

# 数学与经济管理（补充）

授课：王建平

# 目录

1 图论应用

2 运筹方法

3 其他

# 目录

1 图论应用

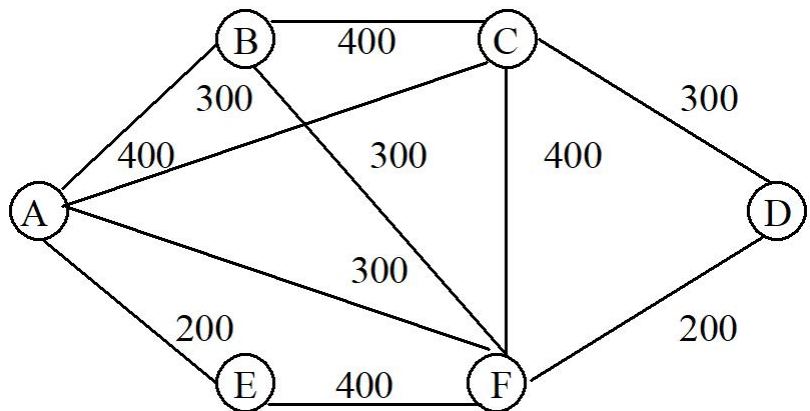
2 运筹方法

3 其他

## 图论应用-最小生成树问题 (★★)

下图标明了六个城市（A~F）之间的公路（每条公路旁标注了其长度公里数）。为将部分公路改造成高速公路，使各个城市之间均可通过高速公路通达，至少要改造总计（ ）公里的公路，这种总公里数最少的改造方案共有（ ）个。

- A. 1000      B. 1300      C. 1600      D. 2000  
A. 1      B. 2      C. 3      D. 4



1、多点联通，求最小联通路径问题

解题思路

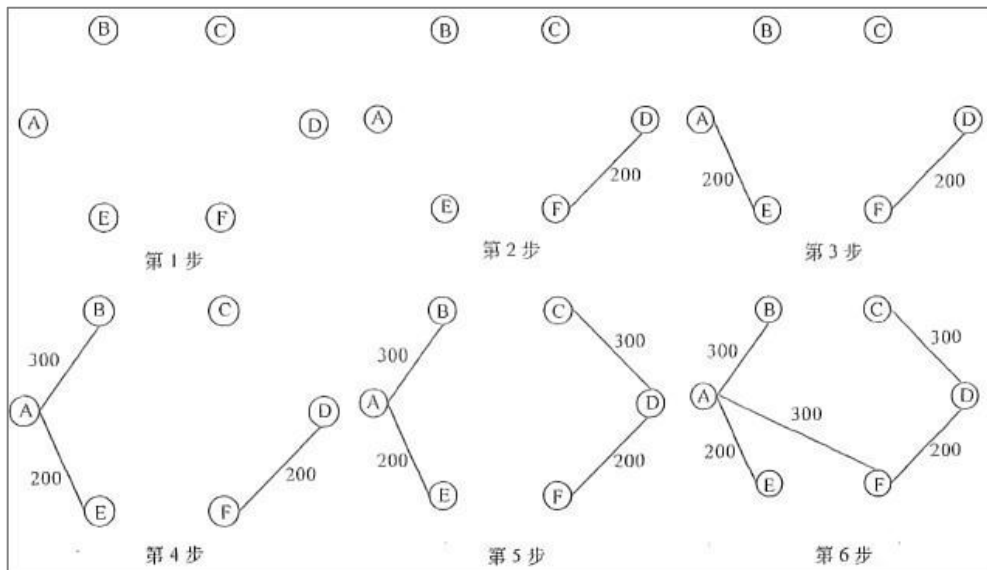
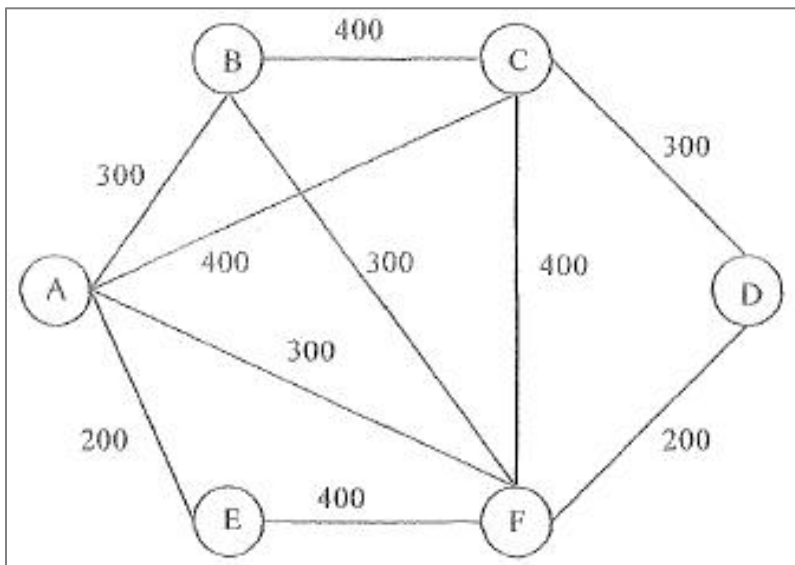
2、数顶点-1=需要找的边

