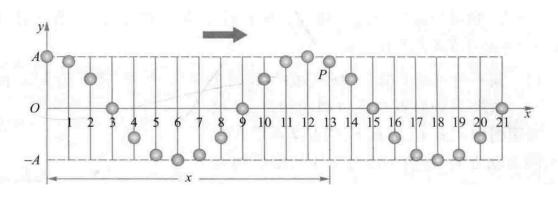
机械波

和差化积公式

$$cosa + cosb = 2cosrac{a+b}{2}cosrac{a-b}{2} \ sina + sinb = 2sinrac{a+b}{2}cosrac{a-b}{2} \ cosa - cosb = -2sinrac{a+b}{2}sinrac{a-b}{2} \ sina + sinb = 2sinrac{a+b}{2}cosrac{a-b}{2}$$

波函数

存在某个简谐波,某时刻的波形如图所示



- 沿着传播方向较为领先,相位超前,振动时间较少 ,相位要减 $\omega\left(\iota-\frac{x}{u}\right)+\varphi_{\circ}$,这是13号点,假设O点的相位为
- 设的参考点不在原点O处质点,而是在距原点O处为x的点上,其振动方程为

$$y_{x_0} = A\cos(\omega t + \phi)$$

那么相应的波函数为式中,减号对应波沿x轴正方向传播,加号对应波沿x轴负方向传播

$$y = A\cos[\omega(t\pmrac{x-x_0}{u})+\phi]$$

应当注意的是,无论是**横波还是纵波,皆可用上述波函数**表示。对于横波,质点离开平衡位置的位移y与波的传播方向x轴垂直:而对于纵波,位移y沿x轴方向。

某个质点的振动 ω 和整个波函数的 ω 相同

机械波的能量

- 在波的传播过程中,波传播路径上任一小段质量元dx的动能、势能和总能量都随时间 t做周期性变化,并且质量元的动能和势能与时间关系式是相同的,**两者不仅同相,而 且大小总是相等**的。
- 即两者**同时达到最大值,又同时变为零**。这与孤立的做简谐运动的弹簧振子的能量情况是截然不同的,后者动能最大时,势能为最小;势能最大时,动能为最小。产生这种不同的原因是在波动中与势能相联系的是质点的相对位移质量元的形变。
- 某一给定点来说,**总能量随t做周期性**变化。这说明沿着波传播的方向,每**一体积元先从后面体积元处获得能量,使自己的能量逐渐增大,又逐渐地把自身的能量传递给前面的体积元**。形象地说,就是任一体积元都在不断地接受或放出能量,这就是波动传播能量的机理。

弹性体的形变规律-模量

• 拉伸、压缩形变

干涉波

当两个同频率同介质中,波源干涉叠加后,某点振幅是增强还是取决于两个波源在该点的相位差,相位差为**奇数个pi则相消,偶数个半周期为相增大**(如何通过波长数计算则需要注意波源初相位是否是同相)

驻波

态或相位逐点传播。这时既看不到波形的传播,也没有能量的传播。严格地说,**驻波并不是振动的传播,而是某一有限区域的介质中各质元做稳定的振动**,因此它与我们前面所说的向前传播振动状态或能量的所谓行波不同,所以称之为驻波。

7.6.1驻波的产生

振幅、频率、传播速度都相同的两列相干波,同一条直线沿相反方向传播叠加而成==特殊的干涉

线性波公式为 $y=Acos[\omega (t-x/u)+\phi]$,其传播方向为x轴正方向若为 $y=Acos[\omega (t+x/u)+\phi]$,其传播方向为x轴负方向

正向:
$$y_1 = A\cos(\omega t - 2\pi\frac{x}{\lambda})$$
正向: $y_1 = A\cos(\omega t - \omega\frac{x}{u})$
负向: $y_2 = A\cos(\omega t + 2\pi\frac{x}{\lambda})$
 $y = y_1 + y_2 = 2A\cos 2\pi\frac{x}{\lambda}\cos \omega t$

