

PROBABILIDAD Y ESTADISTICA

EXPOSICIÓN

# **DISTRIBUCIONES CONTINUAS DE PROBABILIDAD**

Sherlyn Rubí Alvarado Chávez  
José Alfredo Aquino Mercado  
Diego Contreras Muñoz

UNIVERSIDAD POLITECNICA DE PACHUCA

# VARIABLE ALEATORIA

¿Que es?

Es una funcion que asigna un valor numerico, al resultado de un experimento aleatorio.

# VARIABLE ALEATORIA

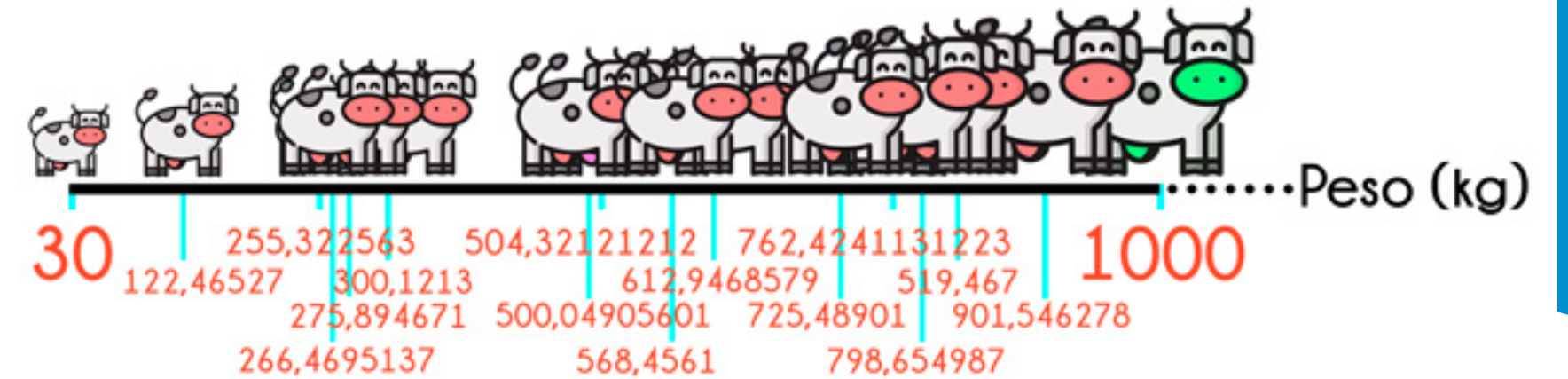
## CONTINUA

¿Que es?

Es un concepto utilizado para representar un fenómeno cuyos resultados pueden tomar cualquier valor dentro de un intervalo o conjunto de valores continuos

La característica distintiva de una variable aleatoria continua es que su conjunto de valores posibles es infinito y no numerable

## EJEMPLO:



➤  $B$  = peso de una vaca en la granja de Jorge (en kg).

$$R_B : 30 \leq b \leq 1000$$

# CONCEPTOS CLAVE

## PDF

Función de densidad de probabilidad: La PDF de una variable aleatoria continua, denotada como  $f(x)$ , La PDF debe satisfacer dos propiedades: ser no negativa para todos los valores de  $x$  y su integral sobre todo el rango debe ser igual a 1.

|

## CDF

La CDF de una variable aleatoria continua, denotada como  $F(x)$ , Se define como la integral de la PDF desde menos infinito hasta  $x$ .

# DISTRIBUCIÓN NORMAL

## Reconocidas por:

- Francés Abraham de Moivre (1667-1754).
- Carl Friedrich Gauss (1777-1855): *Formuló la ecuación de la curva ("campana de Gauss")*.

La distribución normal es un modelo teórico capaz de aproximar el valor de una **variable aleatoria** a una situación ideal.

## Determinada por dos parámetros:

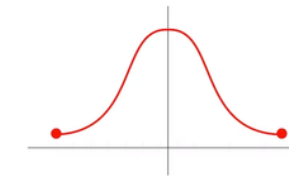
- Media
- Desviación estándar

## FORMULA DE LA DISTRIBUCIÓN NORMAL

$$z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

## PROPIEDADES

**Media = Mediana = Moda**



- Es una distribución simétrica. El valor de la media, la mediana y la moda coinciden.
- Forma de campana
- Transformaciones lineales

