

Exercice 2 - Décision (8 points)

On considère un problème de choix collectif multi-agent de choix d'un tracé de Tramway dans une communauté urbaine. Les n agents sont les représentants des n communes. Le profil de vote des agents est le suivant (8 communes et 5 projets de tracé, a, \dots, d) :

Agents	Agent 1	$a > b > e > c > d$
	Agent 2	$b > c > d > e > a$
	Agent 3	$c > b > a > d > e$
	Agent 4	$c > d > a > e > b$
	Agent 5	$d > a > e > c > b$
	Agents 6, 7 et 8	$e > b > a > c > d$

Table 1

On se propose d'étudier l'intérêt pour ce type de problème de de plusieurs approches : d'abord des règles de vote (question 1, 2 et 3) puis des règles de décision, le maximin, le leximin et la règle de minimisation des envies (questions 4) avant de conclure (question 5)

Question 1, 1 point

Y a-t-il un vainqueur de Condorcet ?

Reponse :

Au sens strict de la définition, non

Question 2, 2 points

Déterminer le(s) vainqueur(s) selon les règles de vote STV ("Single Transferable Vote") et de la pluralité (majorité à un tour),

Reponse :

La pluralité élit e ; STV également (après avoir éliminé a, b et d) ; Borda élit également e (avec un score de $3 + 3 + 4 + 4 + 3 \times 1 = 17$)

Question 3, 1 point

On choisit comme règle de vote la pluralité, avec comme règle de départage des ex-aequo la priorité $d > c > b > a > e$ (en cas d'ex aequo, la décision de choix entre les ex aequos est laissée au ministre des transports). Un neuvième votant, qui connaît les votes des autres, a comme préférences $a > b > c > d > e$. A-t-il intérêt à voter de façon sincère ou à manipuler ? justifier votre réponse

Reponse :

Avec la preference $a > b > c > d > e$ et la pluralité, le gagnant est e ; l'agent 9 ne peut pas faire gagner a , ni b ; en revanche, il peut faire gagner c en exprimant la preference $c > a > b > d > e$;

Question 4, 2 points

Afin de permettre une expression fine des préférences, on demande à chacun des agents d'attribuer une note entre 0 et 1 à chacune des alternatives. On peut donc caractériser toute alternative a par vecteur $a = \langle a_1, \dots, a_n \rangle \in [0, 1] \times \dots \times [0, 1]$: a_i est la note donnée à a par l'agent i . Ce qui donne le tableau d'évaluations suivant :

		<i>trajet a</i>	<i>trajet b</i>	<i>trajet c</i>	<i>trajet d</i>	<i>trajet e</i>
Agents	Agent 1	0.8	0.5	0.1	0	0.2
	Agent 2	0.1	0.8	0.5	0.4	0.2
	Agent 3	0.3	0.5	0.7	0.2	0.1
	Agent 4	0.3	0.1	0.7	0.5	0.2
	Agent 5	0.5	0	0.1	0.8	0.2
	Agents 6, 7 et 8	0.3	0.5	0.2	0.1	0.8

Table 2

En choix collectif, la faible satisfaction d'un agent ne peut pas être compensée par la forte satisfaction d'un autre : par exemple, dans notre problème, on doit assurer un service aussi haut que possible sur toutes les communes, et éviter qu'une commune ne se sente lésée par rapport à une autre. On cherche avant tout à maximiser la satisfaction du moins satisfait des agents.

1. Quelle est l'ordre de préférence collectif sur les cinq tracés au sens de minimisation des envies ? commenter le résultat.

Reponse :

On obtient $score_e(a) = score_e(e) = 0.7$, $score_e(b) = score_e(d) = 0.8$, $score_e(c) = 0.6$: c'est c qui serait préféré

Avec la moyenne, on lèse fortement les agents 4 et 5 et on satisfait fortement l'agent 2 (et bien les autres agents) : ce résultat est très inégalitaire, ce qui se traduit par une forte envie (et probablement des conflits) ; avec l'absence d'envie, on choisit une solution plus égalitaire, mais très peu efficace : il y a peu d'envie car la satisfaction la plus haute est faible

2. Quelle est l'ordre de préférence collectif sur les cinq tracés au sens règle maximin ? au sens de la règle du leximin ?

Reponse :

Au sens du min, il y a trois ex-aequos : $a \ c \ e > b \ d$; au sens du leximin, on a $a > e > c > b > d$

Question 5, 2 points

Recommander une règle de choix collectif pour le problème de choix collectif de tracé de Tramway décrit en introduction et justifier votre réponse.

Reponse :

Les spécifications de l'énoncé sont les suivantes :

- On doit assurer un service aussi haut que possible sur toutes les communes, on cherche avant tout à maximiser la satisfaction du moins satisfait des agents : Borda et la pluralité ne conviennent pas, le degré de satisfaction des agents n'intervenant pas.*
- La faible satisfaction d'un agent ne peut pas être compensée par la forte satisfaction d'un autre : Borda, pluralité et la moyenne, qui acceptent des compensations d'un critère/agent sur l'autre ne conviennent pas*
- On éviter qu'une commune ne se sente lésée par rapport à une autre. Ici, on choisirait le minimum d'envie*
- On veut choisir des alternative Pareto optimales : le min et la minimisation de l'envie de conviennent pas, mais le leximin, qui raffine le min, convient.*

En considérant qu'en général toute alternative est optimale pour au moins un votant, et que dans ces cas là le min et la minimisation des envies sont équivalentes, on va choisir une règle leximin, qui les raffine tout en satisfaisant le principe d'efficacité de Pareto.