3、寻找数值最小的边，找的时候避免形成环

# 图论应用-最小生成树问题

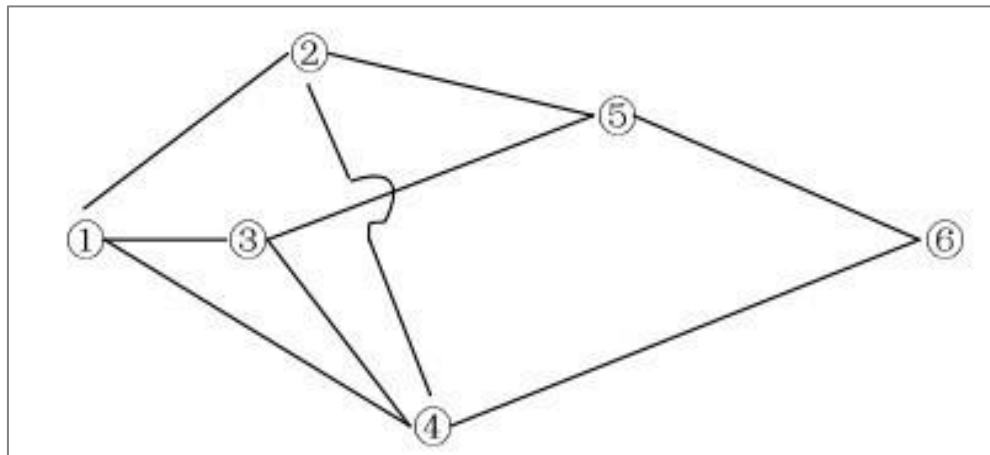
## 克鲁斯卡尔算法—破圈法

依次选取长度最小的边，题干图中是6个结点则需要5条边（边数=结点数-1），因此有：AE、FD为200，AB、BF、AF、CD为400，所以最终方案有3种（如下图所示。）。



