导数大题专题

题型一．求含参数的单调性问题

1. 讨论是否存在极值点问题

1.求f(x)=-ax+1的单调区间

2. 已知函数（其中）.

（Ⅰ）若函数在点处的切线为，求实数的值；

（Ⅱ）求函数的单调区间.

3. 设函数6ec8aac122bd4f6e.

（Ⅰ）若曲线6ec8aac122bd4f6e在点6ec8aac122bd4f6e处与直线6ec8aac122bd4f6e相切，求6ec8aac122bd4f6e的值；

（Ⅱ）求函数6ec8aac122bd4f6e的单调区间与极值点.

二．讨论极值点的大小关系问题

1．设且≠1，函数.

（1）当时，求曲线在（3，）处切线的斜率；

（2）求函数的极值点。，

2. 已知函数6ec8aac122bd4f6e其中6ec8aac122bd4f6e

(1)当6ec8aac122bd4f6e时，求曲线6ec8aac122bd4f6e处的切线的斜率；

(2)当6ec8aac122bd4f6e时，求函数6ec8aac122bd4f6e的单调区间与极值。

3.（本小题13分）

设函数高考资源网(ks5u.com),中国最大的高考网站,您身边的高考专家。=[高考资源网(ks5u.com),中国最大的高考网站,您身边的高考专家。]高考资源网(ks5u.com),中国最大的高考网站,您身边的高考专家。．

（Ⅰ）若曲线*y= f*（*x*）在点（1，高考资源网(ks5u.com),中国最大的高考网站,您身边的高考专家。）处的切线与高考资源网(ks5u.com),中国最大的高考网站,您身边的高考专家。轴平行，求*a*；

（Ⅱ）若高考资源网(ks5u.com),中国最大的高考网站,您身边的高考专家。在*x*=2处取得极小值，求*a*的取值范围．

4. 已知函数。求的单调区间；

1. 讨论极值点和定义域问题

1．已知函数

（I）若曲线在点处的切线与直线垂直，求a的值；

（II）求函数的单调区间

2.已知函数([](http://www.ks5u.com/))=In(1+)-[](http://www.ks5u.com/)+([](http://www.ks5u.com/)≥0)。

(Ⅰ)当=2时，求曲线[](http://www.ks5u.com/)=([](http://www.ks5u.com/))在点(1，(1))处的切线方程；

(Ⅱ)求[](http://www.ks5u.com/)()的单调区间。

3. （本小题满分13分）

已知函数 ().

（Ⅰ）当曲线在处的切线与直线平行时，求的值；

（Ⅱ）求函数的单调区间.

1. 讨论极值点和区间的关系问题

1. （本小题满分13分）

已知函数其中.

（I）若曲线在处的切线与直线平行，求的值；

（II）求函数在区间上的最小值.

2. 已知函数。

（Ⅰ）当时，求函数f(x)的单调区间；

（Ⅱ）若函数f(x)在[1,e]上的最小值是，求的值.

3.（本小题满分13分）

已知函数.

（Ⅰ）求函数的单调区间；

（Ⅱ）当时, 求函数在区间上的最大值

题型二 分离参数法题型训练

1.（本小题共13分）

已知函数

（I）求函数的单调区间与极值；

（II）若对于任意恒成立，求实数a的取值范围。

2.（本小题共13分）

已知函数．

（Ⅰ）求函数在上的最小值；

（Ⅱ）若存在（为自然对数的底数，且）使不等式

成立，求实数的取值范围．

**3.** （本小题满分14分）

已知函数.

(Ⅰ)若，求曲线在处切线的斜率；

(Ⅱ)求的单调区间；

（Ⅲ）设，若对任意，均存在，使得 ，求的取值范围.

**4.**已知函数 ().

（Ⅰ）求函数的最大值；

（Ⅱ）如果关于的方程有两解，写出的取值范围

5.已知函数.

（Ⅰ）若曲线在点处的切线方程为，求的值；

（Ⅱ）当时，求证：；

（Ⅲ）问集合（且为常数）的元素有多少个？（只需写出结论）

6.（本小题共14分）

已知函数学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！．

（Ⅰ）求函数学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！的极值；

（Ⅱ）证明：当学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！时，学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！；

（Ⅲ）当学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！时，方程学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！无解，求学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！的取值范围．

题型三 求最值问题

1. 分类讨论法求最值

1．（本小题共14分）

已知，曲线在处的切线方程为.

（Ⅰ）求的值；

（Ⅱ）求在上的最大值；

2．（本小题共13分）

已知函数，，．

（Ⅰ）求的单调区间；

（Ⅱ）若对于任意，存在，都有，求的取值范围．

**3.（本小题共13分）**

设函数，．

（Ⅰ）当时，求曲线在点处的切线方程；

（Ⅱ）在（Ⅰ）的条件下，求证： ；

（Ⅲ）当时，求函数在上的最大值．

二．恒成立问题或存在某个值成立的最值问题

1.（本小题13分）

已知函数.

（Ⅰ）求曲线在点（1，）处的切线方程；

（Ⅱ）若对恒成立，求的最小值.

2.（本小题共14分）

设函数，．



（Ⅰ）当时，求的单调区间；



（Ⅱ）当时，恒成立，求的取值范围；



3.（本小题共13分）

已知函数．

（Ⅰ）当时，求曲线在处的切线方程；

（Ⅱ）若函数在定义域内不单调，求的取值范围．

4.（本小题满分13 分）

已知函数f (x) ＝



（Ⅰ）求曲线f (x)在点（0，f（0））处的切线方程；



（Ⅱ）求函数f (x)的零点和极值；

（Ⅲ）若对任意，都有成立，求实数的最小值。



5.（本小题共13分）

已知函数.

（Ⅰ）求的单调区间；

（Ⅱ）对任意，都有，求的取值范围.

6.FT（本小题共14分）

已知函数.



（Ⅰ）求曲线在点处的切线方程；



（Ⅱ）求证：；



（Ⅲ）若在区间上恒成立，求的最小值.