## REPRESENTACIÓN DE UNA DISTRIBUCION NORMAL

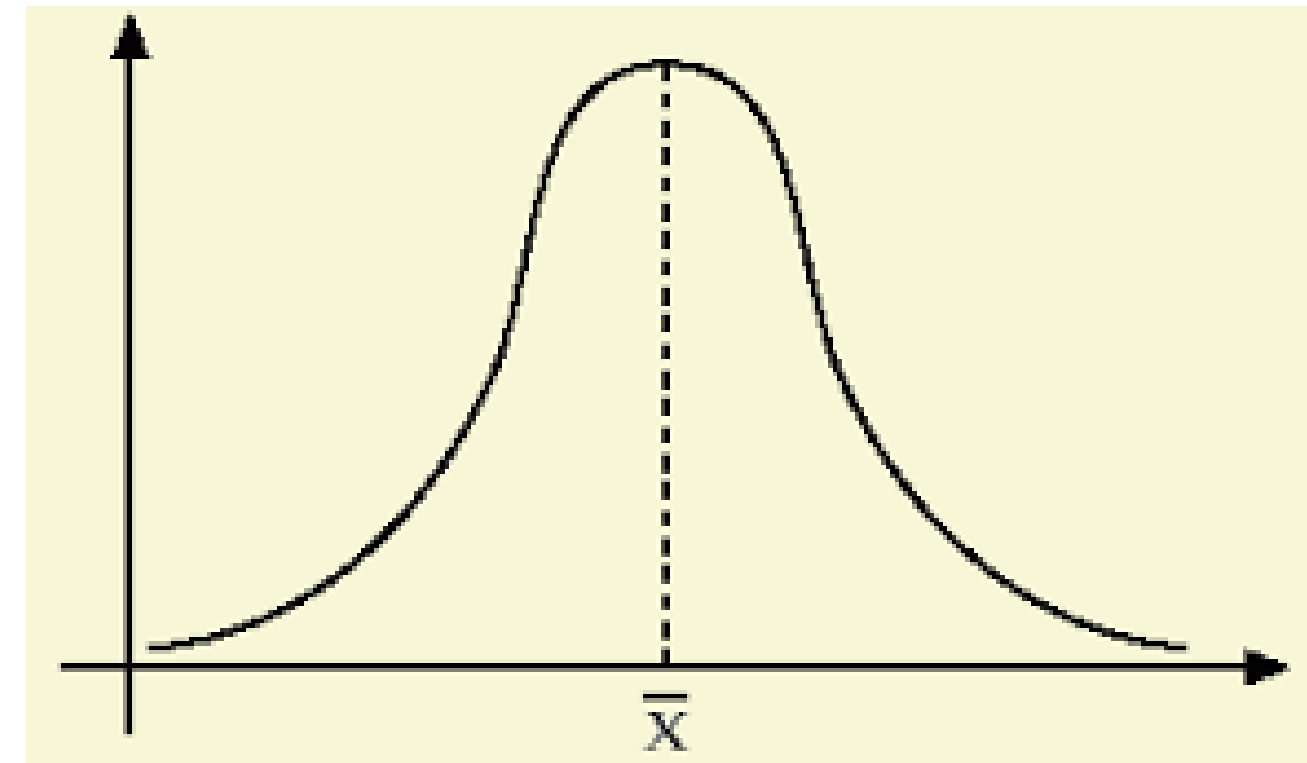
- Una variable aleatoria.
- Calcular la media.
- Calcular la desviación típica.
- Decidir la función que queremos representar: función de densidad de probabilidad o función de distribución.

# LAS PRINCIPALES CARARACTERISTICAS

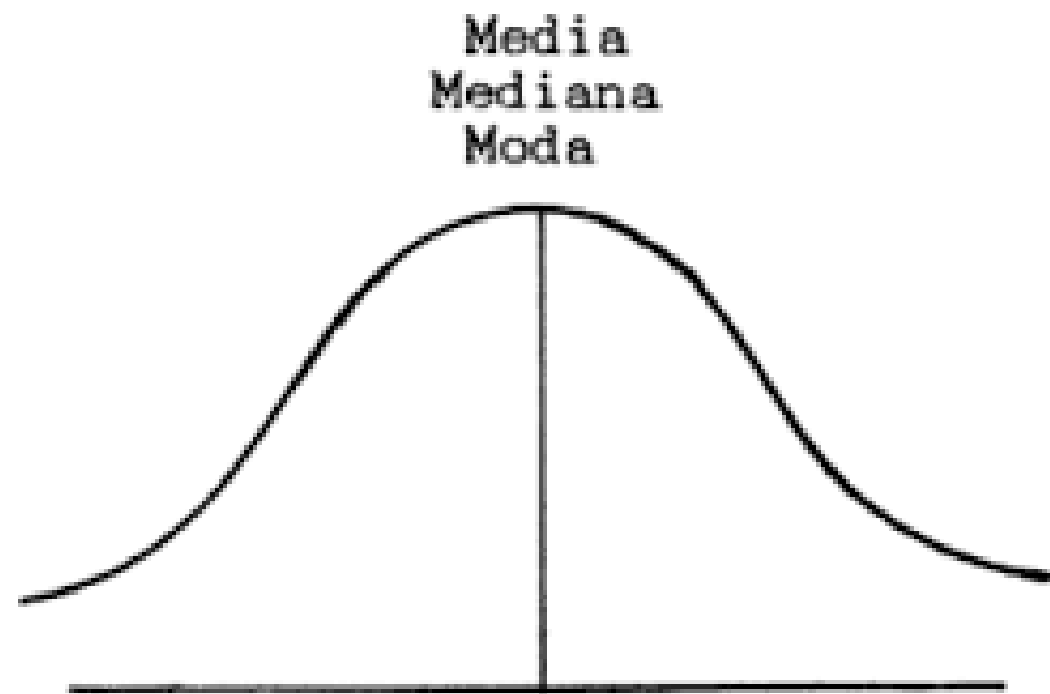
## Tiene forma de campana.

