Université Toulouse III – Paul Sabatier **M2 INF-IAFA/SIV/VO**
16/12/2024

Vision par ordinateur – Évaluation de TP

1 Données

Les données et le code à compléter se trouvent dans l'archive `matconique.zip`.

2 Durant l'évaluation

Chaque exercice consiste en l'écriture du code d'une fonction dans le fichier `conique.c`. Pour pouvoir les tester, ne modifiez pas les en-têtes des fonctions, ni le reste du code. Vous pouvez consulter les supports et vos notes de cours. Vous pouvez vous servir du code que vous avez écrit en TP pour en copier-coller certaines parties. Mais il est interdit de communiquer, de quelque manière que ce soit, avec une personne autre que les enseignants en charge de la surveillance.

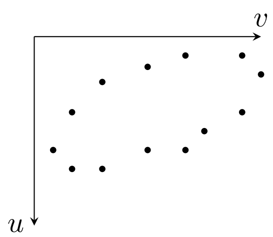
3 À la fin de l'évaluation

Déposez sur Moodle le fichier `conique.c` après l'avoir complété. Attention, il doit permettre une compilation sans erreur avec la commande `make`. Dans le cas contraire, la note sera zéro. Des vérifications automatiques seront faites. Pensez à ne pas attendre le dernier moment pour faire un premier dépôt. Aucun autre mode de dépôt ne sera accepté en dehors du dépôt sur Moodle prévu à cet effet en respectant la durée prévue et les consignes des enseignants.

4 Travail à effectuer

De nombreux objets possèdent des parties circulaires qui se projettent en ellipses dans les images. Des motifs circulaires sont aussi utilisés pour calibrer les caméras. Un outil permettant l'ajustement d'ellipse s'avère donc très utile.

On s'intéresse ici au problème plus général de la détermination des paramètres d'une conique à partir de points détectés dans une image. En pratique, à cause des erreurs de localisation des points, il n'existe pas de conique passant par tous les points. On est donc amené à effectuer une estimation des paramètres de la conique. La figure ci-contre montre un exemple de nuage de points bruités. Les points sont donnés sous la forme de leurs coordonnées : $(u_i, v_i), \quad i = 1 \cdots n$. On représente la conique par l'équation suivante : $au^2 + 2buv + cv^2 + 2du + 2ev + f = 0$.



Sous forme matricielle, cette équation peut s'écrire :

$$\mathbf{m}^\top \mathbf{C} \mathbf{m} = 0 \tag{1}$$

où :

$$\mathbf{m} = \begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} a & b & d \\ b & c & e \\ d & e & f \end{bmatrix}.$$

L'objectif est ici d'estimer, au sens des moindres carrés totaux, la matrice $\mathbf{C}$ à partir des coordonnées de n points de la forme (u_i, v_i).

Pour tester votre programme, l'archive `matconique.zip` contient :

- `uv.mx` : fichier au format `Matrix` de LIMACE contenant les coordonnées des points dans l'image sous la forme d'une matrice d'éléments de type `double` de taille $n \times 2$:

$$\begin{bmatrix} u_1 & v_1 \\ \vdots & \vdots \\ u_n & v_n \end{bmatrix}$$

Pour tester vos fonctions :
- dans le fichier `conique.c`, enlevez les commentaires présents dans le corps de la fonction `Conique` ;
- utilisez les commandes :
  ```
  make
  ./exam uv.mx c.mx
  ```

Exercice 1

Avec n points, on obtient un système de n équations linéaires de la forme $\mathbf{Ac} = \mathbf{0}$ où $\mathbf{c} = [a \ b \ c \ d \ e \ f \ ]^\top$. La matrice des coefficients, de taille $n \times 6$, est donnée par :

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} & & \vdots & & & \\ {u_i}^2 & 2u_iv_i & {v_i}^2 & 2u_i & 2v_i & 1 \\ & & \vdots & & & \end{bmatrix}$$

Dans le fichier `conique.c`, écrire le corps de la fonction `CalculA` qui construit la matrice $\mathbf{A}$.

Extrait du résultat :
```
Matrix
13 6
 1.5625000000000000e+04  5.0000000000000000e+04 . . . 1.0000000000000000e+00
 2.2500000000000000e+04  5.2500000000000000e+04 . . . 1.0000000000000000e+00
 3.6100000000000000e+04  6.6500000000000000e+04 . . . 1.0000000000000000e+00
 6.2500000000000000e+04  1.0000000000000000e+05 . . . 1.0000000000000000e+00
 .
 .
 .
```

Exercice 2

Dans le fichier `conique.c`, écrire le corps de la fonction `CalculC` qui calcule la matrice $\mathbf{C}$ à partir de la matrice $\mathbf{A}^\top\mathbf{A}$.

Extrait du résultat :
```
Matrix
3 3
-6.9997196182420726e-06  xxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxx  xxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxx
 7.4507352323765811e-06  xxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxx  xxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxx
-6.6970231605431154e-05  xxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxx  xxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxx
```
Indication : la plus petite valeur propre de $\mathbf{A}^\top\mathbf{A}$ est égale à `2.4069815362473025e-03` (valeur affichée avec la fonction `printf` et le format `"% .16e"`).