相



三相电压瞬时表示式

$$u_1 = U_m \sin \omega t$$

$$u_2 = U_m \sin(\omega t - 120^\circ)$$

$$u_3 = U_m \sin(\omega t + 120^\circ)$$

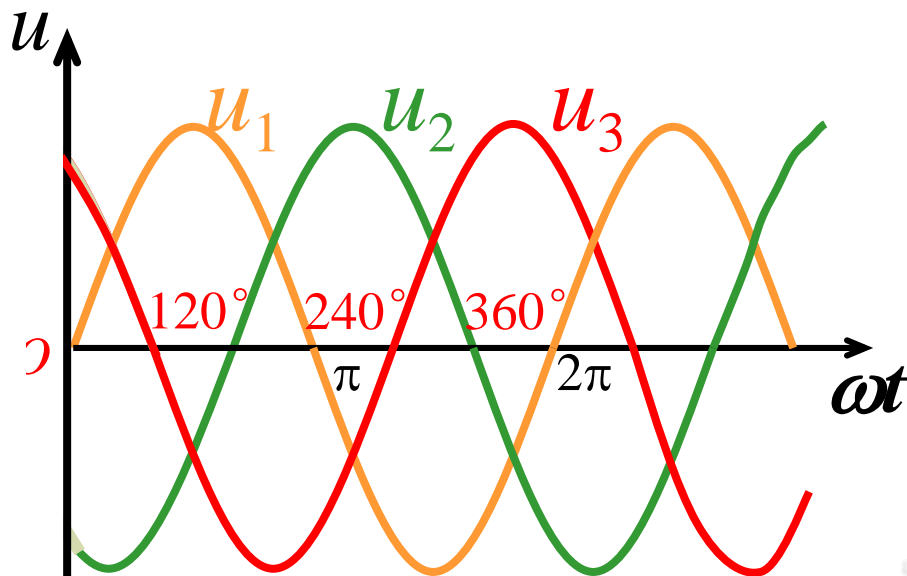
相量表示

$$\dot{U}_1 = U \angle 0^\circ = U$$

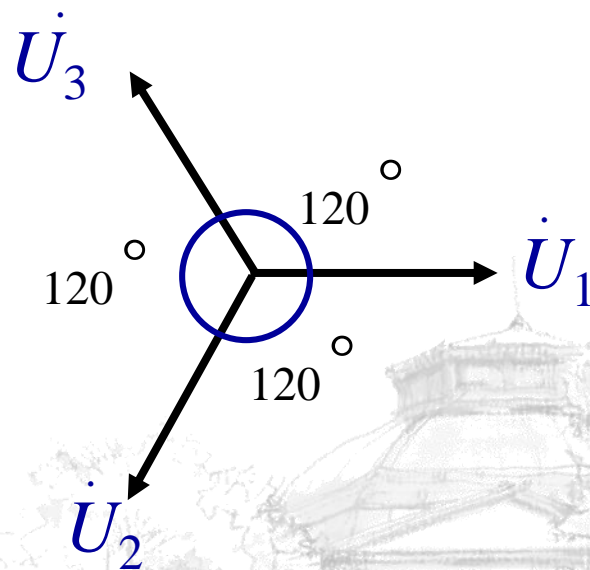
$$\dot{U}_2 = U \angle -120^\circ$$

$$\dot{U}_3 = U \angle +120^\circ$$

波形图



相量图



三个正弦交流电动势满足以下特征

最大值相等

频率相同

相位互差 120°

} 称为对称三相电动势

对称三相电动势的瞬时值之和为 0

$$\text{即: } u_1 + u_2 + u_3 = 0$$

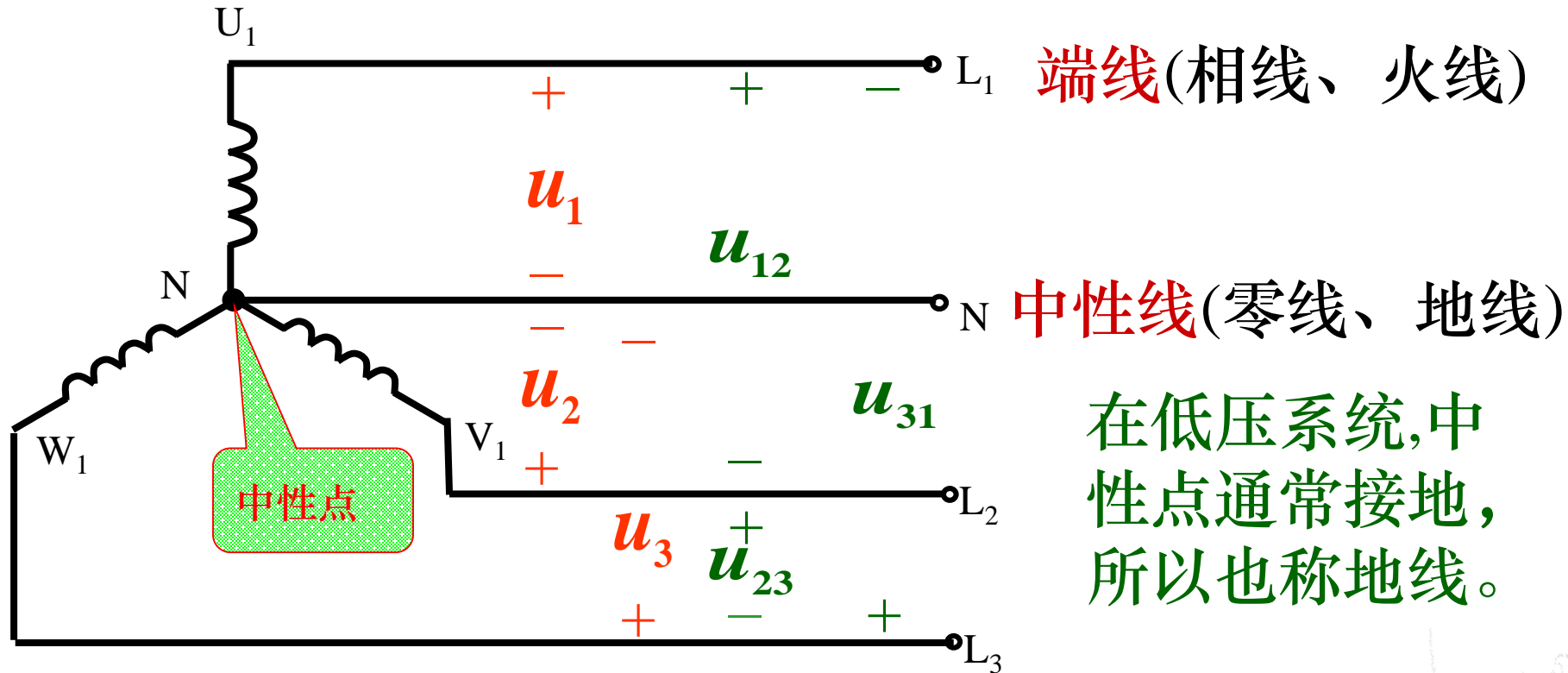
$$\text{或 } \dot{U}_1 + \dot{U}_2 + \dot{U}_3 = 0$$

三相交流电到达正最大值的顺序称为相序。

供电系统三相交流电的相序为 $L_1 \rightarrow L_2 \rightarrow L_3$



2. 三相电源的星形联结 (1) 联结方式



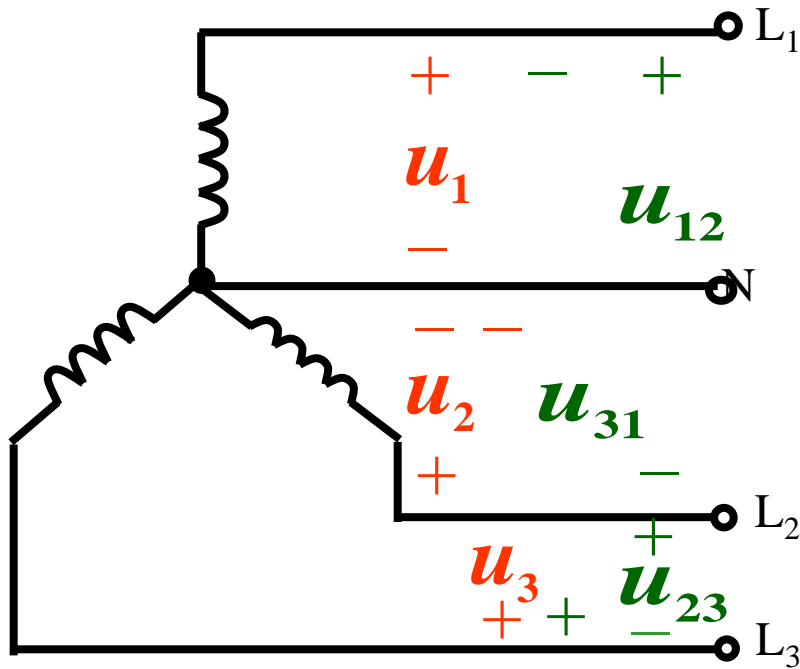
相电压：端线与中性线间（发电机每相绕组）的电压

线电压：端线与端线间的电压

$$\begin{matrix} \dot{U}_1 & \dot{U}_2 & \dot{U}_3 & U_p \\ \dot{U}_{12} & \dot{U}_{23} & \dot{U}_{31} & U_l \end{matrix}$$



(2)线电压与相电压的关系



根据KVL定律

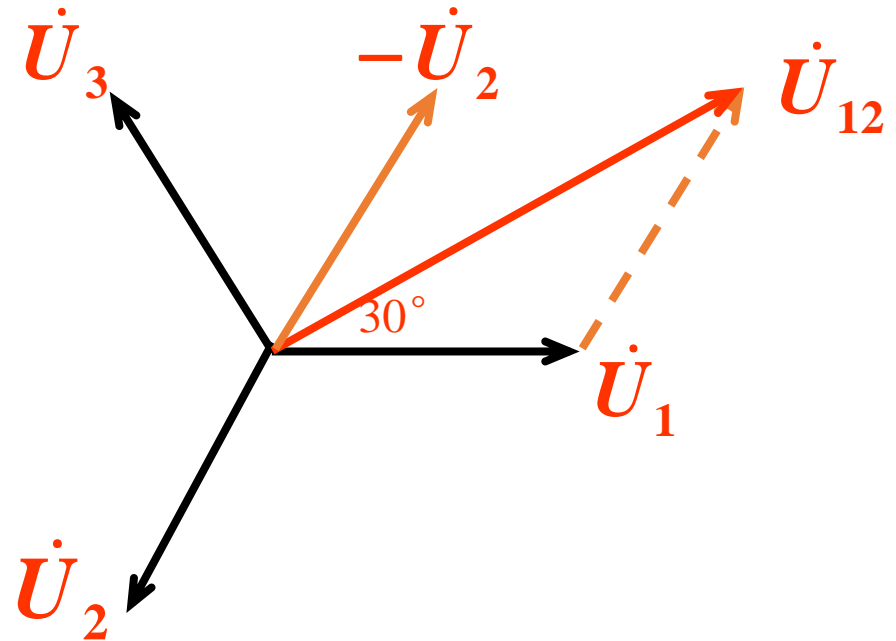
$$\dot{U}_{12} = \dot{U}_1 - \dot{U}_2$$

