

1. 库克膜问题

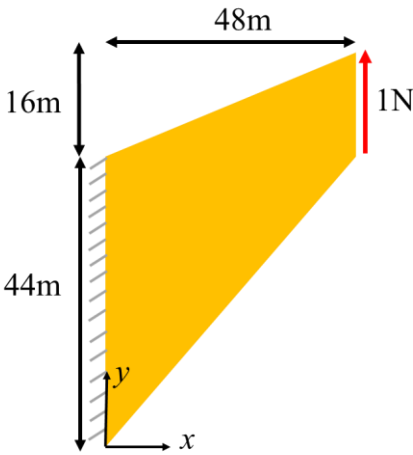


图 1 库克膜：问题的几何构成和载荷条件

该问题被建模为平面应变问题，相关参数参考文献[1]。采用 MPM3D Fortran 程序进行求解计算。由于该问题并非标准的动力学问题，而是准静态问题，故需通过关键字 QuLo 和 Damp 启动程序中的准静态加载与阻尼模块。运行 VolumetricLockingEx\cook\_membrane 中的各个输入文件可得以下位移场结果：

采用方法	物质点离散数	尖端稳态竖直位移(m)	参考解(m)	CPU耗时(s)
MPM	5776	0.2489	0.275	39.84
GIMP	5776	0.2512		128.30
BSMPM	5776	0.2620		90.63
SGMPM	5776	0.2678		40.91
MPM	23072	0.2692		322.64
GIMP	23072	0.2688		1226.97
BSMPM	23072	0.2711		819.25
SGMPM	23072	0.2739		413.61

表 1 不同方法在计算库克膜问题时的解与 CPU 耗时对比

该模拟的计算过程在 Intel(R) Xeon(R) Gold 6226R CPU @ 2.90GHz 上进行。

对于平均正应力场，通过关键字 `smoo` 启动程序中的基于网格节点映射应力光滑化处理，可使得 SGMPM 得到最佳正应力效果，其他方法即使采用这样的光滑化处理得到效果也不如 SGMPM。运行 VolumetricLockingEx\cook\_membrane 中的各个输入文件可得以下压力场结果：

