

摘要

医学图像分割在医学影像分析领域，有着举足轻重的作用，在疾病诊断以及医学研究这些层面，具备着相当关键且不容忽视的重大意义。第一步，本文对之前各种医学图像分割方法进行了梳理，说明了各类方法的优势劣势，其中包括传统分割方法，借助图论、形态学的分割方法等。第二步，引入了本文的研究重点——基于谱聚类的分割方法（SpectralClustering）与基于形态学测地线主动轮廓的分割方法（Morphological Geodesic Active Contours, GAC）。在第二步中，对这两种方法的数学原理以及应用到医学图像分割的合理性进行了详细描述。第三步，本文展开了实践操作，将谱聚类与 GAC 法应用于真实的医学图像，成功证明了这两种方法在医学图像分割的可行性，并且将两种方法的实验结果进行分析与对比。第四步，本文试图寻找谱聚类以及 GAC 两种方法在实际应用时的最优化参数。其中对于谱聚类法，引入了轮廓系数作为评判依据，经过迭代搜索寻找谱聚类最优化参数。而对于 GAC，则引入了评价指标 Dice 系数，并且通过高斯过程优化算法寻找出了 GAC 的最优化参数，还将多组不同参数组与最优化参数下的分割结果做了对比，展现了不同参数对分割效果的影响以及最优化参数的优越性。本文通过上述各个步骤，证明了谱聚类分割法以及 GAC 法在医学图像分割的可行性，为未来医学图像的发展提供了新的方向。未来可朝着则两种方法继续研究，找到更为精确的分割方法。

关键词：医学图像分割，谱聚类，形态学测地线主动轮廓，贝叶斯优化，高斯过程优化

ABSTRACT

Medical image segmentation plays a crucial role in the field of medical image analysis and holds significant and indispensable importance in disease diagnosis and medical research. Firstly, this paper reviews various previous medical image segmentation methods, highlighting the advantages and disadvantages of each, including traditional methods, graph theory-based methods, and morphological methods. Secondly, the paper introduces the research focus of this study - the spectral clustering method and the morphological geodesic active contour (GAC) method. In this step, the mathematical principles of these two methods and their rationality in medical image segmentation are described in detail. Thirdly, the paper conducts practical operations, applying spectral clustering and GAC to real medical images, successfully demonstrating the feasibility of these two methods in medical image segmentation. The experimental results of the two methods are analyzed and compared. Fourthly, the paper attempts to find the optimal parameters for spectral clustering and GAC in practical applications. For spectral clustering, the silhouette coefficient is introduced as the evaluation criterion, and the optimal parameters are found through iterative search. For GAC, the Dice coefficient is introduced as the evaluation index, and the optimal parameters are found through the Gaussian process optimization algorithm. The segmentation results of multiple parameter groups and the optimal parameters are compared, showing the impact of different parameters on the segmentation effect and the superiority of the optimal parameters. Through the above steps, this paper proves the feasibility of spectral clustering and GAC in medical image segmentation, providing a new direction for the future development of medical images. Future research can continue to explore these two methods to find more accurate segmentation methods.

Keywords: Medical image segmentation, spectral clustering, morphological geodesic active contour, Bayesian optimization, Gaussian process optimization

目录

1 緒論	1
1.1 研究背景	1
1.2 传统分割方法	1
1.3 基于模型的分割方法	2
1.4 基于机器学习的分割方法	2
1.5 基于图论的分割方法	2
1.6 形态学操作在背景去除中的应用	3
1.7 结论	3
2 方法探究	4
2.1 基于形态学测地线主动轮廓的分割方法	4
2.2 基于谱聚类的分割方法	5
3 实验验证	7
3.1 基于形态学测地线主动轮廓 (GAC) 的实验	7
3.2 基于谱聚类的实验	8
3.3 结论	8
4 参数最优化	10
4.1 GAC 模型及其参数最优化	10
4.2 谱聚类参数最优化	17
5 结论与展望	20
5.1 研究的结论总结	20
5.2 研究的未来展望	21
5.3 研究的局限性	21
参考文献	22
致谢	24

1 绪论

1.1 研究背景

现代医学领域自 19 世纪末期 X 射线技术的发现开始，到如今核磁共振成像 (MRI) 和计算机断层扫描 (CT) 广泛应用于临床，医学影像技术便在多个医学领域占据及其重要的地位，是疾病诊断、医学研究等方向的重要工具。这些先进的医学成像技术，为医学工作者们提供了肉眼无法窥探的人体内部结构与信息，极大提高了诊断效率以及准确性，推动了医学的发展。然而，随着医学影像技术的发展，这些技术逐渐在更多的医学领域被广泛使用，因此需要处理的图像数据越来越复杂。在这样的情况下，医学图像分割应运而生，成为医学工作者研究医学成像的得力助手。

自医学图像分析发展以来，从传统 X 成像到 MRI、CT 等更加精确的成像方式，获取成像信息的方式日益丰富复杂。CT 图像与 MRI 图像作为当今最为应用广泛的成像方式，尽管都是极具价值的成像技术，但因人体结构的复杂，医学图像分割技术都具有或多或少的局限性。从传统分割方式到现今由人工智能机器学习主导的分割方法，各个分割方法都具有优势劣势，了解这些方法的特点，对研究新的分割图像方法至关重要，这里介绍了几种较为广泛应用的医学分割方法。

1.2 传统分割方法

传统的医学图像分割方法，主要有阈值分割、区域生长以及边缘检测等几种，这些方式根据图像的强度、梯度和局部特征来辨别边界，从而分割为不同的区域。

阈值分割是通过设置一个或多个阈值，以此将像素划分到不同区域，简单地将灰度直方图分为几类^[1]。在强度分布差异明显的图像中，这种方法能发挥出不错的效果。然而，在实际图像中，由于噪声干扰等因素的影响，或者图像不存在明显的灰度差异，图像的灰度直方图分布不一定出现明显的峰和谷，它的分割效果就会大打折扣，往往还会产生严重的分割错误^[2]。

区域生长法是以种子像素为起点，先把图像分割为很多一致性较强的小区域，再按一定规则合成大区域^[3]。该方法有一定优势，不过面对复杂形状或边界时，它的表现就不太理想了，往往会造成过度分割^[4]。

边缘检测方法是早期研究用的最多的方法^[3]。依靠检测包含不同区域的边缘，基于在不同区域之间的边缘上像素灰度值的变化往往非常剧烈，来实现对目标区域的分割。但这种方法依靠的是局部信息（图像一阶导数的极大值或二阶导数的