7．（本小题满分13分）已知函数．

(Ⅰ)若，求函数的极值；

(Ⅱ)设函数，求函数的单调区间；

(Ⅲ)若存在，使得成立，求的取值范围．

8.（本小题共13分）

已知函数．



（Ⅰ）求函数的单调区间；

（Ⅱ）若恒成立，求实数的取值范围．



9.（本小题分）



已知函数，为曲线:在点处的切线．



（Ⅰ）求的方程；



（Ⅱ）求的单调区间；



（Ⅲ）设，若关于的不等式有解，求实数的取值范围．



题型四 零点问题

1．（本小题共14分）

设函数，．

（Ⅰ）当时，求函数的极小值；

（Ⅱ）讨论函数零点的个数；

（Ⅲ）若对任意的，恒成立，求实数的取值范围．

2.（本小题满分13分）

已知函数.

（Ⅰ）求曲线在点处的切线方程；

（Ⅱ）设，若函数在上(这里）恰有两个不同的零点,求实数的取值范围.

**3.（本小题共13分）**

已知函数.

（Ⅰ）当时，求曲线在点处的切线方程；

（Ⅱ）如果函数在上单调递减，求的取值范围；

（Ⅲ）当时，讨论函数零点的个数．

4.HD（本小题14分）

已知函数

（Ⅰ）求曲线在点处的切线方程；

（Ⅱ）当时，求证：函数有且只有一个零点；

（Ⅲ）当时，写出函数的零点的个数.（只需写出结论）

5.（本小题14分）

已知函数，.

（I）当时，求的单调区间；

（II）当时，讨论的零点个数.

6.（本小题分）

已知函数．

（Ⅰ）当时，

（i）求在处的切线方程；

（ii）设，求函数的极值；

（Ⅱ）若函数*f*(*x*)在区间有两个的零点，求实数*a*的取值范围．

题型五 二阶导数问题

1.（本小题13分）

已知函数*f*(*x*)=e*x*cos*x*−*x*.

（Ⅰ）求曲线*y*= *f*(*x*)在点(0,*f*(0))处的切线方程；

（Ⅱ）求函数*f*(*x*)在区间[0,]上的最大值和最小值.

2.（本小题共13分）

设函数f（x）=xea﹣x+bx，曲线y=f（x）在点（2，f（2））处的切线方程为y=（e﹣1）x+4，

（Ⅰ）求a，b的值；

（Ⅱ）求f（x）的单调区间．

3.（本小题13分）

已知函数，.



（Ⅰ）当时，求曲线在点处的切线方程；



（Ⅱ）当时，求在区间上的最大值和最小值；



（Ⅲ）当时，若方程在区间上有唯一解，求的取值范围.



4. （本小题13分）

已知函数，.

（Ⅰ）求的零点；

（Ⅱ）当时，求证：在上为增函数.

5.（本小题13分）

已知函数



（Ⅰ）当时，求函数的单调递增区间；



（Ⅱ）当时，若函数的最大值为，求的值.



6.（本小题13分）

已知函数.



（Ⅰ）当时，求曲线在处的切线方程；



（Ⅱ）当时，判断在上的单调性，并说明理由；



（Ⅲ）当时，求证：，都有.



7．（本小题满分13分）XC

已知函数，其中．



（Ⅰ）若曲线在处的切线与直线垂直，求的值；



（Ⅱ）记的导函数为．当时，证明： 存在极小值点，且．



题型五 导数综合问题

1.（本小题共13分）

已知函数．



（Ⅰ）当时，求曲线在处的切线方程；



（Ⅱ）若函数在定义域内不单调，求的取值范围．



2.（本小题13分）

设函数.

（Ⅰ）当时，求的单调区间和极值；

（Ⅱ）若直线是曲线的切线，求的值.

3. （本小题共13分）

已知函数（）

（Ⅰ）求的极值；

（Ⅱ）当时，设.求证：曲线存在两条斜率为且不重合的切线.

4．（本小题共13分）

已知函数.



（Ⅰ）当时，求函数的单调区间；



（Ⅱ）若对于任意都有成立，求实数的取值范围；



（Ⅲ）若过点可作函数图象的三条不同切线，求实数的取值范围.



5．（本小题满分13分）

已知函数．



（Ⅰ）求曲线在点处的切线方程；



（Ⅱ）求证：存在唯一的，使得曲线在点处的切线的斜率为；

（Ⅲ）比较与的大小，并加以证明．

6.本小题满分13 分）

已知函数f (x) ＝ln x＋－1，



（Ⅰ）求函数 f (x)的最小值；

（Ⅱ）求函数g(x)的单调区间；

（Ⅲ）求证：直线 y＝x不是曲线 y ＝g(x)的切线。

7.（本小题共14分）

已知函数 ,，（，为常数）．

（Ⅰ）若在处的切线过点，求的值；

（Ⅱ）设函数的导函数为，若关于的方程有唯一解，求实数的取值范围；

（Ⅲ）令，若函数存在极值，且所有极值之和大于，求实数的取值范围．

8.已知函数.

（Ⅰ）求函数的单调区间；

（Ⅱ）若（其中），求的取值范围，并说明.

导数大题专题答案

题型一．求含参数的单调性问题

1. 讨论是否存在极值点问题

1.解=-a

当a>0单增区间为：(,).减区间为，)

当a0单调区间

2：解得 

（Ⅱ）令，得

当，即时，不等式①在定义域内恒成立，所以此时函数的单调递增区间为和.

当，即时，不等式①的解为或，

又因为，所以此时函数的单调递增区间为和，单调递减区间为和.

3.（Ⅱ）∵6ec8aac122bd4f6e,

当6ec8aac122bd4f6e时，6ec8aac122bd4f6e，函数6ec8aac122bd4f6e在6ec8aac122bd4f6e上单调递增，此时函数6ec8aac122bd4f6e没有极值点.

当6ec8aac122bd4f6e时，由6ec8aac122bd4f6e，

当6ec8aac122bd4f6e时，6ec8aac122bd4f6e，函数6ec8aac122bd4f6e单调递增，当6ec8aac122bd4f6e时，6ec8aac122bd4f6e，函数6ec8aac122bd4f6e单调递减，当6ec8aac122bd4f6e时，6ec8aac122bd4f6e，函数6ec8aac122bd4f6e单调递增，∴此时6ec8aac122bd4f6e是6ec8aac122bd4f6e的极大值点，6ec8aac122bd4f6e是6ec8aac122bd4f6e的极小值点.

