

## Question de cours (6 points)

- Est il vrai que  $\forall A, Bel(A) + Bel(\bar{A}) = 1$  ? si oui le montrer, si non donner un contre exemple
- Est il vrai que  $\forall A, B, \text{ t.q } A \cap B = \emptyset, Bel(A \cup B) = Bel(A) + Bel(B)$  ? si oui le montrer , si non donner un contre exemple
- Dans quel type de problème utilise-t-on l'utilité de Choquet pessimiste ? dans quel cas est elle egale à l'utilité esperée ?

## Exercice 1 (6 points)

On considere un problème de decision avec 3 etats portant sur la météo de demain : beau, variable et pluie : normalement, il ne devrait pas pleuvoir. Ce qui est modélise par la fonction de masse suivante :

$$m(\{beau, variable\}) = 0.7, m(\{pluie\}) = 0.3$$

On considère deux decisions : faire de l'escalade en falaise ou faire de l'escalade en salle. Les utilités sont :

- Escalade en salle : utilité 0.5 dans tous les etats
- Escalade en falaise : utilité 1 si il fait beau, 0.8 si te temps est variable, utilité 0 si il pleut

**Question 1** Dans quelle mesure est ton certain qu'il ne pleuvra pas ? dans quelle mesure est il plausible qu'il ne fasse pas beau ?

**Question 2** Quelle sont les valeurs des deux décisions avec l'utilité de Choquet pessimiste ? quelle decision choisira t on ?

## Exercice 2 (8 points)

Des vaccins ont été proposés pour une maladie contagieuse et parfois grave. Dans la suite, on estime la gravité de la maladie par le pourcentage de personne hospitalisées parmi celles ayant contracté la maladie. Ces vaccins ont été testés. On n'a pas décelé d'effet secondaire grave de la vaccination (aucun decès ni aucune hospitalisation parmi les personnes sur lesquelles on a testé les vaccins ), et l'on estime donc à moins de  $\frac{1}{10000}$  la probabilité qu'un individu fasse une reaction grave à ces vaccins. On sait que les effets secondaires d'un vaccin (fièvre, allergie), si ils existent, sont au pire du même ordre que les effets des formes severses de la maladie .

**Question 1.** Supposons que la vaccination protège à 100 % des personnes vaccinées. Les individus ayant le choix de se faire vacciner ou non, quelle est la probabilité qu'une personne qui ne se fait pas vacciner accorde au fait d'être contaminés par la maladie et d'en faire une forme grave ?

**Question 2.** On se place maintenant du point de vue du médecin, qui veut minimiser la gravité de son conseil à son patient. Il a à sa disposition les informations suivantes :

- Pour un individu donné, la probabilité que le vaccin ait des effets secondaires severe (*ESS*) est inférieure à  $\frac{1}{10000}$  et est independante de l'age.
- Si un individu est vacciné, il ne devoppera pas la maladie (le vaccin protège à 100 %).
- Si un individu (non vacciné donc) est infecté par la maladie, la probabilité de faire une forme severe de la maladie (*FSM*) depend de son age : moins de 0.04 % pour les 0-19 ans, 1% pour les 20-29 ans, entre 3 et 4 % pour les 30-49 ans, entre 8 et 12 % pour la classe 50-69 ans, entre 12 % et 19 % pour les personnes au dela de 70 ans,
- Avant disparition de la maladie, entre 40% et 60% des individus auront contracté cette maladie.

En supposant que les effets secondaires graves du vaccin (si ils existent) sont au pire du même ordre que la gravité des formes severses de la maladie, quelles classe d'age doit on convaincre de se faire vacciner ?