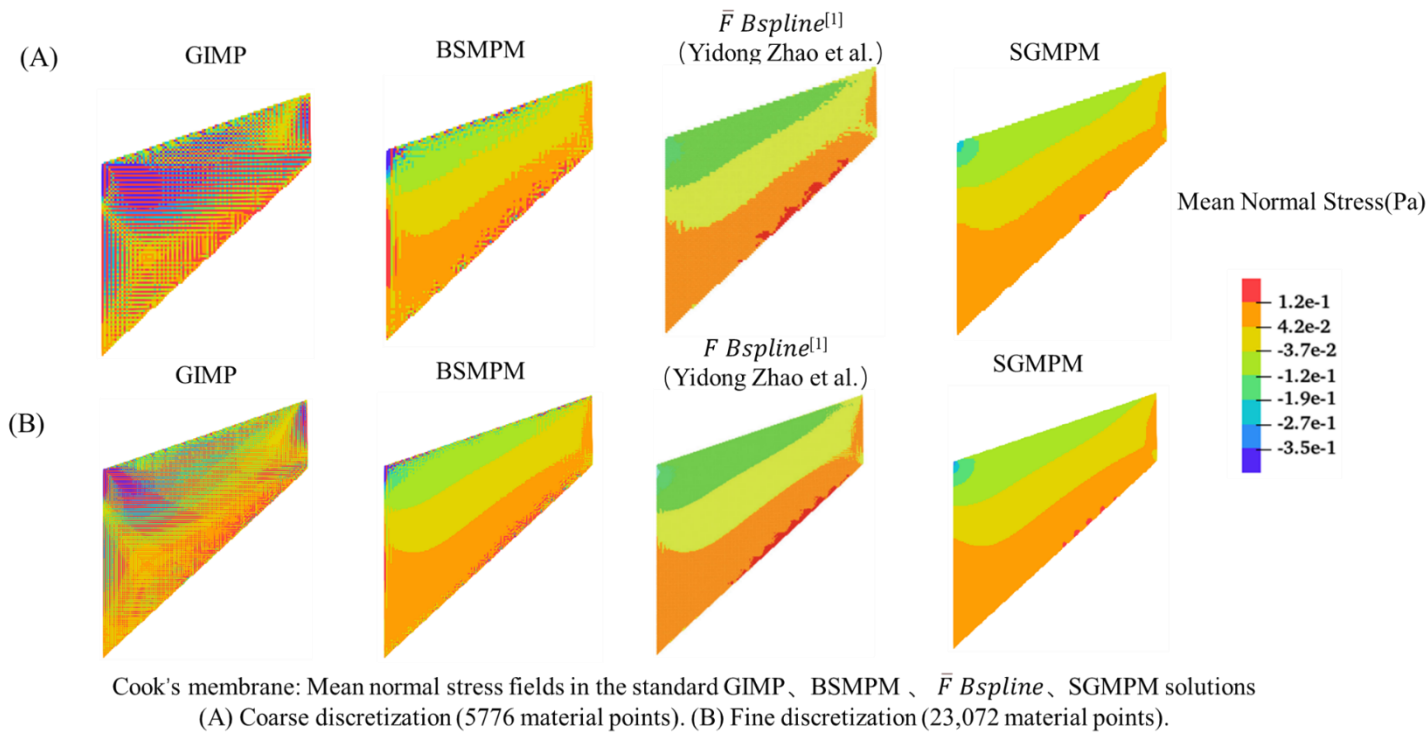


图 2 不同方法计算的库克膜问题压力场结果对比

## 2. 二维近似不可压自由软梁问题

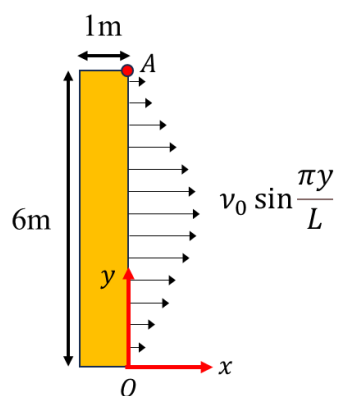


图3 二维软梁问题计算模型：自由软梁

本算例文件位于 VolumetricLockingEx\FreeSoftBeam 中，算例的位移场结果对比如下

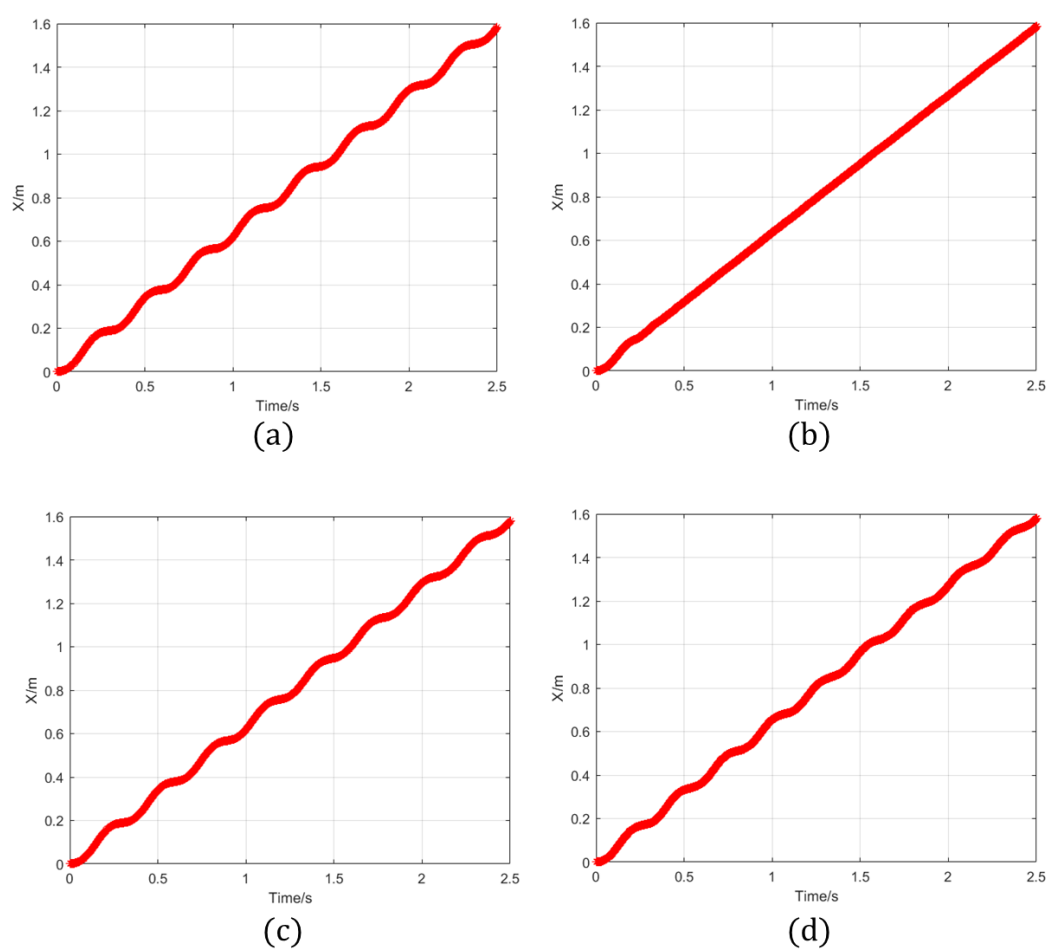


