

全国高等院校数学能力挑战赛考试大纲

全国高等院校数学能力挑战赛考试内容按照初赛和决赛划分。

一、初赛考试内容

全国高等院校数学能力挑战赛（初赛）考试内容为高等数学，具体如下：

1. 函数、极限、连续

- （1）函数的概念及表示法，函数关系的建立；
- （2）函数的有界性、单调性、周期性和奇偶性；
- （3）复合函数、反函数、分段函数和隐函数、基本初等函数的性质及其图形、初等函数；
- （4）数列极限与函数极限的定义及其性质、函数的左极限和右极限；
- （5）无穷小量和无穷大量的概念及其关系、无穷小量的性质及无穷小量的比较；
- （6）极限的四则运算、极限存在的两个准则（单调有界准则和夹逼准则）、两个重要极限；
- （7）函数连续的概念、函数间断点的类型、初等函数的连续性、闭区间上连续函数的性质。

2. 一元函数微分学

- （1）导数和微分的概念、导数的几何意义和物理意义、函数的可导性与连续性之间的关系、平面曲线的切线和法线；
- （2）导数和微分的四则运算、基本初等函数的导数、复合函数、反函数、隐函数以及参数方程所确定的函数的微分、高阶导数的概念及运算；
- （3）微分中值定理、洛必达法则、泰勒公式等；
- （4）函数单调性的判别、函数的极值、函数图形的凹凸性、拐点及渐近线、函数的最大值与最小值、弧微分、曲率的概念、曲率圆与曲率半径。

3. 一元函数积分学

- （1）原函数和不定积分的概念、不定积分的基本性质、基本积分公式；

(2) 定积分的概念和基本性质、定积分中值定理、积分上限的函数及其导数、牛顿-莱布尼茨公式；

(3) 不定积分和定积分的换元积分法与分部积分法；

(4) 有理函数的积分；

(5) 反常（广义）积分、定积分的应用。

4. 常微分方程

(1) 常微分方程的基本概念、变量可分离的微分方程、齐次微分方程、一阶线性微分方程；

(2) 可降阶的高阶微分方程、线性微分方程解的性质及解的结构定理；

(3) 高阶线性微分方程；

(4) 简单的二阶常系数齐次及非齐次线性微分方程、微分方程的简单应用。

5. 向量代数与空间解析几何

(1) 向量的概念、向量的线性运算、向量的数量积和向量积、向量的混合积、两向量的夹角、向量的坐标表达式及其运算、单位向量、方向数与方向余弦；

(2) 曲面方程和空间曲线方程的概念、平面方程、直线方程；

(3) 平面与平面、平面与直线、直线与直线的夹角以及平行、垂直的条件、点到平面和点到直线的距离、球面、柱面、旋转曲面；

(4) 常用的二次曲面方程及其图形、空间曲线的参数方程和一般方程、空间曲线在坐标面上的投影曲线方程。

6. 多元函数微分学

(1) 多元函数的概念、二元函数的几何意义、二元函数的极限与连续的概念、有界闭区域上多元连续函数的性质；

(2) 多元函数的偏导数和全微分、全微分存在的必要条件和充分条件；

(3) 多元复合函数、隐函数的求导法、二阶偏导数、方向导数和梯度；

(4) 空间曲线的切线和法平面、曲面的切平面和法线；

(5) 二元函数的二阶泰勒公式、多元函数的极值和条件极值、多元函数的最大值、最小值及其简单应用。

7. 多元函数积分学

- (1) 二重积分与三重积分的概念、性质、计算和应用；
- (2) 两类曲线积分的概念、性质及计算，两类曲线积分的关系；
- (3) 格林（Green）公式、平面曲线积分与路径无关的条件、二元函数全微分的原函数；
- (4) 两类曲面积分的概念、性质及计算，两类曲面积分的关系；
- (5) 高斯（Gauss）公式、斯托克斯（Stokes）公式、散度和旋度的概念及计算；
- (6) 曲线积分和曲面积分的应用。

8. 无穷级数

- (1) 常数项级数的收敛与发散的概念、收敛级数的和的概念、级数的基本性质与收敛的必要条件；
- (2) 几何级数与 p 级数及其收敛性、正项级数收敛性的判别法、交错级数与莱布尼茨定理；
- (3) 任意项级数的绝对收敛与条件收敛、函数项级数的收敛域与和函数的概念；
- (4) 幂级数及其收敛半径、收敛区间（指开区间）和收敛域、幂级数的和函数、幂级数在其收敛区间内的基本性质、简单幂级数的和函数的求法；
- (5) 初等函数的幂级数展开式、函数的傅里叶（Fourier）系数与傅里叶级数、狄利克雷（Dirichlet）定理；
- (6) 函数在 $[-1, 1]$ 上的傅里叶级数、函数在 $[0, 1]$ 上的正弦级数和余弦级数。

