Предикативная аналитика

Задача 1

Фреймворк

Фреймворк - 'каркас', предназначенный для облегчения процесса объединения компонентов при написании программы.

Фреймворк машинного обучения

Фреймворк - 'каркас', предназначенный для облегчения процесса объединения компонентов при создании алгоритмов, кодов, программ в области машинного обучения.

Фреймворк квантового машинного обучения

Фреймворк - 'каркас', предназначенный для облегчения процесса объединения компонентов при создании алгоритмов, кодов, программ в области машинного обучения с использованием параллелизма квантовых компьютеров.

Обосновать почему задачи машинного обучения хорошо подходят для решения на квантовых компьютерах

Главное преимущество вычислений на квантовых машинах - скорость. Но ускорение происходит не по причине увеличения вычислительных мощностей на каждый процесс, а благодаря взаимодействию кубитов, за счет чего обеспечивается возможность одновременной работы нескольких процессов. Параллелизм очень хорошо себя зарекомендовал в задачах тренировки глубоких нейронных сетей. Поэтому задачи машинного обучения хорошо подходят для решения на квантовых компьютерах.

Задача 2

Задачи:

- Построить математические модели для вибрации трёх подшипников, используя очевидные и скрытые зависимости.
- Сравнить и проанализировать показания разных датчиков, подумать, как лучше их использовать.
- Обосновать использование или неиспользование каждого параметра в математической модели

Схема компрессора



Загрузка данных

In [1]:

import pandas as pd

In [2]:

```
df = pd.read_excel('Data.xlsx')
```

Просмотр данных

In [3]:

df.head(5)

Out[3]:

	Дата и время	Обороты 1	Обороты 2	Обороты 3	Вибрация Подшипник 1	Вибрация Подшипник 2	Вибрация Подшипник 3	Сдвиг Подшипник 1	Сдвиг Подшипник 2	Сдвиг Подшипник 3	Давле масл (к
0	2016- 09-02 00:10:00	5258.662931	5258.780949	5255.826839	53.798579	28.936931	45.781854	-0.041063	-0.031354	0.004203	0.344
1	2016- 09-02 00:20:00	5277.254228	5277.860518	5274.922677	54.173565	28.835001	45.525913	-0.043171	-0.031549	0.000496	0.344
2	2016- 09-02 00:30:00	5331.892912	5332.584639	5329.195142	55.400938	28.720065	45.859280	-0.040885	-0.032023	-0.000016	0.344
3	2016- 09-02 00:40:00	5330.082210	5329.813639	5327.209481	56.015260	28.387437	46.192262	-0.039666	-0.031140	0.000731	0.344
4	2016- 09-02 00:50:00	5296.671570	5296.561670	5294.262691	54.256911	28.309788	46.751371	-0.037788	-0.031344	0.000329	0.344
4											

In [4]:

df.info()

<class 'pandas.core.frame.DataFrame'>
RangeIndex: 11004 entries, 0 to 11003
Data columns (total 17 columns):

#	Column	Non-Null Count	Dtype
0	Дата и время	11004 non-null	datetime64[ns]
1	Обороты 1	11004 non-null	float64
2	Обороты 2	11004 non-null	float64
3	Обороты 3	11004 non-null	float64
4	Вибрация Подшипник 1	11004 non-null	float64
5	Вибрация Подшипник 2	11004 non-null	float64
6	Вибрация Подшипник 3	11004 non-null	float64
7	Сдвиг Подшипник 1	11004 non-null	float64
8	Сдвиг Подшипник 2	11004 non-null	float64
9	Сдвиг Подшипник 3	11004 non-null	float64
10	Давление масла 1 (кПа)	11004 non-null	float64
11	Давление масла 2 (кПа)	11004 non-null	float64
12	Температура масла (С)	11004 non-null	float64
13	Температура газа На входе компрессора	11004 non-null	float64
14	Температура газа На выходе компрессора	11004 non-null	float64
15	Давление газа На входе компрессора (кПа)	11004 non-null	float64
16	Давление газа На выходе компрессора (МПа)	11004 non-null	float64
dtyp	es: datetime64[ns](1), float64(16)		
memo	ry usage: 1.4 MB		

Проверка на пропуски в данных

```
In [5]:
```

```
df.isnull().sum()
```

Out[5]:

```
Дата и время
                                              0
Обороты 1
                                              0
Обороты 2
                                              0
Обороты 3
                                              0
Вибрация Подшипник 1
                                              0
Вибрация Подшипник 2
Вибрация Подшипник 3
Сдвиг Подшипник 1
                                              0
Сдвиг Подшипник 2
                                              0
Сдвиг Подшипник 3
Давление масла 1 (кПа)
                                              0
Давление масла 2 (кПа)
                                              0
Температура масла (С)
                                              0
Температура газа На входе компрессора
Температура газа На выходе компрессора
                                              0
Давление газа На входе компрессора (кПа)
                                              0
Давление газа На выходе компрессора (МПа)
                                              0
dtype: int64
```

Пропусков в данных нет

Описательная статистика

In [6]:

```
df.describe()
```

Out[6]:

	Обороты 1	Обороты 2	Обороты 3	Вибрация Подшипник 1	Вибрация Подшипник 2	Вибрация Подшипник 3	Сдвиг Подшипник 1	Сдвиг Подшипник 2	Сдвиг Подшипник 3
count	11004.000000	11004.000000	11004.000000	11004.000000	11004.000000	11004.000000	11004.000000	11004.000000	11004.000000
mean	5552.085572	5551.951317	5549.390565	65.103002	29.033050	46.199555	-0.020231	-0.030812	-0.009298
std	178.874828	178.841944	178.830382	6.275282	0.617651	0.655033	0.018524	0.002764	0.006698
min	5000.158690	5000.626625	4998.185228	47.533153	27.287129	44.711577	-0.082733	-0.038288	-0.026793
25%	5457.742330	5457.586679	5455.275482	61.234763	28.612512	45.693822	-0.032853	-0.032643	-0.013994
50%	5595.420369	5595.210789	5592.671716	65.490397	29.057773	46.186144	-0.021274	-0.030934	-0.008969
75%	5693.970754	5693.800836	5691.240462	70.270891	29.443051	46.599198	-0.006993	-0.028844	-0.004460
max	5852.693693	5852.791303	5849.808789	77.482260	30.973721	49.719864	0.023616	-0.022938	0.009361

Списиок названий столбцов

In [7]:

list(df)

Out[7]:

```
['Дата и время',
 'Обороты 1',
 'Обороты 2',
 'Обороты 3',
 'Вибрация Подшипник 1',
 'Вибрация Подшипник 2',
 'Вибрация Подшипник 3',
'Сдвиг Подшипник 1',
'Сдвиг Подшипник 2',
 'Сдвиг Подшипник 3',
 'Давление масла 1 (кПа)',
 'Давление масла 2 (кПа)',
 'Температура масла (С)',
 'Температура газа На входе компрессора',
 'Температура газа На выходе компрессора',
 'Давление газа На входе компрессора (кПа)'
 'Давление газа На выходе компрессора (МПа)']
```

In [8]:

Out[8]:

	Вибрация Подшипник 1	Вибрация Подшипник 2	Вибрация Подшипник 3
0	53.798579	28.936931	45.781854
1	54.173565	28.835001	45.525913
2	55.400938	28.720065	45.859280

In [9]:

Out[9]:

	Дата и время	Обороты 1	Обороты 2	Обороты 3	Сдвиг Подшипник 1	Сдвиг Подшипник 2	Сдвиг Подшипник 3	Давление масла 1 (кПа)	Давление масла 2 (кПа)	Температура масла (С)	Темпе компр
0	2016- 09-02 00:10:00	5258.662931	5258.780949	5255.826839	-0.041063	-0.031354	0.004203	0.344716	0.340869	35.467580	23
1	2016- 09-02 00:20:00	5277.254228	5277.860518	5274.922677	-0.043171	-0.031549	0.000496	0.344712	0.340852	35.456034	23.
2	2016- 09-02 00:30:00	5331.892912	5332.584639	5329.195142	-0.040885	-0.032023	-0.000016	0.344361	0.340497	35.528870	23

Построение графиков Вибрации от времени



?

