

DCS440 最优化理论

大作业：优化算法实验

实验要求:

1. 撰写并提交完整的实验报告，包括问题描述、算法设计、数值实验、结果分析；
2. 编写并提交完整的源代码，建议用 MATLAB 或 Python 实现；
3. 2025 年 1 月 20 日（星期一）23:59 前提交至助教邮箱。

考虑一个 10 节点的分布式系统。节点 i 有线性测量 $\mathbf{b}_i = A_i \mathbf{x} + \mathbf{e}_i$ ，其中 \mathbf{b}_i 为 5 维的测量值， A_i 为 5×200 维的测量矩阵， \mathbf{x} 为 200 维的未知稀疏向量且稀疏度为 5， \mathbf{e}_i 为 5 维的测量噪声。从所有 \mathbf{b}_i 与 A_i 中恢复 \mathbf{x} 的一范数正则化最小二乘模型如下：

$$\min_{\mathbf{x}} \quad \frac{1}{2} \|A_1 \mathbf{x} - \mathbf{b}_1\|_2^2 + \cdots + \frac{1}{2} \|A_{10} \mathbf{x} - \mathbf{b}_{10}\|_2^2 + \lambda \|\mathbf{x}\|_1,$$

其中 $\lambda > 0$ 为正则化参数。请设计下述算法求解该问题：

1. 邻近梯度法；
2. 交替方向乘子法；
3. 次梯度法；

在实验中，设 \mathbf{x} 的真值中的非零元素服从均值为 0 方差为 1 的高斯分布， A_i 中的元素服从均值为 0 方差为 1 的高斯分布， \mathbf{e}_i 中的元素服从均值为 0 方差为 0.1 的高斯分布。对于每种算法，请给出每步计算结果与真值的距离以及每步计算结果与最优解的距离。此外，请讨论正则化参数 λ 对计算结果的影响。