驻波的振幅和位置有关、个点在做同频率的简谐运动

$$\left| 2A \cos 2\pi \frac{x}{\lambda} \right|$$

波腹、波节

相邻两波节之间质点振动同相位,任一波节两侧振动相位相反,在波节处产生 π 的相位跃变(与行波不同,无相位的传播)

初相位不为0

$$y_1 = A_1 \cos(\omega t - kx + \varphi_{10})$$
y_1=A_1\cos(\omega t-kx+\varphi_{10}) 和 $y_2 = A_2 \cos(\omega t + kx + \varphi_{20})$ y_2=A_2\cos(\omega t+kx+\varphi_{20})

$$y = y_1 + y_2 = A_0 [\cos(\omega t - kx + \varphi_{10}) + \cos(\omega t + kx + \varphi_{20})]$$

y=y_1+y_2=A_0[\cos(\omega t-kx+\varphi_{10})+\cos(\omega t+kx+\varphi_{20})]

 $y = y_1 + y_2 = A_0 \left[\cos(\omega t - kx + \varphi_{10}) + \cos(\omega t + kx + \varphi_{20})\right] = 2A_0 \cos(\omega t + \frac{\varphi_{10} + \varphi_{20}}{2})\cos(kx + \frac{\varphi_{20} - \varphi_{20}}$

此时默认A1=A2=A0

波腹、波节

固定端: 反射处为波节, 振幅为0, 会发生半波损失

解题先求反射处的振动方程,+pi,然后求反射波波函数;再求驻波波形函数

自由端: 反射处为波腹

当波从**波疏介质垂直入射到波密介质**,反射波有相位的突变,即有半波损失,分界面处形成驻波的波节-固定端;反

之,当波从**波密介质垂直入射到波疏介质**时,无半波损失,分界面处形成驻波的波腹部,为自由端

7.6.4振动的简正 🏺

两端固定的弦线形成驻波时,波长入,和弦线长 /lambda 应满足l=n

n=1,2,·由此频率

2

21

决定的各种振动方式称为弦线振动的简正模式.

多普勒

波源不动,观察者以v b相对于介质运动(v b≠0\v s=0)

观察者迎波而行、远离时v b取负值即可

$$f = (1 + \frac{v_b}{u})f_0$$

观察者不动,波源以速度v s,相对于介质运动(v b=0\v s≠0)

注意波相对于观察者(观察者相对于介质静止)的速度仍为u,于是观察者接收到的频率

$$u_2 = \frac{u}{\lambda'} = (\frac{u}{u - v_s})
u_0$$

上式为波源靠近观察者,如果背离,则v s前为正号

观察者和波源同时相对于介质运动(v s≠0/v b≠0)

$$u_3 = \frac{u \pm v_b}{(u \mp v_s) T} = \frac{u \pm v_b}{(u \mp v_s)} v_0$$

使用时应注意上述对公式中"±"的规定。若**波源趋近观察者**, v_s前取"-"; 若波源**背离观察者**, v_s前取"+"。若观察者趋近波源, v_b前取"+"; 反之, v_b前取"-"。若 v_B和v_s不在波源与观察者的连线上,则将速度在连线上的分量作为值代入

接近为上+下-,原理上-下+;上观察,下波源

振动合成-拍

两个不同频率的谐振动合成, 拍

$$x=2A\cos(rac{\omega_2-\omega_1}{2}t)\cos(rac{\omega_2+\omega_1}{2}t+\phi_0)$$

这个是利用和差化积公式求得的,可以看道,振幅是在不断变化的,振幅变化的频率称为**拍 频**

$$\tau = \frac{2\pi}{|\omega_2 - \omega_1|} \nu' = \nu_2 - \nu_1$$

光波——干涉

基础概念

名词解释

可见光的范围400nm-760nm; 频率是7.510^14-4.310^14Hz

光矢量: 光波中的电场强度矢量

由于对人眼和感光器件起光化学作用的是电场

光振动: 电场强度矢量的周期性变化

光波的振动方程
$$E = E_m \cos \omega (t - \frac{x}{u})$$
 $E = E_m \cos (\omega t - \frac{2\pi x}{\lambda} + \varphi)$

