

# 计算物理作业 2

谢昀城 22307110070

2024 年 9 月 18 日

## 1 题目 1：求方程的根

### 1.1 题目描述

Sketch the function  $x^3 - 5x + 3 = 0$

1. Determine the two positive roots to 4 decimal places using the bisection method. Note: You first need to bracket each of the roots.
2. Take the two roots that you found in the previous question (accurate to 4 decimal places) and “polish them up” to 14 decimal places using the Newton-Raphson method.
3. Determine the two positive roots to 14 decimal places using the hybrid method.

### 1.2 程序描述

对于题目要求求解的方程，我们首先通过在一定范围内均匀采样（一般采样 10 个点）找到其变号区间，在程序中由 `find_bracket` 完成（见图1）。对于 1.1 题，我们使用 `bisection_method` 函数接收其变号区间，并在区间内使用二分法逼近其中的根，直到误差在容差  $10^{-4}$  以下，这里根的误差使用二分区间大小  $|a - b|$  估计。对于 1.2 和 1.3 题，由于 `np.float64` 类型浮点数的精度大约只有 16 位有效位数左右，因此我们使用 `decimal` 库实现 50 位有效数字的计算。我们在 `newton_raphson_method` 和 `hybrid_method` 函数中接收由 1.1 中得到的解，将其误差缩小至  $10^{-14}$  以下，这里误差我们使用  $|f(x)/f'(x)|$  估计。

本程序源文件为 `WheatstoneBridge.py`，在终端进入当前目录，使用命令 `python -u WheatstoneBridge.py` 运行本程序。运行时请保证此程序与题目一 `SketchFunction.py` 在同一文件夹下，且 Python 第三方库 `Numpy` 已安装。程序开发环境为 `Python3.9.6`，可在 `Python3.8` 以上版本中运行。

### 1.3 伪代码

高斯消去法的伪代码如下所示

---

**Algorithm 1** Gaussian Elimination Method

---

**Require:**  $R$ : Matrix(float, shape=(n, n+1))

**Ensure:**  $i$ : Array(float, len=n)

1: **for**  $i \leftarrow 1$  **to**  $n$  **do**

2:    $m \leftarrow$  the index of  $\max(\text{abs}(R[i : n, i]))$

▷ (Pivot the matrix)

