

福祉音響学: Unit 12

担当: 村上 泰樹

E-mail: murakami@design.kyushu-u.ac.jp

2025 年 5 月 22 日

この単元の目的

非線形蝸牛モデルについて理解することがこの単元の目的である。聴覚には圧縮特性という非線形性があり、非線形蝸牛モデルはこの特性を模擬する。このモデルを理解することで、聴覚障害の理解に役立つ。この単元では、これらの概念や現象について学び、蝸牛の非線形特性が聴覚障害にどのように影響するかを理解する。また、非線形モデルは、周波数領域ではなく時間領域で解析する。その方法についても学ぶ。

目次

1. 圧縮特性

2. 聴覚補充現象

3. 非線形聴覚モデル 定義 時間領域解法

目次

4. 数値シミュレーション結果

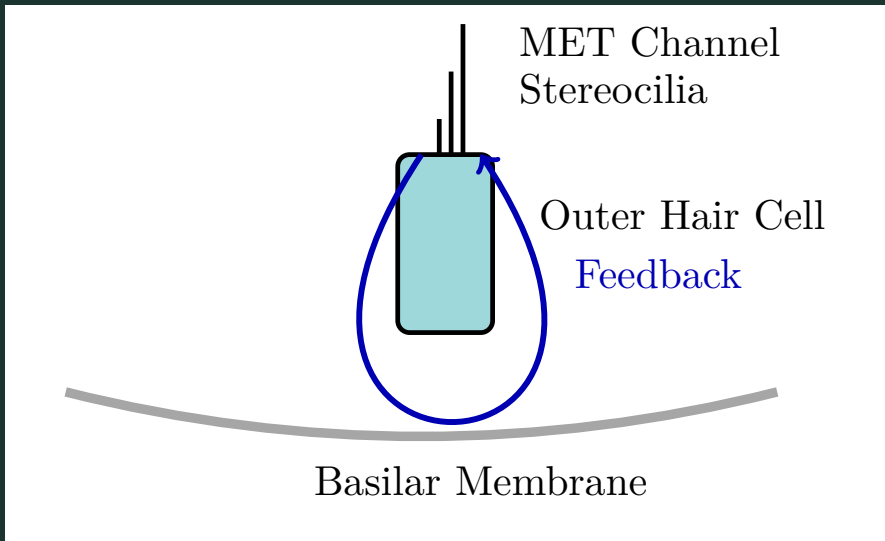
基底膜の振動パターン

圧縮特性

聴覚補充現象の再現

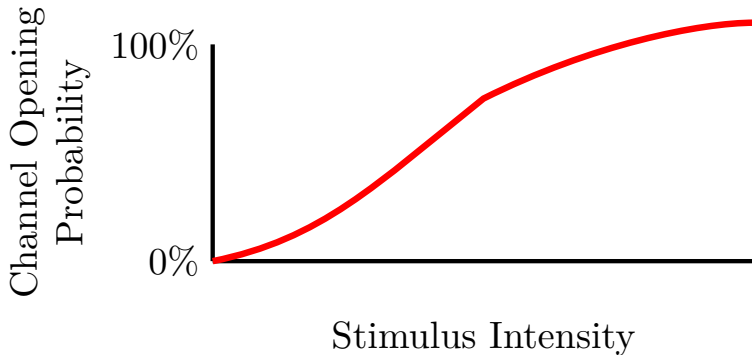
5. クイズ

基底膜振動に対する外有毛細胞のフィードバック



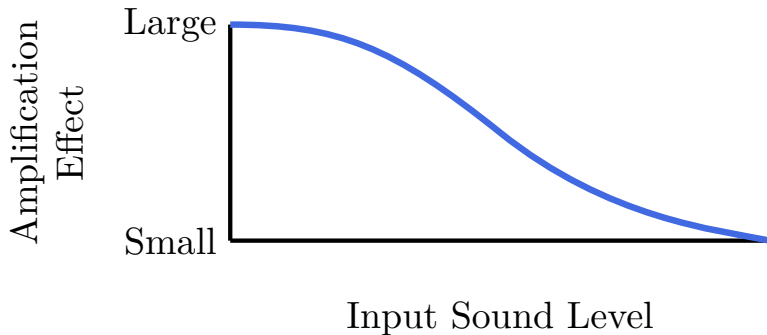
外有毛細胞の運動能力の限界

Nonlinear Characteristics of MET Channel Opening Probability



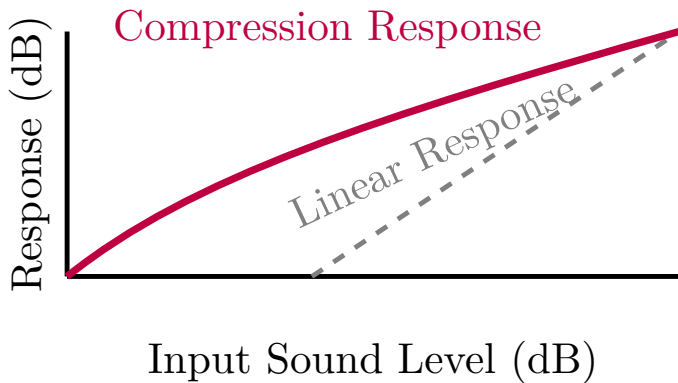
外有毛細胞が作用する基底膜の増幅

Nonlinear Characteristics of Basilar Membrane Amplification



圧縮特性

Auditory System Compression Characteristic



目次

1. 圧縮特性

2. 聴覚補充現象

3. 非線形聴覚モデル
定義
時間領域解法

目次

4. 数値シミュレーション結果

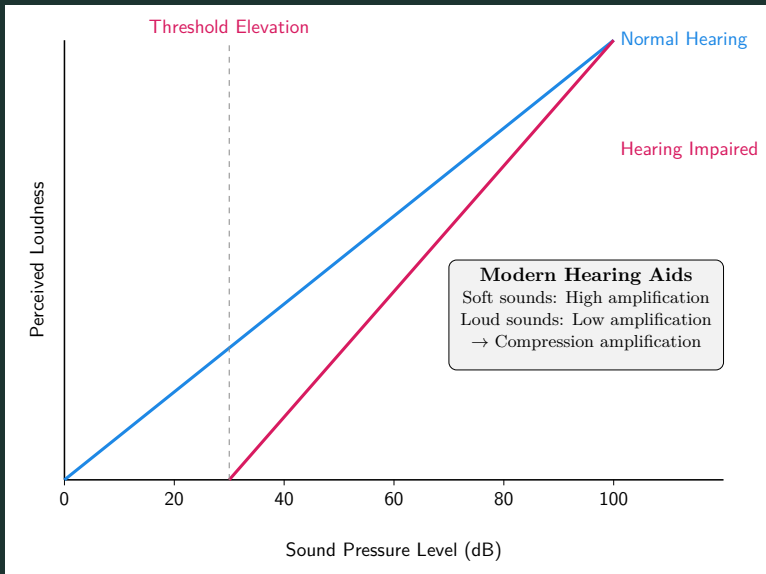
基底膜の振動パターン

圧縮特性

聴覚補充現象の再現

5. クイズ

聴覚補充現象



目次

1. 圧縮特性

2. 聴覚補充現象

3. 非線形聴覚モデル

定義

時間領域解法

目次

4. 数値シミュレーション結果