# 图论应用-最大流量问题 (★★)

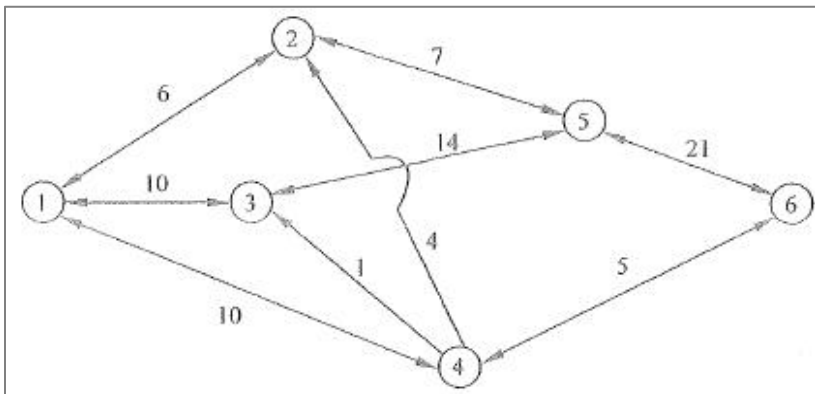
下图标出了某地区的运输网。



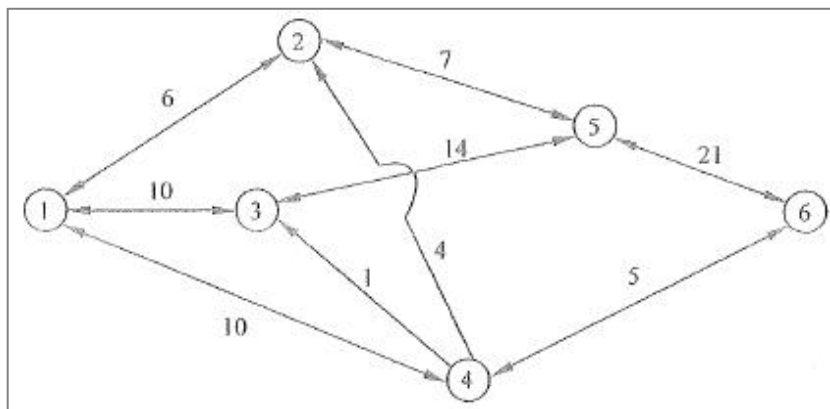
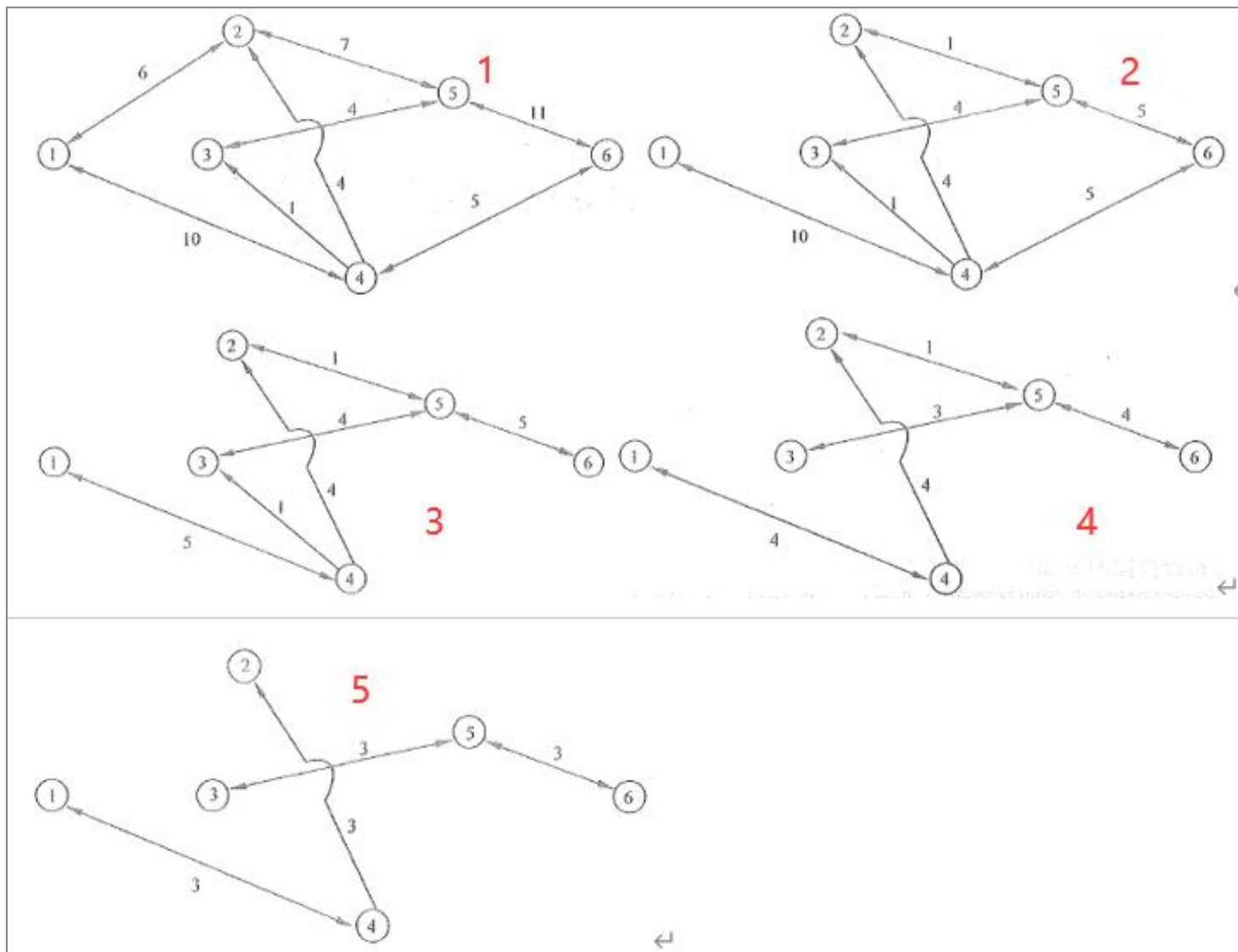
	①	②	③	④	⑤	⑥
①		6	10	10		
②	6			4	7	
③	10			1	14	
④	10	4	1			5
⑤		7	14			21
⑥				5	21	