$$\dot{U}_{23} = \dot{U}_2 - \dot{U}_3$$

$$\dot{U}_{31} = \dot{U}_3 - \dot{U}_1$$

東南大學電氣工程學院

相量图



由相量图可得

$$\dot{U}_{12} = \sqrt{3}\dot{U}_1 \angle 30^\circ$$



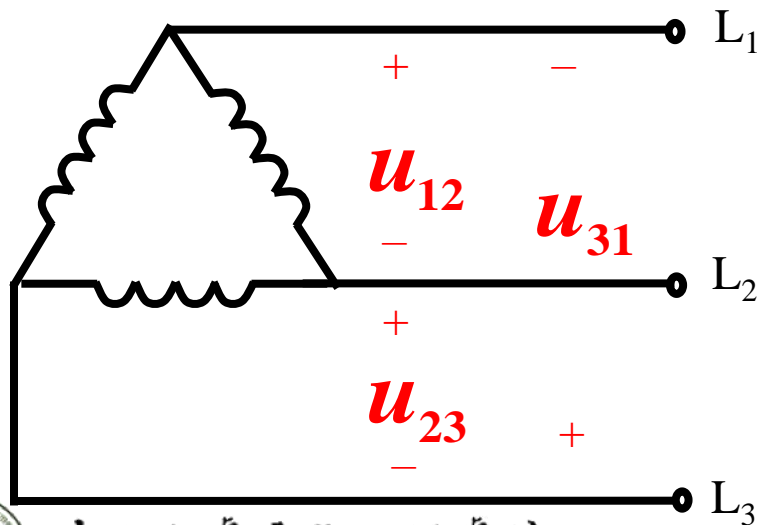
同理

$$\dot{U}_{23} = \sqrt{3}\dot{U}_2 \angle 30^\circ$$

$$\dot{U}_{31} = \sqrt{3}\dot{U}_3 \angle 30^\circ$$

结论：电源 Y 形联结时，线电压 $U_l = \sqrt{3}U_p$ ，且超前相应的相电压 30° ，三相线电压也是对称的。

3. 三相电源的三角形联结

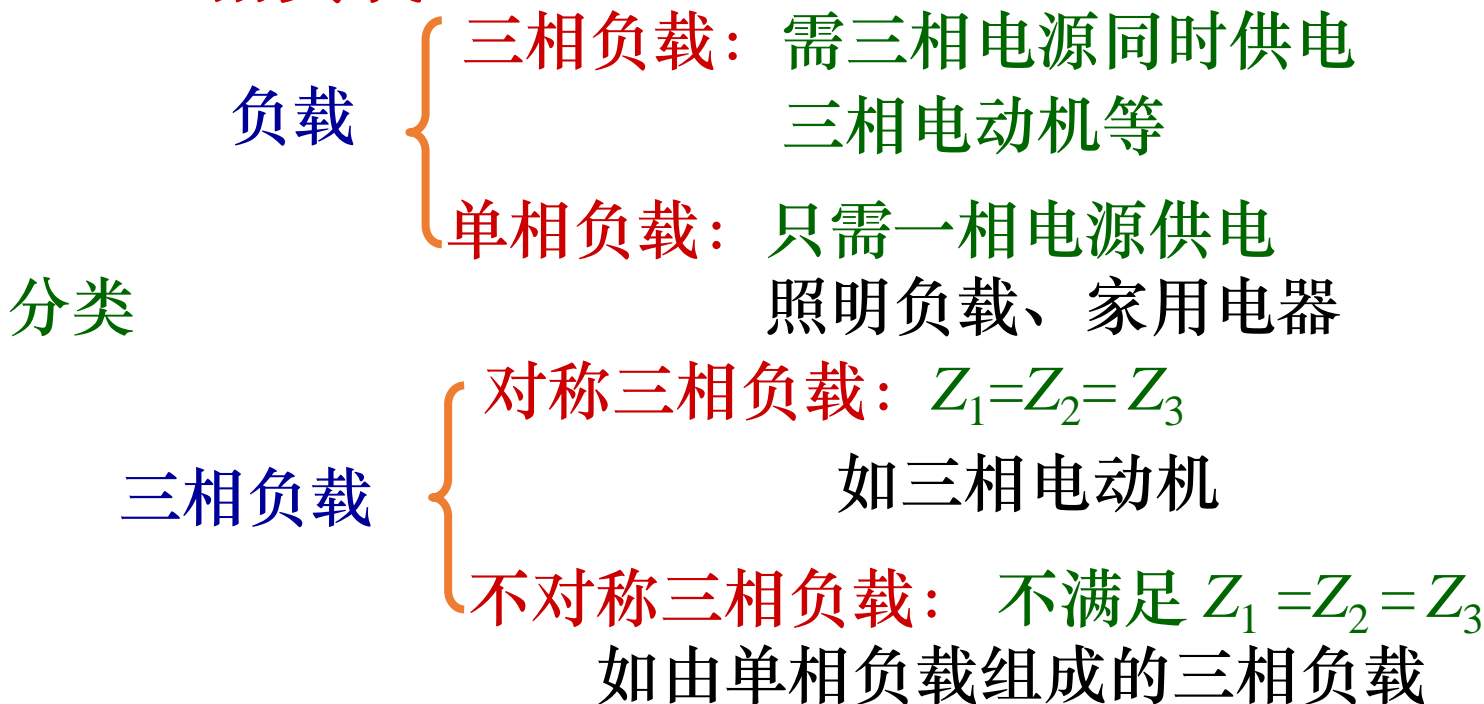


结论：电源 Δ 形联结时
线电压 $U_l =$ 相电压 U_p



5.2 负载星形联结的三相电路

1. 三相负载



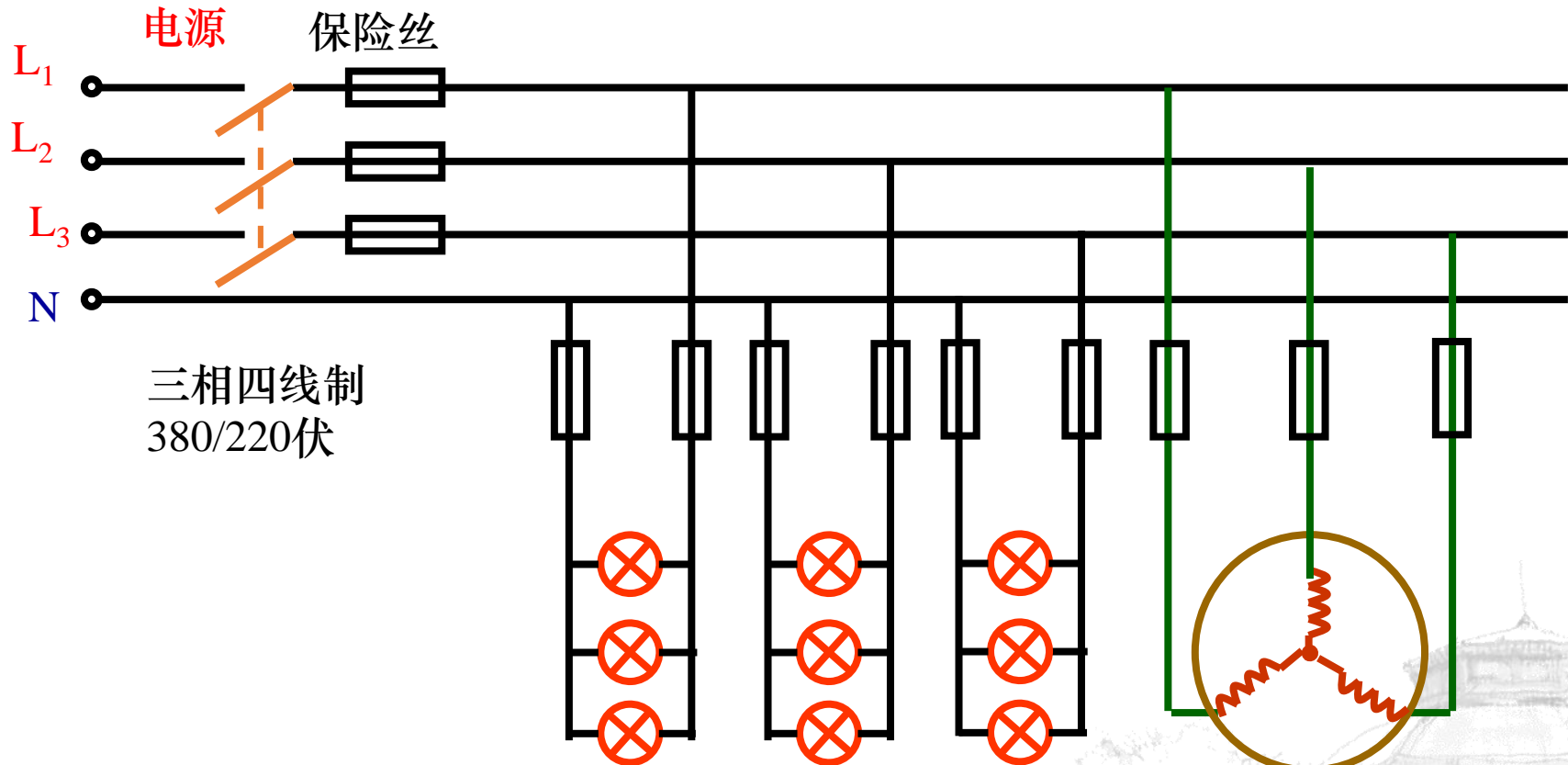
三相负载的联接

三相负载也有 Y 和 Δ 两种接法，至于采用哪种方法，要根据负载的额定电压和电源电压确定。



三相负载连接原则

- (1) 电源提供的电压=负载的额定电压；
- (2) 单相负载尽量均衡地分配到三相电源上。



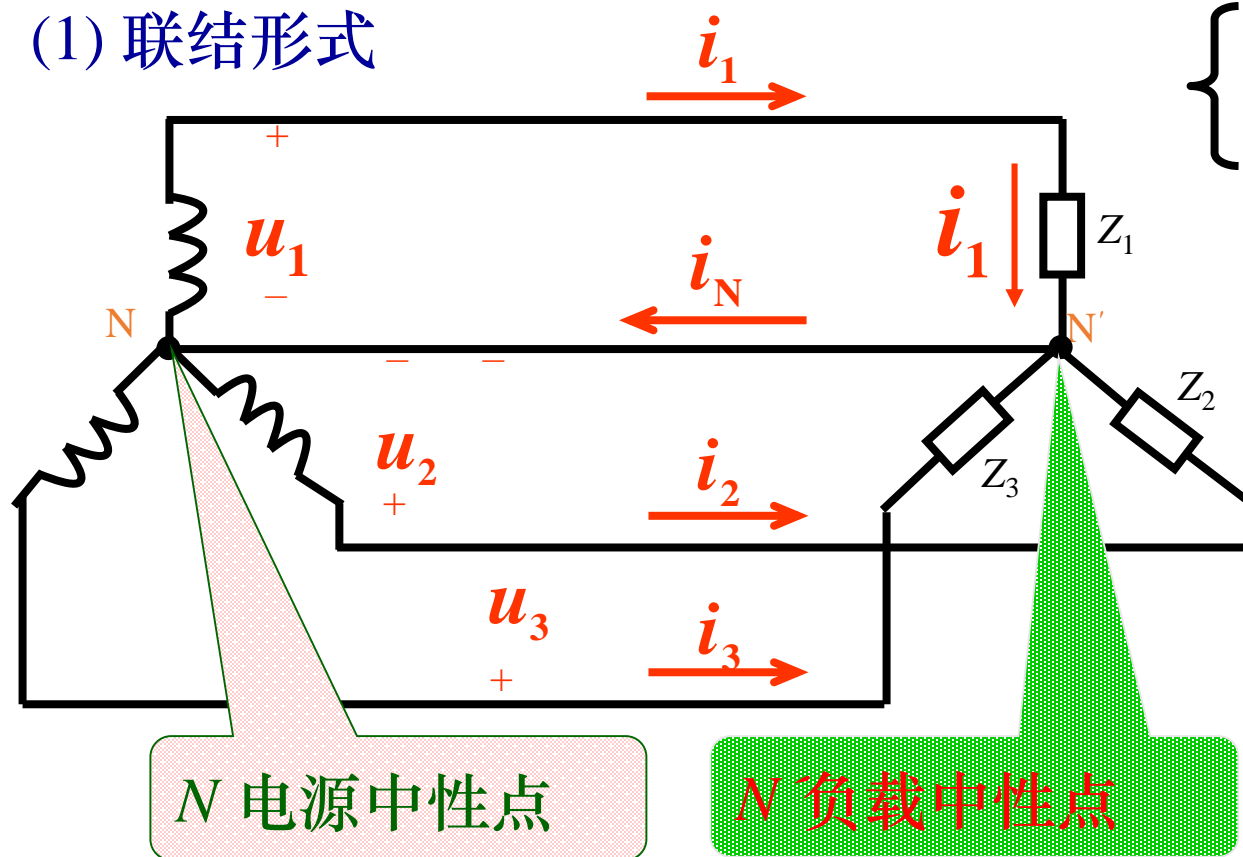
额定相电压为
220伏的单相负载

额定线电压为
380伏的三相负载



2. 负载星形联结的三相电路

(1) 联结形式



Y: 三相三线制
Y₀: 三相四线制

结论：
负载 Y 联结时，线电流等于相电流。

