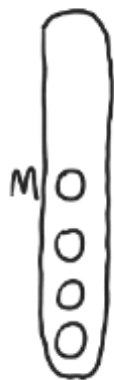


#8

1) $n=7$



최악의 경우 M보다 큰 원소는

$$\frac{n}{7} \times \frac{1}{2} \times 4 - 4 + 1$$

$$= \frac{2}{7}n - 3 \text{ 개 이므로}$$

$\frac{n}{7} \times \frac{1}{2}$ 그룹 중 4개씩

$-4+1$ (마지막 그룹 1개

M을 포함)

$$T(n) \leq T(\lceil \frac{n}{7} \rceil) + T(\frac{5}{7}n + 3) + \Theta(n)$$

$$\leq T(\frac{n}{7} + 1) + T(\frac{5}{7}n + 3) + \Theta(n) \dots \textcircled{1}$$

$0 \leq k < n$ 인 모든 k 에 대하여 $T(k) \leq ck$ 라고 가정하면 다음과 같다

$$\textcircled{1} \leq c(\frac{n}{7} + 1) + c(\frac{5}{7}n + 3) + \Theta(n)$$

$$= \frac{6}{7}cn + 4c + \Theta(n)$$

$$= cn - \frac{cn}{7} + 4c + \Theta(n)$$

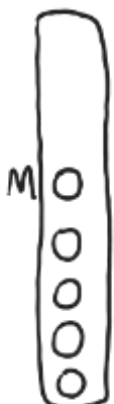
$$\leq cn \quad (-\frac{cn}{7} \text{ 이 } 4c + \Theta(n) \text{ 보다 압도하는 } c \text{ 가 존재})$$

$\therefore T(n) \leq cn$ 을 만족한다.

$\Rightarrow T(n) = O(n)$ 이면서 $T(n) = \Omega(n)$ 이므로

$T(n) = \Theta(n)$ 만족한다.

2) $n=9$



최악의 경우 M보다 큰 원소는

$$\frac{n}{9} \times \frac{1}{2} \times 5 - 5 + 1$$

$$= \frac{5}{18}n - 4 \text{ 개 이므로}$$

$\frac{n}{9} \times \frac{1}{2}$ 그룹 5개씩

최악의 경우

M 포함 $-5+1 = -4$

$$T(n) \leq T(\lceil \frac{n}{9} \rceil) + T(\frac{13}{9}n + 4) + \Theta(n)$$

$$\leq T\left(\frac{n}{9}+1\right) + T\left(\frac{13}{18}n+4\right) + \Theta(n) \dots (1)$$

$n_0 \leq k < n$ 인 모든 k 에 대하여 $T(k) \leq ck$ 라고 가정하면 다음과 같다

$$(1) \leq c\left(\frac{n}{9}+1\right) + c\left(\frac{13}{18}n+4\right) + \Theta(n)$$

$$= \frac{15}{18}cn + 5c + \Theta(n)$$

$$= cn - \frac{cn}{6} + 5c + \Theta(n)$$

$$\leq cn \quad \left(-\frac{cn}{6} \text{이 } 5c + \Theta(n) \text{보다 압도 하는 } c \text{가 존재}\right)$$

$$\therefore T(n) \leq cn \text{ 을 만족한다.} \quad -c \frac{n}{6} + 5c + \Theta(n)$$

$$\Rightarrow T(n) = O(n) \text{ 이면서 } T(n) = \Omega(n) \text{ 이므로}$$

$$T(n) = \Theta(n) \text{ 만족한다.}$$

#14

귀정렬 : 기준으로 분할($\Theta(n)$), 나눠진 두 배열에 대해 다시 재귀적으로 귀정렬
 $2T\left(\frac{n}{2}\right)$

$$\Rightarrow T(n) = 2T\left(\frac{n}{2}\right) + \Theta(n)$$

제대로 나눠지지 않은 경우 $T(n) = T(n-1) + \Theta(n)$ 이 된다. ($T(n) = \Theta(n^2)$)

Sol. linear Selection을 이용해 중앙값을 구하고 이것을 기준으로 하면
 그룹을 분할해 재귀적으로 정렬한다.

$$T(n) = 2T\left(\frac{n}{2}\right) + \Theta(n) \text{ 이 최악의 경우에도 성립된다.}$$

$$T(n) = \Theta(n \log n)$$