各节点之间的运输能力如下表（单位：万吨/小时）：从节点①到节点⑥的最大运输能力（流量）可以达到（ ）万吨/小时。

- A.26    B.23    C.22    D.21



# 图论应用-最大流量问题



从节点①到节点⑥已经没有可通的路径，因此，从节点①到节点⑥的最大流量应该是所有可能运输路径上的最大流量之和，即 $10+6+5+1+1=23$ 万吨。





# 目录

1

图论应用

2

运筹方法

3

其他

## 运筹学-线性规划 (★★)

某工厂计划生产甲、乙两种产品。生产每套产品所需的设备台时、A、B两种原材料和可获取利润以及可利用资源数量如表所示。则应按（ ）方案来安排计划以使该工厂获利最多。

	甲	乙	可利用资源
设备（台时）	2	3	14
原材料 A（千克）	8	0	16
原材料 B（千克）	0	3	12
利润（万元）	2	3	

A.生产甲2套，乙3套

B.生产甲1套，乙4套

C.生产甲3套，乙4套

D.生产甲4套，乙2套

# 运筹学-线性规划

【解】设甲生产X套，乙生产Y套，则有：

- ✓  $2X+3Y \leq 14$ ;
- ✓  $8x \leq 16$  ( $X \leq 2$ )
- ✓  $3Y \leq 12$  ( $Y \leq 4$ )
- ✓  $X \geq 0; Y \geq 0$

同时要满足利润最大，只有X取1，Y取4时利润最大是14万元。答案为B方案。

## 运筹学-动态规划 (★★)

动态规划是一种将问题实例分解为更小的、相似的子问题，并存储子问题的解而避免计算重复的子问题，以解决最优问题的算法策略。

用一辆载重量为10吨的卡车装运某仓库中的货物（不用考虑装车时货物的大小），这些货物单件的重量和运输利润如下表。适当选择装运一些货物各若干件，就能获得最大总利润（ ）元。