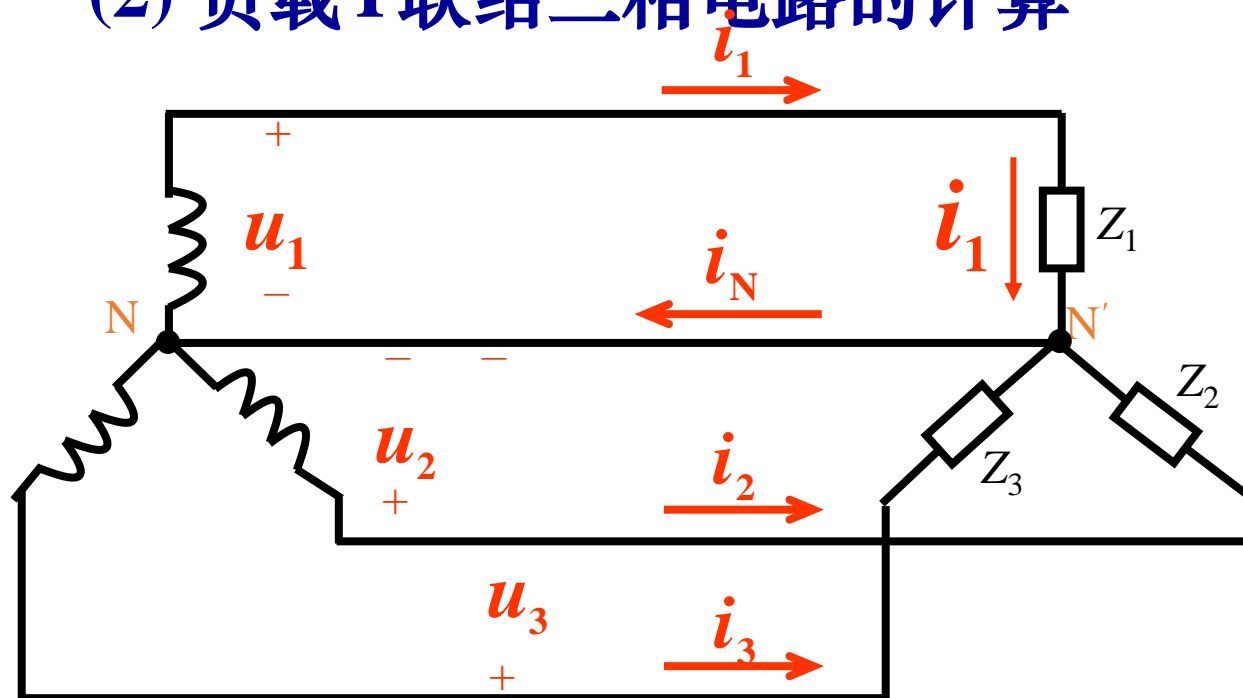
相电流：流过每相负载的电流

线电流：流过端线的电流

i_1 、 i_2 、 i_3



(2) 负载Y联结三相电路的计算



Y 联结时:

$$U_l = \sqrt{3}U_P$$

$$I_l = I_P$$

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}_1}{Z_1}$$

$$\dot{I}_2 = \frac{\dot{U}_2}{Z_2}$$

$$\dot{I}_3 = \frac{\dot{U}_3}{Z_3}$$

1) 负载端的线电压 = 电源线电压

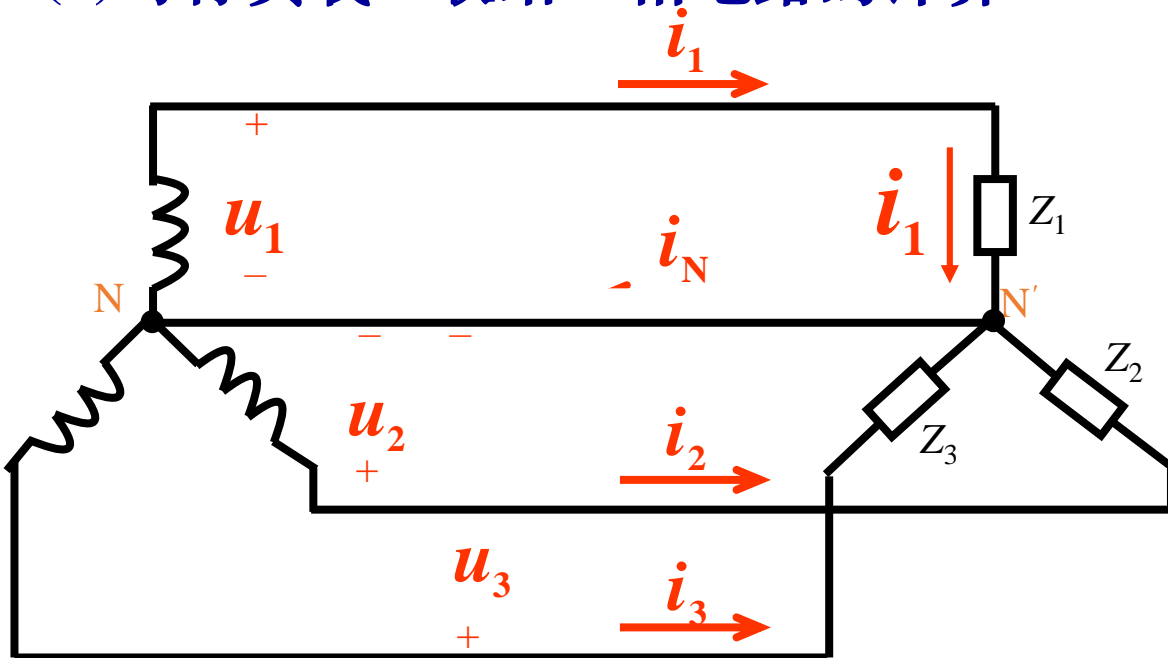
2) 负载的相电压 = 电源相电压

3) 线电流 = 相电流

4) 中线电流 $\dot{I}_N = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 + \dot{I}_3$

负载 Y 联结带中性线时, 可将各相分别看作单相电路计算

(3)对称负载Y 联结三相电路的计算



负载对称时，只需计算一相电流，其它两相电流可根据对称性直接写出。

如：

$$\dot{I}_1 = 10 \angle 30^\circ \text{ A}$$

可知：

$$\dot{I}_2 = 10 \angle -90^\circ \text{ A}$$

$$\dot{I}_3 = 10 \angle +150^\circ \text{ A}$$

因为三相电压对称，且 $Z_A = Z_B = Z_C$

所以负载对称时，三相电流也对称。

中线电流 $\dot{I}_N = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 + \dot{I}_3 = 0$