二．讨论极值点的大小关系问题

1.  （2）

由得或，

①当时，

当时，，函数单调递增；

当时，，函数单调递减；

当时，，函数单调递增。

此时是的极大值点，是的极小值点

②当时，当时，，函数单调递增；

当时，，函数单调递减；当时，，函数单调递增此时是的极大值点，

2（I） 6ec8aac122bd4f6e

（II）6ec8aac122bd4f6e

6ec8aac122bd4f6e

（1）6ec8aac122bd4f6e＞6ec8aac122bd4f6e，则6ec8aac122bd4f6e＜6ec8aac122bd4f6e.当6ec8aac122bd4f6e变化时，6ec8aac122bd4f6e的变化情况如下表：

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 6ec8aac122bd4f6e | 6ec8aac122bd4f6e | 6ec8aac122bd4f6e | 6ec8aac122bd4f6e | 6ec8aac122bd4f6e | 6ec8aac122bd4f6e |
|  | + | 0 | — | 0 | + |
|  | ↗ | 极大值 | ↘ | 极小值 | ↗ |

（2）6ec8aac122bd4f6e＜6ec8aac122bd4f6e，则6ec8aac122bd4f6e＞6ec8aac122bd4f6e，当6ec8aac122bd4f6e变化时，6ec8aac122bd4f6e的变化情况如下表：

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 6ec8aac122bd4f6e | 6ec8aac122bd4f6e | 6ec8aac122bd4f6e | 6ec8aac122bd4f6e | 6ec8aac122bd4f6e | 6ec8aac122bd4f6e |
|  | + | 0 | — | 0 | + |
|  | ↗ | 极大值 | ↘ | 极小值 | ↗ |

3. 解：（Ⅰ）因为高考资源网(ks5u.com),中国最大的高考网站,您身边的高考专家。=[高考资源网(ks5u.com),中国最大的高考网站,您身边的高考专家。]高考资源网(ks5u.com),中国最大的高考网站,您身边的高考专家。，

所以*f ′*（*x*）=［2*ax*–（4*a*+1）］e*x*+［*ax*2–（4*a*+1）*x*+4*a*+3］e*x*（*x*∈***R***）

=［*ax*2–（2*a*+1）*x*+2］e*x*．

*f* ′(1)=(1–*a*)e．

由题设知*f* ′(1)=0，即(1–*a*)e=0，解得*a*=1．

此时*f* (1)=3e≠0．

所以*a*的值为1．

（Ⅱ）由（Ⅰ）得*f* ′（*x*）=［*ax*2–（2*a*+1）*x*+2］e*x=*（*ax*–1）(*x*–2)e*x*．

若*a*>高考资源网(ks5u.com),中国最大的高考网站,您身边的高考专家。，则当*x*∈(高考资源网(ks5u.com),中国最大的高考网站,您身边的高考专家。，2)时，*f* ′(*x*)<0；

当*x*∈(2，+∞)时，*f* ′(*x*)>0．

所以*f* (*x*)<0在*x*=2处取得极小值．

若*a*≤高考资源网(ks5u.com),中国最大的高考网站,您身边的高考专家。，则当*x*∈(0，2)时，*x*–2<0，*ax*–1≤高考资源网(ks5u.com),中国最大的高考网站,您身边的高考专家。*x*–1<0，

所以*f* ′(*x*)>0．

所以2不是*f* (*x*)的极小值点．

综上可知，*a*的取值范围是（高考资源网(ks5u.com),中国最大的高考网站,您身边的高考专家。，+∞）．

4.解：

令，得.

当k>0时，的情况如下

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x | () |  | (,k) | k |  |
|  | + | 0 | — | 0 | + |
|  | ↗ |  | ↘ | 0 | ↗ |

所以，的单调递减区间是（）和；单高层区间是当k<0时，的情况如下

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x | () |  | (,k) | k |  |
|  | — | 0 | + | 0 | — |
|  | ↘ | 0 | ↗ |  | ↘ |

所以，的单调递减区间是（）和；单高层区间是

1. 讨论极值点和定义域问题

1．（本小题满分13分）

解：（I）函数，即*a*=1.

（II）由于

当时，对于在定义域上恒成立，

即上是增函数.

当当单调递增 当单调递减.

2.解：（I） 

（II），.

当时，.所以，在区间上，；在区间上，.

故得单调递增区间是，单调递减区间是.

当时，由，得， 所以，在区间和上，；在区间上， 故得单调递增区间是和，单调递减区间是.

当时， 故得单调递增区间是.

当时，，得，.

所以没在区间和上，；在区间上，

3. 解：，

（I）由题意可得，解得，

（II） 令，得到 ，

由可知 ，即.

1. 即时，.所以,， 故的单调递减区间为 .
2. 当时，，即，所以，在区间和上，；

在区间上，. 故 [中学数学信息网 www.zxsx.com 专业打造高中数学教育教学资源](http://www.zxsx.com/)的单调递减区间是和，单调递增区间是. ③当时，，

所以，在区间上；

在区间上 ，

故[中学数学信息网 www.zxsx.com 专业打造高中数学教育教学资源](http://www.zxsx.com/)的单调递增区间是[中学数学信息网 www.zxsx.com 专业打造高中数学教育教学资源](http://www.zxsx.com/)，单调递减区间是.

综上讨论可得：

当时，函数[中学数学信息网 www.zxsx.com 专业打造高中数学教育教学资源](http://www.zxsx.com/)的单调递减区间是；

当时，函数[中学数学信息网 www.zxsx.com 专业打造高中数学教育教学资源](http://www.zxsx.com/)的单调递减区间是和，单调递增区间是；

当时，函数[中学数学信息网 www.zxsx.com 专业打造高中数学教育教学资源](http://www.zxsx.com/)的单调递增区间是[中学数学信息网 www.zxsx.com 专业打造高中数学教育教学资源](http://www.zxsx.com/)，单调递减区间是[中学数学信息网 www.zxsx.com 专业打造高中数学教育教学资源](http://www.zxsx.com/).

四．讨论极值点和区间的关系问题

1. （共13分）

解：，.

（I）由题意可得，解得， 此时，在点处的切线为，与直线平行. 故所求值为1.