图4 二维自由软梁问题:A点水平位移时间图像

(a) $v=0.3$ , MPM(b) $v=0.499$ , MPM(c) $v=0.3$ , SGMPM(d) $v=0.499$ , SGMPM

动能场结果如图所示：

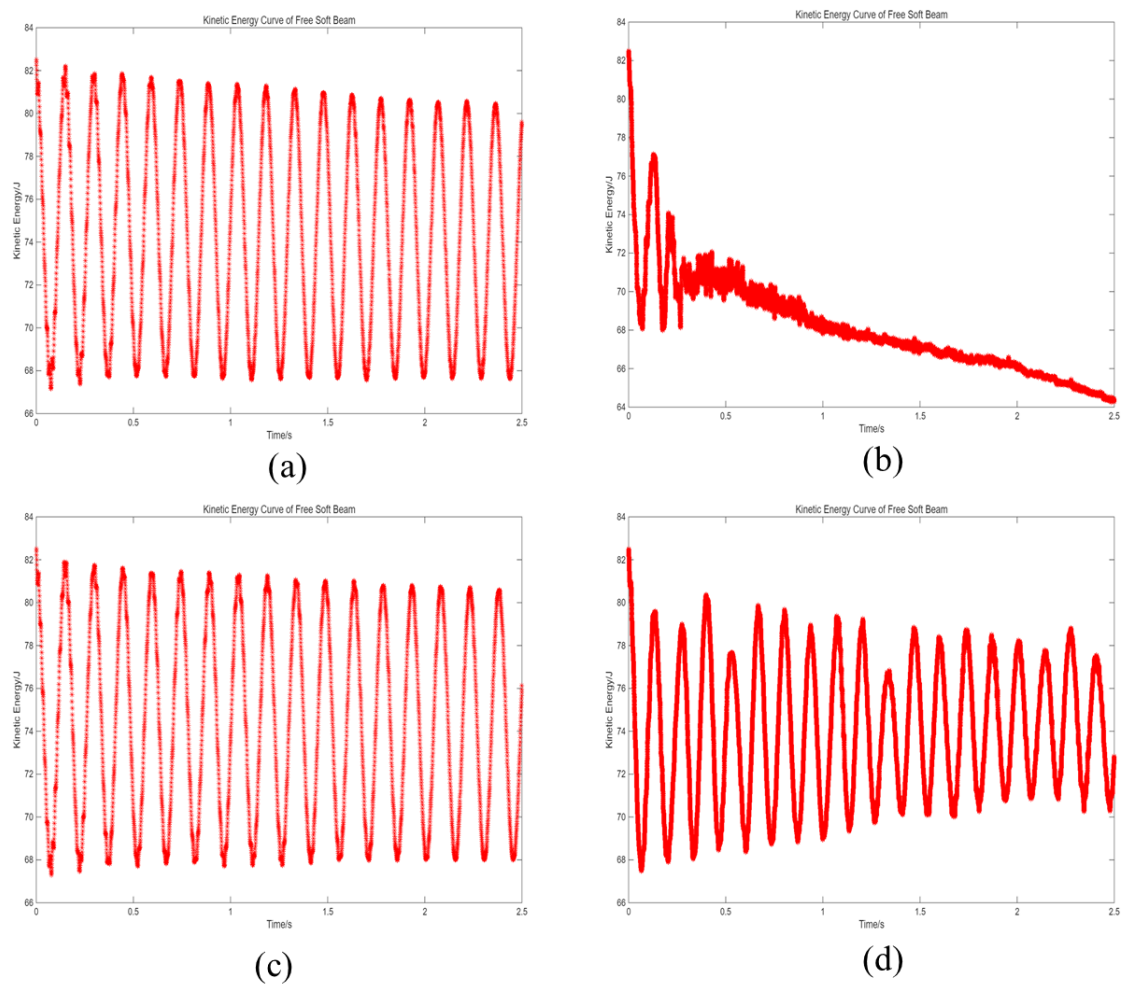


图 5 二维自由软梁问题：系统动能时间图像

(a) $v=0.3$ , MPM(b) $v=0.499$ , MPM(c) $v=0.3$ , SGMPM(d) $v=0.499$ , SGMPM

### 3. 二维近似不可压固定软梁问题

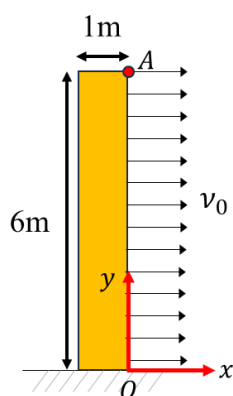


图6 二维软梁问题计算模型：固定软梁

算例参数参考文献[2]。本算例文件位于 VolumetricLockingEx\SoftBeam 中。为尽可能确保计算过程中的能量守恒性，引入 TLMPM 格式，在输入文件中写入关键字 TLmp 激活 TLMPM 格式求解。