光波的振动方向: 电场强度的方向称为光的振动方向。

光波的相干条件: 两列光波频率相同,振动方向相同,光波源

的相位差恒定。

发光机制

普通光源(除去激光源之外的各种发光物体)发光机制是自发辐射

1. 间歇性: 各原子发光是断断续续的, 一次跃迁发出的是有限长的光波列。

2. 随机性: 每次发光是随机的,所发出各波列的振动方向和振动初相位都不相同。

3. **独立**:不同原子发的光/同一原子先后发的光都是独立的;两独立光源的两束光不产生 干涉

相干光

把**同一波列**设法分成**两部分**所获得的两列光波才是**相干光**

利用普通光源获得相干光的基本原理:

把由光源上同一点发的光分为两部分,然后再使这两部分叠加起来

由于这两部分光的相应部分实际上都是来自同一发光原子的同一次发光,因而满足相干条件而成为相干光。

获取相干光的方法

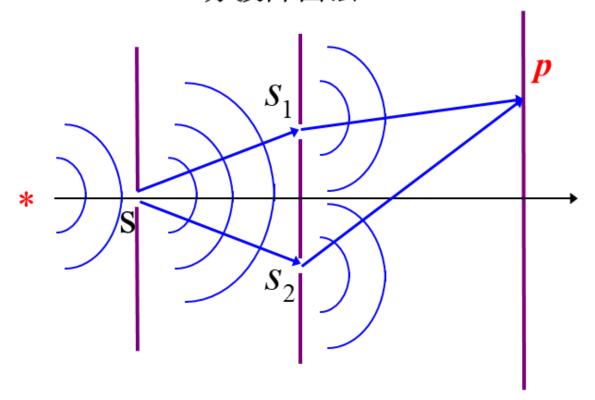
获取相干光的方法之一:分波阵面 (等相面)法

惠更斯原理 (惠更斯作图法):

由狭缝S发出的同一波阵面的光同时到达狭缝(很小)1和2,1和2相当于两个子波源。因它们发出的光来自于同一波阵面,因而是相干光。

空间相干性

分波阵面法



合成光在P点的光振动方程是:

合成光在P点的光振动方程为:

$$E = E_{10} \cos(\omega t + \varphi_1 - 2\pi \frac{r_1}{\lambda}) + E_{20} \cos(\omega t + \varphi_2 - 2\pi \frac{r_2}{\lambda})$$

$$= E_0 \cos(\omega t + \varphi)$$
其中 $E_0 = \sqrt{E_{10}^2 + E_{20}^2 + 2E_{10}E_{20}\cos\Delta\varphi}$

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}(r_2 - r_1) - (\varphi_2 - \varphi_1)$$

$$\Delta\varphi = \pm 2k\pi, \qquad (k = 0,1,2,3...)$$

$$E_0 = E_{10} + E_{20} \qquad + \# \text{ H. H. } (\stackrel{?}{E})$$

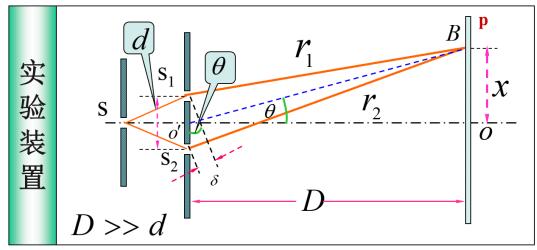
$$\Delta\varphi = \pm (2k + 1)\pi, \qquad (k = 0,1,2,3...)$$

$$E_0 = |E_{10} - E_{20}| \qquad + \# \text{ H. H. } (\stackrel{?}{E})$$

杨氏双缝干涉实验

杨氏双缝干涉实验

$$\delta = r_2 - r_1 = \pm k \lambda$$
 干涉相长
$$\delta = r_2 - r_1 = \pm (2k+1) \frac{\lambda}{2}$$
 干涉相消



$$\sin \theta \approx \tan \theta = x / D$$
波程差 $\delta = r_2 - r_1 \approx d \sin \theta = d \frac{x}{D}$

$$\delta = d\frac{x}{D} = \begin{cases} \pm k\lambda & \mathbf{9} \\ \pm (2k+1)\frac{\lambda}{2} & \mathbf{e} \end{cases}$$
 $k = 0,1,2,\cdots$

$$x = \begin{cases} \frac{\pm k \frac{D}{d} \lambda}{d} & \mathbf{y} \\ \pm (2k+1) \frac{D}{d} \frac{\lambda}{2} & \mathbf{e} \end{cases} \qquad k = 0, 1, 2, \dots$$