过零点信息），对于边界清晰的图像，它能较好地完成分割任务，但要是图像里噪声较多，就容易出现分割错误的情况。像脑部医学图像，如果存在噪声，边缘检测可能会把噪声误判为边缘，导致分割结果出现偏差^[5]。

1.3 基于模型的分割方法

基于模型的图像分割都是基于一定的模型，将图像分割问题转换成目标函数的求解问题^[6]。如可变形模型和基于图谱的分割，通过拟合图像中的目标边界来实现分割的目的。拿可变形模型（如活动轮廓模型）来说，这类方法需要通过不断迭代，过程中调整曲线或曲面的形状来拟合目标边界，适用于复杂形状的分割，但需要手动初始化或参数调优^[4]。基于图谱的分割方法利用图谱来指引图像分割，对图谱的质量要求较高，且对解剖结构的变化不敏锐，比如说，当人体的解剖结构因为疾病等原因出现一些变化时，基于图谱的分割方法可能无法及时准确地适应这些变化，进而影响分割的精度^[5]。

1.4 基于机器学习的分割方法

图像分割是计算机视觉研究中的一个重要课题，基于深度卷机神经网络等机器学习的图像分割研究迅速^[7]。但各类机器学习图像分割算法也有各自的局限性，比如使用聚类方法来进行图像分割，对初试条件设置十分依赖^[7]；支持向量机方法需要谨慎选择的核函数，并且在大规模样本分割时难度较大^[7]；Adaboost 法的训练权重偏向困难样本，从而导致分割精度降低，且很容易受到噪声影响^[7]；深度卷积神经网络需要大量训练集标签数据^[8]，训练耗时^[9]。

1.5 基于图论的分割方法

基于图论的分割方法将分割问题转换成图的划分，通过对目标函数的最优化解，完成图的分割^[10]。如图拉普拉斯分割，通过将图像表示为图结构，利用图的拉普拉斯矩阵进行分割，如 Graph Cut 图论算法，将最小割（min cut）的问题应用到图像分割问题，将复杂的图像问题转为求解能量损失函数最小值的问题，成功将图像分为背景与前景^[10]。然而，图拉普拉斯分割方法的性能对参数选择较为敏感，如图的边权重函数和聚类数目，且在处理大图像时计算复杂度较高^[11]。Graph Cut 图论算法计算量大，且更倾向于对具有相同类内相似度高的图像进行分析^[10]。

1.6 形态学操作在背景去除中的应用

数学形态学利用物体和结构元素之间的相互作用，获得物体本身的形态^[12]。形态学操作：腐蚀（erosion）、膨胀（dilation）、开运算（opening）、闭运算（closing）在医学图像分离前景和背景中也有广泛的应用。经过形态学操作组合，能够有效去除砂眼噪声，尤其是针对头部 CT/MRI 图像中，形态学分割能够校正头部掩模边界坐标，有利于最后提取出目标物^[13]。然而，形态学操作在处理复杂背景时可能表现不佳，且需要根据具体图像调整参数^[4]。

1.7 结论

整体来看，这些图像分割方法以及前景背景分离方法，在存在自身优点的同时都面临着一系列局限性。这些问题的存在为未来图像分割的研究指明了方向，研究人员需要不断寻找新的图像分割方法来适应图像分析日益增长的需求，此研究就是基于谱聚类的分割方法（SpectralClustering）与基于形态学测地线主动轮廓的分割方法（Morphological Geodesic Active Contours, GAC）对医学图像分割问题展开研究。

2 方法探究

本节将详细描述基于谱聚类的分割方法（Spectral Clustering）与基于形态学测地线主动轮廓的分割方法（Morphological Geodesic Active Contours, GAC）这两种方法的理论基础与数学原理。

2.1 基于形态学测地线主动轮廓的分割方法

形态学测地线主动轮廓（Morphological Geodesic Active Contours, GAC）是一种结合了水平集方法和能量最小化思想的图像分割技术。该方法的核心思想是在图像中通过演化初始轮廓，使其逐步逼近目标的边界，同时利用形态学操作来处理拓扑变化，确保在轮廓演化过程中能够保持连续性和稳定性。GAC 方法的优势在于，它能够灵活应对复杂和不规则的边界形态，特别是在处理噪声和边缘模糊的图像时具有良好的鲁棒性。

水平集方法最早由 Sethian 提出，旨在利用隐式曲线表示法来描述和追踪复杂几何形状的演化过程^[14]。在该框架下，图像中的轮廓被定义为零水平集，即水平集函数 $\phi(x, y, t)$ 在零值处所对应的点集合。具体来说，假设 (x, y) 为图像坐标， t 为时间变量，则轮廓 $C(t)$ 被表示为：

$$C(t) = \{(x, y) \mid \phi(x, y, t) = 0\}.$$

这种表示方法具有较强的灵活性，能够适应轮廓的分裂和合并，因此在图像分割等领域得到了广泛应用。为了演化轮廓，GAC 方法通过最小化以下能量泛函来驱动水平集函数的变化：

$$E(\phi) = \int_{\Omega} g(|\nabla I|) \delta(\phi) |\nabla \phi| dx dy,$$

其中 $g(|\nabla I|)$ 是边缘停止函数，用于平滑能量的计算并减少噪声的干扰。它通常根据图像的梯度 $|\nabla I|$ 来定义，如下所示：

$$g(|\nabla I|) = \frac{1}{1 + |\nabla I|^2},$$

该函数在边缘区域的值较大，从而增强轮廓演化的驱动力，而在平坦区域则减小驱动力，避免轮廓过度扩展。

为了对水平集函数进行有效求解，GAC 方法通过引入 Dirac 函数 $\delta(\phi)$ 来约束能量泛函仅在零水平集附近进行计算，从而确保算法的效率。能量最小化的目标是使得轮廓逐渐向图像中的显著边缘集中。

根据 Osher 和 Fedkiw 的研究^[15]，GAC 方法通过梯度下降法来演化水平集函数，使得轮廓逐步逼近目标边界。演化方程如下所示：

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = g(|\nabla I|)\kappa|\nabla\phi| + \nabla g \cdot \nabla\phi,$$

其中， κ 表示轮廓的曲率，负责对轮廓进行平滑，从而避免过度的弯曲和不稳定性。方程中的 $\nabla g \cdot \nabla\phi$ 项则是一个额外的修正项，旨在提高轮廓的稳定性并加速其收敛。

