

# 里德堡原子基态拓扑量子信息传输

## 毕业论文开题报告

答辩人：杨微羽    指导教师：吴金雷

哈尔滨工业大学 (威海) 理学院

2022 年 11 月 9 日

# 目录

## 1 课题背景

## 2 当前进展

## 3 未来计划

# 目录

## 1 课题背景

## 2 当前进展

## 3 未来计划

# 量子信息技术

## 量子信息技术的优势

- 1 研究真实世界演化：只有用量子计算机才能高效模拟量子世界<sup>1</sup>
- 2 快速算法：如 Grover 搜索算法、Shor 质因数分解算法
- 3 量子隐形传态：一旦窃听就会暴露
- 4 .....

## 当前的研究障碍

- 1 硬件上，可用的量子比特数目和量子门操作保真度远远没有达到量子计算机要求
- 2 软件上，能发挥量子计算优势的量子算法难以编写

---

<sup>1</sup>FEYNMAN R P. Simulating physics with computers[J]. International Journal of Theoretical Physics, 1982(21).

# 量子信息技术

## 量子信息技术的优势

- 1 研究真实世界演化：只有用量子计算机才能高效模拟量子世界<sup>1</sup>
- 2 快速算法：如 Grover 搜索算法、Shor 质因数分解算法
- 3 量子隐形传态：一旦窃听就会暴露
- 4 .....

## 当前的研究障碍

- 1 硬件上，可用的量子比特数目和量子门操作保真度远远没有达到量子计算机要求
- 2 软件上，能发挥量子计算优势的量子算法难以编写

---

<sup>1</sup>Feynman, "Simulating physics with computers".

# 量子信息技术

## 量子信息技术的优势

- 1 研究真实世界演化：只有用量子计算机才能高效模拟量子世界<sup>1</sup>
- 2 快速算法：如 Grover 搜索算法、Shor 质因数分解算法
- 3 量子隐形传态：一旦窃听就会暴露
- 4 .....

## 当前的研究障碍

- 1 硬件上，可用的量子比特数目和量子门操作保真度远远没有达到量子计算机要求
- 2 软件上，能发挥量子计算优势的量子算法难以编写

---

<sup>1</sup>Feynman, "Simulating physics with computers".

# 量子信息技术

## 量子信息技术的优势

- 1 研究真实世界演化：只有用量子计算机才能高效模拟量子世界<sup>1</sup>
- 2 快速算法：如 Grover 搜索算法、Shor 质因数分解算法
- 3 量子隐形传态：一旦窃听就会暴露
- 4 .....

## 当前的研究障碍

- 1 硬件上，可用的量子比特数目和量子门操作保真度远远没有达到量子计算机要求
- 2 软件上，能发挥量子计算优势的量子算法难以编写

---

<sup>1</sup>Feynman, “Simulating physics with computers”.

# 量子信息技术

## 量子信息技术的优势

- 1 研究真实世界演化：只有用量子计算机才能高效模拟量子世界<sup>1</sup>
- 2 快速算法：如 Grover 搜索算法、Shor 质因数分解算法
- 3 量子隐形传态：一旦窃听就会暴露
- 4 .....

## 当前的研究障碍

- 1 硬件上，可用的量子比特数目和量子门操作保真度远远没有达到量子计算机要求
- 2 软件上，能发挥量子计算优势的量子算法难以编写

---

<sup>1</sup>Feynman, "Simulating physics with computers".



# 量子信息技术

## 量子信息技术的优势

- 1 研究真实世界演化：只有用量子计算机才能高效模拟量子世界<sup>1</sup>
- 2 快速算法：如 Grover 搜索算法、Shor 质因数分解算法
- 3 量子隐形传态：一旦窃听就会暴露
- 4 .....

## 当前的研究障碍

- 1 硬件上，可用的量子比特数目和量子门操作保真度远远没有达到量子计算机要求
- 2 软件上，能发挥量子计算优势的量子算法难以编写

---

<sup>1</sup>Feynman, "Simulating physics with computers".

