树的重心

Centroid of Tree

Concept: 树的重心是指所有子树中最大子树大小最小的点。删去重心后,得到的多棵树尽可能平衡。

Properties:

- 重心的所有子树大小不超过 $\frac{n}{2}$
- 树中所有点到某个点的距离和中,到重心的最小(两个重心距离一样)
- 两棵树相连后,新的重心在原两个重心的路径上
- 在树上添加或删除一个叶子,它的重心最多只移动一条边的距离

Idea:以任意一点为根 dfs 一遍,计算子树大小的同时记录最大子树大小,重心即最大子树大小最小的点。

Complexity: O(n)

Code:

```
int rt, size[N], mxson[N]; // rt is the id of centroid
2
   void getCentroid(int x, int f){
        mxson[x] = 0, size[x] = 1;
3
        for(auto &to : edge[x]){
4
            if(to == f) continue;
5
            getCentroid(to, x);
6
            size[x] += size[to];
7
8
            mxson[x] = max(mxson[x], size[to]);
9
        }
10
        mxson[x] = max(mxson[x], n - size[x]);
        if(rt == 0 || mxson[rt] > mxson[x]) rt = x;
11
12
   }
```