负载对称时，中性线无电流，可省掉中性线。

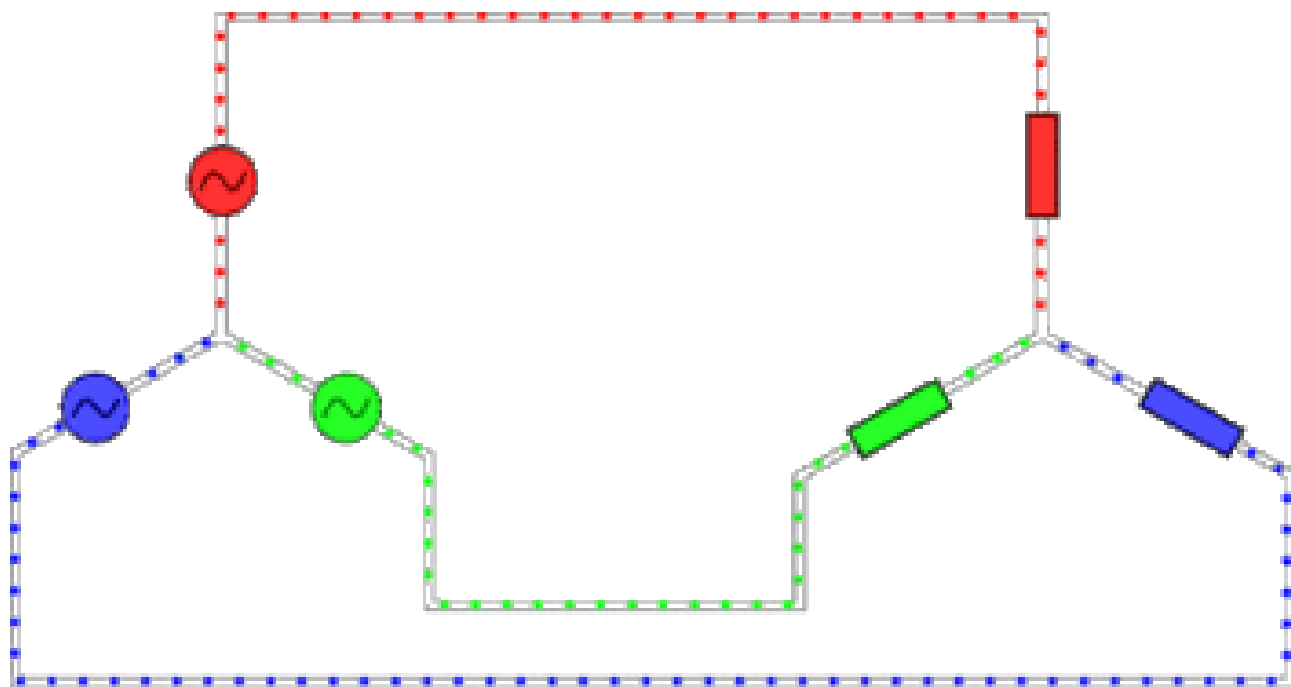
负载对称无中性线时

$$U_l = \sqrt{3}U_p$$

三相电路



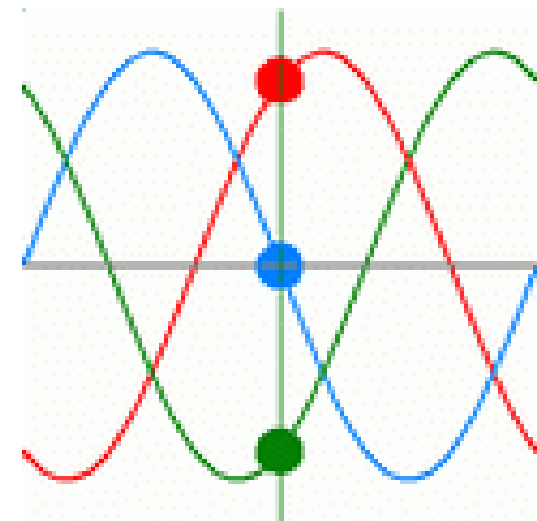
3-Phase Transmission Line



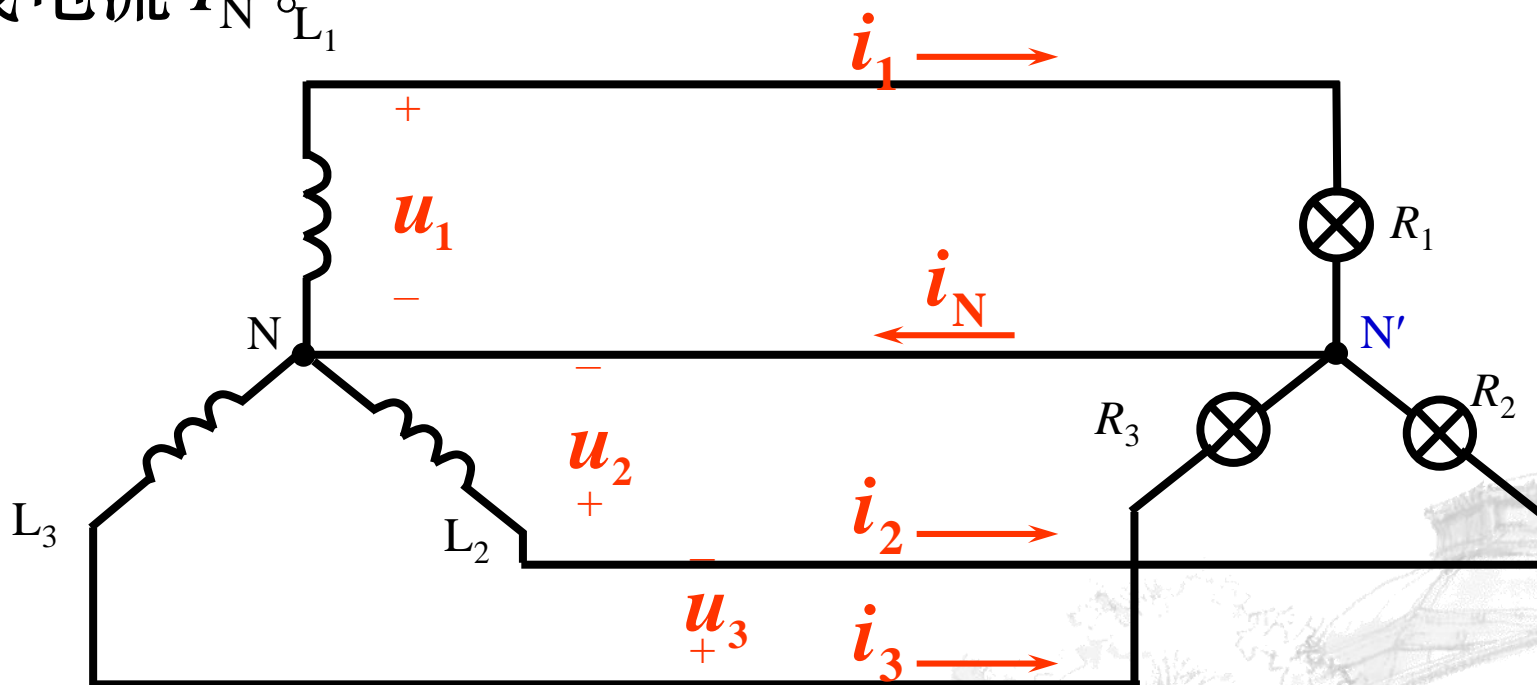
3-Phase Generator

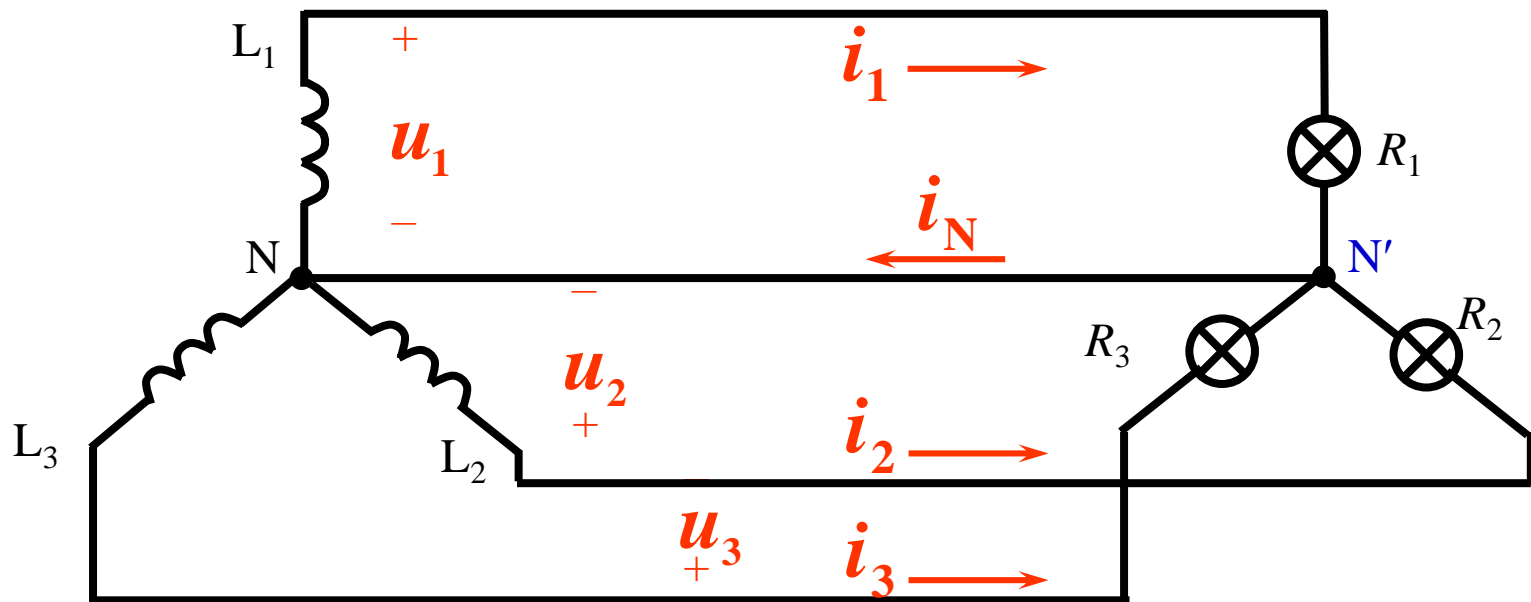
3-Phase Load

三相电流



例1: 一星形联结的三相电路，电源电压对称。设电源线电压 $u_{12} = 380\sqrt{2}\sin(314t + 30^\circ)\text{V}$ 。负载为电灯组，若 $R_1=R_2=R_3=5\Omega$ ，求线电流及中性线电流 I_N ；若 $R_1=5\Omega$ ， $R_2=10\Omega$ ， $R_3=20\Omega$ ，求线电流及中性线电流 I_N 。





解: 已知: $\dot{U}_{12} = 380\angle 30^\circ \text{ V}$ $\dot{U}_1 = 220\angle 0^\circ \text{ V}$

(1) 线电流 $\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}_1}{R_1} = \frac{220\angle 0^\circ}{5} \text{ A} = 44\angle 0^\circ \text{ A}$

三相对称 $\dot{I}_2 = 44\angle -120^\circ \text{ A}$ $\dot{I}_3 = 44\angle +120^\circ \text{ A}$

中性线电流 $\dot{I}_N = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 + \dot{I}_3 = 0$



(2) 三相负载不对称 ($R_1=5\Omega$ 、 $R_2=10\Omega$ 、 $R_3=20\Omega$)

分别计算各线电流

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}_1}{R_1} = \frac{220\angle 0^\circ}{5} \text{ A} = 44\angle 0^\circ \text{ A}$$

$$\dot{I}_2 = \frac{\dot{U}_2}{R_2} = \frac{220\angle -120^\circ}{10} \text{ A} = 22\angle -120^\circ \text{ A}$$

$$\dot{I}_3 = \frac{\dot{U}_3}{R_3} = \frac{220\angle +120^\circ}{20} \text{ A} = 11\angle +120^\circ \text{ A}$$

中性线电流

$$\begin{aligned} \dot{I}_N &= \dot{I}_1 + \dot{I}_2 + \dot{I}_3 = 44\angle 0^\circ \text{ A} + 22\angle -120^\circ \text{ A} + 11\angle +120^\circ \text{ A} \\ &= 29\angle -19^\circ \text{ A} \end{aligned}$$



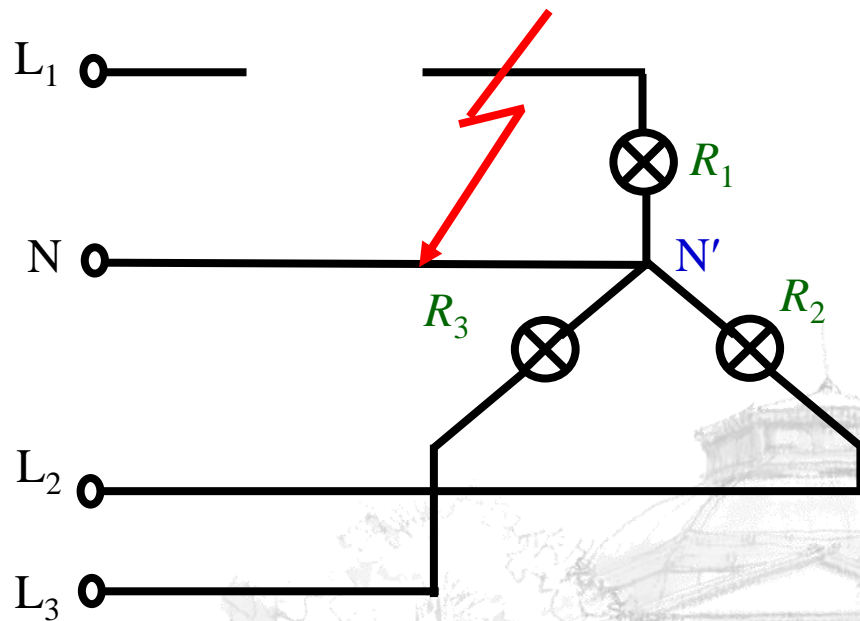
例2：照明系统故障分析 在上例中，试分析下列情况

- (1) L_1 相短路：中性线未断时，求各相负载电压；
中性线断开时，求各相负载电压。
- (2) L_1 相断路：中性线未断时，求各相负载电压；
中性线断开时，求各相负载电压。

