

Γραμμική Άλγεβρα - Σετ Ασκήσεων 1

Άσκηση 1

Επαληθεύστε την ιδιότητα $(AB)\Gamma = A(B\Gamma)$ για τους παρακάτω πίνακες:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 5 & 1 & 3 \end{bmatrix}, \quad \Gamma = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 2 \\ -1 & 0 & 3 \\ 2 & 5 & 1 \end{bmatrix}$$

Άσκηση 2

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -2 & 0 \end{bmatrix}$$

να βρεθεί πίνακας $X \in M_{2 \times 1}$ ώστε να ισχύει $AX = 3X$.

Άσκηση 3

Να χαρακτηριστεί κάθε πρόταση ως Σωστή ή Λάθος, με αιτιολόγηση.

1. Αν A είναι 4×4 πίνακας, τότε $\det(5A) = 5 \det(A)$.
2. Αν A, B είναι $n \times n$ πίνακες με $\det(A) = 3$ και $\det(B) = 2$, τότε $\det(AB) = 6$ και $\det(A^{-1}) = \frac{1}{3}$.
3. Αν ένας πίνακας έχει μια γραμμή ίση με πολλαπλάσιο άλλης, τότε η ορίζουσά του είναι μηδέν.

Άσκηση 4

Να λυθεί με τη μέθοδο Gauss το σύστημα:

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 - 4x_4 = 3 \\ x_1 + 3x_2 - 2x_3 + x_4 = 1 \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 - 5x_4 = 4 \end{cases}$$

Άσκηση 5

Να υπολογιστεί η ορίζουσα:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 & 3 \\ 0 & 5 & 2 & -2 \\ 2 & -1 & 3 & 4 \\ -1 & 0 & 1 & 2 \end{vmatrix}$$

Άσκηση 6

Να λυθεί το σύστημα (και με τη μέθοδο Cramer):

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 = 2 \\ 2x_1 + \alpha x_2 - x_3 = 1 \\ 3x_1 + x_2 + \alpha x_3 = 4 \end{cases}$$