La distribución normal tiene una forma de campana simétrica. Esto significa que la mayoría de los valores se concentran cerca de su valor central o promedio y se van dispersando gradualmente hacia los extremos.

Representacion:



**Representacion:**



## Es simétrica.

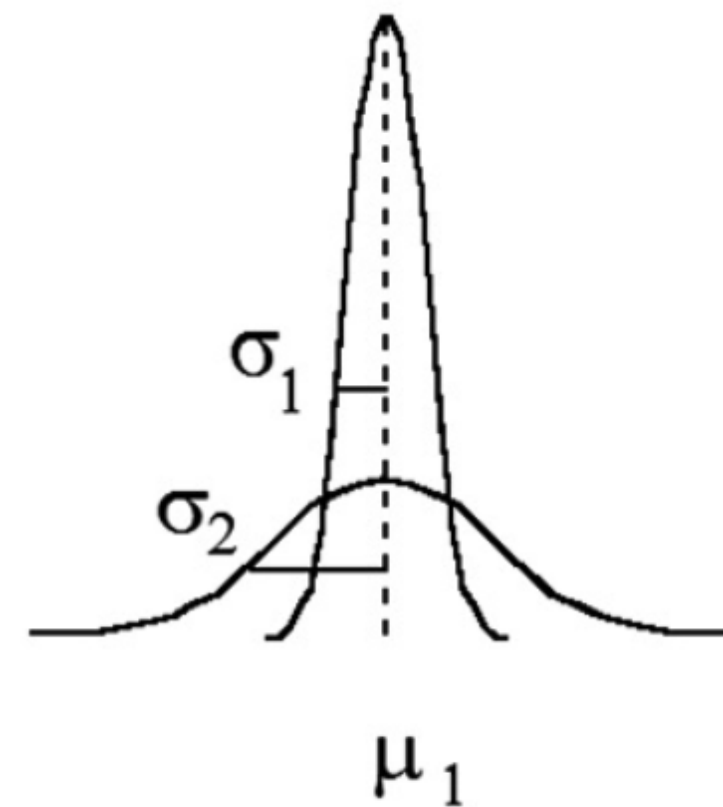
Existe el mismo número de observaciones tanto a la derecha como a la izquierda del valor central.

La media, moda y mediana coinciden, y es descrita completamente por sus dos parámetros  $\mu$  ( $\mu$ ) y  $\sigma$  ( $\sigma$ ).