Матрица корреляций

In [11]:

```
import seaborn as sns
import matplotlib.pyplot as plt
```

In [12]:

```
feature = list(df_X)
feature = feature[1:]
feature
```

Out[12]:

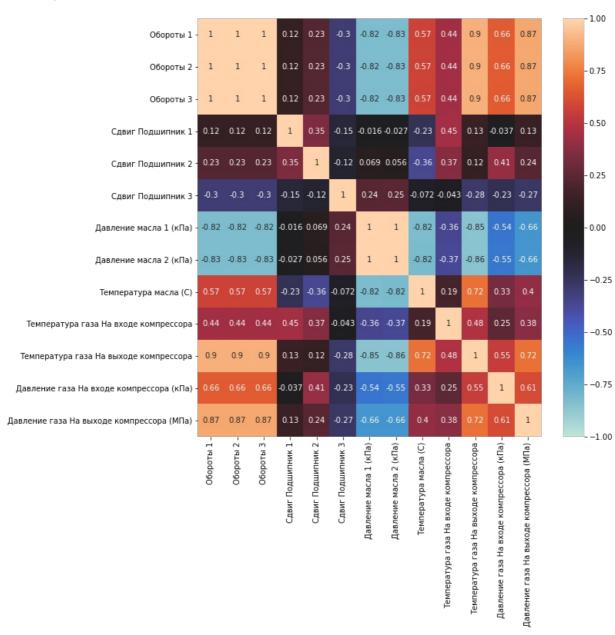
```
['Обороты 1',
'Обороты 2',
'Обороты 3',
'Сдвиг Подшипник 1',
'Сдвиг Подшипник 2',
'Сдвиг Подшипник 3',
'Давление масла 1 (кПа)',
'Давление масла 2 (кПа)',
'Температура масла (С)',
'Температура газа На входе компрессора',
'Температура газа На выходе компрессора',
'Давление газа На входе компрессора (кПа)',
'Давление газа На выходе компрессора (МПа)']
```

In [13]:

```
fig, ax = plt.subplots(figsize=(10,10))
sns.heatmap(df_X[feature].corr(), annot = True, vmin=-1, vmax=1, center= 0)
```

Out[13]:

<AxesSubplot:>



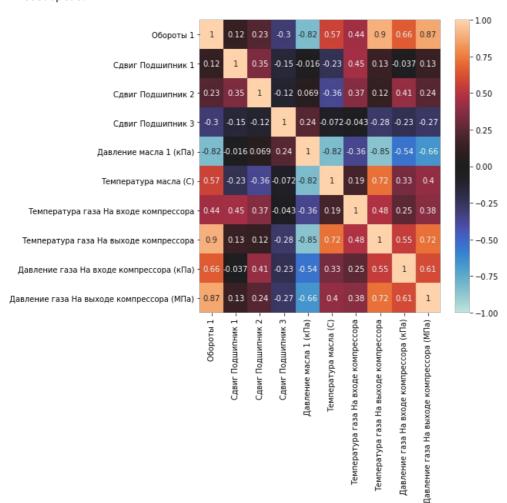
```
In [14]:
```

In [15]:

```
fig, ax = plt.subplots(figsize=(7,7))
sns.heatmap(df_X.corr(), annot = True, vmin=-1, vmax=1, center= 0, )
```

Out[15]:

<AxesSubplot:>



In [16]:

```
feature = list(df_X)
feature = feature[1:]
feature
```

Out[16]:

```
['Обороты 1',
'Сдвиг Подшипник 1',
'Сдвиг Подшипник 2',
'Сдвиг Подшипник 3',
'Давление масла 1 (кПа)',
'Температура масла (С)',
'Температура газа На входе компрессора',
'Температура газа На выходе компрессора',
'Давление газа На входе компрессора (кПа)',
'Давление газа На выходе компрессора (МПа)']
```

Вибрация 1-ого подшипника

In [25]:

fit = model.fit()

```
In [17]:
train_data = df_X.drop(labels = 'Дата и время', axis = 1)
In [18]:
train_data.head(3)
Out[18]:
                                                                                                       Давление
                                                                                                                    Давле
                                                                          Температура
                                                                                       Температура
                    Сдвиг
                                Слвиг
                                            Сдвиг
                                                  Давпение
                                                                                                         газа На
                                                                                                                      газа
                                                             Температура
                                                                               газа На
                                                                                            газа На
    Обороты 1 Подшипник
                          Подшипник
                                      Подшипник
                                                    масла 1
                                                                                                          входе
                                                                                                                      вых
                                                                масла (С)
                                                                                входе
                                                                                            выходе
                                                       (кПа)
                                                                                                    компрессора
                                                                                                                 компресс
                                                                          компрессора
                                                                                       компрессора
                                                                                                           (кПа)
                                                                                                                       (M
0 5258.662931
                 -0.041063
                             -0.031354
                                                    0.344716
                                                                                                       38.161112
                                                                                                                     3.557
                                         0.004203
                                                                35.467580
                                                                             23.744987
                                                                                         105.907962
   5277.254228
                  -0.043171
                             -0.031549
                                         0.000496
                                                    0.344712
                                                                35.456034
                                                                             23.127557
                                                                                         104.946009
                                                                                                       39.077081
                                                                                                                     3.512
   5331.892912
                 -0.040885
                             -0.032023
                                         -0.000016
                                                                35.528870
                                                                             23.599861
                                                                                                       39.040205
                                                                                                                     3.559
                                                    0.344361
                                                                                         106.309756
In [19]:
train_labels = df_Y['Вибрация Подшипник 1']
In [20]:
train_labels.head(3)
Out[20]:
0
      53.798579
      54.173565
      55,400938
2
Name: Вибрация Подшипник 1, dtype: float64
In [21]:
import statsmodels.api as sm
import statsmodels as statsmodels
In [22]:
train_data = sm.add_constant(train_data)
In [23]:
train_data.head(3)
Out[23]:
                                                                                                             Давление
                                                                                Температура
                                                                                             Температура
                          Сдвиг
                                      Сдвиг
                                                  Сдвиг
                                                        Давление
                                                                                                               газа На
                                                                   Температура
                                                                                     газа На
                                                                                                  газа На
   const
          Обороты 1 Подшипник
                                 Подшипник
                                             Подшипник
                                                           масла 1
                                                                                                                входе
                                                                      масла (С)
                                                                                      входе
                                                                                                  выходе
                                                             (кПа)
                                                                                                          компрессора
                                                                                                                       ко
                                                                                компрессора
                                                                                             компрессора
                                                                                                                 (кПа)
     1.0 5258.662931
                        -0.041063
                                    -0.031354
                                                0.004203
                                                          0.344716
                                                                      35.467580
                                                                                   23.744987
                                                                                               105.907962
                                                                                                             38.161112
 1
      1.0 5277.254228
                        -0.043171
                                    -0.031549
                                                0.000496
                                                          0.344712
                                                                      35.456034
                                                                                   23.127557
                                                                                                104.946009
                                                                                                             39.077081
      1.0 5331.892912
                        -0.040885
                                    -0.032023
                                                -0.000016
                                                          0.344361
                                                                      35.528870
                                                                                   23.599861
                                                                                                106.309756
                                                                                                              39.040205
In [24]:
import statsmodels.api as sm
import statsmodels as statsmodels
model = sm.OLS(train_labels, train_data)
```

```
In [26]:
```

```
g = fit.summary()
g
```