解：(1) A相短路

1) 中性线未断

此时 L_1 相短路电流很大，将 L_1 相熔断丝熔断，而 L_2 相和 L_3 相未受影响，其相电压仍为220V，正常工作。



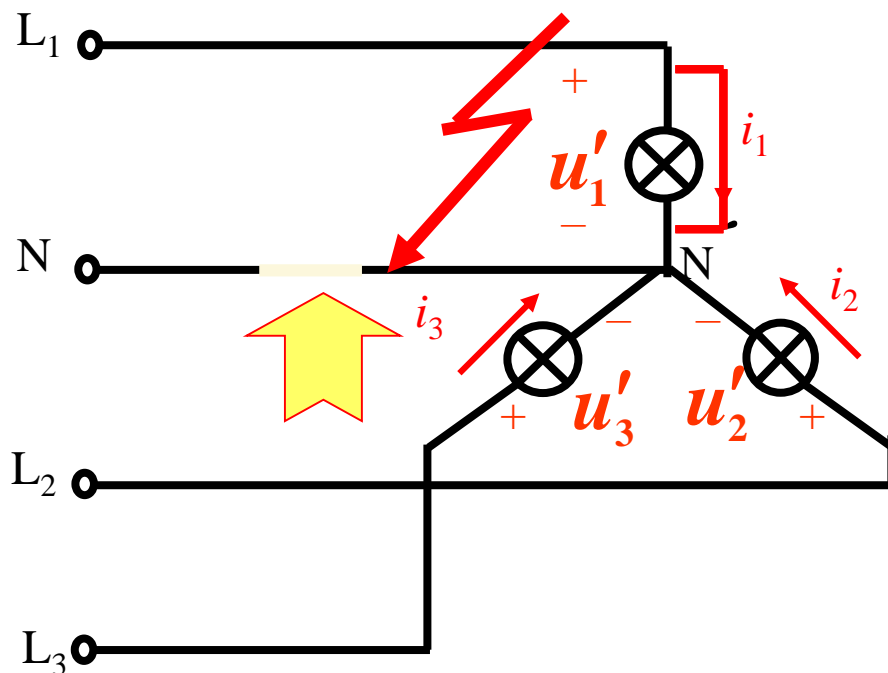
2) L_1 相短路, 中性线断开时,

此时负载中性点 N' 即为 L_1 , 因此负载各相电压为

$$U'_1 = 0, \quad U'_1 = 0$$

$$U'_2 = U'_{12}, \quad U'_2 = 380 \text{ V}$$

$$U'_3 = U'_{31}, \quad U'_3 = 380 \text{ V}$$



此情况下, L_2 相和 L_3 相的电灯组由于承受电压上所加的电压都超过额定电压(220V), 这是不允许的。



(2) L_1 相断路

1) 中性线未断

L_2 、 L_3 相灯仍承受220V电压，正常工作。

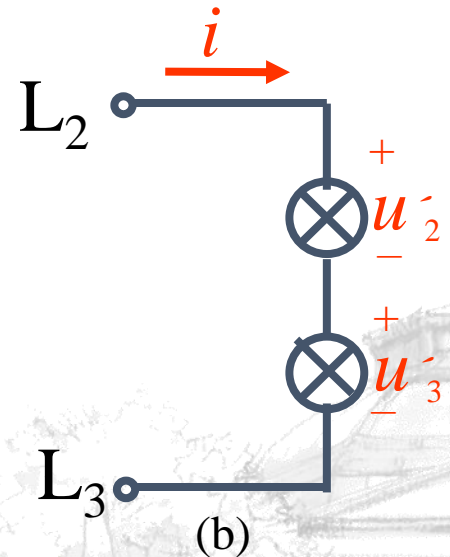
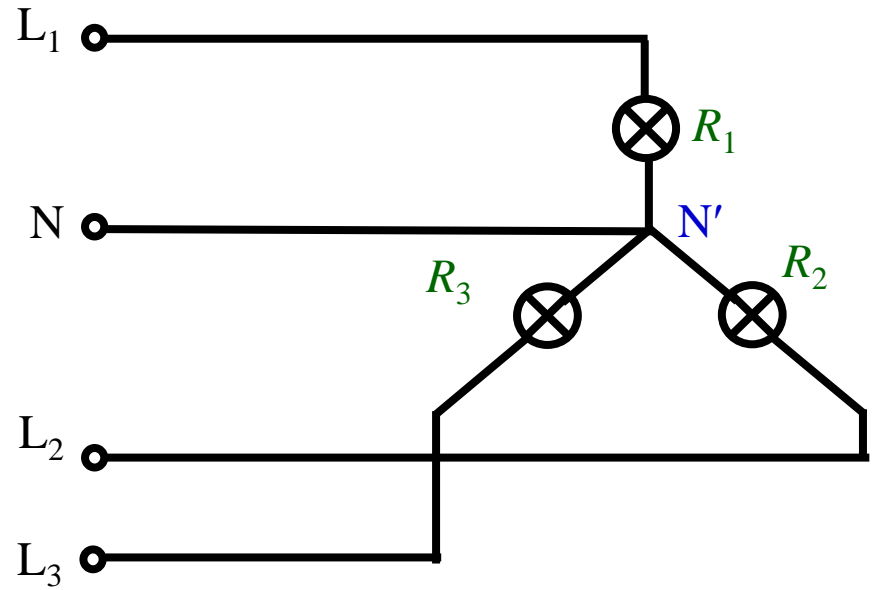
2) 中性线断开

变为单相电路，如图(b)所示，由图可求得

$$I = \frac{U_{23}}{R_2 + R_3} = \frac{380}{10 + 20} = 12.7 \text{ A}$$

$$U'_2 = IR_2 = 12.7 \times 10 = 127 \text{ V}$$

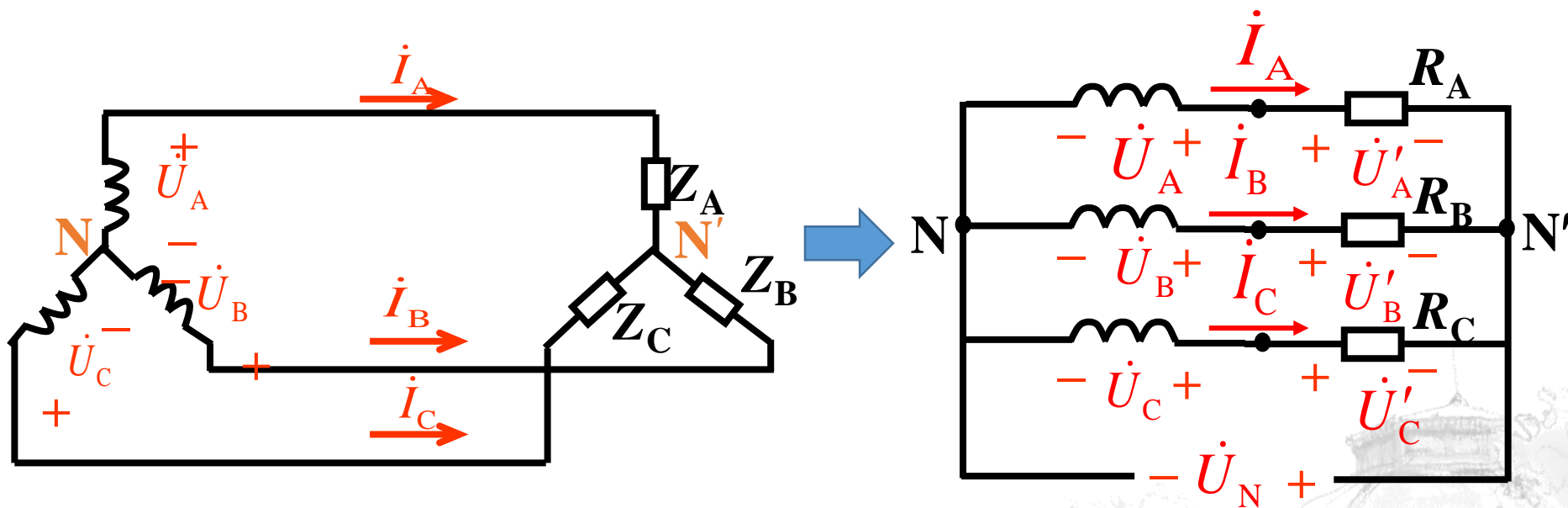
$$U'_3 = IR_3 = 12.7 \times 20 = 254 \text{ V}$$



例3: 求例1电路中中性线断开时负载的相电压及相电流。

$$u_{AB} = 380\sqrt{2} \sin(314t + 30^\circ) \text{ V}$$

$$R_A = 5 \, \Omega, R_B = 10 \, \Omega, R_C = 20 \, \Omega,$$



解： 设 $\dot{U}_A = 220\angle 0^\circ \text{ V}$ ， 则节点电压

$$U_N = \frac{\frac{\dot{U}_A}{R_A} + \frac{\dot{U}_B}{R_B} + \frac{\dot{U}_C}{R_C}}{\frac{1}{R_A} + \frac{1}{R_B} + \frac{1}{R_C}} = \frac{\frac{220\angle 0^\circ}{5} + \frac{220\angle -120^\circ}{10} + \frac{220\angle 120^\circ}{20}}{\frac{1}{5} + \frac{1}{10} + \frac{1}{20}}$$

$$= (78.6 - j 27.2) \text{ A}$$

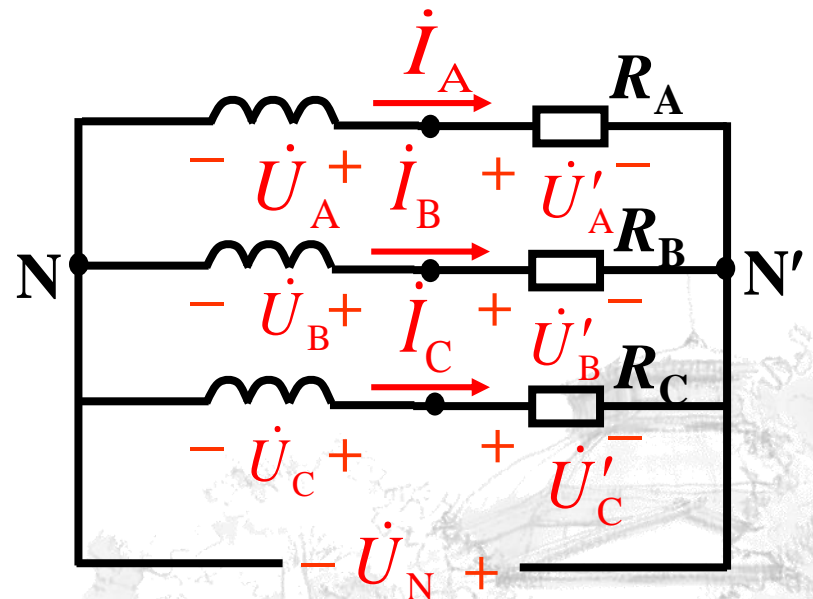
$$= 85.3\angle -19^\circ \text{ A}$$

负载相电压

$$\dot{U}'_A = \dot{U}_A - \dot{U}_N = 144\angle 0^\circ \text{ V}$$

$$\dot{U}'_B = \dot{U}_B - \dot{U}_N = 249\angle 0^\circ \text{ V}$$

$$\dot{U}'_C = \dot{U}_C - \dot{U}_N = 288\angle 131^\circ \text{ V}$$



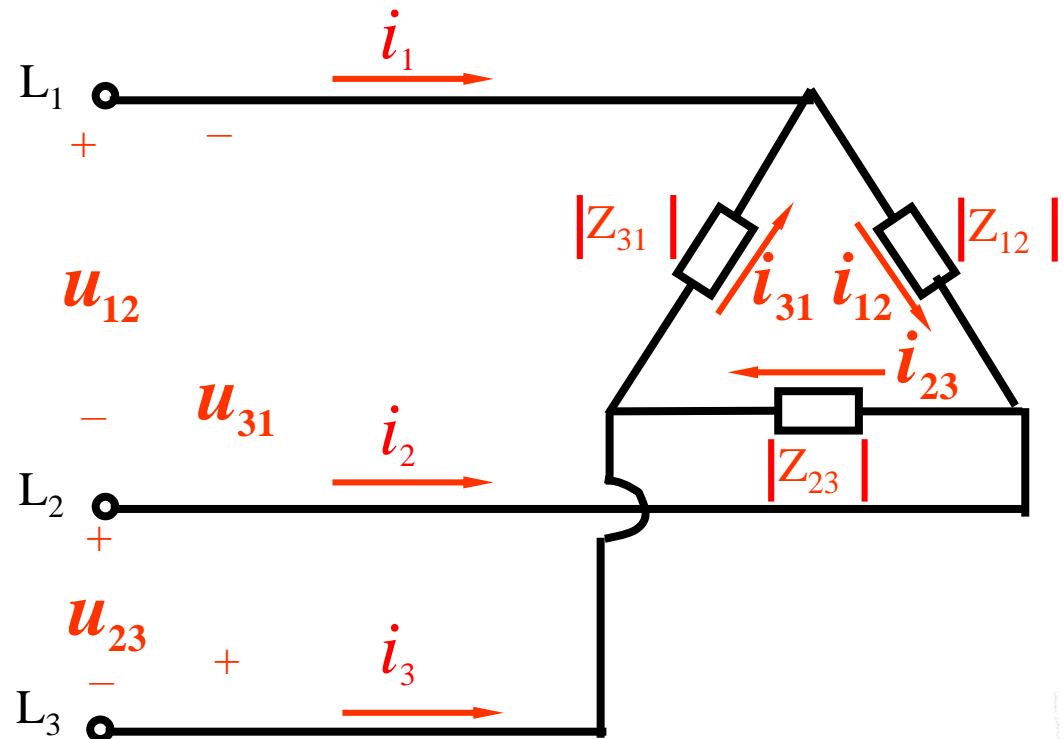
结论

- (1) 不对称负载Y联结又未接中性线时，负载相电压不再对称，且负载电阻越大，负载承受的电压越高。
- (2) 中线的作用：保证星形联结三相不对称负载的相电压对称。
- (3) 照明负载三相不对称，必须采用三相四线制供电方式，且中性线（指干线）内不允许接熔断器或刀闸开关。