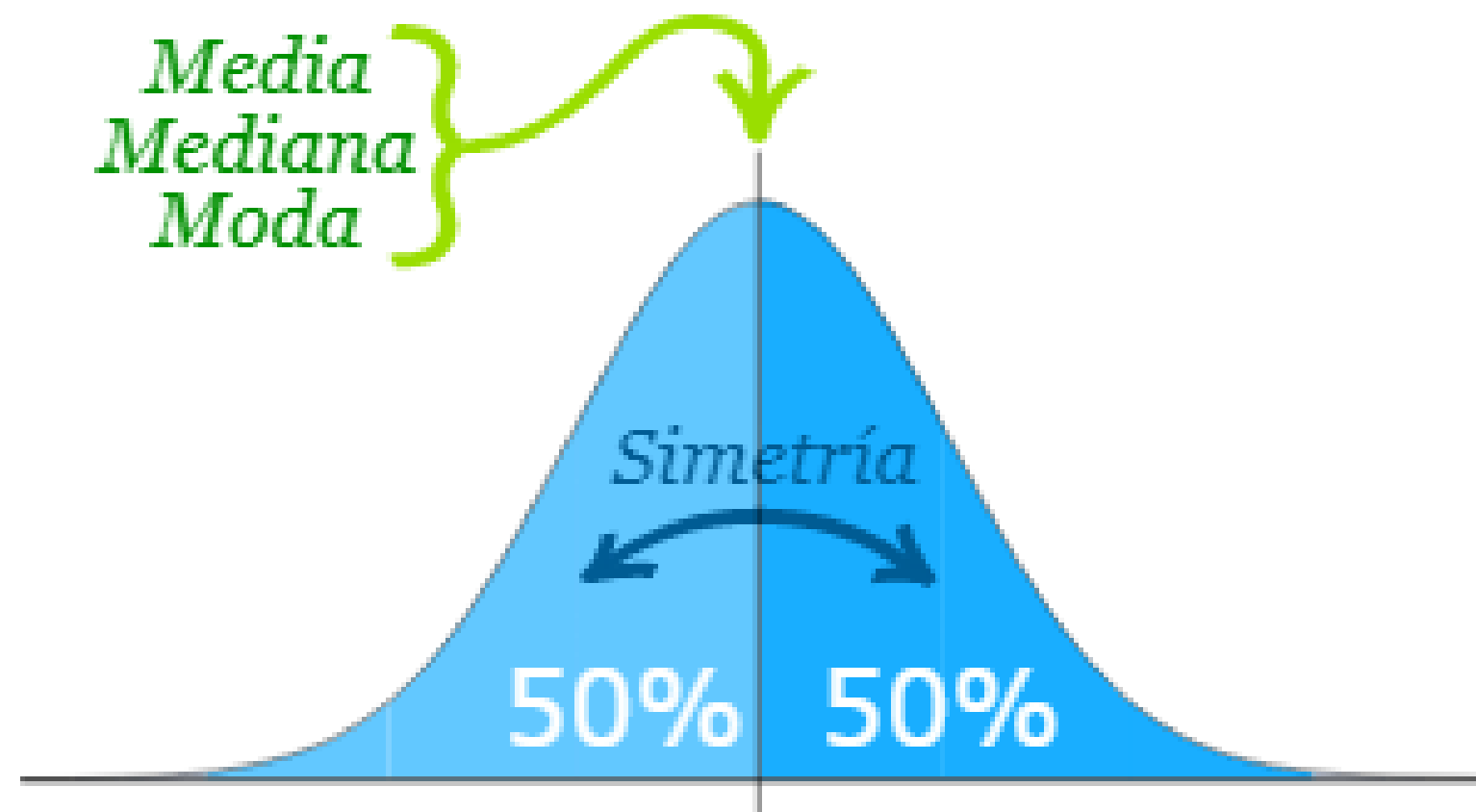
## ALCANZA SU MÁXIMO EN M (LA MEDIA).

En una distribución normal, la media ( $\mu$ ) representa el punto central o el valor promedio de la distribución. No hay un valor máximo específico en una distribución normal, ya que la cola de la distribución se extiende hacia infinito en ambos sentidos.

Representación:



### Representacion:



**La media es también la moda y la mediana.**

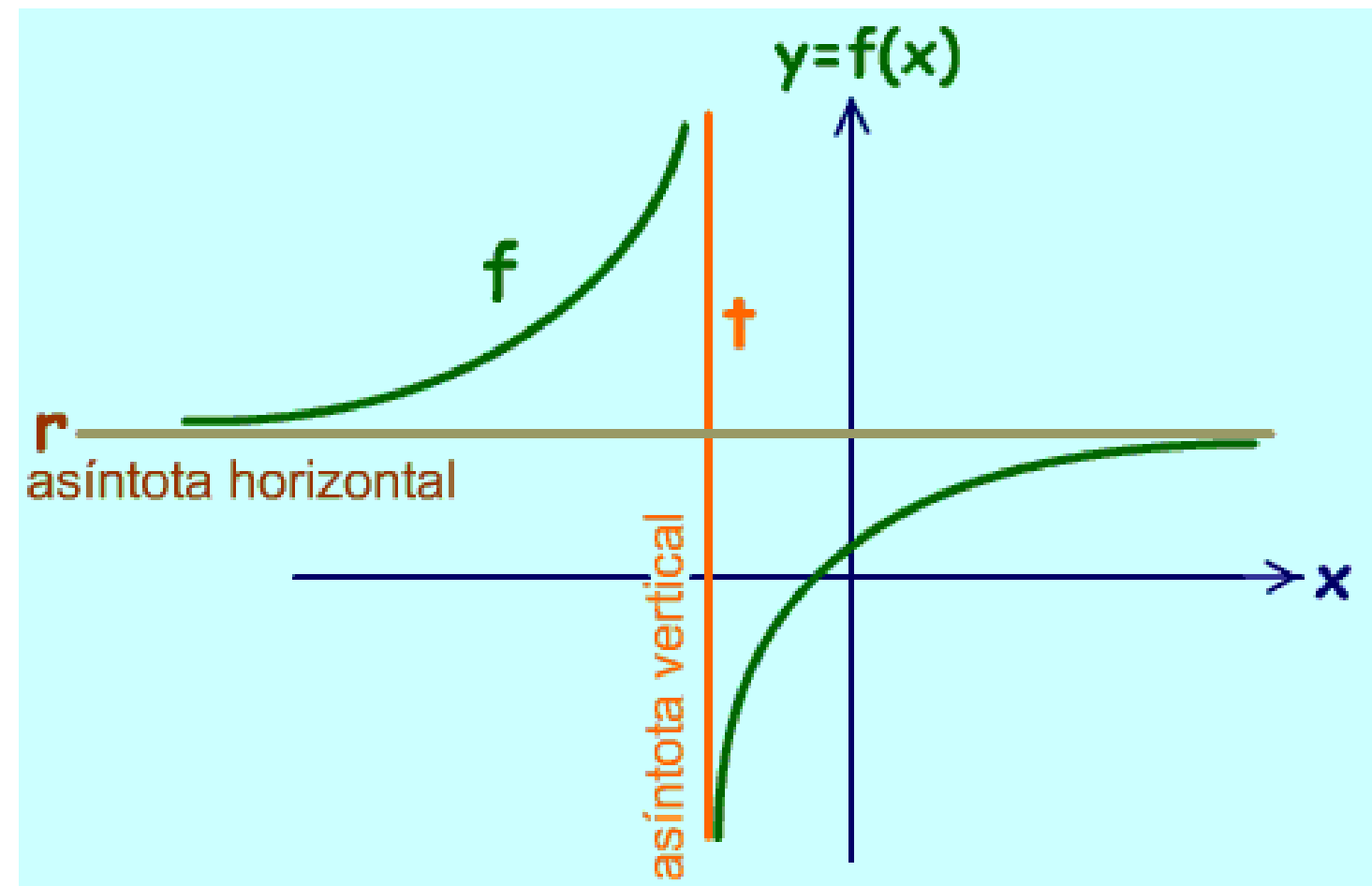
Dado que una distribución normal es perfectamente simétrica, y la curva tiene un sólo punto máximo (moda) que también se encuentra en el centro