在轮廓演化的过程中，为了加速收敛并处理拓扑变化，形态学操作（如膨胀和腐蚀）被引入到方法中。形态学操作是基于图像局部结构的变化，通过修改图像的几何形态来加速轮廓演化。膨胀操作扩展轮廓的区域，而腐蚀操作则收缩轮廓边界，这些操作可以有效应对图像中轮廓的断裂和拓扑变化，帮助轮廓更好地适应复杂的边界。

综上所述，GAC 方法结合了水平集方法的优势与形态学操作的灵活性，在图像分割领域中具有显著的应用价值。通过演化轮廓到目标边界，并利用形态学操作处理拓扑变化，该方法能够有效分割复杂图像，特别是在边界模糊或含有噪声的情况下表现出较好的鲁棒性和稳定性。

2.2 基于谱聚类的分割方法

谱聚类是一种基于图论的分割方法，将图像分割问题化为图的划分问题，核心思想为利用图的拉普拉斯矩阵的谱性质（即特征值和特征向量），对图像像素进行聚类^[2]。将图像的每一个像素视为图中的一个节点，节点之间的边权重由像素的相似性决定。

使用高斯核函数计算像素 i 和像素 j 之间的相似性：

$$W_{ij} = \exp\left(-\frac{\|I_i - I_j\|^2}{2\sigma^2}\right),$$

其中 I_i 和 I_j 分别表示像素 i 和像素 j 的灰度值， σ 是高斯核的带宽参数。接着，定义度矩阵 D 为一个对角矩阵，其对角线元素为每个节点的度：

$$D_{ii} = \sum_j W_{ij}.$$

归一化的拉普拉斯矩阵 L_{sym} 定义为：

$$L_{\text{sym}} = I - D^{-1/2}WD^{-1/2},$$

其中 I 是单位矩阵。

在对归一化拉普拉斯矩阵 L_{sym} 进行特征值分解后，我们得到：

$$L_{\text{sym}} \mathbf{v}_i = \lambda_i \mathbf{v}_i, \quad i = 1, 2, \dots, n,$$

其中，特征值满足升序排列：

$$0 = \lambda_1 \leq \lambda_2 \leq \dots \leq \lambda_n,$$

对应的特征向量为 $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \dots, \mathbf{v}_n$ 。

在这些特征值中， $\lambda_1 = 0$ 是最小特征值，其对应的特征向量 \mathbf{v}_1 是一个常数向量（例如所有分量相等），反映的是图的“平凡解”，不能用于区分图中不同的区域或结构。

而第二小特征值 λ_2 所对应的特征向量 \mathbf{v}_2 ，被称为 **Fiedler 向量**，它在谱图理论中具有重要意义。Fiedler 向量在图结构中提供了最优的二分方式，即在图中寻找一条“割”（cut），使得连接这两部分的边权和最小，且每部分内部连接性较强。

此时的 Fiedler 向量是一个 n 维向量，每个分量对应图中一个节点（或图像中的一个像素）在该特征方向上的值，也就是：

$$\mathbf{v}_2 = [v_2^{(1)}, v_2^{(2)}, \dots, v_2^{(n)}]^T$$

每个像素 i 被映射到了一个实数上。

取第二小特征值对应的特征向量（Fiedler 向量），作为像素的低维嵌入表示，将高维空间中节点的关系投影到一维实数轴上。这样一来，相似的点（权重 W_{ij} 大）在向量中的值也会接近；用这个一维值再做 K-means 聚类 ($K = 2$)，可以有效将图像像素分成两个簇（前景/背景）。整个过程可以理解为：把像素映射到 Fiedler 向量上的实数值，就等于让这些像素在一条线（实数轴）上“排好队”，相近的像素（结构上连接性强）会靠得近，不同区域的像素会自动分散开。

K-means 算法是一种将数据集划分为 K 个互不重叠的簇的无监督聚类方法，其目标是最小化簇内所有点到中心的欧氏距离平方和。设数据集为 $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ ，其中 $x_i \in \mathbb{R}^d$ ，希望将其划分为 K 个簇 $C = \{C_1, C_2, \dots, C_K\}$ ，使得以下目标函数最小：

$$\min_C \sum_{k=1}^K \sum_{x_i \in C_k} \|x_i - \mu_k\|^2$$

其中， μ_k 表示簇 C_k 的中心点：

$$\mu_k = \frac{1}{|C_k|} \sum_{x_i \in C_k} x_i$$

3 实验验证

3.1 基于形态学测地线主动轮廓 (GAC) 的实验

为评估 GAC 方法在不同配置下的分割效果，测试了两组参数。

3.1.1 第一组参数

迭代次数 = 800, 平滑系数 (smoothing) = 10, 膨胀力 (balloon) = -1, 阈值 (threshold) = 0.65

如图3.1，在这组参数下，GAC 方法成功勾勒出所选择的大脑 CT 图的目标轮廓，证明了该方法可成功应用在医学图像分割上。

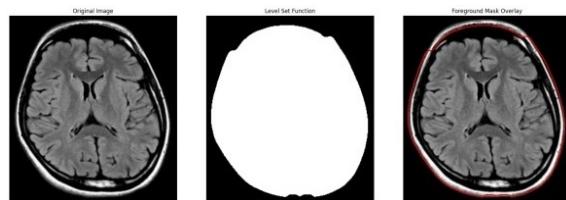


图 3.1 第一组参数下的 GAC 分割结果

3.1.2 第二组参数

迭代次数 = 800, 平滑系数 (smoothing) = 10, 膨胀力 (balloon) = -0.8, 阈值 (threshold) = 0.65

如图3.2，GAC 法在这组参数下也成功勾勒出同一张 CT 图的目标轮廓，和第一组参数的区别在于这组参数的膨胀力 (balloon) 为-0.8，略低于第一组参数里的-1，所体现在分离结果里就是这一组分割出的轮廓略大于第一组参数分割出来的轮廓。可以很清晰地看出，不同参数产生的分离结果不同，我们将在下一节具体对 GAC 方法的参数最优化做以讨论。

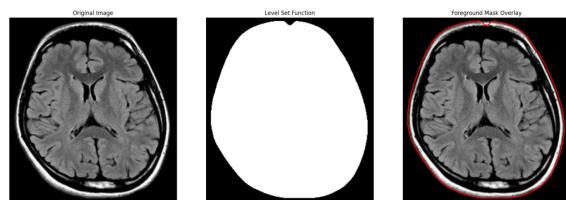


图 3.2 第二组参数下的 GAC 分割结果

实验结果通过图像直观展示，分别见图3.1 “第一组参数下的 GAC 分割结果” 和图 3.2 “第二组参数下的 GAC 分割结果”。从图中可以清晰地观察到不同参数配