Out[26]:

OLS Regression Results

Dep. Variable:	Вибрация Подшипник 1	R-squared:	0.730
Model:	OLS	Adj. R-squared:	0.729
Method:	Least Squares	F-statistic:	2966.
Date:	Sun, 27 Sep 2020	Prob (F-statistic):	0.00
Time:	15:37:21	Log-Likelihood:	-28627.
No. Observations:	11004	AIC:	5.728e+04
Df Residuals:	10993	BIC:	5.736e+04
Df Model:	10		
Covariance Type:	nonrobust		

	coef	std err	t	P> t	[0.025	0.975]
const	153.2894	13.065	11.733	0.000	127.680	178.899
Обороты 1	0.0190	0.001	28.377	0.000	0.018	0.020
Сдвиг Подшипник 1	88.3437	2.209	40.001	0.000	84.014	92.673
Сдвиг Подшипник 2	-419.2766	17.930	-23.384	0.000	-454.423	-384.130
Сдвиг Подшипник 3	-37.0475	5.089	-7.280	0.000	-47.023	-27.072
Давление масла 1 (кПа)	-574.7973	23.128	-24.853	0.000	-620.132	-529.463
Температура масла (C)	0.1841	0.072	2.574	0.010	0.044	0.324
Температура газа На входе компрессора	-0.0359	0.013	-2.843	0.004	-0.061	-0.011
Температура газа На выходе компрессора	-0.1423	0.040	-3.590	0.000	-0.220	-0.065
Давление газа На входе компрессора (кПа)	-0.1286	0.025	-5.069	0.000	-0.178	-0.079
Давление газа На выходе компрессора (МПа)	1.4583	2.663	0.548	0.584	-3.761	6.677

 Omnibus:
 276.311
 Durbin-Watson:
 0.012

 Prob(Omnibus):
 0.000
 Jarque-Bera (JB):
 158.303

 Skew:
 -0.127
 Prob(JB):
 4.22e-35

 Kurtosis:
 2.470
 Cond. No.
 4.57e+06

Warnings:

- [1] Standard Errors assume that the covariance matrix of the errors is correctly specified.
- [2] The condition number is large, 4.57e+06. This might indicate that there are strong multicollinearity or other numerical problems.

Reset-тест

In [27]:

```
import warnings
warnings.filterwarnings('ignore')
```

In [28]:

```
statsmodels.stats.diagnostic.linear_reset(fit, power=2)
```

Out[28]:

```
<class 'statsmodels.stats.contrast.ContrastResults'>
<Wald test (chi2): statistic=[[593.8079765]], p-value=3.7207027650545315e-131, df_denom=1>
```

Нулевая гипотеза — спецификация модели адекватна (квадраты). Р-значение = 3.7207027650545315e-131. Значит нулевая гипотеза отвергается на всех стандартных уровнях значимости. Спецификация модели неадекватна

Feature mining

In [29]:

```
df['N_gas_in'] = df_X['Давление газа На входе компрессора (кПа)']/df_X['Температура газа На входе компрессора']
df['N_gas_out'] = df_X['Давление газа На выходе компрессора (МПа)']/df_X['Температура газа На выходе компрессора'
]
df['N_oil'] = df_X['Давление масла 1 (кПа)']/df_X['Температура масла (C)']

df_X['N_gas_in'] = df['N_gas_in']
df_X['N_gas_out'] = df['N_gas_out']
df_X['N_oil'] = df['N_oil']
```

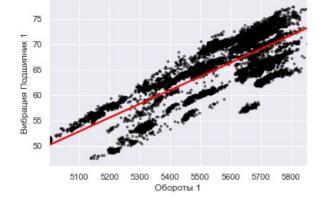
In [30]:

```
feature = [
'Обороты 1',
'Сдвиг Подшипник 1',
'Сдвиг Подшипник 2',
'Сдвиг Подшипник 3',
'N_gas_in',
'N_gas_out',
'N_oil']
```

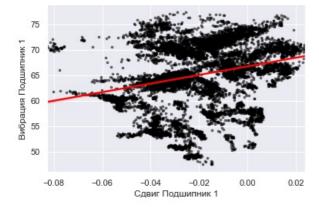
In [31]:

import seaborn as sns

In [32]:



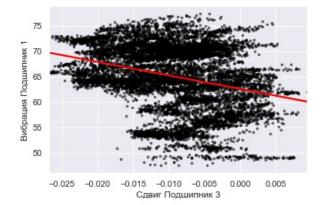
In [33]:



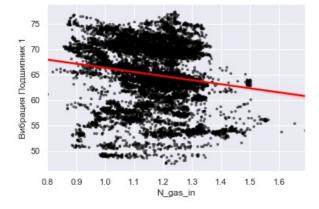
In [34]:

```
75
70
65
60
60
-0.038 -0.036 -0.034 -0.032 -0.030 -0.028 -0.026 -0.024
Сдвиг Подшипник 2
```

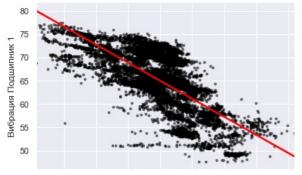
In [35]:



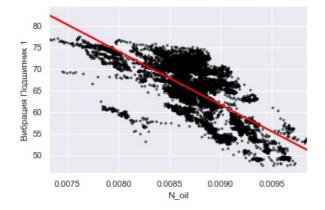
In [36]:



In [37]:



In [38]:



In [39]:

```
train_data = df_X[feature]
train_labels.head(3)
train_data = sm.add_constant(train_data)
```

In [40]:

train_data.head(3)

Out[40]:

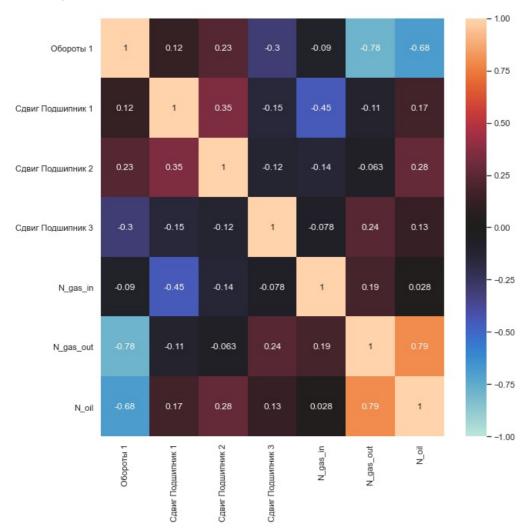
	const	Обороты 1	Сдвиг Подшипник 1	Сдвиг Подшипник 2	Сдвиг Подшипник 3	N_gas_in	N_gas_out	N_oil
0	1.0	5258.662931	-0.041063	-0.031354	0.004203	1.607123	0.033591	0.009719
1	1.0	5277.254228	-0.043171	-0.031549	0.000496	1.689633	0.033472	0.009722
2	1.0	5331.892912	-0.040885	-0.032023	-0.000016	1.654256	0.033482	0.009692

In [41]:

```
fig, ax = plt.subplots(figsize=(10,10))
sns.heatmap(df_X[feature].corr(), annot = True, vmin=-1, vmax=1, center= 0)
```

Out[41]:

<AxesSubplot:>



In [42]:

train_labels.head(3)