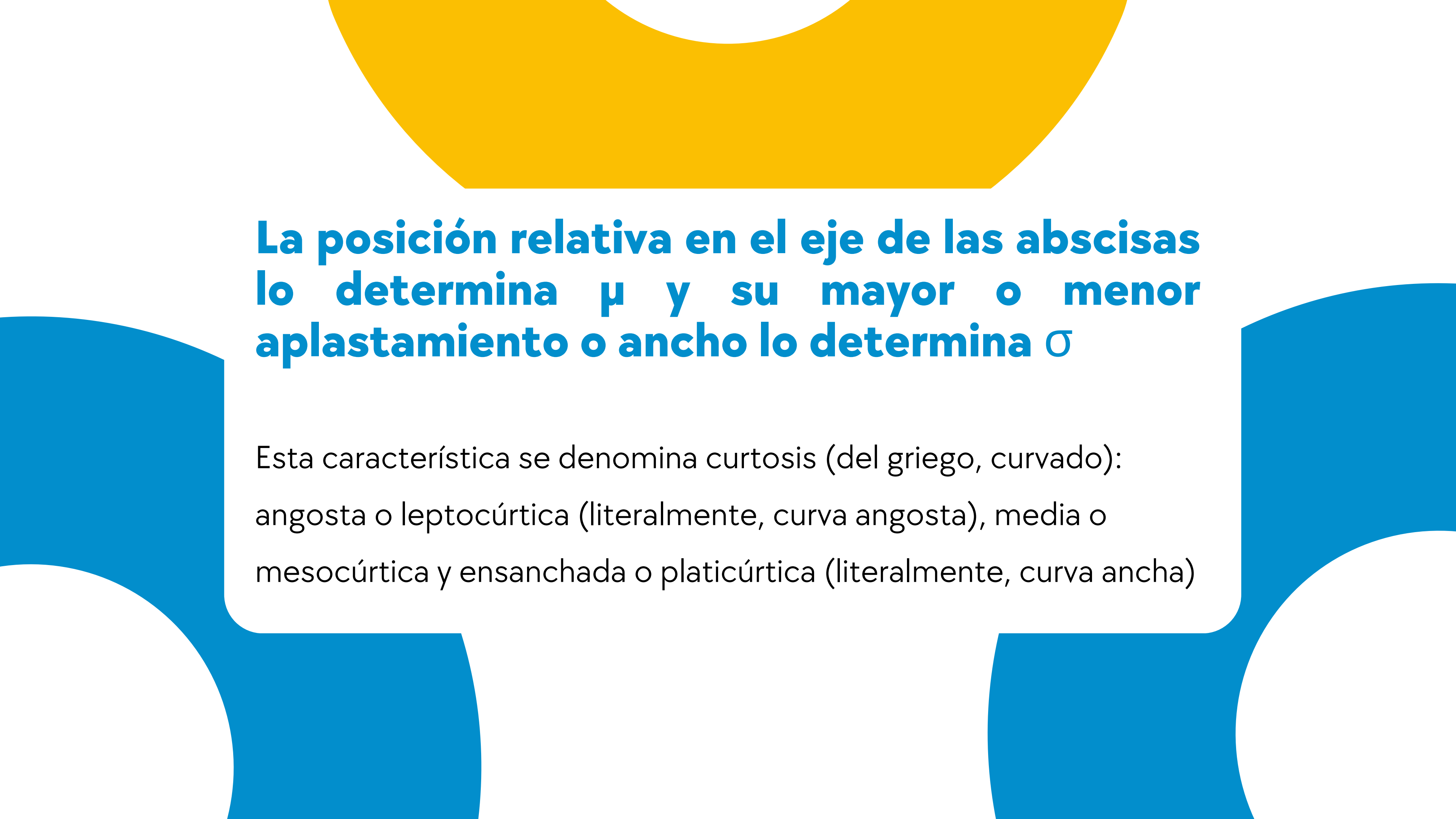


# Es asintótica

Sus extremos nunca tocan el eje horizontal, cuyos valores tienden a infinito

Representacion:





**La posición relativa en el eje de las abscisas lo determina  $\mu$  y su mayor o menor aplastamiento o ancho lo determina  $\sigma$**

Esta característica se denomina curtosis (del griego, curvado):  
angosta o leptocúrtica (literalmente, curva angosta), media o mesocúrtica y ensanchada o platicúrtica (literalmente, curva ancha)

# VARIANZA

## Representacion:

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x - \mu)^2}{N}$$

La varianza se expresa con el cuadrado de las unidades de la medición (cm<sup>2</sup>, kg<sup>2</sup>, mmHg<sup>2</sup>) y, además, es más difícil de visualizar e interpretar por el hecho de ser un cuadrado. Por ello es más común que se use la desviación estándar: la raíz cuadrada de la varianza.

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{\frac{\sum (x - \mu)^2}{N}}$$

## Curva Normal:

Esta fórmula indica que solo se necesita conocer los valores de  $\mu$  y  $\sigma$ , o bien buenas estimaciones de ellos como veremos luego, para calcular el valor de Y ante cualquier valor de X.

## DESVIACIÓN ESTÁNDAR

Cada valor en el eje de las ordenadas en relación con cada valor en el eje de las abscisas puede ser calculado con esta ecuación que describe la curva Normal completa:

$$Y = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

# METODOS ASOCIADOS CON LA DISTRIBUCION NORMAL

## FUNCION DE DENSIDAD DE PROBABILIDAD

**¿Que es?**

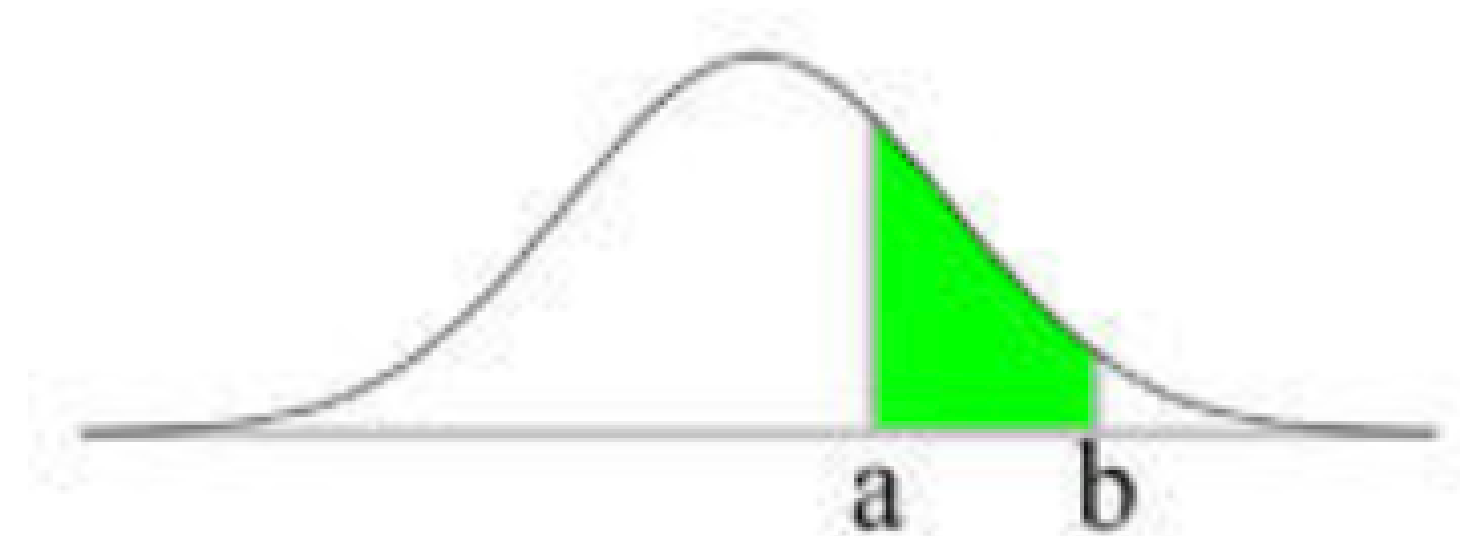
La PDF de la distribución normal, también conocida como curva de campana, está determinada por la media y la desviación estándar.