5.3 负载三角形联结的三相电路

1. 联结形式



相电流: 流过每相负载的电流 i_{12} 、 i_{23} 、 i_{31}

线电流: 流过端线的电流 i_1 、 i_2 、 i_3



2. 分析计算

(1) 负载相电压=电源线电压

$$\text{即: } U_P = U_l$$

一般电源线电压对称，
因此不论负载是否对称，
负载相电压始终对称，即

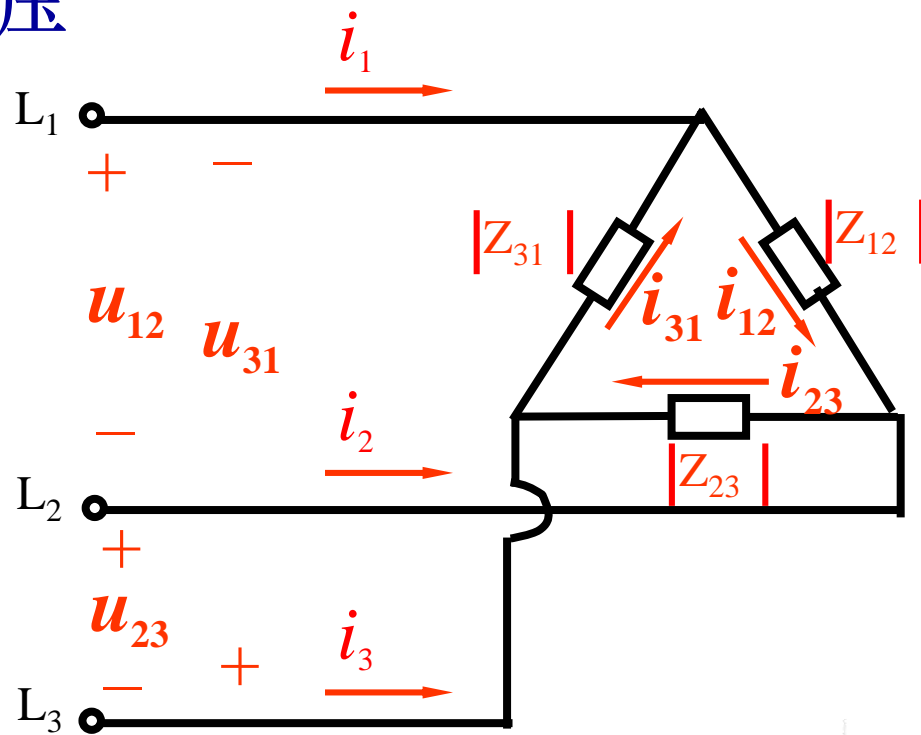
$$U_{12} = U_{23} = U_{31} = U_l = U_P$$

(2) 相电流

$$\dot{I}_{12} = \frac{\dot{U}_{12}}{Z_{12}} \quad \dot{I}_{23} = \frac{\dot{U}_{23}}{Z_{23}} \quad \dot{I}_{31} = \frac{\dot{U}_{31}}{Z_{31}}$$

相电流: \dot{I}_{12} 、 \dot{I}_{23} 、 \dot{I}_{31}

线电流: \dot{I}_1 、 \dot{I}_2 、 \dot{I}_3



线电流不等于相电流



(3) 线电流

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_{12} - \dot{I}_{31}$$

$$\dot{I}_2 = \dot{I}_{23} - \dot{I}_{12}$$

$$\dot{I}_3 = \dot{I}_{31} - \dot{I}_{23}$$

负载对称时, 相电流对称, 即

$$I_{12} = I_{23} = I_{31} = I_P = \frac{U_P}{|Z|}$$

$$\varphi_{12} = \varphi_{23} = \varphi_{31} = \varphi = \arctan \frac{X}{R}$$

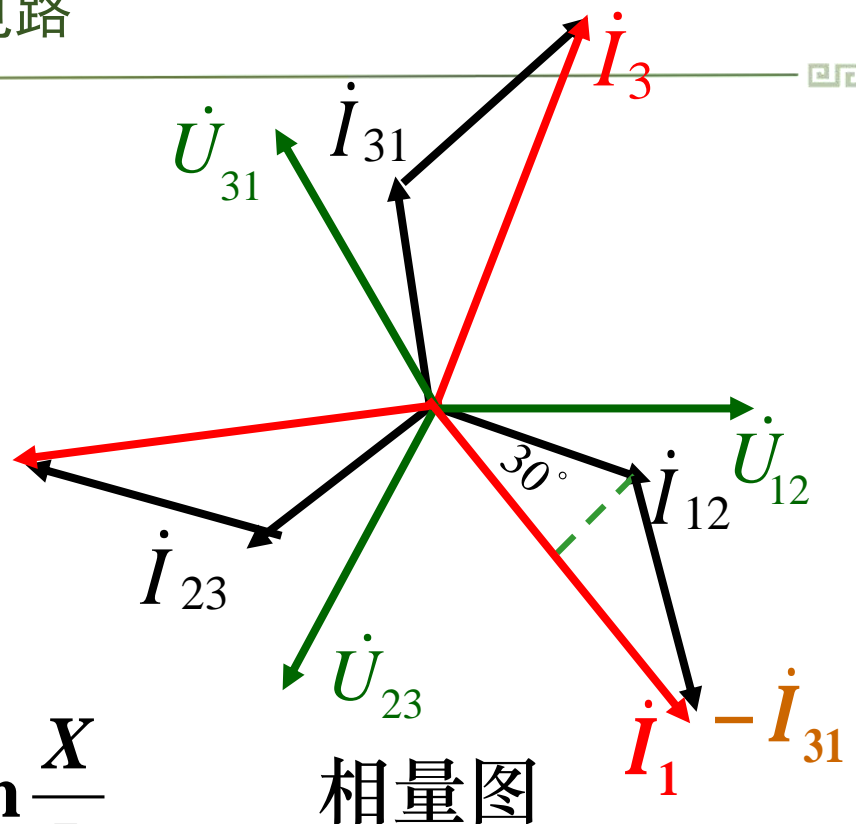
为此线电流也对称, 即 $I_1 = I_2 = I_3 = I_l$ 。

由相量图可求得

$$I_l = 2I_P \cos 30^\circ = \sqrt{3}I_P$$

线电流比相应的相电流

滞后 30° 。



结论: 对称负载 Δ 联接时
线电流 $I_l = \sqrt{3}I_P$ (相电流),
且落后相应的相电流 30° 。

三相电动机绕组可以联结成星形，也可以联结成三角形，而照明负载一般都联结成星形(具有中性线)。

三相负载的联接原则

应使加于每相负载上的电压等于其额定电压，而与电源的联接方式无关。

负载的额定电压 = 电源的线电压

应作 Δ 联结

负载的额定电压 = $\frac{1}{\sqrt{3}}$ 电源线电压

应作 Y 联结



5.4 三相功率

无论负载为 Y 或 Δ 联结，每相有功功率都应为

$$P_p = U_p I_p \cos \varphi_p$$

当负载对称时： $P = 3U_p I_p \cos \varphi_p$

对称负载 Y 联结时： $U_p = \frac{1}{\sqrt{3}} U_l, \quad I_p = I_l$

对称负载 Δ 联结时： $U_p = U_l, \quad I_p = \frac{1}{\sqrt{3}} I_l$

相电压与相
电流的相位差

所以

$$P = 3U_p I_p \cos \varphi_p = \sqrt{3} U_l I_l \cos \varphi_p$$

同理

$$Q = 3U_p I_p \sin \varphi_p = \sqrt{3} U_l I_l \sin \varphi_p$$

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = 3U_p I_p = \sqrt{3} U_l I_l$$



例1: 有一三相电动机, 每相的等效电阻 $R = 29\Omega$, 等效感抗 $X_L = 21.8\Omega$, 试求下列两种情况下电动机的相电流、线电流以及从电源输入的功率, 并比较所得的结果:

- (1) 绕组联成星形接于 $U_l = 380\text{ V}$ 的三相电源上;
- (2) 绕组联成三角形接于 $U_l = 220\text{ V}$ 的三相电源上。

解: (1) $I_P = \frac{U_P}{|Z|} = \frac{220}{\sqrt{29^2 + 21.8^2}} \text{ A} = 6.1 \text{ A}$

$$P = \sqrt{3}U_l I_l \cos\varphi = \sqrt{3} \times 380 \times 6.1 \times \frac{29}{\sqrt{29^2 + 21.8^2}} \text{ W}$$

$$= \sqrt{3} \times 380 \times 6.1 \times 0.8 = 3.2 \text{ k W}$$



$$(2) \quad I_P = \frac{U_P}{|Z|} = \frac{220}{\sqrt{29^2 + 21.8^2}} \text{ A} = 6.1 \text{ A}$$

$$I_l = \sqrt{3} I_P = 10.5 \text{ A}$$

$$P = \sqrt{3} U_l I_l \cos \varphi = \sqrt{3} \times 220 \times 10.5 \times 0.8 \text{ W} = 3.2 \text{ k W}$$

比较(1), (2)的结果:

有的电动机有两种额定电压, 如220/380 V。

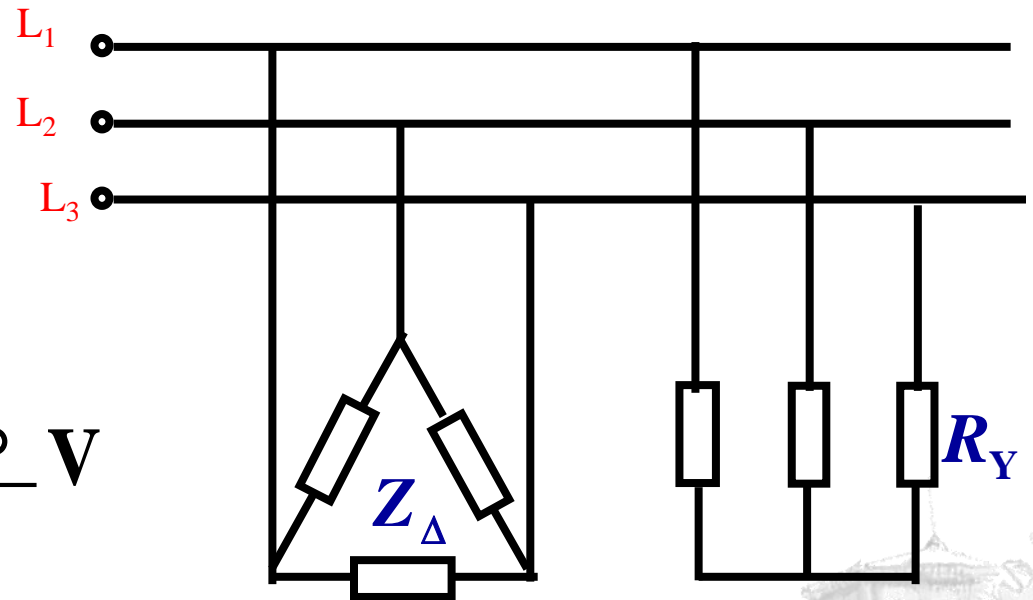
当电源电压为380 V时, 电动机的绕组应联结成星形;
当电源电压为220 V时, 电动机的绕组应联结成三角形。

在三角形和星形两种联结法中, 相电压、相电流以及功率都未改变, 仅三角形联结情况下的线电流比星形联结情况下的线电流增大 $\sqrt{3}$ 倍。



例2: 线电压 U_l 为 380 V 的三相电源上，接有两组对称三相负载：
 一组是三角形联结的电感性负载，每相阻抗 $Z_{\Delta} = 36.3 \angle 37^{\circ} \Omega$ ；另一组是星形联结的电阻性负载，每相电阻 $R = 10 \Omega$ ，如图所示。试求：

- (1) 各组负载的相电流；
- (2) 电路线电流；
- (3) 三相有功功率。



解: 设 $\dot{U}_{12} = 380 \angle 0^{\circ} \text{ V}$

则 $\dot{U}_1 = 220 \angle -30^{\circ} \text{ V}$

(1) 各电阻负载的相电流

由于三相负载对称，所以只需计算一相，其它两相可依据对称性写出。



负载三角形联接时，其相电流为

$$\dot{I}_{12\Delta} = \frac{\dot{U}_{12}}{Z_{\Delta}} = \frac{380\angle 0^{\circ}}{36.3\angle 37^{\circ}} \text{ A} = 10.47\angle -37^{\circ} \text{ A}$$

