

ডাচ-বাংলা ব্যাংক লিমিটেড - প্রথম আলো গণিত উৎসব

গণিত অলিম্পিয়াড - ২০০৮

২৩ - ২৪ জুন, ২০০৮

আয়োজনে: বাংলাদেশ গণিত অলিম্পিয়াড কমিটি

প্রশ্নপত্র: ক্যাটেগরি খ: ৬ষ্ঠ - ৮ম শ্রেণীর চূড়ান্ত পরীক্ষা

সময়: তিন ঘণ্টা

মোট নম্বর: 100

সব প্রশ্নের উত্তর দিতে হবে; প্রতিটি প্রশ্নের মান সমান।

Q1. একটি চৌবাচ্চায় একটি নির্দিষ্ট পরিমাণ পানি রয়েছে। ঐ চৌবাচ্চায় তিনটি পাইপ যুক্ত আছে; ১ম পাইপটি দিয়ে প্রতিঘণ্টায় ঐ নির্দিষ্ট পরিমাণ পানির ৫% ঢুকতে পারে এবং ২য় ও ৩য় পাইপের প্রতিটি দিয়ে প্রতিঘণ্টায় ঐ নির্দিষ্ট পরিমাণ পানির ৩% বের হয়ে যেতে পারে।

(ক) ঐ নির্দিষ্ট পরিমাণ পানি থাকাবস্থায় ১ম ও ২য় পাইপটি একসাথে খুলে দিলে সম্পূর্ণ চৌবাচ্চাটি পূর্ণ হতে যদি ১০ ঘণ্টা সময় লাগে তবে চৌবাচ্চাটির শতকরা কত ভাগ ঐ নির্দিষ্ট পরিমাণ পানিতে পূর্ণ আছে?

(খ) ঐ নির্দিষ্ট পরিমাণ পানি থাকাবস্থায় ১ম ও ২য় পাইপটি একসাথে ৫ ঘণ্টার জন্য খোলা রাখা হল। তারপর ৩য় পাইপটিও খুলে দেয়া হল। ৩য় পাইপটিও খুলে দেয়ার কত সময় পর সম্পূর্ণ চৌবাচ্চাটি খালি হয়ে যাবে?

A definite amount of water is there in a water tank. There are three pipes connected to that tank: 5% of the definite amount of water can enter into the tank through the 1st pipe, 3% of the definite amount of water can come out from the tank through each of the 2nd and 3rd pipes.

(a) while the tank is filled with that definite amount of water, if the 1st and 2nd pipes are open it takes 10 hrs to fill the whole tank; what percentage of the volume of the tank is filled with that definite amount of water?

(b) while the tank is filled with that definite amount of water, the 1st and 2nd pipes are opened for 5 hrs. After 5 hrs the 3rd pipe is also opened. After opening 3rd pipe how much time would be required to make the tank empty?

Q2. একটি আয়তাকার ক্ষেত্রের ভিতরে চারপাশে ২ ফুট প্রশস্ত একটি রাস্তা আছে যার ক্ষেত্রফল ১৬০০ বর্গফুট।

(a) ঐ আয়তক্ষেত্রের পরিসীমা বের কর।

(b) ঐ আয়তক্ষেত্রের পরিসীমা বরাবর যেকোন একটি কৌণিক বিন্দু থেকে শুরু করে ১ ফুট অন্তর অন্তর চারা গাছ রোপন করা হল। অনুরূপ ভাবে রাস্তার অভ্যন্তরস্থ আয়তক্ষেত্রের পরিসীমা বরাবর যেকোন একটি কৌণিক বিন্দু থেকে শুরু করে ১ ফুট অন্তর অন্তর চারা গাছ রোপন করা হল। মোট কতগুলো চারাগাছ রোপন করা যাবে?

There is a 2 ft wide street just inside a rectangular region and the area of the street is 1600 sq ft.

(a) find the perimeter of the rectangular region;

(b) beginning from one vertex of the rectangular region young trees are planted at an interval of 1 m. Similarly young trees are also planted at an interval of 1 m along the perimeter of the rectangular region surrounded by the road beginning from one vertex. In total how many trees are planted?

Q3. দুটো ট্রেনের বেগের পার্থক্য ঘণ্টায় ১০ কি মি; ধীর গতিসম্পন্ন ট্রেনটি একটি স্টেশন থেকে ছেড়ে ১৬০ কি মি আতিক্রম করার পর দ্রুতগতি সম্পন্ন ট্রেনটি সমান্তরাল লইনে একই স্টেশন থেকে ছেড়ে প্রথম ট্রেনের ১ ঘণ্টা আগেই গন্তব্য স্টেশনে পৌছে গেল। কিন্তু ধীর গতিসম্পন্ন ট্রেনটি ১২০ কি মি আতিক্রম করার পর দ্রুতগতি সম্পন্ন ট্রেনটি সমান্তরাল লইনে একই স্টেশন থেকে ছেড়ে প্রথম ট্রেনের ২ ঘণ্টা আগেই গন্তব্য স্টেশনে পৌছাতে পারে। ট্রেন দুটোর বেগ এবং স্টেশনদুটোর মধ্যবর্তী দূরত্ব কত?

The difference between the speeds of two trains is 10 km; the slower train begins journey from a station and when it covers 160 km, the faster train begins journey from the same station on a parallel line and reaches the destination 1 hr before the slower one. But if the faster train begins journey after covering 120 km by the slower one, then it can reach the destination 2 hrs before the slower one. Find the speed of both the trains and the distance between the stations.