（II）由可得，，

①当时，在上恒成立 ， 所以在上递增，

所以在上的最小值为 .

②当时，

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |
|  | － | 0 | ＋ |
|  |  | 极小 |  |

由上表可得在上的最小值为 .

③当时，在上恒成立，所以在上递减 .

所以在上的最小值为 .

综上讨论，可知：

当时， 在上的最小值为；

当时，在上的最小值为；

当时，在上的最小值为

2.解：函数的定义域为 

（1）故函数在其定义域上是单调递增的.

（II）在[1，e]上，发如下情况讨论：

1. 当a<1时，函数单调递增，其学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！最小值为

这与函数在[1，e]上的最小值是相矛盾；

a=1时，函数单调递增，其最小值为

3.（本小题满分13分）

解：（Ⅰ）由得，

令，得，

的情况如下表：

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |
|  | + | 0 |  | 0 | + |
|  |  | 极大 |  | 极小 |  |

所以函数的单调区间为，单调减区间为.

（Ⅱ）由可得.

当即时，由（Ⅰ）可得在和上单调递增，在上单调递减，

所以，函数在区间上的最大值为，

又由（Ⅰ）可知，

所以；

当，即时，由（Ⅰ）可得在上单调递减，在上的最大值为.

当，即时，由（Ⅰ）可得在上单调递减，在上单调递增，

所以，函数在区间上的最大值为，

法1：因为，

所以.

法2：因为，

所以由（Ⅰ）可知，，

所以，

所以.

综上讨论，可知：当时，函数在区间上的最大值为；

当时，函数在区间上的最大值为

题型二 分离参数法题型训练

1.(1)单调递增区间是x<1或想x>1/3,极大值是0，极小值是-4/27，

(2)

2. 解（Ⅰ）所以函数在上的最小值为．

（Ⅱ）由题意知，则．若存在使不等式成立，

只需小于或等于的最大值．设，则．当时，单调递减；

当时，单调递增．

由，，，可得．

所以，当时，的最大值为．故．

**3.** 解：(Ⅰ)故曲线在处切线的斜率为.

(Ⅱ).

①当时，由于，故，

所以，的单调递增区间为.

②当时，由，得.

在区间上，，在区间上，

所以，函数的单调递增区间为，单调递减区间为.

（Ⅲ）由已知，转化为. 

由(Ⅱ)知，当时，在上单调递增，值域为，故不符合题意.

(或者举出反例：存在，故不符合题意.)

当时，在上单调递增，在上单调递减，

故的极大值即为最大值，，

所以解得.

**4.（本小题共13分）**

解：（Ⅰ）函数的定义域为．

因为，

所以．

因为，所以当时，．

当时，，在上单调递增；

当 时，，在上单调递减．

所以当时，．

（Ⅱ）当时，方程有两解．

5.Ⅰ）解：高中试卷网 http://sj.fjjy.org.

因为 切线高中试卷网 http://sj.fjjy.org过原点高中试卷网 http://sj.fjjy.org，

所以 高中试卷网 http://sj.fjjy.org. 分解得：高中试卷网 http://sj.fjjy.org.

（Ⅱ）证明：设高中试卷网 http://sj.fjjy.org，则高中试卷网 http://sj.fjjy.org.

令高中试卷网 http://sj.fjjy.org，解得高中试卷网 http://sj.fjjy.org.

高中试卷网 http://sj.fjjy.org在高中试卷网 http://sj.fjjy.org上变化时，高中试卷网 http://sj.fjjy.org的变化情况如下表

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 高中试卷网 http://sj.fjjy.org | 高中试卷网 http://sj.fjjy.org | 高中试卷网 http://sj.fjjy.org | 高中试卷网 http://sj.fjjy.org |
| 高中试卷网 http://sj.fjjy.org | - | 高中试卷网 http://sj.fjjy.org | + |
| 高中试卷网 http://sj.fjjy.org | ↘ | 高中试卷网 http://sj.fjjy.org | ↗ |

所以 当高中试卷网 http://sj.fjjy.org时，高中试卷网 http://sj.fjjy.org取得最小值高中试卷网 http://sj.fjjy.org. 所以 当高中试卷网 http://sj.fjjy.org时，高中试卷网 http://sj.fjjy.org，即高中试卷网 http://sj.fjjy.org.

（Ⅲ）解：当高中试卷网 http://sj.fjjy.org时，集合高中试卷网 http://sj.fjjy.org的元素个数为0；

当高中试卷网 http://sj.fjjy.org时，集合高中试卷网 http://sj.fjjy.org的元素个数为1；

当高中试卷网 http://sj.fjjy.org时，集合高中试卷网 http://sj.fjjy.org的元素个数为2；

当高中试卷网 http://sj.fjjy.org时，集合高中试卷网 http://sj.fjjy.org的元素个数为3.

6．SJSW（本小题共14分）

解：（Ⅰ），

令解得，

易知在上单调递减，在上单调递增，

故当时，有极小值...……………4分

（Ⅱ）令，则，...……………5分

由（Ⅰ）知，

所以在上单调递增，

所以，所以.

（Ⅲ）方程，整理得，

当时， 令，

则

令，解得，

易得在上单调递减，在上单调递增，

所以时，有最小值，

而当越来越靠近时，的值越来越大，

又当，方程无解，

所以

题型三 求最值问题

1. 分类讨论法求最值

1．（本小题共14分）

解：（Ⅰ）,

由已知可得，

解之得．

（Ⅱ）令．则,

故当时，，在单调递减；

当时，，在单调递增； 所以，

故在单调递增，所以．

2.（本小题共13分）

解：（Ⅰ）．

因为 ，所以 ．

由 得 ．

当时，，在上单调递减；

当时，，在上单调递增；

当时，，，的变化情况如下表：

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |
|  | + | 0 | - |
|  | ↗ | 极大值 | ↘ |

所以的单调递增区间是，单调递减区间是．

综上所述，当时，在上单调递减；

当时，在上单调递增；

当时，以的单调递增区间是，单调递减区间是

（Ⅱ）设 ．

因为 ，当时，有最小值为．

因为对于任意，存在，都有 ，

所以 ， 即 ．

所以，即的取值范围是．

**3.**解：（Ⅰ）当时，，，

所以．

因为，即切线的斜率为，

所以切线方程为，即 ．

（Ⅱ）证明：由（Ⅰ）知．

令，则．

当时，，在上单调递减，

当时，，在上单调递增，

所以当时，函数最小值是．

命题得证．

（Ⅲ）因为，所以．

令，则．

当时，设，因为，

所以在上单调递增，且，

所以在恒成立，即．

所以当，，在上单调递减；

当，，在上单调递增．

所以在上的最大值等于，

因为，，

不妨设()，

所以．

由（Ⅱ）知在恒成立，

所以在上单调递增．

又因为，

所以在恒成立，即．

所以当时，在上的最大值为．

二．恒成立问题或存在某个值成立的最值问题

1.（本题满分共13分）

解：（Ⅰ）的定义域为.