白光是彩色条纹; x位条纹间距; D是双缝和光屏的距离; d是双缝宽度

光程

光在折射率为n的介质中通过a的几何路径时的相位改变与光在真空中通过na的几何路径时的相位改变相同。

光程: L = nd

$$\Delta \varphi = \frac{2\pi}{\lambda} L$$

光程差

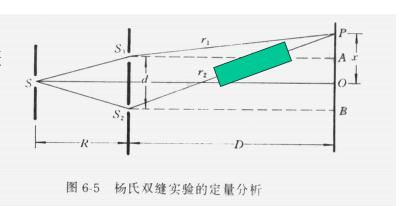
光程差

两光到达P点的光程差

$$\delta = L_2 - L_1$$

$$= \left[(r_2 - d) + nd \right] - r_1$$

$$= (r_2 - r_1) + (n - 1)d$$



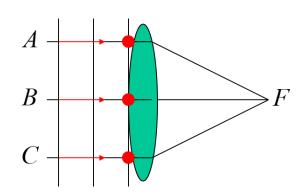
$$\Delta \varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \delta = \frac{2\pi}{\lambda} \left[(r_2 - r_1) + (n-1)d \right]$$

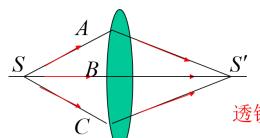
$$\Delta \varphi = \begin{cases} \pm 2k\pi & \mp %$$
 干涉相长
 $\pm (2k+1)\pi & \mp %$ 干涉相消

或
$$(r_2-r_1)+(n-1)d=$$
 $\begin{cases} \pm k\lambda & \mp %$ 相长 $\pm (2k+1)\frac{\lambda}{2} & \mp %$ 相消

薄透镜

- 平行光通过透镜后,光线会聚在焦点,形成一亮点。
- 在焦点处各光线是同相的。
- 平行光波A、B、C到达F点后,各光线光程相同,相差为0,干涉加强
- 不改变光程差





物点S发的光经透镜成像为S',

物点和象点之间各光等光程。

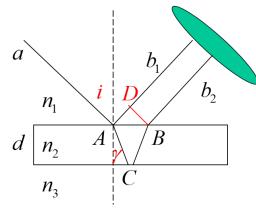
透镜可改变光的方向, 但不附加光程差

分振幅干涉、薄膜干涉

设由于几何路径不同和介质 不同产生的光程差为 δ_1

$$\delta_1 = n_2 (\overline{AC} + \overline{BC}) - n_1 \overline{AD}$$

附加光程差 δ ,



 $i) \stackrel{\text{\tiny \perp}}{=} n_1 < n_2 < n_3$,

b₁,b₂光线均有半波损失

ii) $\stackrel{\text{\tiny 12}}{=}$ $n_1 > n_2 > n_3$,

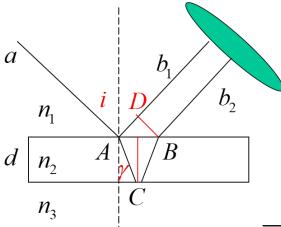
*b*₁,*b*₂光线在反射时,均无半波损失 这两种情况**可以不考虑附加光程差**。

iii)当 $\mathbf{n}_1 < \mathbf{n}_2 > \mathbf{n}_3$ 或 $\mathbf{n}_1 > \mathbf{n}_2 < \mathbf{n}_3$, 附加 $\frac{\lambda}{2}$ 的光程差