Q4. পাঁচ অঙ্কের কোন ক্ষুদ্রতম সংখ্যাকে ১৮ এবং ২৪ দিয়ে ভাগ করলে যথাক্রমে ৫ এবং ১১ অবশিষ্ট থাকবে?

Find the least number of five digits which when divided by 18 and 24 leaves 5 and 11 respectively as remainders.

Q5. একজন কৃষকের চারটি জমি আছে যেগুলোর ক্ষেত্রফলের অনুপাত ১ম:২য়:৩য়:৪র্থ = ২:৩:৪:৭। ঐ কৃষক ১ম, ২য় এবং ৩য় জমিতে যথাক্রমে ক্ষেত্রফলের ৪:১, ২:৩ এবং ৩:২ অনুপাতে ধান এবং পাট আবাদ করল; ৪র্থ জমির সম্পূর্ণটিতেই ধান আবাদ করল। সবগুলো জমি একসাথে বিবেচনা করলে ধান এবং পাট আবাদকৃত জমির ক্ষেত্রফলের অনুপাত কত?

A farmer has has four plots whose areas are in the ratio 1st: 2nd: 3rd:4th = 2:3:4:7. He planted both paddy and jute in 1st, 2nd, and 3rd plots respectively in the ratios 4:1, 2:3 and 3:2 in terms of raas and he planted only paddy in the 4th plot. Considering all the plots at time find the ratio of areas in which paddy and jute are planted.

Q6. $x = 5$, $2x - 3y + 4 = 0$, এবং $x + 2y + 1 = 0$ রেখাগুলি যে ত্রিভুজ গঠন করে তার ক্ষেত্রফল বের কর।
Find the area of the triangle formed by the lines $x = 5$, $2x - 3y + 4 = 0$ and $x + 2y + 1 = 0$

Q7.

(a) নিচের সমীকরণটির বামপক্ষকে উৎপাদকে বিশ্লেষণ করে তার পর সমীকরণটির সমাধান কর:
Resolve into factors the left side of the following equation and then solve the equation:

$$(x^2 - 4x)^2 + 7(x^2 - 4x) + 12 = 0$$

(b) নিচের সমীকরণদ্বয়ের সমাধান যদি থাকে তবে তা বের কর:
Find the solution sets, if any, of the following equations:

(i) $\frac{6}{3-x} + \frac{2x}{x-3} = 5$

(ii) $\sqrt{x-3} = \sqrt{4x-5}$

Q8. 5 ফুট ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট একটি বৃত্তের কেন্দ্র O থেকে 3 ফুট দূরে অবস্থিত একটি জ্যায়ের প্রান্তবিন্দু হল A এবং B ; তাহলে

(a) ত্রিভুজ OAB এর ক্ষেত্রফল কত?

(b) OA , OB এবং বৃত্তচাপ AB দ্বারা সীমাবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কত?

If the end points of a chord at a distance of 3 ft from the centre O of a circle of radius 5 ft are A and B , then

(a) what is the area of the triangle OAB ?

(b) find the area enclosed by OA , OB and the arc AB .

Q9. 4সেমি ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট একটি বৃত্তের কেন্দ্র O থেকে পরস্পর লম্বভাবে দুটো ব্যাসার্ধ OP এবং OQ নেয়া হল। P এবং Q বিন্দুতে অঙ্কিত স্পর্শকদ্বয় A বিন্দুতে মিলিত হল। O বিন্দুগামী PQ এর সমান্তরাল রেখা স্পর্শকদ্বয়কে B এবং C বিন্দুতে ছেদ করে। ABC ত্রিভুজের প্রতিটি বাহুর দৈর্ঘ্য বের কর।

Two mutually perpendicular radii OP and OQ are taken in a circle having O as the centre and of radius 4cm. The tangents at P and Q meet at A . The line through O and parallel to PQ meets the tangents at B and C . Find the length of each side of the triangle ABC .

Q10. একটি 10মি \times 8মি আয়তকার ক্ষেত্রের কেন্দ্রে 5মি উচ্চতা বিশিষ্ট একটি খুঁটি খাড়াভাবে পোঁতা হল এবং চারটি কৌণিক বিন্দুতে 2মি উচ্চতা বিশিষ্ট খুঁটি খাড়াভাবে পোঁতা হল; কেন্দ্রে অবস্থিত খুঁটির উপরিভাগ থেকে চারটি কৌণিক বিন্দুতে অবস্থিত খুঁটির উপরিভাগ পর্যন্ত রশি বাঁধা হল। আবার কৌণিক বিন্দুতে অবস্থিত খুঁটির উপরিভাগ পরস্পরের সাথে রশি দিয়ে যুক্ত করা হল।

(ক) মোট কত মিটার রশির প্রয়োজন?

(খ) ভূমি থেকে সর্বোচ্চ বিন্দু পর্যন্ত কাপড় দিয়ে মোড়াতে কত কাপড় লাগবে?

(গ) কাপড় দিয়ে মোড়ানোর পর উৎপন্ন তারুটির আয়তন কত?

A pillar of length 5m is placed vertically at the centre of a 10m \times 8m rectangular region and a pillar of length 2m is placed vertically at each vertex of the rectangle. From the upper end of the pillar placed at the centre one rope is connected to the upper end of each pillar at the vertices. Moreover, upper ends of each pair of the pillars at the vertices are connected by a rope.

(a) how much rope is required?

(b) How much cloth is required to cover the structure from the earth to the maximum point?

(c) After covering the structure by cloth, what is the volume of the prepared tent?