由已知得，且.

所以.

所以曲线在点（1，）处的切线方程为.

（Ⅱ）设，（）

则.

令得.

当变化时，符号变化如下表：

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  | 1 |  |
|  |  | 0 |  |
|  |  | 极小 |  |

则，即，当且仅当时，.

所以在上单调递增.

又，

所以的最小值为为.

2.DC（共14分）

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |
|  | － |  | + |
|  | ↘ |  | ↗ |

解：（Ⅰ）当时，则，

则.

令得

所以 当时，，在上单调递减；

当时，，在上单调递增；

当时，．

（Ⅱ）因为，

所以恒成立，等价于恒成立．

设，，

得，

当时，，

所以　在上单调递减，

所以　时，．

因为恒成立，所以．

3.（本小题共13分）

解：函数的定义域为，

导函数．

（Ⅰ）当时，因为，，

所以曲线在处的切线方程为．

（Ⅱ），

设函数在定义域内不单调时，的取值范围是集合； 函数在定义域内单调时，的取值范围是集合，则．

所以函数在定义域内单调，等价于恒成立，或恒成立，

即恒成立，或恒成立，

等价于恒成立或恒成立． 令，则， 由得 ，所以在上单调递增；

由得 ，所以在上单调递减． 因为，，且时，，

所以 所以，

所以．

4.HDW解：（Ⅰ）因为，

所以.

因为，所以曲线在处的切线方程为.

（Ⅱ）令，解得，

所以的零点为.

由解得，

则及的情况如下：

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  | 2 |  |
|  |  | 0 |  |
|  |  | 极小值 |  |

所以函数在 时,取得极小值

（Ⅲ）法一：

当时，.

当时，.

若，由（Ⅱ）可知的最小值为，的最大值为，所以“对任意，有恒成立”等价于

即，

解得.所以的最小值为1.

**5．（本小题共13分）**

解：由已知得，的定义域为.

（Ⅰ），

令，得，令，得.

所以函数的单调减区间是，单调增区间是.

（Ⅱ）由，

得，即.

由（Ⅰ）知，

（1）当时，在上单调递减，所以，所以； .

（2）当时，在上单调递增，所以，

所以；

（3）当时，在上单调递减，在上单调递增，

所以.

又，,

1. 若，即，所以，此时，

所以.

1. 若，即，所以，此时，所以

综上所述，当时，；

当时， .

6.解：（Ⅰ）设切线的斜率为





因为，切点为.

切线方程为，化简得：.

（Ⅱ）要证：

只需证明：在恒成立，



当时，在上单调递减；

当时，在上单调递增；

当时

在恒成立

所以

（Ⅲ）要使：在区间在恒成立，

等价于：在恒成立，

等价于：在恒成立

因为==

①当时，，不满足题意

②当时，令，则或（舍）.

所以时，在上单调递减；

时，在上单调递增；

当时

当时，满足题意 所以，得到的最小值为 

7.（本小题共13分）

（Ⅰ）的定义域为．

当时，．

由，解得.当时，单调递减；

当时，单调递增；

所以当时，函数取得极小值，极小值为；

（Ⅱ），其定义域为．

又．

由可得，在上，在上，

所以的递减区间为；递增区间为．

（III）若在上存在一点，使得成立，

即在上存在一点，使得．即在上的最小值小于零．

①当，即时，由（II）可知在上单调递减．

故在上的最小值为，

由，可得．

因为．所以；

②当，即时，

由（II）可知在上单调递减，在上单调递增．

在上最小值为．

因为，所以．

，即不满足题意，舍去． 综上所述:．

**8.（本小题共13分）**

解：（Ⅰ）函数的定义域为，

．

由 ，可得  或 ． 当时，在上恒成立，

所以的单调递增区间是，没有单调递减区间；

当时，，，的变化情况如下表：

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |
|  | + | 0 | - |
|  | ↘ |  | ↗ |

所以的单调递减区间是，单调递增区间是． 当时，，，的变化情况如下表：

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |
|  | + | 0 | - |
|  | ↘ |  | ↗ |

所以的单调递减区间是，单调递增区间是．

（Ⅱ）由（Ⅰ）知，当时，，符合题意．

当时，的单调递减区间是，单调递增区间是，

所以恒成立等价于，即，

所以 ，所以 ．

当时，的单调递减区间是，单调递增区间是，

所以恒成立等价于，即．

所以 ，所以 ．

综上所述，实数的取值范围是

9.解：（Ⅰ）.

所以，切点为. 所以的方程为

（Ⅱ）定义域为



设

恒成立

所以在上是减函数，且

则当时，即

则当时，即

所以的单调递增区间为，的单调递减区间.



当时 ，当时

所以在上的最小值为=

所以若关于的不等式有解，则，即

题型四 零点问题

1.（本小题14分）

解：（Ⅰ）因为，

所以当时，，在上单调递减；

当时，，在上单调递增；

所以当时，取得极小值．

（Ⅱ），

令，得．

设，则．

所以当时，，在上单调递增；

当时，，在上单调递减；

所以的最大值为，又，可知：

①当时，函数没有零点；

②当或时，函数有且仅有1个零点；

③当时，函数有2个零．

（Ⅲ）原命题等价于恒成立．.

设，

则等价于在上单调递减．

即在上恒成立，

所以恒成立，所以．

即的取值范围是

2.SY（本小题满分13分）

解：（Ⅰ）函数定义域为 【1分】

， 【2分】

又，所求切线方程为，即 【5分】

（Ⅱ）函数在上恰有两个不同的零点，

等价于在上恰有两个不同的实根，

等价于在上恰有两个不同的实根，

令则

当时，，在递减；

当时，，在递增.