二、决赛考试内容

全国高等院校数学能力挑战赛（决赛）考试内容为高等数学、线性代数、概率论与数理统计，具体如下：

（一）高等数学

1. 函数、极限、连续

- (1) 函数的概念及表示法，函数关系的建立；
- (2) 函数的有界性、单调性、周期性和奇偶性；
- (3) 复合函数、反函数、分段函数和隐函数、基本初等函数的性质及其图形、初等函数；

- (4) 数列极限与函数极限的定义及其性质、函数的左极限和右极限；
- (5) 无穷小量和无穷大量的概念及其关系、无穷小量的性质及无穷小量的比较；
- (6) 极限的四则运算、极限存在的两个准则（单调有界准则和夹逼准则）、两个重要极限；
- (7) 函数连续的概念、函数间断点的类型、初等函数的连续性、闭区间上连续函数的性质。

2. 一元函数微分学

- (1) 导数和微分的概念、导数的几何意义和物理意义、函数的可导性与连续性之间的关系、平面曲线的切线和法线；
- (2) 导数和微分的四则运算、基本初等函数的导数、复合函数、反函数、隐函数以及参数方程所确定的函数的微分、高阶导数的概念及运算；
- (3) 微分中值定理、洛必达法则、泰勒公式等；
- (4) 函数单调性的判别、函数的极值、函数图形的凹凸性、拐点及渐近线、函数的最大值与最小值、弧微分、曲率的概念、曲率圆与曲率半径。

3. 一元函数积分学

- (1) 原函数和不定积分的概念、不定积分的基本性质、基本积分公式；
- (2) 定积分的概念和基本性质、定积分中值定理、积分上限的函数及其导数、牛顿-莱布尼茨公式；
- (3) 不定积分和定积分的换元积分法与分部积分法；
- (4) 有理函数的积分；
- (5) 反常（广义）积分、定积分的应用。

4. 常微分方程

- (1) 常微分方程的基本概念、变量可分离的微分方程、齐次微分方程、一阶线性微分方程；
- (2) 可降阶的高阶微分方程、线性微分方程解的性质及解的结构定理；
- (3) 高阶线性微分方程；
- (4) 简单的二阶常系数齐次及非齐次线性微分方程、微分方程的简单应用。

5. 向量代数与空间解析几何

- (1) 向量的概念、向量的线性运算、向量的数量积和向量积、向量的混合积、两向量的夹角、向量的坐标表达式及其运算、单位向量、方向数与方向余弦；
- (2) 曲面方程和空间曲线方程的概念、平面方程、直线方程；
- (3) 平面与平面、平面与直线、直线与直线的夹角以及平行、垂直的条件、点到平面和点到直线的距离、球面、柱面、旋转曲面；
- (4) 常用的二次曲面方程及其图形、空间曲线的参数方程和一般方程、空间曲线在坐标面上的投影曲线方程。

6. 多元函数微分学

- (1) 多元函数的概念、二元函数的几何意义、二元函数的极限与连续的概念、有界闭区域上多元连续函数的性质；
- (2) 多元函数的偏导数和全微分、全微分存在的必要条件和充分条件；
- (3) 多元复合函数、隐函数的求导法、二阶偏导数、方向导数和梯度；
- (4) 空间曲线的切线和法平面、曲面的切平面和法线；
- (5) 二元函数的二阶泰勒公式、多元函数的极值和条件极值、多元函数的最大值、最小值及其简单应用。

7. 多元函数积分学

- (1) 二重积分与三重积分的概念、性质、计算和应用；
- (2) 两类曲线积分的概念、性质及计算，两类曲线积分的关系；
- (3) 格林（Green）公式、平面曲线积分与路径无关的条件、二元函数全微分的原函数；
- (4) 两类曲面积分的概念、性质及计算，两类曲面积分的关系；
- (5) 高斯（Gauss）公式、斯托克斯（Stokes）公式、散度和旋度的概念及计算；
- (6) 曲线积分和曲面积分的应用。

8. 无穷级数

- (1) 常数项级数的收敛与发散的概念、收敛级数的和的概念、级数的基本性质与收敛的必要条件；
- (2) 几何级数与 p 级数及其收敛性、正项级数收敛性的判别法、交错级数与莱布尼茨定理；