因而,光线b₂与b₁光程差为:

$$\begin{split} & \delta = \delta_1 + \delta_2 \\ & = n_2 (\overline{AC} + \overline{BC}) - n_1 \overline{AD} + \begin{cases} \mathbf{0} & \mathbf{n}_1 < n_2 < n_3 \vec{\boxtimes} \mathbf{n}_1 > n_2 > n_3 \\ \frac{\lambda}{2} & \mathbf{n}_1 < n_2 > n_3 \vec{\boxtimes} \mathbf{n}_1 > n_2 < n_3 \end{cases} \end{split}$$

只要两个反射面是异或的波疏、波密介质就有附加波程差



$$\overline{AC} = \overline{BC} = \frac{d}{\cos \gamma}$$

$$n_1 \overline{AD} = n_1 \overline{AB} \sin i = 2d \frac{\sin \gamma}{\cos \gamma} \cdot n_1 \cdot \sin i$$

折射定律: $n_1 \sin i = n_2 \sin \gamma$

$$n_1 \overline{AD} = 2d \frac{\sin \gamma}{\cos \gamma} \ n_2 \sin \gamma = \frac{2dn_2 \sin^2 \gamma}{\cos \gamma}$$

$$\delta_1 = \frac{2dn_2}{\cos \gamma} - 2dn_2 \frac{\sin^2 \gamma}{\cos \gamma} = \frac{2dn_2}{\cos \gamma} (1 - \sin^2 \gamma) = 2dn_2 \cos \gamma$$

结论

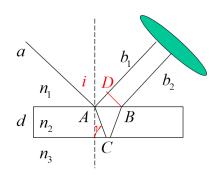
1. 反射光:

光线 b_2 与 b_1 光程差为: $\delta = \delta_1 + \delta_2 = 2d\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 i} + \frac{\lambda}{2}$

薄膜干涉加强和相消的条件为:

$$\delta = 2d\sqrt{n_{2}^{2} - n_{1}^{2} \sin^{2} i} + \frac{\lambda}{2} = \begin{cases} k\lambda & \text{亮纹} \quad k = 0, 1, 2, 3... \\ (2k+1)\frac{\lambda}{2} & \text{暗纹} \quad k = 0, 1, 2... \end{cases}$$
$$\frac{n_{1}}{n_{2}} = \frac{\lambda_{2}}{\lambda_{1}}$$

2. 透射光:



暗纹
$$\delta(i) = k\lambda, k = 1, 2, 3, \cdots$$

明纹
$$\delta(i) = (2k+1)\frac{\lambda}{2}, k = 0,1,2,\cdots$$

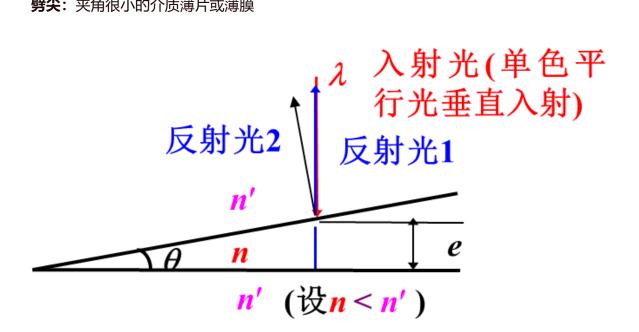
$$\mathcal{S}_{ ext{反射光}} - \mathcal{S}_{ ext{透射光}} = rac{\lambda}{2}$$

二者明亮相反, 因为能量守恒

等厚干涉

劈尖薄膜干涉

劈尖: 夹角很小的介质薄片或薄膜



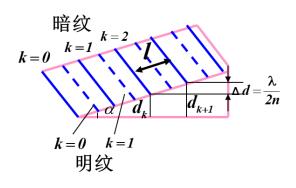
$$\delta = 2d\sqrt{n_{2}^{2} - n_{1}^{2} \sin^{2} i} + \frac{\lambda}{2} \begin{cases} k\lambda & \text{亮纹} \quad k = 0, 1, 2, 3... \\ (2k+1)\frac{\lambda}{2} & \text{暗纹} \quad k = 0, 1, 2... \end{cases}$$
当光垂直入射时, $i = 0$, $\sin i = 0$

$$\delta = 2nd + \frac{\lambda}{2} = \begin{cases} k\lambda & \text{亮纹} \quad k = 1, 2, 3... \\ (2k+1)\frac{\lambda}{2} & \text{暗纹} \quad k = 0, 1, 2... \end{cases}$$

$$\delta = 2nd + \frac{\lambda}{2} = \begin{cases} k\lambda & \text{亮纹} \quad k = 1, 2, 3... \\ (2k+1)\frac{\lambda}{2} & \text{暗纹} \quad k = 0, 1, 2... \end{cases}$$