基底膜の振動パターン

圧縮特性

聴覚補充現象の再現

5. クイズ

流体と基底膜の相互作用

Unit 9 で説明したとおり、蝸牛管を 1 次元として近似することで、蝸牛管と基底膜の運動の相互作用を以下の方程式で表すことができる：

$$\frac{d^2 p}{dx^2} - \frac{2\rho \ddot{w}_1}{H} = 0 \quad (1)$$

この方程式は、蝸牛管内の圧力勾配 ($\frac{d^2 p}{dx^2}$) と基底膜の加速度 (\ddot{w}) の関係を表している。境界条件は次のとおりである：

$$\left. \frac{\partial p}{\partial x} \right|_{x=0} = -2\rho \ddot{u}_s \quad (2)$$

$$p|_{x=L} = 0 \quad (3)$$

基底膜モデル

基底膜モデルとして、Unit 10で紹介した Neely–Kim モデルを用いる。このモデルは、基底膜の複雑な振動特性をより現実的に捉えるために、基底膜を2自由度の振動系として、基底膜の振動を2つの質量の連成振動として表現する。最初の質量 m_1 の運動は次の方程式で表される：

$$m_1 \ddot{w}_1 + (c_1 + c_3) \dot{w}_1 - c_3 \dot{w}_2 + (k_1 + k_3) w_1 - k_3 w_2 = p + p_a \quad (4)$$

第二の質量 m_2 の運動は次の方程式で表される：

$$m_2 \ddot{w}_2 - c_3 \dot{w}_1 + (c_2 + c_3) \dot{w}_2 - k_3 w_1 + (k_2 + k_3) w_2 = 0 \quad (5)$$

外有毛細胞モデル

外有毛細胞に由来した圧力 p_a は、外有毛細胞の MET チャネルが飽和特性を示していることから、飽和関数で近似する。

$$p_a = \gamma \tanh((c_4(\dot{w}_1 - \dot{w}_2) + k_4(w_1 - w_2))) \quad (6)$$

時間領域解法

蝸牛モデルは、式 1 に示す境界値問題と式 4 と 5 に示す期値問題を同時に解いていく。この問題を解くために、Diependaal らによって提案されている解法を採用する。