下面仅给出压力场对照结果，位移场结果可以自行对照相关文献。

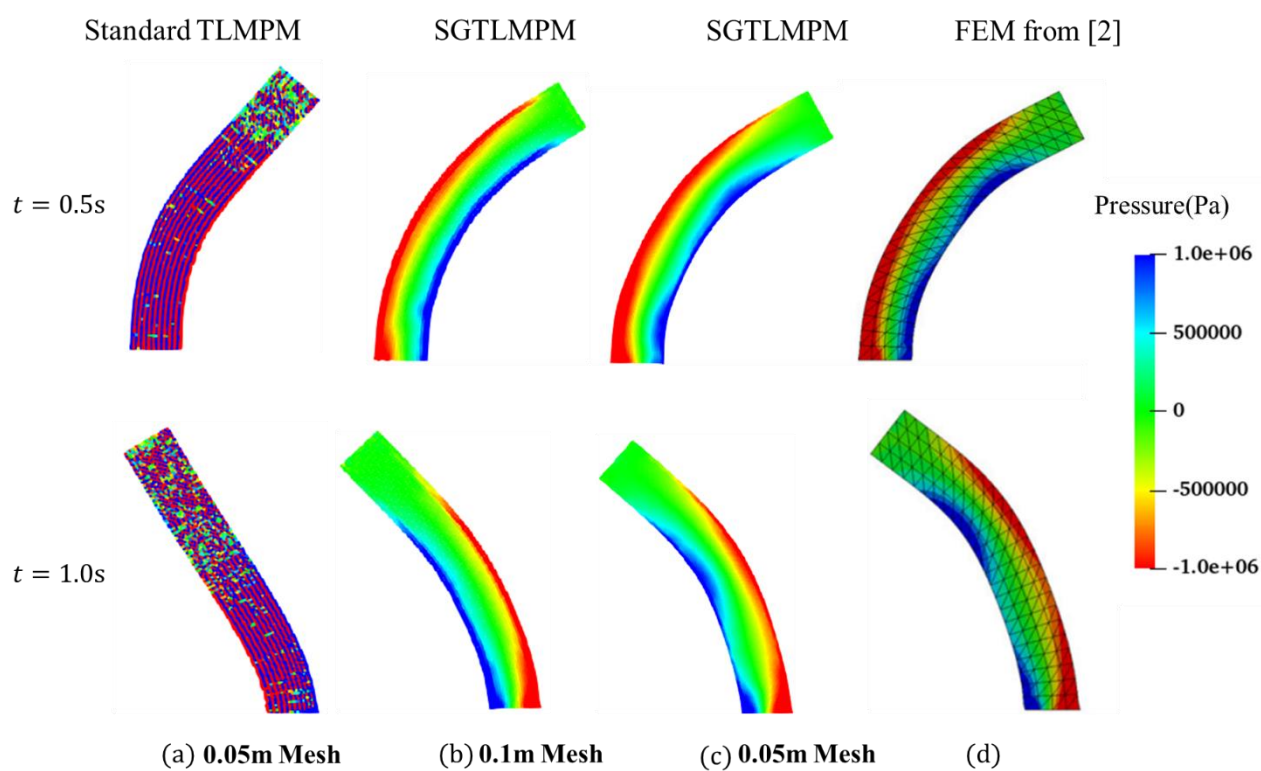


图7 固定软梁压力场对照

#### 4. 溃坝问题

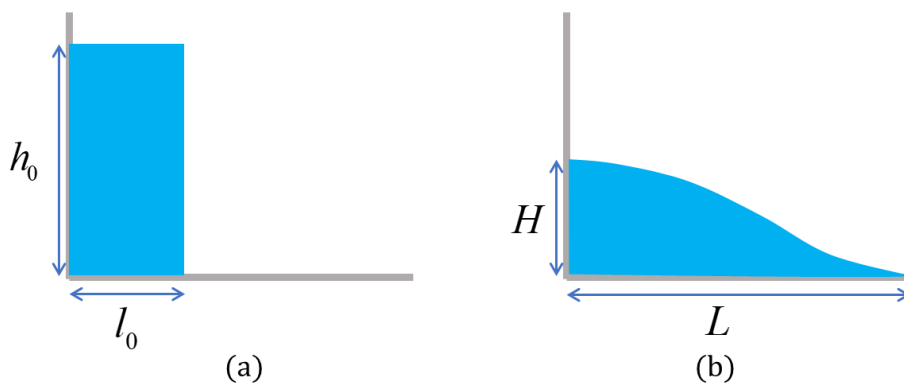


图8 溃坝问题模型

本算例参数参考文献[3]，该问题的水的本构方程采用牛顿流体本构并引入人工状态方程求压力，算例文件位于 VolumetricLockingEx\DamBreak 中，分别运行 SGMPM 和 MPM 中的算例文件即可对比发现 SGMPM 在消除体积闭锁方面的功能。位移场量化对比可以参考相关文献。注意程序运行的 0.68s 时间即对应图中的  $T=3.0$  (采用文献无量纲化公式进行转换)。此时 SGMPM 的压力仍有振荡，可能是因为弱可压人工状态方程中的数值声速的确过大导致。