Out[42]:

0 53.798579 1 54.173565 2 55.400938

Name: Вибрация Подшипник 1, dtype: float64

In [43]:

```
model = sm.OLS(train_labels, train_data)
fit = model.fit()
g = fit.summary()
```

Out[43]:

OLS Regression Res	ults						
Dep. Variable:	Вибраг	ция Под	шипник 1	R	-square	d: 0.7	722
Model:			OLS	Adj. R	-square	d: 0.7	'22
Method:		Leas	t Squares	F	-statisti	c : 40	74.
Date:	;	Sun, 27	Sep 2020	Prob (F-	statistic	e): 0.	.00
Time:			15:37:25	Log-Li	kelihoo	d: -287	86.
No. Observations:			11004		Ald	C: 5.759e+	-04
Df Residuals:			10996		ВІ	C: 5.765e+	-04
Df Model:			7				
Covariance Type:		1	nonrobust				
		coef	std err	t	P> t	[0.025	0.975]
con	st -3	8.6879	4.560	-8.484	0.000	-47.626	-29.750
Обороты	1	0.0213	0.000	64.112	0.000	0.021	0.022
Сдвиг Подшипник	1 9	9.6554	2.119	47.026	0.000	95.502	103.809
Сдвиг Подшипник	2 -43	3.9120	15.358	-28.252	0.000	-464.017	-403.807
Сдвиг Подшипник	3 -5	1.4501	5.104	-10.080	0.000	-61.455	-41.445
N_gas_	in	0.0174	0.310	0.056	0.955	-0.590	0.625
N_gas_o	ut 69	1.4791	120.116	5.757	0.000	456.030	926.928
N_c	oil -549	8.9860	205.560	-26.751	0.000	-5901.920	-5096.052
Omnibus: 5	39.308	Durb	in-Watsor	1: 0.0	011		
Prob(Omnibus):	0.000	Jarque	-Bera (JB): 215.′	154		
Skew:	-0.003		Prob(JB): 1.91e	-47		
Kurtosis:	2.315		Cond. No	o. 3.88e-	+ 07		

Warnings:

- [1] Standard Errors assume that the covariance matrix of the errors is correctly specified.
- [2] The condition number is large, 3.88e+07. This might indicate that there are strong multicollinearity or other numerical problems.

In [44]:

```
statsmodels.stats.diagnostic.linear_reset(fit, power=2)
Out[44]:
```

```
<class 'statsmodels.stats.contrast.ContrastResults'>
<Wald test (chi2): statistic=[[280.31891921]], p-value=6.398795886845253e-63, df_denom=1>
```

Нулевая гипотеза – спецификация модели адекватна (квадраты). Р-значение = 6.4e-63. Значит нулевая гипотеза отвергается на всех стандартных уровнях значимости. Спецификация модели неадекватна. Стоит отметить значительное увеличение на десятки порядков результата.

Добавим квадраты переменных

In [45]:

```
feature
```

Out[45]:

```
['Обороты 1',
 'Сдвиг Подшипник 1',
 'Сдвиг Подшипник 2',
 'Сдвиг Подшипник 3',
'N_gas_in',
'N_gas_out',
'N_oil']
```

```
In [46]:
```

```
df['N_gas_in^2'] = df['N_gas_in']*df['N_gas_in']
df['N_gas_out^2'] = df['N_gas_out']*df['N_gas_out']
df['N_oil^2'] = df['N_oil']*df['N_oil']
df['Обороты 1^2'] = df['Обороты 1']*df['Обороты 1']
df['Сдвиг Подшипник 1^2'] = df['Сдвиг Подшипник 1']*df['Сдвиг Подшипник 2']
df['Сдвиг Подшипник 2^2'] = df['Сдвиг Подшипник 2']*df['Сдвиг Подшипник 2']
df['Сдвиг Подшипник 3^2'] = df['Сдвиг Подшипник 3']*df['Сдвиг Подшипник 3']
df_X['N_gas_in^2'] = df['N_gas_in^2']
df_X['N_gas_out^2'] = df['N_gas_out^2']
df_X['N_oil^2'] = df['N_oil^2']
df_X['Обороты 1^2'] = df['Обороты 1^2']
df_X['Сдвиг Подшипник 1^2'] = df['Сдвиг Подшипник 1^2']
df_X['Сдвиг Подшипник 2^2'] = df['Сдвиг Подшипник 2^2']
df_X['Сдвиг Подшипник 3^2'] = df['Сдвиг Подшипник 3^2']
```

In [47]:

df.head(3)

Out[47]:

	Дата и время	Обороты 1	Обороты 2	Обороты 3	Вибрация Подшипник 1	Вибрация Подшипник 2	Вибрация Подшипник 3	Сдвиг Подшипник 1	Сдвиг Подшипник 2	Сдвиг Подшипник 3	
0	2016- 09-02 00:10:00	5258.662931	5258.780949	5255.826839	53.798579	28.936931	45.781854	-0.041063	-0.031354	0.004203	
1	2016- 09-02 00:20:00	5277.254228	5277.860518	5274.922677	54.173565	28.835001	45.525913	-0.043171	-0.031549	0.000496	
2	2016- 09-02 00:30:00	5331.892912	5332.584639	5329.195142	55.400938	28.720065	45.859280	-0.040885	-0.032023	-0.000016	

3 rowe x 27 columns

In [48]:

df_X.head(3)

Out[48]:

						компрессора	выходе компрессора	компрессора (кПа)
58.662931	-0.041063	-0.031354	0.004203	0.344716	35.467580	23.744987	105.907962	38.161112
77.254228	-0.043171	-0.031549	0.000496	0.344712	35.456034	23.127557	104.946009	39.077081
31.892912	-0.040885	-0.032023	-0.000016	0.344361	35.528870	23.599861	106.309756	39.040205
3	7.254228	7.254228 -0.043171 1.892912 -0.040885	7.254228 -0.043171 -0.031549 1.892912 -0.040885 -0.032023	7.254228 -0.043171 -0.031549 0.000496 1.892912 -0.040885 -0.032023 -0.000016	7.254228 -0.043171 -0.031549 0.000496 0.344712 1.892912 -0.040885 -0.032023 -0.000016 0.344361	7.254228 -0.043171 -0.031549 0.000496 0.344712 35.456034 1.892912 -0.040885 -0.032023 -0.000016 0.344361 35.528870	7.254228 -0.043171 -0.031549 0.000496 0.344712 35.456034 23.127557 1.892912 -0.040885 -0.032023 -0.000016 0.344361 35.528870 23.599861	7.254228 -0.043171 -0.031549 0.000496 0.344712 35.456034 23.127557 104.946009 1.892912 -0.040885 -0.032023 -0.000016 0.344361 35.528870 23.599861 106.309756

```
In [49]:

feature = [
   'Обороты 1',
   'Сдвиг Подшипник 1',
   'Сдвиг Подшипник 2',
   'Сдвиг Подшипник 3',
   'N_gas_in',
   'N_gas_out',
   'N_oil',
   'N_gas_out^2',
   'N_gas_out^2',
   'N_oilv2',
   'Обороты 1^2',
   'Сдвиг Подшипник 1^2',
   'Сдвиг Подшипник 2^2',
   'Сдвиг Подшипник 3^2']
```

In [50]:

```
train_data = df_X[feature]
train_labels.head(3)
train_data = sm.add_constant(train_data)
```

In [51]:

train_data.head(3)

Out[51]:

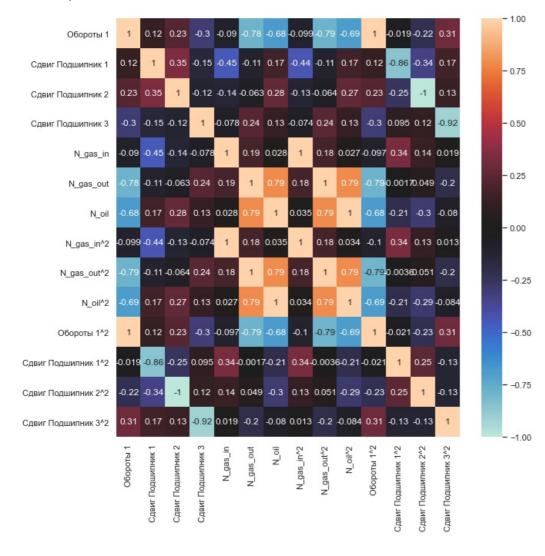
	const	Обороты 1	Сдвиг Подшипник 1	Сдвиг Подшипник 2	Сдвиг Подшипник 3	N_gas_in	N_gas_out	N_oil	N_gas_in^2	N_gas_out^2	N_oil^2	
0	1.0	5258.662931	-0.041063	-0.031354	0.004203	1.607123	0.033591	0.009719	2.582844	0.001128	0.000094	2.7
1	1.0	5277.254228	-0.043171	-0.031549	0.000496	1.689633	0.033472	0.009722	2.854859	0.001120	0.000095	2.7
2	1.0	5331.892912	-0.040885	-0.032023	-0.000016	1.654256	0.033482	0.009692	2.736562	0.001121	0.000094	2.8

In [52]:

```
fig, ax = plt.subplots(figsize=(10,10))
sns.heatmap(df_X[feature].corr(), annot = True, vmin=-1, vmax=1, center= 0)
```

Out[52]:

<AxesSubplot:>



In [53]:

```
feature = [
'Обороты 1',
'Сдвиг Подшипник 1',
'Сдвиг Подшипник 2',
'Сдвиг Подшипник 3',
'N_gas_in',
'N_gas_out',
'N_oil',
'Сдвиг Подшипник 1^2',
'Сдвиг Подшипник 3^2',]
```

In [54]:

```
train_data = df_X[feature]
train_labels.head(3)
train_data = sm.add_constant(train_data)
```

In [55]:

```
train_data.head(3)
```

Out[55]:

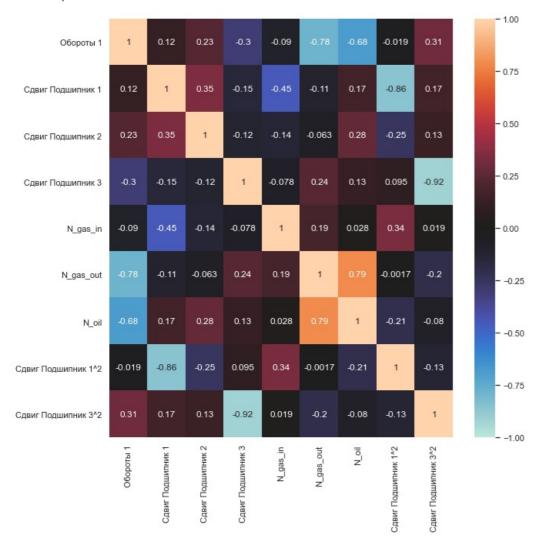
	const	Обороты 1	Сдвиг Подшипник 1	Сдвиг Подшипник 2	Сдвиг Подшипник 3	N_gas_in	N_gas_out	N_oil	Сдвиг Подшипник 1^2	Сдвиг Подшипник 3^2
0	1.0	5258.662931	-0.041063	-0.031354	0.004203	1.607123	0.033591	0.009719	0.001686	1.766763e-05
1	1.0	5277.254228	-0.043171	-0.031549	0.000496	1.689633	0.033472	0.009722	0.001864	2.464321e-07
2	1.0	5331.892912	-0.040885	-0.032023	-0.000016	1.654256	0.033482	0.009692	0.001672	2.649095e-10

In [56]:

```
fig, ax = plt.subplots(figsize=(10,10))
sns.heatmap(df_X[feature].corr(), annot = True, vmin=-1, vmax=1, center= 0)
```

Out[56]:

<AxesSubplot:>



In [57]:

```
model = sm.OLS(train_labels, train_data)
fit = model.fit()
g = fit.summary()
g
```

Out[57]:

OLS Regression Results

Dep. Variable	: Вибр	ация Подши	іпник 1	R-so	quared:	0.734	
Model	:		OLS	Adj. R-sc	uared:	0.734	
Method	:	Least S	quares	F-st	atistic:	3371.	
Date	Sun, 27 Se	p 2020	Prob (F-sta	atistic):	0.00		
Time	:	15	5:37:27	Log-Like	lihood:	-28537.	
No. Observations	:		11004		AIC:	5.709e+04	
Df Residuals	:		10994		BIC:	5.717e+04	
Df Model	:		9				
Covariance Type	:	nor	nrobust				
		coef	std err	t	P> t	[0.025	0.975]
	const	-45.0124	4.594	-9.798	0.000	-54.017	-36.007
Обор	оты 1	0.0223	0.000	66.612	0.000	0.022	0.023
Сдвиг Подшиг	іник 1	39.5433	3.648	10.839	0.000	32.392	46.694
Сдвиг Подшипник 2		-431.5898	15.113	-28.557	0.000	-461.214	-401.966
Сдвиг Подшиг	іник 3	-186.3863	12.321	-15.127	0.000	-210.538	-162.234
N_g	jas_in	-0.9231	0.307	-3.006	0.003	-1.525	-0.321
N_ga	s_out	637.1606	118.363	5.383	0.000	405.148	869.173
	N_oil	-5147.4613	202.791	-25.383	0.000	-5544.969	-4749.954
Сдвиг Подшипни	ıк 1^2	-1403.9336	70.253	-19.984	0.000	-1541.642	-1266.225
Сдвиг Подшипни	ıк 3^2	-6960.0728	593.400	-11.729	0.000	-8123.243	-5796.903
Omnibus:	23.509	Durbin-V	Vatson:	0.013			
Prob(Omnibus):	0.000	Jarque-Be	ra (JB):	24.798			
Skew:	0.087	Pr	ob(JB):	4.12e-06			
Kurtosis:	3.154	Co	nd. No.	1.07e+08			

Warnings:

- [1] Standard Errors assume that the covariance matrix of the errors is correctly specified.
- [2] The condition number is large, 1.07e+08. This might indicate that there are strong multicollinearity or other numerical problems.

In [58]:

```
statsmodels.stats.diagnostic.linear_reset(fit, power=2)
Out[58]:
```

```
<class 'statsmodels.stats.contrast.ContrastResults'>
<Wald test (chi2): statistic=[[151.86374637]], p-value=6.785866850028105e-35, df_denom=1>
```

Нулевая гипотеза — спецификация модели адекватна (квадраты). Р-значение = 6.8e-35. Значит нулевая гипотеза отвергается на всех стандартных уровнях значимости. Спецификация модели неадекватна. Стоит отметить значительное увеличение на десятки порядков результата.