まず、式 1 に式 4 を代入すると次の式が得られる。

$$\frac{d^2 p(t)}{dx^2} + \alpha p(t) + \alpha g(t) = 0, \quad (7)$$

但し、 α と g は次のとおりである。

$$\alpha = \frac{2\rho}{m_1 H}, \quad (8)$$

$$g = (c_1 + c_3) \dot{u}_1 + (k_1 + k_3) u_1 - c_3 \dot{u}_2 - k_2 u_2 + p_a. \quad (9)$$

式 10 で表現される初期値境界値問題を解く。そのために、差分法を用いて式中に含まれるを差分方程式にする：

$$\frac{p_{n-1}(t) - 2p_n(t) + p_{n+1}(t)}{(\Delta x)^2} + \alpha p_n(t) + \alpha g(t) = 0, \quad (10)$$

この差分方程式を行列表現にする：

$$\mathbf{A} \mathbf{p} = \mathbf{g} \quad (11)$$

但し、 \mathbf{A} ならびに \mathbf{p} 、 \mathbf{g} は次のとおりである。

$$\mathbf{A} = \frac{-1}{(\Delta \mathbf{x})^2} \begin{pmatrix} 2 + \alpha & -2 & & & 0 \\ -1 & 2 & -1 & & \\ & & \ddots & & \\ & & & -1 & 2 & -1 \\ 0 & & & & -2 & 2 \end{pmatrix}, \quad (12)$$

$$\mathbf{p}(t) = (p_1(t) \dots p_N(t))^T \quad (13)$$

$$\mathbf{g}(t) = (-\alpha g_1(t) \dots -\alpha g_N(t))^T. \quad (14)$$

数値計算の流れ

これらの式を用いて、初期値境界値問題を解く。数値解は次の5つのステップから構成される。

- (i) 時系列 t を時間ステップ Δt で離散化し、時系列 t_i を得る。
- (ii) 式 (9) に基づいて \mathbf{g} を計算する。
- (iii) LU分解を用いて $\mathbf{A}\mathbf{p} = \mathbf{g}$ から \mathbf{p} を求める。
- (iv) 式 (4) と式 (5) を用いて、それぞれ \ddot{w}_1 と \ddot{w}_2 を計算する。
- (v) \ddot{w}_1 と \ddot{w}_2 を積分して、時間 t_{i-1} から t_i における \dot{w}_1 、 \dot{w}_2 、 w_1 、および w_2 を求める。

ここでは、数値積分に Unit 11 で紹介した修正オイラー法を採用する。

数値シミュレーション条件

パラメータの値は先の数値シミュレーションと同様にヒトの特性を模擬した値を使用する。外有毛細胞モデルのゲイン係数は0.65に設定した。これは、外有毛細胞を非線形化することで、高いゲイン係数の時に蝸牛モデルが不安定になるためである。ゲイン係数が0.65程度であれば不安定にならない。