在**棱边处**d=0,由于半波损失而形成**暗纹**。等厚条纹是一些与棱边平行的明暗相间的直条纹。

相邻明纹、暗纹距离、厚度差



厚度差

$$\Delta d = d_{k+1} - d_k = \frac{\lambda}{2n}$$

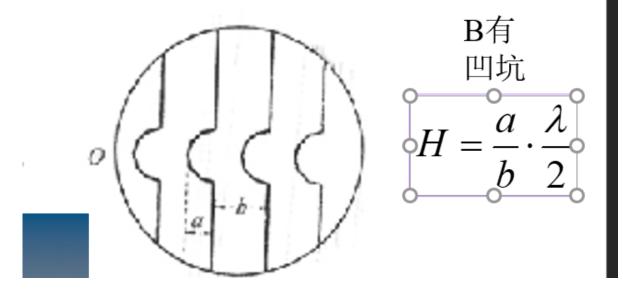
距离

相邻两条亮纹或暗纹之间的距离 l 为: $l\sin\alpha = \Delta d = \frac{\lambda}{2n}$

$$l = \frac{\lambda}{2n\sin\alpha}$$
 当角度很小时, $\sin\alpha \approx \alpha$

$$l = \frac{\lambda}{2n\alpha}$$

ᆂ.

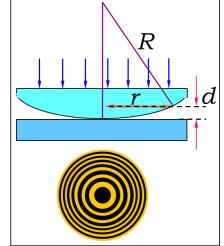


牛顿环

介质是空气n=1

光程差
$$\Delta = 2d + \frac{\lambda}{2} \begin{cases} k\lambda & (k=1,2,\cdots) \\ (2k+1)\frac{\lambda}{2} & (k=0,1,\cdots) \end{cases}$$
 暗环

$$r = \sqrt{(k - \frac{1}{2})R\lambda}$$
 明环半径 $r = \sqrt{kR\lambda}$ 暗环半径

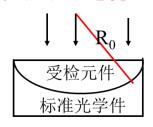


$$r = \sqrt{2dR} = \sqrt{(\Delta - \frac{\lambda}{2})R}$$

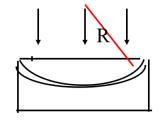
明环或暗环间距随r增大变小,中心疏,边缘密

牛顿环随空气厚度的变化

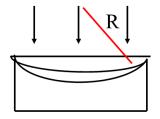
检验平凸透镜曲率半径是否合格



受检元件合格嵌 合好,无牛顿环



 $R < R_0$,出现牛顿环,加压,条纹向边缘移动



R>R₀,出现牛顿环,加 压,条纹向中心移动

等倾干涉

固定薄膜的厚度不变,点光源照明时的干涉条纹分析

倾角相同的光线对应同一条干涉条纹

条纹特点:r环= f tgi

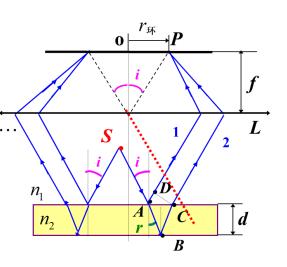
一系列内疏外密同心圆环

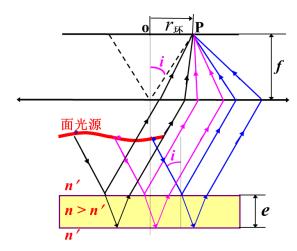
光束1、2的光程差:

$$\delta = 2d\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 i} + \frac{\lambda}{2} = \delta(i)$$