负载星形联接时，其线电流为

$$\dot{I}_{1Y} = \frac{\dot{U}_1}{R_Y} = 22\angle -30^{\circ} \text{ A}$$

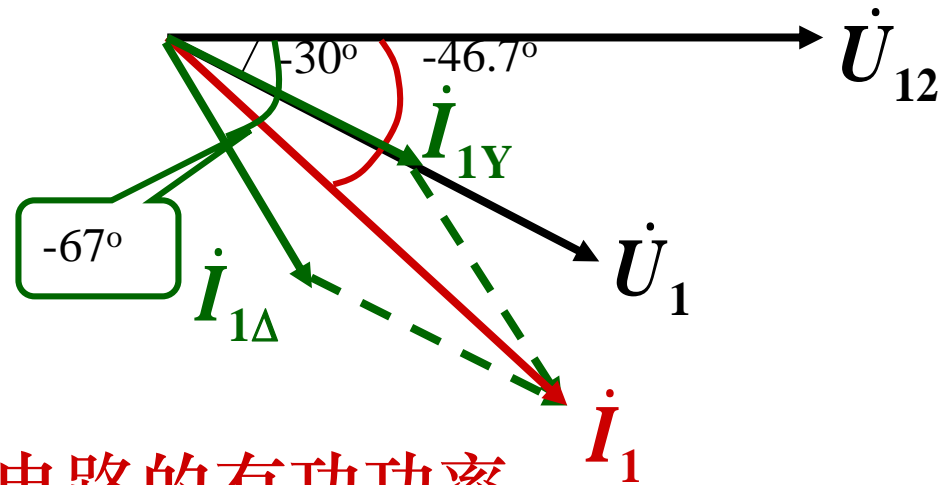
(2) 电路线电流

$$\dot{I}_{1\Delta} = 10.47\sqrt{3}\angle -37^{\circ} - 30^{\circ} = 18.13\angle -67^{\circ} \text{ A}$$

$$\begin{aligned} \dot{I}_1 &= \dot{I}_{1\Delta} + \dot{I}_{1Y} = 18.13\angle -67^{\circ} + 22\angle -30^{\circ} \\ &= 38\angle -46.7^{\circ} \text{ A} \end{aligned}$$

一相电压与电流的相量图如图所示

一相电压与电流的相量图如图所示



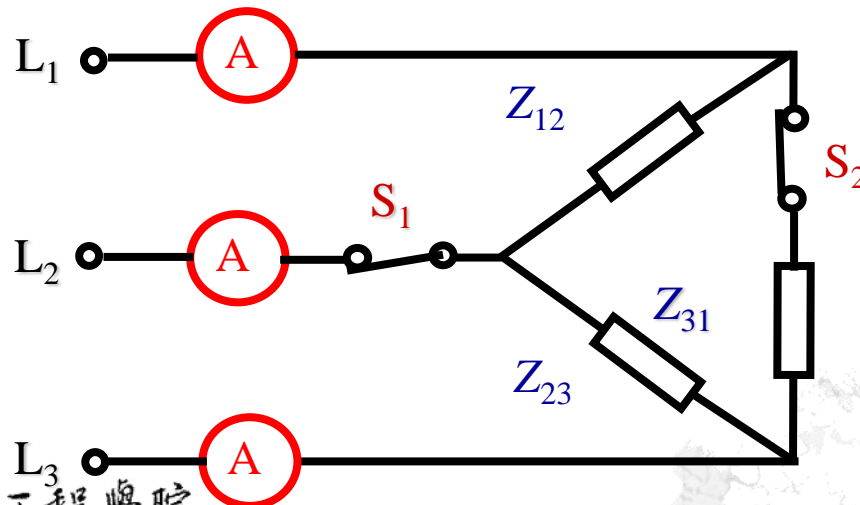
(3) 三相电路的有功功率

$$\begin{aligned}
 P &= P_Y + P_{\Delta} \\
 &= \sqrt{3}U_l I_l \cos \phi_{\Delta} + \sqrt{3}U_l I_l \cos \phi_Y \\
 &= \sqrt{3} \times 380 \times 18.13 \times 0.8 \text{ W} + \sqrt{3} \times 380 \times 22 \text{ W} \\
 &= 9546 + 14480 \approx 2.4 \text{ k W}
 \end{aligned}$$



例3:三相对称负载作三角形联结, $U_l=220\text{V}$, 当 S_1 、 S_2 均闭合时, 各电流表读数均为 17.3A , 三相功率 $P=4.5\text{ kW}$, 试求:

- 1) 每相负载的电阻和感抗;
- 2) S_1 合、 S_2 断开时, 各电流表读数和有功功率 P ;
- 3) S_1 断、 S_2 闭合时, 各电流表读数和有功功率 P 。



解：(1) 由已知条件可求得

$$|Z| = \frac{U_P}{I_P} = \frac{220}{17.32 / \sqrt{3}} = 22\Omega$$

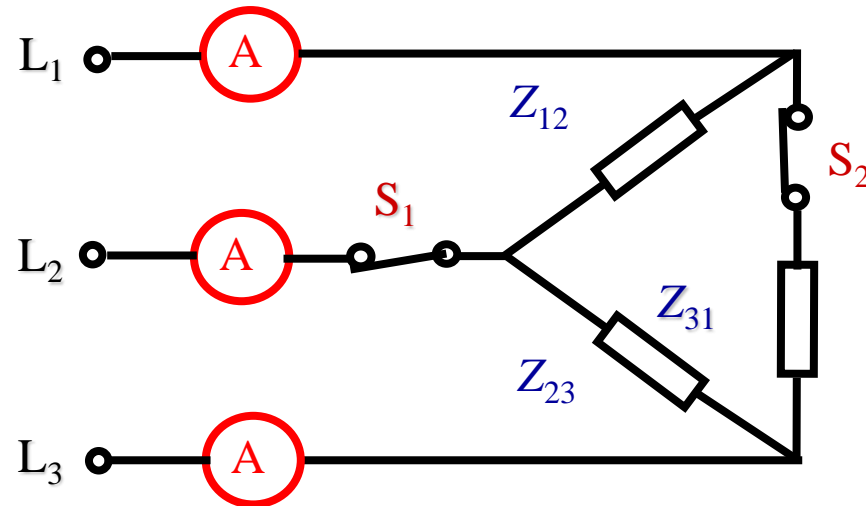
$$\cos\varphi = \frac{P}{\sqrt{3}U_l I_l} = 0.68$$

$$R = |Z| \cos\varphi = 22 \times 0.68 = 15\Omega$$

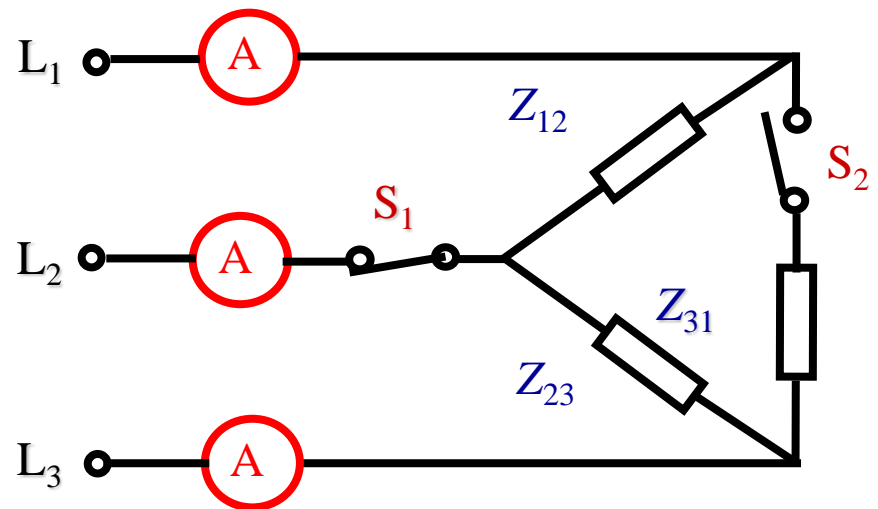
$$X_L = |Z| \sin\varphi = 22 \times 0.733 = 16.1\Omega$$

或： $P = \underline{I^2 R}$

$$P = UI \cos\varphi \quad \underline{tg\varphi = X_L / R}$$



(2) S_1 闭合、 S_2 断开时
 流过电流表 L_1 、 L_3
 的电流变为相电流 I_P ，
 流过电流表 L_2 的电流仍
 为线电流 I_l 。



$$\therefore I_1 = I_3 = 10\text{A} \quad I_2 = 17.32 \text{ A}$$

因为开关 S 均闭合时

每相有功功率 $P = 1.5 \text{ kW}$

当 S_1 合、 S_2 断时， Z_{12} 、 Z_{23} 的相电压和相电流不变，则 P_{12} 、 P_{23} 不变。

$$P = P_{12} + P_{23} = 3 \text{ kW}$$



(3) S_1 断开、 S_2 闭合时

$$I_2 = 0 \text{ A}$$

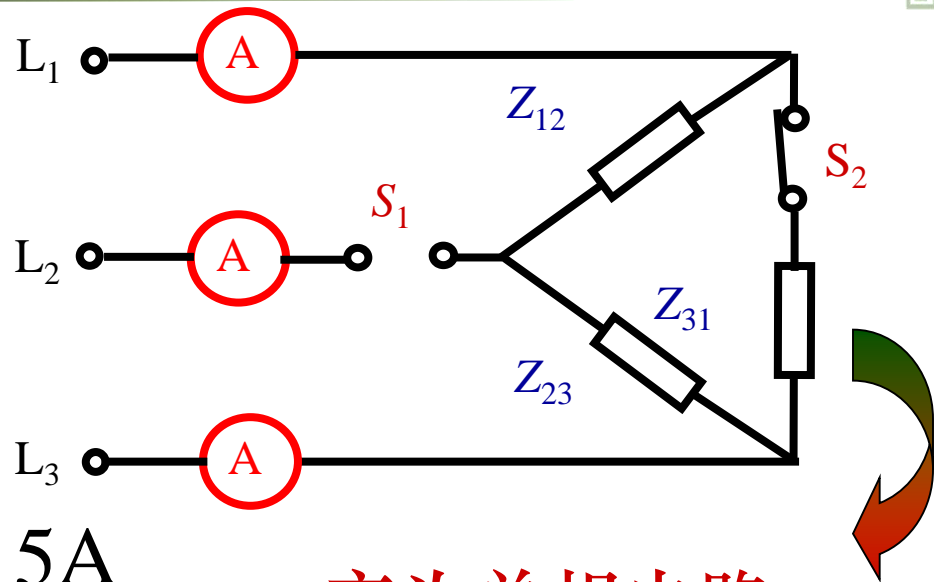
I_1 仍为相电流 I_P ,

I_2 变为 $1/2 I_P$ 。

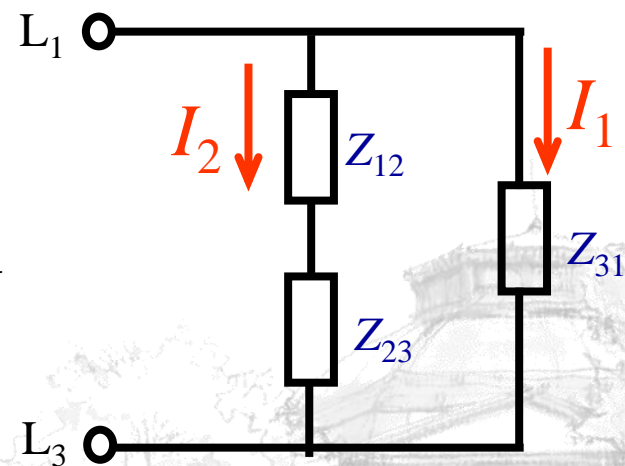
$$\therefore I_1 = I_3 = 10 \text{ A} + 5 \text{ A} = 15 \text{ A}$$

$\therefore I_2$ 变为 $1/2 I_P$, 所以 $L_1 L_2$ 、
 $L_2 L_3$ 相的功率变为原来的 $1/4$ 。

$$\begin{aligned} P &= 1/4 P_{12} + 1/4 P_{23} + P_{31} \\ &= 0.375 \text{ W} + 0.375 \text{ W} + 1.5 \text{ W} \\ &= 2.25 \text{ kW} \end{aligned}$$