故，又.

，，

即

**3.**解：（Ⅰ）当时，，，所以，．

所以切线方程为．

（Ⅱ）因为在上单调递减，

等价于在恒成立，

变形得 恒成立，

而

（当且仅当，即时，等号成立）． 所以．

（Ⅲ）．

令，得．

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  | ↘ | 极小值 | ↗ |

所以=．

（ⅰ）当时，，所以在定义域内无零点；

（ⅱ）当时，，所以在定义域内有唯一的零点；

（ⅲ）当时，，

① 因为，所以在增区间内有唯一零点；

② ，

设，则，

因为，所以，即在上单调递增，

所以，即，所以在减区间内有唯一的零点．

所以时在定义域内有两个零点．

综上所述：当时，在定义域内无零点；

当时，在定义域内有唯一的零点；

当时，在定义域内有两个零点．

4. （本小题14分）

（Ⅰ）因为函数

所以

故，

曲线在处的切线方程为

（Ⅱ）当时，令，则

故是上的增函数.

由，

故当时，，当时，.

即当时，，当时，.

故在单调递减，在单调递增.

函数的最小值为

由，

故有且仅有一个零点.

（Ⅲ）当时，有两个零点.

当时，有一个零点；

当时，有两个零点.

5（共14分）

解：（I）当时，，.

.

当在区间上变化时，，的变化如下表

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  | 极大  值 |  | 极小  值 |  | 极大  值 |  |  |

所以的单调增区间为，；的单调减区间为，

.

（II）任取.

，

所以是偶函数.

.

当时，在上恒成立，所以时，.

所以在上单调递增.

又因为，所以在上有0个零点.

又因为是偶函数，所以在上有0个零点.

当时，令，得.

由可知存在唯一使得.

所以当时，，单调递增；

当时，，单调递减.

因为，，.

①当，即时，在上有0个零点.

由是偶函数知在上有0个零点.

②当，即时，在上有1个零点.

由是偶函数知在上有2个零点.

综上，当时，有2个零点；当时，有0个零点.

6.(Ⅰ)解：，，，.

.

故所求切线方程为：

(Ⅱ) 解：,函数定义域为：

，



故的极小值为，无极大值.

(Ⅲ)解法1：令，解得：（显然）

问题等价于函数与函数的图像有两个不同交点.

由(Ⅱ)可知：，，，解得：

故实数*a*的取值范围是.

(Ⅲ)解法2： 

（1） 时，上是减函数，不能有两个零点；

（2）时，，所以恒成立，所以上是减函数，不能有两个零点；

（3）时，令

变化情况如下表：



（i）时，即，上是增函数，所以不能有两个零点；

（ii）时，上是减函数，上是增函数. 所以若有两个零点只需：

 即： 解得 所以

综上可知的范围是

题型五 二阶导数问题

1.【解析】（1）∵

∴

∴

∴在处的切线方程为，即．

（2）令



∵时，

∴在上单调递减

∴时，，即

∴在上单调递减

∴时，有最大值；

时，有最小值

2.【解答】解：（Ⅰ）∵y=f（x）在点（2，f（2））处的切线方程为y=（e﹣1）x+4，

∴当x=2时，y=2（e﹣1）+4=2e+2，即f（2）=2e+2，

同时f′（2）=e﹣1，

∵f（x）=xea﹣x+bx，

∴f′（x）=ea﹣x﹣xea﹣x+b，

则菁优网-jyeoo，

即a=2，b=e；

（Ⅱ）∵a=2，b=e；

∴f（x）=xe2﹣x+ex，

∴f′（x）=e2﹣x﹣xe2﹣x+e=（1﹣x）e2﹣x+e，

f″（x）=﹣e2﹣x﹣（1﹣x）e2﹣x=（x﹣2）e2﹣x，

由f″（x）＞0得x＞2，由f″（x）＜0得x＜2，

即当x=2时，f′（x）取得极小值f′（2）=（1﹣2）e2﹣2+e=e﹣1＞0，

∴f′（x）＞0恒成立，

即函数f（x）是增函数，

即f（x）的单调区间是（﹣∞，+∞）．

3.（共13分）解：（Ⅰ）当时，，

所以，.

又因为，

所以曲线在点处的切线方程为.

（Ⅱ）当时，，

所以．

当时，，，

所以.

所以在区间上单调递增．

因此在区间上的最大值为，最小值为

（Ⅲ）当时，.

设，

，

因为，,

所以.所以在区间上单调递减．

因为，，

所以存在唯一的，使，即.

所以在区间上单调递增，在区间上单调递减．

因为，，

又因为方程在区间上有唯一解，所以.

4．（本小题13分）

解：（Ⅰ）的定义域为，

令得

当时，方程无解，没有零点；

当时，得.

综上，当时无零点；当时，零点为.

（Ⅱ）.

令，

则，

其对称轴为，

所以在上单调递增，

所以，

当时，恒成立，

所以在上为增函数.

所以.

所以时，,在上单调递增.

5. （本题满分13分）

（Ⅰ）当时，，定义域为

故

令，得

故的单调递增区间为

（Ⅱ）法1：

因为*a*＞0，所以函数的定义域为，



令

则

由，，

故存在，

故当时，；当时，

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  | ↗ | 极大值 | ↘ |

故，解得 13分

故的值为.

6．解：（Ⅰ）当时，,

.

 又,

所以曲线在处的切线方程为

（Ⅱ）因为，

所以.

 因为，

所以. 所以. 所以 当时，，所以在区间单调递增.

（Ⅲ）由（Ⅱ）可知，当时，在区间单调递增，

所以时，.

当时，设，

则 ，

随x的变化情况如下表：

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x |  |  |  |  |  |
|  |  | + |  |  |  |
|  |  |  | 极大值 |  |  |

所以在上单调递增，在上单调递减 因为，

所以存在唯一的实数，使得，

且当时，，当时，，

所以在上单调递增，在上单调递减. .

又 ，,

所以当时，对于任意的，.

综上所述，当时，对任意的，均有.