- (3) 任意项级数的绝对收敛与条件收敛、函数项级数的收敛域与和函数的概念;
- (4) 幂级数及其收敛半径、收敛区间(指开区间)和收敛域、幂级数的和函数、幂级数在其收敛区间内的基本性质、简单幂级数的和函数的求法;
- (5) 初等函数的幂级数展开式、函数的傅里叶(Fourier)系数与傅里叶级数、狄利克雷(Dirichlet)定理;
- (6) 函数在 $[-1, 1]$ 上的傅里叶级数、函数在 $[0, 1]$ 上的正弦级数和余弦级数。

(二) 线性代数

1. 行列式

- (1) 行列式的概念和基本性质;
- (2) 行列式按行(列)展开定理。

2. 矩阵

- (1) 矩阵的概念、矩阵的线性运算、矩阵的乘法、方阵的幂、方阵乘积的行列式、矩阵的转置;
- (2) 逆矩阵的概念和性质、矩阵可逆的充分必要条件;
- (3) 伴随矩阵、矩阵的初等变换、初等矩阵、矩阵的秩、矩阵的等价;
- (4) 分块矩阵及其运算。

3. 向量

- (1) 向量的概念、向量的线性组合与线性表示;
- (2) 向量组的线性相关与线性无关、向量组的极大线性无关组;
- (3) 等价向量组、向量组的秩、向量组的秩与矩阵的秩之间的关系;
- (4) 向量空间及其相关概念、 n 维向量空间的基变换和坐标变换、过渡矩阵;
- (5) 向量的内积、线性无关向量组的正交规范化方法、规范正交基、正交矩阵及其性质。

4. 线性方程组

- (1) 线性方程组的克拉默(Cramer)法则;
- (2) 齐次线性方程组有非零解的充分必要条件、非齐次线性方程组有解的充分必要条

件；

(3) 线性方程组解的性质和解的结构；

(4) 齐次线性方程组的基础解系、通解和解空间，非齐次线性方程组的通解。

5. 矩阵的特征值和特征向量

(1) 矩阵的特征值和特征向量的概念、性质；

(2) 相似变换、相似矩阵的概念及性质；

(3) 矩阵可相似对角化的充分必要条件及相似对角矩阵、实对称矩阵的特征值、特征向量及其相似对角矩阵。

6. 二次型

(1) 二次型及其矩阵表示、合同变换与合同矩阵、二次型的秩、惯性定理、二次型的标准形和规范形；

(2) 用正交变换和配方法化二次型为标准形、二次型及其矩阵的正定性。

(三) 概率论与数理统计

1. 随机事件和概率

(1) 随机事件与样本空间、事件的关系与运算、完备事件组；

(2) 概率的概念、概率的基本性质、古典型概率、条件概率；

(3) 概率的基本公式、事件的独立性、独立重复试验。

2. 随机变量及其分布

(1) 随机变量、随机变量分布函数的概念及其性质；

(2) 离散型随机变量的概率分布、连续型随机变量的概率密度；

(3) 常见随机变量的分布、随机变量函数的分布

3. 多维随机变量及其分布

(1) 多维随机变量及其分布、二维离散型随机变量的概率分布、边缘分布和条件分布；

(2) 二维连续型随机变量的概率密度、边缘概率密度和条件密度；

(3) 随机变量的独立性和不相关性、常用二维随机变量的分布；

(4) 两个及两个以上随机变量简单函数的分布。

4. 随机变量的数字特征

- (1) 随机变量的数学期望（均值）、方差、标准差及其性质；
- (2) 随机变量函数的数学期望，矩、协方差矩阵、相关系数及其性质。

5. 大数定律和中心极限定理

- (1) 切比雪夫 (Chebyshev) 不等式、切比雪夫大数定律；
- (2) 伯努利 (Bernoulli) 大数定律、辛钦 (Khinchine) 大数定律；
- (3) 棣莫弗-拉普拉斯 (DeMoivre-Laplace) 定理、列维-林德伯格 (Levy-Lindberg) 定理。

6. 参数估计

- (1) 点估计的概念、估计量与估计值、矩估计法、最大似然估计法；
- (2) 估计量的评选标准、区间估计的概念；
- (3) 单个正态总体的均值和方差的区间估计、两个正态总体的均值差和方差比的区间估计。

7. 假设检验

- (1) 显著性检验、假设检验的两类错误；
- (2) 单个及两个正态总体的均值和方差的假设检验。