货物（类）	A	B	C	D	E	F
每件重量（吨）	1	2	3	4	5	6
每件运输利润（元）	53	104	156	216	265	318

A.530

B.534

C.536

D.538

# 运筹学-动态规划

【解】若想获得最高利润最理想的方式是10吨都装满，且装的货物是单位利润最高的那些货物。因此，将每种货物的单位利润计算出来，如表所示。由表中数据可知，D单位利润最大，可以装2件8吨，剩余2吨选择可以选择单位利润第二大的A，装2件，此时的最大利润为538元。答案为D。

货物（类）	A	B	C	D	E	F
每件重量（吨）	1	2	3	4	5	6
每件运输利润（元）	53	104	156	216	265	318
单位利润	53	52	52	54	53	53

# 目录

1 图论应用

2 运筹方法

3 其他

## 其他-决策类问题

某公司需要根据下一年度宏观经济的 growth 趋势预测决定投资策略。宏观经济增长趋势有不景气、不变和景气3种，投资策略有积极、稳健和保守3种，各种状态收益如下表所示。

预计收益(单位百万 元人民币)		经济趋势预测		
		不景气	不变	景气
投资策略	积极	50	150	500
	稳健	150	200	300
	保守	400	250	200

### 1、乐观主义准则

乐观主义准则，也称为“最大最大准则”，其决策原则是“大中取大”。决策者依次在决策表中的各个投资方案所对应的各个结果中选择出最大结果，并记录，最后再从这些结果中选出最大者，其所对应的方案就是应该采取的决策方案。

在本题中，表27-2中积极方案的最大结果是500，稳健方案最大结果是300，保守方案最大结果是400，三者的最大值是500，因此，选择其对应的积极投资方案。

## 其他-决策类问题

### 2、悲观主义准则

悲观主义准则也称为“最大最小”原则，其决策原则是“小中取大”。决策者依次在决策表中的各个投资方案所对应的各个结果中选择出最小结果，并记录，最后再从这些结果中选出最大者，其所对应的方案就是应该采取的决策方案。

例如本题，表27-2中积极方案的最小结果是50，稳健方案最小结果是150，保守方案最小结果是200，三者的最大值是200，因此，选择其对应的保守投资方案。

### 3、后悔值准则

后悔值也叫做“最小最大后悔值”，该决策法的基本原理为，将每种自然状态的最高值（指收益矩阵，如果是损失矩阵应取最低值）定为该状态的理想目标，并将该状态中的其他值与最高值相比所得之差作为未达到理想的后悔值。为了提高决策的可靠性，在每一方案中选取最大的后悔值，再在各方案的最大后悔值中选取最小值作为决策依据，与该值所对应的方案即为入选方案。



## 其他-决策类问题

后悔值矩阵，如表所示。

口诀：后悔值矩阵制作口诀，“先竖列再横列 比较最小

在表中，积极方案的最大后悔值为350，稳健方案的最大后悔值为250，保守方案的最大后悔值为300。

三者中的最小值者为250，因此，选择其对应的稳健投资方案。

预计收益(单位百万 元人民币)		经济趋势预测		
		不景气	不变	景气
投资策略	积极	350	100	0
	稳健	250	50	200
	保守	0	0	300

预计收益(单位百万 元人民币)		经济趋势预测		
		不景气	不变	景气
投资策略	积极	50	150	500
	稳健	150	200	300
	保守	400	250	200

## 其他-决策树问题 (★)

生产某种产品有两个建厂方案：(1)建大厂，需要初期投资500万元。如果产品销路好，每年可以获利200万元；如果销路不好，每年会亏损20万元。(2)建小厂，需要初期投资200万元。如果产品销路好，每年可以获利100万元；如果销路不好，每年只能获利20万元。

市场调研表明，未来2年这种产品销路好的概率为70%。如果这2年销路好，则后续5年销路好的概率上升为80%；如果这2年销路不好，则后续5年销路好的概率仅为10%。为取得7年最大总收益，决策者应( )。