目次

1. 圧縮特性
2. 聴覚補充現象
3. 非線形聴覚モデル
定義
時間領域解法

目次

4. 数値シミュレーション結果

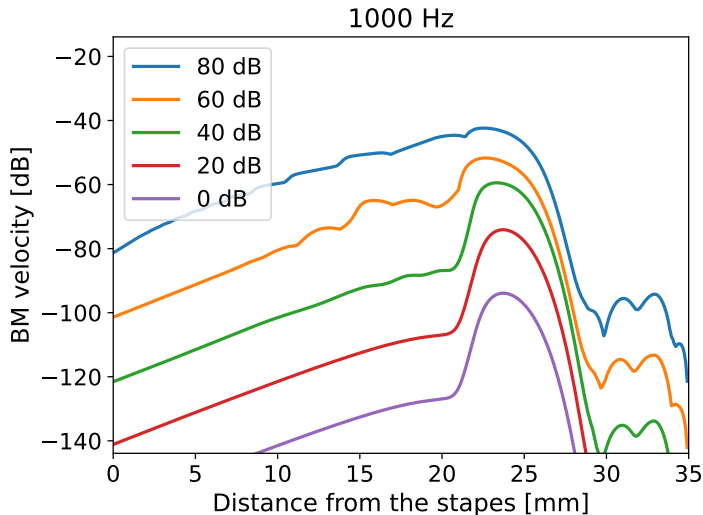
基底膜の振動パターン

圧縮特性

聴覚補充現象の再現

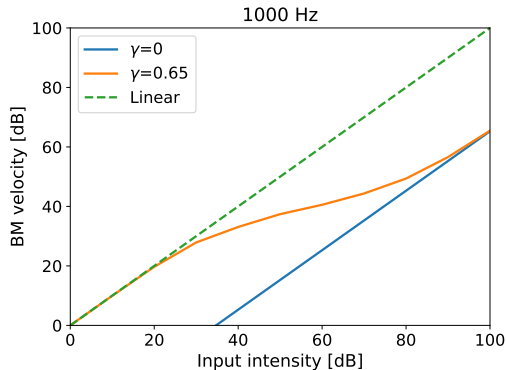
5. クイズ

基底膜の振動パターン



1. 周波数依存性
位置変化
2. 強度依存性
チューニング
変化
3. 振動速度の非
線形増加パ
ターン

基底膜の入出力特性



1. 低入力強度領域（線形領域）
2. 中間入力強度領域（圧縮領域）
3. 高入力強度領域（線形領域）

ゲイン係数 γ の値を0に設定すると、全入力強度範囲で傾き1 dB/dBの完全な線形特性が得られる。これは外有毛細胞機能の完全な喪失を模擬している。

ラウドネス

聴覚補充現象を再現するためにラウドネスの計算モデルを構築する際には、心理物理学的现象と生理学的モデルの重要な区別を理解することが不可欠である。

ラウドネスは本来、音の大きさに関する主観的な心理量であり、純粋に心理物理学的な概念である。この量は次の特徴を持つ：

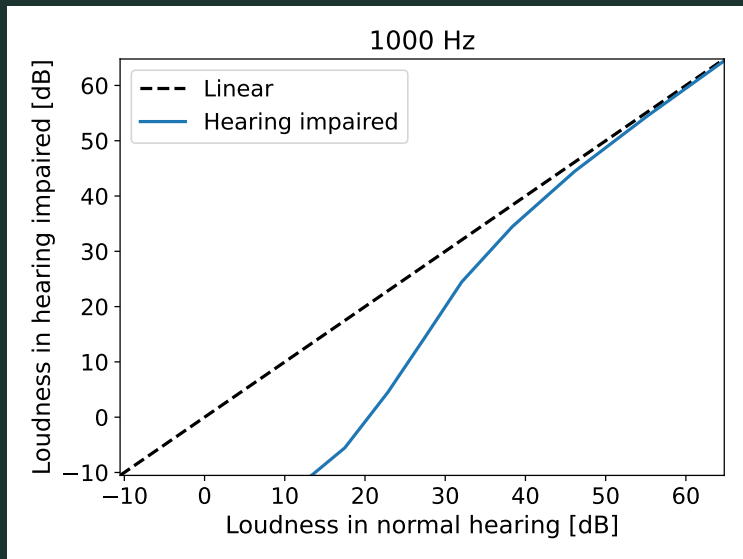
- ▶ 音の知覚された強さを表す主観的な測度
- ▶ 物理的な音圧レベル（dB SPL）と直接的な線形関係を持たない
- ▶ 心理物理学の実験（例：マグニチュード推定法、ラウドネス比較法）によって測定される

便宜上のラウドネスの定義

一方、現在の生理学的モデルは、心理量としてのラウドネスを直接計算できるような理論的枠組みは確立されていない。そのため、基底膜振動パターンのピーク値を用いて便宜的なラウドネス定義を行う。

$$\text{Loudness} = \text{Sound intensity} + \text{Loss of outer hair cell gain} \quad (15)$$

ラウドネスの比較



数値シミュレーションの結果が示唆すること

- ▶ 外有毛細胞は基底膜振動に対する能動的増幅と非線形圧縮の両方に寄与している。
- ▶ 外有毛細胞の損傷により、低強度音に対する感度低下（閾値上昇）と圧縮特性の喪失（ラウドネス成長の急峻化）が同時に生じる。
- ▶ 結果として、正常な蝸牛で処理される広いダイナミックレンジが縮小する。
- ▶ この結果は、聴覚補充現象が中枢性の処理異常ではなく、主に蝸牛の外有毛細胞機能不全に起因することを示唆する。

目次

1. 圧縮特性
2. 聴覚補充現象
3. 非線形聴覚モデル
定義
時間領域解法

目次

- 4. 数値シミュレーション結果
 - 基底膜の振動パターン
 - 圧縮特性
 - 聴覚補充現象の再現

5. クイズ

クイズ

今回、説明した聴覚モデルを医療や福祉に応用するとしたら、どのような応用ができるか答えよ。

Unit 12のまとめ

- ▶ 蝸牛の非線形特性と外有毛細胞の役割
- ▶ 基底膜振動パターンの特性
- ▶ 基底膜の入出力特性
- ▶ 聴覚補充現象のメカニズム
- ▶ 臨床的意義