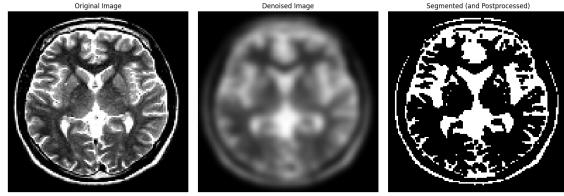


图 3.3 第一组参数下的谱聚类分离结果 radius=50, sigma=0.2

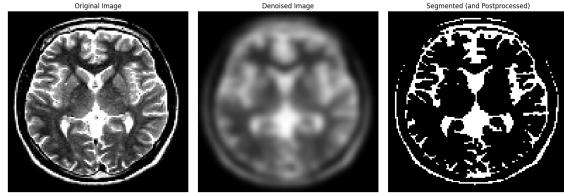


图 3.4 第二组参数下的谱聚类分离结果 radius=50, sigma=0.15

置对分割效果的影响

3.2 基于谱聚类的实验

为评估谱聚类方法在不同参数配置下的分割效果，本研究测试了两组关键参数组合，重点分析邻域半径 (radius) 和高斯核参数 (sigma) 对分割精度的影响。

3.2.1 第一组参数

设置邻域半径 radius=50，高斯核参数 sigma=0.2。实验结果显示，该参数组合下的分割结果存在明显的过分割现象。如图3.3所示，算法将少量背景区域错误地识别为前景，特别是在图像边缘和低对比度区域表现尤为明显。较大的 sigma 值 (0.2) 导致相似度计算过于宽松，使得本不相似的像素点被赋予较高的连接权重，最终影响了聚类效果。

3.2.2 第二组参数

保持邻域半径 radius=50 不变，将高斯核参数调整为 sigma=0.15。如图3.4所示，这组参数取得了显著改进的分割效果。减小 sigma 值使得相似度计算更加严格，有效抑制了背景区域的误分割现象。

3.3 结论

两种分离方法都成功处理了目标图像，但侧重点有所不同。基于谱聚类的分割方法 (SpectralClustering) 偏向于逼近勾勒出图像的目标轮廓，适合对物体整体形状把握要求高，而不在意物体内部细节的场景，比如 CT 或 MRI 图像中对肿瘤

细胞的初步识别与定位。而基于形态学测地线主动轮廓（GAC）的方法不仅会分理出目标轮廓，还会将目标内部前景与背景进行精确地划分，更适合于需要精确区分内部结构的场景，比如辨别病变组织内部的病变阶段等。

两种方法通过上述试验表明均可用于医学图像的处理，并且不同的参数组将直接影响着成像结果，下一节将着重研究两种参数的最优化参数。

4 参数最优化

4.1 GAC 模型及其参数最优化

4.1.1 参数最优化的数学理论基础

Geodesic Active Contour (GAC) 模型是一种基于水平集方法的图像分割技术，其基本思想是通过最小化轮廓的能量函数，使得轮廓在图像梯度的引导下自动收敛至目标边界。GAC 的演化方程如下：

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = g(|\nabla I|)(\kappa + \alpha)|\nabla \phi| + \beta \nabla g \cdot \nabla \phi, \quad (4.1)$$

其中， ϕ 为水平集函数， κ 表示当前轮廓的曲率， α 是调控轮廓膨胀或收缩方向的膨胀系数， β 控制图像梯度对轮廓演化的引导强度。边缘停止函数 $g(|\nabla I|)$ 抑制轮廓在强边缘处停止，其常用形式为：

$$g(|\nabla I|) = \frac{1}{1 + |\nabla I|^2},$$

其中 G_σ 为高斯核函数， $*$ 表示卷积操作， I 为图像强度值。该函数在边缘处梯度大， g 取值小，从而有效地阻止轮廓穿越边缘。

为了获得最佳的分割结果，我们引入评价指标 **Dice 系数**^[16]：

$$\text{Dice}(A, B) = \frac{2|A \cap B|}{|A| + |B| + \epsilon}, \quad (4.2)$$

Dice 系数是一种衡量两个集合重叠程度的统计指标，广泛应用于医学图像分割任务中。它同时考虑了分割结果与真实掩膜之间的交集与并集，能够全面反映模型的分割性能。在医学图像中，目标区域往往仅占图像的一小部分，此时使用 Dice 系数可以更准确地评估模型是否有效识别出关键结构区域。此外，Dice 系数的取值范围为 $[0, 1]$ ，值越高表示分割结果与真实标签越一致，因此可作为直接优化的目标函数，有助于实现更优的模型性能。此外，Dice 系数具有良好的可微性质，便于在参数优化过程中进行数值计算和梯度估计，适用于多种优化算法（包括高斯过程优化、贝叶斯优化等）。在实际应用中，Dice 系数对分割边界的微小偏差较为敏感，这使得它能够有效捕捉模型在精细结构上的表现，尤其适用于对分割精度要求较高的医学图像分析任务。因此，将 Dice 系数作为优化目标，不仅具有明确的物理意义，也有助于提升模型对关键结构区域的识别能力和临床适用性^[17]。

其中 A 为模型分割结果, B 为人工标注的真实掩膜 (ground truth), ϵ 为防止分母为零的小常数。为提升模型性能, 我们希望最大化 Dice 系数, 对应的优化目标为最小化其相反数:

$$\min_{s,b,t} f(s, b, t) = -\text{Dice}(M(s, b, t), G), \quad (4.3)$$

其中 $M(s, b, t)$ 表示参数组合 (s, b, t) 下的分割结果, G 为 ground truth 掩膜。

4.1.2 高斯过程优化算法

在医学图像分割任务中, 模型性能往往高度依赖于参数的合理配置。然而, 由于参数空间通常较大, 且每次评估都涉及计算量较大的图像处理过程, 传统的网格搜索或随机搜索在效率和精度上都存在一定的局限性。为了解决这一问题, 本研究引入了高斯过程优化 (Gaussian Process Optimization, GPO) 方法, 用于高效搜索最优参数组合, 该方法的核心思想由 Jones 等 (1998) 提出, 通过对目标函数构建概率模型, 平衡全局探索与局部利用^[18]。

高斯过程优化是一种基于贝叶斯推理的全局优化方法, 特别适用于目标函数不可解析、计算代价高、且缺乏梯度信息的黑盒优化问题。其基本思想是: 将当前已观察到的参数组合及其对应的性能指标作为训练数据, 利用高斯过程模型对整个参数空间进行建模, 并预测尚未评估位置的表现。随后, 算法基于预测结果选择最有潜力的参数组合进行下一轮评估, 从而在探索未知区域与利用已有信息之间取得平衡。