**Su formula es:**

$$f(x) = (1 / (\sigma * \sqrt{2\pi})) * \exp(-(x - \mu)^2 / (2\sigma^2))$$

Esta función permite describir una población completa a partir de mediciones estadísticas tomadas de una pequeña muestra de la población. Las únicas medidas necesarias son la media ( $\mu$ ) y la desviación estándar ( $\sigma$ )

**La función de densidad tiene la forma de curva de campana representada a continuación:**



# Z-SCORE

¿Que es?

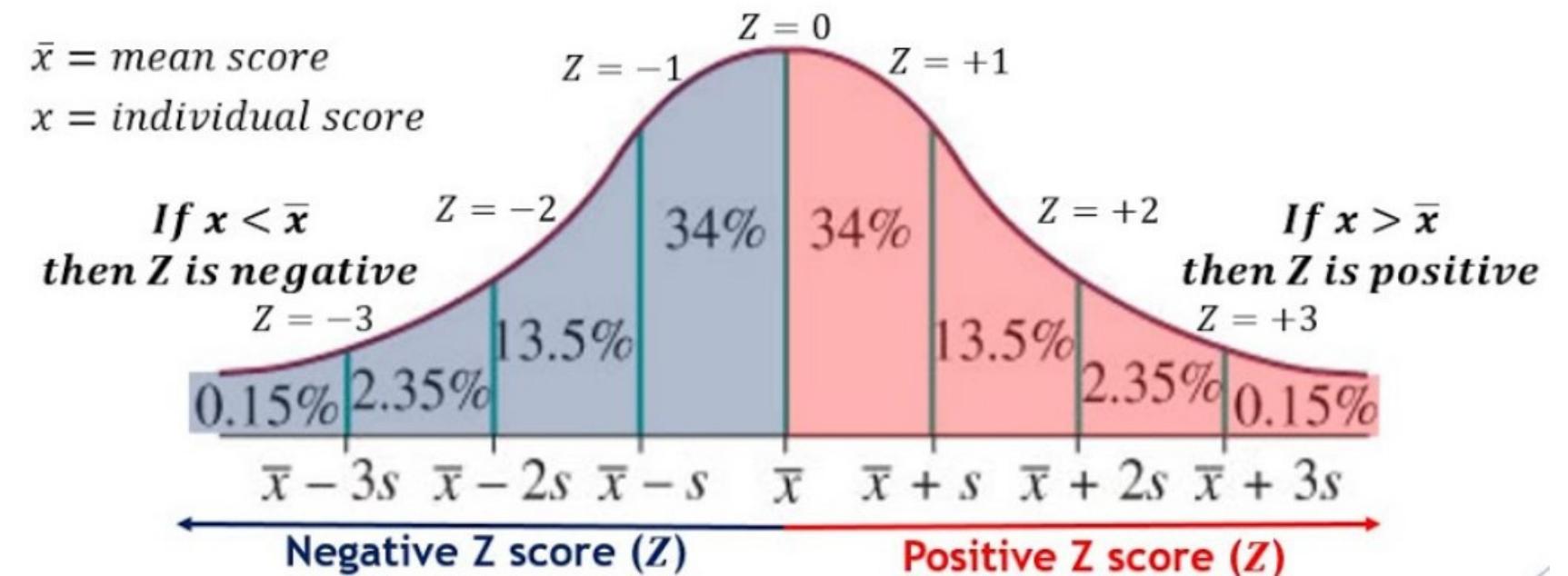
El Z-score, también conocido como puntuación estándar, es una medida estandarizada utilizada en la distribución normal.