Добавим обратные величины

In [59]:

```
df['06pat 06opotы 1'] = 1/df['06opotы 1']
df['06pat Сдвиг Подшипник 1'] = 1/df['Сдвиг Подшипник 1']
df['06pat Сдвиг Подшипник 2'] = 1/df['Сдвиг Подшипник 2']
df['06pat Сдвиг Подшипник 3'] = 1/df['Сдвиг Подшипник 3']

df_X['06pat 06opotы 1'] = df['06pat 06opotы 1']
df_X['06pat Сдвиг Подшипник 1'] = df['06pat Сдвиг Подшипник 1']
df_X['06pat Сдвиг Подшипник 2'] = df['06pat Сдвиг Подшипник 2']
df_X['06pat Сдвиг Подшипник 3'] = df['06pat Сдвиг Подшипник 3']
```

In [60]:

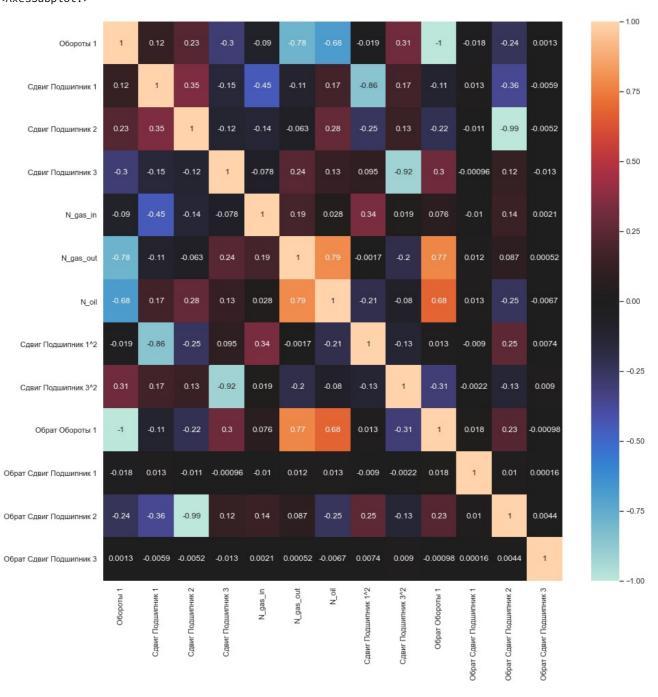
```
feature = [
'Обороты 1',
'Сдвиг Подшипник 1',
'Сдвиг Подшипник 2',
'Сдвиг Подшипник 3',
'N_gas_in',
'N_gas_out',
'N_oil',
'Сдвиг Подшипник 1^2',
'Сдвиг Подшипник 3^2',
'Обрат Обороты 1',
'Обрат Сдвиг Подшипник 1',
'Обрат Сдвиг Подшипник 2',
'Обрат Сдвиг Подшипник 3']
```

In [61]:

```
fig, ax = plt.subplots(figsize=(15,15))
sns.heatmap(df_X[feature].corr(), annot = True, vmin=-1, vmax=1, center= 0)
```

Out[61]:

<AxesSubplot:>



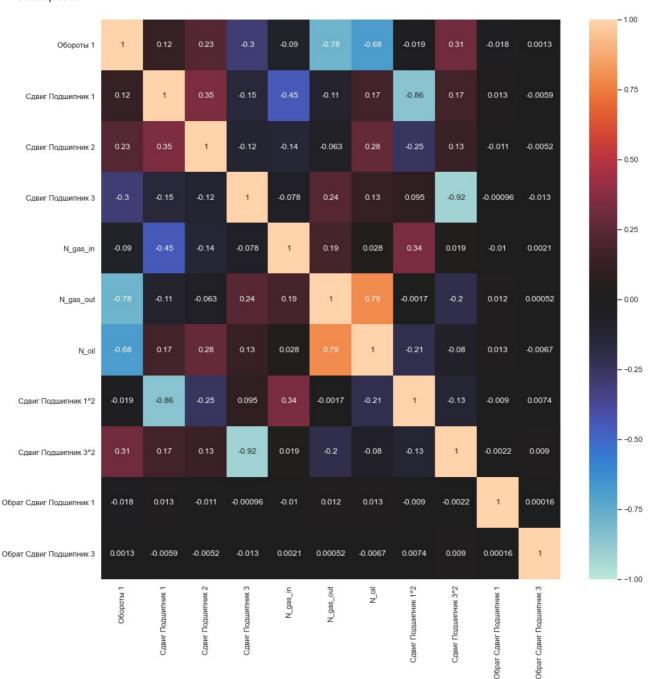
In [62]:

```
feature = [
'Обороты 1',
'Сдвиг Подшипник 1',
'Сдвиг Подшипник 2',
'Сдвиг Подшипник 3',
'N_gas_in',
'N_gas_out',
'N_oil',
'Сдвиг Подшипник 1^2',
'Сдвиг Подшипник 3^2',
'Обрат Сдвиг Подшипник 1',
'Обрат Сдвиг Подшипник 3']

fig, ax = plt.subplots(figsize=(15,15))
sns.heatmap(df_X[feature].corr(), annot = True, vmin=-1, vmax=1, center= 0)
```

Out[62]:

<AxesSubplot:>



In [63]:

```
train_data = df_X[feature]
train_labels.head(3)
train_data = sm.add_constant(train_data)
model = sm.OLS(train_labels, train_data)
fit = model.fit()
g = fit.summary()
g
```

Out[63]:

OLS Regression Results

0.734	R-squared:	Вибрация Подшипник 1	Dep. Variable:
0.734	Adj. R-squared:	OLS	Model:
2758.	F-statistic:	Least Squares	Method:
0.00	Prob (F-statistic):	Sun, 27 Sep 2020	Date:
-28537.	Log-Likelihood:	15:37:28	Time:
5.710e+04	AIC:	11004	No. Observations:
5.719e+04	BIC:	10992	Df Residuals:
		11	Df Model:
		nonrobust	Covariance Type:

	coef	std err	t	P> t	[0.025	0.975]
const	-45.0313	4.594	-9.802	0.000	-54.037	-36.026
Обороты 1	0.0223	0.000	66.605	0.000	0.022	0.023
Сдвиг Подшипник 1	39.5734	3.649	10.846	0.000	32.422	46.725
Сдвиг Подшипник 2	-431.7071	15.115	-28.561	0.000	-461.336	-402.078
Сдвиг Подшипник 3	-186.5746	12.324	-15.140	0.000	-210.731	-162.418
N_gas_in	-0.9253	0.307	-3.013	0.003	-1.527	-0.323
N_gas_out	638.1105	118.375	5.391	0.000	406.074	870.148
N_oil	-5148.2528	202.813	-25.384	0.000	-5545.803	-4750.702
Сдвиг Подшипник 1^2	-1403.4312	70.259	-19.975	0.000	-1541.152	-1265.710
Сдвиг Подшипник 3^2	-6966.1483	593.468	-11.738	0.000	-8129.453	-5802.844
Обрат Сдвиг Подшипник 1	-1.202e-06	2.07e-06	-0.582	0.561	-5.25e-06	2.85e-06
Обрат Сдвиг Подшипник 3	-7.123e-09	9.84e-09	-0.724	0.469	-2.64e-08	1.22e-08

Omnibus: 23.580 Durbin-Watson: 0.013 Prob(Omnibus): 0.000 Jarque-Bera (JB): 24.869 Skew: 0.087 Prob(JB): 3.98e-06 Kurtosis: 3.154 Cond. No. 6.04e+10

Warnings:

- [1] Standard Errors assume that the covariance matrix of the errors is correctly specified.
- [2] The condition number is large, 6.04e+10. This might indicate that there are strong multicollinearity or other numerical problems.

```
statsmodels.stats.diagnostic.linear_reset(fit, power=2)
```

Out[64]:

```
<class 'statsmodels.stats.contrast.ContrastResults'>
<Wald test (chi2): statistic=[[151.86694162]], p-value=6.774963888289924e-35, df_denom=1>
```

Нулевая гипотеза – спецификация модели адекватна (квадраты). Р-значение = 6.8e-35. Значит нулевая гипотеза отвергается на всех стандартных уровнях значимости. Спецификация модели неадекватна. Для подбора спецификации необходимо более детальное понимание работы устройства.