明纹 $\delta(i) = k\lambda$, $k = 1, 2, 3, \cdots$

暗纹
$$\delta(i) = (2k+1)\frac{\lambda}{2}, \quad k = 0,1,2,\cdots$$



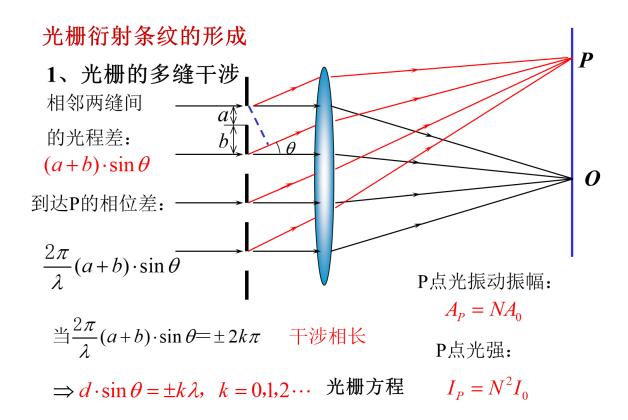


只要入射角**і**相同,都将汇聚在同一个干涉环上(非相干叠加)

导致干涉图样强度增加,明暗对比更加明显。

光的衍射

光栅衍射



相邻两主极大明纹之间有**N-1条暗纹。**

相邻两主极大明纹之间有**N-2条次级明纹。**

$$d\sin\theta = \pm k\lambda$$

$$d\sin\theta = \pm k\lambda$$
 $(k = 0, 1, 2, \cdots)$

半角宽度:

半线宽度:

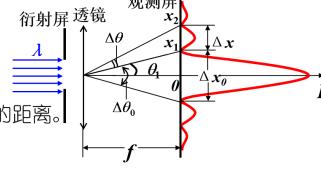
中央明纹中心到第一级暗纹的距离。

$$x_1 = f\theta_1 = f\frac{\lambda}{a}$$



$$\Delta x_0 = 2 x_1 = 2 f \frac{\lambda}{a}$$

条纹宽度(相邻暗条纹间距)



第k暗纹距中心的距离

$$x_k = \theta_k f = \frac{k\lambda}{a} f$$

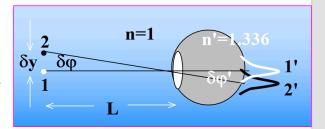
$$\Delta x = \theta_{k+1} f - \theta_k f = \frac{\lambda f}{a}$$
 除了中央明纹外的其它明纹宽度

a是缝宽

k1Lamda1=k2lambda2 重叠

•人眼的分辨本领

设人眼瞳孔直径为**D**,可把人眼看成一枚凸透镜,其成象为 夫琅和费衍射的图样。



例:假设汽车两盏灯相距 $\delta y = 1.5 m$,人的眼睛瞳孔直径D=4 mm,问最远在多少米的地方,人眼恰好能分辨出这两盏灯?

解:以对视觉最敏感的黄绿光λ=550nm,进行讨论,设眼睛恰好能分辨两盏灯的距离为L,则对人眼的张角为:

根据瑞利判据:
$$\theta = \theta_0 = 1.22 \frac{\lambda}{D} = \frac{\delta y}{L}$$

 $\theta = \frac{\delta y}{L}$

代入数据,得:
$$L = \frac{\delta y \bullet D}{1.22 \lambda} = \frac{1.5 \times 4 \times 10^{-3}}{1.22 \times 550 \times 10^{-9}} = 8.9 \times 10^{3} \, m$$



2、单缝衍射对衍射条纹的影响 缺级现象

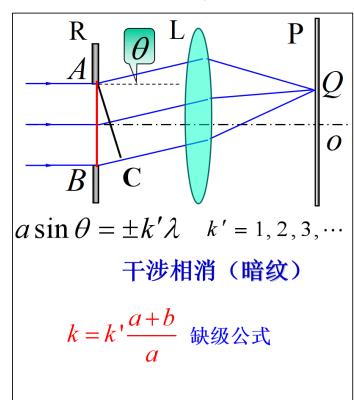
● 在某些衍射方向,同时满足光栅衍射的明纹条件和单缝衍射的暗纹条件,则该方向上的明纹将不会出现,称这种现象为"缺级"。

