

左偏树

Leftist Tree

Idea: 左偏树是一棵二叉树，不仅具有堆的性质，还是“左偏”的。

对于二叉树每个节点一个距离信息 dis ：定义仅有一个子节点或没有子节点的点为外点，外点的 dis 为 0；定义一个内点的距离 dis 为它到其子树中最近的外点的距离，空节点的距离 dis 为 -1 。

所谓“左偏”，即在合并过程中需要保证每个节点的左子节点的 dis 恒大于等于右子节点的 dis ，于是一个点的 dis 等于其右子节点的 dis 加上 1。

Operations:

- 合并 `Merge(x, y)`：以小根堆为例，选取 x 和 y 中根更小的那个（假设是 x ）作为合并后的左偏树的根节点，然后递归合并 x 的右子树和 y ；如果合并后左子树 dis 小于右子树 dis ，则交换左右子树。
- 删除根 `Pop(x)`：将左右子树合并起来。
- 插入节点：一个节点也可以视为一棵左偏树，合并即可。

ATT:

- 左偏树并不保证深度，找父节点时应采用路径压缩的方式找。
- 初始化时，`tr[i].fa = i`；非树节点 dis 为 -1 （特别是 `tr[0].dis = -1`）

Complexity: 单次操作 $O(\lg n)$

Code:

小根堆为例。

```
1 struct LeftistTree{
2     int l, r, fa, key, dis;
3     LeftistTree(){ dis = -1; }
4 }tr[N];
5 int findfa(int x){ return x == tr[x].fa ? x : tr[x].fa =
6     findfa(tr[x].fa); }
7 int Merge(int x, int y){
8     // merge two heaps whose roots are x and y
9     // if x,y are not roots, apply x = findfa(x), y = findfa(y)
10    beforehand
11    if(!x || !y) return x + y;
```

```
10     if(x == y) return x;
11     if(tr[x].key > tr[y].key) swap(x, y);
12     tr[x].r = Merge(tr[x].r, y);
13     if(tr[tr[x].l].dis < tr[tr[x].r].dis) swap(tr[x].l, tr[x].r);
14     tr[tr[x].l].fa = tr[tr[x].r].fa = tr[x].fa = x;
15     tr[x].dis = tr[tr[x].r].dis + 1;
16     return x;
17 }
18 int Pop(int x){
19     // pop the first element in the heap rooted at x
20     // if x is not root, apply x = findfa(x) beforehand
21     tr[tr[x].l].fa = tr[x].l, tr[tr[x].r].fa = tr[x].r;
22     tr[x].dis = -1;
23     tr[x].fa = Merge(tr[x].l, tr[x].r);
24     tr[x].l = tr[x].r = 0;
25     return tr[x].fa;
26 }
```