（Ⅲ）由（Ⅱ）可知，当时，在区间单调递增，

所以时，. 当时， 由（Ⅱ）可知，在上单调递增，在上单调递减，

因为，，

所以存在唯一的实数，使得，

且当时，，当时，，

所以在上单调递增，在上单调递减.

又 ，,

所以当时，对于任意的，.

综上所述，当时，对任意的，均有.

7．（本小题满分13分）

解：（Ⅰ）．

依题意，有 ， 解得 ．

（Ⅱ）由（Ⅰ）得 ，

所以 ．

因为 ，所以与同号．

设 ，

则 ．

所以 对任意，有，故在单调递增．

因为 ，所以 ，，

故存在，使得 ．

* 与在区间上的情况如下：

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  | ↘ | 极小值 | ↗ |

所以 在区间上单调递减，在区间上单调递增．

所以 若，存在，使得是的极小值点．

令 ，得 ，

所以 ．

题型五 导数综合问题

1.（本小题共13分）

解：函数的定义域为，

导函数．

（Ⅰ）当时，因为，，

所以曲线在处的切线方程为．

（Ⅱ），

设函数在定义域内不单调时，的取值范围是集合； 函数在定义域内单调时，的取值范围是集合，则．

所以函数在定义域内单调，等价于恒成立，或恒成立，

即恒成立，或恒成立，

等价于恒成立或恒成立． 令，则， 由得 ，所以在上单调递增；

由得 ，所以在上单调递减． 因为，，且时，，

所以． 所以，

所以．

2.（共13分）

解：的定义域为．

（Ⅰ）当时，，

所以.

令，得，

因为，所以.

与在区间上的变化情况如下：

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |

所以的单调递增区间为，单调递减区间.

有极大值，无极小值.

（Ⅱ）因为，

所以.

设直线与曲线的切点为（），

所以，即.

又因为，

即

所以.

设，

因为，

所以在区间上单调递增.

所以在区间上有且只有唯一的零点.

所以，即. 所以.

**3.解：**（Ⅰ）法一：， 1分

令，得． 2分

①当时，与符号相同，

当变化时，，的变化情况如下表：

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  | ↘ | 极小 | ↗ |

4分

②当时，与符号相反，

当变化时，，的变化情况如下表：

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  | ↘ | 极小 | ↗ |

6分

综上，在处取得极小值. 7分

法二：， 1分

令，得． 2分

令，则， 3分

易知，故是上的增函数，

即是上的增函数． 4分

所以，当变化时，，的变化情况如下表：

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  | ↘ | 极小 | ↗ |

6分

因此，在处取得极小值. 7分

（Ⅱ）， 8分

故． 9分

注意到，，，

所以，，，使得．

因此，曲线在点，处的切线斜率均为.

11分

下面，只需证明曲线在点，处的切线不重合.

法一：曲线在点（）处的切线方程为，即．假设曲线在点（）处的切线重合，则． 12分

法二：假设曲线在点(，)处的切线重合，则，整理得：． 12分

法一：由，得，则

．

因为，故由可得．

而，，于是有，矛盾！

法二：令，则，且.

由（Ⅰ）知，当时，，故．

所以，在区间上单调递减，于是有，矛盾！

因此，曲线在点()处的切线不重合． 13分

4．（本小题共13分）

解：（Ⅰ）当学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！时，学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！，得

因为学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！=学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！，

所以当时，，函数单调递增；

当或时，，函数单调递减．

所以函数的单调递增区间为，单调递减区间为和 （Ⅱ）由学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！，得．

因为对于任意都有学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！成立，

即对于任意都有成立，

即对于任意都有成立，

设,,

则

等号成立当且仅当即.

所以实数的取值范围为．

（Ⅲ）设点是函数图象上的切点，

则过点的切线的斜率为，

所以过点的切线方程为．

因为点在切线上，

即．

若过点可作函数图象的三条不同切线，

则方程有三个不同的实数解．

令，则函数与轴有三个不同的交点．

令，解得或．

因为，，

所以必须，即．

所以实数的取值范围为．

5．（本小题满分13分）

解：（Ⅰ）函数学优高考网(www.gkstk.com),国内最领先的高考网站,每天发布最有价值的高考资料,累计帮助千万考生获得成功!的定义域是学优高考网(www.gkstk.com),国内最领先的高考网站,每天发布最有价值的高考资料,累计帮助千万考生获得成功!，

导函数为学优高考网(www.gkstk.com),国内最领先的高考网站,每天发布最有价值的高考资料,累计帮助千万考生获得成功!．[ 1分]

所以学优高考网(www.gkstk.com),国内最领先的高考网站,每天发布最有价值的高考资料,累计帮助千万考生获得成功!，又学优高考网(www.gkstk.com),国内最领先的高考网站,每天发布最有价值的高考资料,累计帮助千万考生获得成功!，

所以曲线学优高考网(www.gkstk.com),国内最领先的高考网站,每天发布最有价值的高考资料,累计帮助千万考生获得成功!在点学优高考网(www.gkstk.com),国内最领先的高考网站,每天发布最有价值的高考资料,累计帮助千万考生获得成功!处的切线方程为学优高考网(www.gkstk.com),国内最领先的高考网站,每天发布最有价值的高考资料,累计帮助千万考生获得成功!．

（Ⅱ）由已知学优高考网(www.gkstk.com),国内最领先的高考网站,每天发布最有价值的高考资料,累计帮助千万考生获得成功!．

所以只需证明方程学优高考网(www.gkstk.com),国内最领先的高考网站,每天发布最有价值的高考资料,累计帮助千万考生获得成功!在区间学优高考网(www.gkstk.com),国内最领先的高考网站,每天发布最有价值的高考资料,累计帮助千万考生获得成功!有唯一解．

即方程学优高考网(www.gkstk.com),国内最领先的高考网站,每天发布最有价值的高考资料,累计帮助千万考生获得成功!在区间学优高考网(www.gkstk.com),国内最领先的高考网站,每天发布最有价值的高考资料,累计帮助千万考生获得成功!有唯一解．