# 量子比特与量子逻辑门

单个量子比特:  $|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$

多个量子比特:  $|\psi\rangle = \sum \alpha_{i_1 \dots i_n} |i_1 \dots i_n\rangle, i_1, \dots, i_n = 0, 1$

单量子比特门: 如 Hadamard 门, Pauli-X 门

$$\text{Hadamard} \quad \text{---} \boxed{H} \text{---} \quad \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\text{Pauli-X} \quad \text{---} \boxed{X} \text{---} \quad \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

多量子比特门: 如 Controlled-NOT 门, SWAP 门, Toffoli 门

controlled-NOT



$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

swap



$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

# 实现量子逻辑门的物理方法

当前有潜力实现量子计算的物理平台有很多，如

- 1 囚禁离子量子比特平台
- 2 超导体人造原子量子比特平台
- 3 囚禁中性原子量子比特平台
- 4 中性里德堡原子平台

中性里德堡原子平台的优势

- 1 完美全同、易于扩展、相干时间长
- 2 具有良好的连通性，里德堡原子平台具有实现涉及超过两个原子的多量子比特门
- 3 仅仅通过使用外部的控制场便可以实现对中性原子外部状态和内部状态的操纵

# 实现量子逻辑门的物理方法

当前有潜力实现量子计算的物理平台有很多，如

- 1 囚禁离子量子比特平台
- 2 超导体人造原子量子比特平台
- 3 囚禁中性原子量子比特平台
- 4 中性里德堡原子平台

中性里德堡原子平台的优势

- 1 完美全同、易于扩展、相干时间长
- 2 具有良好的连通性，里德堡原子平台具有实现涉及超过两个原子的多量子比特门
- 3 仅仅通过使用外部的控制场便可以实现对中性原子外部状态和内部状态的操纵

# 实现量子逻辑门的物理方法

当前有潜力实现量子计算的物理平台有很多，如

- 1 囚禁离子量子比特平台
- 2 超导体人造原子量子比特平台
- 3 囚禁中性原子量子比特平台
- 4 中性里德堡原子平台

中性里德堡原子平台的优势

- 1 完美全同、易于扩展、相干时间长
- 2 具有良好的连通性，里德堡原子平台具有实现涉及超过两个原子的多量子比特门
- 3 仅仅通过使用外部的控制场便可以实现对中性原子外部状态和内部状态的操纵

# 实现量子逻辑门的物理方法

当前有潜力实现量子计算的物理平台有很多，如

- 1 囚禁离子量子比特平台
- 2 超导体人造原子量子比特平台
- 3 囚禁中性原子量子比特平台
- 4 中性里德堡原子平台

中性里德堡原子平台的优势

- 1 完美全同、易于扩展、相干时间长
- 2 具有良好的连通性，里德堡原子平台具有实现涉及超过两个原子的多量子比特门
- 3 仅仅通过使用外部的控制场便可以实现对中性原子外部状态和内部状态的操纵

# 实现量子逻辑门的物理方法

当前有潜力实现量子计算的物理平台有很多，如

- 1 囚禁离子量子比特平台
- 2 超导体人造原子量子比特平台
- 3 囚禁中性原子量子比特平台
- 4 中性里德堡原子平台

中性里德堡原子平台的优势

- 1 完美全同、易于扩展、相干时间长
- 2 具有良好的连通性，里德堡原子平台具有实现涉及超过两个原子的多量子比特门
- 3 仅仅通过使用外部的控制场便可以实现对中性原子外部状态和内部状态的操纵

# 实现量子逻辑门的物理方法

当前有潜力实现量子计算的物理平台有很多，如

- 1 囚禁离子量子比特平台
- 2 超导体人造原子量子比特平台
- 3 囚禁中性原子量子比特平台
- 4 中性里德堡原子平台

中性里德堡原子平台的优势

- 1 完美全同、易于扩展、相干时间长
- 2 具有良好的连通性，里德堡原子平台具有实现涉及超过两个原子的多量子比特门
- 3 仅仅通过使用外部的控制场便可以实现对中性原子外部状态和内部状态的操纵



# 实现量子逻辑门的物理方法

当前有潜力实现量子计算的物理平台有很多，如

- 1 囚禁离子量子比特平台
- 2 超导体人造原子量子比特平台
- 3 囚禁中性原子量子比特平台
- 4 中性里德堡原子平台

中性里德堡原子平台的优势

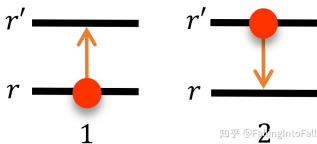
- 1 完美全同、易于扩展、相干时间长
- 2 具有良好的连通性，里德堡原子平台具有实现涉及超过两个原子的多量子比特门
- 3 仅仅通过使用外部的控制场便可以实现对中性原子外部状态和内部状态的操纵