在本研究中, 我们需对 GAC 模型中的三个关键超参数——平滑因子 `smoothing`、膨胀项系数 `balloon` 和边缘阈值 `threshold` 进行联合优化。由于每组参数组合的评估需运行完整的分割过程, 计算成本高; 分割性能 (例如 Dice 系数) 与参数之间关系复杂、非线性; 参数空间连续, 网格搜索效率极低; 因此, 传统方法难以满足效率与精度并重的需求。相比之下, GPO 能在有限次数内找到更优的参数组合。它通过在迭代中持续更新目标函数的后验分布并引导搜索方向, 能有效避免陷入局部最优, 并显著减少了需要评估的组合数量。因此, 将高斯过程优化引入 GAC 参数优化任务中,

4.1.2.1 优化过程的数学表述

我们定义目标函数为:

$$f(s, b, t) = -\text{Dice}(M(s, b, t), G)$$

其中：

- $M(s, b, t)$: 表示 GAC 模型在参数组合 (s, b, t) 下的分割结果；
- G : 为 ground truth 掩膜；
- Dice 系数定义为：

$$\text{Dice}(A, B) = \frac{2|A \cap B|}{|A| + |B| + \epsilon}$$

因此，我们的优化问题可表示为：

$$(s^*, b^*, t^*) = \arg \min_{s \in S, b \in B, t \in T} f(s, b, t)$$

4.1.2.2 高斯过程建模

我们用一个高斯过程（Gaussian Process, GP）来建模目标函数 f , 高斯过程模型的建立与推理方法详见 Rasmussen 与 Williams (2006) 的系统阐述^[19]。假设：

$$f(x) \sim \mathcal{GP}(0, k(x, x'))$$

其中 $x = (s, b, t)$ 是参数向量, $m(x)$ 是均值函数 (通常取 0), $k(x, x')$ 是协方差函数, 例如 RBF 核:

$$k(x, x') = \exp\left(-\frac{\|x - x'\|^2}{2l^2}\right)$$

给定观测数据 $\mathcal{D}_n = \{x_i, f(x_i)\}_{i=1}^n$, 我们可以在任意点 x 上预测目标函数的后验分布:

$$f(x) | \mathcal{D}_n \sim \mathcal{N}(\mu_n(x), \sigma_n^2(x))$$

4.1.2.3 采集函数 (Acquisition Function)

采集函数用于引导参数搜索。常用的采集函数是 **期望改进 (Expected Improvement, EI)**:

$$EI(x) = \mathbb{E}[\max(0, f_{\text{best}} - f(x))] = (f_{\text{best}} - \mu_n(x))\Phi(z) + \sigma_n(x)\phi(z)$$

其中：

$$z = \frac{f_{\text{best}} - \mu_n(x)}{\sigma_n(x)}$$

$\Phi(\cdot)$ 、 $\phi(\cdot)$ 分别为标准正态分布的累积分布函数和密度函数。

4.1.2.4 高斯过程在此研究的工作流程

输入：目标函数 $f(s, b, t)$, 参数空间 S, B, T , 迭代次数 N

1. 初始化:

随机选取若干参数组合 $x_i = (s_i, b_i, t_i)$, 评估其目标函数值 $f(x_i)$, 构造初始数据集:

$$\mathcal{D}_0 = \{(x_i, f(x_i))\}_{i=1}^n$$

对应实现:

- s —smoothing: 轮廓的平滑程度
- b —balloon: 控制膨胀或收缩方向
- t —threshold: 梯度阈值, 影响轮廓停止位置
- $f(x)$ —objective(): 返回负的 Dice 系数作为优化目标

2. 迭代搜索 (从 $t = 1$ 到 N):

(a) 使用已有数据集 \mathcal{D}_{t-1} 拟合高斯过程模型 GP_t

(使用 `gp_minimize()` 进行建模与预测)

(b) 在参数空间中选择使采集函数 $\alpha(x)$ 最大的点:

$$x_t = \arg \max_{x \in S \times B \times T} \alpha(x; \text{GP}_t)$$

(即依据模型的不确定性与预期表现挑选下一个评估点)

(c) 评估 $f(x_t)$, 更新数据集:

$$\mathcal{D}_t = \mathcal{D}_{t-1} \cup \{(x_t, f(x_t))\}$$

(实际调用 GAC 模型进行分割, 并计算 Dice 系数)

3. 输出:

最终选出使目标函数最小的参数组合作为最优结果:

$$x^* = \arg \min_{x \in D_N} f(x)$$

即最小负 Dice 系数所对应的参数组合。

对应关系总结表:

数学变量	代码变量	作用说明
$s \in S$	<code>smoothing</code>	控制分割轮廓的平滑程度，值越大越光滑
$b \in B$	<code>balloon</code>	调节轮廓的膨胀或收缩方向与速度（正为外扩，负为内缩）
$t \in T$	<code>threshold</code>	图像梯度阈值，影响边缘停止函数对轮廓的限制
$f(x)$	<code>objective()</code>	以 Dice 系数为评估标准，返回其相反数作为优化目标
G	<code>ground_truth</code>	手工标注的真实分割结果，用作优化时的比较基准
GPO 优化	<code>gp_minimize()</code>	使用高斯过程构建函数模型，结合采集函数进行参数优化
迭代次数 N	<code>n_calls=20</code>	执行 20 次模型训练与参数评估，逐步提升最优性

表 4.1 数学模型与实际代码变量及功能对应表

4.1.3 迭代优化过程及参数结果分析

在本研究中，我们将 GAC 模型中的三个关键超参数作为 GPO 的搜索变量，以 Dice 系数的相反数为目标函数，进行 20 次迭代，成功找到最优参数组合：

$$\begin{aligned} s &\in \{3, 4, \dots, 15\}, \\ b &\in [-1.0, 1.0], \\ t &\in [0.4, 0.8]. \end{aligned} \tag{4.4}$$

其中：

- **smoothing** s : 形态学演化中的平滑因子，控制轮廓的平滑程度；
- **balloon** b : 膨胀项系数，正值推动轮廓向外扩展，负值推动轮廓向内收缩；
- **threshold** t : 图像梯度阈值，影响边缘停止函数 g 的响应。

