ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 1

ИССЛЕДОВАНИЕ ЭКОЛОГИЧЕСКОЙ ДИНАМИКИ В МОДЕЛИ

«ХИЩНИК-ЖЕРТВА» ЛОТКИ-ВОЛЬТЕРРА

Пусть X(t) − численность популяции жертвы (например, зайцев, обитающих в данном лесу) в момент времени t. X может меняться за счет естественного прироста и естественной смертности. Скорость как того, так и другого процесса пропорциональна X:

(1)

Здесь *k* − коэффициент воспроизводства, *A*+ − коэффициент рождаемости, *A*− − коэффициент смертности. Для живущих видов, как правило, *k*1 > 0, иначе вид вымер бы.

Но в лесу живут хищники, например, лисы, которые поедают зайцев. Скорость убывания числа зайцев очевидно пропорциональна числу встреч зайцев с лисами, которые, в свою очередь, пропорциональны как числу зайцев *X* , так и числу лис *Y*. Поэтому уравнение динамики популяции зайцев следует уточнить так:

(2)

Обратимся теперь к популяции лис. В отсутствии пищи − зайцев – она вымирала бы:

(3)

Если зайцы есть, и если их едят, то в правую часть следует добавить положительное слагаемое, которое разумно предположить также пропорциональным числу встреч лис с зайцами, т.е.:

(4)

Величины k1, k2, k3, k4 являются параметрами данной экосистемы. Уравнения (2) и (4) в совокупности описывают модель «хищник-жертва» Лотки-Вольтерра.

Выясним, возможно ли в модели Лотки-Вольтерра равновесие, т.е. состояние системы, не меняющееся с течением времени:

Имеем

Система имеет два решения: тривиальное Х=0, Y=0 и нетривиальное

Y=k1/k2, X=k3/k4

Y и X − равновесные значения численности популяции лис и зайцев соответственно.

Нетривиальное решение описывает ситуацию, когда естественная убыль популяции зайцев и поедание их лисами в точности компенсируется естественным приростом. С другой стороны, лисы поедают столько зайцев, чтобы выжить и произвести себе на смену потомство не больше не меньше, чем нужно для простого воспроизводства.

В реальном лесу такое точное равновесие вряд ли возможно. Год может быть засушливый или холодный, зайцев могут поедать волки, лис могут поедать хищные птицы и т.д.

Порядок выполнения работы

Написать программу приближенного решения системы нелинейных дифференциальных уравнений, описываемой уравнениями (2) и (4) с заданными начальными условиями (применить метод Эйлера и получить итерационные формулы, выбрать Δt). Построить графики функций X(t), Y(t), Y(X)