# 里德堡原子

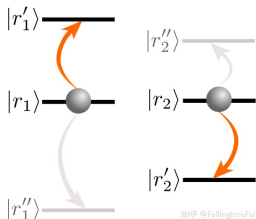
里德堡原子：处于主量子数  $n$  很大的量子态的原子

里德堡相互作用：多个里德堡原子的相互作用

- 1 两个原子，跃迁能量差相等：偶极-偶极相互作用， $V \propto R^{-3}$
- 2 两个原子，跃迁能量差不等：van der Waals 相互作用， $V \propto R^{-6}$
- 3 三个及以上原子：Förster 共振相互作用



图：偶极-偶极相互作用



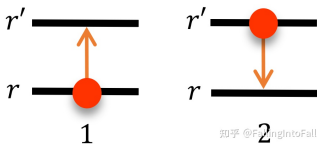
图：van der Waals 相互作用

# 里德堡原子

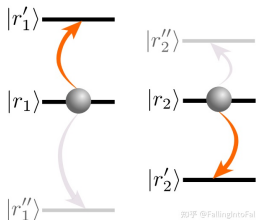
里德堡原子：处于主量子数  $n$  很大的量子态的原子

里德堡相互作用：多个里德堡原子的相互作用

- 1 两个原子，跃迁能量差相等：偶极-偶极相互作用， $V \propto R^{-3}$
- 2 两个原子，跃迁能量差不等：van der Vaals 相互作用， $V \propto R^{-6}$
- 3 三个及以上原子：Förster 共振相互作用



图：偶极-偶极相互作用



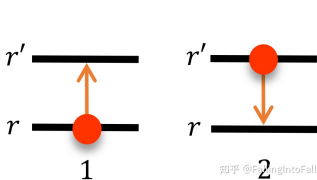
图：van der Vaals 相互作用

# 里德堡原子

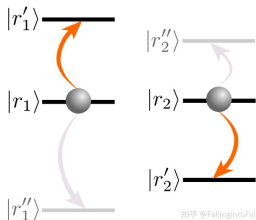
里德堡原子：处于主量子数  $n$  很大的量子态的原子

里德堡相互作用：多个里德堡原子的相互作用

- 1 两个原子，跃迁能量差相等：偶极-偶极相互作用， $V \propto R^{-3}$
- 2 两个原子，跃迁能量差不等：van der Waals 相互作用， $V \propto R^{-6}$
- 3 三个及以上原子：Förster 共振相互作用



图：偶极-偶极相互作用



图：van der Waals 相互作用

# 研究里德堡原子系统的一般步骤

- 1 写出系统的哈密顿量
- 2 选取适当的表象，对哈密顿量进行变换，从而化简
- 3 取大失谐近似，求出系统的有效哈密顿量
- 4 分析系统性质（最一般的方法是解薛定谔方程，但也可以直接从有效哈密顿量的各项系数中看出系统的性质）

# 研究里德堡原子系统的一般步骤

- 1 写出系统的哈密顿量
- 2 选取适当的表象，对哈密顿量进行变换，从而化简
- 3 取大失谐近似，求出系统的有效哈密顿量
- 4 分析系统性质（最一般的方法是解薛定谔方程，但也可以直接从有效哈密顿量的各项系数中看出系统的性质）

# 研究里德堡原子系统的一般步骤

- 1 写出系统的哈密顿量
- 2 选取适当的表象，对哈密顿量进行变换，从而化简
- 3 取大失谐近似，求出系统的有效哈密顿量
- 4 分析系统性质（最一般的方法是解薛定谔方程，但也可以直接从有效哈密顿量的各项系数中看出系统的性质）

# 研究里德堡原子系统的一般步骤

- 1 写出系统的哈密顿量
- 2 选取适当的表象，对哈密顿量进行变换，从而化简
- 3 取大失谐近似，求出系统的有效哈密顿量
- 4 分析系统性质（最一般的方法是解薛定谔方程，但也可以直接从有效哈密顿量的各项系数中看出系统的性质）



# 目录

1 课题背景

2 当前进展

3 未来计划

# 哈密顿量

目前复现了<sup>2</sup>的一部分：两个  $\Lambda$  型原子与光场 Raman 相互作用。

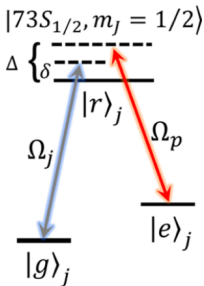


图: 能级示意图（只显示了其中一个原子）

<sup>2</sup>LI X X, et al. Coherent ground-state transport of neutral atoms[J/OL]. *Physical Review A*, 2022, 105: 032417. <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.105.032417>. DOI: 10.1103/PhysRevA.105.032417.

# 哈密顿量

在半经典理论中，单个原子与光场作用的哈密顿量为

$$H_j^S = \hbar(\omega_g |g\rangle\langle g|_j + \omega_i |r\rangle\langle r|_j + \omega_e |e\rangle\langle e|_j + (\Omega_j |g\rangle\langle r|_j + \Omega_p |e\rangle\langle r|_j + \text{H.c.})) \quad (1)$$

变换到相互作用绘景，得

$$H_j^I = \hbar(e^{it\delta}\Omega_j |g\rangle\langle r|_j + e^{it\Delta}\Omega_p |e\rangle\langle r|_j + \text{H.c.}) \quad (2)$$

其中  $\delta = \Omega - \omega_r + \omega_g$ ,  $\Delta = \Omega_p - \omega_r + \omega_e$  为失谐量，其量级满足

$$\Delta \gg \delta \sim \Omega_p \gg \Omega_j \quad (3)$$

# 哈密顿量

故两个原子的与光场作用的哈密顿量为

$$\begin{aligned} H^I &= I_1 \otimes H_2 + H_1 \otimes I_2 \\ &= \hbar(\Omega_1 e^{it\delta} |gg\rangle\langle rg| + \Omega_1 e^{it\delta} |ge\rangle\langle re| + \Omega_1 e^{it\delta} |gr\rangle\langle rr| \\ &\quad + \Omega_p e^{it\Delta} |eg\rangle\langle rg| + \Omega_p e^{it\Delta} |ee\rangle\langle re| + \Omega_p e^{it\Delta} |er\rangle\langle rr| \\ &\quad + \Omega_2 e^{it\delta} |gg\rangle\langle gr| + \Omega_2 e^{it\delta} |eg\rangle\langle er| + \Omega_2 e^{it\delta} |rg\rangle\langle rr| \\ &\quad + \Omega_p e^{it\Delta} |ge\rangle\langle gr| + \Omega_p e^{it\Delta} |ee\rangle\langle er| + \Omega_p e^{it\Delta} |re\rangle\langle rr| + \text{H.c.}) \quad (4) \end{aligned}$$

考虑到 van der Waals 相互作用，并采用旋波近似，经一系列分析，上式可简化为

$$H^{II} = \hbar(\Omega_1 e^{it\delta} |ge\rangle\langle re| + \Omega_p |er\rangle\langle rr| + \Omega_2 e^{it\delta} |eg\rangle\langle er| + \Omega_p |re\rangle\langle rr| + \text{H.c.}) \quad (5)$$

# 表象变换

将  $H^{\text{II}}$  中的不含时项对角化得

$$\begin{aligned} E_+ &= \sqrt{2}\hbar\Omega_p, \quad |\psi_+\rangle = \frac{1}{2}|er\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|rr\rangle + \frac{1}{2}|re\rangle, \\ E_0 &= 0, \quad |\psi_0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|er\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}}|re\rangle, \\ E_- &= -\sqrt{2}\hbar\Omega_p, \quad |\psi_-\rangle = \frac{1}{2}|er\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}}|rr\rangle + \frac{1}{2}|re\rangle \end{aligned} \quad (6)$$

将其本征态  $|\psi_+\rangle, |\psi_0\rangle, |\psi_-\rangle$  作为新的基，再进行相互作用绘景变换，得到最终哈密顿量的形式为

$$\begin{aligned} H^{\text{III}} &= \hbar\Omega \left( |ge\rangle \left( \frac{1}{2} \langle\psi_+| e^{i\tau(\delta-\sqrt{2}\Omega_p)} - \frac{1}{\sqrt{2}} \langle\psi_0| e^{i\tau\delta} + \frac{1}{2} \langle\psi_-| e^{i\tau(\delta+\sqrt{2}\Omega_p)} \right) \right. \\ &\quad \left. + |eg\rangle \left( \frac{1}{2} \langle\psi_+| e^{i\tau(\delta-\sqrt{2}\Omega_p)} + \frac{1}{\sqrt{2}} \langle\psi_0| e^{i\tau\delta} + \frac{1}{2} \langle\psi_-| e^{i\tau(\delta+\sqrt{2}\Omega_p)} \right) \right) + \text{H.c.} \quad (7) \end{aligned}$$