我们使用 GPO 进行 20 次迭代，记录每次参数组合与对应的 Dice 系数，最终获得如下最优结果：

$$s = 14, \quad b = -1.00, \quad t = 0.60 \tag{4.5}$$

在该参数配置下，模型分割结果与真实掩膜之间的最大 Dice 系数为 0.3687，显著优于初始参数。

如图 4.1 所示，Dice 系数整体随优化过程不断提升，验证了 GPO 在全局参数

序号	Smoothing	Balloon	Threshold	Dice系数	备注
1	13	-0.63	0.71	0.2626	
2	10	-0.11	0.44	0.2624	
3	9	-0.33	0.46	0.2626	
4	11	-0.89	0.69	0.3035	
5	14	-1.00	0.80	0.3034	
6	10	0.22	0.40	0.2624	
7	3	0.05	0.56	0.2626	
8	4	0.95	0.49	0.2215	
9	4	0.24	0.55	0.2624	
10	15	-0.07	0.74	0.2626	
11	3	-0.94	0.40	0.0000	分割失败
12	10	-1.00	0.69	0.3463	
13	9	-1.00	0.69	0.3545	
14	8	-1.00	0.71	0.3157	
15	9	-1.00	0.65	0.3609	
16	3	1.00	0.80	0.2219	
17	9	1.00	0.63	0.2215	
18	15	-1.00	0.40	0.0000	分割失败
19	14	-1.00	0.60	0.3687	最佳组合
20	3	-1.00	0.62	0.3615	

图 4.1 20 次迭代中各参数组合及其对应的 Dice 系数

空间中具有良好的收敛性和搜索效率。

4.1.4 最优化结果分析与结论

图像分割的性能在很大程度上依赖于模型参数的合理设定。通过引入高斯过程优化算法，我们能够在较少的迭代次数下找到有效的参数组合，显著提升分割精度。如图 4.2 所示，GAC 模型在最优参数配置下能够较为准确地贴合目标边界，轮廓在图像梯度变化剧烈处停止，避免了过分膨胀或收缩的现象，并于非最优参数下的分割结果进行对比。可以很明显地看出最优化参数下的结果更贴合大脑内部实际的目标边界。

如图 4.3, 4.4, 4.5 所示，这是在不同参数组合下使用 GAC 模型的分割结果，包含了不同的平滑参数 (smooth=13, 14, 15)、气球参数 (balloon=-1, -0.9, -0.8, -0.7) 和阈值参数 (threshold=0.5, 0.6, 0.7)。与图 4.2 做对比，可以明显看到，最优参数下

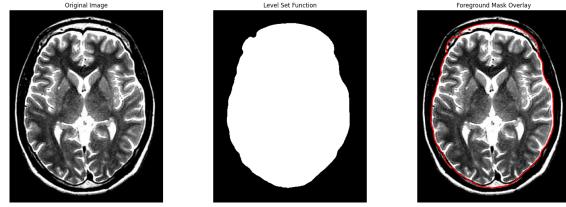


图 4.2 GAC 最优化参数分割结果图

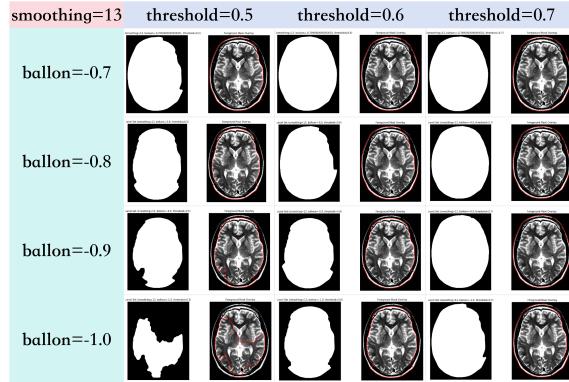


图 4.3 smooth=13 时各参数下的分割结果

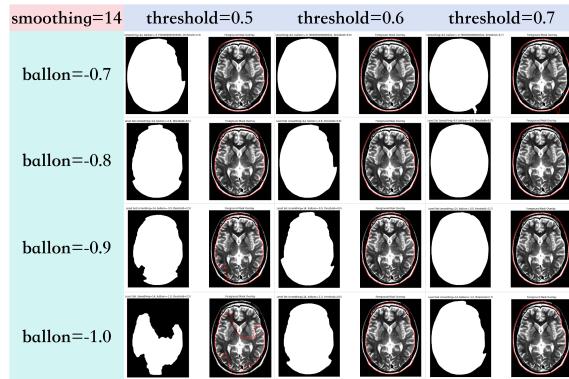
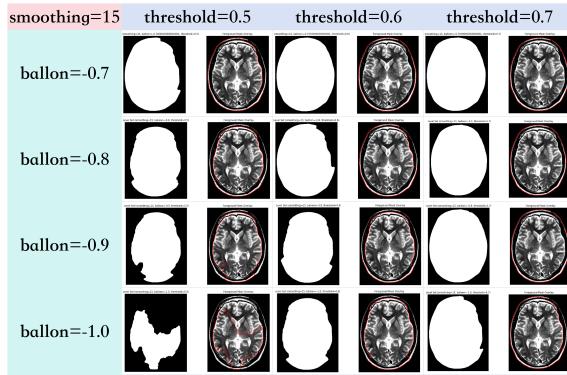


图 4.4 smooth=14 时各参数下的分割结果

的分割效果在准确性和细节方面有着显著的优势。最优参数组合能够较好地平衡平滑程度、气球力和阈值，产生一个既平滑又清晰的分割结果，背景噪声被有效去除，目标区域被准确捕捉，细节部分也能较好地保留。在非最优参数的情况下，分割结果普遍存在以下问题：

- 当 threshold 过高时，如图 threshold=0.7 时，分割出的前景区域超过真实前景，而 threshold 过低，如图 threshold=0.5，又存在分割信息丢失，分割不全面的问题。
- 当 balloon 过低，均出现了分割不完全，丢失信息。

总体而言，最优参数在对比实验中展示了最优的分割效果，能够准确且清晰地分割目标区域，而其他参数组合则在不同程度上存在局限性。

图 4.5 $\text{smooth}=15$ 时各参数下的分割结果

4.2 谱聚类参数最优化

4.2.1 参数最优化的数学理论基础

本研究采用同样基于高斯优化的方法自动搜索谱聚类算法中的关键参数（邻域半径 $radius$ 和高斯核参数 $sigma$ ），以优化图像分割效果^[20]。具体而言，首先通过读取并预处理目标图像（ 128×128 像素的脑部灰度图像），将其转换为浮点类型并归一化；为了优化参数选择，本研究设计了目标函数 $objective$ ，该函数以 $radius$ 和 $sigma$ 为输入，调用谱聚类算法对图像进行分割，并基于轮廓系数（Silhouette Score）评估分割效果。在医学图像分割任务中，尤其是 MRI 或 CT 等图像的前景-背景分割中，往往缺乏足够的像素级人工标注数据，使得参数选择过程更依赖于无监督的内部评估指标。为此，本文采用了轮廓系数（Silhouette Coefficient）作为谱聚类参数优化的目标函数。该指标由 Rousseeuw (1987) 提出，用于衡量聚类结构中数据点的“聚合性”与“分离性”之间的平衡 [Rousseeuw, 1987]^[21]。在本研究的图像分割任务中，轮廓系数的引入具有以下优势：首先，它不依赖于真实标签，适用于医学影像中“缺标签”场景的评估需求；其次，该指标能有效识别由于参数设置不合理所导致的过分割或欠分割现象，从而提升模型在复杂组织结构识别中的稳定性与可靠性；最后，通过轮廓系数的最优化，我们能够更系统地发现谱聚类在灰度差异不明显区域中的分割能力边界，增强分割方案在实际医学诊断中的应用价值。