- A.建大厂，总收益超500万元
- B.建大厂，总收益略多于300万元
- C.建小厂，总收益超500万元
- D.建小厂，总收益略多于300万元

参考答案：B

## 其他-盈亏平衡点

假设某IT服务企业，其固定成本为30万元，每项服务的变动成本为1000元/次，提供每项服务的价格为1500元/次，那么该企业的盈亏平衡点为（ ）次。

- A. 200                      B. 300                      C. 600                      D. 无法确定

解析： $300000 / (1500 - 1000) = 600$

参考答案：C

## 其他-状态转移矩阵

假设市场上某种商品有两种品牌A和B，当前的市场占有率各为50%。根据历史经验估计，这种商品当月与下月市场占有率的变化可用转移矩阵P来描述：

$$P = \begin{pmatrix} p(A \rightarrow A) & p(A \rightarrow B) \\ p(B \rightarrow A) & p(B \rightarrow B) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.8 & 0.2 \\ 0.4 & 0.6 \end{pmatrix}$$

其中 $p(A \rightarrow B)$ 是A的市场占有份额中转移给B的概率，依次类推。这样。2个月后的这种商品的市场占有率变化为（ ）。

- A. A的份额增加了10%，B的份额减少了10%      B. A的份额减少了10%，B的份额增加了10%  
C. A的份额增加了14%，B的份额减少了14%      D. A的份额减少了14%，B的份额增加了14%

解题思路：第一个月后    A:  $50\% \times 0.8 + 50\% \times 0.4 = 60\%$     B:  $1 - 60\% = 40\%$  (A本来有的然后保留下来的+B转给的)

第二个月后    A:  $60\% \times 0.8 + 40\% \times 0.4 = 64\%$     B:  $1 - 64\% = 36\%$

参考答案：C

## 其他-最优解问题 (★★)

设三个煤场A、B、C分别能供应煤12、14、10万吨，三个工厂X、Y、Z分别需要煤11、12、13万吨，从各煤场到各工厂运煤的单价（百元/吨）见下表方框内的数字。只要选择最优的运输方案，总的运输成本就能降到（ ）百万元。

	工厂 X	工厂 Y	工厂 Z	供应量 (万吨)
煤场 A	5	1	6	12
煤场 B	2	4	3	14
煤场 C	3	6	7	10
需求量 (万)	11	12	13	36

A、83

B、91

C、113

D、153

答案：A

解析：历年重复考题。

## 其他-指派类问题 (★★)

甲、乙、丙、丁四个任务分配在A、B、C、D四台机器上执行，每台机器执行一个任务，所需的成本（单位：百元）如下表所示。适当分配使总成本最低的最优方案中，任务乙应由机器（ ）执行。

A. A   B. B   C. C   D. D

参考答案：C

	A	B	C	D
甲	1	4	6	3
乙	9	7	10	9
丙	4	5	11	7
丁	8	7	8	5

# 其他-指派类问题

首先，用每一行的值减去该行的最小值得到如下图结果：

	A	B	C	D
甲	0	3	5	2
乙	2	0	3	2
丙	0	1	7	3
丁	3	2	3	0

此时第3列仍没有出现0元素，所以第三列列的数值，减去第三列的最小值得到如下图结果：

	A	B	C	D
甲	0	3	2	2
乙	2	0	0	2
丙	0	1	4	3
丁	3	2	0	0

可以看出不存在全0分配，所以我们来看总和是不是有1的。显然存在总和为1的分配，如图所示：

	A	B	C	D
甲	0	3	2	2
乙	2	0	0	2
丙	0	1	4	3
丁	3	2	0	0

所以把甲任务分配给A机器，乙任务分配给C机器，丙任务分配给B机器，丁任务分配给D机器时等达到最低成本为 $1+10+5+5=21$ ，所以答案选C。

	A	B	C	D
甲	1	4	6	3
乙	9	7	10	9
丙	4	5	11	7
丁	8	7	8	5

## 本章重点回顾

- 1、最小生成树
- 2、线性规划
- 3、预测与决策



THANKS