

NOIp模拟赛 by Yali

题目名称	卡特兰数	莫队	数论	异或
源文件名	catalan.cpp	team.cpp	math.cpp	xor.cpp
输入文件	catalan.in	team.in	math.in	xor.in
输出文件	catalan.out	team.out	math.out	xor.out
时间限制	1s	1s	3s	1s
空间限制	512M	512M	512M	512M
编译选项	-O2 -std=c++11	-O2 -std=c++11	-O2 -std=c++11	-O2 -std=c++11

注意事项:

- 选手提交的源程序需要存放在个人目录下与题目名称对应的目录中。
- 程序可以使用的栈空间大小与该题空间限制一致。在终端下，可以使用 ***ulimit -s unlimited*** 放大栈空间限制。
- 根据具体评测环境差异，可将题目时限调整为给定时限与标程所用时间2倍的最大值。
- 评测时采用的机器配置为：**Intel(R) Core(TM) i7-10875H CPU @ 2.30GHz**，内存**32GB**。上述时限以此配置为准。
- 祝各位NOIP rp++。

卡特兰数

catalan.cpp/catalan.in/catalan.out

TimeLimit : 1000ms MemoryLimit : 512MB

题目描述

今天，接触信息学不久的小A刚刚学习了卡特兰数。

卡特兰数的一个经典定义是，将 n 个数依次入栈，合法的出栈序列个数。

小A觉得这样的情况太平凡了。于是，他给出了 m 组限制，每个限制形如 (f_i, g_i) ，表示 f_i 不能在 g_i 之后出栈。

他想求出：在满足了这 m 组限制的前提下，共有多少个合法的出栈序列。他不喜欢大数，你只需要求出答案在模998244353意义下的值即可。

输入格式

输入第一行为两个非负整数， n 、 m ，含义题面已给出。

接下来 m 行，每行两个正整数， (f, g) 表示一组限制。

输出格式

输出一行，为一个非负整数，表示你求得的答案 $\text{mod } 998244353$ 。

样例输入：

```
3 1
2 3
```

样例输出：

```
3
```

样例解释：

可以验证 $\{1, 2, 3\}$ ， $\{2, 1, 3\}$ ， $\{2, 3, 1\}$ 都是合乎条件的。

数据规模

编号	分值	n	m	特殊性质
1	15	≤ 300	$= 0$	
2	15	≤ 7	≤ 10	
3	15	≤ 100	≤ 50	
4	15	≤ 300		保证所有的 f_i 相同
5	20	≤ 300	≤ 300	
6	20	≤ 300		

对于全部的数据，保证 $n \leq 300$ ， $m \leq \frac{n(n-1)}{2}$ ， f_i 、 $g_i \leq n$ 。

莫队

`team.cpp/team.in/team.out`

`TimeLimit : 1000ms MemoryLimit : 512MB`

题目描述

今天，接触信息学不久的小A刚刚学习了莫队。

莫队可以解决一类难以合并，但方便插入的信息维护。比如，给定一个序列，支持单点修改，每次询问一个区间出现了多少种数字。再比如，给定一个序列，支持单点修改，每次询问区间众数。诸如此类。

小A觉得这样的情况太平凡了。于是，他定义了一个区间是无重的，当且仅当区间内没有重复的数字。具体的，一个区间 $[l, r]$ 无重，当且仅当， $\forall l \leq i < j \leq r$ ，都有 $a_i \neq a_j$ 。

他给定了一个长度为 n 序列 a ，并给出 m 组操作：每次修改一个位置的数，或者询问一个区间 $[l, r]$ 中，有多少个无重的子区间。

输入格式

输入第一行为两个正整数 n 、 m ，分别表示序列的长度，以及操作总数。

第二行有 n 个整数，第 i 个数表示 a_i 。

接下来共有 m 行，每行有三个整数， opt 、 x 、 y 。

- 1.如果 $opt = 1$ ，表示将 a_x 修改为 y ；
- 2.如果 $opt = 2$ ，表示询问 $[x, y]$ 中无重的子区间数。

输出格式

输出若干行，对于每一个询问，输出一个整数，表示你所求得的答案。

样例输入：

```
4 3
1 1 2 1
2 1 3
1 2 3
2 1 4
```

样例输出：

```
4
9
```

数据规模

编 号	分 值	n	m
1	10	≤ 500	≤ 500
2	15	≤ 1000	≤ 1000
3	15	≤ 5000	≤ 5000
4	20	≤ 50000	≤ 50000
5	20	≤ 100000	≤ 100000
6	20	≤ 200000	≤ 200000

对于全部的数据，保证 n 、 $m \leq 200000$ ，保证任意时刻序列中的最大值 $\leq n$ 。

数论

math.cpp/math.in/math.out

TimeLimit : 3000ms MemoryLimit : 512MB

题目描述

今天，接触信息学不久的小A刚刚学习了数论。

数论中有一个科技叫莫比乌斯反演。它的板子题大概形如：

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \gcd(i, j)$$

小A觉得这样的情况太平凡了。于是，他信手添加了一些东西：

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \gcd^n(i, j) \sum_{k=1}^{ij} [i \perp k][j \perp k] k$$

他想求出：在给定 n 、 m 的情况下，上述表达式的值。其中， $a \perp b$ ，即 a 、 b 互质。他不喜欢大数，你只要求出答案在模998244353意义下的值即可。

输入格式

输入第一行为两个正整数 n 、 m ，含义题面已给出。

输出格式

输出一行，为一个非负整数，表示你求得的答案 $\text{mod } 998244353$ 。

样例输入：

2 2

样例输出：

19

数据规模

编号	分值	n	m	特殊性质
1	15	≤ 500000	$= 1$	
2	15	≤ 50	≤ 50	
3	15	≤ 5000	≤ 5000	
4	25	≤ 100000	≤ 100000	
5	30	$\leq 10^7$	$\leq 10^7$	

对于全部的数据，保证 n 、 $m \leq 10^7$ 。

异或

`xor.cpp/xor.in/xor.out`

TimeLimit : 1000ms MemoryLimit : 512MB

题目描述

今天，接触信息学不久的小A刚刚学习了位运算。

其中有一个运算是异或。两个bit位的异或值为1，当且仅当两个bit位不同。

在练习的时候，小A见到了一道这样的题，给定一个 $N * M$ 的01矩阵 a ，求它所有连续子矩阵的异或和的和。

小A觉得这样的情况太平凡了，他仅仅花了两分钟就写完了。于是，他自己出了一道题。

给定 $N、M$ ，试构造一种 $(2^N - 1) * (2^M - 1)$ 的矩阵，最大化它所有连续子矩阵异或和的和。

小A花了三分钟写完了`std`，并把上面那题的`std`当成了`SPJ`。于是有了这道题。

本题有Specialjudge，只要你给出的矩阵的答案和标准答案一样，即可获得全部分数。

输入格式

输入共一行，为两个正整数 $N、M$ ，含义题面已给出。

输出格式

输出为一个 $2^N - 1$ 行， $2^M - 1$ 列的01矩阵，表示你的方案。

样例输入：

```
2 2
```

样例输出：

```
101
010
101
```

数据规模

编 号	分 值	N	M	特 殊 性 质
1	20	≤ 2	≤ 2	
2	20	≤ 2	≤ 10	
3	30	≤ 10	≤ 10	保证 $N = M$
4	30	≤ 10	≤ 10	

对于全部的数据，保证 $N、M \leq 10$ 。