准考证号：________________姓名：________________

（在此卷上答题无效）

绝密★本科目考试启用前

2025年普通高等学校招生全国统一考试

数　学

本试卷共4页，19小题，满分150分，考试用时120分钟。

注意事项：

①答卷前，考生务必将自己的准考证号、姓名填写在答题卡上。

②回答选择题时，选出每小题答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需要改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，用0.5毫米黑色签字笔将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。

③考试结束后，考生须将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本大题共8小题，每小题5分，共计40分．每小题给出的四个选项中，只有一个选项是正确的．请把正确的选项填涂在答题卡相应的位置上．

1．$(1+5\mathrm{i})\mathrm{i}$ 的虚部为

A．-1　　B．0　　C．1　　D．6

2．设全集 $U=\{1,2,3,4,5,6,7,8\}$，集合 $A=\{1,3,5\}$，则 $\complement_U A$ 中元素个数为

A．0　　B．3　　C．5　　D．8

3．若双曲线 C 的虚轴长为实轴长的 $\sqrt{7}$ 倍，则 C 的离心率为

A．$\sqrt{2}$　　B．2　　C．$\sqrt{7}$　　D．$2\sqrt{2}$

4．若点 $(a,0)$ $(a>0)$ 是函数 $y=2\tan(x-\dfrac{\pi}{3})$ 的图象的一个对称中心，则 a 的最小值为

A．$\dfrac{\pi}{6}$　　B．$\dfrac{\pi}{3}$　　C．$\dfrac{\pi}{2}$　　D．$\dfrac{4\pi}{3}$

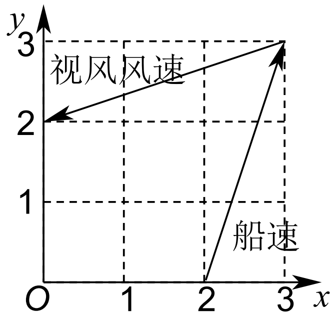
5．设 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上且周期为2的偶函数，当 $2\leqslant x\leqslant 3$ 时，$f(x)=5-2x$，则 $f(-\dfrac{3}{4})=$

A．$-\dfrac{1}{2}$　　B．$-\dfrac{1}{4}$　　C．$\dfrac{1}{4}$　　D．$\dfrac{1}{2}$

6．帆船比赛中，运动员可借助风力计测定风速的大小和方向，测出的结果在航海学中称为视风风速，视风风速对应的向量，是真风风速对应的向量与船行风速对应的向量之和，其中船行风速对应的向量与船速对应的向量大小相等，方向相反．图1给出了部分风力等级、名称与风速大小的对应关系．已知某帆船运动员在某时刻测得的视风风速对应的向量与船速对应的向量如图2（风速的大小和向量的大小相同，单位m/s），则真风为

A．轻风　　B．微风　　C．和风　　D．劲风

等级	风速大小	名称
2	1.1～3.3	轻风
3	3.4～5.4	微分
4	5.5～7.9	和风
5	8.0～10.1	劲风



7．若圆 $x^2+(y+2)^2=r^2(r>0)$ 上到直线 $y=\sqrt{3}x+2$ 的距离为 1 的点有且仅有 2 个，则 r 的取值范围是

A．$(0,1)$　　B．$(1,3)$　　C．$(3,+\infty)$　　D．$(0,+\infty)$

8．若实数 x，y，z 满足 $2+\log_2 x=3+\log_3 y=5+\log_5 z$，则 x，y，z 的大小关系不可能是

A．$x>y>z$　　B．$x>z>y$　　C．$y>x>z$　　D．$y>z>x$

二、选择题：本题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得 6 分，部分选对的得部分分，有选错的得 0 分。

9．在正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，D 为 BC 中点，则

A．$AD\perp A_1C$　　B．$BC\perp$平面 AA_1D

C．$AD/\!/A_1B_1$　　D．$CC_1/\!/$平面 AA_1D

10．设抛物线 $C:y^2=6x$ 的焦点为 F，过 F 的直线交 C 于 A、B，过 A 作$l:x=-\frac{3}{2}$的垂线交于 D 过 F 且垂直于 AB 的直线交l于 E，则

A．$|AD|=|AF|$　　B．$|AE|=|AB|$

C．$|AB|\geqslant 6$　　D．$|AE|\cdot|BE|\geqslant 18$

11．已知△ABC 的面积为$\frac{1}{4}$，若 $\cos 2A+\cos 2B+2\sin C=2$，$\cos A\cos B\sin C=\frac{1}{4}$，则

A．$\sin C=\sin^2 A+\sin^2 B$　　B．$AB=\sqrt{2}$

C．$\sin A+\sin B=\frac{\sqrt{6}}{2}$　　D．$AC^2+BC^2=3$

三、填空题：本大题共 3 小题，每小题 5 分，共计 15 分.

