

树的重心

Centroid of Tree

Concept: 树的重心是指所有子树中最大子树大小最小的点。删去重心后，得到的多棵树尽可能平衡。

Properties:

- 重心的所有子树大小不超过 $\frac{n}{2}$
- 树中所有点到某个点的距离和中，到重心的最小（两个重心距离一样）
- 两棵树相连后，新的重心在原两个重心的路径上
- 在树上添加或删除一个叶子，它重心最多只移动一条边的距离

Idea: 以任意一点为根 dfs 一遍，计算子树大小的同时记录最大子树大小，重心即最大子树大小最小的点。

Complexity: $O(n)$

Code:

```
1  int rt, size[N], mxson[N]; // rt is the id of centroid
2  void getCentroid(int x, int f){
3      mxson[x] = 0, size[x] = 1;
4      for(auto &to : edge[x]){
5          if(to == f) continue;
6          getCentroid(to, x);
7          size[x] += size[to];
8          mxson[x] = max(mxson[x], size[to]);
9      }
10     mxson[x] = max(mxson[x], n - size[x]);
11     if(rt == 0 || mxson[rt] > mxson[x]) rt = x;
12 }
```