设函数学优高考网(www.gkstk.com),国内最领先的高考网站,每天发布最有价值的高考资料,累计帮助千万考生获得成功!，

则学优高考网(www.gkstk.com),国内最领先的高考网站,每天发布最有价值的高考资料,累计帮助千万考生获得成功!．

当学优高考网(www.gkstk.com),国内最领先的高考网站,每天发布最有价值的高考资料,累计帮助千万考生获得成功!时，学优高考网(www.gkstk.com),国内最领先的高考网站,每天发布最有价值的高考资料,累计帮助千万考生获得成功!，故学优高考网(www.gkstk.com),国内最领先的高考网站,每天发布最有价值的高考资料,累计帮助千万考生获得成功!在区间学优高考网(www.gkstk.com),国内最领先的高考网站,每天发布最有价值的高考资料,累计帮助千万考生获得成功!单调递增．[ 7分]

又学优高考网(www.gkstk.com),国内最领先的高考网站,每天发布最有价值的高考资料,累计帮助千万考生获得成功!，学优高考网(www.gkstk.com),国内最领先的高考网站,每天发布最有价值的高考资料,累计帮助千万考生获得成功!，

所以存在唯一的学优高考网(www.gkstk.com),国内最领先的高考网站,每天发布最有价值的高考资料,累计帮助千万考生获得成功!，使得学优高考网(www.gkstk.com),国内最领先的高考网站,每天发布最有价值的高考资料,累计帮助千万考生获得成功!．[ 8分]

综上，存在唯一的学优高考网(www.gkstk.com),国内最领先的高考网站,每天发布最有价值的高考资料,累计帮助千万考生获得成功!，使得曲线学优高考网(www.gkstk.com),国内最领先的高考网站,每天发布最有价值的高考资料,累计帮助千万考生获得成功!在点学优高考网(www.gkstk.com),国内最领先的高考网站,每天发布最有价值的高考资料,累计帮助千万考生获得成功!处的切的斜率为

学优高考网(www.gkstk.com),国内最领先的高考网站,每天发布最有价值的高考资料,累计帮助千万考生获得成功!．

（Ⅲ）学优高考网(www.gkstk.com),国内最领先的高考网站,每天发布最有价值的高考资料,累计帮助千万考生获得成功!．证明如下：[10分]

首先证明：当学优高考网(www.gkstk.com),国内最领先的高考网站,每天发布最有价值的高考资料,累计帮助千万考生获得成功!时，学优高考网(www.gkstk.com),国内最领先的高考网站,每天发布最有价值的高考资料,累计帮助千万考生获得成功!．

设学优高考网(www.gkstk.com),国内最领先的高考网站,每天发布最有价值的高考资料,累计帮助千万考生获得成功!，[11分]

则学优高考网(www.gkstk.com),国内最领先的高考网站,每天发布最有价值的高考资料,累计帮助千万考生获得成功!．

当学优高考网(www.gkstk.com),国内最领先的高考网站,每天发布最有价值的高考资料,累计帮助千万考生获得成功!时，学优高考网(www.gkstk.com),国内最领先的高考网站,每天发布最有价值的高考资料,累计帮助千万考生获得成功!，学优高考网(www.gkstk.com),国内最领先的高考网站,每天发布最有价值的高考资料,累计帮助千万考生获得成功!，

所以学优高考网(www.gkstk.com),国内最领先的高考网站,每天发布最有价值的高考资料,累计帮助千万考生获得成功!，故学优高考网(www.gkstk.com),国内最领先的高考网站,每天发布最有价值的高考资料,累计帮助千万考生获得成功!在学优高考网(www.gkstk.com),国内最领先的高考网站,每天发布最有价值的高考资料,累计帮助千万考生获得成功!单调递增，[12分]

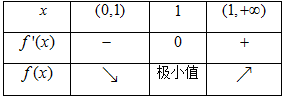
所以学优高考网(www.gkstk.com),国内最领先的高考网站,每天发布最有价值的高考资料,累计帮助千万考生获得成功!时，有学优高考网(www.gkstk.com),国内最领先的高考网站,每天发布最有价值的高考资料,累计帮助千万考生获得成功!，即当学优高考网(www.gkstk.com),国内最领先的高考网站,每天发布最有价值的高考资料,累计帮助千万考生获得成功!时，有学优高考网(www.gkstk.com),国内最领先的高考网站,每天发布最有价值的高考资料,累计帮助千万考生获得成功!．

所以学优高考网(www.gkstk.com),国内最领先的高考网站,每天发布最有价值的高考资料,累计帮助千万考生获得成功!．[13分]

6.HD解: （Ⅰ）函数的定义域为，



当变化时，，的变化情况如下表：



函数在上的极小值为，

所以的最小值为

（Ⅱ）解：函数的定义域为，



由（Ⅰ）得，，所以

所以的单调增区间是，无单调减区间.

（Ⅲ）证明：假设直线是曲线的切线.

设切点为，则，即

又，则.

所以, 得，与 矛盾

所以假设不成立，直线不是曲线的切线

7.（共14分）

解：（Ⅰ）设在处的切线方程为，

因为，

所以，故切线方程为.

当时，，将 代入，

得．

（Ⅱ），

由题意得方程有唯一解，

即方程有唯一解．

令，则，

所以在区间上是增函数，在区间上是减函数.

又，

故实数的取值范围是．

（Ⅲ）****

所以****.

因为存在极值，所以在上有根，

即方程在上有根，则有.

显然当时，无极值，不合题意；

所以方程必有两个不等正根．

记方程的两根为，则



 ,

解得，满足.

又，即，

8.解：（Ⅰ）.

（ⅰ）当时，，则函数的单调递减区间是.

（ⅱ）当时，令，得.

当变化时，,的变化情况如下表

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  | ↘ | 极小值 | ↗ |

所以 的单调递减区间是，单调递增区间是

（Ⅱ）由（Ⅰ）知：

当时，函数在区间内是减函数，

所以，函数至多存在一个零点，不符合题意

当时，因为 在内是减函数，在内是增函数，

所以 要使，必须，即.

所以 .

当时，.

令，则.

当时，，所以，在上是增函数.

所以 当时，.

所以 .

因为 ，，，

所以 在内存在一个零点，

不妨记为，在内存在一个零点，不妨记为.

因为 在内是减函数，在内是增函数，

所以 .

综上所述，的取值范围是.

因为 ，，

所以 .