轮廓系数的计算公式为^[21]：

$$s(i) = \frac{b(i) - a(i)}{\max(a(i), b(i))}$$

其中， $a(i)$ 表示样本点 i 到同簇其他点的平均距离， $b(i)$ 表示样本点 i 到最近其他

迭代次数	radius	sigma	轮廓系数	迭代次数	radius	sigma	轮廓系数
1	40	0.0999	-0.6420	11	40	0.0100	-0.5440
2	40	0.3025	-0.0016	12	42	0.0984	-0.6474
3	24	0.0590	-0.1415	13	4	0.0955	-0.1059
4	25	0.1735	-0.0098	14	42	0.0814	-0.6473
5	10	0.3289	-0.0019	15	36	0.1003	-0.1426
6	6	0.3638	-0.0014	16	29	0.0100	-0.5457
7	47	0.0104	-0.5423	17	20	0.5000	-0.0012
8	50	0.3126	1.0000	18	41	0.0973	-0.6480
9	32	0.0135	-0.5441	19	41	0.0872	-0.6468
10	4	0.2671	-0.0018	20	44	0.0330	-0.5510

图 4.6 谱聚类迭代 20 次参数及轮廓系数

簇的所有点的平均距离。整体轮廓系数为所有样本点轮廓系数的平均值：

$$\text{Silhouette Score} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N s(i)$$

目标函数定义为：

$$f(radius, sigma) = -\text{Silhouette Score}$$

同时引入超时机制（10 秒）以避免计算时间过长。在此基础上，利用高斯过程（GP）优化的贝叶斯优化方法在参数空间（*radius* 范围为 3 到 50, *sigma* 范围为 0.01 到 0.5）内进行 20 次迭代搜索，每次迭代记录参数组合及其对应的轮廓系数，最终找到使轮廓系数最大化的最优参数组合。

4.2.2 迭代优化过程及参数结果分析

进行二十次迭代，每次迭代的参数以及结果如图4.2, 获得最优化参数 *radius* = 41, *sigma* = 0.0973)，并利用该参数对图像进行分割。如图4.7结果显示优化后的分割效果显著优于初始参数设置，验证了该方法在图像分割参数优化中的有效性。

迭代次数	radius	sigma	轮廓系数
18	41	0.0973	-0.6480

表 4.2 最优迭代参数及轮廓系数

在本次针对谱聚类算法关键参数（邻域半径 *radius* 和高斯核参数 *sigma*）的优化研究中，基于贝叶斯优化的方法在预设参数空间内进行了 20 次迭代搜索。根据迭代结果，得到的最优化参数为 *radius* = 41, *sigma* = 0.0973，且使用该参数分割图像的效果相比初始参数有显著提升，验证了贝叶斯优化方法在图像分割参数优

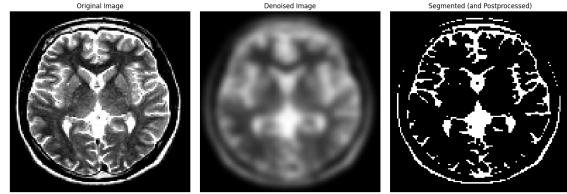


图 4.7 最优参数下的谱聚类分离结果

化中的有效性。因此，后续研究可进一步围绕第 18 次迭代参数展开，一方面优化 Timeout 机制及邻接矩阵构建过程，避免因计算问题导致的参数评估偏差；另一方面，扩大参数搜索范围或增加迭代次数，以更全面地探索参数空间，从而获取更精准、可靠的最优参数，提升医学图像分割的质量和效果。

5 结论与展望

5.1 研究的结论总结

在现今医疗领域，随着对医学成像前景与背景分离精确度与效率要求越来越高，大多医学图像分割都存在大大小小的缺点，本文重点研究了两种新的医学图像前背景分离手段：谱聚类和形态学测地线主动轮廓（GAC），通过应用到具体医学成像的图片证明这两种方法的可行性，并进一步探索了其参数最优化，取得了有价值有展望的成果。第一种方法，谱聚类方法（spectral clustering）。谱聚类方法基于图论分割，将图像分割问题转化为图的划分问题来分割，利用图的拉普拉斯矩阵的谱性质对图像像素进行聚类，最后用 K-Means 算法对 Fiedler 向量进行聚类，完成了图的分割。之后将谱聚类方法应用在脑 CT 图上，调节了两组参数（邻域半径 radius=50，高斯核参数 sigma=0.2；邻域半径 radius=50，高斯核参数 sigma=0.15）。发现该方法能成功且较为精确实现前景背景的分离，适于需要捕捉目标的外界轮廓，实现目标整体与背景的分离。最后对谱聚类方法进行了参数最优化寻找，采用轮廓系数作为评估标准，并应用贝叶斯优化的方法进行搜索最优参数，进行了 20 次迭代。获得最优化参数 radius =41，sigma = 0.0973），并利用该参数对图像进行分割。最优化参数下的分割结果与上一节的实验部分中的非最优化分割结果有着明显差异，体现了最优化参数下谱聚类方法的可行性与优越性。

第二种方法，形态学测地线主动轮廓（Morphological Geodesic Active Contours, GAC）。该方法核心在于通过演化初始轮廓，使其逐渐逼近目标边界，并利用形态学操作处理变化，结合了水平集方法与形态学方法的双重优点。之后将此方法应用于脑补 CT 成像，分别使用了参数 1（迭代次数 = 1000，平滑系数（smoothing）= 10，膨胀力（balloon）= -1，阈值（threshold）= 0.65），参数 2（迭代次数 = 1000，平滑系数（smoothing）= 10，膨胀力（balloon）= -0.8，阈值（threshold）= 0.65）。实验结果两组参数下的分割图虽第二组参数不如第一组参数分割地精确，但都成功完成了前景背景分离。最后依然对 GAC 方法做了参数最优化分析，与谱聚类不同的是，这次的评价指标为 Dice 系数，并且采用高斯过程最优化算法，20 次迭代得出最优参数为平滑系数（smoothing）= 14，膨胀力（balloon）= -1，阈值（threshold）= 0.60，此时 Dice 系数为 0.3687。并且在这一节还将最优化参数下的分割结果与 36 组（threshold 3 组 * smoothing 3 组 * balloon 4 组）非最优化参数的结果做了对比，发现最优参数组合确实能够最精确地产生一个平滑又清晰的结果。