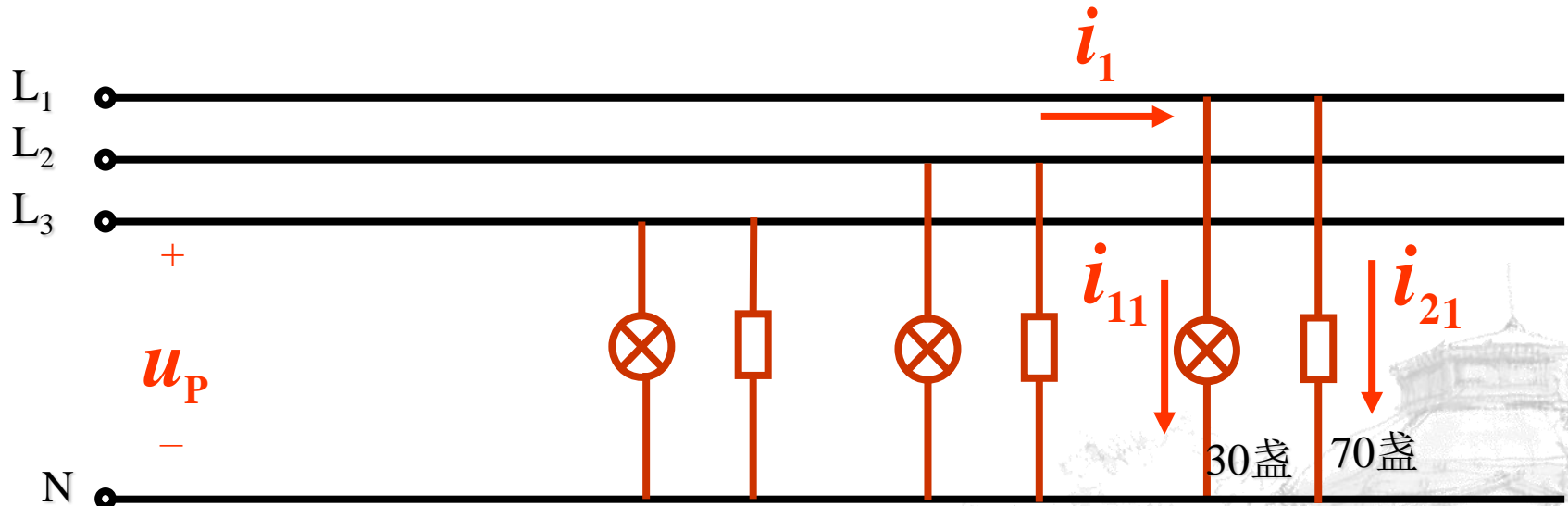


变为单相电路

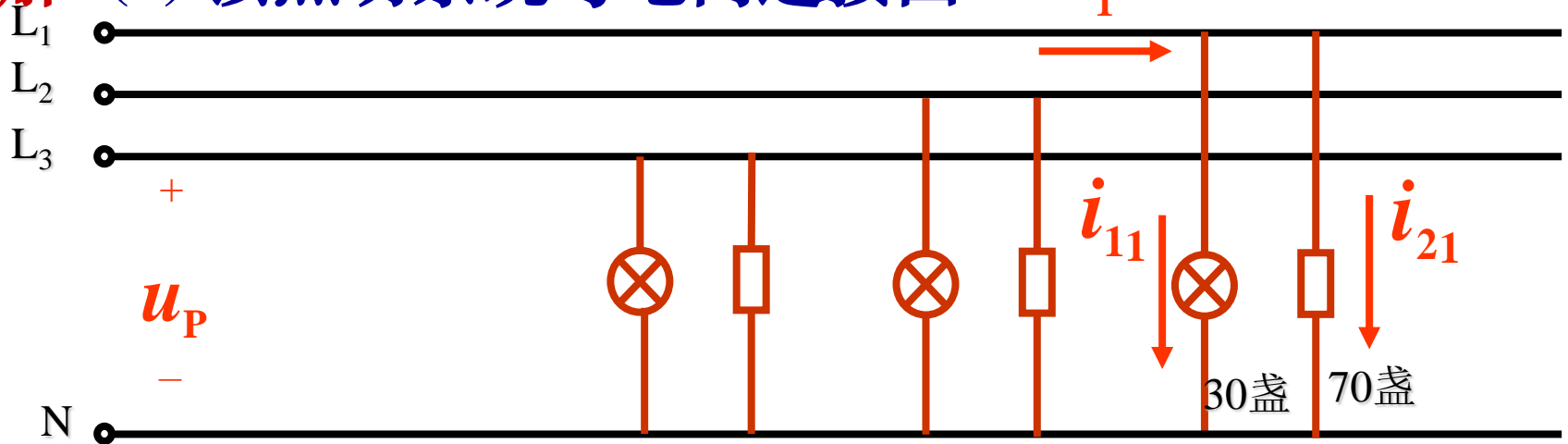


例4:某大楼为日光灯和白炽灯混合照明，需装40瓦 日光灯210盏($\cos \varphi_1=0.5$)，60瓦白炽灯90盏($\cos \varphi_2=1$)，它们的额定电压都是220V，由380V/220V的电网供电。试分配其负载并指出应如何接入电网。这种情况下,线路电流为多少?

解: (1) 该照明系统与电网连接图



解: (1) 该照明系统与电网连接图



(2) 计算线电流 设 $\dot{U} = 220 \angle 0^\circ \text{ V}$

$$\dot{I}_{11} = 30 \times \frac{60}{220 \times 1} \angle 0^\circ \text{ A} \quad \dot{I}_{21} = 70 \times \frac{40}{220 \times 0.5} \angle -60^\circ \text{ A}$$

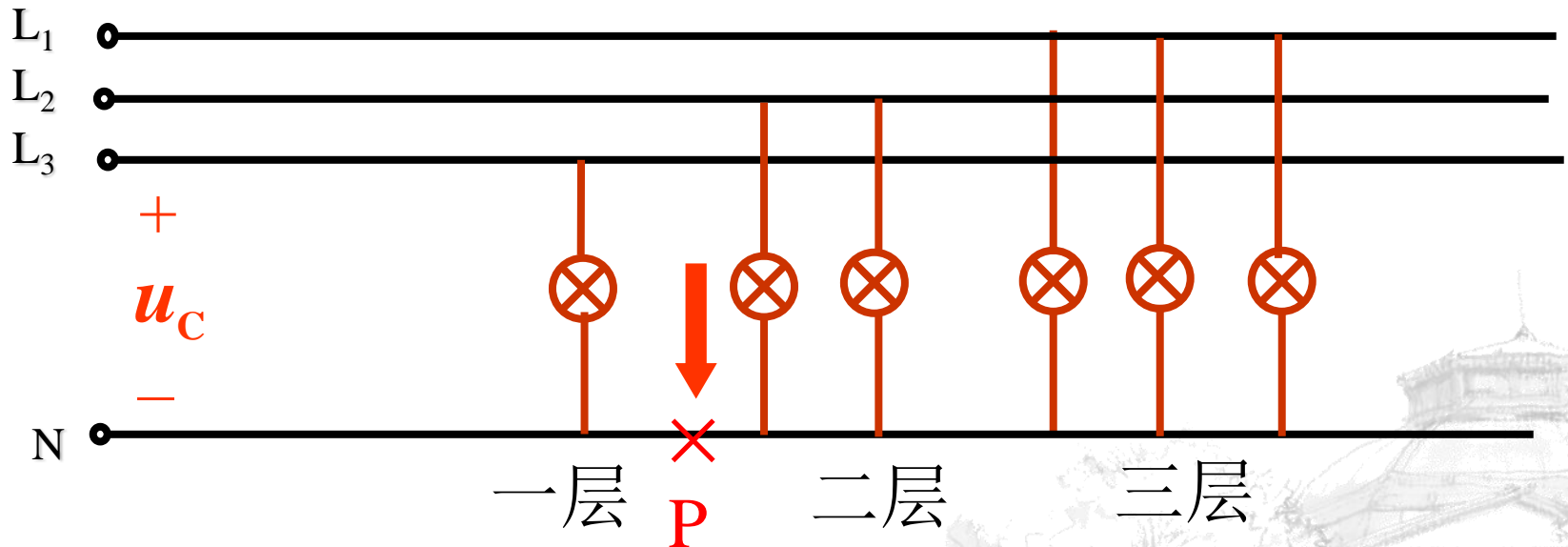
$$= 8.1818 \angle 0^\circ \text{ A} \quad = 25.46 \angle -60^\circ \text{ A}$$

$$\therefore \dot{I}_1 = \dot{I}_{11} + \dot{I}_{21} = 30.4 \angle -46.5^\circ \text{ A}$$

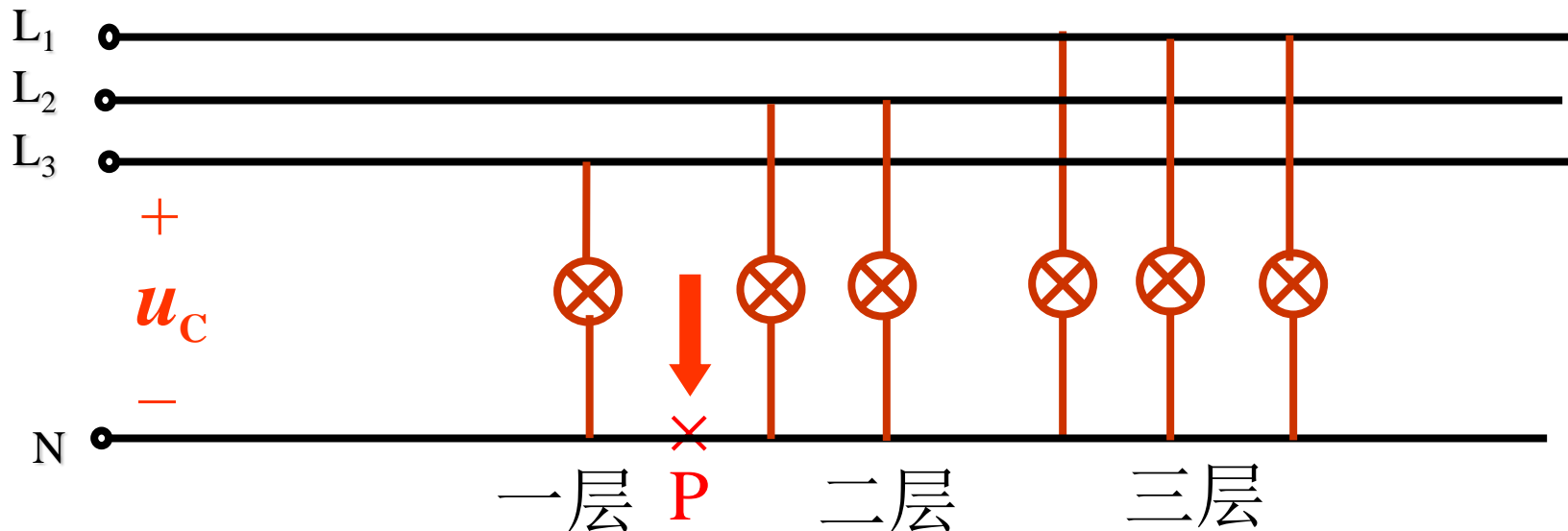


例5: 某大楼电灯发生故障，第二层楼和第三层楼所有电灯都突然暗下来，而第一层楼电灯亮度不变，试问这是什么原因？这楼的电灯是如何联接的？同时发现，第三层楼的电灯比第二层楼的电灯还暗些，这又是什么原因？

解: (1) 本系统供电线路图



解：(1)本系统供电线路图



(2) 当P处断开时，二、三层楼的灯串联接380V 电压，所以亮度变暗，但一层楼的灯仍承受220V电压亮度不变。

(3) 因为三楼灯多于二楼灯即 $R_3 < R_2$ ，所以三楼灯比二楼灯暗。



p181-5.2.1, 5.3.1,

P182-5.2.8,

p183-5.4.2, 5.4.4



第五章-结束

Thank You!