ML подход

Вибрация 1-ого подшипника.

```
In [65]:
```

```
feature = ['Дата и время',
'Обороты 1',
'Сдвиг Подшипник 1',
'Сдвиг Подшипник 2',
'Сдвиг Подшипник 3',
'Давление масла 1 (кПа)',
'Температура масла (C)',
'Температура газа На входе компрессора',
'Температура газа На входе компрессора',
'Давление газа На входе компрессора',
'Давление газа На входе компрессора (кПа)',
'Давление газа На входе компрессора (МПа)']
```

In [66]:

```
from sklearn import model_selection
from sklearn import metrics
from sklearn import linear_model

train_data_with_time, test_data_with_time, train_labels, test_labels = model_selection.train_test_split(
    df[feature], df_Y[['Вибрация Подшипник 1']],
    test_size = 0.3, random_state = 0)
```

In [67]:

```
train_data = train_data_with_time.drop(labels = 'Дата и время', axis = 1)
test_data = test_data_with_time.drop(labels = 'Дата и время', axis = 1)
```

In [68]:

```
train_data.head(3)
```

Out[68]:

	Обороты 1	Сдвиг Подшипник 1	Сдвиг Подшипник 2	Сдвиг Подшипник 3	Давление масла 1 (кПа)	Температура масла (С)	Температура газа На входе компрессора	Температура газа На выходе компрессора	Давление газа На входе компрессора (кПа)	Дав г в компре
326	5690.409310	-0.044005	-0.037722	-0.013086	0.333918	41.436768	32.200254	116.979284	37.157404	3.
9624	5507.845046	-0.026793	-0.031441	-0.005843	0.341639	39.529826	34.848592	114.352496	31.444880	3.
463	5735.913114	-0.033573	-0.036878	-0.018636	0.332840	42.050476	30.245932	118.368103	36.292547	3.

In [69]:

```
from sklearn.linear_model import LinearRegression

model_LR = LinearRegression()
model_LR.fit(train_data, train_labels)
model_predictions = model_LR.predict(test_data)
```

MSE

```
In [70]:
```

```
metrics.mean_squared_error(test_labels, model_predictions)
```

Out[70]:

10.490947392829261

In [71]:

```
df_model_predictions = pd.DataFrame(data=model_predictions)
df_model_predictions.head(3)
```

Out[71]:

0

- **0** 61.016653
- **1** 61.910919
- **2** 73.736708

In [72]:

```
train_data.head(3)
```

Out[72]:

	Обороты 1	Сдвиг Подшипник 1	Сдвиг Подшипник 2	Сдвиг Подшипник 3	Давление масла 1 (кПа)	Температура масла (С)	Температура газа На входе компрессора	Температура газа На выходе компрессора	Давление газа На входе компрессора (кПа)	Давля газ вы) компреся (¶
326	5690.409310	-0.044005	-0.037722	-0.013086	0.333918	41.436768	32.200254	116.979284	37.157404	3.59
9624	5507.845046	-0.026793	-0.031441	-0.005843	0.341639	39.529826	34.848592	114.352496	31.444880	3.57
463	5735.913114	-0.033573	-0.036878	-0.018636	0.332840	42.050476	30.245932	118.368103	36.292547	3.61

In [73]:

```
feature = ['Обороты 1',
'Сдвиг Подшипник 1',
'Сдвиг Подшипник 2',
'Сдвиг Подшипник 3',
'Давление масла 1 (кПа)',
'Температура масла (С)',
'Температура газа На входе компрессора',
'Температура газа На выходе компрессора',
'Давление газа На входе компрессора (кПа)',
'Давление газа На выходе компрессора (МПа)']
```

In [74]:

```
for i in range(len(feature)):
    print(feature[i], ' = ', model_LR.coef_[0][i])
```

```
Обороты 1 = 0.018609838918690665

Сдвиг Подшипник 1 = 88.43072913696372

Сдвиг Подшипник 2 = -405.4839357921208

Сдвиг Подшипник 3 = -34.916594557964174

Давление масла 1 (кПа) = -575.357728619246

Температура масла (С) = 0.21420283975863322

Температура газа На входе компрессора = -0.043155062583072466

Температура газа На выходе компрессора = -0.12536324110748437

Давление газа На входе компрессора (кПа) = -0.13006008563293178

Давление газа На выходе компрессора (МПа) = 2.1438121126145915
```

Другая модель

In [75]:

```
feature = ['Дата и время',
'Обороты 1',
'Сдвиг Подшипник 1',
'Сдвиг Подшипник 2',
'Сдвиг Подшипник 3',
'N_gas_in',
'N_gas_out',
'N_oil',
'Сдвиг Подшипник 1^2',
'Сдвиг Подшипник 3^2']
```

In [76]:

```
df[feature].head(3)
```

Out[76]:

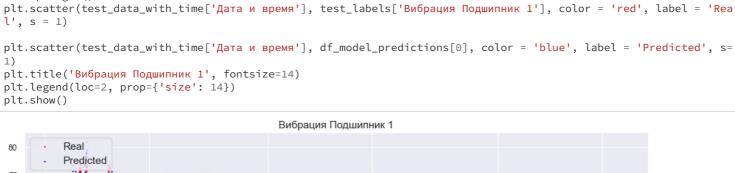
	Дата и время	Обороты 1	Сдвиг Подшипник 1	Сдвиг Подшипник 2	Сдвиг Подшипник 3	N_gas_in	N_gas_out	N_oil	Сдвиг Подшипник 1^2	Сдвиг Подшипник 3^2
0	2016-09-02 00:10:00	5258.662931	-0.041063	-0.031354	0.004203	1.607123	0.033591	0.009719	0.001686	1.766763e- 05
1	2016-09-02 00:20:00	5277.254228	-0.043171	-0.031549	0.000496	1.689633	0.033472	0.009722	0.001864	2.464321e- 07
2	2016-09-02 00:30:00	5331.892912	-0.040885	-0.032023	-0.000016	1.654256	0.033482	0.009692	0.001672	2.649095e- 10

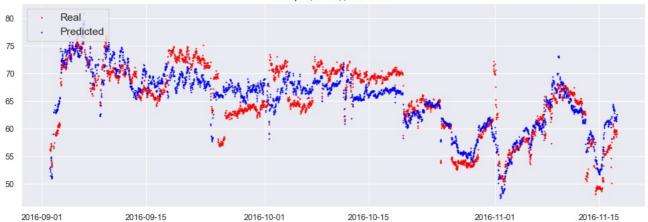
```
In [77]:
train_data_with_time, test_data_with_time, train_labels, test_labels = model_selection.train_test_split(
    df[feature], df_Y[['Вибрация Подшипник 1']],
    test_size = 0.3, random_state = 0)
In [78]:
train_data = train_data_with_time.drop(labels = 'Дата и время', axis = 1)
test_data = test_data_with_time.drop(labels = 'Дата и время', axis = 1)
In [79]:
model_LR = LinearRegression()
model_LR.fit(train_data, train_labels)
model_predictions = model_LR.predict(test_data)
MSE
In [80]:
metrics.mean_squared_error(test_labels, model_predictions)
Out[80]:
10.312747516817867
In [81]:
df_model_predictions = pd.DataFrame(data=model_predictions)
df_model_predictions.head(3)
Out[81]:
         0
0 62.148483
1 63.234531
2 74.264729
In [82]:
feature = feature[1:]
feature
Out[82]:
['Обороты 1',
 'Сдвиг Подшипник 1',
 'Сдвиг Подшипник 2',
 'Сдвиг Подшипник 3',
 'N_gas_in',
 'N_gas_out',
 'N_oil',
 'Сдвиг Подшипник 1^2'
 'Сдвиг Подшипник 3^2']
In [83]:
for i in range(len(feature)):
    print(feature[i], ' = ', model_LR.coef_[0][i])
0600011 = 0.022082801618752146
Сдвиг Подшипник 1 = 39.88838900898378
Сдвиг Подшипник 2 = -420.0004624886363
Сдвиг Подшипник 3 = -184.4072024641636
N_{gas_in} = -0.7578438979205707
N_gas_out = 591.4407631363326
N_{\text{oil}} = -5198.487829915386
```