5.2 研究的未来展望

本研究中的两个医学图像分离方法为医学领域的图像分割提供了新的视角，未来研究可通过以下几个方面对该方法进行进一步拓展：一方面，可以在算法上进行深化，比如可将这两种方法与现在发展迅速前沿的深度学习相融合，为谱聚类提供更具代表性的图像特征；此外，可以针对参数最优方面进行改进，可以引入自适应参数调节机制，使其能根据不同的医学成像自主调节，选择最适合该图像的参数，在不同类型的医学图像上实现最优分割效果。

5.3 研究的局限性

然而，本研究也存在一定局限性。本研究在实际应用部分以及参数最优化只应用在了两张大脑 CT 图上，在数量以及种类上都不具有充足的说服力。并且计算时长原因，研究中的参数范围较为局限，需在更广大的参数域以及更多种类更多数量的 CT 与 MRI 成像中应用这两种方法。

参考文献

- [1] 刘健庄, 栗文青. 灰度图象的二维 Otsu 自动阈值分割法[J/OL]. 自动化学报, 1993(01): 101-105. DOI: [10.16383/j.aas.1993.01.015](https://doi.org/10.16383/j.aas.1993.01.015).
- [2] ASHRAF M, ZAMAN M. Revealing historical insights: A comprehensive exploration of traditional approaches in medical image segmentation[M/OL]. 2025: 65-84. DOI: [10.1002/9781394245369.ch3](https://doi.org/10.1002/9781394245369.ch3).
- [3] 罗希平, 田捷, 诸葛婴, 等. 图像分割方法综述[J]. 模式识别与人工智能, 1999, 12(03): 300-312.
- [4] SHARMA N, AGGARWAL L M. Automated medical image segmentation techniques[J/OL]. Journal of medical physics, 2010, 35(1): 3-14. DOI: [10.4103/0971-6203.58777](https://doi.org/10.4103/0971-6203.58777).
- [5] LENCHIK L, HEACOCK L, WEAVER A A, et al. Automated segmentation of tissues using ct and mri: a systematic review[J/OL]. Academic radiology, 2019, 26(12): 1695-1706. DOI: [10.1016/j.acra.2019.07.006](https://doi.org/10.1016/j.acra.2019.07.006).
- [6] 黄长专, 王彪, 杨忠. 图像分割方法研究[J]. 计算机技术与发展, 2009, 19(06): 76-79+83.
- [7] 刘燕, 董蓉, 李勃. 基于机器学习的图像分割算法研究[J/OL]. 电视技术, 2017, 41(Z4): 32-39. DOI: [10.16280/j.videoe.2017.h11.006](https://doi.org/10.16280/j.videoe.2017.h11.006).
- [8] WU Y, et al. Application of semantic segmentation based on convolutional neural network in medical images[J/OL]. Journal of biomedical engineering, 2020, 37(3): 533-540. DOI: [10.7507/1001-5515.201906067](https://doi.org/10.7507/1001-5515.201906067).
- [9] CHAITANYA K, ERDIL E, KARANI N, et al. Contrastive learning of global and local features for medical image segmentation with limited annotations[C]//34th Conference on Neural Information Processing Systems (NeurIPS 2020). 2020.
- [10] 黄鹏, 郑淇, 梁超. 图像分割方法综述[J/OL]. 武汉大学学报(理学版), 2020, 66(06): 519-531. DOI: [10.14188/j.1671-8836.2019.0002](https://doi.org/10.14188/j.1671-8836.2019.0002).
- [11] YU Y, WANG C, FU Q, et al. Techniques and challenges of image segmentation: A review [J/OL]. Electronics, 2023, 12(5). DOI: [10.3390/electronics12051199](https://doi.org/10.3390/electronics12051199).
- [12] 范群贞, 吴浩, 林真. 基于形态学和区域生长法的医学图像分割[J/OL]. 机电技术, 2019(03): 26-29. DOI: [10.19508/j.cnki.1672-4801.2019.03.008](https://doi.org/10.19508/j.cnki.1672-4801.2019.03.008).
- [13] HALDER T K, SARKAR K, MANDAL A, et al. A robust head mri/ct background removing approach using dynamic morphological operations[J/OL]. Proceedings of the Indian National Science Academy, 2023, 89(3): 673-688. DOI: [10.1007/s43538-023-00175-9](https://doi.org/10.1007/s43538-023-00175-9).
- [14] SETHIAN J A. Level set methods and fast marching methods[M]. Cambridge University Press, 1999.
- [15] OSHER S, FEDKIW R. Level set methods and dynamic implicit surfaces[M]. Springer, 2003.
- [16] TAHA A A, HANBURY A. Metrics for evaluating 3d medical image segmentation: analysis, selection, and tool[J/OL]. Medical Image Analysis, 2015, 17(8): 1027-1040. DOI: [10.1016/j.media.2015.03.008](https://doi.org/10.1016/j.media.2015.03.008).

- media.2015.06.002.
- [17] WANG R, LEI T, CUI R, et al. Medical image segmentation using deep learning: A survey[J]. IET image processing, 2022, 16(5): 1243-1267.
- [18] JONES D R, SCHONLAU M, WELCH W J. Efficient global optimization of expensive black-box functions[J/OL]. Journal of Global Optimization, 1998, 13(4): 455-492. DOI: 10.1023/A:1008306431147.
- [19] RASMUSSEN C E, WILLIAMS C K. Gaussian processes for machine learning[M]. MIT Press, 2006.
- [20] PAL J, MJ D. Improving multi-scale attention networks: Bayesian optimization for segmenting medical images[J/OL]. The Imaging Science Journal, 2023, 71: 1-17. DOI: 10.1080/13682199.2023.2174657.
- [21] ROUSSEEUW P J. Silhouettes: a graphical aid to the interpretation and validation of cluster analysis[J/OL]. Journal of Computational and Applied Mathematics, 1987, 20: 53-65. DOI: 10.1016/0377-0427(87)90125-7.