Representa cuántas desviaciones estándar un valor determinado está por encima o por debajo de la media. Se calcula como:

**Su formula es:**

$$Z = (x - \mu) / \sigma$$

**La Z-Score es representada a continuación:**

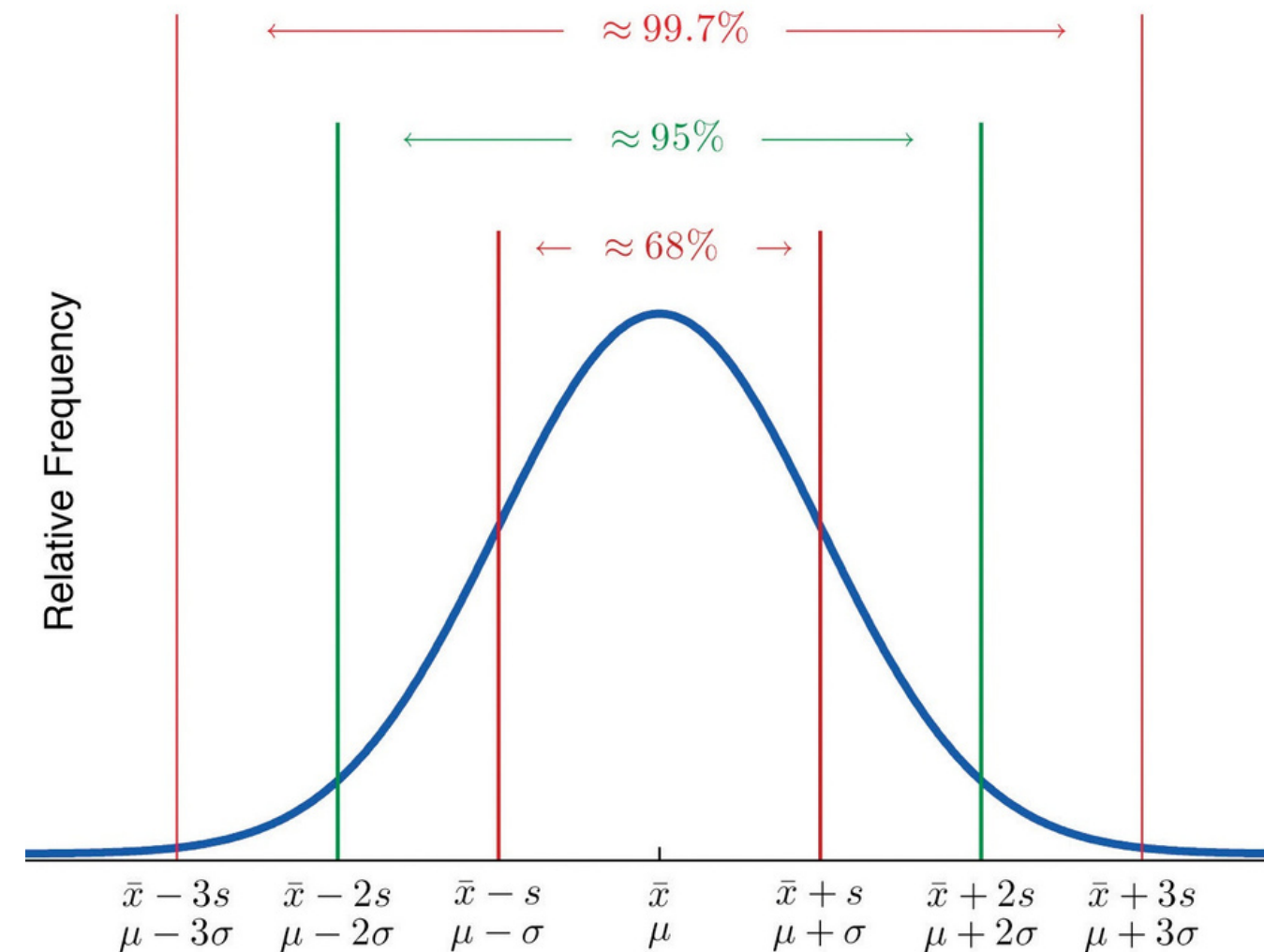


# REGLA EMPIRICA

## ¿Que es?

La regla empírica, también conocida como la regla 68-95-99.7, es un concepto que describe los porcentajes aproximados de valores que se encuentran dentro de ciertos intervalos específicos de la distribución normal.

La Regla empirica es representada a continuación:





# TABLAS DE DISTRIBUCION NORMAL ESTANDAR

## ¿Que es?

Debido a su importancia, se han desarrollado tablas que proporcionan valores de probabilidad y percentiles correspondientes a la distribución normal estándar, que es aquella con media igual a cero y desviación estándar igual a uno. Estas tablas son utilizadas para realizar cálculos y consultas rápidas relacionadas con la distribución normal.

La tabla es representada a continuación:

