

Boundedness and Stability

第一次 SDEM 5.1–5.2

杨徵羽

2022 年 11 月 21 日

5.1 Introduction

- 稳定性引入（圆形壁上的小球）
- 稳定性定义（类比极限，先按 ω 分类，再按 t 分类）
- Lyapunov 方法（ V 相当于势能， LV 相当于求导）
- 本章结构（两步建立稳定性判据）
- 对系统的假设：未扰动的解为 0（不为 0 就作差）
- 对系统的假设：初值不随机（利用全概率公式）

全章结构

稳定性种类	节	定义	V 函数判别法	系数判别法	例子
p 阶矩渐近有界	5.2	1	2	3	4,5
p 阶矩指数稳定	5.3	7	8	10,12,16	25,26,27
p 阶矩渐近稳定	5.4	28	29,30,31		32,33
a.s. 指数稳定	5.3	7	9	10,12,14,16	
a.s. 渐近稳定	5.4	28	29		
依概率稳定	5.5	34	35		
依概率渐近稳定	5.5	34	36		38
依概率渐近大范围稳定	5.5	34	37		
依分布渐近稳定	5.6	40	43	44	45,46

5.2 Asymptotic Boundedness

- Definition 5.1: p 阶矩渐近稳定性定义
- Theorem 5.2: V 函数判别法（辅助函数 $e^{\lambda t}V$ ，停时截断， \mathcal{K} 类函数，Jensen 不等式）
- Theorem 5.3: 系数判别法（ LV 计算，Young 不等式，M-矩阵）
- Examples 5.4, 5.5: 数值算例

Example 5.4 (α 为常数)

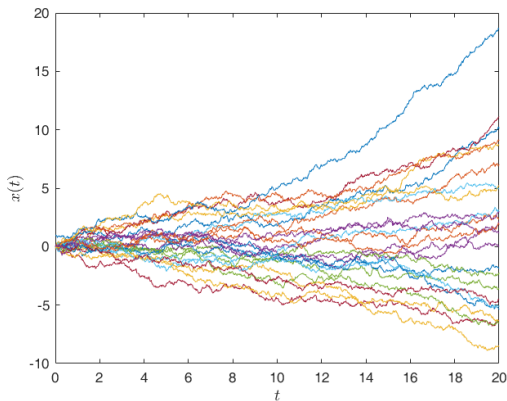


图 1: 样本轨迹, $\alpha = 0.1, \sigma = 0.5$

Example 5.4 (α 为常数)

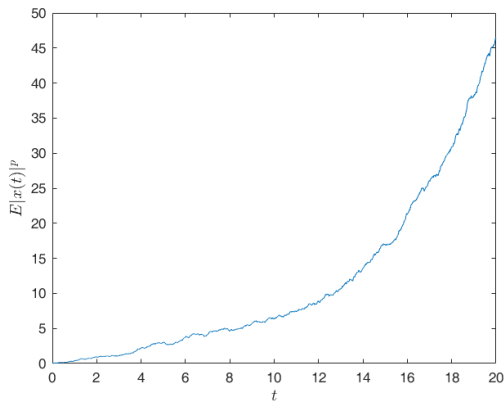


图 2: 2 阶矩, $\alpha = 0.1, \sigma = 0.5$

Example 5.4 (α 为常数)

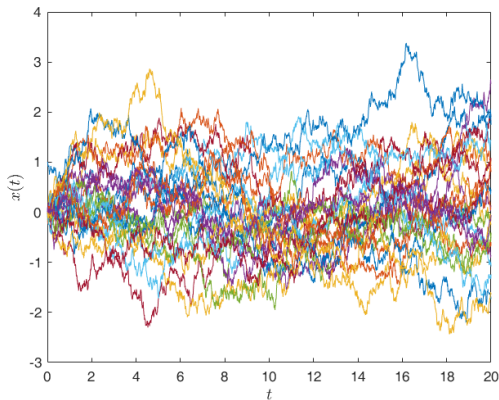


图 3: 样本轨迹, $\alpha = -0.1, \sigma = 0.5$

Example 5.4 (α 为常数)

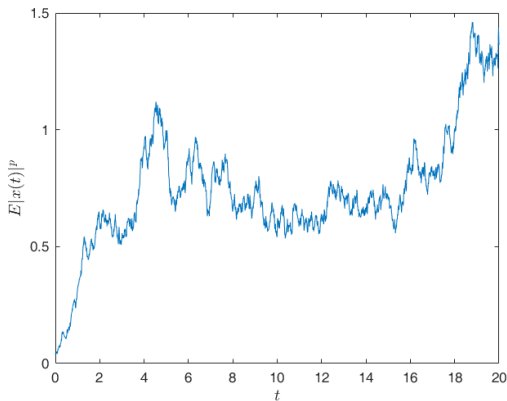


图 4: 2 阶矩, $\alpha = -0.1, \sigma = 0.5$

Example 5.4 (α 与 $r(t)$ 有关)

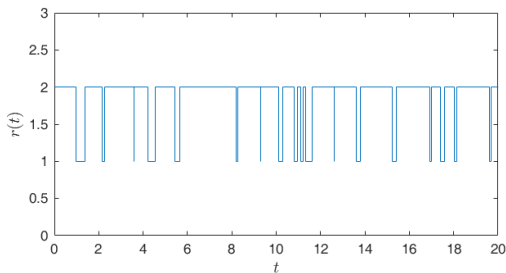


图 5: 马尔可夫切换, $\gamma = 0.5, \sigma = 0.5$

Example 5.4 (α 与 $r(t)$ 有关)

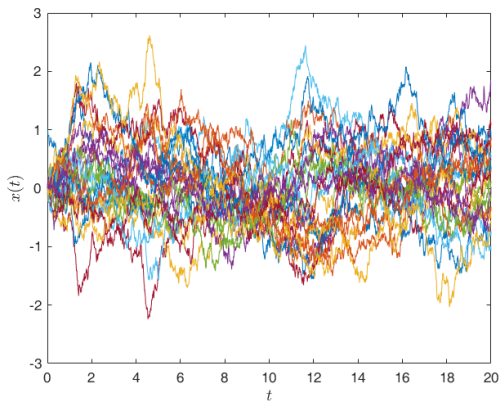


图 6: 样本轨迹, $\gamma = 0.5, \sigma = 0.5$

Example 5.4 (α 与 $r(t)$ 有关)

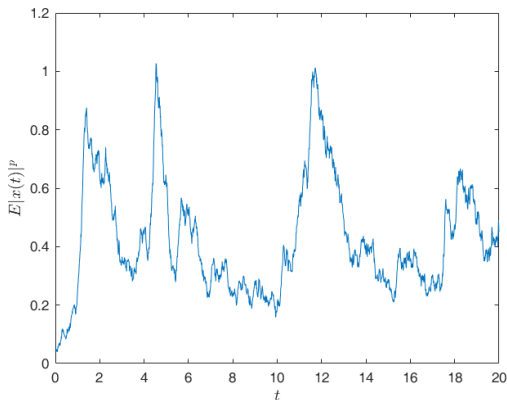


图 7: 2 阶矩, $\gamma = 0.5, \sigma = 0.5$

Example 5.4 (α 与 $r(t)$ 有关)

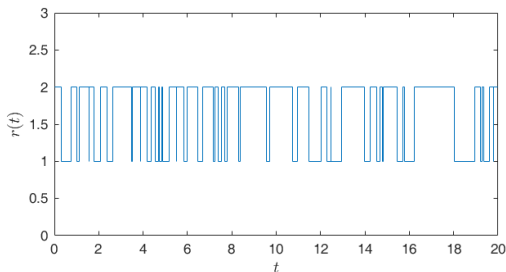


图 8: 马尔可夫切换, $\gamma = 1.5, \sigma = 0.5$

Example 5.4 (α 与 $r(t)$ 有关)

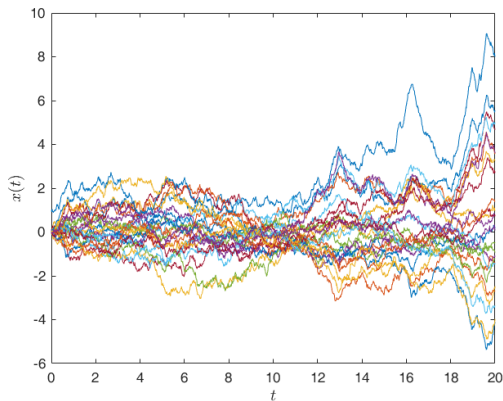


图 9: 样本轨迹, $\gamma = 1.5, \sigma = 0.5$

Example 5.4 (α 与 $r(t)$ 有关)

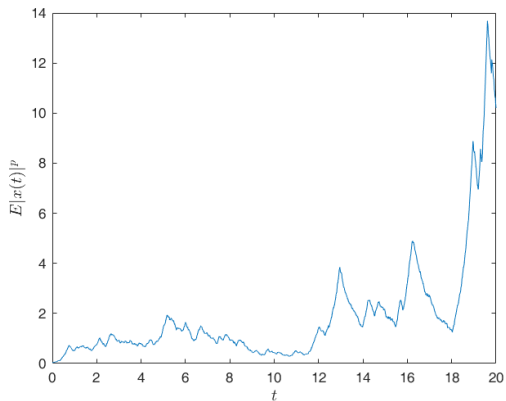


图 10: 2 阶矩, $\gamma = 1.5, \sigma = 0.5$