12．若直线 $y=2x+5$ 是曲线 $y=e^x+x+a$ 的切线，则 $a=$________.

13．若一个等比数列的前 4 项和为 4，前 8 项和为 68，则该等比数列的公比为________.

14．一个箱子里有 5 个球，分别以 1～5 标号，若有放回取三次，记至少取出一次的球的个数 X，则 $E(X)=$________.

四、解答题：本题共 5 小题，共 77 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

15．（13 分）

为研究某疾病与超声波检查结果的关系，从做过超声波检查的人群中随机调查了 1000 人，得到如下的列联表：

	正常	不正常	合计
患该疾病	20	180	200
未患该疾病	780	20	800
合计	800	200	1000

（1）记超声波检查结果不正常者患有该疾病的概率未 p，求 p 的估计值；

（2）根据小概率值 $\alpha=0.001$ 的独立性检验，分析超声波检查结果是否与患该疾病有关.

附：$\chi^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$，

$P(\chi^2\geqslant k)$	0.050	0.010	0.001
k	3.841	6.635	10.828

16．（15 分）

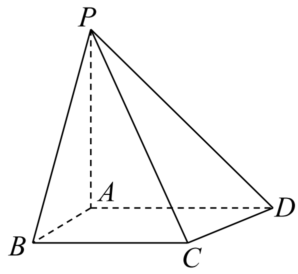
设数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=3$，$\dfrac{a_{n+1}}{n}=\dfrac{a_n}{n+1}+\dfrac{1}{n(n+1)}$.

（1）证明：$\{na_n\}$ 为等差数列；

（2）设 $f(x)=a_1x+a_2x^2+\cdots+a_mx^m$，求 $f'(-2)$.

17．（15 分）

如图所示的四棱锥 $P-ABCD$ 中，$PA\perp$ 平面 $ABCD$，$BC/\!/AD$，$AB\perp AD$．



（1）证明：平面 $PAB\perp$ 平面 PAD；

（2）若 $PA=AB=\sqrt{2}$，$AD=\sqrt{3}+1$，$BC=2$，P，B，C，D 在同一个球面上，设该球面的球心为 O.

（ⅰ）证明：O 在平面 $ABCD$ 上；

（ⅱ）求直线 AC 与直线 PO 所成角的余弦值.

18．（17 分）

设椭圆 C: $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1\ (a>b>0)$，记 A 为椭圆下端点，B 为右端点，$|AB|=\sqrt{10}$，且椭圆 C 的离心率为 $\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$．

（1）求椭圆的标准方程；

（2）设点 $P(m,n)$．

（ⅰ）若 P 不在 y 轴上，设 R 是射线 AP 上一点，$|AR|\cdot|AP|=3$，用 m，n 表示 点 R 的坐标；

（ⅱ）设直线 OQ 的斜率为 k_1，直线 OP 的斜率为 k_2，若 $k_1=3k_2$，M 为椭圆上一点，求 $|PM|$ 的最大值.

19．（17 分）

（1）求函数 $f(x)=5\cos x-\cos 5x$ 在区间 $[0,\dfrac{\pi}{4}]$ 的最大值；

（2）给定 $\theta\in(0,\pi)$ 和 $a\in\mathbf{R}$，证明：存在 $y\in[a-\theta,a+\theta]$，使得 $\cos y\leqslant\cos\theta$；

（3）设 $b\in\mathbf{R}$，若存在 $\varphi\in\mathbf{R}$ 使得 $5\cos x-\cos(5x+\varphi)\leqslant b$ 对 $x\in\mathbf{R}$ 恒成立，求 b 的最小值.