График наблюдений и расчетных значений

Сдвиг Подшипник 1² = -1393.275403920896 Сдвиг Подшипник 3² = -6955.629332322441

In [84]: df_plot = pd.DataFrame({'prediction' : [], 'Дата и время' : [], 'Вибрация Подшипник 1' : []}) df_plot Out[84]: prediction Дата и время Вибрация Подшипник 1 In [85]: test_labels['Вибрация Подшипник 1'] df_model_predictions[0] test_data_with_time['Дата и время'] Out[85]: 7165 2016-10-21 18:20:00.001 2016-11-12 02:00:00.001 10235 1121 2016-09-09 19:00:00.000 2016-09-11 05:30:00.000 1328 3806 2016-09-28 10:30:00.000 2016-09-25 08:00:00.000 3359 2016-09-24 18:20:00.000 3277 8844 2016-11-02 10:10:00.001 2016-09-13 01:00:00.000 1589 7913 2016-10-26 23:00:00.001 Name: Дата и время, Length: 3302, dtype: datetime64[ns] In [86]: plt.figure(figsize=(15,5), dpi=80, facecolor='w', edgecolor='k') ax = plt.gca() plt.scatter(test_data_with_time['Дата и время'], test_labels['Вибрация Подшипник 1'], color = 'red', label = 'Rea





Вибрация 2-ого подшипника

In [87]:

```
feature = ['Дата и время',
'Обороты 1',
'Сдвиг Подшипник 1',
'Сдвиг Подшипник 2',
'Сдвиг Подшипник 3',
'N_gas_in',
'N_gas_out',
'N_oil',
'Сдвиг Подшипник 1^2',
'Сдвиг Подшипник 3^2']
```

```
In [88]:
from sklearn import model_selection
from sklearn import metrics
from sklearn import linear_model
train_data_with_time, test_data_with_time, train_labels, test_labels = model_selection.train_test_split(
    df_X[feature], df_Y[['Вибрация Подшипник 2']],
    test_size = 0.3, random_state = 0)
In [89]:
train_data = train_data_with_time.drop(labels = 'Дата и время', axis = 1)
test_data = test_data_with_time.drop(labels = 'Дата и время', axis = 1)
In [90]:
from sklearn.linear_model import LinearRegression
model_LR = LinearRegression()
model_LR.fit(train_data, train_labels)
model_predictions = model_LR.predict(test_data)
MSE
In [91]:
metrics.mean_squared_error(test_labels, model_predictions)
Out[91]:
0.24068057869475804
In [92]:
df_model_predictions = pd.DataFrame(data=model_predictions)
df_model_predictions.head(3)
Out[92]:
         0
0 28.942057
1 28.857692
2 29.595040
In [93]:
feature = ['Обороты 1',
 'Сдвиг Подшипник 1',
 'Сдвиг Подшипник 2',
 'Сдвиг Подшипник 3',
 'N_gas_in',
 'N_gas_out',
 'N_oil',
 'Сдвиг Подшипник 1^2',
 'Сдвиг Подшипник 3^2']
In [94]:
for i in range(len(feature)):
    print(feature[i], ' = ', model_LR.coef_[0][i])
Обороты 1 = -0.0010071441756197346
Сдвиг Подшипник 1 = 7.235292202916836
Сдвиг Подшипник 2 = -79.4681106771712
Сдвиг Подшипник 3 = -28.382408301455758
N_gas_in = -0.3653171053537295
N_gas_out = -275.47117767562423
N_{\text{oil}} = -189.6960229404625
Сдвиг Подшипник 1^2 = -80.51539897512389
Сдвиг Подшипник 3^2 = -69.62301514245112
```

In [95]:

```
plt.figure(figsize=(15,5), dpi=80, facecolor='w', edgecolor='k')
ax = plt.gca()
plt.scatter(test_data_with_time['Дата и время'], test_labels['Вибрация Подшипник 2'], color = 'red', label = 'Rea
l', s = 1)
plt.scatter(test_data_with_time['Дата и время'], df_model_predictions[0], color = 'blue', label = 'Predicted', s=
1)
plt.title('Вибрация Подшипник 2', fontsize=14)
plt.legend(loc=2, prop={'size': 14})
plt.show()
```



Вибрация 3-ого подшипника

In [96]:

```
feature = ['Дата и время',
'Обороты 1',
'Сдвиг Подшипник 1',
'Сдвиг Подшипник 2',
'Сдвиг Подшипник 3',
'N_gas_in',
'N_gas_out',
'N_oil',
'Сдвиг Подшипник 1^2',
'Сдвиг Подшипник 3^2']
```

In [97]:

```
from sklearn import model_selection
from sklearn import metrics
from sklearn import linear_model

train_data_with_time, test_data_with_time, train_labels, test_labels = model_selection.train_test_split(
    df_X, df_Y[['Вибрация Подшипник 3']],
    test_size = 0.3, random_state = 0)
```

In [98]:

```
train_data = train_data_with_time.drop(labels = 'Дата и время', axis = 1)
test_data = test_data_with_time.drop(labels = 'Дата и время', axis = 1)
```

In [99]:

```
model_LR = LinearRegression()
model_LR.fit(train_data, train_labels)
model_predictions = model_LR.predict(test_data)
```

MSE

In [100]:

```
metrics.mean_squared_error(test_labels, model_predictions)
```

Out[100]:

0.10263938377695851

In [101]:

```
df_model_predictions = pd.DataFrame(data=model_predictions)
df_model_predictions.head(3)
```

Out[101]:

0

- 46.43746045.535597
- **2** 47 089597

In [102]:

```
Обороты 1 = 0.20041093264245208

Сдвиг Подшипник 1 = 7.0543534667370125

Сдвиг Подшипник 2 = 1073.2405310118274

Сдвиг Подшипник 3 = -4.000263781187274

N_gas_in = -1084.6581104674299

N_gas_out = 8.724051514563145

N_oil = -0.09779370989217187

Сдвиг Подшипник 1^2 = -0.6904467062134189

Сдвиг Подшипник 3^2 = 0.15424350110833873
```

In [103]:

```
plt.figure(figsize=(15,5), dpi=80, facecolor='w', edgecolor='k')
ax = plt.gca()
plt.scatter(test_data_with_time['Дата и время'], test_labels['Вибрация Подшипник 3'], color = 'red', label = 'Rea
l', s = 1)

plt.scatter(test_data_with_time['Дата и время'], df_model_predictions[0], color = 'blue', label = 'Predicted', s=
1)
plt.title('Вибрация Подшипник 3', fontsize=14)
plt.legend(loc=2, prop={'size': 14})
plt.show()
```



Выводы

Построены математические модели для вибрации трёх подшипников.

В качестве регрессоров использовались не температуры и давления, а их отношение, что пропорционально концентрации.

Из-за сильной корреляции оборотов в рамках модели был оставлен только один регрессор.