# 有效哈密顿量

利用论文<sup>3</sup>的方法，可得有效哈密顿量为

$$\begin{aligned} H_{\text{eff}} = & \hbar\Omega^2 \left( \frac{1}{\delta - \sqrt{2}\Omega_p} \left( -\frac{1}{4} |eg\rangle\langle ge| \right) + \frac{1}{\delta} \left( -\frac{1}{2} |eg\rangle\langle ge| \right) \right. \\ & + \frac{1}{\delta + \sqrt{2}\Omega_p} \left( -\frac{1}{4} |eg\rangle\langle ge| \right) + \text{H.c.} + \frac{1}{\delta - \sqrt{2}\Omega_p} \left( \frac{1}{4} (-|ge\rangle\langle ge| - |eg\rangle\langle eg|) \right) \\ & \left. + \frac{1}{\delta} \left( \frac{1}{2} (-|ge\rangle\langle ge| - |eg\rangle\langle eg|) \right) + \frac{1}{\delta + \sqrt{2}\Omega_p} \left( \frac{1}{4} (-|ge\rangle\langle ge| - |eg\rangle\langle eg|) \right) \right) \quad (8) \end{aligned}$$

其中耦合系数（ $|eg\rangle\langle ge|$  项的系数）为

$$J_{12} = \frac{\Omega^2}{4} \left( \frac{1}{\delta - \sqrt{2}\Omega_p} - \frac{2}{\delta} + \frac{1}{\delta + \sqrt{2}\Omega_p} \right) = \frac{\Omega^2\Omega_p^2}{\delta^3 - 2\delta\Omega_p^2} \quad (9)$$

这说明系统是一个 SWAP 门， $J_{12}$  反映了量子门的开关速率。

<sup>3</sup>JAMES D F V, JERKE J. Effective Hamiltonian theory and its applications in quantum information[J]. *Canadian Journal of Physics*, 2007, 85: 625-632.

# 目录

1 课题背景

2 当前进展

3 未来计划

# 快速 SWAP 门

$$H^{\text{III}} = \hbar\Omega \left( |ge\rangle \left( \frac{1}{2} \langle\psi_+| e^{it(\delta - \sqrt{2}\Omega_p)} - \frac{1}{\sqrt{2}} \langle\psi_0| e^{it\delta} + \frac{1}{2} \langle\psi_-| e^{it(\delta + \sqrt{2}\Omega_p)} \right) \right. \\ \left. + |eg\rangle \left( \frac{1}{2} \langle\psi_+| e^{it(\delta - \sqrt{2}\Omega_p)} + \frac{1}{\sqrt{2}} \langle\psi_0| e^{it\delta} + \frac{1}{2} \langle\psi_-| e^{it(\delta + \sqrt{2}\Omega_p)} \right) \right) + \text{H.c.}$$

在式 (7) 中, 令  $\delta - \sqrt{2}\omega_p = 0$ , 则含相位  $\delta$  和  $\delta - \sqrt{2}\omega_p$  的项均可忽略。此时可构建具有  $|eg\rangle$ 、 $|ge\rangle$ 、 $\psi_+$  三个能级的系统, 而  $J_{12}$  数量级有望减小, 从而实现更快速的 SWAP 门。



# 拓扑量子信息传输

将 2 个原子推广成一系列原子，此时有望实现量子态从最左的原子传到最右边，即实现拓扑量子信息传输。

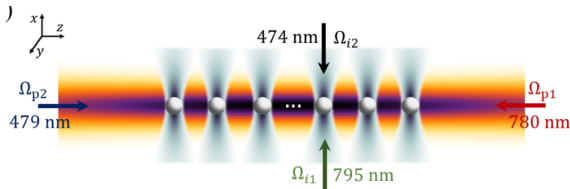


图: 一维原子链

请各位老师批评指正