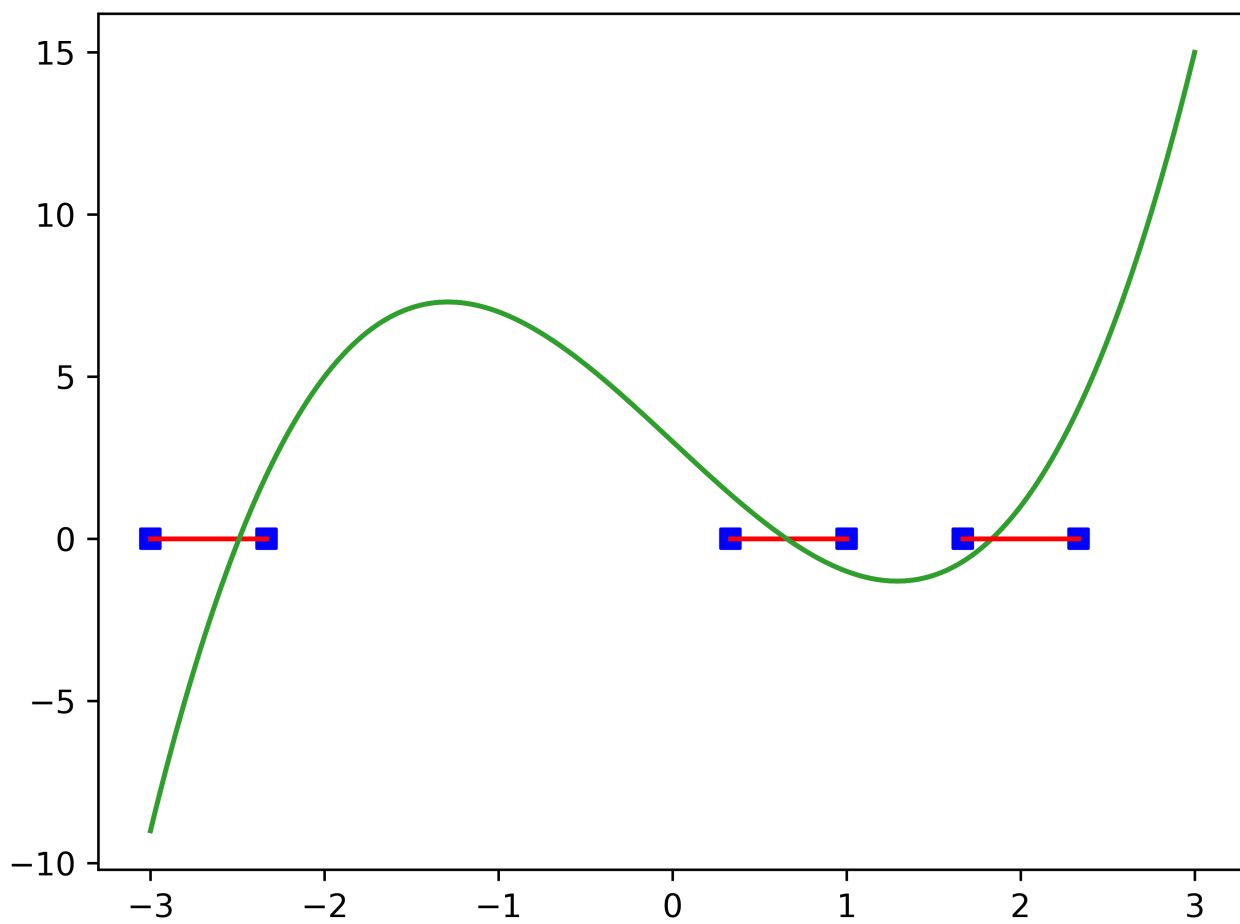


图 1:  $f(x)-x$  图像。其中标出了由 *findbracket* 函数找出的变号区域

```

3:   swap row  $i$  and row  $m$  of the  $R$ 
4:    $R_i \leftarrow R_i / R_{ii}$  ▷ (Let the first element in this line equals 1)
5:   for  $j \leftarrow i + 1$  to  $n$  do
6:        $R_j \leftarrow R_j - R_i * R_{ji}$  ▷ (Produce the upper triangular matrix)
7:   end for
8: end for
9: for  $i \leftarrow n$  to 1 do
10:    for  $j \leftarrow 1$  to  $i$  do
11:         $R_j \leftarrow R_j - R_i * R_{ji}$  ▷ (Produce the diagonal matrix)
12:    end for
13: end for
14:  $i \leftarrow$  the last column of  $R$ 
15: return  $i$ 

```

---

## 1.4 输入输出实例

对于本程序，首先需要用户输入电路中六个电阻 ( $r_s, r_a, r_x, r_1, r_2, r_3$ ) 的数值，通过这些电阻值写出增广矩阵  $\mathbf{R}|\mathbf{v}$ ，将该增广矩阵带入高斯消去法中即可求得电流  $i$ ，等效电阻  $r_e = v_0/i_1$ 。下列表格为在相应输入电阻下的运算结果

|       | Input |       |       |       |       |       | Output |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|
| Index | $r_s$ | $r_a$ | $r_x$ | $r_1$ | $r_2$ | $r_3$ | $r_e$  |
| ①     | 4     | 0     | 5     | 5     | 7     | 7     | 10.00  |
| ②     | 4     | 100   | 5     | 5     | 7     | 7     | 10.00  |
| ③     | 1     | 100   | 5     | 5     | 7     | 7     | 7.00   |
| ④     | 4     | 100   | 3     | 5     | 7     | 2     | 7.53   |
| ⑤     | 4     | 0     | 3     | 5     | 7     | 2     | 7.43   |

表 1: 问题二的结果实例

对比表格①与②可以看出，在电桥平衡的情况下，改变电流计阻值  $r_a$  并不会影响电路整体的等效电阻；对比表格②与③可以看出，电源内阻  $r_s$  的大小会直接影响电路电阻大小， $r_s$  的变化量就是  $r_e$  的变化量，从物理上看这也是显然的；对比表格④与⑤可以看出，在电桥不平衡的情况下，改变电流计阻值会影响等效电阻  $r_e$  的大小，但在  $r_a$  变化较大的情况下， $r_e$  变化仍较小。图2是程序运行的实际截图。

```

→ python -u .\WheatstoneBridge.py
Please enter the resistances of the resistors in the order of [Rs, Ra, Rx, R1, R2, R3],
such as 1,2,3,4,5,6:
4,5,3,5,7,2
The effective resistance of the circuit is 7.48

```

图 2: 题目 2 运行结果