由光栅方程:

$$(a+b)\sin\theta = \pm k\lambda$$
$$k = 0.1.2.3...$$

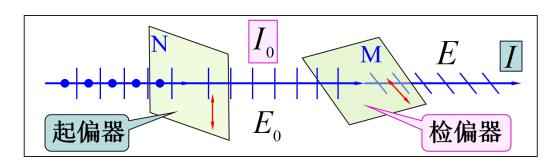
屏上可观察的级次:

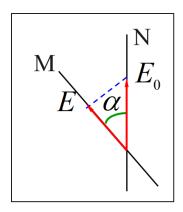
$$\therefore \theta < \frac{\pi}{2}, \ \therefore k_{\max} < \frac{a+b}{\lambda}$$



偏振

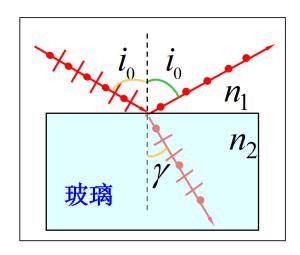
马吕斯定律(1880年)

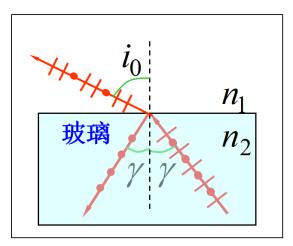




$$E = E_0 \cos \alpha$$
 $\frac{I}{I_0} = \frac{E^2}{E_0^2}$ 马吕斯定律 强度为 I_0 的偏振 光通过检偏振器后,出射光的强度为

$$I = I_0 \cos^2 \alpha$$





2) 根据光的可逆性,当入射光以 γ 角从 n_2 介 质入射于界面时,此 / 角即为布儒斯特角.

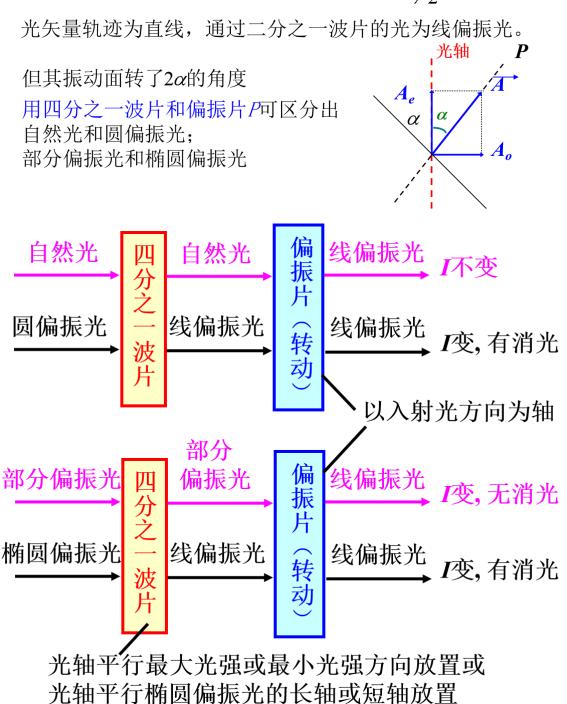
$$\tan i_0 = \frac{n_2}{n_1}$$
 $\cot i_0 = \frac{n_1}{n_2} = \tan(\frac{\pi}{2} - i_0) = \tan \gamma$

若
$$\Delta \varphi = \frac{2\pi}{\lambda}(n_o - n_e)d = \frac{\pi}{2},$$
 $\delta = (n_o - n_e)d = \frac{\lambda}{4}$

四分之一波片: 使o光和e光的光程差等于 $\frac{1}{4}$ 的晶片 (对特定波长而言)

若
$$\Delta \varphi = \frac{2\pi}{\lambda} (n_o - n_e) d = \pi,$$
 $\delta = (n_o - n_e) d = \frac{\lambda}{2}$

二分之一波片: 使o光和e光的光程差等于 $\frac{1}{2}$ 的晶片



自然和圆偏振光经过偏振片不会发生光强变化,,线性和部分偏振会变化;

自然光即使经过四分之一偏振片也不会I变化