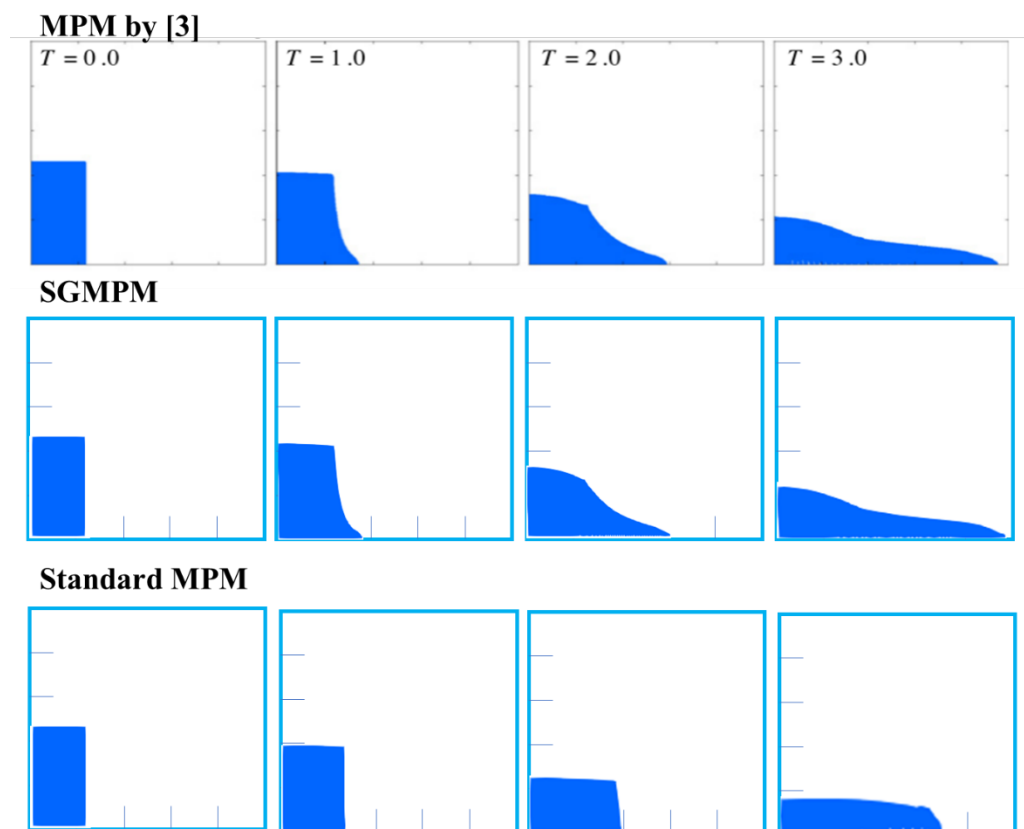
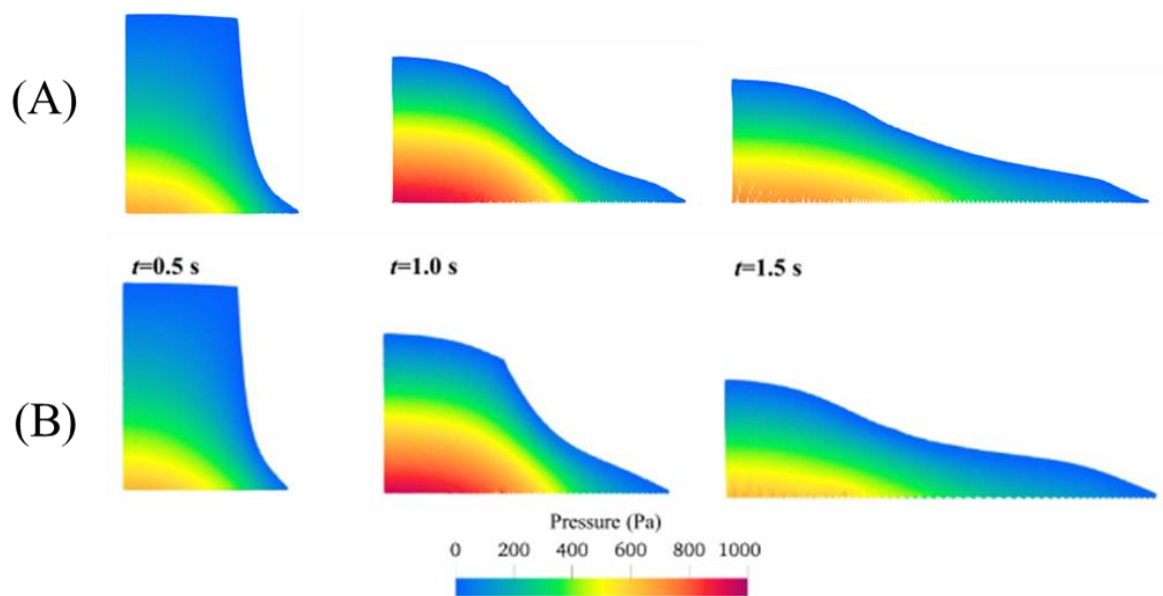


图9 不同方法计算得到的溃坝位移场结果

运行 VolumetricLockingEx\DamBreak\SGMPMvsPressure 中的算例文件,采用文献[4]中的体积模量和相关尺寸参数,可与文献[4]对照压力结果,说明 SGMPM 能够在流体计算中得到平滑压力(注意时间同样要进行无量纲处理)。



Dam Break Pressure  
(A) SGMPM (B) Dual Cubic BSMPPM from [4]

图 10 溃坝问题压力场对照

更多研究细节与理论成果, 请关注课题组未来将发表的论文。

## 参考文献

- [1] Zhao Y, Jiang C, Choo J. Circumventing volumetric locking in explicit material point methods: A simple, efficient, and general approach[J]. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 2023, 124(23): 5334-5355
- [2] Kadapa, Chennakesava. Novel quadratic Bézier triangular and tetrahedral elements using existing mesh generators: Applications to linear nearly incompressible elastostatics and implicit and explicit elastodynamics[J]. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 2019, 117(5): 543-573.
- [3] Mast C M, Mackenzie-Helnwein P, Arduino P, et al. Mitigating kinematic locking in the material point method[J]. Journal of Computational Physics, 2012, 231(16): 5351-5373.
- [4] Cheng Z, Zhao S, Chen H, et al. Stabilized explicit material point method for fluid flow and fluid-structure interaction simulations using dual high-order B-spline volume averaging[J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2026, 448: 118428.